Jahresbericht

der

Staats-Oberrealschule

in Laibach

für das Schuljahr 1871.

Veröffentlicht durch die Direction.

Laibach 1871.

Druck von Jos. Blasnik.

Verlag der Staats-Oberrealschule.

Jahresbericht

der

Staats-Oberrealschule

in Laibach

für das Schuljahr 1871.

Veröffentlicht durch die Direction.

Laibach 1871.

Druck von Jos. Blasnik.

Verlag der Staats-Oberrealschule.

Inhalt.

I.

Studien aus der Physik

von

Prof. Jos. Finger.

(Fortsetzung der in den Jahresberichten der Oberrealschule zu Elbogen vom Jahre 1867 und 1868 unter demselben Titel veröffentlichten Abhandlungen A, B, C, D)

E.

Elementare Ableitung der Dichtenzustände in einer longitudinalen fortschreitenden und stehenden Welle aus der Wellenformel.

1. Fortschreitende Welle. Die zur Zeit t stattfindende Elongation y jenes Punctes M einer fortschreitenden Welle, dessen Entfernung vom Wellenmittelpuncte O im Gleichgewichtszustande x ist, wird bekanntermassen durch die Formel

$$y = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)^{*} \qquad (1)$$

bestimmt, wenn α die Schwingungsamplitude, T die Schwingungsdauer und λ die Wellenlänge darstellt.

Ist daher die Welle eine longitudinale, so ist $x + y$ die thatsächliche Entfernung des Punctes M vom Wellenmittelpuncte O zur Zeit t, somit

$$MO = x + y \qquad (2)$$

Es sei nun durch δ die normale, im Gleichgewichtszustande stattfindende Entfernung je zweier in der Fortpflanzungsrichtung der Welle gelegener, unmittelbar benachbarter Theilchen des Mediums bezeichnet. Unter dieser Voraussetzung befindet sich das dem Theilchen M unmittelbar benachbarte Theilchen M', dessen normale Entfernung vom Wellenmittelpuncte $x + \delta$ ist, zur Zeit t in der durch die Elongation

$$y' = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + \delta}{\lambda}\right) \qquad (3)$$

* S. Wüllner's Experimentalphysik 2. Aufl. Leipzig 1870 S. 414.

characterisirten Schwingungsphase, so dass dessen Distanz von O zur Zeit t bestimmt ist durch

$$M'O = x + \delta + y' \tag{4}$$

Der Abstand der beiden eben in der Oscillation begriffenen Nachbarpuncte M und M' im besagten Zeitaugenblicke ist daher nicht der normale δ, sondern

$$\delta' = MM' = M'O - MO = x + \delta + y' - (x + y) = \delta + y' - y \tag{5}$$

In Folge dieser Aenderung des Abstandes je zweier in der Fortpflanzungsrichtung der Welle gelegener Nachbaratome, welche für alle Theilchen des Mediums, die in dem zur letzteren Richtung senkrechten sehr kleinen Querschnittselemente q enthalten sind, denselben Werth hat, wird auch die Dichte des Mediums in dem Abstande x vom Wellenmittelpuncte, die im Gleichgewichtszustande d war, nicht dieselbe geblieben, sondern d' geworden sein. Diese lässt sich nun aus den vorstehenden Gleichungen folgendermassen berechnen:

Es sei ε ein an M angrenzendes, längs der Fortpflanzungsrichtung der Welle genommenes Längenelement, innerhalb dessen man auch während der Schwingung, also auch zur Zeit t die Distanz je zweier Nachbartheilchen als gleich annehmen kann. In diesem linearen Elemente sind im Gleichgewichtszustande des Mediums $\frac{\varepsilon}{\delta}$ und zur Zeit t $\frac{\varepsilon}{\delta'}$ Atome enthalten; ist daher n die sich auch während der Oscillation nicht ändernde Anzahl der im Querschnittselemente q gelegenen Atome und μ die Masse eines Atoms, so ist $n \cdot \frac{\varepsilon}{\delta} \cdot \mu$ resp. $n \cdot \frac{\varepsilon}{\delta'} \cdot \mu$ die Masse des Mediums, das in einem cylindr. Volum enthalten ist, dessen Querschnitt q, dessen Länge ε, dessen Grösse somit $q \cdot \varepsilon$ ist. Die Masse ist aber durch das Product aus dem Volum und Dichte bestimmt, daher finden die Relationen statt:

$$\left.\begin{aligned} q\varepsilon d &= n\frac{\varepsilon}{\delta}\mu \\ q\varepsilon d' &= n\frac{\varepsilon}{\delta'}\mu \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

aus denen sich sofort die inverse Proportionalität zwischen der Dichte einerseits und dem Abstande je 2 Nachbartheilchen anderseits erschliessen lässt, welche übrigens eine unmittelbare aufmerksame Erwägung des Thatbestandes sofort erkennen liesse.

Aus (5), (3) und (4) ergibt sich

$$\begin{aligned} \delta - \delta' &= y - y' = \\ &= a\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta}{\lambda}\right)\right] \end{aligned} \tag{7}$$

Behandelt man nun die letztere Differenz nach der bekannten gonyometrischen Formel:

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

so findet man

$$\delta - \delta' = 2\,a\sin\pi\frac{\delta}{\lambda}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta/_2}{\lambda}\right) \qquad (8)$$

Der Factor $\sin\pi\frac{\delta}{\lambda}$ lässt sich gonyometrischen Lehrsätzen zufolge (s. Anm. a) in folgender Form darstellen $\sin\pi\frac{\delta}{\lambda} = \pi\frac{\delta}{\lambda}(1-\vartheta)$, wo $\vartheta < 2\sin^2\pi\frac{\delta}{2\lambda}$ ist. Setzt man diesen Werth in die Gleichung (8) und dividirt dieselbe durch δ, so ist

$$\frac{\delta-\delta'}{\delta} = \frac{2\,a\,\pi}{\lambda}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x+\delta/_2}{\lambda}\right)(1-\vartheta) \qquad (9)$$

Die Substitution der aus (6) bestimmten Werthe von δ und δ' in die letztere Gleichung führt zu der Relation

$$1 - \frac{d}{d'} = \frac{2\,a\,\pi}{\lambda}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{\delta}{2\lambda}\right)(1-\vartheta) \qquad (10)$$

Der bekanntlich unmessbar kleine Abstand δ zweier unmittelbar benachbarter Atome des Mediums muss im Verhältnisse zu der messbaren Länge λ der longitudinalen Welle so ungemein gering angenommen werden, dass man ohne einen nur halbwegs bemerkbaren Fehler zu begehen, einerseits den äusserst kleinen Zahlwerth $\frac{\delta}{2\lambda}$ dem Werthe $\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}$ in der Formel (10) gegenüber, anderseits $2\sin^2\pi\frac{\delta}{2\lambda}$, daher um so mehr das nach früherem noch kleinere ϑ der Zahl 1 gegenüber vollkommen vernachlässigen kann, so dass die Gleichung (10) lauten wird:

Anm. a) Für die Masszahl eines jeden spitzen Winkels ε gilt bekanntlich die Relation

$$\sin\varepsilon < \varepsilon < \operatorname{tang}\varepsilon$$

Dividirt man nun $\sin\varepsilon$ durch diese 3 ungleichen Zahlwerthe, so ergibt sich

$$1 > \frac{\sin\varepsilon}{\varepsilon} > \cos\varepsilon$$

oder, da $\cos\varepsilon = 1 - 2\sin^2\frac{\varepsilon}{2}$ ist

$$1 > \frac{\sin\varepsilon}{\varepsilon} > 1 - 2\sin^2\frac{\varepsilon}{2}$$

Es ist somit $\frac{\sin\varepsilon}{\varepsilon} = 1 - \eta$, wo $\eta < 2\sin^2\frac{\varepsilon}{2}$ ist.

$$1 - \frac{d}{d'} = \frac{2\alpha\pi}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Daher hat die Dichte d' im Puncte M zur Zeit t den Werth

$$d' = \frac{d}{1 - \frac{2\alpha\pi}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)} \tag{11}$$

Diese Gleichung gestattet, die Dichte in einem jeden beliebigen Puncte der Welle zu einer jeden beliebigen Zeit zu bestimmen.

Der Grad der Dichtenänderung hängt, wie aus (11) hervorgeht, wesentlich von dem Verhältnisse $\frac{\alpha}{\lambda}$ d. i. der Schwingungsamplitude zur Wellenlänge ab; einen je grösseren Werth dieses Verhältniss hat, desto bedeutender ist die durch die Wellenfortpflanzung erzeugte Dichtenänderung. In den meisten Fällen ist erfahrungsgemäss α im Verhältnisse zu λ sehr gering, so dass auch die Dichte des Mediums sich kaum merklich ändert.

Den grössten resp. geringsten Werth erreicht die Dichte in jenen Puncten der Welle, für welche der Nenner des Ausdruckes (11) seinen geringsten resp. grössten Werth $1 \mp \frac{2\alpha\pi}{\lambda}$ besitzt, wo also $\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = \pm 1$ ist und zwar ist dieser Werth $\frac{d}{1 - \frac{2\alpha\pi}{\lambda}}$ resp. $\frac{d}{1 + \frac{2\alpha\pi}{\lambda}}$. In diesem Falle ist aber $\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 0$ daher nach (1) $y = O$. Die Stellen der Dichtenmaxima und Dichtenminima sind also gerade jene, in denen die Theilchen während ihrer Schwingung sich eben in ihrer Gleichgewichtslage befinden — ganz entgegen der Erwartung, zu der eine blos oberflächliche Betrachtung führen dürfte. Je zwei in der Fortpflanzungsrichtung der Welle unmittelbar auf einander folgende Stellen eines Dichtenmaximums und Dichtenminimums müssen derart von O entfernt sein, dass zur selben Zeit t $\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\xi}{\lambda}\right)$ für die erstere den Werth $+1$ und für die zweite $\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\xi'}{\lambda}\right)$ den dem nächst höheren ξ' entsprechenden Werth -1 erhält, wo durch ξ und ξ' die besagten Entfernungen bezeichnet sind. Es ist somit

$$2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\xi}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\xi'}{\lambda}\right) = \pi$$

daher $\xi' - \xi = \frac{\lambda}{2}$ d. h. 2 solche Stellen sind um eine halbe Wellenlänge von einander entfernt.

Die normale Dichte d herrscht an jenen Orten, an denen $d' = d$, also nach (11) $\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 0$ ist. In diesem Falle hat aber $\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ den Werth ± 1, daher der Gleichung (1) zufolge $y = \pm a$. In allen jenen Puncten der Welle, in denen sich die schwingenden Theilchen in ihrem grössten Abstande von ihrer Gleichgewichtslage befinden, ist somit die Dichte die normale. Auf analoge Art, wie früher, lässt sich zeigen, dass 2 solche längs der Fortpflanzungsrichtung der Welle unmittelbar folgende Stellen von normaler Dichte, für deren eine y den Werth $+ a$, für deren andere y den Werth $- a$ hat, einen gegenseitigen Abstand einer halben Wellenlänge und von den Puncten des Dichtenmaximums resp. Dichtenminimums den Abstand eines Viertels der Wellenlänge haben. Die Gleichung (11) lässt auch erkennen, dass für constantes t und variables x, wofern letzteres stetig bis $x + \lambda$ zunimmt, die Dichte d' alle möglichen Werthe, die zwischen den Grenzen $\dfrac{d}{1 - \frac{2a\pi}{\lambda}}$ und $\dfrac{d}{1 + \frac{2a\pi}{\lambda}}$ liegen, erhalten kann, dass aber dieselbe auch bei constantem x und variablem t, wenn letzteres alle Werthe von t bis $t + T$ durchläuft, alle diese Werthe annimmt; es sind daher in der fortschreitenden longitudinalen Welle sowohl zur selben Zeit alle die zwischen den besagten Grenzen enthaltenen Dichten und zwar innerhalb einer Wellenlänge vertreten, als auch in einem beliebigen Puncte der Welle während des Verlaufs einer Schwingungszeit.

2. Stehende Welle. Die Gleichung einer stehenden longitudinalen Welle, die bekanntlich durch Interferenz 2 longitudinaler Wellen entsteht, ist

$$y = 2a \cos \frac{2x - a}{\lambda}\pi . \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a}{2\lambda}\right)^{*} \qquad (12)$$

wenn a den Abstand der Wellenmittelpuncte der beiden interferirenden Wellenzüge bedeutet und die anderen Zeichen die frühere Bedeutung haben. Durch eine der früheren vollkommen analoge Betrachtung ergibt sich:

$$y' = 2a \cos \frac{2(x + \delta) - a}{\lambda}\pi \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a}{2\lambda}\right)$$

und

* S. Wüllner's Experimentalphysik 2. Aufl. 1870. S. 422.

$$\delta - \delta' = y - y' =$$
$$= 2\alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{a}{2\lambda}\right)\left[\cos \frac{2x-a}{\lambda}\pi - \cos \frac{2(x+\delta)-a}{\lambda}\pi\right]$$

Durch Anwendung der bekannten Relation

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{\beta+\alpha}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$$

auf die letztere Differenz findet man

$$\delta - \delta' = 4\alpha \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a}{2\lambda}\right)\sin\left(\frac{2x-a}{\lambda} + \frac{\delta}{\lambda}\right)\pi . \sin\frac{\delta}{\lambda}.\pi \qquad (13)$$

Substituirt man wie früher, statt des letzteren Factors den Ausdruck $\pi . \frac{\delta}{\lambda}(1-\vartheta)$, wo $\vartheta < 2\sin^2\pi\frac{\delta}{2\lambda}$ (s. Anm. a) ist und dividirt durch δ, so gelangt man zu der Gleichung

$$\frac{\delta - \delta'}{\delta} = \frac{4\alpha\pi}{\lambda}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a}{2\lambda}\right)\sin\pi\left(\frac{2x-a}{\lambda} + \frac{\delta}{\lambda}\right)(1-\vartheta) \qquad (14)$$

Aus den Gleichungen (6) findet man für den erst angeführten Quocienten den Werth

$$\frac{\delta - \delta'}{\delta} = 1 - \frac{d}{d'} \qquad (15)$$

Aus früher genannten Gründen lässt sich ohne weiteres Bedenken $\frac{\delta}{\lambda}$ dem zweiten Summanden in (14) nämlich $\frac{2x-a}{\lambda}$ gegenüber und $2\sin^2\frac{\pi}{2}\frac{\delta}{\lambda}$, daher um so mehr das noch kleinere ϑ als Subtrahend dem Minuend 1 in (14) gegenüber vernachlässigen, so dass aus (14) und (15) die Gleichung resultirt

$$1 - \frac{d}{d'} = \frac{4\alpha\pi}{\lambda}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a}{2\lambda}\right)\sin\pi . \frac{2x-a}{\lambda} \qquad (16)$$

Die in dem beliebig angenommenen Puncte M der stehenden longitudinalen Welle, der von dem Mittelpuncte der einen Wellencomponente den Abstand x hat, zu irgend einer Zeit t stattfindende Dichte d' ist somit durch die Gleichung

$$d' = \frac{d}{1 - \frac{4\alpha\pi}{\lambda}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a}{2\lambda}\right)\sin\pi . \frac{2x-a}{\lambda}} \qquad (17)$$

genau bestimmt.

Das Dichtenmaximum und Dichtenminimum findet zu jeder Zeit t der letzten Gleichung zufolge in jenen Puncten statt, für welche $\sin \pi . \frac{2x - a}{\lambda}$ den Werth $+ 1$ resp. $- 1$ hat und zwar ist dasselbe $d' = \frac{d}{1 \mp \frac{4 a \pi}{\lambda} \sin 2 \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{a}{2 \lambda} \right)}$

Die äussersten Dichtigkeitsgrenzen, welche nach (17) abwechselnd in Zeitpuncten, die um eine Oscillationsdauer abstehen, an diesen Stellen erreicht werden, sind:

$$d' = \frac{d}{1 - \frac{4 a \pi}{\lambda}} \text{ resp. } d' = \frac{d}{1 + \frac{4 a \pi}{\lambda}}$$

Dieselben liegen daher weiter auseinander, als bei einer fortschreitenden Welle.

Da für diese Puncte der Dichtigkeitsmaxima resp. Dichtigkeitsminima $\sin \pi . \frac{2x - a}{\lambda} = \pm 1$, daher $\cos \pi \frac{2x - a}{\lambda} = 0$ ist, so ist in diesen Puncten nach (12) zu jeder beliebigen Zeit $y = 0$ d. h. es sind dies die Schwingungsknoten. Trotzdem also diese Puncte der stehenden Welle stets in Ruhe bleiben, so ändert sich doch in denselben die Dichte am bedeutendsten, und zwar deshalb, weil die beiderseits liegenden Nachbartheilchen bald gleichzeitig gegen diese Puncte in entgegengesetzter Richtung hinschwingen, wodurch eine Dichtenzunahme entsteht, bald aber bei ihrer stets entgegengesetzt gerichteten Oscillation von denselben beiderseits sich entfernen und dadurch eine Dichtenabnahme erzeugen. Der Abstand zwischen einer Stelle des Dichtigkeitsmaximums und der des unmittelbar folgenden Dichtigkeitsminimums ist, aus ganz analogen Gründen, wie früher, einer halben Wellenlänge $\frac{\lambda}{2}$ gleich.

An jenen Stellen, für welche $\sin \pi . \frac{2x - a}{\lambda}$ den Werth 0 hat, ist nach (17) zu jeder beliebigen Zeit t $d' = d$ d. h. die Dichte bleibt an denselben trotz ihrer Schwingung stets constant. Da für diese Puncte $\cos \pi . \frac{2x - a}{\lambda} = \pm 1$ ist, so sind es nach (12) die Stellen der Schwingungsmaxima, an denen die constante Dichte stattfindet, was bei einer oberflächlichen Betrachtung widersprechend zu sein scheint, aber sofort einleuchtet, wenn man bedenkt, dass nicht nur diese Puncte, sondern auch ihre beiderseits liegenden Nachbarpuncte nahe mit derselben grössten Amplitude 2α schwingen, so dass der Abstand der Nachbarpuncte während der Schwingung, daher auch die Dichte kaum merklich sich ändert.

An einer bestimmten Stelle der Welle d. h. für ein bestimmtes x, findet während der Zeit der Schwingung der Gleichung (17) zufolge die Dichtenänderung stetig statt, aber nur innerhalb der Grenzen

$$\frac{d}{1-\frac{4\,a\,\pi}{\lambda}\sin\pi\,\frac{2\,x-a}{\lambda}} \text{ und } \frac{d}{1+\frac{4\,a\,\pi}{\lambda}\sin\pi\,\frac{2\,x-a}{\lambda}}$$

Die anderen Folgerungen aus der Gleichung (17) will ich übergehen, da sie sich mit Leichtigkeit aus derselben deduciren lassen.

F.

Neue elementare Herleitung der einfachen Schwingungsgesetze.*

Ist die Bewegung eines materiellen Punctes längs irgend einer Bahn eine gleichförmig verzögerte, wie dies z. B. stattfindet, wenn auf denselben eine constante Kraft wirkt, deren

---

* Die Kenntniss der einfachen Schwingungsgesetze ist für die Mittelschule meiner Ansicht nach von besonderer Wichtigkeit und zwar nicht nur wegen der äusserst fruchtbaren Anwendung, die diese Gesetze in allen Theilen der Wellenlehre finden, sondern auch, weil sich aus denselben, wie ich in einer früheren Abhandlung zeigte und wie dies auch in der Kritik zugegeben wurde, alle Schwingungsgesetze des einfachen Pendels, des zusammengesetzten Pendels, der Declinationsnadel, der Inclinationsnadel u. s. w. äusserst leicht und ungezwungen auf rein elementarem Wege deduciren lassen. Ich hatte mich aus diesem Grunde auch schon in einer elementaren Ableitung der einfachen Schwingungsgesetze versucht. Der erste Theil der letzteren fand eine günstige Beurtheilung in der Gymnasialzeitschrift (Jahrgang 1867 S. 733), am zweiten Theile rügte man aber den Umstand, dass er volle 4 Quartseiten in Anspruch nehme, und es wird in der Recension bezüglich des letzteren Theiles der „lebhafte Wunsch“ ausgesprochen, „dass es dem Verfasser bei einer ferneren Publication gelingen möge, diesen Deductionen den nöthigen Grad von Einfachheit und Uebersichtlichkeit zu verleihen.“ Diese Aufforderung bewog mich zur vorliegenden im zweiten Theile ganz umgeänderten Abhandlung.

Ein zweiter Beweggrund lag für mich darin, dass Dr. Wüllner in der neuesten Auflage seiner rühmlichst bekannten Experimentalphysik (Leipzig 1870) im I. Band S. 400 eine elementare Herleitung der Schwingungsgesetze für unmöglich erklärt, denn es heisst am besagten Orte wörtlich: „Wir müssen es uns versagen, die Ausdrücke $y = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$ und $v = a\frac{2\pi}{T}\cos 2\pi\frac{t}{T}$ aus der Gleichung $\varphi = -ky$ herzuleiten, da es nicht ohne Anwendung der Integralrechnung geschehen kann.“ Dies zur Motivirung dieser Abhandlung.

Richtung der Bewegungsrichtung desselben in jedem Puncte der Bahn gerade entgegengesetzt ist, so unterliegt diese, wenn v_0 die Geschwindigkeit zu Anfange der Zeit, g die Grösse der Retardation, v_1 die Endgeschwindigkeit nach der Zeit t und s die in der Zeit t durchlaufene Bahn vorstellt, bekanntlich folgenden Gesetzen:

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= v_0 - gt \\ s &= v_0 t - \frac{gt^2}{2} \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Durch Elimination des t aus den beiden Gleichungen ergibt sich

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gs} \tag{2}$$

Nimmt dagegen die Retardation während der Bewegung des Beweglichen von A_0, wo dieses die Geschwindigkeit v_0 besitze, bis A_1, wo die Geschwindigkeit entsprechend durch v_1 bezeichnet sei, beständig zu, so dass sie in A_0 ihren geringsten Werth g_0, in A_1 dagegen den grössten Werth g_1 besitzt, wie es z. B. der Fall ist, wenn die Intensität der obgenannten stets tangentiell und der Bewegungsrichtung entgegengesetzt wirkenden Kraft stetig wächst, — in welchem Falle dann g_0 und g_1 den absoluten Werth der Beschleunigung dieser entgegen wirkenden Kraft in den entsprechenden Puncten der Bahn bedeutet —, so ist leicht zu ersehen, dass das Bewegliche im Puncte A_1, wenn die Retardation während der Bewegung durch das Bahnstück $A_0 A_1 = \sigma$ ihren geringsten Werth g_0 constant bewahrt hätte, eine grössere Geschwindigkeit und zwar zufolge (2) die Geschwindigkeit $\sqrt{v_0^2 - 2g_0\sigma}$ haben würde, dass dagegen, wenn sich der grösste Werth der Retardation g_1 während der Bewegung durch das Bahnelement σ ungeändert erhalten hätte, das Bewegliche mit einer kleineren Geschwindigkeit, die zufolge (2) den Werth $\sqrt{v_0^2 - 2g_1\sigma}$ hätte, in A_1 angelangt wäre. Es ist somit

$$\sqrt{v_0^2 - 2g_0\sigma} > v_1 > \sqrt{v_0^2 - 2g_1\sigma}$$

Daraus ergibt sich

$$2g_0\sigma < v_0^2 - v_1^2 < 2g_1\sigma \tag{3}$$

Angenommen nun, ein materieller Punct bewege sich längs einer Curve und die Retardation der Bewegung in den einzelnen Puncten der Bahn sei proportional der Länge des Bahnstückes, das zwischen dem betreffenden Puncte und einem fixen Puncte O der Bahn gelegen ist. Es besteht dann, wenn die Retardation im Punkte M mit γ, die Bahnlänge OM mit x bezeichnet ist, die Relation:

$$\gamma = kx \tag{4}$$

wo k eine constante Zahl und zwar den constanten Exponenten des Verhältnisses zwischen der Retardation und der genannten Bahnlänge bedeutet.

Im Puncte A_0 der Bahn sei die Geschwindigkeit, wie früher mit v_0, die Bahnlänge OA_0 mit x_0 ebenso im Puncte A_n die Geschwindigkeit mit v_n, die Länge des Bahnstückes OA_n mit x_n bezeichnet; entsprechend sei auch die Bezeichnung in den anderen Puncten.

Das Bewegliche bewege sich von A_0 nach A_n.

Man theile die Bahn A_0A_n in n gleiche Theile, so dass

$$A_0A_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \ldots\ldots = A_{n-1}A_n = \sigma$$

$$\text{und } \sigma = \frac{x_n - x_0}{n} \text{ ist.} \tag{5}$$

Die Grösse der Retardation in den Puncten $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}, A_n$ ist nach (4) entsprechend durch $g_0 = kx_0$, $g_1 = k(x_0 + \sigma)$, $g_2 = k(x_0 + 2\sigma), \ldots g_{n-1} = k(x_0 + (n-1)\sigma), g_n = k(x_0 + n\sigma) = kx_n$ gegeben.

Da die früher angeführte Annahme, die der Relation (3) zu Grunde liegt, in diesem Falle statt hat, so findet die letztere hier ihre Anwendung, und es ist

$$\left.\begin{array}{l}
2kx_0\sigma < v_0{}^2 - v_1{}^2 < 2k(x_0 + \sigma)\sigma \\
2k(x_0 + \sigma)\sigma < v_1{}^2 - v_2{}^2 < 2k(x_0 + 2\sigma)\sigma \\
2k(x_0 + 2\sigma)\sigma < v_2{}^2 - v_3{}^2 < 2k(x_0 + 3\sigma)\sigma \\
\vdots \\
2k(x_0 + (n-1)\sigma) < v_{n-1}{}^2 - v_n{}^2 < 2k(x_0 + n\sigma)\sigma
\end{array}\right\} \tag{6}$$

Durch Summirung der arithmetischen Reihe rechter- und linkerseits ergibt sich:

$$2k\sigma \,.\, \frac{n}{2}\,[2x_0 + (n-1)\sigma] < v_0{}^2 - v_n{}^2 < 2k\sigma \,.\, \frac{n}{2}\,[2x_0 + (n+1)\sigma]$$

Nach Einführung des Werthes von σ aus (5) findet man

$$k(x_n{}^2 - x_0{}^2) - \frac{k(x_n - x_0)^2}{n} < v_0{}^2 - v_n{}^2 < k(x_n{}^2 - x_0{}^2) + \\ + \frac{k(x_n - x_0)^2}{n} \tag{7}$$

Wenn man daher zu der bestimmten Zahl $k(x_n{}^2 - x_0{}^2)$ den Werth $\frac{k(x_n - x_0)^2}{n}$, den man durch die freigestellte Wahl einer hinreichend grossen Anzahl n der Zwischenpuncte kleiner als jede beliebige noch so kleine Zahl machen kann, abzieht, erhält man schon etwas kleineres, durch die Zuzählung des letzteren schon etwas grösseres, als den bestimmten Werth $v_0{}^2 - v_n{}^2$. Dies kann offenbar nur in dem einen Falle stattfinden, wenn zwischen den beiden bestimmten Werthen geradezu die Gleichheit besteht. Es ist daher

$$v_0{}^2 - v_n{}^2 = k(x_n{}^2 - x_0{}^2) \tag{8}$$

Durch beständige Abnahme der Geschwindigkeit wird es endlich in einem Puncte B der Bahn dahin kommen, dass das

Bewegliche, wenigstens für einen Augenblick, zur Ruhe kömmt. Bezeichnet man die zugehörige Bahnlänge OB mit a, so ist wenn $x_n = a$ ist, für $v_n = 0$ zu setzen. Die Formel (8) wird dann

$$v_0^2 = k(a^2 - x_0^2)$$

oder da v_0 und x_0 sich auf jeden Punct in der Bahn OB beziehen kann, so ist, wenn v und x die allgemeinen zu einander gehörigen auf den laufenden Punct M bezüglichen Werthe darstellen,

$$v^2 = k(a^2 - x^2) \tag{9}$$

Den grössten Werth, den v während der Bewegung von O bis B, die bisher untersucht wurde, annehmen kann, findet dieser Formel zufolge statt für $x = 0$, d. h. wenn sich das Bewegliche in dem fixen Puncte O befindet. Bezeichnet man diesen grössten Geschwindigkeitswerth mit c, so lässt sich in (9) für v und x entsprechend c und O substituiren, daher ist

$$c^2 = ka^2 \tag{10}$$

Besteht die Ursache, die das Bewegliche nach dem fixen Puncte O hintreibt, noch fort, nachdem dasselbe im Puncte B zur Ruhe gekommen ist, ist es ferner genöthigt, wieder längs der Bahn OB sich zu bewegen und hat die aus begreiflichen Gründen nun statthabende Acceleration in den einzelnen Puncten der Bahn denselben Werth, den früher in diesen Puncten die Retardation hatte, kurz gibt $\gamma = kx$ jetzt den Werth der Acceleration an, so unterliegt die nun erfolgende beschleunigte Bewegung auch dem in (9) ausgesprochenen Gesetze, wie aus folgender Untersuchung klar wird.

Würde die Beschleunigung während der Bewegung von A^1 bis A_0 ungeändert dieselbe geblieben sein, so wäre

$$v_0 = v_1 + gt$$

$$s = v_1 t + \frac{gt^2}{2}$$

Eliminirt man t aus den beiden Gleichungen, so wird

$$v_0 = \sqrt{v_1^2 + 2gs} \tag{11}$$

Hat dagegen, wie es in der That der Fall ist, die Beschleunigung während der Bewegung von A_1 bis A_0 in A_1 ihr Maximum $g_1 = k(x_0 + \sigma)$, in A_0 dagegen ihr Minimum $g_0 = kx_0$, so ist die Geschwindigkeit v_0 grösser als jene, mit der das Bewegliche in A_0 angelangt wäre, wenn die Acceleration constant ihren Minimalwerth g_0 beibehalten hätte, daher zufolge (11) grösser als $\sqrt{v_1^2 + 2g_0\sigma}$, dagegen kleiner, als die dem Maximalwerthe der Acceleration entsprechende Geschwindigkeit $\sqrt{v_1^2 + 2g_1\sigma}$, daher

$$\sqrt{v_1^2 + 2g_0\sigma} < v_0 < \sqrt{v_1^2 + 2g_1\sigma}$$

woraus sich ergibt

$$2g_0\sigma < v_0^2 - v_1^2 < 2g_1\sigma \tag{12}$$

Die Identität der Formeln (12) und (3) lässt ohne weiteres die Giltigkeit der daraus abgeleiteten Relationen (6) und (9) auch für den vorliegenden Fall der Bewegung des Beweglichen von B bis O erkennen.

Es ist somit auch nun

$$v^2 = k(a^2 - x^2)$$

Für $x = O$ d. h. wenn das Bewegliche wiederum in O anlangt, wird $v^2 = ka^2$. Verglichen mit (10) lässt dies erkennen, dass das Bewegliche wieder mit derselben Geschwindigkeit in O anlangt, als es früher in demselben Puncte besessen hatte. Begreiflicherweise wird auch die Zeit, in der das Bewegliche von B bis O gelangt, weil der Geschwindigkeitswerth in den einzelnen Puncten dieser Bahn zufolge der letzteren Gleichung dem Geschwindigkeitswerthe gleichkömmt, den es in diesen Puncten während der anfänglichen Bewegung hatte, auch der zu dieser Bewegung von O bis B erforderlichen Zeit gleichkommen.

Das in O mit der Geschwindigkeit c anlangende Bewegliche verfolgt in Folge seiner Trägkeit seine Bewegung nach der anderen Seite von O hin. Hat nun, wie früher, die Retardation resp. die Acceleration in den entsprechenden Puncten der Bahn den durch (4) angegebenen Werth $\gamma = kx$, so erfolgt offenbar die Bewegung von O bis zu einem Puncte B' und von da zurück bis O, weil die Ursachen genau dieselben sind, genau auf dieselbe Weise, wie früher die Bewegung von O bis B und von B bis O, also auch nach den in (9) und (10) ausgesprochenen Gesetzen und es ist das Bahnstück $OB' = OB = a$.

Eine solche hin- und hergehende Bewegung nennt man bekanntlich eine schwingende Bewegung. Bezeichnet man die zu einer Schwingung d. i. die zur Bewegung des Beweglichen von O bis B, von da über O bis B' und von B' bis O erforderliche Zeit mit T, so ist die Zeit, während welcher die Bewegung von O bis B erfolgt, nach früher Gesagtem durch $\frac{T}{4}$ ausgedrückt. Die Zeit T führt den Namen Schwingungsdauer.

Zur besseren Characterisirung der einzelnen Phasen der schwingenden Bewegung legt man dem x und a einen negativen Werth bei, wenn das Bewegliche auf der linken Seite von O sich befindet, ebenso nimmt man v und c als negativ an, wenn die Bewegung nach links vor sich geht und zwar unbeschadet der allgemeinen Giltigkeit der Gleichungen (9) und (10), da die genannten Grössen in denselben in der zweiten Potenz vorkommen.

Dividirt man die letztgenannten Gleichungen (9) und (10) durch einander, so ist

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{x^2}{a^2} \tag{13}$$

Da x dem absoluten Werthe nach stets kleiner ist als a, so kann man $\frac{x}{a}$ dem Sinus eines Hilfswinkels φ gleichsetzen, so dass dann

$$x = a \sin \varphi \tag{14}$$

Die Gleichung (13) nimmt dann die Form an

$$v = c \cos \varphi \tag{15}$$

Um statt des Hilfswinkels in den beiden letzten Formeln die Zeit einzuführen, in der das Bewegliche von O aus zu dem betreffenden Puncte der Bahn gelangt, dazu diene die folgende Untersuchung.

Als Ausgangspunct für die Zeitmessung diene jener Augenblick, in welchem das Bewegliche eben durch O hindurchschwingt, d. h. es gehöre zum Werthe $x = 0$ die Zeit $t = 0$. Jeder Zeit t entspricht, da die schwingende Bewegung in einer durch die Gleichung (13) vollkommen bestimmter Weise vor sich gehen muss, auch ein genau bestimmter Werth des x und diesem wieder ein bestimmter aus (14) berechenbarer Werth des Hilfswinkels φ und zwar wenn t von 0 an allmälich bis $\frac{T}{4}$ zunimmt, so wächst auch x nach früher Gesagtem von 0 bis auf a, somit φ der Gleichung (14) zufolge von 0 auf $\frac{\pi}{2}$.

Man kann sich daher einen Hilfskörper denken, der sich etwa in einer Kreisbahn, deren Radius 1 ist, von einem Puncte C bis zu einem um einen Quadranten weiter entfernten Puncte D derart bewegt, dass er zur Zeit 0 in C sich befindet und während der besagten Zeit t einen Bogen CN beschreibt, der dem aus (14) berechneten Werthe des φ gleichkömmt, so dass $CN = \varphi$ ist. Die Bewegung des Hilfskörpers ist dann eine gleichfalls determinirte.

Während des der Zeit t unmittelbar folgenden Zeitelementes τ bewege sich der schwingende Punct in seiner Bahn von M nach M', der Hilfskörper von N nach N'; OM' sei mit x', CN' mit φ' bezeichnet. Der Gleichung (14) zufolge ist dann

$$x' = a \sin \varphi' \tag{16}$$

Die mittlere Geschwindigkeit (s. Anm. b) des schwingenden Punctes während des Zeittheilchens τ sei mit v', die des Hilfskörpers mit ν bezeichnet. Unter diese Voraussetzung ist

$$\left.\begin{aligned} v' &= \frac{MM'}{\tau} = \frac{OM' - OM}{\tau} = \frac{x' - x}{\tau} \\ \nu &= \frac{NN'}{\tau} = \frac{CN' - CN}{\tau} = \frac{\varphi' - \varphi}{\tau} \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Anm. b) Bewegt sich ein Körper längs einer Bahn in der Zeit τ von einem gewissen Puncte M nach einem Puncte M' mit variabler

Durch Subtraction der Gleichungen (16) und (14) ergibt sich

$$x' - x = a[\sin\varphi' - \sin\varphi] = 2a\cos\frac{\varphi'+\varphi}{2}\sin\frac{\varphi'-\varphi}{2}$$

Da aber nach Anm. a) $\sin\frac{\varphi'-\varphi}{2} = (1-\vartheta)\cdot\frac{\varphi'-\varphi}{2}$ und $\vartheta < 2\sin^2\frac{\varphi'-\varphi}{4}$ ist, so besteht die Gleichung

$$x' - x = 2a\cos\frac{\varphi'+\varphi}{2}\cdot\frac{\varphi'-\varphi}{2}\cdot(1-\vartheta)$$

Substituirt man in die letztere Gleichung die aus (17) gefundenen Werthe $x'-x = v'\tau$, $\varphi'-\varphi = \nu\tau$, dividirt durch τ, und setzt statt $\frac{\varphi'+\varphi}{2}$ den gleichwerthigen Ausdruck $\varphi + \frac{\varphi'-\varphi}{2}$ ein, so findet man

$$v' = a\nu(1-\vartheta)\cdot\cos\left(\varphi + \frac{\varphi'-\varphi}{2}\right) \qquad (18)$$

Je kleiner τ angenommen wird, desto mehr nähert sich einerseits die mittlere Geschwindigkeit v' dem wahren Geschwindigkeitswerthe, die der schwingende Punct in M hat, nämlich dem Werthe v an, anderseits nähert sich $N'N = \varphi' - \varphi$, daher auch $2\sin^2\frac{\varphi'-\varphi}{4}$ und umsomehr das noch kleinere ϑ immer mehr der Null, so dass, wenn man auf den Grenzwerth selbst übergeht, die Gleichung (18) lautet:

$$v = a\nu\cos\varphi \qquad (19)$$

in der auch ν die Geschwindigkeit des Hilfskörpers im Puncte N bedeutet.

Da aber nach (15) $v = c\cos\varphi$ ist, so ist

$$c\cos\varphi = a\nu\cos\varphi, \text{ daher}$$

$$c = a\nu \text{ und } \nu = \frac{c}{a} \qquad (20)$$

Die Geschwindigkeit des Hilfskörpers hat somit den constanten Werth $\frac{c}{a}$, die Bewegung desselben ist eine gleichförmige.

Geschwindigkeit, so versteht man unter mittlerer Geschwindigkeit v jene, mit welcher sich der Körper gleichförmig bewegen müsste, um während derselben Zeit τ dieselbe Bahnstrecke $MM' = \sigma$ zurückzulegen, so dass $\sigma = v\,.\,\tau$ daher $v = \frac{\sigma}{\tau}$ ist. Nimmt die wirkliche Geschwindigkeit während dieser Bewegung beständig zu oder beständig ab, wie es für ein hinreichend klein angenommenes τ stets der Fall ist, so liegt offenbar der Werth der mittleren Geschwindigkeit zwischen dem Anfangs- und Endwerthe der thatsächlichen Geschwindigkeit.

Bei einer gleichförmigen Bewegung ist aber der in der Zeit t zurückgelegte Weg φ das Product aus der Geschwindigkeit und Zeit, daher

$$\varphi = v \,.\, t = \frac{c}{a} \,.\, t \tag{21}$$

Für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ wird zufolge (14) und (15) $x = a$, $c = 0$, das Bewegliche vollendet den 4. Theil der Schwingung; die dazu erforderliche Zeit ist früher Gesagtem zufolge $\frac{T}{4}$.

Durch Substitution von $\varphi = \frac{\pi}{2}$ und $t = \frac{T}{4}$ in die Gleichung (21) lässt sich aus derselben die Gleichung herleiten

$$c = a \frac{2\pi}{T} \tag{22}$$

Die Gleichung (21) lässt sich daher auch in folgender Form darstellen:

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} t \tag{23}$$

Die Gleichungen (14) und (15) nehmen dann die gewöhnlich angewendete Form an:

$$\left.\begin{aligned} x &= a \sin \frac{2\pi}{T} t \\ v &= a \frac{2\pi}{T} \cos \frac{2\pi}{T} t \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

Diese letztangeführten Gleichungen in Verbindung mit den in (10) und (22) ausgedrückten Relationen

$$\left.\begin{aligned} c &= a \frac{2\pi}{T} \\ c^2 &= ka^2 \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

und der aus diesen hergeleiteten Relation

$$k = \frac{4\pi^2}{T^2} \tag{26}$$

repräsentiren somit eine schwingende Bewegung, der die durch (4) ausgesprochene Annahme $\gamma = kx$ zu Grunde liegt.

II.

Directe Deduction der Begriffe

der

algebraischen und arithmetischen Grundoperationen aus dem Grössen- und Zahlenbegriffe.*

Von Prof. Jos. Finger.

A. Grösse. Zahl.

§. 1. Es gibt erfahrungsmässig Gegenstände der äusseren, wie auch der inneren Wahrnehmung, die sich in Gruppen zusammenfassen lassen, deren jede durch folgende Eigenschaften characterisirt ist:

1. Sind a und a' irgend beliebige, doch bestimmte Gegenstände derselben Gruppe, so findet zwischen denselben sicher eines, aber auch nur Eines von folgenden Verhältnissen statt: Entweder α) es kann a in einer gewissen für alle Gegenstände dieser Gruppe massgebenden

---

* Die Begriffsbestimmungen der Grundrechnungsoperationen, die in allen unseren mathematischen Lehrbüchern Eingang gefunden haben, leiden an manchen nicht unerheblichen Mängeln. Ich will dies beispielshalber an der Definition des Multiplicirens zeigen. Bekanntlich gibt es im Allgemeinen 2 Wege, von denen bald der eine, bald der andere, eingeschlagen wird. Entweder man sagt: „Multipliciren heisst aus dem Multiplicand eine Zahl so entstehen lassen, wie der Multiplicator aus der Einheit entstanden ist;" oder man definirt zuerst das Multipliciren mit einer ganzen Zahl als wiederholtes Addiren, stellt dann eine neue Definition für das Multipliciren mit einem Bruche auf, und sieht sich dann, wenn man überhaupt wissenschaftliche Vollständigkeit erstrebt, genöthigt, noch eine dritte Definition für das Multipliciren mit einer irrationalen Zahl aufzustellen. Im ersteren Falle leidet die Definition zunächst, wie mir wohl jeder zugeben wird, an dem Fehler der Unbestimmtheit, denn gar manche Zahlen können aus der Einheit auf mannigfache Art entstehend gedacht werden und wendet man diese verschiedenen Entstehungsarten auf den Multiplicand an, so gelangt man auch zu verschiedenen Resultaten. Zweitens trägt diese Definition entschieden das Gepräge des Gekünstelten, Unnatürlichen, Zufälligen an sich; wie ein Zauber erscheint sie plötzlich vor dem staunenden Blicke des wissbegierigen Jüngers der mathematischen

Beziehung A durch a' vollkommen ersetzt werden, und umgekehrt, ohne dass dann durch diese Substituirung eine Verschiedenheit in der Beziehung A sich ergibt — in diesem Falle heissen a und a' in der Beziehung A *gleich* und das Stattfinden dieses Umstandes wird durch das Schriftzeichen $a = b$ ausgedrückt, welcher letztere Ausdruck der Gleichheit den Namen „Gleichung" führt — oder β) einer, aber auch nur Einer der Gegenstände a und a', etwa a, ist in der besagten Beziehung A ersetzbar durch eine in bestimmter, gleichfalls für alle Gegenstände derselben Gruppe massgebender Art und Weise B vorgenommene Verbindung des anderen Gegenstandes a' mit einem oder mehreren anderen Gegenständen a'', a''' u. s. w. derselben Gruppe — in diesem Falle heisst a das Ganze und die in die Verbindung eingehenden Gegenstände a', a'', a''' etc. heissen „Theile des ersteren" oder „Theile, aus denen a besteht." Statt zu sagen: „a sei das Ganze, b aber ein Theil desselben," bedient man sich auch eines der Ausdrücke „a ist grösser als b", „b ist kleiner als a" und deutet dies in der Schrift durch eines der Zeichen: $a > b$, $b < a$ an.

2. Die Ordnung, in welcher im letztbesprochenen Falle die Theile a', a'', a''' etc. verbunden werden, nimmt auf die Ersetz-

Wissenschaft, der, ein wahrer Zauberlehrling, den mystischen Grund ihrer Existenz und ihren nach Art des delphischen Orakelspruches vieldeutigen Sinn nicht zu begreifen vermag, und mit gläubig frommer Scheu diese geheimnissvolle Zauberformel nachzusagen lernt. Meiner Ansicht nach muss sich jeder Satz der Mathematik, umsomehr ein solcher, der eines der Fundamente ist, auf die sich das ganze Lehrgebäude stützt, auf eine natürliche, ungezwungene Weise mit Nothwendigkeit aus dem inneren Wesen der beiden mathematischen Grundbegriffe, nämlich des Grössen- und Zahlenbegriffes ergeben, sonst hat er keinen Grund der Berechtigung für sich.

Der zweite obangedeutete Weg dagegen hat, da er von 3 Definitionen ausgeht und man genöthigt ist, die ganze Reihe der Lehrsätze über das Product zunächst für ganze Multiplicatoren auf Grund der ersten, dann dieselbe Reihe für gebrochene auf Grund der zweiten, schliesslich für irrationale Multiplicatoren auf Grund der dritten Definition nachzuweisen, abgesehen von den anderen Fehlern, zum Mindesten den Fehler an sich, dass er entschieden zu umständlich, zu weit sei.

Ein weiterer zu rügender Mangel ist der, dass man in den meisten Lehrbüchern die Rechnungsoperationen mit Grössen von den Zahlenoperationen entweder gar nicht oder nicht hinreichend unterscheidet, zumeist nur die letzteren behandelt, und in Folge dessen in dem Schüler bei dem Studium der angewandten mathematischen Disciplinen, wo er mit Grössen zu rechnen genöthigt ist, eine heillose Begriffsverwirrung erzeugt, wie ich dies in besonderem Masse als Lehrer der Physik zu bemerken leider nur zu oft Gelegenheit hatte.

barkeit des Gegenstandes a durch die so erhaltene Verbindung keinen Einfluss, so dass man diese Ordnung, ohne der Ersatzbarkeit „im Sinne A" den mindesten Eintrag zu thun, beliebig ändern kann.

3. Ist ein Gegenstand a grösser, als ein anderer Gegenstand a' derselben Gruppe, so kann man durch die „in der Art B" vorgenommene Verbindung mehrerer dem a' gleichen Gegenstände endlich einen Gegenstand erhalten, der grösser als a ist.

§. 2. Gegenstände, denen die im §. 1 unter 1, 2, 3 angeführten Eigenschaften zukommen, heissen überhaupt Grössen.

Alle Grössen derselben Gruppe bilden eine „Grössenart" und heissen unter einander „gleichartig" (nämlich gleichartig in der für alle Grössen dieser Gruppe massgebenden Beziehung A).

Theil und Ganzes sind daher stets gleichartige Grössen.

§. 3. Bei der Einführung einer Grössenart muss vor Allem sowohl die früher durch A angedeutete Beziehung, in welcher die Ersetzbarkeit stattfinden soll, als auch die durch B angedeutete Art der Verbindung genau bestimmt werden, da diese beiden Umstände für die Deutung der beiden Grundbegriffe der Grössenlehre, des Begriffes der Gleichheit und des Theils, von wesentlicher Bedeutung sind. Der Begriff der Gleichheit schliesst wohl

---

Zum Schlusse will ich noch der allen Fachmännern wohl bekannten, eigenthümlichen, unsicheren Rolle Erwähnung thun, die „das Verhältniss" in den meisten unserer Lehrbücher spielen muss, indem man die Lehre von demselben in keinen Zusammenhang mit dem ganzen System zu bringen vermag. Dieser Uebelstand hat seinen Grund gleichfalls in einer mangelhaften Erklärung der Grundoperationen.

Ich will nun in dieser Abhandlung bestrebt sein, zu zeigen, wie man diesen Uebelständen unserer Lehrbücher etwa möglichst begegnen könnte. Zugleich soll aber diese Abhandlung einen zweiten mit dem letzteren eng verknüpften Zweck verfolgen. Die Einleitung in die Algebra ist in unseren Lehrbüchern, wie mir wohl die meisten Fachcollegen zugeben dürften, derart, dass sie weder den Schüler, noch den Lehrer befriedigt. Der Grund hievon liegt lediglich in der Menge schwülstiger, vieldeutiger Erklärungen, die dem Schüler ganz unverständlich sind, und ich möchte fast sagen, oft auch dem Verfasser selbst nicht deutlich sind. Das Odiose, das für viele Lehrer die Einleitung in die Algebra nach ihrem eigenen Geständnisse hat, und die Hast, mit welcher sie über diese Achillesferse der meisten Lehrbücher hinwegzukommen suchen, dürfte darin ihre Erklärung finden.

Gerade die Einleitung soll dem Schüler, um ihm gleich Anfangs nicht die Lust für den Gegenstand zu benehmen, möglichst verständlich sein und ihm durch Anleitung zum selbstständigen Denken Vergnügen gewähren. Diese Abhandlung mag nun neben ihrem ersten Zwecke als Versuch einer solchen Einleitung in die Algebra gelten und als solcher auch beurtheilt werden.

die Ersetzbarkeit im Sinne A in sich, keineswegs aber involvirt derselbe die Ersetzbarkeit in einer anderen Beziehung.

Ein Beispiel, etwa aus der Physik, soll das Gesagte klar machen.

„Kräfte" als Ursachen der Aenderung des Bewegungszustandes eines Körpers können als Grössen behandelt werden und zwar bilden sie eine Grössenart, denn es kommen ihnen die im §. 1 bedungenen Eigenschaften zu. Es können nämlich entweder α) zwei Kräfte z. B. eine Schwerkraft Q und eine electrische Kraft E), wenn sie einzeln auf denselben, in demselben Zustande befindlichen, Körper einwirken, in gleichen Zeiten dieselben Bewegungszustände (Beschleunigung, Geschwindigkeit etc.) hervorbringen, in welchem Falle sie also bezüglich ihrer dynamischen Wirkung — dies ist die in früherem mit A bezeichnete Beziehung — wechselseitig ersetzbar und daher gleich sind ($Q = E$) oder β) es kann die dynamische Wirkung einer Kraft, etwa der Schwerkraft Q hervorgebracht werden durch mehrere andere etwa electrische Kräfte, E, E', E'', welche alle auf denselben Angriffspunct desselben Körpers nach derselben Richtung gleichzeitig — dies ist die im früheren durch B angedeutete Art der Verbindung — einwirken, in welch' letzterem Falle die electrischen Kräfte E, E', E'' Theile der Schwerkraft Q heissen. Dass auch die im §. 1 unter 2 und 3 angeführten Eigenschaften bei Kräften stattfinden, ist klar. Die in diesem Beispiele unter α vom Standpuncte der Grössenlehre als gleich bezeichneten Kräfte, nämlich die Schwerkraft Q und die electrische Kraft E sind wohl ersetzbar bezüglich ihrer dynamischen Wirkung, aber bekanntlich nicht bezüglich ihrer anderen Wirkungen.

So bilden auch Linien, Flächen, Räume, Zeiten, Winkel, electrische Leitungswiderstände, Stromintensitäten, Lichtstärken u. s. w. je eine Grössenart.

§. 4. Sind a und a' beliebige Grössen derselben Art, so besteht nach §. 1 zwischen denselben nothwendigerweise eine, aber auch nur Eine von folgenden 3 Beziehungen: $a = a'$, $a > a'$, $a < a'$.

Die beiden letzteren Beziehungen, denen blos der Theilbegriff zur Grundlage dient, sind jedoch noch zu unbestimmt, so dass ihre Kenntniss allein nicht gestattet, aus der einen der Grössen a und a' die andere derselben erschliessen zu lassen. Doch muss es, da die beiden Grössen a und a' bestimmt sind, auch in diesen beiden Fällen eine vollkommen bestimmte Beziehung zwischen denselben geben. Zu derselben gelangt man, wenn man in diesen beiden Fällen bei der Vergleichung der Grössen a und a' neben dem Theilbegriffe auch noch den zweiten Grundbegriff der Grössenlehre, den der Gleichheit zur Anwendung bringt.

§. 5. Diese blos aus den beiden Grundbegriffen der Grössenlehre abgeleitete Beziehung zwischen 2 gleichartigen Grössen, die derart bestimmt ist, dass durch dieselbe und die eine der Grössen die andere Grösse oder eine der letzteren gleiche mitbestimmt ist, heisst „Zahl“ überhaupt. Zahl ist daher ein als Resultat einer geistigen Thätigkeit, nämlich der vom denkenden Subjecte vorgenommenen Vergleichung einer Grösse a mit einer gleichartigen Grösse a' im Geiste sich bildender blosser Begriff. Dieser Vergleichung muss immer eine der beiden Grössen etwa a' zu Grunde gelegt werden und zwar werden meist alle Grössen derselben Art mit einer sich stets gleichbleibenden a' verglichen. Diese Grösse führt den Namen „Einheit“ oder „Masseinheit“ der besagten Grössenart. Den bestimmten Begriff der Beziehung der Grösse a zur Masseinheit a' auf Grund des blossen Gleichheits- und Theilbegriffes bestimmen (s. §. 6), heisst „die Grösse a durch die Einheit a' messen.“ Die durch das Messen sich ergebende Zahl heisst auch im besonderen „Masszahl der Grösse a bezogen auf die Einheit a'.

§. 6. Bei der besagten auf Grund des Gleichheits- und Theilbegriffes durchgeführten Vergleichung der zu messenden Grösse a mit der Einheit a' muss sich offenbar einer von folgenden Fällen ergeben:

a) Es ist die Grösse a der Einheit a' gleich. In diesem Falle wird die Masszahl der Grösse a mit 1 bezeichnet.

b) Es kann a aus Theilen, die durchwegs der Einheit a' gleich sind, bestehend gedacht werden. Die Masszahl wird dann durch eines der bekannten Zeichen 2, 3, 4, 5 u. s. w. bezeichnet, wo der Uebergang von einem dieser Zeichen auf das in der Reihe folgende das Eingehen eines weiteren dem a' gleichen Theiles in die dem a gleiche Verbindung andeutet. Im Falle a) und b) heisst die Masszahl eine „ganze“ Zahl.

Erkl. α) Kann man sich eine Grösse a aus lauter einer zweiten Grösse a' gleichen Theilen bestehend denken, so nennt man die Grösse a' ein „Mass“ oder einen „aliquoten Theil“ der Grösse a, letztere dagegen ein Vielfaches der ersteren.

Erkl. β) Besteht eine Grösse a aus mehreren Theilen, so führt jene ganze Zahl, welche die Masszahl der ersteren Grösse wäre, wenn die letzteren Theile durchwegs unter einander gleich wären und man einen dieser Theile zur Einheit nehmen würde, den Namen: Anzahl der Theile der Grösse a.

c) Es besteht umgekehrt die Einheit a' aus lauter der Grösse a gleichen Theilen, so dass nach der Erkl. α) a ein aliquoter Theil der Einheit a' ist. Ist in diesem Falle die Anzahl dieser Theile, die nach Erkl. β) eine ganze Zahl ist, die Zahl n, so wird die Masszahl der Grösse a im Falle c) durch $\frac{1}{n}$ bezeichnet. Die Grösse a heisst dann auch „der $n$te Theil“ der Grösse a'.

d) Sowohl die Grösse a, als die Einheit a' kann man sich aus lauter unter sich gleichen Theilen bestehend denken, so zwar, dass auch die Theile der Grösse a den Theilen der Einheit a' gleich sind. Ist die Anzahl der so bestimmten Theile der Grösse a die ganze Zahl m, die Anzahl der Theile der Einheit die ganze Zahl n, so wird die Masszahl der Grösse a — bezogen auf die Einheit a' — durch das Zeichen $\frac{m}{n}$ bezeichnet. Im Falle *d*) und *c*) heisst die Masszahl $\frac{m}{n}$ resp. $\frac{1}{n}$ eine „gebrochene Zahl" oder ein „Bruch"; die Zahl m resp. 1, also im Allgemeinen die Anzahl der Theile der zu messenden Grösse heisst „Zähler", die Anzahl n der Theile der Einheit heisst „Nenner" des Bruches. Es bedarf wohl keines weiteren Nachweises, dass, wenn in den Fällen *c*) und *d*) a die Einheit wäre, die Masszahl der Grösse a' die Zahl n resp. $\frac{n}{m}$ sein müsste.

Findet zwischen 2 Grössen a und a' einer von den in *a*) — *d*) erörterten Beziehungen statt, so heissen die Grössen a und a' commensurabel und die zwischen denselben stattfindende Beziehung die durch eine ganze oder eine gebrochene Zahl ausgedrückt ist, heisst „rational". Ganze und gebrochene Zahlen heissen daher „rationale" Zahlen.

e) Findet keiner der bisher erörterten Fälle statt, so heisst die Masszahl eine „irrationale" Zahl und die Grössen a und a' heissen incommensurabel.

§. 7. Sind durch r und r' die Masszahlen der beliebigen gleichartigen Grössen a resp. a' — bezogen auf dieselbe Masseinheit — bezeichnet, so heissen die Zahlen r und r' „gleich", wenn die Grössen a und a' gleich sind, was auch hier durch das Schriftzeichen $r = r'$ angedeutet wird; ist dagegen die Grösse a grösser, resp. kleiner als die Grösse a', so heisst auch die Zahl r „grösser", resp. „kleiner" als die Zahl r' und das Stattfinden dieser Bedingung findet auch hier seinen Ausdruck durch das Zeichen $r > r'$ resp. $r < r'$. Ist die eine Grösse etwa a' ein aliquoter Theil der anderen a, so heisst auch die Zahl r' „ein aliquoter Theil oder ein Mass" der Zahl r, und r „ein Vielfaches" der Zahl r'. Die Zahlen r und r' heissen commensurabel, wenn die Grössen a und a' selbst commensurabel sind, im entgegengesetzten Falle heissen die Zahlen r und r' incommensurabel.

Es ist nach dem Gesagten einleuchtend, dass zwei als gleich bezeichnete Zahlen strenggenommen eine und dieselbe Zahl, nur vielleicht mit verschiedener Bezeichnung sind.

Als unmittelbare Folgerung des in diesem §. Gesagten und des §. 4 ergibt sich auch, dass zwischen 2 beliebigen Zahlen r und r' nothwendig eine, aber auch nur Eine von folgenden 3 Beziehungen stattfinden müsse: $r = r'$, $r > r'$, $r < r'$.

§. 8. Das Verfahren, mittelst dessen man aus gewissen gegebenen Grössen oder Zahlen andere auf eine gewisse Art mit denselben innig zusammenhängende Grössen oder Zahlen bestimmt, heisst eine „Rechnungsoperation“ und eine Rechnungsoperation zur Anwendung bringen, heisst „rechnen“. Die Rechnungsoperation heisst eine „algebraische“, wenn die gegebenen Elemente durchwegs oder zum Theil Grössen sind, eine „arithmethische“, wenn dieselben durchwegs Zahlen sind. Die unmittelbar aus dem Grössen- und Zahlenbegriffe sich mit Nothwendigkeit ergebenden Rechnungsoperationen heissen „Grundoperationen“.

B. Algebraische Grundoperationen.

§. 9. Die Grundlage des Grössenbegriffes ist nach §. 1 der Begriff des Theiles. Es ergeben sich daher unmittelbar **aus dem Grössenbegriffe** folgende Grundoperationen:

§. 10. I. Bestimmung einer Grösse a aus den gegebenen Theilen derselben a', a''. Diese Rechnungsoperation heisst „Addition“ der gegebenen Grössen a' a'', die gegebenen Theile führen den Namen „Summanden oder Addenden“, das gesuchte Ganze a heisst „Summe“. Die Summe wird auch durch die mittelst des Zeichens $+$ verbundenen Summanden ausgedrückt, so dass das Zeichen $a' + a''$ gleichfalls die Grösse a darstellt, somit die Gleichung $a = a' + a''$ stattfindet.

§. 11. II. Bestimmung eines Theiles a' einer Grösse a, wenn die letztere und der andere Theil derselben a'' gegeben ist. Diese Operation heisst die „Subtraction“ der Grösse a'' von der Grösse a; das gegebene Ganze a heisst „Minuend“, der gegebene Theil a'' „Subtrahend“, der gesuchte zweite Theil a' „Differenz, Unterschied oder Rest“. Zur Bezeichnung der Differenz dient auch das Zeichen $a - a''$, so dass die Gleichung $a' = a - a''$ statt hat.

§. 12. Als unmittelbare Folgerung der beiden letzten Paragraphe ergeben sich die beiden Lehrsätze: Jeder Summand einer zweitheiligen Summe ist der Differenz aus der Summe und dem zweiten Summanden gleich; der Minuend ist die Summe aus der Differenz und dem Subtrahend.

§. 13. Da es nach §. 1 völlig gleichgiltig ist, in welcher Ordnung 2 Theile zu einem Ganzen vereiniget werden, alle Theile also in jeder Beziehung vollkommen aequiparent sind, so kann sich die Rechnungsoperation, durch welche der zweite Theil a'' bestimmt wird, wenn ausser der Grösse a der erste Theil a' gegeben ist, von der des §. 11 in ihrer Wesenheit nicht im mindesten unterschieden, so dass auch $a'' = a - a'$ ist.

§. 14. Der Begriff der Zahl r setzt nach §. 5 eine Grösse a, deren Mehrzahl die erstere Zahl ist, und eine der Grösse a gleichartige Masseinheit a' voraus. **Aus dem Zahlenbegriffe** ergeben sich daher unmittelbar folgende weitere algebraische Grundoperationen:

§. 15. III. Bestimmung der gemessenen Grösse a, wenn die Masseinheit a' und die Masszahl r der zu suchenden Grösse a — bezogen auf die letztere Einheit — bekannt sind. Diese Rechnungsoperation führt den Namen „Multiplication der Grösse a' mit der Zahl r", die gegebene Einheit a' heisst „Multiplicand", die gegebene Masszahl r „Multiplicator", die gesuchte Grösse a heisst „Product". Zur Bezeichnung des Productes mittelst der gegebenen Elemente dient eines der Zeichen: $a'.r$, $a' \times r$, $a'r$, wesshalb $a = a'.r = a' \times r = a'r$ ist. Multiplicand und Multiplicator führen den gemeinschaftlichen Namen „Factoren".

§. 16. IV. Bestimmung der Masseinheit a', wenn die gemessene Grösse a und die Masszahl r der letzteren — bezogen auf die erstere als Einheit — bekannt sind. Diese Rechnungsoperation heisst die „Division der Grösse a durch die Zahl r"; die gegebene Grösse a heisst „Dividend", die gegebene Masszahl „Divisor", die gesuchte Einheit a' „Quotient". Will man den Quotienten a' mittelst des gegebenen Dividends a und Divisors r bezeichnen, so gebraucht man das Zeichen $a:r$, so dass die Gleichung besteht: $a' = a:r$.

§. 17. Aus den beiden letzteren Paragraphen lassen sich unmittelbar folgende Lehrsätze folgern: Der Dividend ist das Product aus dem Quotienten und dem Divisor; der Multiplicand ist dem Quotienten aus dem Producte und dem Multiplicator gleich.

§. 18. V. Bestimmung der Masszahl r, wenn die Grösse a und die Masseinheit a' gegeben sind. Diese Operation, die in früherem „Messen der Grösse a durch die Einheit a'" genannt wurde, führt auch den Namen „Bestimmung des Verhältnisses der Grösse a zur Grösse a'"; die zu messende Grösse a heisst dann „Vorderglied", die Masseinheit a' das „Hinterglied" oder „Nachglied", die gesuchte Masszahl r heisst das „Verhältniss" oder der „Verhältnissexponent". Zur Bezeichnung des letzteren durch die gegebenen Grössen bedient man sich gewöhnlich des Zeichens $a:a'$. Um jedoch das Verhältniss vom Quotienten auch in der Schrift zu unterscheiden, was bei Grössenoperationen unumgänglich nothwendig ist, soll im folgenden für das Verhältniss das Zeichen $\overline{a:a'}$ zur Anwendung kommen, so dass $\overline{a:a'} = r$ ist.

§. 19. Als Corrolaria der §§. 15, 16, 18 ergeben sich unmittelbar die Sätze: Der Multiplicator ist das Verhältniss des Productes zum Multiplicand, der Divisor ist das Verhältniss des Dividends zum Quotienten, das Vorderglied eines Verhältnisses ist das Product aus dem Nachgliede und dem Exponenten, das Nachglied eines Verhältnisses ist der Quotient aus dem Vordergliede und dem Exponenten.

§. 20. Aus dieser Durchführung ist zu ersehen, dass sich aus dem Grössen- und Zahlenbegriffe unmittelbar nicht mehr und nicht weniger als 5 von einander durchwegs verschiedene algebraische Grundoperationen ergeben. Dem Grössenverhältnisse ist auch sein ebenbürtiger Platz unter den Grundoperationen völlig gesichert.

C. Arithmetische Grundoperationen.

§. 21. Die arithmetischen Grundoperationen ergeben sich einzeln unmittelbar auf natürlichem Wege aus den, den gleichen Namen führenden, algebraischen, wenn man die bei der Begriffsbestimmung der letzteren in Betrachtung gezogenen Grössen a, a', a'' durch ihre bezüglichen Masszahlen p, p', p'' ersetzt denkt, den einfachsten Fall vorausgesetzt, dass alle diese Grössen a, a', a'' durch dieselbe Einheit α ausgemessen worden sind.

Die Art der schriftlichen Bezeichnung des Resultates einer jeden Operation mittelst der gegebenen Elemente ist der bei der entsprechenden algebraischen Grundoperation angewendeten gleich, wie auch die gegebenen Elemente und das Resultat einer jeden einzelnen arithmetischen Grundoperation p, p', p'' denselben Namen führen, wie das entsprechende Element resp. Resultat der gleichnamigen algebraischen, nämlich wie jene Grösse a, resp. a', resp. a'', der die zu benennende Zahl p, resp. p', resp. p'' als Masszahl entspricht. Aus dem eben Gesagten und den früheren Begriffen der algebraischen Grundoperationen ergeben sich daher folgende Begriffsbestimmungen für die 5 arithmetischen Grundoperationen:

§. 22. I. Gegebene Zahlen p', p'' addiren heisst aus den gegebenen Masszahlen p', p'' der Theile a', a'' einer Grösse a die Masszahl p der letzteren bestimmen, vorausgesetzt dass sich alle Masszahlen auf dieselbe Einheit α beziehen. Nach früher Gesagtem ist auch hier $p = p' + p''$.

§. 23. Die Masszahl einer beliebigen Grössensumme $a' + a''$ ist daher die Zahlensumme $p' + p''$, wenn p' und p'' die resp. Masszahlen der Grössensummanden sind und alle Masszahlen sich auf dieselbe Einheit beziehen.

§. 24. II. Aus der gegebenen Masszahl p einer Grösse a und der Masszahl p' ihres einen Theiles a' die Masszahl p'' ihres zweiten Theiles a'' bestimmen, — vorausgesetzt, dass sich alle Masszahlen auf dieselbe Einheit α beziehen — heisst die Zahl p' (Subtrahend) von der Zahl p (Minuend) subtrahiren. Da der Rest p'' nach früherem auch durch $p-p'$ bezeichnet wird, so ist $p'' = p - p'$.

§. 25. Die Masszahl einer beliebigen Grössendifferenz $a - a'$ ist daher die Zahlendifferenz $p-p'$, wenn der Zahlenminuend p die Masszahl des Grössenminuenden a und der Zahlensubtrahend p' die Masszahl des Grössensubtrahenden a' ist und alle Masszahlen sich auf dieselbe Einheit beziehen.

§. 26. Dass auch aus den im §. 13 angeführten Gründen $p' = p-p''$ ist und dass die im §. 12 ausgesprochenen Folgesätze auch für die arithmetischen Grundoperationen Giltigkeit haben, dürfte eines weiteren Nachweises nicht bedürfen.

§. 27. III. Aus §. 15 und §. 21 ergibt sich folgender Begriff der Zahlenmultiplication: Aus der Masszahl r einer Grösse a bezogen auf die Einheit a' und der Masszahl p' dieser letzteren Einheit a' — bezogen auf eine zweite Einheit α — die Masszahl p der ersteren Grösse a — bezogen auf die letztere Einheit α — bestimmen, heisst die Zahl p' (Multiplicand) mit der Zahl r (Multiplicator) multipliciren. Es gilt hier nach obigem die Gleichung: $p = p' \times r = p' \,.\, r = p'r$.

§. 28. Die Masszahl eines beliebigen Grössenproductes $a'.r$ ist daher das Zahlenproduct $p'.r$, wenn p' die Masszahl von a' ist und das Grössenproduct $a'.r$ durch dieselbe Einheit α ausgemessen wird, wie der Grössenmultiplicand a'.

§. 29. Aus dem Begriffe der arithmetischen Multiplication ergibt sich, dass diese nichts anderes als ein mittelbares Messen ist. Man hat eine Grösse a durch eine zweite α zu messen (die Masszahl p zu bestimmen). Dieses Ziel sucht man auf einem indirecten Wege mittelst einer dritten Grösse a' zu erreichen. Man misst nämlich die zu messende Grösse a zuerst durch diese dritte Grösse a' als Einheit (Multiplicator r) und dann diese Hilfsgrösse a' durch die gegebene zweite Grösse α (Multiplicand p'). Aus den beiden letzteren Resultaten der Messung das Resultat der direkten Messung zu finden, heisst die ersteren Masszahlen multipliciren. Die arithmetische Multiplication ist also durch folgendes Schema ersichtlich.

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] a \arrow[rr, dashed] \arrow[dr, "r"'] & & \alpha \\ & a' \arrow[ur, "p'"'] & \end{tikzcd}$$

Durch die Pfeile soll das Messen einer Grösse durch jene als Einheit, gegen welche die Spitze des Pfeiles gerichtet ist, angedeutet sein; die ausgezogenen Pfeile bedeuten, dass das Messen ausgeführt, also die Masszahl, welche beim Pfeile angesetzt ist, bekannt sei; der punktirte Pfeil deutet das durch die arithmetische Grundoperation erstrebte Messungsresultat an.

§. 30. IV. Nach §. 16 und §. 21 heisst eine Zahl p durch eine Zahl r dividiren: aus der Masszahl r einer Grösse a — bezogen auf eine Einheit a' — (dem Divisor) und der Masszahl p derselben Grösse a — bezogen auf eine zweite Einheit α — (Dividend) die Masszahl p' der ersteren Einheit a' bezogen auf die zweite Einheit α bestimmen, so dass $p' = p : r$ ist.

§. 31. Auch die Zahlendivision stellt ein indirectes Messen einer Grösse a' durch eine zweite α dar, nur wird hier die als Mittel angewendete dritte Hilfsgrösse a durch diese beiden Grössen ausgemessen, so dass das Schema der arithmetischen Division folgendes ist:

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] a' \arrow[rr, dashed] & & \alpha \\ & a \arrow[ul, "r"] \arrow[ur, "p"'] & \end{tikzcd}$$

§. 32. Aus dem Begriffe der arithmetischen Division ergibt sich unmittelbar, dass die Masszahl eines beliebigen algebraischen Quotienten $a : r$ der Zahlenquotient $p : r$ sei, wenn p die Masszahl von a ist und Dividend und Quotient durch dieselbe Einheit ausgemessen sind.

§. 33. Dass die Folgerungen des §. 17 auch hier giltig sind, ist einleuchtend.

§. 34. V. Aus den Entwicklungen des §. 18 und §. 21 folgt: Eine Zahl p zu einer zweiten Zahl p' ins Verhältniss setzen heisst aus der Masszahl p einer Grösse a — bezogen auf die Einheit α — (Vorderglied) und aus der Masszahl p' einer zweiten Grösse a' — bezogen auf dieselbe Einheit — α (Nachglied) die Masszahl r der ersteren Grösse a bezogen auf die zweite Grösse a' als Einheit zu bestimmen, so dass $r = p : p'$ ist.

§. 35. Auch die Bestimmung des Zahlenverhältnisses bedeutet ein indirectes Messen einer Grösse a durch eine zweite a'; es wird auch hier eine dritte Hilfsgrösse α gewählt, nur werden beide gegebenen Grössen durch diese dritte als Einheit ausgemessen. Das Schema eines Zahlenverhältnisses ist daher:

$$\begin{tikzcd} a \arrow[rr, dashed] \arrow[dr, "p"'] & & a' \arrow[dl, "p'"] \\ & \alpha & \end{tikzcd}$$

§. 36. Eine Vergleichung der 3 Schemata lässt die Verschiedenheit der Zahlenoperationen deutlich hervortreten: Bei dem Schema der arithmetischen Multiplication ist der eine Pfeil gegen die Hilfsgrösse hin, der zweite von derselben weggerichtet, bei dem Schema der Zahlendivision sind beide Pfeile von der Hilfsgrösse weg-, bei dem des Zahlenverhältnisses beide zu der Hilfsgrösse hingerichtet.

§. 37. Eine unmittelbare Folgerung aus §. 37 ist der wichtige Lehrsatz, dass das Verhältniss zweier beliebigen Grössen gleich ist dem Verhältnisse ihrer Masszahlen, wenn beide Grössen durch dieselbe Einheit ausgemessen werden.

§. 38. Dass die im §. 19 ausgesprochenen Folgesätze auch für Zahlenoperationen volle Giltigkeit haben, liegt nach Früherem auf der Hand.

§. 39. Obwohl nach dieser Erklärung sich 5 arithmetische Grundoperationen ergeben, so folgt aus einem später nachzuweisenden Lehrsatze, nämlich aus dem Lehrsatze: „2 Zahlen in jeder Ordnung multiplicirt, geben dasselbe Product", dass ein Zahlenverhältniss und ein Zahlenquotient identisch sind, so dass sich die arithmetischen Grundoperationen auf die bekannten 4 reduciren.

Aus den bisher erörterten Begriffen der Grundrechnungsoperationen lassen sich alle die bekannten Fundamentallehrsätze der Grössenlehre, die den wechselseitigen Zusammenhang der Grundoperationen behandeln und auf die sich das ganze Lehrgebäude der Mathematik stützt, mit Leichtigkeit, ohne jedoch, wie es in unseren Lehrbüchern leider oft geschieht, der logischen Strenge Eintrag zu thun, für alle Arten von Grössen und sowol für rationale, als irrationale Zahlen nachweisen. Doch will ich, um dieser Abhandlung nicht einen Umfang zu geben, der für die Grenzen eines Programmaufsatzes entschieden zu gross wäre, diese Beweise einer späteren Abhandlung, die eine Fortsetzung der vorliegenden sein wird, vorbehalten.

III.

Aus dem chemischen Laboratorium.

An den practischen Uebungen im chemischen Laboratorium der k. k. Oberrealschule, welche während des Schuljahres jeden Sonntag- und Donnerstag-Vormittag abgehalten wurden, betheiligten sich bisher durchschnittlich im Semester 15 Schüler der drei oberen Klassen. Der geringe Raum liess eine grössere Theilnahme nicht zu.

Die Uebungen bestanden in Erlernung der einfachen und zusammengesetzten qualitativen Analyse anorganischer Präparate und Rohstoffe, ferner auch in Durchführung quantitativer Mineralanalysen und Darstellung von Präparaten.

Durch Creirung von Freiplätzen war bisher auch unbemittelten fleissigen Schülern die Möglichkeit geboten, sich practische Kenntnisse auf dem Gebiete der analytischen Chemie zu erwerben; in Zukunft wird dies leider nicht mehr der Fall sein können, nachdem zufolge eines Erlasses vom 10. Februar d. J., Z. 6359 das hohe Ministerium für Cultus und Unterricht zu bestimmen für gut befunden hat, dass vom nächsten Schuljahre an, die an dem practischen Unterrichte in der Chemie theilnehmenden Schüler alle zu den Arbeiten nöthigen Rohstoffe, Präparate, Reapentien und Geräthe aus eigenen Mitteln anzuschaffen haben werden. Diese Anschaffungen sind bei erfolgreichen Arbeiten mit grossen Kosten verbunden, und es wird demnach die rege Betheiligung, wie sie bisher war, nicht mehr stattfinden können, ja bei dem Umstande, dass der Ankauf brauchbarer Präparate und Geräthe am hiesigen Platze im Detailverkauf unmöglich ist, könnte sogar der Unterricht geradezu unmöglich werden. Für ein an Mineralschätzen so reiches Land, wie es Krain ist, in dem so leicht eine grossartige chemische Industrie erblühen könnte, — während bis jetzt leider fast alle Mineralschätze als Rohstoffe ins Ausland wandern — kann diese Beschränkung der Erwerbung practischer

Kenntnisse auf chemischem Gebiete nicht gleichgiltig sein und die Neuerung dürfte somit nicht als ein besonderer Vortheil angesehen werden können.

Ausser den Arbeiten der Schüler wurden im chemischen Laboratorium innerhalb der letzten zwei Schuljahre $18^{69}/_{70}$ und $18^{70}/_{71}$ folgende Untersuchungen durchgeführt:

8 gerichtlich-chemische Untersuchungen für das löbliche k. k. Landesgericht in Laibach.

77 pathochemische Untersuchungen, zumeist quantitative Harnanalysen für das hierortige Krankenhaus.

23 Analysen von Erzen auf Requisition einzelner Gewerke, betreffend technische Verwendbarkeit, darunter eine detaillirte Untersuchung der Erze vom Bergbau Knappusche und einiger Idrianer Gesteine.

10 Untersuchungen von Wasser verschiedener Brunnen Laibachs und Quellen aus der Umgebung.*

5 Analysen von Dungstoffen bezüglich ihres agrochemischen Werthes.

2 sanitätspolizeiliche Untersuchungen.

21 diverse Analysen und Einzelbestimmungen, worunter die Analyse des Torfes vom Laibacher Moor, die Untersuchung von ausgegrabenen Broncen erwähnenswerth sind.

9 Analysen verschiedener Sorten ordinären Krainerweines.*

Ferner wurden durchgeführt:

Eine Untersuchung über die Ursachen der Blutvergiftung bei acuter Leberatrophie (vom Herrn Sanitätsrath Prof. Dr. Valenta publicirt).

Eine Versuchsreihe über die Werthigkeit des Fluors (im Programm des Schuljahres $18^{69}/_{70}$ publicirt).

Eine Versuchsreihe über die quantitative Bestimmung von Alkohol in verschiedenen Spritsorten.*

Eine Versuchsreihe über Darstellung einer haltbaren Drucktinte für die löbliche k. k. Finanzdirection.

Eine Versuchsreihe über quantitative Bestimmung der Alkaloide in Leichentheilen.

Zum Schlusse wird dem ehemaligen Schüler der Anstalt, Herrn Techniker Carl Trinker und dem Schüler der V. Klasse Franz Kalin, für ihr eifriges Streben, den Gefertigten bei Herrichtung der zum Unterrichte nöthigen Apparate, Instandehaltung der Sammlungen u. s. w. zu unterstützen, die volle Anerkennung ausgesprochen.

Laibach im Juli 1871.

Hugo Ritter v. Perger.

---

* Wurden im hiesigen Musealvereine vorgetragen und durch denselben veröffentlicht.

IV.

Schulnachrichten.

1. Der Lehrkörper.

A. Für die obligaten Fächer.

1. Herr **Dr. Johann Mrhal**, Director, Mitglied der Prüfungs-Commission für angehende Locomotivführer, u. s. w., lehrte im 1. Sem. die Arithmetik in der II. Kl., im 2. Sem. die Mathematik in der VI. Kl.

2. Herr **Michael Peternel**, k. k. Professor, Weltpriester, Mitglied des krain. Musealvereines, der krain. Landwirthschaftgesellschaft und Sparkasse, Gründungsmitglied der slovenska matica, lehrte die sloven. Sprache in der I. a — V. Klasse.

3. Herr **Raimund Pirker**, k. k. Professor, Gemeinderath und Vorsitzender des Ortsschulrathes der Landeshauptstadt Laibach, Mitglied des hierort. Bezirksschulrathes, Custos der Realschulbibliothek, lehrte die deutsche Sprache in der III. — VI. Klasse; Vorstand der. VI. Kl. Beurlaubt seit dem 3. Juni.

4. Herr **Anton Lésar**, k. k. Professor, Weltpriester, Ausschussmitglied und Sekretär des lit. Ver. slovenska matica, Mitglied der krain. Landwirthschaftgesellschaft, lehrte die Religion in der I. — VI. Kl.; die sloven. Sprache in der VI. Kl.

5. Herr **Emil Ziakowski**, k. k. Professor, Prüfungscommissär für angehende Locomotivführer, u. s. w., Erprobungs- und Revisionscommissär stationärer Dampfkessel, lehrte die darstellende Geometrie in der V. Kl., Geometrie und das geom. Zeichnen in der I. b Kl., die Calligraphie in der I. — IV. Kl., Vorstand der I. b Klasse.

6. Herr **Franz Wastler**, k. k. Professor, Custos des naturhistor. Cabinets, lehrte Naturgeschichte in der I. a, I. b, IV., V. und VI. Kl., die deutsche Sprache in der III. Kl.; Vorstand der II. Klasse.

7. Herr **Georg Kozina**, k. k. Professor, lehrte Geographie und Geschichte in der I. a, I. b, III., V. und VI. Kl.; im 1. Sem. das Sloven. für Nichtslovenen; Vorstand der I. a Kl.

8. Herr **Josef Opl**, k. k. Oberrealschullehrer, lehrte Geometrie und geom. Zeichnen in der I. a und II. Kl., darstell. Geometrie in der IV. und VI. Kl.; Vorstand der III. Kl.

9. Herr **Franc Globočnik**, k. k. Professor, lehrte das Freihandzeichnen in der II. — VI. Klasse.

10. Herr **Josef Finger**, k. k. Professor, Ehrenmitglied des mathem. Vereines in Prag, Mitglied des krain. Musealvereines, Custos des phys. Cabinets, lehrte Mathematik in der IV. und V. Kl., Physik in V. und VI. Kl.; Vorstand der IV. Klasse.

11. Herr **Hugo Ritter v. Perger**, k. k. Professor, Landesgerichts-Chemiker, Mitglied des krain. Musealvereines, lehrte Chemie in der III., IV. und V. Klasse, Physik in der II. und III. Kl.; Vorstand der V. Kl.

12. Herr **Dr. Alexander Supan**, k. k. Oberrealschullehrer, lehrte Geographie und Geschichte in der I. a, I. b, II. und IV. Klasse; im 1. Semester auch deutsche Sprache in der II. Klasse.

13. Herr **Augustin Wester**, supplirender Lehrer, lehrte im 2. Sem. Arithmetik in der I. a, I. b, II. und III. Klasse.

B. Für die nicht obligaten Fächer.

Herr **Dr. Carl Ahn**, k. k. Gymnasialprofessor, lehrte die italienische Sprache in drei Abtheil. zu je zwei Stunden wöchentl.

Herr **Anton Heinrich**, k. k. Gymnasialprofessor, lehrte die Stenogr. in zwei Abtheil. zu je zwei Stunden wöchentl.

Herr **Hugo Ritter v. Perger**, k. k. Professor, lehrte analyt. Chemie in 4 Stunden wöchentl.

Herr **Franz Globočnik**, k. k. Professor, gab Unterricht im Modelliren in 4 wöch. Stunden.

Herr **Augustin Wester**, supplir. Lehrer, lehrte das Sloven. für Nichtslovenen.

Herr **August Mandič**, leitete die Turnübungen in zwei wöch. Stunden.

Herr **Anton Kokalj**, Assistent beim Zeichnungsunterrichte.

Den Gesang- und Musikunterricht besuchten einzelne Schüler in der mit der hiesigen k. k. Lehrerbildungsanstalt verbundenen Musikschule, so wie auch den vom k. k. Gymnasialprof. Herrn **Carl Grünewald** ertheilten Unterricht in der franz. und engl. Sprache.

Dienerschaft:

Andreas Kokail, Schuldiener und Mundant.

Bartholomäus Jereb, Schuldiener und Laborant.

2. Lehrplan.

Dem speziellen Lehrplane für das abgelaufene Schuljahr diente der mit h. Erl. des k. k. Ministeriums für C. und U. vom 21. August 1867, Z. 3877, angeordnete allgemeine Lehrplan für selbstständige Realschulen zur Grundlage. Die deutsche Sprache, als Unterrichtssprache wurde in der I., II., III., IV. und VI. Klasse wöchentlich durch 4, in der V. Klasse durch 3 Stunden gelehrt; der Unterricht in der sloven. Sprache als der Muttersprache einer grösseren Anzahl der Schüler, obligat für diese, wurde in der I. a, II., III., V. und VI. Klasse in 3 wöchentl. Stunden, in der IV. Klasse in 4 wöchentl. Stunden ertheilt. Ausserdem wurde für Nichtslovenen das Slovenische in zwei Cursen mit je zwei wöchentl. Stunden als freier Gegenstand vorgetragen.

3. Lehrmittel-Sammlungen.

Die Realschul-Bibliothek.

Dieselbe zählte am Schlusse des Schuljahres 1870 824 Werke in 1365 Bänden und 420 Heften; wozu noch 975 Programme der österr. Gymnasien und Realschulen zuzurechnen sind. Im Jahre 1871 erhielt die Bibliothek folgenden Zuwachs:

A. Durch Ankauf.

Periodische Schriften: *a*) Verordnungsblatt für den Dienstbereich des k. k. Ministeriums für Cult. und Unter. *b*) Mittheilungen der geogr. Gesellschaft in Wien, neue Folge 3, Nr. 1—13, und neue Folge 4, Nr. 1—5. *c*) Chemisches Centralblatt pro 1871. *d*) Fresenius, anal. Chemie pro 1871. *e*) Globus, illustrirte Zeitschrift für Länder- und Völkerkunde, 18. Band. Nebstbei erhielt die Bibliothek als Mitglied die für 1870 von der „Matica slovenska“ herausgegebenen Werke: Koseski razne dela pesniške in igrokazne. Letopis matice slovenske za 1870. Schödler, Astronomija in kemija. Slovenski Štajer. Weiterhin wurden angekauft: Rühlmann, log. trig. Tafeln. Frank, Mythologie der Griechen und Römer. Bibliothek deutscher Classiker (ergänzt). Altum und Landois, Lehrbuch der Zoologie. Vernaleken, Mythen und Bräuche des Volkes in Oesterreich. Die Lehren der modernen Chemie. Alpenburg, deutsche Alpensagen. Močnik, log. trig. Tafeln. Weidenbach, deutsche Verslehre. Tilscher, System der Perspektive. Gredy, die deutsche Poëtik. Guthe, Lehrbuch der Geographie. Hoffmann, Erzählungen in 34 Bändchen. Minkwitz, deutscher Parnass.

B. Durch Schenkung.

Vom Herrn Sanitätsrath Prof. Dr. Valenta: Jahrbuch des österr. Alpenvereines, 6. Band. Vom Herrn Professor Kozina: Deutsche Classiker, Klopstock in 10 Bänden, Thümel in 8 Bänden, Platen in 5 Bänden, Wieland in 36 Bänden, Göthe in 40 Bänden; ferner Kleinpaul, die Lehre von den Formen und Gattungen der deutschen Dichtkunst. Vom Herrn Profes. Ziakowski: Močnik's log. trig. Tafeln. Vom Herrn Prof. Dřizhal: Dove, meteorologische Untersuchungen; Lochner, Geschichte des Mittelalters; Beskiba, Lehrbuch der Algebra; Kämtz, Vorlesungen über Meteorologie; Jahn, Handbuch der Witterungskunde; Valentin, Untersuchung der Pflanzen- und der Thiergewebe im polarisirten Lichte; Chladni, Akustik. Von der Verlagshandlung Hölzel in Wien: Kozenn, Grundzüge der Geographie. Von der Verlagshandlung Meyer in Wien: Neumann und Gehlen, deutsche Lesebücher für die 1. und 2. Klasse der Gymnasien. Von der Buchhandlung Beck in Wien: Schram, Anfangsgründe der Geometrie; Teirich, Schulrechenbuch für die unteren Klassen der österreich. Realschulen; Hannak, Lehrbuch der Geschichte des Alterthums. Von der Verlagshandlung Tempsky in Prag: Herrmann, deutsches Lesebuch, 3 Theile; Gindely, Lehrbuch der allgemeinen Geschichte, 3 Theile; Močnik, Anfangsgründe der Geometrie.

Das physikalische Cabinet

erhielt im Schuljahre 1871 folgenden Zuwachs: Eine Holz'sche Influenzmaschine; einen grossen Elektromagnet für diamagnetische Versuche; einen Windkasten nebst mehreren Pfeifen; einen Löthkolben; eine Blechschere, einen doppelten Blasebalg, einen Glaserdiamanten.

Das naturhistorische Cabinet

erhielt theils durch Kauf theils als Geschenk:

Skelett eines Affen, einer Fledermaus, einer Eule, Schildkröte, Eidechse, Schlange, eines Frosches, Karpfens; den Schädel eines Menschen, eines Hundes, einer Katze, eines Hasen, Merinoschafes, Pferdes; ferner ein Eichhörnchen, einen Iltis, zwei Exemplare vom Hermelin (im Sommer- und Winterkleide), eine wilde Katze aus Nordamerika, einen Igel aus Afrika; 3 ausgestopfte Fische, 2 Skorpione, einen Heuschreckenkrebs, einen Seestern, einen Schlangenstern, eine Sandviper (Geschenk des Herrn Prof. Linhart); anatomische Wandtafeln von Dr. Fiedler; 100 Stück Mineralien zur Ergänzung der bereits vorhandenen Sammlung; eine geologische Karte von Deutschland mit erläuterndem Texte von Dechen; eine geologische Uebersichtskarte der österr. Monarchie von Hauer, VI. Blatt; die östlichen Alpenländer; Blaueisenerde aus dem Gruber'schen Kanal (Geschenk des Herrn Ferd. Schmidt); einen Diamanten.

Für den naturhistorischen Unterricht wurde auch der hiesige botanische Garten, der unter der Obsorge des k. k. Gymnasialprofessors Herrn Val. Konschegg steht, benützt.

Für den geogr.-histor. Unterricht wurde angeschafft: Schulwandkarte der österr.-ungar. Monarchie von A. Doležal; Gotha 1870.

Für das Fach des geometr. Zeichnens wurden angekauft: Die griechische Säulenordnung als Vorlage für Schattenconstructionen (7. Blätter); 10 Stück Modelle krummer Flächen; mehrere Drahtmodelle; ein Winkelspiel für 90° zu prakt. Aufnahmen; ein Stativ zum Zeichnen nach Drahtmodellen; die Situationszeichenschule von Scheda (doppelt); die Situationszeichenschule von Meyer; 74 Stück hölzerner Würfel.

Das chemische Laboratorium

erhielt:

a) Durch Schenkung: Zwei Gasentwickelungs-Apparate nach Döbereiner.

b) Durch Ankauf. Ausser zahlreichen Rohstoffen, Präparaten und Geräthen noch folgende Apparate: einen Aspirator nach Regnault; ein Universal Filtrirgestell; drei Spektraltafeln mit den Abbildungen der wichtigsten Metallspektra und der Spektra von Fixsternen und Nebelflecken; einen Sacharometer; ein kupfernes Wasserbad; zwei Aërostate aus Collodium; Schutzbrillen; ein Dreieck von Eisen mit eingeflochtenem Platindrath; einen Schreibdiamanten; mehrere Halter nach Schellbach; einen Apparat zur Erzeugung der Absorptionsspektra; diverse Nebenapparate für die Elementaranalyse organischer Stoffe; Piknometer nach Regnault; Platindrähte, u. s. w.

4. Wichtigere Verordnungen der hohen Unterrichtsbehörden.

Erlass des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 2. Juli 1870, Z. 5736, betreffend die Vorkehrungen zur militär. Ausbildung jener Personen des Civilstandes, welche zu Landwehr-Offizieren ernannt werden.

Erlass des k. k. Minister. für Cultus und Unterricht vom 13. Juli 1870, Z. 5630, die Gehaltsregulirung der Professoren an Mittelschulen und die Localzulage betreffend.

Erlass des k. k. Minister. für Cultus und Unterricht vom 15. Juli 1870, Z. 6682, in Betreff der Entlohnung der Lehrer der freien Lehrgegenständen an Staats-Mittelschulen.

Erlass der k. k. Landesregierung von Krain 28. August 1870, Z. 6710, diejenigen Schüler betreffend, welche vor dem zurückgelegten 14. Lebensjahre die Mittelschulen verlassen.

Erl. des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 26. September 1870, Z. 9150, den stenogr. Unterricht an der k. k. Oberrealschule in Laibach betreffend.

Erlass des k. k. Ministeriums für Landesvertheidigung vom 8. Oktober 1870, Z. 10836, wodurch die Dauer des Präsenzdienstes der einjährigen Freiwilligen geregelt wird.

Erlass des k. k. Ministeriums für Landesvertheidigung vom 28. Oktober 1870, Z. 11.577, enthaltend einige Ergänzungen und Erläuterungen zum Wehrgesetz.

Erlass des k. k. Minister. für Cultus und Unterricht vom 28. September 1870, Z. 8643, die Prämienvertheilung an Mittelschulen betreffend.

Erlass des k. k. Minister. für Cultus und Unterricht vom 6. December 1870, Z. 11359, die Ueberwachung und Classificirung der Militär-Stipendisten betreffend.

Erlass des k. k. Minister. für Cultus und Unterricht vom 19. December 1870, Z. 10.728, betreffend die Theilnahme der Gemeinden am Schulgelde.

Erlass des k. k. Minister. für Cultus und Unterricht vom 29. Jänner 1871, Z. 495, betreffend die Urlaubsertheilung an Staatsbeamte, welche zugleich Landwehr-Offiziere sind.

Erlass des k. k. Minister. für Cultus und Unterricht vom 20. März 1871, Z. 2429, die Aufnahmstaxe von 2 fl. 10 kr. an Mittelschulen betreffend.

Erlass des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht die Unterrichtsstunden in der analyt. Chemie betreffend.

Erlass des k. k. Minister. für Cultus und Unterricht vom 19. April 1871, Z. 294/Pr. betreffend die Verzeichnisse über die literarischen Arbeiten der Lehrer an Hoch- und Mittelschulen, u. s. w.

Erlass des k. k. Ministeriums für Landesvertheidigung vom 21. April 1871, Z. 4882, enthaltend Directiven für einjährige Freiwillige an Oberrealschulen.

Erlass des k. k. Minister. für Cultus und Unterricht vom 24. April. 1871, Z. 3993, wodurch die wöchentliche Stundenzahl der Katecheten an Oberrealschulen geregelt wird.

Erlass des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 3. Mai 1871, Z. 4837, wodurch das Ertheilen des Privatunterrichtes in den sogenannten Nachstunden wiederholt untersagt wird.

Erlass des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 5. April 1871, Z. 3287, betreffend den Austausch von

Realschulprogrammen mit den technischen Lehranstalten des Königreiches Baiern.

Erlass des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 31. Mai 1871, Z. 2431, betreffend die provis. Activirung der 4. Unterrealklasse an der k. k. Oberrealschule in Laibach.

Erlass des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 23. Mai 1871, Z. 5669, das harmonische Zusammenwirken der Lehrer einer Klasse betreffend.

5. Statistik der Oberrealschule.

Der Lehrkörper.

Kathegorien	weltlich	geistlich	zusammen
Director	1	—	1
Professoren . . .	7	2	9
Wirkliche Lehrer .	2	—	2
Supplirende Lehrer	1	—	1
Nebenlehrer . . .	2	—	2
Assistent	1	—	1
Zusammen .	14	2	16

Die Schüler.

Schülerzahl im Jahre 1871			Ia	Ib	II	III	IV	V	VI	Zusammen	Anmerkung
1. Sem.	am Beginne	öffentl.	54	47	63	57	32	18	10	283	
		Privat.	—	—	1	—	1	—	—		
	am Schlusse	öffentl.	53	43	60	57	32	17	10	275	
		Privat.	—	—	1	—	1	—	—		
2. Sem.	am Beginne	öffentl.	53	42	58	57	31	17	11	271	
		Privat.	—	—	—	—	1	—	—		
	am Schlusse	öffentl.	49	41	55	48	26	14	10		
		Privat.	—	—	—	—	1	—	—		
Nach der Religion		kathol.	49	41	54	47	25	13	10		Am Schlusse des 2. Semesters.
		evang.	—	—	1	1	1	1	—		
Nach der Nationalität		Slaven	46	3	29	24	16	7	3		
		Deutsche	1	33	23	20	6	6	4		
		Italiener	2	5	3	4	4	1	3		
Nach der Ansässigkeit der Eltern		Laibacher	14	28	32	29	15	9	5		
		Fremde	35	13	23	19	11	5	5		

6. Unterrichtsgeld.

Das eingehobene Unterrichtsgeld betrug im 1. Semester

von 180 öffentlichen Schülern	1870 fl.
im 2. Sem. von 141 öffentlichen Schülern	1450 „
Zusammen .	3320 fl.

Hievon wurde die Hälfte pr. 1660 fl. in den Studienfond, die andere Hälfte in den Realschulfond abgeführt. Die Aufnahmstaxen à 2 fl. 10 kr., welche ebenfalls dem Realschulfonde zugewendet werden, betrugen 245 fl. 70 kr. ö. W.; somit sind im verflossenem Schuljahre 1905 fl. 70 kr. in den Realschulfond eingeflossen.

Nach der h. Ministerial-Verordnung vom 19. April 1870, Z. 3603, beträgt das Schulgeld an der Unterrealschule 20, in der Oberrealschule 24 fl. jährlich.

7. Unterstützung dürftiger Studierenden.

a) Stipendien. Im Schuljahre 1871 bezogen 5 Stipendisten, 3 an der Unter- und 2 an der Oberrealschule, zusammen 409 fl. 18 kr. ö. W. Nebstdem besuchten 4 Militärstiftlinge die Lehranstalt, welche zusammen Militärstipendien im Betrage von 750 fl. ö. W. genossen.

b) Unterstützungsverein. Im Jahre 1867 wurde an dieser k. k. Oberrealschule ein Verein zur Unterstützung dürftiger, gesitteter und fleissiger Schüler gegründet. Veranlassung zum Inslebentreten dieses Vereines gab die allgemein bekannte Thatsache, dass ein grosser Theil der studierenden Jugend die mit dem Besuche der Realschule verbundenen, nicht unbedeutenden Auslagen zu bestreiten nicht vermag; andererseits der Umstand, dass Stipendien, mit denen andere Mittelschulen in Fülle versehen sind, an dieser Realschule zu den Seltenheiten gehören; endlich die Erfahrung, dass es im Lande Krain, besonders in seiner Hauptstadt, stets Wohlthäter gegeben hat, welche die unverschuldete, den Fortgang in den Studien hemmende Noth so manches Studierenden zu lindern bereit sind.

Die Wirksamkeit des Vereines wird aus dem nachfolgenden mit Ende October 1870 gelegten Rechnungs-Abschlusse ersichtlich.

Empfänge:

Post Nr.		fl.	kr.
1	An Cassarest vom 16. Jänner 1870	456	64
2	„ Geschenk der krainischen Sparkasse . . .	300	—
3	„ Jahresbeiträgen der Vereinsmitglieder . .	187	—
4	„ Geschenk des Hrn. Landespräsidenten Baron Conrad v. Eybesfeld aus dem Freiherr Pflügel'schen Legate	200	—
5	„ kleineren Geschenken	6	60
6	„ Interessen und fälligen Coupons	13	11
7	„ Rückzahlung eines Darlehens	12	—
	Summe . . .	1175	35

Ausgaben:

Post. Nr.		fl.	kr.
1	Für angekaufte, armen Schülern zur Benützung übergebene Lehrbücher sammt Einband .	53	26
2	„ angekaufte Kleidungsstücke	102	54
3	„ Aushilfen zur Bezahlung des Schulgeldes .	47	—
4	„ Schreib- und Zeichenrequisiten	95	46
5	„ Einschreibgebühr für einen Schüler . . .	2	10
6	„ Quartierbeiträge für zwei arme Schüler .	20	—
7	„ diverse kleinere Geldaushilfen	14	48
8	„ Druckkosten	2	—
9	„ 6 Stück $^1/_5$ 1860er Lose	643	50
10	„ 10 „ Reisszeuge sammt Porto . . .	29	46
11	Kassarest mit 31. Oktober .	165	55
		1175	35

c) Mehrere Realschüler fanden in den Conventen der P. P. Franziskaner und der WW. FF. Ursulinerinnen, sowie in Privatfamilien durch Gewährung von Freitischen, u. s. w. edelmüthige Unterstützung.

Der hiesige Handelsmann, Herr Eduard Mahr, hat eine namhafte Menge von Schreib- und Zeichenrequisiten zur Betheilung armer Realschüler gewidmet. Der Herr Baron Anton Zois schenkte 10 Exemplare von Wolf's slovenisch-deutschem Wörterbuche in zwei Bänden zur Vertheilung unter Realschüler, welche im Slovenischen vorzügliche Fortschritte machen. Herr Josef Mück, Beamte der k. k. priv. Südbahn, schenkte einige Bücher und phys. Apparate zur Vertheilung an fleissige Realschüler.

Die Direction spricht im Namen der Betheiligten allen P. T. Wohlthätern den verbindlichsten Dank aus.

8. Maturitäts-Prüfungen.

Mit Schluss des Schuljahres 1870 haben sich 14 öffentliche Schüler der obersten Klasse der Maturitäts-Prüfung unterzogen; von denselben erhielten 2 ein Zeugniss der Reife mit Auszeichnung, 6 der einfachen Reife, 1 wurde auf zwei Monate, 3 auf ein halbes Jahr, 2 auf ein ganzes Jahr reprobirt. Im heurigen Schuljahre meldeten sich 8 Schüler zur Ablegung der Maturitäts-Prüfung. Die schriftlichen Prüfungen wurden in der Zeit vom 26. Juni bis 1. Juli abgehalten.

9. Modellirschule.

Der krainische Landtag hat im Eivernehmen mit der Stadtgemeinde Laibach die Errichtung einer Modellirschule an der k. k. Oberrealschule im Laufe des Schuljahres 1870 beschlossen und zur Bestreitung der Bedürfnisse dieser Schule 200 fl. jährlich bestimmt, wovon $^2/_3$ auf das Land Krain und $^1/_3$ auf die Commune Laibach entfallen. Der löbliche Verein der krainischen Sparkasse, der überall, wo es sich um die Förderung gemeinnütziger Zwecke handelt, in erster Lienie steht, hat zur Anschaffung der nothwendigen Apparate und Einrichtungsstücke 250 fl. gespendet. Der Hafnermeister Herr Legat schenkte einen Centner Thon für den Modellirunterricht. An dem von Prof. Globočnik ertheilten Modellirunterrichte betheiligten sich im Schuljahre 1871 9 Schüler aus den oberen Klassen der Realschule in 4, und 5 Gewerbeschüler, in einem besonderen Curse, in 2 wöchentlichen Stunden.

10. Die sonntägliche Gewerbeschule.

Mit der Realschule in Verbindung steht die Sonntagsschule für Handwerker, an welcher der Unterricht an Sonn- und Feiertagen durch die Professoren der Realschule ertheilt wird.

Nachdem vom k. k. Ministerium für Cultus und Unterricht mit h. Erlass vom 6. März 1856, Z. 2385, bestätigten Organisations-Statut werden an der Gewerbeschule folgende Gegenstände gelehrt:

1. Das Freihandzeichnen von 8—10 Uhr Vormittags (Herr Professor Globočnik).

2. Das geometr. Zeichnen von 8—10 Uhr Vormittags (Herr Professor Ziakowsky).

3. Die deutsche Aufsatzlehre und das Rechnen von 11—12 Uhr Vormittags (Herr Prof. Pirker).

4. Die Geographie von 10—11 Uhr Vormittags (Herr Prof. Kozina).

5. Die Physik von 10—11 Uhr Vormittags (Herr Profes. Finger).

6. Die Chemie von 11—12 Uhr Vormittags (Herr Profes. Ritter v. Perger).

Die Zahl der im abgelaufenen Schuljahre eingeschriebenen Gewerbeschüler betrug 237; von diesen besuchten:

Das Freihandzeichnen	132	Schüler.
Das geometr. Zeichnen	59	„
Die deutsche Aufsatzlehre und Rechnen	38	„
„ Geographie	35	„
„ Physik	95	„
„ Chemie	79	„

Die Kosten für die gewerbliche Sonntagsschule wurden von der in Folge h. Erl. der k. k. Landesregierung vom 29. August 1854, Z. 9875 zur Berathung des Lehrplanes berufenen Commission auf 158 Gulden C. M. oder 165 fl. 90 kr. ö. W. jährlich veranschlagt, und zwar:

Für die Löhnungserhöhung des Schuldieners mit	52 fl.	50 kr.	ö. W.
„ den Hausmeister	21 „	— „	„
„ die Beheizung	18 „	90 „	„
„ chemische und physik. Experimente	52 „	50 „	„
„ Kanzleierfordernisse	21 „	— „	„

Dieselben sind nach dem oben angeführten Regierungserlasse aus der hiesigen städtischen Casse zu bestreiten.

Um die Honorirung der sich beim gewerblichen Unterrichte betheiligenden Lehrer zu regeln, hat die löbliche Handels- und Gewerbekammer in der Sitzung vom 22. September 1863 beschlossen, dass jährlich 200 fl. unter die betreffenden Lehrer nach Massgabe ihrer Bethätigung vertheilt werden. Ebenso hat der löbl. Gemeinderath in der Sitzung vom 28. Oktober 1863 zu demselben Zwecke 200 fl. jährlich bestimmt. Es entfällt sohin auf jede sonntägliche Lehrstunde ein Honorar von jährlichen 50 fl.

Der löbliche Verein der krain. Sparkasse hat auch in diesem, wie den vergangenen Schuljahren, 200 fl. für den Ankauf der nöthigen Schreib- und Zeichnungsrequisiten bewilligt.

11. Prüfungs-Commission für angehende Locomotivführer, Dampfmaschinenwärter und Dampfkesselheizer.

Das k. k. Handelsministerium hat laut h. Erl. vom 13. Juli 1865, Z. 8733/934, im Einvernehmen mit dem k. k. Staatsministerium die Vornahme der Prüfung jener Individuen, welche zur Bedienung oder Ueberwachung einer Dampfmaschine oder eines Dampfkessels, sowie zur Führung einer Locomotive oder eines Dampfschiffes verwendet werden, der hiesigen k. k. Oberrealschule definitiv zu übertragen befunden.

Die Prüfungs-Commission besteht aus dem Oberrealschul-Director und dem von der k. k. Landesbehörde als Prüfungscommissär bestätigten k. k. Oberrealschul-Professor Herrn Emil Ziakowski.

Die Kandidaten haben um Zulassung zur Prüfung bei der Prüfungscommission einzuschreiten und nachzuweisen, dass sie sich die zur Bedienung oder Ueberwachung einer Dampfmaschine oder eines Dampfkessels, rücksichtlich die zur Führung einer Locomotive oder eines Dampfschiffes je nach ihrer Eigenschaft erforderlichen Kenntnisse und praktischen Fertigkeiten in einem wenigstens sechsmonatlichen Dienste bei einer Locomotive, einer Schiffs- oder stationären Dampfmaschine oder bei einem Dampfkessel erworben haben.

Ueberdies muss sich der Kandidat über das zurückgelegte 18. Lebensjahr und mittelst eines Zeugnisses des Gemeindevorstandes, in dessen Bezirk derselbe das letzte Jahr seinen Wohnsitz hatte, über seine Moralität ausweisen.

Die Dampfmaschinisten, Locomotivführer und Wärter stationärer Dampfmaschinen haben eine Prüfungstaxe von 4 fl., die Dampfkesselheizer und die Gehilfen eine im Betrage von 2 fl. zu entrichten.

12. Zur Chronik der Oberrealschule.

Mit der Allerhöchsten Entschliessung vom 28. August 1870 haben Seine kaiserl. und königl. Apostolischen Majestät die Enthebung des Directors dieser Oberrealschule, Thomas Schrey, von seinem Dienstposten allergnäd. zu genehmigen und den Professor am ersten Gymnasium in Teschen, Dr. Johann Mrhal, zum wirklichen Director dieser Lehranstalt allergnäd. zu ernennen geruht. Letzterer übernahm die Leitung der Anstalt, mit welcher während der Ferienzeit der Oberrealschulprofessor, Herr Johann Dřizhal, provisorisch betraut war, am 1. October 1870.

Der k. k. Oberrealschulprofessor, Herr Johann Dřizhal, erhielt mit Decret Sr. Excellenz des k. k. Ministers für Cultus und Unterricht vom 4. October 1870 eine Lehrstelle extra statum an der k. k. Oberrealschule in Brünn mit der Weisung, diesen Dienstposten, um Störungen des Unterrichtes zu vermeiden, erst mit Beginn des 2. Semesters 1871 anzutreten.

Mit Erlass des k. k. Landesschulrathes für Krain vom 16. October 1870, Z. 100, wurde der Probekandidat am hierort. k. k. Obergymnasium, Herr Dr. Alexander Supan, zum Supplenten an der k. k. Oberrealschule ernannt.

Am 18. Februar verliess Herr Professor Johann Dřizhal diese Lehranstalt, an welcher er durch sechs Jahre mit vorzüglichem Erfolge zum Wohle der Jugend gewirkt hat, begleitet von der Liebe und Achtung seiner Schüler, Collegen und der Bewohner Laibachs.

Mit Erlass des k. k. Landesschulrathes für Krain vom 25. Februar 1871, Z. 192, wurde der Probekandidat am hierort. k. k. Obergymnasium, Herr Augustin Wester, zum Supplenten an der k. k. Oberrealschule ernannt.

Mit Erlass des k. k. Landesschulrathes für Krain vom 3. Juni 1871 wurde der erkrankte Oberrealschulprofessor, Herr Raimund Pirker, bis zum Schluss des Schuljahres beurlaubt.

Mit Erlass des. h. Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 11. Juli 1871, Z. 2498, wurde der Supplent dieser Lehranstalt Herr Dr. Alexander Supan zum wirkl. Lehrer daselbst ernannt.

Das Schuljahr wurde am 1. October mit dem heil. Geistamte eröffnet. Die Aufnahms-, Nachtrags- und Wiederholungsprüfungen wurden in der Zeit vom 27. September bis 5. October abgehalten.

Am 4. October, dem Allerh. Namensfeste Sr. kais. und kön. Apost. Majestät, wohnte der Lehrkörper und die gesammte Schuljugend dem feierlichen Hochamte in der Domkirche bei.

Der sonn- und feiertägige Gottesdienst wurde in der St. Florianskirche abgehalten. Den Kirchengesang besorgten einige Schüler der höheren Klassen unter der Leitung des Gesanglehrers und Domchordirigenten Herrn Anton Förster.

Am 18. Februar wurde das 1. Semester mit einem Dankgottesdienste und Vertheilung der Zeugnisse geschlossen, das 2. Semester am 24. Februar begonnen.

An den österlichen Exercitien und der feierlichen Frohnleichnam-Procession betheiligte sich die ganze Oberrealschuljugend und empfing fünfmahl im Jahre die heil. Sakramente der Busse und des Altars. Am Tage der Himmelfahrt Christi wurden einige Schüler der unteren Klassen nach vorausgegangener eingehenden Vorbereitung durch den hochwürd. Herrn Realschulkatecheten zum Empfange der heil. Sakramente der Busse und Altars geführt. Das Fest des heil. Aloisius, des Patrons der Jugend, wurde am 21. Juni mit einem feierlichen Gottesdienste in der Marienkirche am Rosenbachhügel begangen, nach dessen Beendigung Lehrer und Schüler sich zu einem gemeinschaftlichen

Frühstück auf die Drenigshöhe begaben, wo der Rest des Vormittags mit Gesang und gemeinschaftlichen Spielen unter der Aufsicht und Leitung der Lehrer zugebracht wurde.

Im Laufe des Schuljahres beehrten die Herren Landesschulinspectoren Dr. Wretschko und Holzinger wiederholt, wenn auch leider, wegen anderweitiger Amtsgeschäfte, jedesmahl nur auf kurze Zeit, die Lehranstalt mit ihrem Besuche.

Der Schluss des Schuljahres erfolgte am 29. Juli mit einem feierlichen Dankamte in der Domkirche um 8 Uhr früh und der darauf in den einzelnen Klassen stattfindenden Zeugnissvertheilung. —

Es wurde schon im vorjährigen Programme dieser Lehranstalt berichtet, dass der löbliche Verein der krainischen Sparcasse zur Feier des 50. Jahrestages seiner Gründung den hochherzigen Entschluss fasste, zur Aufführung eines neuen Gebäudes für die bis jetzt nothdürftig unterbrachte Oberrealschule einen namhaften Beitrag zu leisten. Es dürfte nicht überflüssig sein, wenn der Berichterstatter zur Orientirung für den Leser einen kurzen Rückblick in die Vergangenheit hier einschaltet.

Bei der Gründung der hiesiegen Unterrealschule im Jahre 1850 und Erweiterung derselben zur Oberrealschule im Jahre 1861 übernahm das Kronland Krain in Gemeinschaft mit der Stadtgemeinde Laibach die Verpflichtung, ein zweckentsprechendes Realschulgebäude aufzuführen, für die Erhaltung, Beleuchtung, Beheizung desselben, dessgleichen für die Anschaffung der Lehrmittel und Bestreitung der Kanzleierfordernisse Sorge zu tragen, wofür die Kosten mit $^2/_3$ vom Lande und mit $^1/_3$ von der Gemeinde Laibach aufgebracht werden sollten. Allein sowohl dem Lande als der Stadt wäre die Herstellung eines Gebäudes nur mit empfindlichen Opfern möglich gewesen, und desshalb war man immer mit grosser Scheu an die Behandlung dieser Frage gegangen. Und doch liess sich die Angelegenheit nicht weiter verschieben, da die gegenwärtige, provisorische Unterbringung der Oberrealschule in zwei verschiedenen Gebäuden nur sehr unzureichend und dem Unterrichtszwecke höchst nachtheilig ist. Dieses Unternehmen nun mit einem namhaften Beitrage aus dem Sparkasse-Reservefonde zu unterstützen war die ursprüngliche Absicht des Sparkassevereines und die Feier des fünfzigjährigen Bestandes der Sparkasse am 4. November 1870 wurde als der passende Zeitpunkt zur Realisirung derselben erkannt.

Zur Vorberathung dieses Gegenstandes wurde ein Comité aus Vereinsmitgliedern niedergesetzt, welches sein Votum dahin abgab, dass es in mannigfacher Beziehung weit zweckmässiger wäre, dass die Sparcasse selbst das vollständige Gebäude herstelle, welcher Vorschlag in der am 23. September 1869 abgehaltenen Generalversammlung auch angenommen wurde. Einem neugewählten Comité fiel nun die Aufgabe zu, einen den Zwecken der Schule möglichst entsprechenden Bauplatz ausfindig zu machen und zu acquiriren, was ihm nach längeren Verhandlungen mit mehreren Offerenten, endlich vollkommen gelungen ist. Das Comité fasste nämlich einstimmig den Beschluss, den Ankauf der in der Gradischa Vorstadt gelegenen, den Herrn M. Kastner, Dr. J. Zwayer und Herrn Laurenčič gehörigen Häuser sammt Gartengründen mit einer Gesammtfläche von 2942□° um den Preis von 107.000 fl. zu beantragen, und dieser Antrag wurde in der Generalversammlung des Vereins am 13. October 1870 zum Beschlusse erhoben.

Sofort wurde nun der Concurs zur Entwerfung und Einreichung von Bauplänen ausgeschrieben und für den gelungensten Plan, nach welchem der Bau ausgeführt werden könnte, eine Prämie von 1500 Gulden, für den nächstbesten eine solche von 1000 Gulden festgestellt. Bis zum 31. März 1871, als dem letzten Termine, sind von Ingenieuren und Architecten des In- und Auslandes 21 Elaborate eingeschickt worden, zu deren Beurtheilung eine aus Fachmännern bestehende Jury, deren Mitglied zu sein auch der Berichterstatter die Ehre hatte, constituirt wurde, und die den rühmlichst bekannten Architecten Ritter von Stache zu ihrem Obmann wählte. Der Wahrspruch der Jury lautete dahin, dass keiner der vorliegenden Baupläne sowohl bezüglich der zweckmässigen Eintheilung des inneren Raumes, als der äusseren architectonischen Schönheit den gewünschten Anforderungen derart entspreche, dass nach demselben der Bau ausgeführt werden könnte, demnach auch keinem derselben der ausgesetzte Preis zuerkannt werden könne. Dafür wurde beschlossen, die vier relativbesten Pläne, Nr. 1, 2, 5, 20, mit je 625 fl. unter der Bedingung zu honoriren, dass sie in das Eigenthum der Sparcasse übergehen, womit sich die Einsender auf gemachte Anfrage einverstanden erklärten.

Der Wiener Architect und Verfasser des Planes Nr. 2, Herr Alexander Bellon, wurde jetzt mit dem Entwurfe eines neuen Bauplanes betraut und löste diese Aufgabe unter Benützung der genannten vier Pläne und mit thunlicher Berücksichtigung der Anträge und Wünsche des Lehrkörpers der k. k. Oberrealschule zur vollen Zufriedenheit der Direction der Sparcasse, so dass im Monate Juli die eigentlichen Bauarbeiten in Angriff genommen werden konnten. Wenn der Berichterstatter noch weiter anführt, dass die Baukosten vom Herrn Bellon auf 290.000 fl. veranschlagt worden sind und dieser Betrag von der Generalversammlung des Vereins am 4. Juli nicht bloss bewilligt, sondern zu 300.000 fl. ergänzt worden ist, die sämmtlich aus dem Reservefonde der Sparcasse fliessen werden, so will er damit der zuversichtlichen Hoffnung Ausdruck geben, dass ein allseitig zweckmässiges, mit allen Erfordernissen einer höheren Lehranstalt versehenes Gebäude geschafften werden wird, welches auch in architectonischer Hinsicht der Hauptstadt Laibach zur

Zierde gereichen wird — ein monumentaler Bau, der auch für spätere Generationen als beredter Zeuge des echtpatriotischen Bürgersinnes seiner Gründer dastehen und für Stadt und Land eine nie versiegende Quelle von Nutzen und Vortheil sein wird.

13. Aufnahme der Schüler für das Schuljahr 1872.

Das nächste Schuljahr beginnt mit 1. October l. J. mit dem heil. Geistamte.

Die Aufnahme der Schüler findet am 27., 28., 29. und 30. September in der Directionskanzlei der k. k. Oberrealschule Statt.

Nach der Verordnung des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 14. März 1870, Z. 2370, ist von denjenigen, welche die Aufnahme in die erste Klasse einer Realschule nachsuchen, ein Zeugniss der Volksschule nicht zu fordern, dagegen haben sie sich einer Aufnahmsprüfung zu unterziehen. Bei der Prüfung sind folgende Anforderungen zu stellen: Jenes Mass von Wissen in der Religion, welches in den ersten vier Jahrescursen der Volksschule erworben werden kann, Fertigkeit im Lesen und Schreiben der Unterrichtssprache, Kenntniss der Elemente aus der Formenlehre der Unterrichtssprache, Fertigkeit im Analysiren einfacher bekleideter Sätze, Bekanntschaft mit den Regeln der Orthographie und Interpunction und richtige Anwendung derselben beim Dictandoschreiben, Uebung in den vier Grundrechnungsarten in ganzen Zahlen.

Diese Aufnahmsprüfung, ferner die Wiederhohlungs- und Nachtragsprüfungen werden vom 1. bis 5. October abgehalten werden.

Der Herr Minister für Cultus und Unterricht hat laut hohen Erlasses vom 31. Mai 1871, Z. 2431, um den Lehrplan der k. k. Oberrealschule in Laibach mit den Lehrplänen der reorganisirten Realschulen in principiellen Einklang zu bringen, genehmigt, dass vom Schuljahre 1871/2 angefangen, bis zu dem Zeitpuncte, in welchem ein Realschulgesetz für Krain im verfassungsmässigen Wege zu Stande gekommen sein wird, in provisorischer Weise die vierte Unterrealschul-Klasse an der Staats-Oberrealschule in Laibach activirt wird. Dem Unterrichte ist der folgende, der vierklassigen Unter- respective siebenklassigen Unter und Oberrealschule angepasste Stundenplan zu Grunde zu legen.

Lehrplan für die k. k. Oberrealschule zu Laibach.

Gegenstände	Wöchentliche Unterrichtsstunden in der							Summe
	I	II	III	IV	V	VI	VII	
	Klasse							
Religion	2	2	2	2	1	1	1	11
Deutsche (Unterrichts) Sprache .	3	3	3	3	3	3	3	21
Slovenische Sprache	(3)	(3)	(3)	(3)	(3)	(3)	(3)	(21)
Italienische Sprache	4	3	3	3	3	3	2	21
Französische Sprache	—	—	—	—	(3)	(3)	(3)	(9)
Geographie und Geschichte	3	4	4	4	3	3	3	24
Mathematik . . .	3	3	3	4	6	5	5	29
Darstellende Geometrie	—	—	—	—	3	3	3	9
Naturgeschichte . .	3	3	—	—	3	2	3	14
Physik	—	—	4	2	—	4	4	14
Chemie	—	—	—	3	2	2	2	(9)
Geometrisches Zeichnen . . .	6	3	3	3	—	—		35
Freihandzeichnen .	—	4	4	4	4	2	2	
Schönschreiben . .	1	1	—	—	—	—	—	2
Summe .	25 (28)	26 (29)	26 (29)	28 (31)	31	31	31	198 (210)

Dieser Lehrplan tritt mit dem Schuljahre 1871/2 für die Schüler der I. und II. Klasse vollständig in Wirksamkeit. Doch beginnt der Unterricht in der italienischen Sprache auch in der II. Klasse mit den Regeln der Aussprache und des Lesens und muss der Lehrstoff der I. und II. Klasse innerhalb des Schuljahres 1872 absolvirt werden, zu welchem Ende dem italienischen Sprachunterrichte erforderlichen Falles noch eine Lehrstunde statt des Schönschreibens zugewiesen werden kann. Auch für die Schüler der III. und IV Klasse wird der Unterricht in der italienischen Sprache sofort unbedingt obligat, gliedert sich aber nach Cursen so, dass Anfänger, Vorgeschrittenere und grammatikalisch bereits vollständig Durchgebildete gesondert unterrichtet werden.

Einem dieser Curse müssen sich auch die Schüler der V. Kl. einreihen, für welche die italienische Sprache insoweit obligat wird, als sie sich nicht über die bereits erlangte vollständige

Kenntniss derselben auszuweisen vermögen oder einen bereits früher begonnenen Unterricht in der französischen Sprache fortzusetzen haben.

Die Schüler der VI. und VII. Klasse sind nur dann zum Besuche des Unterrichtes in der italienischen Sprache verpflichtet, wenn sie nach den von ihnen bereits erlangten Vorkenntnissen befähigt sind, und zwar die Schüler der VI. Klasse in den Curs für Vorgeschrittenere, jene der VII. Klasse in den Curs für grammatikalisch bereits vollständig Durchgebildete aufgenommen zu werden.

Eine Verpflichtung zum Besuche des Unterrichtes in der französischen Sprache besteht nur für jene Schüler der V. Klasse, welche zur Theilnahme an dem Unterrichte in der italienischen Sprache nicht verpflichtet sind. Von den in gleicher Lage befindlichen Schülern der VI. und VII. Klasse sind nur diejenigen zur Theilnahme am Unterrichte in der französischen Sprache verpflichtet, welche einen bereits begonnenen Unterricht in derselben fortsetzen.

Das Slovenische bildet nur für jene Schüler einen obligaten Gegenstand, deren Aeltern oder Vormünder es verlangen. Solche Schüler sind, wenn sie auch in den drei oberen Klassen am slovenischen Sprachunterrichte theilnehmen, zum Besuche des Unterrichtes im Französischen nicht verpflichtet.

Alle andern im obigen Lehrplane aufgezählten Gegenstände sind für alle Schüler unbedingt obligat.

Der Lehrkörper wird zu Beginn des Schuljahres 1871/2 entscheiden, welche Schüler der bisherigen III. Kl. in die neue V. Klasse, welche hingegen in die neue IV. Klasse aufzunehmen sind. Bei Schülern, deren Befähigung zum Aufsteigen, in die IV. oder V. Klasse zweifelhaft ist, und bei den aus anderen Anstalten übertretenden Schülern der bisherigen III. Klasse entscheidet diesbezüglich eine Aufnahmsprüfung.

Rangordnung
der Schüler am Schlusse 1871.

I a. Klasse.

1. **Osana** Johann aus Praewald.
2. **Lenarčič** Andreas aus Adelsberg.
3. **Pehani** Ignaz aus Seisenberg.
4. **Homan** Friedrich aus Radmannsdorf.
5. **Schapla** Johann aus Sturia.
6. Jonke Franz aus Laibach.
7. Polajnar Lukas aus Galenfels.
8. Mušič Andreas aus Senosetsch.
9. Brovet Rupert aus St. Paul in Steiermark.
10. Kozelj Jakob aus St. Georgen bei Krainburg.
11. Ferkovič Blas aus Novi in Kroatien.
12. Dereani Jakob aus Seisenberg.
13. Homan Anton aus Lack.
14. Laurenčič Josef aus Adelsberg.
15. Schuller Konrad aus Kropp.
16. Taučar Johann aus Laibach.
17. Perhauz Anton aus Adelsberg.
18. Andolšek Josef aus Nassenfuss.
19. Mlaker Josef aus Pöltschach.
20. Domladiš Josef aus Ill. Feistritz.
21. Rudolf Alois aus Laibach.
22. Strel Karl aus Godič.
23. Sterlekar Josef aus Laibach.
24. Modic Johann aus Eibenschuss.
25. Skoprtal Josef aus Verona.
26. Bernard Josef aus Laibach.
27. Maiditsch Vincenz aus Mannsburg.
28. Bajt Franz aus Laibach.
29. Grahar Anton aus Oberpulsgau in Steiermark.
30. Bartel Felix aus Laibach.
31. Terdin Josef aus Laibach.
32. Trost Franz aus Venedig.
33. Svetek Ferdinand aus Laibach.
34. Laurič Eduard aus Ponigl in Steiermark.
35. Zadnikar Johann aus Laibach.
36. Ambrožič Mathias aus Neudirnbach.
37. Hauptmann Adolf aus Laibach.
38. Grom Anton aus Laibach.
39. Magolič Ludwig aus Laibach.
40. Mankoč Jakob aus Triest.
41. Toman Josef aus Präwald.
42. Punčuh Leopold aus Idria.
43. Hribar Anton aus Kronau.
44. Kraigher Josef aus Adelsberg.
45. Kraljič Josef aus Poljunec bei Triest.
46. Malenšek Johann aus Tacen.
47. Devetak Gabriel aus Tolmein.
48. Šlajbach Alois aus Gross-Lack.

I b. Klasse.

1. **Holzer** Ernest aus Laibach.
2. **Pfefferer** Alois aus Agram.
3. **Gürke** Franz aus Pöltschach.
4. **Kastner** Michael aus Laibach.
5. Perles Adolf aus Laibach.
6. Drassal Heinrich aus Triest.
7. Stöckl Karl aus Eisenkappel.
8. Faber Ernest aus Steinwald.
9. Hirschal Ludwig aus Triest.
10. Tschenet Anton aus Wien.
11. Franzl Heinrich aus Laibach.
12. v. Fladung Rudolf aus Laibach.
13. Trinker Werner aus Belluno.
14. Klinar Stefan aus Karanovaz.
15. Tscherne Alois aus Gottschee.
16. Lukasch Josef aus Unt. Tannovitz.
17. Dal Ben Josef aus Triest.
18. Hofbauer Josef aus Neumarktl.
19. Hoideker Ignaz aus Graz.
20. Siegl Ludwig aus Schwanenstadt.
21. Tomac Kazimir aus Portore.
22. Ranth Viktor aus Laibach.
23. Zanutti Jakob aus Triest.
24. Konschegg Johann aus Laibach.
25. Mohr Josef aus Atzgersdorf.
26. Gasparo Jakob aus Triest.

27. Schuller Leopold aus Leopold.
28. Schaffer Maximilian aus Wildon.
29. Reich Karl aus Laibach.
30. Picek Franz aus Hof.
31. Schunko Franz aus Marburg.
32. Grebenc Alois aus Grosslašič.
33. Legat Viktor aus Laibach.
34. Pellan Otto aus Laibach.
35. Posch Siegfried aus Vöslau.
36. Achtschin Paul aus Laibach.
37. Koschier Friedrich aus Laibach.
38. Mastrella Johann aus Triest.
39. Jellinek Karl aus Graz.
40. Wolfling Otto aus Laibach.

II. Klasse.

1. **Krisper** Anton aus Laibach.
2. Steindl Wilhelm aus Planina.
3. Aussenegg Adalbert aus Gurkfeld.
4. Milone Josef aus Laibach.
5. Wenedikter Ferdinand aus Gottschee.
6. Šetina Viktor aus Laibach.
7. Schreyer Johann aus Laibach.
8. Rosman Alexander aus Görz.
9. Popp Franz aus Marburg.
10. Buchta Johann aus Bruck a. d. Mur.
11. v. Kappus Johann aus Steinbüchel.
12. Novak Josef aus Laibach.
13. Bürger Leopold aus Laibach.
14. Barolin Johann aus Laibach.
15. Reiniger Adolf aus Obergras.
16. Ranzinger Vincenz aus Gottschee.
17. Jager Eduard aus Laibach.
18. Millauz Adolf aus Krainburg.
19. Künl Oskar aus Laibach.
20. Trinker August aus Klausen.
21. Prücker Amand aus Laibach.
22. Polletin Josef aus Laibach.
23. Repič Peter aus Triest.
24. Pirc Gustav aus Bischoflak.
25. Jelovšek Gabriel aus Oberlaibach.
26. Berg von Falkenberg Heinrich aus Prag.
27. Rieder Andreas aus Triest.
28. Fasan Karl aus Masern.
29. Berger Ludwig aus Innsbruck.
30. Pessiak Karl aus Rudolfswerth.
31. Kavčič Filipp aus Präwald.
32. Hiti Mathias aus Soderšič.
33. Jamšek Rudolf aus Gradac.
34. Hinner Gottfried aus Laas,
35. Reven Gabriel aus Idria.
36. Stampetta Johann aus Vert.
37. Lamovc Johann aus Laibach.
38. Rihtaršič Johann aus Hotavlje.
39. Zudermann Karl aus Laibach.
40. Halbärth Norbert aus Teschen.
41. Velkaverh Anton aus Laibach.
42. Schwarz Stefan aus Bruck a. d. Mur.
43. Korn Ottokar aus Laibach.
44. Žnideršič Leopold aus Idria.
45. Ihan Adolf aus Sittich.
46. Plautz Ludwig aus Laibach.
47. Knez Anton aus St. Veit.
48. Mally Ignaz aus Neumarktl.
49. von der Lühe Erwin aus Lemberg.
50. Přibil Johann aus Wien.
51. Giorgini Alois aus Triest.
52. Orenig Adolf aus Laibach.
53. Matevže Josef aus Laibach.
54. Urbas Karl aus Laibach.

III. Klasse.

1. **Pompe** Karl aus Oedenburg.
2. **Zhuber von Okrog** Johann aus Laibach.
3. **Reinberger** Julius aus Laibach.
4. Brandt Karl aus Hrastnigg.
5. Böckl Leopold aus Hacking.
6. Kučić Karl aus Mailand in Italien.
7. Karničnik Viktor aus Tüffer.
8. Pirc Karl aus Bischoflack.
9. Schuller Johann aus Kropp.
10. Grum Vincenz aus Laibach.
11. Kraschner Rafael aus Idria.
12. Harmel Viktor aus Idria.
13. Tönnies Wilhelm aus Laibach.
14. Paulinovich Johann aus Fiume.
15. Posch Ferdinand aus Vöslau.
16. Sorčan Johann aus Laibach.
17. Schrei Johann aus Gleinitz.
18. Dereani Dominik aus Seisenberg.
19. Bacho Franz aus Modena.
20. Buda Alfred aus Nassenfuss.
21. Schwab Franz aus St. Paul ob Cilli.
22. Gogala Ignaz aus Krainburg.
23. Jerič Vincenz aus Laibach.
24. Pattay Karl aus Pisino.
25. Pattay Paul aus Visinada.
26. Medić Franz aus Laibach.
27. Hampel Max aus Planina.
28. Fischer Hugo aus Laibach.
29. Mattanović Othmar aus Laibach.
30. Roiz Heinrich aus Nassenfuss.
31. Burger Josef aus Poganik.

32. Götz Leopold aus Laibach.
33. Globočnik Johann aus Landstrass.
34. Podkrajšek Johann aus Mariafeld.
35. Pospišil Karl aus Stampfen.
36. Watzger Friedrich aus Cilli.
37. Reich Adolf aus Laibach.
38. Skale Paul aus Laibach.
39. Křivanek Gustav aus Chioggia.
40. Wallner Adolf aus Saloch.
41. Schaffer Ferdinand aus Laibach.
42. Bozofski Anton aus Graz.
43. Jallen August aus Laibach.
44. Hammerschmidt Adolf aus Laibach.
45. Smolić Leopold aus Dornegg bei ill. Feistritz.
46. Ošabnik Friedrich aus Neumarktl.
47. Permoser Franz aus Hohenegg.
48. Ivan Johann aus Laibach.

IV. Klasse.

1. **Endlicher** Julius aus Laas.
2. Dejak Johann aus Senoseč.
3. Kottowitz v. Kortschak Viktor aus Korneuburg.
4. Franz Georg aus Bischoflak.
5. Repič Andreas aus Laibach.
6. Bezlaj Josef aus Laibach.
7. Postl Adolf aus Triest.
8. Bobik Karl aus Idria.
9. Dragič Alex. aus Temeswar.
10. v. Comelli Friedrich aus Eisenkappel.
11. Podkrajšek Franz aus Laibach.
12. Schuller Ernst aus Seisenberg.
13. Paulin Johann aus Senoseč.
14. Ambrosch Reinhold aus Laibach.
15. Eichelter Rudolf aus Trifail.
16. Freyer Richard aus Triest.
17. Bayer Otto aus Laibach.
18. Zudermann Gustav aus Laibach.
19. Simpa Franz aus Mailand.
20. Droll Josef aus Triest.
21. Kreuzberger Vincenz aus Krainburg.
22. Schley Karl aus Bodenbach.
23. Kump Mathias aus Bischoflak.
24. Wessner Franz aus Laibach.
25. Rupnik Ernst aus Triest.

V. Klasse.

1. **Kalin** Franz aus Laibach.
2. Machnitsch Alfred aus Mailand.
3. Lenarčič Josef aus Oberlaibach.
4. Widmar Vincenz aus Laibach.
5. Rupprecht Karl aus Cilli in Steiermark.
6. Endlicher Paul aus Laas.
7. Potrato Alois aus Laibach.
8. Jakopič Franc aus Laibach.
9. Weber Franz aus Bruck a. d. Mur.
10. Lachajner Edmund aus Laibach.
11. Rittenauer Ludwig aus Laibach.
12. Žužek Josef aus Laibach.
13. Triller Johann aus Windischgratz in Steiermark.
14. Valenta Theodor aus Treffen.

VI. Klasse.

1. **Göck** Ferdinand aus Laibach.
2. **Wehr** Johann aus Waidhofen.
3. Zmrzlikar Franz aus Logatec.
4. Hansel Vincenz aus Laibach.
5. v. Laudes Leopold aus Laibach.
6. Breindl Friedrich aus Graz.
7. Breindl Herrmann aus Ungarisch-Hradisch.
8. Stua Johann aus Cormons.
9. Brussich Josef aus Veglia.
10. Košir Emil aus Lože.