PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **2** (1974/1975)
Številka 3
Stran 119

Dušan Repovš:

NALOGA Z MEDNARODNE MATEMATIČNE OLIMPIADE

Ključne besede: matematika, srednješolski pouk, teorija števil.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/2/2-3-Repovs-naloga.pdf

NALOGA Z MEDNARODNE MATEMATIČNE OLIMPIADE

Dokažite, da ulomka $\frac{21n+4}{14n+3}$ ne moremo okrajšati za nobeno naravno število n.

Prva rešitev: Naj bo d ($d \geq 1$) največji skupni delitelj števca in imenovalca danega ulomka. Torej je $21n+4=sd$ in $14n+3=td$, kjer sta t in s naravni števili. Potem lahko nastavimo sistem:

$$\begin{array}{ll} 42n+8=2sd & (1) \\ 42n+9=3td & (2) \end{array} \quad \text{odštejemo (1) od (2)}$$

$$\begin{array}{c} 1=(3t-2s)d \\ 1/d=3t-2s \end{array} \quad \text{delimo enačbo z } d$$

ker je desni izraz celo število (razlika dveh naravnih števil), je tudi leva stran enačbe celo število. Torej je $d=1$. Ker pa je d po definiciji največji skupni delitelj, sta si števec in imenovalec danega ulomka tuji števili za vse n in ulomka zato ne moremo okrajšati.

Druga rešitev: Uporabimo Evklidov algoritem:

$$\begin{array}{l} 21n+4=(14n+3)\cdot 1 + 7n+1 \\ 14n+3=(7n+1)\cdot 2 + 1 \end{array}$$

Torej je največji skupni delitelj števca in imenovalca 1. Nadaljni sklep je analogen prejšnjemu.

Opomba: Ta naloga je bila na 1. mednarodni matematični olimpiadi. Organizirali so jo Romuni v juliju 1959. Udeležilo se je je sedem držav: Bolgarija, Romunija, NDR, ČSSR, SSSR, Madžarska in Poljska. Med posamezniki je zmagal B.Diviš (ČSSR), ekipno pa Romunija.

Dušan Repovš

**Mednarodna matematična olimpiada je tekmovanje, na katerem se vsako leto srečajo najboljši mladi matematiki iz vseh koncev sveta. Tekmovanje traja dva dni. Vsak dan rešujejo dijaki po tri naloge. Snov nalog obsega vso srednješolsko matematiko, zahteva pa predvsem veliko mero iznajdljivosti in kanček bistroumnosti. Naši srednješolci že od leta 1963 z uspehom tekmujejo na teh pomembnih prireditvah. Leta 1967 je bila 9. mednarodna matematična olimpiada pri nas v Cetinju.*