

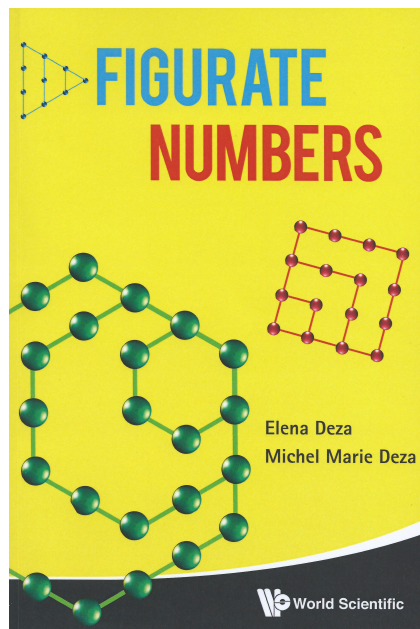
Elena Deza in Michel Marie Deza, Figurate Numbers, World Scientific, Hackensack, New Jersey in drugje, 2012, 474 strani.

S številom enakih predmetov, razporejenih v neki geometrijski red, bodisi v ravnini ali v prostoru (mišljen je prostor $\mathbb{R}^3$), tudi večrazsežnem (mišljen je prostor $\mathbb{R}^d$, $d > 3$), opredeljujemo tako imenovano *figurativno število*. Predmeti so po navadi v ravninskem in trirazsežnem prostoru upodobljeni kot točke, lahko pa tudi kot krožci ali kroglice. Figurativno število je *ravninsko*, če ga realiziramo s točkami v ravnini, *prostorsko*, če ga realiziramo s točkami v prostoru, in *večrazsežno*, če ga realiziramo s točkami v večrazsežnem prostoru. V višjih dimenzijah nazorna predstava odpove in se je treba zateči k abstraktni obravnavi.

Omenjeni geometrijski red točk je v ravninskem primeru podrejen nekemu večkotniku, v prostorskem pa nekemu poliedru. Prehod od enega figurativnega števila izbrane vrste do naslednjega je natančno določen. Figurativna števila iste vrste sestavljajo naraščajoče zaporedje naravnih števil, ki se pogosto začne z 1.

Figurativna števila imajo bogato in dolgo zgodovino, kar je razvidno iz obširnega seznama znanih matematikov, ki so se z njimi ukvarjali od pita-gorejskih časov do današnjih dni. V matematiki jih srečujemo na različnih področjih. Glavni namen knjige je prikaz teorije figurativnih števil in njihovih lastnosti. Knjiga je verjetno prva, ki snov o figurativnih številih podaja enovito in sistematično.

Prvo poglavje obravnava ravninska figurativna števila. Najprej so na vrsti trikotniška, kvadratna, petkotniška in druga večkotniška števila. Pokaže tudi, da obstajajo večkotniška števila, ki so hkrati dveh vrst, na primer kvadratna trikotniška števila, in kako taka števila poiščemo. Podrobno proučuje lastnosti večkotniških števil, povezave med njimi in odgovarja na vprašanje, kdaj je neko naravno število večkotniško in katero po vrsti je. Nato so vpeljana še središčno večkotniška števila, pravokotniška in trapezna števila ter



nekatera druga. Središčno večkotniško število je število točk, ki so v ravnini razvrščene na straneh podobnih koncentričnih pravilnih večkotnikov po določenem pravilu. Pri tem samo središče štejemo zraven. Pravokotniško število je produkt dveh naravnih števil in ga lahko predstavimo kot število točk, ki so v ravnini enakomerno razvrščene v pravokotnik tako kot elementi v pravokotni matriki. Trapezno število je razlika dveh trikotniških števil. Predstavimo ga lahko v ravnini kot število točk, ki so enakomerno razvrščene na med seboj vzporednih daljicah, pri čemer, gledano od spodaj navzgor, število točk od daljice do daljice pojema za 1, na najvišji daljici pa sta vsaj 2 točki.

Za obravnavana števila so izpeljane eksplicitne formule in ustrezne rodovne funkcije. Če v eksplicitno formulo za figurativno število izbrane vrste vstavljamo naravna števila v običajnem vrstnem redu, dobimo ustrezno zaporedje figurativnih števil. Z vstavljanjem negativnih celih števil in 0 dobimo tako imenovana *posplošena ravninska figurativna števila*.

V drugem poglavju spoznamo prostorska figurativna števila, med katerimi so piramidna števila, ki ustrezajo tristrani, štiristrani, petstrani in večstrani piramidi. Med prostorska figurativna števila spadajo tudi tista, ki ustrezajo platonskim telesom: tetraedrska, kubična, oktaedrska, dodekaedrska in ikozaedrska števila. Po ravninskem zgledu so definirana tudi prostorska središčna števila. Tudi tu so za obravnavana števila izpeljane eksplicitne formule in ustrezne rodovne funkcije, uveden pa je, tako kot za ravninski primer, tudi pojem *posplošenega prostorskega figurativnega števila*.

Tretje poglavje je posvečeno večrazsežnim figurativnim številom, ki ustrezajo raznim politopom v večrazsežnem prostoru. Med temi so na primer hiperkubična, hipertetraedrska in hiperoktaedrska števila. Po zgledu ravninskih in prostorskih primerov so vpeljana tudi ustrezna središčna števila in *posplošena večrazsežna figurativnega števila*.

V četrtem poglavju spoznamo, kako so figurativna števila vključena v druga matematična področja, zlasti v teorijo števil. Tu srečamo pitagorejske trojice, diofantske enačbe, popolna, Mersennova, Fermatova, Fibonaccijeva, Lucasova in še nekatera druga posebna števila. Poglavje se konča z Warin-govim problemom.

Peto poglavje se ukvarja z enim od Fermatovih izrekov, z izrekom o večkotniških številih. Fermat je namreč trdil, da se da vsako naravno število zapisati kot vsoto kvečjemu treh trikotniških števil, kot vsoto kvečjemu štirih

kvadratov, kot vsoto kvečjemu petih petkotniških števil itd. Izreka nikoli ni dokazal. Podrobno spoznamo tudi zgodovino tega problema. Za kvadratna števila je opisani Fermatov izrek dokazal Lagrange, za trikotniška Gauß, za splošna večkotniška števila pa Cauchy. V knjigi je predstavljenih tudi nekaj dokazov Fermatovega izreka o večkotniških številih.

V šestem poglavju je navedenih nekaj naravnih števil, ki imajo zanimive lastnosti, ki so povezane s figurativnimi števili. Navedimo preprost primer. Število 216 je najmanjše kubično število, ki je vsota treh kubičnih števil: $216 = 6^3 = 3^3 + 4^3 + 5^3$.

Sedmo poglavje ponuja bralcu možnost, da se spopade z nalogami. Teh je malo čez 150, dodane pa so jim tudi rešitve. Precej nalog zahteva preverjanje enakosti, ki vsebujejo figurativna števila. Te zlahka rešimo z uporabo definicij teh števil in z malo računske spretnosti. Naloga št. 104 na primer zahteva, da preverimo formulo $L(n, k) = S_3^{k-1}(n - k + 1) \frac{n!}{k!}$, kjer oznaka $S_3^k(n) = \binom{n+k-1}{k}$ pomeni n -to hipertetraedrsko število v k -razsežnem prostoru, $L(n, k) = \binom{n-1}{k-1} \frac{n!}{k!}$ pa Lahova števila, poimenovana po našem matematiku, statistiku, aktuarju in demografu Ivu Lahu (1896–1979). Števila $S_3^k(n)$ so razvrščena v Pascalovem številskem trikotniku na k -ti vzporednici stranice, ki jo sestavljajo same enice.

Knjiga je opremljena s številnimi tabelami in zaključena s seznamom literature in stvarnim kazalom. Namenjena je učiteljem in študentom, pa tudi vsem ljubiteljem matematike, ki se zanimajo za teorijo števil, splošno algebro, kriptografijo in sorodna področja. Prva tri poglavja so primerna za dodiplomske študente, pa tudi za vse druge, ki so kolikor toliko doma v matematiki. Težji poglavji, četrto in peto, pa že zahtevata solidno znanje univerzitetne matematike. Knjiga je lahko izdatna pomoč pri pisanju diplomskih in magistrskih del.

Avtorja sta skupaj objavila še knjigi *Encyclopedia of Distances* in *Dictionary of Distances*, pa tudi nekaj člankov. Michel Marie Deza (1939–2016) je bil sovjetsko-francoski matematik, član *École Normale Supérieure* in direktor raziskav v organizaciji *Centre National de la Recherche Scientifique* v Parizu. Rodil se je kot Mihail Efimovič Tylkin, priimek pa si je spremenil že v svojih študentskih časih na Moskovski državni univerzi. Leta 1972 je emigriral v Francijo, kjer si je nadel tudi francosko ime Michel, Marie pa po svoji materi. Deloval je predvsem v kombinatoriki, diskretni geometriji in teoriji grafov. Bil je eden od ustanoviteljev revije *European Journal of Combinatorics* (1980). Leta 1999 in 2007 se je udeležil konference o teoriji

grafov na Bledu. V naši reviji *Ars Mathematica Contemporanea* je s soavtorji objavil dva članka, prvega že v prvi številki leta 2008, drugega pa leta 2013. Bil je tudi v svetu te revije. Oktobra leta 2010 je imel več predavanj na FMF v Ljubljani. Leta 2016 je v Parizu tragično preminil zaradi požara v stanovanju.

Elena Ivanovna Deza (rojena 1961) je bila Michelova soproga. Sedaj je profesorica na Oddelku za matematiko Državne pedagoške univerze v Moskvi. Ukvarja se s teorijo števil, diskretno matematiko in metodiko poučevanja matematike. Je avtorica oziroma soavtorica okoli 25 knjig in 120 člankov.

Marko Razpet

VESTI

Profesor Frederick Duncan Michael Haldane, častni član DMFA Slovenije

Na letošnjem Občnem zboru DMFA Slovenije je bil za častnega člana društva izvoljen profesor F. Duncan M. Haldane, dobitnik Nobelove nagrade za fiziko leta 2016.

Profesor Frederick Duncan Michael Haldane je teoretični fizik, rojen leta 1951 v Veliki Britaniji očetu Škotu Haldanu in materi koroški Slovenki Ljudmili Renko. Sam pravi, da se po narodnosti šteje za na pol Škota in pol Slovenca.

Profesor Duncan Haldane je leta 1978 doktoriral iz fizike na Univerzi v Cambridgeu, kjer je bil njegov mentor Nobelov nagrajenec P. W. Anderson. Do leta 1981 je nato delal na Institutu Laue-Langevin v Grenoblu, v letih 1981–1987 na Univerzi Južne Kalifornije v Los Angelesu in nato med 1987 in 1992 na Univerzi v Kaliforniji v San Diegu. Leta 1990 je sprejel mesto profesorja na Univerzi v Princetonu, kjer dela še danes. Je Sherman Fairchild University Professor of Physics na Univerzi v Princetonu in Ugledni raziskovalec Perimeter inštituta za teoretično fiziko v Kanadi.

S Slovenijo ga poleg sorodstvenih vezi povezujejo tudi strokovne povezave s slovenskimi fiziki. Leta 2000 je bil vabljeni predavatelj na konferenci o teoretični fiziki na Bledu, ki so jo organizirali sodelavci Fakultete za matematiko in fiziko UL in Instituta Jožef Stefan. V letu 2018 je bil na daljšem obisku v Ljubljani, kjer je imel dve izjemno obiskani predavanji, v okviru Stefanovih dni na Institutu Jožef Stefan, ter predavanje za študente fizike na Fakulteti za matematiko in fiziko. Decembra lani mu je Univerza v Ljubljani