Ogrevanje vložka v potisni peči

DK: 669.046
ASM/SLA: F216

Božidar Brudar

Opisan je način, po katerem je mogoče izračunati temperaturno porazdelitev v preseku neskončne plošče, ki jo ogrevamo v potisni peči. Pri tem dopuščamo, da sta specifična toplota in toplotna provodnost odvisni od temperature.

UVOD

Ogrevanje slaba (6000 × 1000 × 180 mm) v potisni peči lahko precej dobro opišemo s primernim matematičnim modelom. Predpostavljamo, da gre za ogrevanje neskončne plošče in zato študiramo prenos toplote le v eni dimenziji. Specifična toplota in toplotna prevodnost sta podani kot eksplicitni funkciji temperature. Gre za ogrevanje s konvekcijo, pri kateri se konvekcijski koeficient α da eksplicitno zapisati kot funkcija temperature v določenem delu peči in temperature površine.

Podoben primer je že bil opisan v naši literaturi[1], vendar pa ima numerično reševanje takega problema določene prednosti.

SEZNAM UPORABLJENIH SIMBOLOV

C_p	specifična toplota
k	interval v časovni smeri
R	interval v krajevni smeri
s	parameter, ki označuje mesto v peči
t	čas
ϑ	temperatura
ϑ_p	temperatura peči
ϑ_{ROB}	temperatura na robu
$T_{i,j}$	temperatura točki i, j po diferenčni formuli
x	koordinata v smeri debeline plošče
α	konvekcijski koeficient
ρ	gostota materiala
λ	toplotna prevodnost

REŠEVANJE DIFERENCIALNE ENAČBE

Diferencialna enačba za prevajanje toplote v eni dimenziji, v primeru, ko sta specifična toplota in toplotna prevodnost podani kot eksplicitni funkciji temperature $C_p(\vartheta)$, oziroma $\lambda(\vartheta)$:

$$C_p(\vartheta)\cdot\rho\cdot\frac{\partial\vartheta}{\partial t} = \lambda(\vartheta)\left(\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2}\right) + \frac{\partial\lambda(\vartheta)}{\partial\vartheta}\cdot\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)^2 \qquad (1)$$

Mag. Božidar Brudar je diplomirani inženir fizike in višji strokovni sodelavec v raziskovalnem oddelku Železarne Jesenice.

Robni pogoj, v primeru ko gre za konvekcijo in je konvekcijski koeficient podan kot eksplicitna funkcija temperature peči (ϑ_p), temperature na površini (ϑ_{ROB}) in lege v peči (s):

$$\lambda(\vartheta)\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right) = \alpha(\vartheta_P, \vartheta_{ROB}, s)(\vartheta_P - \vartheta_{ROB}) \qquad (2)$$

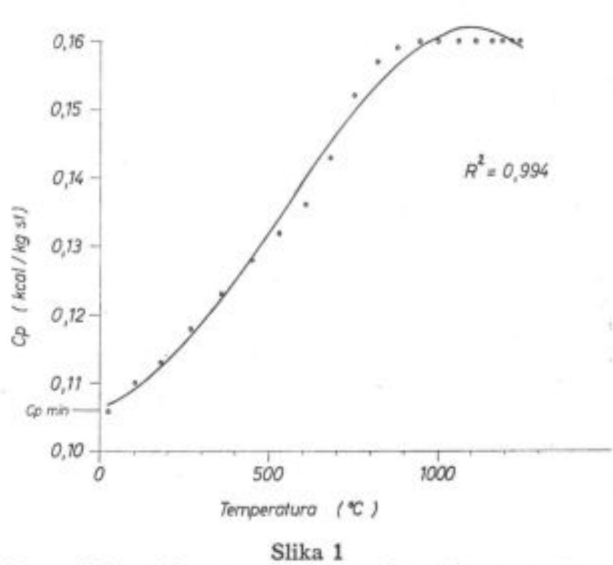
Pri tem ima parameter s toliko časa isto vrednost, kolikor časa se blok zadržuje na določenem mestu v peči.

Odvisnost specifične toplote in toplotne prevodnosti od temperature je znana iz literature in je podana v obliki tabele ali diagrama.

Če te odvisnosti niso preveč komplicirane, je mogoče tabelo nadomestiti z regresijsko enačbo (polinomna regresija). Če gre pa za bolj komplicirane odvisnosti (nezveznosti!), je pa bolje, da si pomagamo s primerno tabelo in poiščemo vmesne vrednosti z interpolacijo[1].

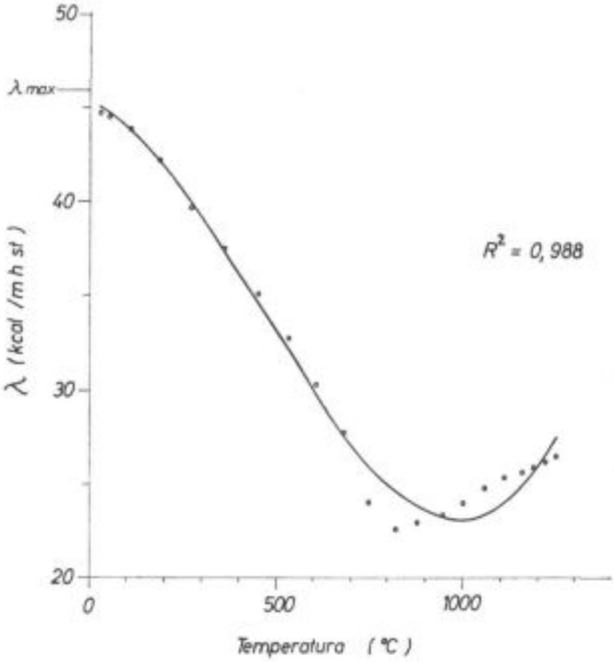
V našem primeru smo poiskali regresijske enačbe za odvisnost $C_p(\vartheta)$ in $\lambda(\vartheta)$ tako, da smo uporabili tabelirane vrednosti C_p in λ v omenjenem članku[1]. Na slikah 1 in 2 sta prikazani regresijski odvisnosti (zvezna krivulja), obenem pa so narisane tudi točke, ki pripadajo vrednostim iz tabele[1].

Tudi odvisnost $\alpha(\vartheta_p, \vartheta_{ROB}, s)$ je mogoče zapisati v obliki regresijske enačbe. Spet smo si pomagali s tabeliranimi vrednostmi iz članka[1]. Odvisnosti od s nismo upoštevali. Na sliki 3 pripa-



Slika 1
Regresijska odvisnost specifične toplote od temperature.

Fig. 1
Regression relationship between the specific heat and temperature.



Slika 2
Regresijska odvisnost toplotne prevodnosti od temperature.
Fig. 2
Regression relationship between the thermal conductivity and temperature.

dajo posamezne točke vrednostim iz tabele, številka poleg točke odgovarja tabelirani vrednosti α. Zvezne krivulje pa odgovarjajo konstantni vrednosti za α.

Enačbo (1) rešimo numerično. Debelino plošče razdelimo na niz točk z izbranim krajevnim intervalom R in računamo temperaturo v i — točki v časovnih razmakih širine k. Zaradi stabilnostnega pogoja (glej dodatek!) si izberemo neko najmanjšo vrednost specifične toplote in neko največjo vrednost toplotne prevodnosti in izračunamo k po formuli (8). Temperaturo v i — točki po (j + 1) časovnem intervalu izračunalo takole:

$$T_{i,j+1} = \left[1-2\frac{k}{R^2}A(T_{ij})\right]T_{ij} + \frac{k}{R^2}A(T_{ij})\cdot\left[T_{i+1,j}+T_{i-1,j}\right] + \frac{k}{R^2}B(T_{ij})\cdot\left[T_{i+1,j}-T_{i-1,j}\right]^2 \quad (3)$$

Pri tem pomeni:

$$A(T_{i,j}) = \frac{\lambda(T_{ij})}{\varrho\cdot Cp(T_{i,j})}$$

$$B(T_{i,j}) = \frac{1}{4\cdot\varrho\cdot Cp(T_{i,j})}\cdot\left[\frac{d\cdot\lambda(\vartheta)}{d\cdot\vartheta}\right]_{i,j}$$

Po formuli (3) lahko tako izračunamo temperaturo v vsaki točki v notranjosti plošče ob vsakem času.

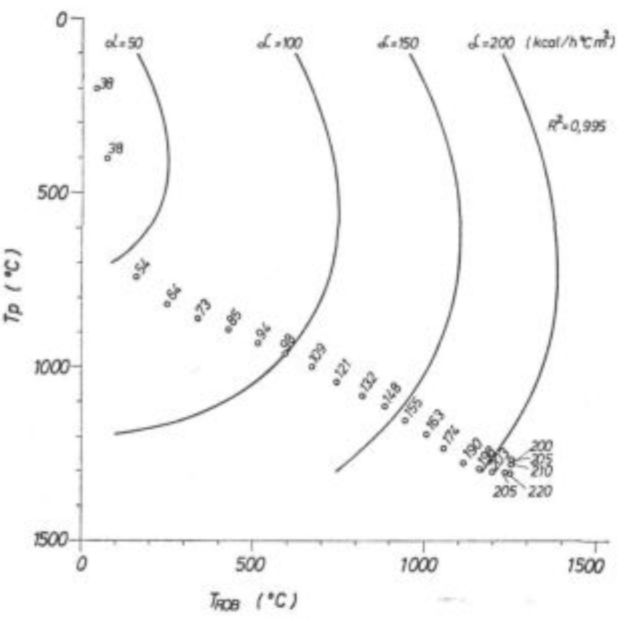
V primeru, ko gre za prenos toplote s konvekcijo, izračunamo temperaturo na robu tako, da rešimo enačbo (4), ki odgovarja enačbi (2):

$$\lambda(T_{ROB})\cdot\frac{3\cdot T_{ROB}-4\cdot T_{ROB-1}+T_{ROB-2}}{2R} = \alpha(T_{ROB},\vartheta_p)\cdot(\vartheta_p - T_{ROB}) \quad (4)$$

To enačbo rešimo z iteracijo.

Če gre pa za enostransko ogrevanje, pa predpostavimo, da je na robu toplotni tok enak nič in izračunamo temperaturo na robu po formuli:

$$T_{ROB} = \frac{1}{3}\cdot(4\cdot T_{ROB\text{-}1} - T_{ROB\text{-}2}) \quad (5)$$



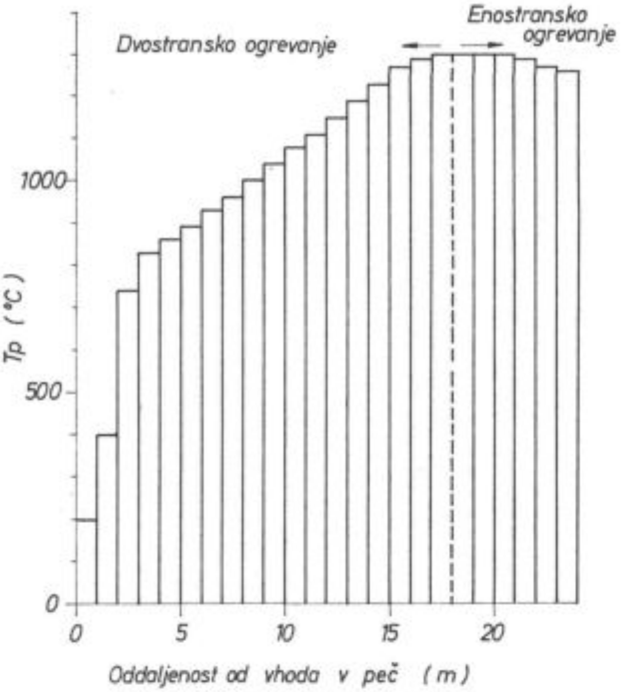
Slika 3
Konvekcijski koeficient kot funkcija temperature na površini vložka in temperature v peči.
Fig. 3
Heat transfer coefficient as a function of surface temperature of the feed and the furnace temperature.

PRIMER

Po opisanem postopku smo simulirali ogrevanje v potisni peči, ki je dolga 24 metrov; prvih 18 metrov poti ima dvostransko ogrevanje, zadnjih 6 metrov pa enostransko. Vložek se pomika skozi peč v skokih po 1 meter, na vsaki coni se zadržuje 10 minut, tako da pride v 4 urah vložek iz peči (slika 4).

Tako smo po tem načinu simulirali prav takšno ogrevanje, kot je opisano v članku[1]. Na sliki 5 so podane temperature v preseku po vsaki uri ogrevanja, oziroma takrat, ko je vložek na 1/4, 1/2, 3/4 in na koncu peči. Točke, ki so narisane poleg krivulj, odgovarjajo vrednostim, ki so bile izračunane v omenjenem članku. Očitno je, da se naš vložek počasneje ogreva.

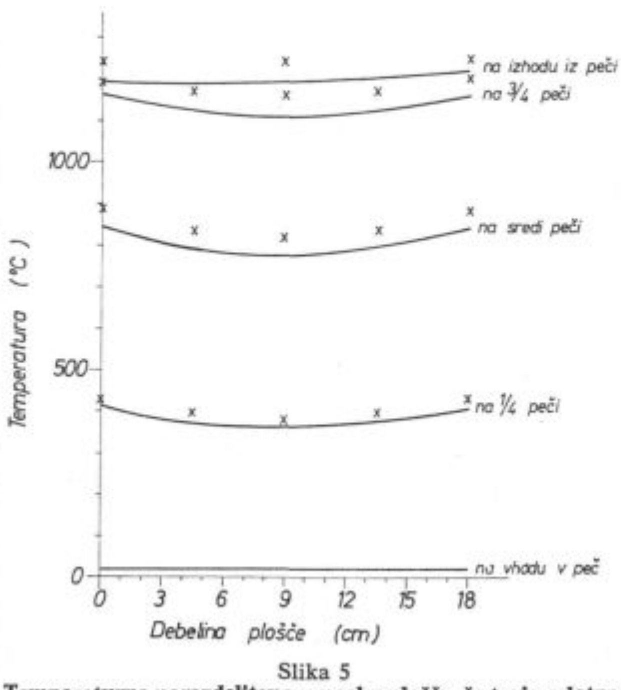
To pa je tudi povsem razumljivo. V članku[1] temelji izračun na predpostavki, da je temperatura po preseku povsod enaka, ko vstopi vložek v novo cono peči. Temperatura v preseku ob začetku ogrevanja v novi coni je povprečje temperatur, ki so bile izračunane ob koncu ogrevanja v prejšnji coni. To pa pomeni, da to nasilno izenačevanje temperaturnih razlik po preseku pri prehodu iz ene v drugo cono nekako povečuje toplotno prevodnost, kar je zelo narobe, saj dejanska zmogljivost take peči ni 50 t/h. Če izena-



Slika 4
Temperaturni profil potisne peči.

Fig. 4
Temperature profile of the end-pusher furnace.

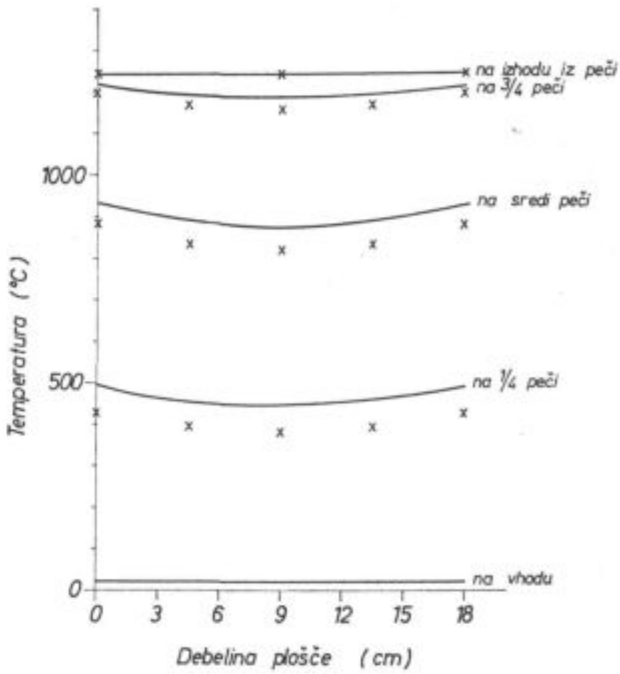
čimo temperature po preseku, na ta način »ogrejemo« sredino, kar je najbolj problematično, obenem pa »ohladimo« površino in tako povečamo sprejemljivost za toplotni tok. Še bolj bi se to pokazalo, če bi zadrževali bloke večjih debelin dalj časa v posameznih conah.



Slika 5
Temperaturna porazdelitev v preseku plošče, če traja celotno ogrevanje 4 ure.

Fig. 5
Temperature distribution on the plate cross section when over-all heating lasted 4 hours.

Očitno je, da so naše izračunane temperature prenizke in da so temperaturne razlike prevelike, da bi bili s takim ogrevanjem zadovoljni. Zato smo računsko podaljšali čas ogrevanja za 1/3, t. j. na 5,33 ure. Na sliki 6 so prikazane naše izračunane vrednosti temperatur, ko je vložek na 1/4, 1/2, 3/4 in na koncu peči.



Slika 6
Temperaturna porazdelitev v preseku plošče, če traja celotno ogrevanje 5,33 ure.

Fig. 6
Temperature distribution on the plate cross section when the over-all heating lasted 5.33 hours.

Končna temperaturna porazdelitev v preseku se torej nekako ujema z rezultati v članku[1]. Zmogljivost peči pa je po tem izračunu 37,5 t/h, kar je za 25 % manjša kot v članku[1].

Izdelali smo računalniški program, po katerem lahko simuliramo najrazličnejše odvisnosti $\lambda(\vartheta)$ in $C_p(\vartheta)$, variiramo temp. profil in hitrost pomika skozi peč.

ZAKLJUČEK

Opisan je numerični model ogrevanja v potisni peči. Pri tem je na 3/4 peči dvostransko ogrevanje, na zadnji četrtini pa enostransko. Specifična toplota in toplotna prevodnost sta odvisni od temperature: ta odvisnost je podana za regresijsko enačbo, ki razmeroma dobro opisuje to odvisnost ($R^2 \sim 1$). Za večjo natančnost bi bilo seveda treba delati z interpolacijo. Odvisnost od lege v peči (s) bi lahko prav tako vključili v regresijsko odvisnost za α.

Bistvena prednost tega načina je v tem, da ne potrebujemo nobenih povprečnih temperatur pri računanju temperaturne porazdelitve pri prehodu iz ene cone v drugo, kar bi nas lahko privedlo do napačnih zaključkov glede zmogljivosti peči.

DODATEK

Pri numeričnem reševanju enačbe (1) je navadno problem konvergenca. Potrebni pogoji niso znani, zato se moramo zadovoljiti z zadostnimi[2]. Postopek je konvergenten, če je $\lim\limits_{\substack{k\to 0\\ R\to 0}} e_{ij} = 0$ za vsak par vrednosti (i, j).

pri čemer pomeni

$\vartheta_{i,j}$ točno rešitev parcialne diferencialne enačbe

$T_{i,j}$ pa točno rešitev diferenčne enačbe

$$e_{i,j} = \vartheta_{i,j} - T_{i,j}$$

V enačbi (3) lahko vsak $T_{i,j}$ zapišemo v obliki

$$T_{i,j} = \vartheta_{i,j} - e_{i,j}$$

$$T_{i,j+1} = \vartheta_{i,j+1} - e_{i,j+1} \qquad \text{itd.}$$

Po Taylorjevi formuli lahko zapišemo [3]:

$$\vartheta_{i+1,j} = \vartheta(X_i + R, t_j) = \vartheta_{i,j} + R\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial X}\right)_{i,j} + \frac{R^2}{2!}\cdot\frac{\partial^2\vartheta(X_i + \theta_1 R, t_j)}{\partial X^2} + \dots$$

$$\vartheta_{i-1,j} = \vartheta(X_i - R, t_j) = \vartheta_{i,j} - R\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial X}\right)_{i,j} + \frac{R^2}{2!}\cdot\frac{\partial^2\vartheta(X_i - \theta_2 R, t_j)}{\partial X^2} + \dots$$

$$\vartheta_{i,j+1} = \vartheta(X_i, t_j + k) = \vartheta_{i,j} + k\cdot\frac{\partial\vartheta(X_i, t_j + \theta_3 k)}{\partial t} + \dots$$

kjer je:

$$0 < \theta_1 < 1, \quad 0 < \theta_2 < 1, \quad 0 < \theta_3 < 1$$

Če to vstavimo v enačbo (3) lahko zapišemo:

$$\begin{aligned} e_{i,j+1} = {} & e_{i,j}\cdot\left[1 - 2\cdot A(T_{i,j})\frac{k}{R^2}\right] + e_{i-1,j}\cdot\left[A(T_{i,j})\frac{k}{R^2} - 4B(T_{i,j})\frac{k}{R^2}\cdot\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial X}\right)_{i,j}\right] + \\ & + e_{i+1,j}\left[A(T_{i,j})\frac{k}{R^2} + 4\cdot B(T_{i,j})\cdot\frac{k}{R}\cdot\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial X}\right)_{i,j}\right] + \\ & + k\left\{\frac{\partial\vartheta(X_i, t_j + \theta_3 k)}{\partial t} - A(T_{i,j})\cdot\frac{\partial^2\vartheta(X_i + \theta_4 R, t_j)}{\partial X^2} - 4B(T_{i,j})\cdot\left[\frac{\partial\vartheta(X_i + \theta_5 R, t_j)}{\partial X}\right]^2\right\} - \\ & - B(T_{i,j})\cdot\frac{k}{R^2}\cdot(e_{i+1,j} - e_{i-1,j})^2 \end{aligned} \tag{6}$$

kjer je

$$0 < \theta_4 < 1 \quad \text{in} \quad 0 < \theta_5 < 1$$

Naj bo E_j maksimum napake vzdolž časovne vrste in M maksimalna vrednost izraza v zavitem oklepaju od $j = 1$ do j.

Če je $A(T_{i,j})\cdot\frac{k}{R^2} \leq \frac{1}{2} = r$, so vsi koeficienti v enačbi 6 pozitivni ali enaki nič.

Potem lahko zapišemo:

$$\begin{aligned} |e_{i,j+1}| \leq {} & \left[1 - 2\cdot A(T_{i,j})\frac{k}{R^2}\right]\cdot|e_{i,j}| + \left[A(T_{i,j})\frac{k}{R^2} - 4B(T_{i,j})\frac{k}{R}\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial X}\right)_{i,j}\right]\cdot|e_{i-1,j}| + \\ & + \left[A(T_{i,j})\frac{k}{R^2} + 4\cdot B(T_{i,j})\cdot\frac{k}{R}\cdot\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial X}\right)_{i,j}\right]|e_{i+1,j}| + k\cdot M - B(T_{i,j})\cdot\frac{k}{R^2}\left|(e_{i+1,j} - e_{i-1,j})^2\right| \end{aligned}$$

$$|e_{i,j+1}| \leq \left[1 - 2\cdot A(T_{i,j})\cdot\frac{k}{R^2}\right]\cdot E_j + 2\cdot A(T_{i,j})\frac{k}{R^2}E_j + k\cdot M$$

$$|e_{i,j+1}| \leq E_j + k\cdot M$$

Ker je to izpolnjeno za vse vrednosti (i, j), tudi za največji E_j velja:

$$E_{j+1} \leq E_j + k\cdot M \leq (E_{j-1} + k\cdot M) + k\cdot M = E_{j-1} + 2k\cdot M \qquad \text{itd.}$$

iz česar sledi, da je:

$$E_j \leq E_0 + j\cdot k\cdot M = t\cdot M$$

ker sta začetni vrednosti T in ϑ enaki, t.j. $E_0 = 0$

Ko gre $R \to 0$, gre $k = \frac{R^2\cdot r}{A(T_{i,j})}$ tudi proti 0 in teži M proti

$$\text{vrednosti}\left[\frac{\partial\vartheta}{\partial t} - A\,\frac{\partial^2\vartheta}{\partial X^2} - 4B\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial X}\right)^2\right]_{i,j} \tag{7}$$

Če upoštevamo enačbo (1) je izraz (7) enak 0 in s tem tudi $E_j = 0$

Ker pa je $|\vartheta_{i,j} - T_{i,j}| \leq E_j$, to dokazuje, da $T_{i,j}$ konvergira proti $\vartheta_{i,j}$, ko gre $R \to 0$, če je le $r \leq \frac{1}{2}$

Vrednost r mora torej biti $\leq 1/2$. Naša vrednost A se pa spreminja. Da bo gornji pogoj izpolnjen, mora veljati

$$\left(\frac{\lambda(\vartheta)\cdot k}{\rho\cdot C_p(\vartheta)\,R^2}\right)_{\text{maksimum}} \leq \frac{1}{2}$$

oziroma

$$k \leq \frac{R^2\cdot\rho\cdot C_{p\,\min}}{2\cdot\lambda_{\max}} \tag{8}$$

kjer pomeni C_p min neko minimalno vrednost specifične toplote, λ_{max} pa neko največjo vrednost toplotne prevodnosti. Da ne bi bil časovni korak pri R = 1 cm premajhen, smo izbrali $r = \frac{1}{2}$ $C_{p\,min} = 0{,}106$ kcal/kg st in $\lambda_{maks} = 46{,}0$ kcal/m h st. Pri takih podatkih je konvergenca zagotovljena in k = 3,24 sekunde.

Literatura:

1. T. Kolenko, F. Pavlin: Ogrevanje vložka v potisni peči, Rudarsko metalurški zbornik, št. 3, leto 1973, stran 235—247
2. H. Köhne: Digitale und analoge Lösungsmethoden der Wärmeleitungsgleichung, Forschungsberichte des Landes Nordrhein — Westfalen Nr. 2120, Westdeutscher Verlag, Köln und Opladen
3. G. D. Smith: Numerical Solution of Partial Differential Equations, Oxford University Press, 1971.

ZUSAMMENFASSUNG

Ein mathematischer Modell des Erwärmungsvorganges einer unendlichen Platte im Stossofen ist beschrieben, mit der Voraussetzung, dass in den ersten drei Vierteln der Ofenlänge das Erwärmen beidseitig, und im letzten Viertel nur einseitig verläuft. Die Temperaturabhängigkeiten der spezifischen Wärme und der Wärmeleitfähigkeit sind mit Regressionsgleichungen gegeben. Auch der Konvektionskoeffizient ist als eine explizite Funktion der Temperatur im Ofen und auf der Einsatzoberfläche gegeben.

Wir nehmen an, dass es sich um einen eindimensionallen Beispiel handelt. Die Wärmeleitungsgleichung haben wir numerisch am Computer IBM 360/30 gelösst. Es ist auch ein praktischer Beispiel der Erwärmung einer 18 cm dicken Platte im Stossofen gegeben, bei welchem der Temperaturprofil des Ofens mit einer Tabelle gegeben ist.

Es sind auch einige Vorteile der numerischen Problemlösung vor der analytischen angewendet. Zusätzlich ist noch beschrieben wie der richtige Schritt in der örtlichen und zeitlichen Richtung gewählt werden muss, dass der Bedingung für eine Konvergenz gewährt wird.

SUMMARY

Mathematical model of heating an infinite plate in the end-pusher furnace is described. An assumption is made that heating is both-sides in the first three quarters of the furnace and only one-sides in the last quarter. Relationships between specific heat and thermal conductivity, and the temperature are given by regression equations. Also heat transfer coefficient is explicitly expressed as a function of temperature in the furnace and of the feed surface.

The process was simplified to a one-dimensional model. Equation for thermal conductivity was solved by IBM 360/30 computer. A real example of heating an 18 cm thick plate in the end-pusher furnace is presented, and the temperature profile is shown in the table. Some advantages of numeric solution of the problem in comparison with the analytical solution are mentioned. Further also the choice of right space and time intervals is described that the convergence condition is fulfilled.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описан математический модель бесконечной пластины методической печи. При этом взято предположение, что на первых трёхчетвертых длины печи нагрев двухсторонный а на последней четверти длины односторонний. Зависимость удельной теплоты и тепловой проводимости от температуры поданы с уравнениями регрессии. Также конвекционный коэффициент подан как определённая функция температуры печи и температуры поверхности шихты.

Предпологаем, что стучай относится на одномерный нагрев. Уравнение для проводимость теплоты разрешена численно при помощи счётчика ИБМ 360/30. Подан конкретный пример нагрева пластины толщины 18 см в методической печи а температурный профил с таблицой. Упомянуты некоторые преимущества числового решения проблема в сравнении с аналитическим методом. В дополнении описано каким образом надо определить и принять правильный выбор что касается направления и времяни чтобы удовлетворить условию конвергенции.