

PODHЛАJENE VODNE KAPLJICE V OZRAČJU

GREGOR SKOK IN JOŽE RAKOVEC

Fakulteta za matematiko in fiziko

Univerza v Ljubljani

PACS: 92.60.Nv

V ozračju v oblakih so pri temperaturah precej pod lediščem pogosto prisotne kapljice podhlajene tekoče vode. V prispevku se ukvarjam s tem, zakaj sploh obstajajo podhlajene kapljice v zraku, kako poteka njihovo zmrzovanje in kateri procesi so pri tem pomembni, koliko časa traja, da kapljice v celoti zmrznejo, in kako je ta čas odvisen od velikosti kapljic.

SUPERCOOLED WATER DROPLETS IN THE ATMOSPHERE

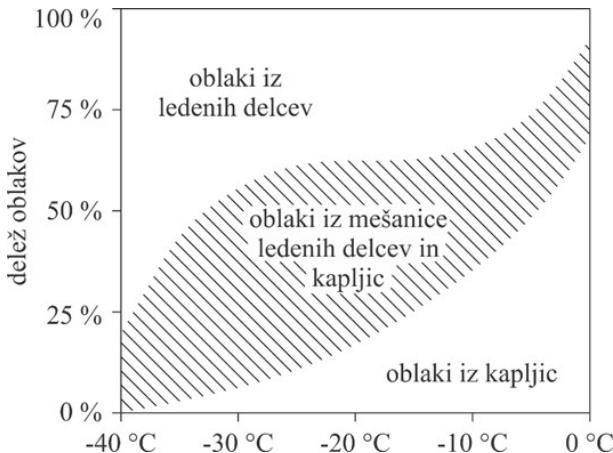
Liquid cloud droplets at sub-freezing temperatures are a common occurrence in the atmosphere. We try to address why supercooled droplets are common in the atmosphere, how the freezing of water is happening in clouds and which processes are important, how long does it take for a droplet to freeze and how this depends on the droplet size.

Uvod

V ozračju so v oblakih pri temperaturah precej pod lediščem pogosto prisotne kapljice podhlajene tekoče vode. Slika 1 prikazuje deleže oblakov, ki so pretežno sestavljeni bodisi iz ledenih delcev, iz kapljic ali pa iz mešanice ledu in kapljic. Rezultati so pridobljeni iz meritev sestave oblakov nad morjem, nad kopnim in nad arktičnimi predeli Kanade, med geografskima širinama 42°N in 76°N , kot so jih predstavili v [1]. Slike je razvidno, da je pri -5°C približno dobra polovica oblakov takšnih, da v njih močno prevladujejo kapljice (v takšnih oblakih več kot 90 % mase vseh hidrometeorjev predstavljajo kapljice). Po drugi strani je pri temperaturi -35°C polovica oblakov takšnih, da v njih močno prevladujejo ledeni delci, vendar je hkrati druga polovica oblakov takšnih, da so sestavljeni iz mešanice ledenih delcev in kapljic. Iz meritev je očitno, da se z nižanjem temperature delež mase kapljic manjša, vendar tudi pri temperaturah pod -30°C še vedno najdemo tudi precej tekoče vode. Kakšni drugi primeri z drugih območij bi seveda lahko dali tudi nekoliko drugačne rezultate.

Glede na to, da smo ljudje iz vsakdanjih izkušenj navajeni, da voda praviloma zmrzne, ko se ohladi pod temperaturo ledišča, se zdi obstoj tekoče vode oziroma podhlajenih kapljic v ozračju pri temperaturah, ki so precej nižje od ledišča, nenavaden. Kaj je tisto, kar omogoča tem kapljicam, da

Podhlajene vodne kapljice v ozračju



Slika 1. Delež oblakov glede na fazo hidrometeorjev, ki prevladujejo v oblaku. Oblaki iz ledenih delcev so definirani glede na delež mase ledu v primerjavi s celotno maso hidrometeorjev v oblaku (kapljice vode + ledeni delci), pri čemer mora biti delež ledu vsaj 90 %. Podobno so definirani oblaki iz kapljic, kjer mora biti delež mase kapljic vsaj 90 %. Na horizontalni osi je temperatura v oblaku tam, kjer so bile narejene meritve. Prirejeno po [1].

ostanejo tekoče pri temperaturah pod lediščem? Za odgovor je treba obrazložiti, kaj sploh sproži zmrzovanje kapljice, in ko se zmrzovanje enkrat začne, kako ta proces zmrzovanja kapljice poteka.

Prva faza – zmrzovanje do ledišča

Najprej ocenimo, za koliko bi se segrela kapljica zaradi sproščanja toplotne zmrzovanja, če bi bila topotno izolirana. Recimo, da zmrzne delež mase kapljice x , pri čemer se sprosti xmh_t toplotne. Ta toplota bi kapljico segrela za $mc\Delta T$, torej:

$$mc\Delta T = xmh_t,$$

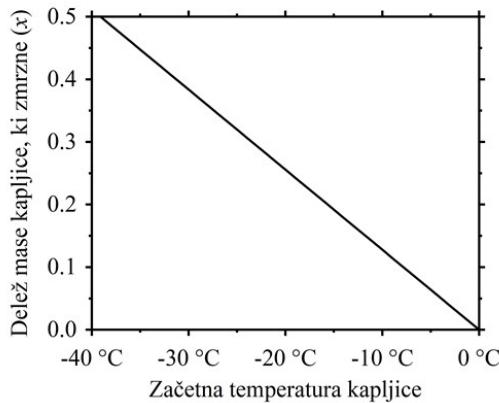
Če izrazimo ΔT v odvisnosti od x , dobimo

$$\Delta T = \frac{xh_t}{c}.$$

V primeru, da bi zmrznila celotna masa vode ($x \rightarrow 1$), dobimo iz zgornje enačbe za ΔT oceno okrog 78°C (ko smo uporabili vrednosti pri 0°C : $h_t = 0,33 \text{ MJ/kg}$ in $c = 4200 \text{ J/kgK}$). Ta ocena seveda ni točna, ker smo, denimo, predpostavili, da sta h_t in c neodvisna od temperature. Izračunan dvig temperature pa je vsekakor tako velik, da bi se morala kapljica pri

zmrzovanju segreti veliko nad temperaturo ledišča, kar pa seveda ne gre, saj led pri temperaturah nad lediščem ne more nastajati. Kapljica se lahko torej segreje največ do ledišča, preostala toplota, ki se sprosti pri zmrzovanju, pa se mora odvesti v okolico.

Če iz zgornje enačbe izrazimo x v odvisnosti od ΔT , lahko ocenimo, kolikšen delež vode v kapljici bi zmrznil v primeru segrevanja od neke začetne temperature do ledišča (slika 2). Pri podhlajenosti tja do okrog $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ bi v tej prvi fazi procesa zmrznilo približno 13 % mase kapljice, za kar bi se porabilo tudi 13 % toplotne popolnega zmrzovanja. V tem primeru bi prvo fazo procesa morda lahko zanemarili v primerjavi z drugo fazo, pri kateri se mora toplota zmrzovanja odvesti proč od kapljice v njeno okolico (preostalih 87 %). Pri močnejše podhlajenih kapljicah bi zanemaritev prve faze ne bila več primerna, npr. pri podhlajenosti do $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ bi pri ogrevanju do ledišča zmrznilo že 38 % vode. Pri tem je nujno, da se kapljica ogreje nad temperaturo okolice, saj se sicer toplota s prevajanjem in konvekcijo ne bi mogla prenašati od nje v okolico. Večja kot je temperaturna razlika med kapljico in okolico, tem hitreje bo potekal tok toplotne energije iz kapljice v okolico.



Slika 2. Delež mase kapljice x , ki zmrzne, ob predpostavki, da se pri zmrzovanju segreje od neke začetne temperature do temperature ledišča.

Čas, ki je potreben za prvo fazo (segrevanje), je sicer odvisen od velikosti kapljice, a je praviloma precej krajši kot čas, potreben za drugo fazo (oddajanje toplotne energije v okolico). Na primer, v klasičnem učbeniku za mikrofiziko oblakov in padavin v drugi dopolnjeni izdaji [3] avtorja navajata naslednje čase: $1 \cdot 10^{-6}\text{ s}$, $1 \cdot 10^{-5}\text{ s}$, $7,5 \cdot 10^{-5}\text{ s}$ in $2 \cdot 10^{-4}\text{ s}$, ki so potrebni, da v kapljici v prvi fazi zmrzne plast vode debela $0,2\text{ }\mu\text{m}$, $2\text{ }\mu\text{m}$, $15\text{ }\mu\text{m}$ in $40\text{ }\mu\text{m}$ (ob predpostavki, da je bila začetna temperatura kapljice $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$).

Druga faza – zmrzovanje zaradi toka toplotne iz kapljice v okolico

Okrog kapljic in kristalčkov je zrak, ki je sorazmerno slab prevodnik toplotne, vendar pa tudi ni popoln toplotni izolator. Če bi bil, potem toplota ne bi mogla skozenj do oblačnih delcev ali pa proč od njih (če zanemarimo, da bi lahko delec toploto oddal tudi na kakšen drug način, npr. s sevanjem, s konvekcijo ...). Tedaj ne bi mogel iz pare v zraku nastati noben oblačni delec: ob spremembi pare v vodne kapljice se sprosti toplota kondenzacije (specifična toplota izhlapevanja oziroma kondenzacije je pri 0 °C približno $h_i = 2,5 \text{ MJ/kg}$), pri spremembi pare v ledene delce pa toplota depozicije (specifična toplota sublimacije oziroma depozicije je pri 0 °C približno $h_s = 2,8 \text{ MJ/kg}$) – in če ta toplota ne bi mogla proč od kapljice ali ledenega delca, bi se nastala kapljica ali ledeni delec z njo ogrela – kondenzacija in depozicija pa se dogajata prav ob ohlajanju! Za kondenzacijo, depozicijo ali za zmrzovanje je nujno potrebno odvajanje toplotne od kapljice. Potem takem hidrometeorji, ki nič ne izmenjujejo toplotne z okolico, sploh ne morejo nastati in tako podhlajena kapljica sploh ne more zmrzniti v celoti!

Toplotna se skozi zrak lahko prenaša s prevajanjem, s konvekcijo (sinonim: z advekcijo) in s sevanjem, pa tudi s tem, da iz oblačnega delca izhlapela para s seboj odnaša toploto izhlapevanja. O tem je pri opisovanju temperature površine ledu na vodi nedavno za Obzornik pisal [4]. Tam je pokazano, da je vsak od štirih načinov lahko prevladujoč: npr. ob močnem vetru lahko prevlada vpliv advekcije, ob zelo suhem okolišnjem zraku lahko prevlada odnašanje toplotne z izhlapevanjem pare itd.

Zato najprej razmislimo, kaj je ob kakšnih pogojih pomembno.

Prenos s prevajanjem

Prevajanje toplotne skozi miren zrak poteka z molekularno difuzijo. Difuzijo toplotne Q po prostoru opisuje difuzijska enačba, v kateri nastopa Laplaceev operator ∇^2 , ki se ob predpostavki krogelne simetrije zapiše kot $\nabla^2(R) = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \frac{\partial}{\partial R})$, kar vodi do splošne rešitve pri površini kapljice $R = r$ (celotna izpeljava je na voljo npr. v [3] – enačba 13–19):

$$\frac{dQ}{dt_{\text{dif}}} = 4\pi r K \Delta T,$$

kjer je r radij kapljice in K koeficient toplotne prevodnosti zraka (pri 0 °C je vrednost približno $2,4 \cdot 10^{-2} \text{ J/smK}$), ΔT pa temperaturna razlika med temperaturo tik ob kapljici (za katero privzamemo, da je kar enaka temperaturi kapljice) in temperaturo okoliškega zraka. Velja $\frac{dQ}{dt_{\text{dif}}} = P_{\text{dif}} = j_{\text{dif}} \cdot 4\pi r^2$,

kjer je P_{dif} toplotni tok z difuzijo. Od tod sledi za gostoto toka toplote skozi površino kapljice: $j_{\text{dif}} = \Delta T K / r$. Tako npr. za kapljico z radijem $10 \mu\text{m}$ pri $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ dobimo oceno $j_{\text{dif}} = 24\,000 \text{ W/m}^2$.

Prenos s konvekcijo

Večje kapljice v zraku ne lebdijo povsem oziroma se ne gibljejo povsem skupaj z njim, in zanje je v mikrofiziki oblačnih delcev navada, da se odnašanje toplote (pa tudi pare) od oblačnega delca upošteva s t. i. ventilacijskim faktorjem f_v . To je faktor, s katerim pomnožimo vrednost koeficiente toplotne prevodnosti zraka za miren zrak, da se približamo vrednosti, ki velja ob upoštevanju vetra ali ob znatnejšem padanju kapljic ali kristalčkov skozi zrak: $j_{\text{dif+konv}} = f_v \Delta T K / r$.

Kdaj je treba upoštevati tudi konvekcijski prenos toplote? Zelo majhne delce zrak bolj ali manj »nosi s seboj«, torej se gibljejo skupaj z zrakom oziroma glede na zrak skorajda mirujejo. Ocena, do katere velikosti to velja, sledi iz tega, kako hitro se hitrost kapljice prilagaja hitrosti okoliškega zraka. Uporabimo npr. enačbo za pojemeck hitrosti $\frac{dv}{dt}$ zaradi upora skozi zrak – za Stokesov upor torej $m \frac{dv}{dt} = 6\pi r \mu v$ (m – masa kapljice, $m = 4\pi r^3 \rho_v / 3$, μ – kinematična viskoznost zraka, $\mu \approx 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$), od koder sledi $\frac{dv}{v} = \frac{6\pi r \mu}{4\pi r^3 \rho_v / 3} dt$ in eksponentno prilagajanje z značilnim časom $\frac{2r^2 \rho_v}{9\mu}$. Čim manjša je kapljica, tem bolj sledi gibanju zraka. Od tod (ali pa npr. iz tabel¹) izvemo, da je za kapljico premera $2r = 10 \mu\text{m}$ značilni čas okrog 0,3 ms. Majhne kapljice se torej hipoma (v manj kot milisekundi) prilagodijo toku okrog sebe – torej lahko rečemo, da glede na zrak praktično mirujejo oz. pretopujejo le zelo kratke razdalje, preden se prilagodijo: $s = v_0 \tau (1 - e^{-t/\tau})$, kjer je τ značilni čas. Za nekaj večje, 20-mikrometrskie, je ta čas 1,4 ms, za 100-mikrometrskie v premeru pa 32 ms.

Torej gibanja zraka okrog majhnih kapljic (ali njihovega padanja skozi zrak) večinoma ni treba upoštevati. Tudi empirični podatki o velikosti faktorja f_v , s katerim popravljamo $j_{\text{dif}} = \Delta T K / r$ v pol-empirično oceno $j_{\text{dif+konv}} = f_v \Delta T K / r$ kažejo, da je še za kapljice $2r = 40 \mu\text{m}$ ventilacijski faktor samo za 6 % večji od 1: $f_v(2r = 40 \mu\text{m}) = 1,06$ (npr. [5]). Torej pri majhnih kapljicah konvekcije ni treba upoštevati. Prenos toplote s konvekcijo pa postane pomemben pri velikih kapljah: npr. za dežne kaplje premera 4 mm približno velja $f_v = 14$.

¹Na spletu so npr. take tabele na Holterman H. J., 2003: Kinetics and evaporation of water drops in the air. Report 2003–12, Wageningen UR, Institut voor Milieu- en Agritechniek, na www.researchgate.net/publication/237464530_Kinetics_and_evaporation_of_water_drops_in_air.

Prenos s sevanjem

Infrardeče sevanje oblačnega delca je močnejše, kot je sevanje iz okolišnjega zraka proti temu delcu. Emisivnost dovolj debele plasti zraka je v IR delu spektra le največ 0,7, medtem ko je emisivnost tekoče vode ali ledu blizu 1. Poleg tega se zmrzujoča kapljica ogreje do ledišča in je toplejša od okolice – v takih primerih bi sevalno izmenjavo toplotne morda veljalo upoštevati. Toda kratek izračun pokaže, da je toplotni tok izsevanega IR sevanja praviloma precej manjši od toka toplotne s prevajanjem. Če na primer predpostavimo, da kapljica seva kot črno telo s temperaturo ledišča, bi po Stefanovem zakonu z emisijo oddajala sevanje z gostoto energijskega toka $j_{\text{sev}} = \sigma T_0^4 = 315 \text{ W/m}^2$.

Vendar pa kapljica tudi prejema sevanje iz svoje okolice, bodisi iz okoliškega zraka, od drugih hidrometeorjev v neposredni okolici, od hidrometeorjev v drugih oblakih, od tal in morebiti nekaj malega celo od absorpcije sončnega sevanja. Poleg tega tudi ni nujno, da bo kapljica sevala kot povsem črno telo. Torej so neto izgube toplotne s sevanjem precej manjše od 315 W/m^2 , kar pomeni, da lahko vpliv sevanja na odvajanje toplotne zmrzovanja res zanemarimo v primerjavi z izmenjavami toplotne s prevajanjem in s konvekcijo.

Prenos z izhlapovanjem

Zrak v oblaku je nasičeno vlažen in na prvi pogled se zdi, da bi lahko prenos toplotne z izhlapovanjem zanemarili, saj v primeru nasičenega zraka do izhlapovanja iz kapljice praviloma ne more priti. Vendar to ne drži, saj se kapljica pri zmrzovanju najprej ogreje do ledišča in je toplejša od okolice. Posledično z njene površine uhaja več molekul vodne pare, kot jih vanjo prihaja iz okoliškega zraka (ki je sicer nasičeno vlažen, a hkrati tudi hladnejši).

Velikost toka toplotne izhlapovanja lahko ocenimo na podoben način kot tok toplotne zaradi prevajanja. Na podoben način lahko dobimo izraz za spremembo mase vode kapljice ob izhlapovanju (celotna izpeljava je na voljo npr. v [3] – enačba 13–9)

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi r D_v (\rho_{v,ok} - \rho_v(r)),$$

kjer je m masa kapljice, D_v pa konstanta difuzivnosti vodne pare skozi zrak (pri temperaturi ledišča in standardnem tlaku 1013 hPa je vrednost D_v približno $0,2 \text{ cm}^2/\text{s}$), ρ_v pa gostota vodne pare, ki jo lahko izrazimo preko plinske enačbe tudi z delnim tlakom vodne pare e (v meteorologiji je navada

označiti $p_v = e$) in s temperaturo $T : \rho_v = eM_w/RT$ (M_w je molska masa vode, R splošna plinska konstanta). Če z $e_s(T)$ označimo nasičen parni tlak pri temperaturi T in predpostavimo, da je v oblaku zrak v okolini nasičeno vlažen ($e_{ok} = e_s(T_{ok})$), ter da je zrak tik ob kapljici prav tako nasičeno vlažen ($e(r) = e_s(T_r)$), dobimo:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{4\pi r D_v M_w}{R} \left(\frac{e_s(T_{ok})}{T_{ok}} - \frac{e_s(T_r)}{T_r} \right).$$

Tu je T_{ok} temperatura v okolini, T_r pa temperatura ob kapljici, za katero spet privzamemo, da je kar enaka temperaturi kapljice.

Za izhlapevanje je pomembno, da je gostota vodne pare tik ob kapljici večja od tiste v okolini – v tem primeru je $\frac{dm}{dt} < 0$ in kapljica se manjša (ob naših predpostavkah to velja takrat, ko je kapljica toplejša od okolice, $T_r > T_{ok}$). Hkrati se za izhlapevanje vode porablja toplota – za toplotni tok topote pri izhlapevanju lahko zapišemo $P_{izh} = |h_i \frac{dm}{dt}|$.

Podobno kot pri prevajanju lahko zapišemo $P_{izh} = j_{izh} \cdot 4\pi r^2$, od koder, ob predpostavki $T_r > T_{ok}$, lahko izrazimo gostoto toka topote izhlapevanja iz kapljice: $j_{izh} = \frac{h_i D_v M_w}{r R} \left(\frac{e_s(T_r)}{T_r} - \frac{e_s(T_{ok})}{T_{ok}} \right)$. Če upoštevamo še efekt ventilacije, s tem da D_v pomnožimo z ventilacijskim faktorjem f_v , dobimo $j_{izh} = \frac{f_v h_i D_v M_w}{r R} \left(\frac{e_s(T_r)}{T_r} - \frac{e_s(T_{ok})}{T_{ok}} \right)$.

Podobno kot prej lahko izračunamo gostoto toka za kapljici z radijem $10 \mu\text{m}$ in 2 mm . Spet predpostavimo $\Delta T = 10^\circ\text{C}$, torej $T_r = 0^\circ\text{C}$ in $T_{ok} = -10^\circ\text{C}$, ustrezni vrednosti nasičenega parnega tlaka pa sta $e_s(T_r) = 6,11 \text{ hPa}$ in $e_s(T_{ok}) = 2,87 \text{ hPa}$. Za j_{izh} dobimo za kapljici približno 12500 oziroma 870 W/m^2 .

V tabeli 1 so povzete ocene za različne vrste prenosa topote v okolico za kapljice velikosti $10 \mu\text{m}$ in 2 mm . V oblaku (mikrometrsko kapljice) je najpomembnejši prenos s prevajanjem, pri čemer je treba za večje delce nujno upoštevati tudi pojav konvekcije. Sicer manjši, a še vseeno precej pomemben, je tudi prenos topote z izhlapevanjem, ki je tipično za polovico manjši od prenosa s prevajanjem in konvekcijo. Prenos s sevanjem lahko zanemarimo. V vsakem primeru pa je zmrzujoča kapljica toplejša od okolice, saj lahko le tako toplota, ki se sprošča pri zmrzvanju, prehaja od nje proč.

Zmrzovanje majhnih kapljic

Podrobne obravnave zmrzovanja kapljic upoštevajo npr. tudi, kako se ustvarja led v kapljici: ali morda kapljica zmrzuje od znotraj navzven, ali morda od zunaj navznoter, ali pa celo, da prej zmrznejo posamezni predeli, v katerih

Vrsta prenosa toplote	Polmer kapljice	
	10 µm	2 mm
sevanje (j_{sev})	$\leq 315 \text{ W/m}^2$	$\leq 315 \text{ W/m}^2$
prevajanje (j_{dif})	$24\,000 \text{ W/m}^2$	–
prevanje + konvekcija ($j_{\text{dif+konv}}$)	$24\,000 \text{ W/m}^2$	1680 W/m^2
izhlapevanje (j_{izh})	$12\,500 \text{ W/m}^2$	870 W/m^2

Tabela 1. Ocena gostota toka toplote s kapljice v okolico, ob predpostavki, da ima kapljica temperaturo 0°C , okolica pa temperaturo -10°C . Za kapljico velikosti 2 mm ni podana vrednost za prenos samo s prevajanjem, saj je za tako veliko kapljico neobhodno potrebno upoštevati tudi učinek konvekcije.

je kako primerno jedro zmrzovanja (npr. [2]). V [3] avtorja obravnavata čas, ki je potreben za zmrzovanje vodne kapljice. Dogajanje razdelita na dve fazи: začetno ogrevanje do ledišča ob začetku zmrzovanja ter nadaljnje zmrzovanje ob odvajanju toplote tako z difuzijo toplote, kot z difuzijo vodne pare v okoliški zrak. Čeprav je njun opis bolj podroben, dobita za čas trajanja druge faze za majhne kapljice zelo podobne rezultate, kot jih daje naša precej bolj preprosta obravnavava v nadaljevanju. Ta upošteva samo difuzijo toplote skozi miren zrak in zanemari porabo toplote v prvi fazi ob ogrevanju do ledišča, pa tudi oddajanje toplote preko izhlapevanja.

Celotna toplota Q , ki se sprosti pri zmrzovanju, je odvisna od mase oziroma velikosti kapljice:

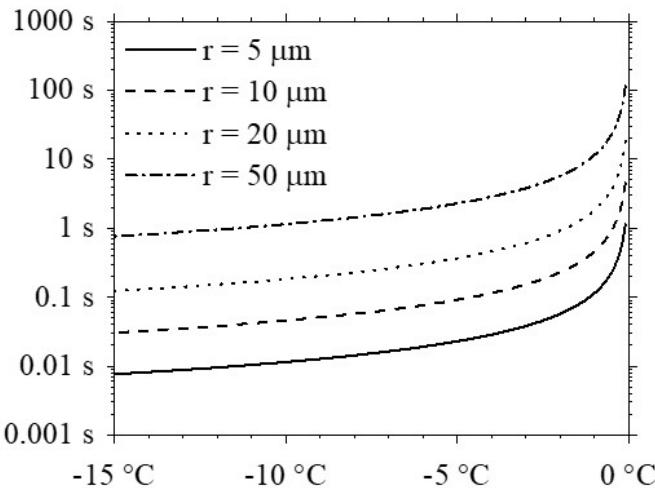
$$Q = mh_t = \frac{4\pi}{3}r^3\rho_v h_t.$$

Tu sta r radij kapljice in ρ_v gostota vode. Difuzijo toplote smo že opisali: $dQ = 4\pi r K \Delta T dt$.

Če privzamemo, da se zmrzovanje kapljice dogaja pri temperaturi okolice -5°C , se lahko ob začetku zmrzovanja kapljica najprej zelo hitro segreje do 0°C . Če torej nekoliko poenostavljeno predpostavimo, da večino toplote kapljica odda pri konstantni temperaturni razliki $\Delta T = 5^\circ\text{C}$, lahko iz zgornjih enačb ocenimo, koliko časa je za to potrebno:

$$\Delta t = \frac{h_t r^2 \rho_v}{3K \Delta T}, \quad (1)$$

kjer se za $r = 10 \mu\text{m}$ in $\Delta T = 5^\circ\text{C}$ dobi približno 0,1 sekunde. Torej lahko zrak odvede toploto zmrzovanja v delčku sekunde. Za manjše kapljice je čas še krajši, za večje kapljice pa je seveda daljši (odvisnost od r^2), vendar bi bilo pri večjih treba upoštevati tudi efekt ventilacije zaradi padanja kapljice skozi zrak, ki dodatno pohitri odvajanje toplote – o tem v naslednjem poglavju.



Slika 3. Čas zmrzovanja zmerno podhlajenih kapljice glede na enačbo (1).

Čeprav je naš opis zelo preprost, dobimo za manjše kapljice skoraj identične rezultate kot npr. [3] (z enačbo 16–26), ki se nanaša na trajanje druge faze zmrzovanja, in ki upošteva tudi delež ledu, ki je nastal že v prvi fazi, ter oddajanje toplote preko izhlapevanja. V tekstu pod to enačbo navajata avtorja primer s temperaturo okolice -20°C za kapljice z radijem $0,2 \mu\text{m}$, $2 \mu\text{m}$ in $15 \mu\text{m}$. Časi so za vse tri velikosti kapljic zelo podobni, kot jih dobimo z našo bolj preprosto zvezo – oni navajajo 10^{-5} s , 10^{-3} s in $5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$, medtem ko po naši zvezi dobimo $0,9 \cdot 10^{-5} \text{ s}$, $0,9 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ in $5,2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

Zmrzovanje večjih kapljic

Večje kapljice znatno hitreje padajo skozi zrak, pa tudi morebitni veter jih ne zanese kar takoj s seboj. Zato se del toplotne izmenjave zgodi tudi s konvekcijo. Dodatna komplikacija je tudi dejstvo, da večje kapljice nimajo več povsem krogelne oblike, ampak so v vertikalni smeri sploščene. A kot rečeno: efekt konvekcije preprosto zajamemo kar s polempiričnim ventilacijskim faktorjem f_v , ki se vključi v enačbo za prenos toplote – z njim povečamo »efektivni« K :

$$\frac{dQ}{dt} = 4\pi r f_v K (T(r) - T_\infty)$$

in na enak način kot prej dobimo

$$\Delta t = \frac{h_t r^2 \rho_v}{3 f_v K \Delta T}. \quad (2)$$

Vrednosti f_v dokaj monotono naraščajo od 1 (za majhne kapljice in kristalčke) do vrednosti okrog 15 za dežne kaplje z radijem 2 mm (s premerom $2r = 4$ mm). Hitrost padanja dežnih kapelj skozi zrak je nekaj metrov na sekundo. Tako velike so že precej sploščene in dosti večjih ob dežju ni, saj razpadajo. Se pa lahko določajo in uporabijo še večje vrednosti f_v za velike ledene delce, kot sta sodra in toča. Ker je f_v odvisen tudi od lastnosti toka zraka mimo oblačnega delca (laminarni tok, turbulentni tok), ni preproste povezave z velikostjo kapljic $f_v(r)$.

Rezultati po preprosti enačbi (2) so še vedno vsaj po velikostnem redu podobni tistim iz [3], ko upoštevata tudi ventiliranje (enačba 16–36), pa tudi začetno segrevanje vode do ledišča in izhlapevanje. Za $\Delta T = 10$ °C in velike kapljice z radijem 0,5 in 2 mm, za katere privzameta ventilacijski koeficient 5 in 14, sta [3] dobila 13 in 80 sekund, kar se dobro ujema z laboratorijskimi opazovanji časa zmrzovanja kapljic v vertikalnem vetrovnem tunelu [2]. Če v enačbi (2) upoštevamo enaka ventilacijska koeficiente kot onadva, dobimo rezultata 23 in 130 sekund. Neujemanje pripišemo delno našemu neupoštevanju porabljenih topotov začetnega segrevanja kapljice do ledišča: ob tej zanemaritvi mora namreč vsa toplota zmrzovanja v okolico, kar traja dalj časa, pa tudi, da ne upoštevamo, da se del topotov v okolico prenese preko izhlapevanja.

Zakaj torej sploh podhlajene kapljice v zraku?

Če manjše kapljice zmrzujejo v le delu sekunde – zakaj potem sploh imamo v ozračju podhlajene kapljice in ne ledenih kristalčkov? Del odgovora je morda takle: kondenzacija iz pare v vodo se v ozračju dogaja na kondenzacijskih jedrih, ki jih je v zraku ogromno – v povprečju med sto in tisoč v kubičnem centimetru zraka (sto milijonov do milijarda v kubičnem metru) – lokalno lahko še več [3]. Ta jedra so lahko omočljiva ali pa v vodi topljiva – zato je skoraj vsaka snov lahko kondenzacijsko jedro (drobci gline s tal, sol iz morja ...). Npr. na površini omočljivih delcev se lažje tvorijo zametki, ki so večji in bolj obstojni, in ki lažje zrastejo v obstojno kapljico.

Kapljice bi sicer lahko nastale tudi v povsem čistem zraku, v katerem ne bi bilo delcev aerosola, vendar bi morala biti v tem primeru relativna vlažnost zelo velika (vsaj nekaj sto odstotkov). Majhni zametki kapljic, ki

nastanejo ob sprijetju nekaj molekul vodne pare, v vlažnem zraku vseskozi nastajajo in da bi obstali, bi bila potrebna tako visoka gostota molekul v okolini. Ker pa je v zraku ogromno primernih delcev aerosola, le-ti znižajo potrebno relativno vlažnost na približno 100 %.

Za tvorbo ledenih delcev pa je nekaj dodatnih omejitev. Najprej: opazovanja kažejo, da je jeder, ki bi bila primerna za nastanek ledenih delcev, mnogo manj, kot je jeder, primernih za kondenzacijo: pri temperaturi okrog -10°C jih je tipično manj kot deset na kubični meter, pri -15°C blizu sto, pri -20°C pa skoraj tisoč v kubičnem metru zraka (spet [3]). Poleg tega pa mora za neposredno depozicijo pare na delcu aerosola le-ta imeti vsaj približno podobnost s kristalno strukturo ledu (heksagonalna simetrija). Površina snovi s podobno strukturo lahko služi kot modelček, na katerem se začnejo v kristalno mrežo urejati tudi molekule vode in posledično lahko nastaja led. Tako bi torej nastajali kristalčki ledu neposredno iz pare. Če ima aerosol precej drugačno kristalno strukturo, ali pa če je tekoč, potem morajo molekule vode same ustvariti zametek kristalne strukture, kar pa lahko traja nekaj časa – posledično lahko v prvi fazi prihaja le do kondenzacije, tudi če je temperatura pod lediščem.

Kako pa zmrzujejo kapljice? Podobno kot velja za zametek kapljice v pari, velja tudi za zametek kristalne strukture v tekoči vodi, hladnejši od temperature ledišča – če je majhen, ni stabilen in lahko hitro razpade. Ko se enkrat ustvari dovolj velik in obstojen zametek kristala, se lahko ob njegovi površini precej hitro začnejo urejati tudi vse druge bližnje molekule kondenzirane vode in zmrzovanje lahko hitro napreduje (rast je seveda omejena tudi s hitrostjo odvajanja toplotne). Čas, ki je potreben, da se ustvari dovolj obstojen zametek kristala, je odvisen od količine vode v kapljici. Zametki se namreč pojavljajo naključno in praviloma je verjetnost, da bo kapljica začela zmrzovati v nekem časovnem intervalu, manjša za majhne kapljice, ki vsebujejo manj vode. Numerične simulacije molekularne dinamike zmrzovanja tudi nakazujejo, da se dovolj obstojni zametki najpogosteje pojavljajo v plasti neposredno pod površino kapljice [6].

Še to: kondenzirane vode v oblaku tudi ni tako veliko, da bi zmrzovanje kapljic bistveno vplivalo na temperaturo okoliškega zraka. Tipična vodnost (masa vse kondenzirane vode v volumnu zraka) v oblakih je približno $0,3 \text{ g/m}^3$ in tudi, če bi zmrznile vse kapljice v zraku, bi bilo sprošcene toplotne le toliko, da bi se zrak segrel le za približno $0,1^{\circ}\text{C}$.

Primrzovanje velikih kapelj

Včasih se zgodi, da padajo skozi hladen zrak tudi zelo velike kaplje (recimo tiste z radijem 2 mm) – npr. iz zgornje tople plasti, kjer dežuje, v spodnjo zelo mrzlo plast zraka, kjer je temperatura pod lediščem. Sedaj se v prvi fazi morebitne tople kaplje najprej ohladijo do ledišča (v prejšnjih primerih je bila prva faza ogrevanje do ledišča!) – potem pa postanejo podhlajene, a podobno kot prej ne zmrznejo takoj, saj se mora proces kristalizacije najprej sprožiti, kar pa lahko traja nekaj časa, ali pa zmrznejo le deloma.

Največje težave pri takih pojavih so žled, poledica ali pa zaledenitve na letalih. V vseh teh primerih masivni mrzli objekti, katerih temperatura je pod lediščem (veje dreves, daljnovodi, trup letala) ob trku s takšnimi kapljicami brez težav sprožijo kristalizacijo in hkrati tudi prevzemajo toploto zmrzovanja, zato se lahko ledena obloga žleda na drevju ali grmovju, poledica na tleh, ali pa ledena skorja na letalu debelijo zelo hitro. Primer je katastrofalni žledolom, ki je med 30. 1. 2014 in 3. 2. 2014 prizadel Slovenijo in povzročil izjemno veliko gmotno škodo, predvsem v gozdovih ter na železniški in elektroenergetski infrastrukturi. Pri letalih pa je pojav primrzovanja tako pogost, da so vsa večja komercialna letala opremljena s sistemom za odstranjevanje ledu.

Podobno kot na dele letala podhlajene kapljice primrzujejo tudi na rastočo sodro in točo, ki na račun tega raste – tudi to povzroča težave in včasih tudi hudo škodo. Na primer, nevihta, iz katere so padala tudi zelo velika zrna toče z velikostjo nad 8 cm, je 8. junija 2018 povzročila pravo razdejanje predvsem na območju občine Črnomelj, kjer je škoda presegla vrednost 18 milijonov evrov. Poškodovani so bili številni objekti, vozila parkirana na prostem, delno uničene so bile tudi poljščine, sadno drevje in vinogradi.

LITERATURA

- [1] A. Korolev, G. A. Issac, S. G. Cober, J. W. Strapp in J. Hallet, *Microphysical characterization of mixed-phase clouds*, Q. J. R. Meteorol. Soc. **129** (2003), 39–6 (dostopno na [rmets.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1256/qj.01.204](https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1256/qj.01.204), ogled 19. 12. 2019).
- [2] W. A. Murray in R. List, *Freezing of water drops*, J. of Glaciology **11** (1972), 415–429.
- [3] H. R. Pruppacher in D. J. Klett, *Microphysics of clouds and precipitation*, Springer, xx+954 pp, 2010.
- [4] J. Rakovec, *O temperaturi ledu na vodi*, Obzornik za mat. fiz. **65** (2018), 121–137.
- [5] R. R. Rogers in M. K. Yau, *A Short Course in Cloud Physics*, 3rd Ed., Butterworth-Heinemann, an Imprint of Elsevier, xiv+290 pp, 1989.
- [6] L. Vrbka in P. Jungwirth, *Homogeneous freezing of water starts in the subsurface*. J. Phys. Chem., 2006.