

PALICA, SVETILO IN SENČE

Nada Razpet

Pedagoška fakulteta, Koper

Povzetek — Senca je gotovo eden izmed pojavov, s katerim se srečujemo vsak dan. V razredu lahko pripravimo celo vrsto poskusov. Potrebujemo le palico, svetilko, zid in zatemnjen prostor. S spreminjanjem lege palice ali svetilke lahko poiščemo (matematično) povezavo med lego palice in velikostjo senčice.

Abstract — Shadows are one example of phenomena that we experience in everyday life. We can prepare several experiments in the classroom. We only need a stick, a light source, a dark room and a wall. Varying the position of the stick (or the light source), we find a (mathematical) relation between the stick's position and the length of the shadow on the wall.

UVOD

Matematika in fizika sta medsebojno povezani. Fizik potrebuje matematiko kot orodje pri opisovanju in raziskovanju naravnih pojavov. Z enačbami zapisuje povezave med količinami. Nekatere od količin lahko tudi izmeri in na podlagi meritev izpelje relacije med njimi. Učenci in dijaki navadno ne vidijo povezav med matematičnim zapisom in dogajanjem v naravi ali med poskusi. Z opazovanjem senc (včasih tudi svetlih lis) na stenah in tleh pa lahko take povezave hitro najdemo. Tokrat se bomo posvetili opazovanju senc, ki jih mečejo palice na steno ali tla ob umetni svetlobi.

ZAČNIMO!

Nalogo bomo, če se le da, zastavili raziskovalno. Pomeni, da učencem in dijakom ne bomo dali natančnih navodil, kaj naj delajo, ampak jih bomo spraševali, kaj vse lahko z danimi predmeti opazujejo, spreminjajo in kaj se zgodi, če nekaj spremenijo. Opozorimo jih, da naj izbrano količino spreminjajo načrtno, v našem primeru recimo razdaljo vsakič za 5 cm. Od učencev vedno zahtevamo, da zapišejo, katere pripomočke so uporabili, skicirajo postavitev poskusa, zapišejo meritve v tabelo in narišejo ustrezne grafe. Na koncu pa je vedno potrebno zapisati še ugotovitev. Pri tem smo pozorni na to, da učenci rezultatov meritev ne prilagajajo svojim pričakovanjem. Če so meritve zares slabe ali nepričakovane, potem jih je potrebno ponoviti in ugotoviti, zakaj se je to zgodilo. Na začetku je dovolj, če povezavo med spremenljivkama (neodvisno in odvisno) zapišemo v obliki ČIM ... TEM ... Pri risanju grafov in iskanju matematičnega zapisa (učenci bi rekli enačbe) si lahko pomagajo z enim od računalniških programov. Mi bomo uporabljali GeoGebro.

OSVETLJENOST

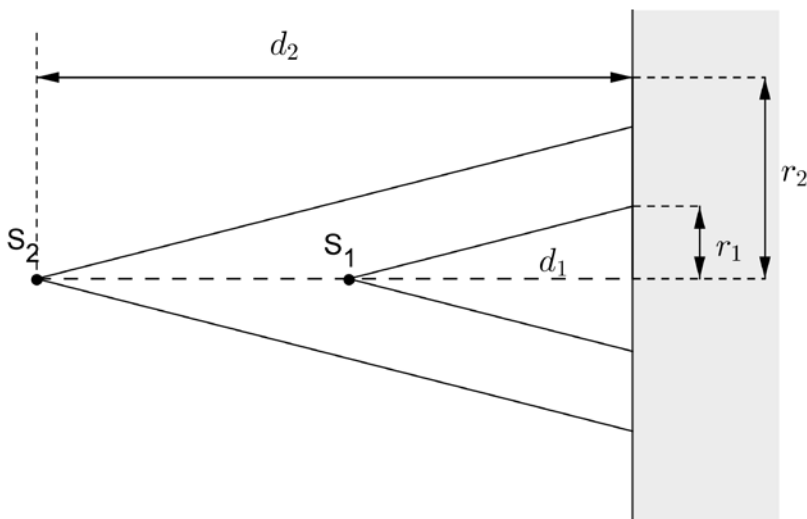
V zatemnjeni sobi se učenci postavijo ob steno in usmerijo baterijsko svetilko (v nadaljevanju svetilko) proti steni. Na zidu opazijo svetel krog (ali elipso). Kdaj opazijo krog in kdaj elipso? Če je os svetilke pravokotna na steno, potem je na steni svetel krog, če pa svetilko držimo postrani, dobimo elipso. Učenci lahko merijo, kako se oblika svetlega dela spreminja v odvisnosti od nagnjenosti svetilke. Pri krogu merijo premer, pri elipsi pa veliko os. O elipsi se učenci pri matematiki sicer še niso učili, nič pa ne bo narobe, če jim povemo, katera os je velika in katera mala. Česa drugega pa za to nalogo ne potrebujejo.

Z luksmetri lahko merimo tudi osvetljenost svetlega kroga (elipse). Pri tem lahko nalogo razdelimo na dva dela. Eni merijo, kako se osvetljenost spreminja od sredine proti robu, drugi pa, kako se osvetljenost določenega predela spreminja v odvisnosti od razdalje svetila do stene. Po končanih merjenjih narišejo še skico poskusa, konstruirajo graf in ugotovijo povezavo med količinama. Na koncu jim lahko zastavimo še vprašanje tako, da bodo odgovor našli iz zapisane zveze ali pa z grafa, nato pa naj pravilnost odgovora, če je le mogoče, preverijo še z meritvijo.

Primer:

Učenci so izmerili, da svetilka, ki je od stene oddaljena za 45 cm, meče na steno svetel krog s premerom 22 cm (ta podatek naj učenci pridobijo iz svojih meritev). Kolikšen je premer svetlega kroga, če je ta svetilka na razdalji 90 cm (70 cm) od stene? Učenci naj pred poskusom povedo, kolikšen bo premer, večji ali manjši.

Narišimo skico.



Slika 1: Svetilo na dveh razdaljah d_1 in d_2 . Polmera svetlih krogov sta r_1 in r_2 .

Iz podobnih trikotnikov (ali iz izmerkov) hitro ugotovimo, da velja:

$$r_1 : d_1 = r_2 : d_2$$

Če označimo osvetljenost z E , pa z merjenji (v okviru merilne natančnosti) ugotovimo, da velja:

$$E_1 : E_2 = d_2^2 : d_1^2$$

RAZISKUJEMO SENCO NA NAVPIČNI STENI

Zanima nas, kako je velikost (višina ali širina) sence odvisna od lege predmeta. Predmet, ki meče senco, naj bo palica z dolžino (višino) v . Oznaka sicer spominja na hitrost, ampak dobro je, da se učenci navadijo tudi na drugačen pomen, saj v matematiki višine označujemo z v . Najprej določimo spremenljivke. Premikamo predmet, spreminjamo torej razdaljo predmeta od svetila (lahko bi merili tudi razdaljo predmeta do stene). To razdaljo označimo z x , da nas bo spominjala na matematiko. Merili bomo višino sence, to pa označimo z y .

Najprej premikajmo predmet po premici, ki gre skozi svetilo in je pravokotna na steno in je tudi simetrala predmeta (glej sliko 2). Spreminjamo razdaljo predmeta, torej je to **neodvisna spremenljivka**. Posledica tega premika je spreminjanje velikosti sence, torej je velikost sence **odvisna spremenljivka**. Ves čas pa je svetilka na isti razdalji od stene. Torej je ta **razdalja konstanta**.

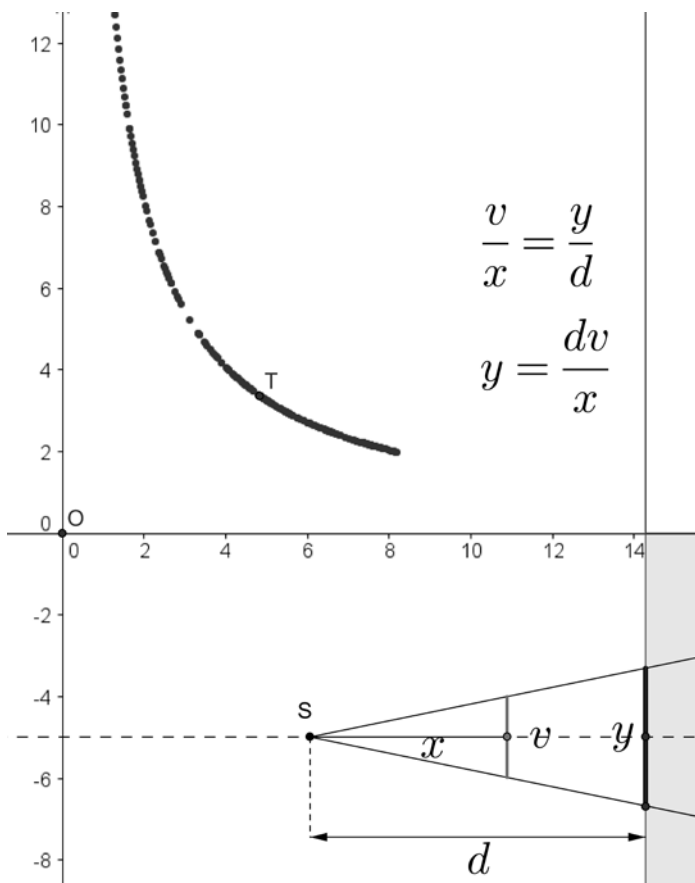
Pomudimo se še malo pri spremenljivkah. Pri funkcijah govorimo o definicijskem območju in zalogi vrednosti. Kaj je v našem primeru definicijsko območje? To so vse vrednosti, ki jih lahko zavzame x , to pa je v našem primeru interval $0 < x < d$, saj lahko palico premikamo od zidu ($x = d$) do svetila ($x = 0$). Kaj pa zaloga vrednosti? To pa bodo vse možne dolžine senc, ki jih pri takem premikanju meče palica na steno. Pri fiziki je dobro, da včasih označujemo količine tako, kot to delamo pri matematiki, seveda pa je potrebno tudi pri matematiki količine zapisovati *po fizikalno*.

Učenci najprej izvedejo meritve, zapišejo rezultate v tabelo in narišejo graf. Mi bomo meritve izpustili in narisali skico, potem pa še graf.

S poskusi smo ugotovili, da se dolžina sence z oddaljenostjo od svetila manjša. Ali lahko to razberemo iz enačbe? Seveda, opazimo, da je razdalja predmeta od svetila v imenovalcu ulomka na desni strani enačbe (zapisane na sliki 2). Vrednost ulomka se manjša, če večamo vrednost imenovalca. Količini v števcu sta konstantni, saj je višina predmeta v konstantna, prav tako nismo spreminjali razdalje svetila od stene.

Označimo produkt višine palice in razdalje svetila od stene drugače: $dv = c$. Potem lahko izraz za velikost sence y zapišemo kot: $y = c/x$. Ker je c konstanta, bodo tisti, ki se spoznajo na stožnice, hitro ugotovili, da smo narisali del hiperbole. Tega učencem ni

treba vedeti. Graf nariše program. Na os x nanese razdaljo palice od svetila, na os y velikost sence, nato pa s premikom točke $T(x,y)$, za katero smo označili, da naj riše sled, dobimo narisano krivuljo. Srednješolci lahko najdejo še temeni in asimptoti hiperbole.



Slika 2: Skica poskusa in grafični prikaz odvisnosti velikosti sence od razdalje predmeta do svetila.

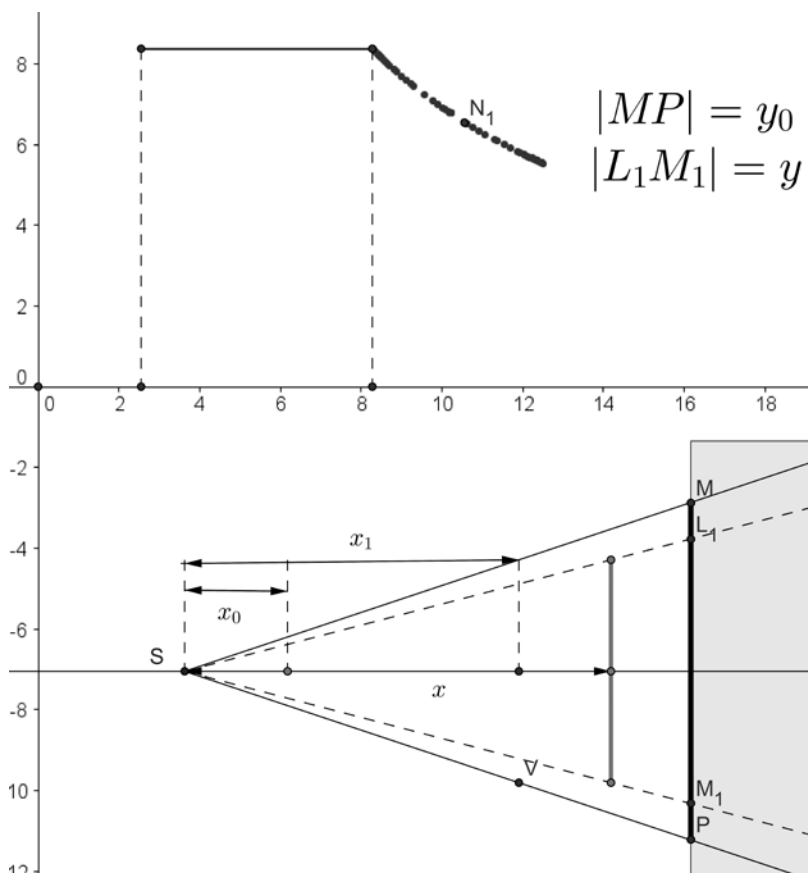
Za vajo lahko učenci še pogledajo, kaj bi se zgodilo, če bi postavili isto palico vodoravno in jo potem premikali na ravnini, ki je pravokotna na steno in leži seveda v isti ravnini, kot je svetilo. Hitro bi opazili, da se ne bi nič spremenilo. Še vedno bi dobili pri enakih razdaljah predmeta od svetila enako velike sence.

Morda še opomba: pogled matematika na funkcijo $y = c/x$ pravi: čim večji je x , tem manjši je y . Pomeni, čim bolj se oddaljujemo od svetila, tem manjša je senca. Fizik pa pravi: to je res, ampak čim večja je razdalja svetila od stene, tem slabše je osvetljena stena, tem bolj temna je stena, zato se senca slabo loči od ozadja. Dalj od svetila kot do stene s palico ne moremo. Torej je najmanjša senca enaka dolžini palice. Če pa je palica preblizu svetila, nam lahko svetilo zakrije in potem tudi ne vidimo sence.

POGLED V REALNI SVET

Poglejmo, kaj se zgodi, če je palica velika. Kaj to pomeni, si ponazorimo s sliko. Vzemimo, da je svetilo majhno. Iz svetilke izhaja svetloba le v določenih smereh. Žarki, ki izhajajo iz svetilke, tvorijo stožec, ki ima vrh v žarnici, kot ob vrhu naj bo 2ϕ . Lahko se zgodi, da je višina sence nekaj časa konstantna, šele nato se z oddaljenostjo od svetila manjša. Poglejmo primer:

Senca palice je za $x_0 < x < x_1$ enaka y_0 , potem se začne manjšati. Pri tem smo upoštevali, da palica ne sme biti blizu svetila, saj v tem primeru zakrijemo večino svetlobe, ki jo oddaja svetilka.



Slika 3: Snop svetlobe je omejen (na sliki polna črna črta). Senca je nekaj časa enako dolga (y_0), potem se krajša (y). Palica je označena z rdečo barvo.

Koordinatnih osi na grafih nismo označevali, to naj naredijo učenci.

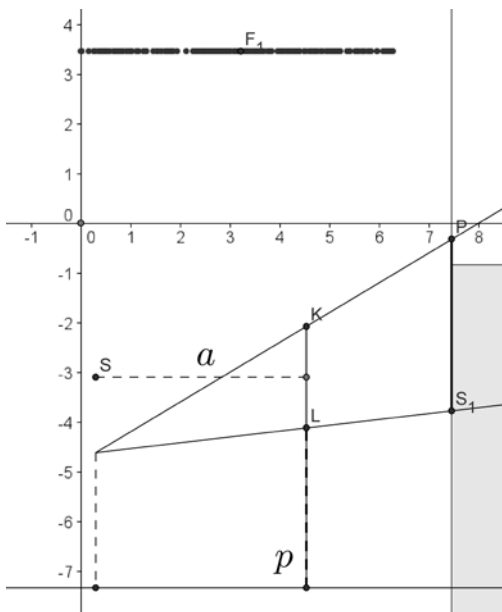
Tako kot prej smo graf narisali s premikanjem oddaljenosti palice od sence s programom GeoGebra.

PREDMET PREMIKAMO PO NAVPIČNICI

Oglejmo si še, kaj se zgodi, če palico premikamo po navpičnici (vzporedno s steno), svetilka pa je še vedno na razdalji d od stene. Zopet učenci najprej naredijo poskus. Najbolje je, da vzamemo daljši tulec (papirnati valj od gospodinjske folije) in skozenj potegnemo vrstico. Vrstico napnemo tako, da je pravokotna na tla (vzporedna s steno).

Naj bo palica na navpičnici v razdalji a od svetilke, v višina palice, zaslon (zid) pa na razdalji d od svetila. Učenci bodo nalogo rešili z merjenjem, mi pa rešimo nalogo grafično. Privzeli bomo, da ima svetilka dovolj širok *snop žarkov*. Odločili smo se, od kod bomo merili razdaljo spodnjega robu (na sliki smo ga označili s črko p). Graf (narisani z modro) smo zopet dobili tako, da smo na os x nanegli razdaljo p , na os y pa velikost sence. Graf je premica, vzporedna z osjo x , kar pomeni, da je velikost sence konstantna. Dokaz je preprost. Vse, kar moramo vedeti, so podobni trikotniki. En trikotnik ima eno oglišče v svetilu, drugi dve pa v krajiščih palice. Osnovnica trikotnika je kar dolžina palice, višina pa razdalja palice od svetila (merjena seveda po pravokotnici), ki pa je ves čas enaka, ne glede na to, kje je palica. Drugi trikotnik pa ima eno oglišče ravno tako v svetilu, drugi dve pa na krajiščih sence. Tudi tu imajo vsi trikotniki enake višine (razdalja svetila od zidu). Trikotnik s palico in trikotnik z ustrezno senco sta si podobna, to pa pomeni, da je razmerje med osnovnico in višino konstantno. Ker so višine pri trikotnikih s senco konstantne, mora biti konstantna tudi osnovnica. Matematično spretnejši učenci lahko namesto besed uporabijo matematične oznake.

Tako kot prej lahko palico premikamo v vodoravni ravnini vzporedno s steno. Zopet ugotovimo, da je dolžina sence konstantna.

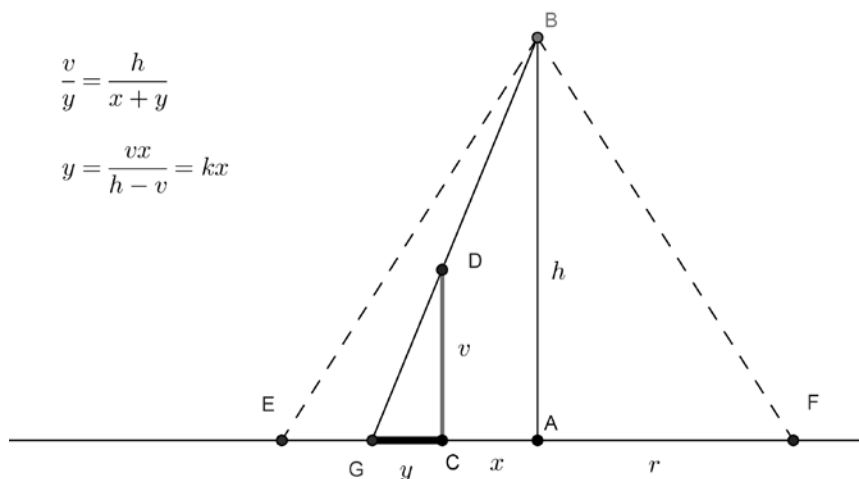


Slika 4: Senca palice, ki jo premikamo vzporedno z zidom (po navpičnici).

STOJIMO POD LUČJO

Naj bo svetilka 4 m (h) nad tlemi. Na tleh je viden svetel krog s premerom 4 m ($2r$). Kje mora stati otrok, visok 1 m (v), da bo senca (y) najdaljša (najkrajša)?

Nalogo lahko seveda zastavimo tako, da imamo debelejši valj postavljen na mizi, svetilko pa nad mizo. Učenci najprej naredijo meritve, mi pa bomo zadeve pregledali z grafom.

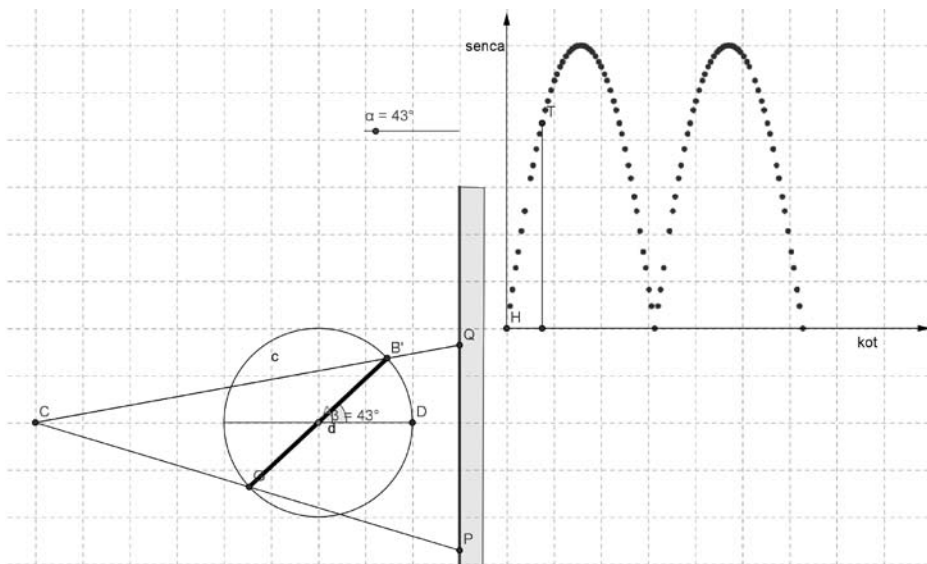


Iz zapisanih enačb na sliki bi lahko rekli, da je senca tem daljša, čim dalj smo od svetilke. Hm, ampak svetlobni snop je omejen. To pa pomeni, da lahko konec sence glave seže najdalj le do razdalje r . Torej je senca najdaljša, ko je $x + y = r$, to pa pomeni, da je najdaljša senca dolga $y = vr/h$. Najkrajša senca pa je takrat, ko stojimo pod lučjo.

VRTIMO PALICO

Za konec pa si oglejmo še, kaj se dogaja s senco palice, ki jo vrtimo okrog fiksne točke v vodoravni ravnini. Učenci naredijo poskus. Palico na sredini vrtljivo priprimo na mizico, ki je manjša, kot so dimenzije palice, zato da bomo na zidu lahko določili dolžino sence. Sliko bomo risali v tlorisu (iz ptičje perspektive). Račun je za osnovnošolce prezapleten.

Pri merjenjih moramo biti pazljivi. Učenci predvidevajo, da je senca glede na središče palice simetrična, kar pa **NE drži**, to vidimo že iz slike. Če bodo torej učenci merili le del sence (od sredine palice do enega konca), ne bodo prišli do pravilnega rezultata. To je torej ena od nalog, pri kateri hitro opazimo, na kaj so učenci pozorni.



Slika 5: Vrtimo palico. Senca je najdaljša, ko je palica vzporedna s steno, in najkrajša, ko je nanjo pravokotna.

ZAKLJUČEK

Ugotovili smo, da lahko senco preučujemo na različne načine. Osnova naj bodo poskusi, pri katerih učence navajamo na raziskovalno delo, to pa pomeni, da se zavedajo, kaj lahko spreminjajo in kako, kaj je posledica tega spreminjanja in kaj mora biti pri tem ves čas enako. Rezultate meritev naj sproti zapisujejo v tabelo. Grafe lahko rišemo z računalnikom. Zaključek, pri katerem učenci zapišejo ugotovitve in omejitve, kdaj stvari veljajo, so nujen del vsake raziskave. Bolje je, da naredimo manj poskusov, pa tiste zares do konca, z vsemi utemeljitvami.

Še nismo obdelali vseh primerov. Še veliko jih je, Recimo sence z dvema svetiloma, sence, ki se prekrivajo itd. Pa o tem kdaj drugič.