PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **28** (2000/2001)
Številka 2
Strani 92–95

Andrej Likar:

PLAVANJE Z VALOVI

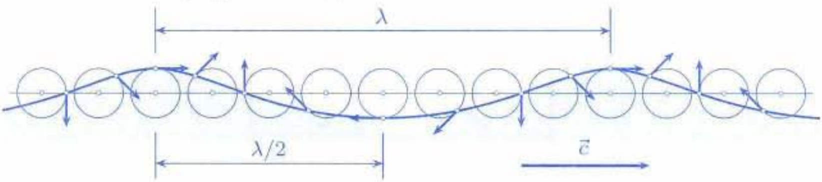
Ključne besede: fizika, valovanje, morje, plavanje.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/28/1432-Likar.pdf

PLAVANJE Z VALOVI

Ste že kdaj plavali v takšnem valovitem morju, ko se povsem pogreznemo v dolino in nas morje spet dvigne na vrh? Na take valove še sedaj nestrpno čakam, ko sem na letovanju. Izkušnje mnogih let kažejo, da pridejo vsako leto, če smo le kaka dva tedna na morju.

Valovanje na vodni gladini ni tako preprosto kot na napeti vrvi. Na slednji nihajo delci pravokotno na širjenje valov. Takemu valovanju pravimo transverzalno valovanje. Tudi zvočni valovi so preprostejši od valov na vodi, saj delci zraka nihajo v smeri razširjanja valov – valovanju te vrste pravimo longitudinalno valovanje. Na vodni gladini, ko je voda globoka v primeri z valovno dolžino, pa delci vode krožijo, valovanje je torej nekakšna kombinacija transverzalnega in longitudinalnega valovanja. Na valovnem vrhu teče voda v smeri valovanja, v dolu pa v nasprotni smeri (slika 1). Vmes sta točki, ko se vodni delci gibljejo v navpični smeri, torej pravokotno na širjenje valovanja.



Slika 1. Gibanje vodnih delcev v valu. Izbrani delec se giblje po krogu s polmerom, ki je enak amplitudi vala. Val se giblje od leve proti desni, kot kaže vektor valovne hitrosti $\vec{c}$.

Hitrost toka v valovnem vrhu ali dolu je povezana z amplitudo valovaja s_0 in njegovo valovno dolžino λ. Ker se pot izbranega vodnega delca po krožni poti zaključi v času, ko valovanje napreduje za valovno dolžino, torej v obhodnem času

$$t_0 = \frac{1}{\nu} = \frac{\lambda}{c}\,,$$

je njegova obodna hitrost enaka razmerju med dolžino krožnice s polmerom, ki je enak amplitudi valovanja s_0, kar je $2\pi s_0$, in obhodnim časom t_0:

$$v_k = \frac{2\pi s_0}{t_0} = c\frac{2\pi s_0}{\lambda}\,.$$

S c smo označili hitrost valovanja, ki je v globoki vodi podana z izrazom

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}\,.$$

Za razliko od izrazov za hitrost valovanja na vrvi ali zvočnega valovanja v zraku vsebuje ta izraz tudi valovno dolžino, kar je še ena posebnost valovanja na vodni gladini.

Ko plavamo vzdolž valov, prav jasno čutimo, da nas na valovnem vrhu tok žene naprej, v dolu pa nas zavira. Tudi ni mogoče prezreti, da plavamo vzdolž valov znatno hitreje kot proti njim, čeprav se v obeh primerih enako naprezamo. Oglejmo si, zakaj je tako, in izračunajmo povprečno hitrost plavanja v obeh primerih.

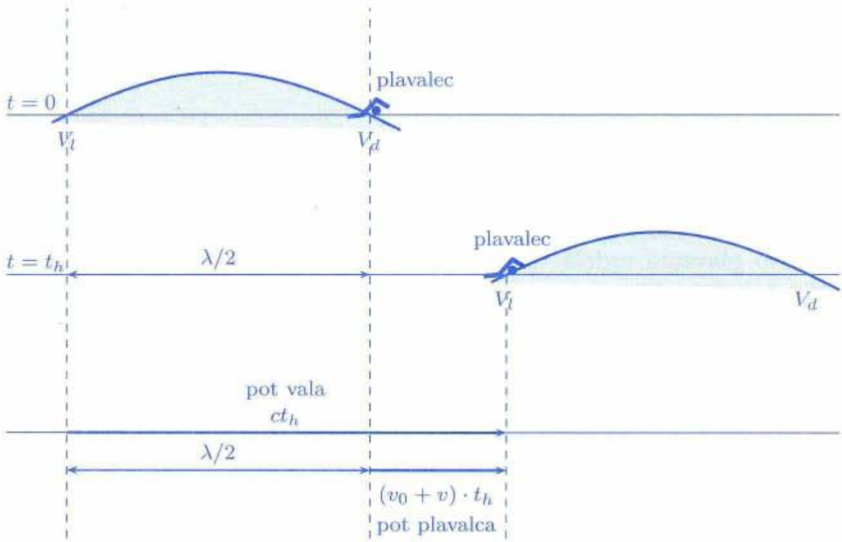
Najprej se vprašajmo, zakaj smo pri plavanju vzdolž valov hitrejši, saj delci vode pri valovanju le krožijo in se premikajo okrog negibne točke. Na prvi pogled bi sklepali, da se bo zaviranje v dolu in pospeševanje na vrhu izravnalo in bo torej povprečna hitrost plavalca enaka kot v mirnem morju. Natančnejši premislek pojasni opazovanja: plavalec plava dlje časa na valovnem vrhu kot v valovnem dolu. V vrhu ima večjo hitrost kot v dolu, zato ga dol pozneje doseže. Ker je njegova hitrost v vrhu nekoliko večja, je povprečna hitrost plavalca večja od hitrosti, s katero plava v mirnem morju.

Poskusimo to izraziti še z računom. Da si ga poenostavimo, bomo privzeli, da ima plavalec v področju valovnega hriba, torej tam, kjer so delci vode nad nemoteno gladino, hitrost $v_0 + v$, drugje pa hitrost $v_0 - v$, kjer je v_0 hitrost plavalca v mirni vodi. Plavalec bo v naših računih zelo kratek v primeri z valovno dolžino, dolžina valovnega hriba pa naj bo $\frac{\lambda}{2}$ in tako enaka dolžini dola. Le pri zelo majhni nemoteni hitrosti v_0 se bo pokazalo, da je dolžina dola nekoliko daljša kot hriba. Valovanje potuje s hitrostjo c. Izračunajmo čas, ki ga plavalec preživi v valovnem hribu, označimo ga s t_h. Pri računu si pomagamo s sliko 2, kjer so razmere jasno prikazane. Področje valovnega hriba je dolgo $\frac{\lambda}{2}$. Ko je plavalec ob vznožju V_l hriba in ima hitrost $v_0 + v$, ga val dohiteva s hitrostjo c, zato velja

$$(v_0 + v)t_h + \frac{\lambda}{2} = ct_h\,.$$

Prvi člen na levi strani enačbe je pot plavalca, dokler ga ne dohiti dol, na desni strani pa je pot, ki jo mora opraviti vznožje V_d, da dohiti plavalca. Iz te enačbe sledi

$$t_h = \frac{\lambda}{2(c - v_0 - v)}\,.$$



Slika 2. Razmere ponazarjajo enačbo za izračun časa t_h. Zgornja slika kaže plavalca ob vznožju valovnega hriba v času $t = 0$, srednja pa plavalca, ko ga je dohitela dolina v času t_h. Točki V_l in V_d potujeta z valom.

Privzeli smo, da je hitrost valovanja c večja od hitrosti $v_0 + v$, kar je pri plavanju brez pomoči kakega motorja vedno izpolnjeno. Podobno dobimo čas t_d, ki ga plavalec preživi v valovni dolini:

$$t_d = \frac{\lambda}{2(c - v_0 + v)} .$$

Sedaj lahko izračunamo povprečno hitrost plavalca, saj vemo, da traja plavanje v valovnem hribu čas t_h s hitrostjo $v_0 + v$ in čas t_d v valovni dolini s hitrostjo $v_0 - v$. Skupna pot s_s, ki jo opravi plavalec v skupnem času $t_s = t_h + t_d$ je $(v_0 + v)t_h + (v_0 - v)t_d$, zato je njegova povprečna hitrost

$$\overline{v} = \frac{s_s}{t_s} = \frac{(v_0 + v)t_h + (v_0 - v)t_d}{t_h + t_d} .$$

Po krajšem računu dobimo za povprečno hitrost

$$\bar{v} = v_0 + \frac{v^2}{c - v_0} .$$

Pri računanju smo upoštevali, da je $c > v + v_0$, tako da je imenovalec v zgornji enačbi vedno večji od v in zato povprečna hitrost $\bar{v}$ vedno manjša od $v_0 + v$. Na meji, ko velja $c = v_0 + v$, je $\bar{v} = c$, kar ustreza plavanju na valovnem vrhu. Zaradi velike hitrosti nekajmetrskih valov na globokem morju v primeri s hitrostjo, ki jo dosežemo s plavanjem, je to mejo praktično nemogoče doseči. Če v izraz postavimo $v_0 = 0$, bi pričakovali rezultat $\bar{v} = 0$, dobimo pa od nič različno vrednost. Pri majhni hitrosti v_0 bi morali upoštevati, da je dolžina dola nekoliko večja od hriba, kar jasno vidimo na sliki 1.

Pri plavanju valovom naproti je računanje podobno. Sedaj gresta plavalec in val drug proti drugemu in je enačba za računanje časa plavanja v valovnem hribu

$$(v_0 + v)t_h + ct_h = \frac{\lambda}{2}\,,$$

v valovni dolini pa

$$(v_0 - v)t_h + ct_h = \frac{\lambda}{2}\,.$$

Po podobnem računu kot zgoraj pridemo do navidez podobnega rezultata:

$$\bar{v} = v_0 - \frac{v^2}{c + v_0}\,.$$

Pri plavanju v valove je torej povprečna hitrost manjša od nemotene hitrosti v_0, a izgubljamo nekoliko manj hitrosti kot je pridobivamo s plavanjem z valovi. Imenovalec v izrazu za $\bar{v}$ je sedaj $c + v_0$ in je tako vedno večji kot v prejšnjem primeru.

Oglejmo si še številski primer. Valovi z amplitudo kakega metra imajo valovno dolžino kakih dvajsetih metrov in hitrost $c = \sqrt{\frac{10 \cdot 20\ \mathrm{m}^2}{6{,}28\ \mathrm{s}^2}} = 5{,}6\,\mathrm{ms}^{-1}$ ter hitrost toka v vrhu in dolu $v_k = 1{,}8\,\mathrm{ms}^{-1}$. Rekreativni plavalec z ne preveč truda plava s hitrostjo $v_0 = 0{,}7\,\mathrm{ms}^{-1}$. S temi podatki dobimo, da je povprečna hitrost plavalca v smeri valov $1{,}4\,\mathrm{ms}^{-1}$, če privzamemo, da je $v = v_k$. To je dvakratno povečanje njegove nemotene hitrosti. Primer je nekoliko pretiran, saj je privzeti podatek $v = v_k$ le zgornja meja za hitrost v. Če pa smo dovolj spretni, učinek valov povečamo tako, da se na valovnem vrhu ali pa nekaj prej še posebno močno odrinemo. Takrat je privzeto morda bolj na mestu. Pri plavanju proti valovom pa je povprečna hitrost le $\bar{v} = 0{,}2\,\mathrm{ms}^{-1}$, kar je občutno zmanjšanje nemotene hitrosti.

Andrej Likar