TESTIRANJE MODELOV VaR V IZJEMNIH OKOLIŠČINAH

Matjaž Žunko, univ. dipl. mat., Ekonomsko-poslovna fakulteta, Univerza v Mariboru
Doc. dr. Drago Bokal, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Mariboru
Izr. prof. dr. Timotej Jagrič, Ekonomsko-poslovna fakulteta, Univerza v Mariboru
UDK 336.76
JEL: C140, G010, G110

Povzetek

V članku analiziramo različne metode VaR in za vsako od njih opredelimo prednosti in slabosti, upoštevajoč časovni horizont, kompleksnost, potrebne vire, način poročanja o rezultatih in dodatnih zahtevah (npr. regulatornih). Ugotavljamo, da izbran nabor metod ne more biti zadostna podlaga za odločitve pri obvladovanju tveganj, saj te pogosto dajejo izrazito podcenjene napovedi tveganja. Taka ugotovitev je verjetno nasprotujoča si, vendar je VaR ustrezna mera le v normalnih tržnih okoliščinah in ob veljavnosti večjega števila predpostavk. Kakovost napovedi VaR je namreč odvisna od veljavnosti predpostavk, na katerih temelji. Razlaga rezultatov mora zato vedno vključevati tudi razpravo o predpostavkah, kar pa mnogi kritiki metod VaR pozabljajo.

Ključne besede: *tvegana vrednost, test izjemnih okoliščin, borzni trg, simulacija*

Abstract

In this article, we review various VaR approaches and derive the pros and cons of each methodology in terms of time horizon, complexity, resources, level of reporting, and specific needs (for example, regulatory requirements). In our view, the risk management process should not rely heavily on VaR calculations, since they may quite often underestimate risk. This may seem like a controversial statement, but VaR is only valid under normal market conditions and with a series of theoretical assumptions. Therefore, it must always be interpreted within this set of assumptions. That is something that most VaR critics forget too easily.

Key words: *Value-at-Risk, stress test, stock market, simulation*

1. Uvod

Ta članek je rezultat interdisciplinarnega sodelovanja med Fakulteto za naravoslovje in matematiko UM ter Ekonomsko-poslovno fakulteto UM. Njegov namen je predstaviti modele VaR in rezultate testov njihove zanesljivosti na podatkih cen delnic izbranih borz. Predstavljena metodologija je bila implementirana in izoblikovana v ustrezno programsko opremo.

Zanesljivost modelov VaR je bila predmet nekaterih raziskav (Hendricks 1996, Hoppe 1998, Kärrsten in Olsson 2000, Kuester et al. 2005, Bao et al. 2006, Candelon et al. 2008, Alexander in Sheedy 2008 ter Gnamassou 2010), ki so se usmerjale predvsem na empirično analizo zanesljivosti posameznih (ali majhnega nabora) modelov VaR na izbranih podatkih (enega portfelja). V naši raziskavi smo testirali velik nabor modelov VaR na podatkih več portfeljev, ki smo jih razdelili na podobdobja glede na prevladujoče tržne razmere. S tem smo lahko preverili vpliv tržnih razmer (predvsem izjemnih okoliščin ob nastanku svetovne finančne krize) na zanesljivost modelov. Modele smo testirali za veliko kombinacij parametrov, ki se najpogosteje pojavljajo v praksi in so pomembni tudi v okviru direktive Basel II.

Izsledki raziskave kažejo, da so za dnevne napovedi VaR najprimernejši modeli zgodovinske simulacije, za 5- in 10-dnevne napovedi Gumbelov linearni model VaR, za mesečne in četrtletne napovedi pa so se vsi testirani modeli izkazali za nezanesljive. Dodatno smo pri preizkušanju modelov oblikovali nekatere popravke, ki zagotavljajo učinkovitejšo oceno modelov.

Prispevek je sestavljen iz več delov. V drugem poglavju je predstavljen izbor testiranih metod VaR. V tretjem poglavju predstavimo metodologijo testiranja modelov VaR. V naslednjem poglavju opišemo zbirko podatkov in parametre modelov. Sledita razlaga rezultatov in njihov tabelarični prikaz. Ključne ugotovitve so navedene v sklepnem delu.

2. Izbor metod VaR

Metode za izračun VaR lahko razdelimo v tri skupine: parametrične linearne metode, metode zgodovinske simulacije in metode Monte Carlo (Alexander 2008b). Razlikujejo se po tem, kako obravnavajo porazdelitev donosov. Parametrične linearne metode predpostavijo vrsto porazdelitve, zgodovinske simulacije izračunajo

VaR neposredno na opazovani porazdelitvi, metode Monte Carlo pa simulirajo porazdelitev glede na njeno predpostavljeno obliko.

Parametrične linearne metode so primerne le za linearne portfelje, to je portfelje, katerih donos je linearna funkcija donosov naložb portfelja (npr. portfelji delnic). Za donose naložb portfelja se predpostavi, da imajo večrazsežno porazdelitev, zato z variančno-kovariančno matriko povsem opišemo nestanovitnost posameznih naložb in povezanost med različnimi naložbami ter z njo zajamemo zmanjšanje tveganja, ki ga prinaša diverzifikacija portfelja (Alexander 2008b).

Najenostavnejša je predpostavka, da so donosi naložb portfelja porazdeljeni večrazsežno normalno. Pri empirični analizi donosov finančnih sredstev pa se pokažeta sploščenost in asimetričnost gostote porazdelitve donosov (Podobnik et al. 2006). Sploščenost lahko upoštevamo, če za donose naložb portfelja predpostavimo, da so porazdeljeni po Studentovi t porazdelitvi. Sploščenost in hkrati negativno asimetričnost porazdelitve donosov naložb portfelja pa lahko upoštevamo, če predpostavimo, da se porazdeljujejo po Gumbelovi porazdelitvi.

Glede na predpostavko porazdelitve donosov naložb portfelja imamo torej tri osnovne oblike parametričnih linearnih metod. Vendar v njih predpostavimo, da so donosi med posameznimi dnevi neodvisni. Ta predpostavka pa v večini časovnih vrst različnih finančnih donosov ni upravičena (Jagrič et al. 2010). To vpliva na napoved večdnevnih tveganih vrednosti, zato lahko pri njih namesto neodvisnosti med donosi upoštevamo avtokorelacijo prvega reda ρ, to je korelacijo med zaporednimi logaritemskimi donosi. S tem dobimo drugačne parametrične linearne metode (za večdnevne napovedne horizonte) kot pri osnovni obliki. Druga mogoča modifikacija pa je v načinu, kako računamo variančno-kovariančno matriko. Pri izračunu namreč lahko vse donose obravnavamo enakovredno, neodvisno od oddaljenosti posameznega donosa od časa napovedi tvegane vrednosti, kar je uporabno za dolge napovedne horizonte. Ni pa ustrezno za kratkotrajne napovedi tvegane vrednosti, ki naj bi izražale trenutne tržne razmere in ne povprečnih (Alexander 2008b), saj se pojavlja *kopičenje nestanovitnosti*, ko so trgi turbulentni nekaj tednov, preden se vrnejo v normalne okvire (Alexander 2008a). Pomanjkljivost enakovredne obravnave donosov se pokaže tudi pri pristopu k izračunu tvegane vrednosti z drsečim oknom podatkov, ko tvegano vrednost dnevno računamo, pri tem pa na vsakem koraku pri izračun upoštevamo najnovejši podatek in ignoriramo najstarejšega (ker imamo fiksno velikost okna). Pri tem pristopu ekstremni donosi z izpadom iz drsečega okna podatkov nenadoma zelo vplivajo na izračunano tvegano vrednost, čeprav na trgu ni prišlo do večjih sprememb, kar imenujemo *učinek duha*. J. P. Morgan (J. P. Morgan and Reuters 1996) kot rešitev teh dveh problemov predlaga metodologijo *eksponentno utežene drseče sredine* (EWMA) izračuna variančno-kovariančne matrike, ki daje večjo težo nedavnim podatkom. Pri tej metodi je treba izbrati ustrezno konstanto glajenja, s katero nato računamo uteži. Tri osnovne parametrične linearne metode VaR nam skupaj s tema dvema modifikacijama dajo 9 metod.

Zgodovinske metode VaR (Boudoukh et al. 1998; Barone-Adesi et al. 1998, 1999) predpostavljajo, da so se vse mogoče prihodnje variacije zgodile v preteklosti in da je zgodovinsko simulirana porazdelitev enaka porazdelitvi donosov v napovednem horizontu. Ni treba predpostaviti parametrične oblike porazdelitve, s katero bi opisali donose, treba je le privzeti, da so prihodnji donosi povsem opisani s preteklimi. Za korelacije med posameznimi naložbami portfelja ni treba računati variančno-kovariančne matrike, o njih sklepamo neposredno iz zgodovinskih podatkov. Metode zgodovinske simulacije so torej preproste v predpostavkah in v primerjavi s parametričnimi niso omejene na linearne portfelje. Zaradi enostavnosti ima na izračune VaR velik vpliv velikost upoštevanih podatkov (drsečega okna podatkov), ki naj bi zajemali čim daljše obdobje (Alexander 2008b).

Osnovna zgodovinska metoda torej izračuna VaR neposredno na zgodovinskih podatkih. Empirično porazdelitev donosov portfelja pa lahko za natančnejše računanje iskanih α kvantilov aproksimiramo z jedrnimi funkcijami (recimo Gaussovim jedrom) ali pa uporabimo Cornish-Fisherjevo razširitev (Cornish in Fisher 1937). Tudi pri zgodovinski metodi VaR lahko upoštevamo uteži glede na oddaljenost od časa napovedi, vendar jih tukaj ne dodelimo neposredno donosom, temveč verjetnostim donosov portfelja v porazdelitvi (Alexander 2008b). Za povečanje odzivnosti zgodovinske metode VaR na trenutne tržne razmere lahko z uporabo modelov GARCH prilagodimo nestanovitnost donosov portfelja (Duffie in Pan 1997; Hull in White 1998). To je uporabno predvsem za kratke napovedne horizonte. Če uporabo modelov GARCH nadgradimo še s simulacijskimi tehnikami (dnevne oziroma večdnevne donose simuliramo s pomočjo teh modelov in zgodovinskih podatkov, tvegane vrednost pa nato izračunamo na simulirani porazdelitvi donosov), dobimo novo metodo, imenovano filtrirano zgodovinsko simuliran VaR (Barone-Adesi et al. 1998, 1999). V celoti imamo v skupini zgodovinskih simulacij osnovnih 6 metod.

Metode Monte Carlo so zelo prilagodljive in omogočajo zelo različne predpostavke o donosih naložb portfelja. Zamisel teh metod je v generiranju naključnih števil, ki jih nato pretvorimo v donose s pomočjo predpostavljene porazdelitvene funkcije. V osnovni obliki so zelo podobne parametričnim linearnim modelom, razlika pri izračunanih tveganih vrednostih je posledica simulacij, ki se izvedejo pri metodah Monte Carlo. Za celovitejše modeliranje pa imamo možnost, da za vsako naložbo portfelja predpostavimo svojo obliko porazdelitve donosov, odvisnosti med njimi pa opišemo s kopulami (to so poseben način formuliranja večrazsežnih porazdelitev). Tvegane vrednost za večdnevne horizonte lahko izračunamo na dinamičen način, tako da med računanjem upoštevamo do tedaj simulirane donose. Metode Monte Carlo niso omejene na linearne portfelje, so najprimernejša skupina metod za portfelje, ki vsebujejo opcije (Alexander 2008b).

3. Metodologija testiranja modelov VaR

V modelih VaR je uporabljenih veliko predpostavk. Ko se njihovo število povečuje, natančnost modelov stremi k zmanjšanju (Blanco in Oks 2004). Zaradi tega je treba modele VaR preizkusiti na realnih podatkih. Test statističnega modela na zgodovinskih podatkih imenujemo *backtest* oziroma *zgodovinski test*.

Za backtest vzamemo fiksen portfelj (število posameznih finančnih instrumentov v portfelju je nespremenljivo) in se s tem portfeljem sprehodimo skozi zgodovinske podatke. Rezultat backtesta je precej odvisen od izbire portfelja. Lahko se zgodi, da model VaR prestane backtest za portfelj A, ne izkaže pa se ustrezen za drug portfelj B (Alexander 2008b). Backtest je zato smiselno izvesti na več portfeljih.

Najprej določimo velikost obdobja opazovanja oziroma drsečega okna podatkov T, ki jih pri posameznem koraku vzamemo v izračun, stopnjo zaupanja $1-\alpha$ (oziroma stopnjo tveganja α), na kateri bo računal model VaR, in napovedni horizont h. Nato uporabimo pristop drsečega okna na ta način: začnemo na T-tem mestu zgodovinskih podatkov, saj lahko tam prvič izračunamo tvegano vrednost, ker imamo T donosov. Izračunamo dejansko spremembo vrednosti portfelja h dni pozneje in jo primerjamo z napovedjo VaR. Če je bila dejanska sprememba večja od napovedi VaR, to zapišemo kot *kršitev*. Nato se z drsečim oknom pomaknemo za h podatkov naprej, da se ti v novi dejanski spremembi vrednosti portfelja ne prekrivajo s prejšnjimi. Ponovno izračunamo napoved VaR na podlagi zadnjih podatkov T in jo primerjamo z dejansko spremembo, morebitno kršitev pa zapišemo v posebno časovno vrsto. Ta postopek ponavljamo do konca podatkov. Rezultat primerjav backtesta so časovne vrste napovedi VaR, dejanskih sprememb in kršitev. Model nato ocenimo na podlagi teh časovnih vrst. Za kvantitativno oceno bomo uporabili *teste pokritja*, ki nam pri modelih VaR omogočajo testiranje natančnosti napovedovanja levega repa porazdelitve donosov portfelja.

Test brezpogojnega pokritja (Kupiec 1995) je test ničelne hipoteze, da model VaR natančno napoveduje pričakovani α kvantil porazdelitve donosov portfelja in temelji na številu kršitev. Testna statistika je verjetnostno razmerje

$$LR_{uc} = \frac{\pi_{\exp}^{n_1}(1-\pi_{\exp})^{n_0}}{\pi_{obs}^{n_1}(1-\pi_{obs})^{n_0}}, \tag{1}$$

kjer je $\pi_{\exp}$ pričakovani delež kršitev, π_{obs} je izračunani delež dejanskih kršitev v backtestu, n_1 je število dejanskih kršitev in $n_0 = n - n_1$, kjer je n število primerjav napovedi VaR z dejanskimi spremembami vrednosti portfelja. Opazimo, da je $\pi_{\exp} = \alpha$ in $\pi_{obs} = \frac{n_1}{n}$. Asimptotična porazdelitev od $-2\ln LR_{uc}$ je $\chi^2(1)$, tako da P-vrednosti pri testiranju hipoteze dobimo iz te porazdelitve.

Pomembna lastnost kršitev v backtestu je njihova neodvisnost. Preveriti je treba, ali se kršitve pojavljajo zaporedoma ali izolirano. Model ni dober, če je njegova napoved presežena več dni zaporedoma, saj to pomeni neodzivnost modela na spremembe tržnih razmer. To se posebej pokaže v obdobjih povečane nestanovitnosti. Takrat lahko model prestane backtest na podlagi deleža kršitev, vseeno pa bi ga bilo smiselno zavrniti kot neustreznega, če kršitve ne bi bile neodvisne. Ničelne hipoteze ne bi zavrnili zaradi števila, temveč zaradi avtokoreliranosti kršitev.

Test neodvisnosti kršitev (Christoffersen 1998) temelji na opazki, da ko kršitve niso neodvisne, verjetnost kršitve na naslednjem koraku primerjav, če je do kršitve prišlo, ni več enaka α. Naj bo ponovno n_1 število dejanskih kršitev in $n_0 = n - n_1$ število dobrih napovedi. Naj bo n_{ij} število primerjav z indikatorjem j, ki je sledil indikatorju i, n_{00} je število primerjav, ko dobra napoved sledi dobri napovedi, n_{10} je število primerjav, ko dobra napoved sledi kršitvi, n_{01} je število primerjav, ko kršitev sledi dobri napovedi, in n_{11} je število primerjav, ko kršitev sledi kršitvi. Iz odnosa med temi števili sledi $n_1 = n_{11} - n_{01}$ in $n_0 = n_{10} - n_{00}$. Označimo s π_{01} delež kršitev, ki so sledile dobri napovedi

$$\pi_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}} \tag{2}$$

in s π_{11} delež kršitev, ki sledijo kršitvi

$$\pi_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}. \quad (3)$$

Testna statistika na podlagi teh števil je (Christoffersen 1998)

$$LR_{ind} = \frac{\pi_{obs}^{n_1}(1-\pi_{obs})^{n_0}}{\pi_{01}^{n_{01}}(1-\pi_{01})^{n_{00}}\pi_{11}^{n_{11}}(1-\pi_{11})^{n_{10}}}. \quad (4)$$

Asimptotična porazdelitev od $-2\ln LR_{ind}$ je $\chi^2(1)$. Kombiniran test, ki hkrati preverja brezpogojno pokritje in neodvisnost kršitev, je *test pogojnega pokritja*, ki ima testno statistiko

$$LR_{cc} = \frac{\pi_{\exp}^{n_1}(1-\pi_{\exp})^{n_0}}{\pi_{01}^{n_{01}}(1-\pi_{01})^{n_{00}}\pi_{11}^{n_{11}}(1-\pi_{11})^{n_{10}}}. \quad (5)$$

Asimptotična porazdelitev od $-2\ln LR_{cc}$ je $\chi^2(2)$.

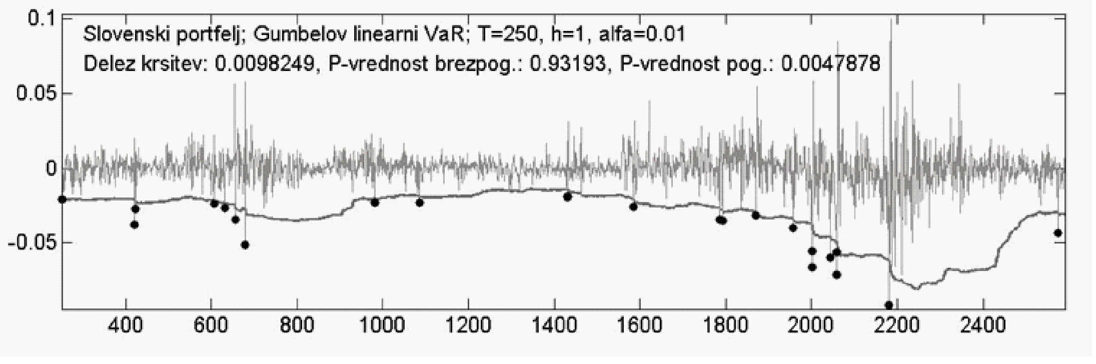
Poleg testiranja deleža in neodvisnosti kršitev je treba preveriti tudi nekatere druge lastnosti za popolnejšo oceno kakovosti modela VaR. Treba je preveriti, kakšne vrednosti zavzemajo napovedi in ali so sploh smiselne. Recimo modeli, ki so zelo občutljivi za nenadne spremembe tržnih razmer, bi lahko z nastopom povečane nestanovitnosti napovedovali izgubo vrednosti portfelja, večjo od 100 %. Tak model bi sicer lahko imel število kršitev ustrezno glede na stopnjo tveganja, vendar če do tega pride z nesmiselnimi napovedmi, potem je to slaba lastnost modela.

Pomembna lastnost modelov VaR je, kako odzivni so na spremembe tržnih razmer. Če se na povečano nestanovitnost ne odzovejo dovolj, se to kaže v kršitvah napovedi VaR. Ko se razmere na trgu po turbulentnem obdobju umirijo, dobri modeli to prepoznajo in ustrezno zmanjšajo svoje napovedi. Modeli, na katere še dolgo vplivajo skrajni negativni donosi, nekaj časa precenjujejo tvegano vrednost. Če se tak model uporablja za določanje kapitalske zahteve za tržna tveganja, potem so precenjene tudi te zahteve, kar pomeni nepotrebne stroške.

Odzivnost modela VaR na umiritev tržnih razmer se lahko dobro razbere iz grafa backtesta. Na isti graf narišemo časovne vrste napovedi VaR, kršitev in dejanskih sprememb vrednosti portfelja v napovednem horizontu, torej časovne vrste, ki so rezultat backtesta (primer je na sliki 1). Če zdaj primerjamo krivulje napovedi VaR in dejanskih sprememb, so vidna razhajanja, ko model precenjuje tvegano vrednost. Razberemo lahko tudi, koliko so kršitve presegle napovedi. Tvegana vrednost namreč pomeni največjo mogočo izgubo v določenem obdobju pri izbrani stopnji zaupanja, ne daje informacije o obsegu izgub, ko je napoved kršena. Velika preseganja niso zaželena. S subjektivno oceno grafov backtestov torej dobimo dodatno informacijo o kakovosti modelov VaR.

Za daljše napovedne horizonte je potrebnih veliko zgodovinskih podatkov, da imamo v backtestu dovolj primerjav. Že za testiranje tedenskih napovedi je potrebno 5-krat daljše obdobje kot pri dnevnih napovedih, če hočemo ohraniti kakovost testnih statistik. Zaradi tega je otežena izbira testnega portfelja, saj redki vrednostni papirji kotirajo na trgu več let brez posebnih dogodkov (npr. cepitve delnic, zapadlost obveznic). Backtest modelov VaR za večdnevne napovedne horizonte laže izvedemo s premikanjem drsečega okna za en dan, drugi podatki pa se prekrijejo z uporabljenimi pri prejšnjem koraku. Nato preverimo le delež kršitev, neodvisnost je skoraj zagotovo kršena, saj se velika sprememba v vrednosti portfelja v napovedi modela pozna šele čez h dni, medtem pa so morebitne kršitve avtokorelirane. V praksi se napovedi VaR, tudi večdnevne, izračunajo vsak dan (Alexander 2008b). Če izvedemo backtest z dnevnim premikanjem, dobimo časovne vrste, podobne dejanskim iz prakse. Backtest z dnevnim premikanjem tudi pri večdnevnih napovednih horizontih tako bolj kaže dejanske situacije iz konkretnih primerov uporabe modelov VaR. Prekrivanje podatkov pa je treba upoštevati pri razlagi rezultatov backtestov.

Slika 1: **Primer grafa backtesta**



Vir: lastni prikaz.

4. Zbirka podatkov in parametri modelov

Modeli VaR so testirani na treh portfeljih, treh stopnjah zaupanja in petih napovednih horizontih. Prvi portfelj je sestavljen iz delnic nekaterih družb nekdanjega slovenskega borznega indeksa SBI 20, drugi portfelj je nabor delnic nekaterih družb nemškega borznega indeksa DAX 30, v tretjem portfelju pa so delnice nekaterih družb ameriškega borznega indeksa XMI. Delniške družbe iz navedenih indeksov so bile izbrane po merilu, da so portfelji sestavljeni iz čim raznovrstnejših gospodarskih dejavnosti, hkrati pa v opazovanem obdobju niso smele imeti posebnih dogodkov, npr. cepitve števila delnic (zaradi česar je iz slovenskega testnega portfelja izpadla npr. KRKG). Podrobnejša sestava portfeljev je razvidna iz tabele 1. Podatki cen delnic okvirno obsegajo obdobje od začetka leta 2000 do konca maja 2010 (slovenski portfelj: 6. 1. 2000–31. 5. 2010, nemški portfelj: 3. 1. 2000–31. 5. 2010, ameriški portfelj: 3. 7. 2000–28. 5. 2010) na dnevni ravni. Iz njih smo izračunali dnevne logaritemske donose posameznih delnic, katerih rezultati analize so predstavljeni v tabeli 1. Logaritemski donos je logaritem iz kvocienta vrednosti na koncu opazovanega obdobja in vrednosti na začetku, $r_{ht} = \ln(P_t / P_{t-h})$; je aproksimacija relativnih donosov, ima pa lepo lastnost, da je h -dnevni logaritemski donos vsota h zaporednih dnevnih donosov. To se uporabi pri izpeljavi izrazov za izračun večdnevne tvegane vrednosti pri nekaterih metodah. Tabela 1 vsebuje število donosov n, minimum in maksimum, povprečje μ, standardni odklon σ, koeficient asimetrije τ, koeficient sploščenosti κ in P-vrednost Jarque-Berovega testa ničelne hipoteze, da se donosi porazdeljujejo normalno. Tudi za večdnevne napovedne horizonte so bili osnova izračunov dnevni podatki logaritemskih donosov, metodologija, ki se pri tem uporabi, pa je odvisna od drugih predpostavk metod VaR.

Testni nacionalni portfelji vsebujejo eno delnico vsake družbe (torej skupno 6 delnic). Prvi portfelj je sestavljen iz delnic razvijajočega se trga, druga dva pa predstavljata razviti trg. V backtestu predpostavimo, da so tako sestavljeni portfelji reprezentativni.

Backtesti modelov VaR so izvedeni na nacionalnih portfeljih na treh obdobjih podatkov:

- *celotno opazovano obdobje*, ki vsebuje krizne in nekrizne dele (vsi razpoložljivi podatki),
- *nekrizno obdobje*, ko so prevladovale umirjene tržne razmere (1. 2004–12. 2006), in
- *krizno obdobje*, ki ga je zaznamovala svetovna finančna kriza (7. 2007–5. 2010).

Za rezultate je pomembna primerjava zanesljivosti modelov VaR v različnih obdobjih.

Modeli VaR so testirani pri treh stopnjah tveganja in petih napovednih horizontih, ki se najpogosteje pojavljajo v praksi. Uporabljene stopnje tveganja so 0,01, 0,05 in 0,1. Napovedni horizonti so 1, 5, 10, 25 in 65 dni. Velikost drsečega okna je 250 podatkov. Vsak model VaR je torej testiran 135-krat. Za dnevne napovedne horizonte se uporabita test brezpogojnega pokritja in test pogojnega pokritja, za večdnevne napovedne horizonte pa samo test brezpogojnega pokritja. Testira se pri stopnji značilnosti 5 %.

Tabela 1: **Rezultati analize logaritemskih donosov testnih portfeljev**

Oznaka	Opis	n	min	max	μ	σ	τ	κ	JB
AELG	Aerodrom Ljubljana	2590	-0,13654	0,12206	0,00019	0,01744	-0,392	10,978	0,000
GRVG	Gorenje	2590	-0,09564	0,09531	0,00004	0,01456	-0,066	8,951	0,000
LKPG	Luka Koper	2590	-0,11053	0,11442	0,00007	0,01556	-0,258	10,471	0,000
MELR	Mercator	2590	-0,09727	0,11213	0,00030	0,01441	0,161	10,955	0,000
PETG	Petrol	2590	-0,08903	0,13285	0,00030	0,01520	0,334	14,259	0,000
SAVA	Sava	2590	-0,10635	0,07920	0,00025	0,01419	-0,496	11,686	0,000
ALV	Allianz	2645	-0,15187	0,23305	-0,00051	0,02617	0,247	10,582	0,000
BAYN	Bayer	2645	-0,19408	0,33006	0,00000	0,02265	0,763	24,900	0,000
DAI	Daimler	2645	-0,15719	0,19431	-0,00022	0,02412	0,272	8,782	0,000
DTE	Deutsche Telekom	2645	-0,16436	0,13989	-0,00077	0,02468	0,021	7,529	0,000
LIN	Linde	2645	-0,14328	0,15501	0,00017	0,01916	0,122	8,956	0,000
TKA	ThyssenKrupp	2645	-0,17581	0,16871	-0,00013	0,02505	-0,109	7,693	0,000
GE	General Electric	2490	-0,13684	0,17984	-0,00046	0,02228	0,045	10,596	0,000
IBM	International Business Machines	2490	-0,16889	0,11349	0,00005	0,01844	-0,065	10,590	0,000
JPM	JPMorgan Chase	2490	-0,23228	0,22392	-0,00007	0,02990	0,302	14,299	0,000
KO	Coca-Cola	2490	-0,10604	0,12997	-0,00005	0,01437	0,049	11,364	0,000
MRK	Merck	2490	-0,31171	0,12251	-0,00033	0,02025	-1,773	31,191	0,000
WMT	Wal Mart	2490	-0,08408	0,10502	-0,00005	0,01621	0,217	6,864	0,000

Vir: lastni izračun; vir podatkov cen delnic: www.ljse.si, http://deutsche-boerse.com, http://finance.yahoo.com.

5. Rezultati

Pri izvedbi testiranih modelov VaR so se pojavile nekatere tehnične ovire. Tako je bilo treba zaradi nastopanja pola prve stopnje v izrazu za izračun tvegane vrednosti izboljšati Studentove t linearne modele VaR, saj so se sicer pri napovedih VaR pojavili nerealni skoki. Metodo, ki pri modelih zgodovinske simulacije izračuna skalirni eksponent (z njim izračunamo večdnevno napoved VaR na podlagi dnevnih donosov), je bilo treba izboljšati s ponavljanjem izračunov za različne verjetnosti, ker sicer ni vračala konsistentnih in realnih vrednosti. Za napovedne horizonte, za katere v virih ni bilo zaslediti priporočenih konstant glajenja v metodologiji EWMA, so se vrednosti interpolirale s kubičnimi zlepki glede na priporočeni vrednosti (0,94 za dnevni napovedni horizont in 0,97 za mesečnega, J. P. Morgan and Reuters 1996). Enake konstante glajenja so uporabljene tudi v zgodovinskem modelu VaR z eksponentno uteženimi verjetnostmi donosov.

Sledi kratka analiza rezultatov backtestov. Rezultati so predstavljeni v tabelah 3, 4 in 5. Pomen oznak v teh tabelah je razložen v tabeli 2. Npr. celica tabele 5 v vrstici z oznako M7c v 1. stolpcu, v kateri je na temnosivem ozadju število z zvezdico 0,012*, pomeni, da je Gumbelov linearni model VaR (M7) v kriznem obdobju (c) pri stopnji zaupanja 99 % (stolpec 0,01) za dnevni napovedni horizont (razdelek h = 1) na ameriškem portfelju (tabela 5) v backtestu dosegel delež kršitev 0,012, kar se v testu brezpogojnega pokritja kaže v P-vrednosti, večji od 5 % (temnosiva barva ozadja), in v testu pogojnega pokritja prav tako v P-vrednosti, večji od 5 % (*) – tega modela pri teh parametrih na tem portfelju ne moremo zavrniti kot neustreznega. Besedilo se najlažje bere s hkratnim gledanjem teh tabel, saj se neposredno nanaša nanje. Ponekod se sklicujemo na grafe backtestov, ki pa zaradi preobsežnosti niso vključeni v članek. Zainteresirani bralec jih lahko prejme pri avtorjih.

Normalni linearni model VaR (M1) zaradi prevelikega vpliva tržnih razmer na rezultate backtestov ni zanesljiv. Modela bistveno ne izboljša vključevanje avtokorelacije prvega reda (M2), medtem ko uporaba metodologije EWMA (M3) njegovo odzivnost na spremembe tržnih razmer izboljša za dnevni napovedni horizont. Tak model je zanesljiv za dnevno napovedovanje pri stopnji zaupanja 90 %. Predpostavka, da se donosi porazdeljujejo normalno, vodi v podcenjevanje tvegane vrednosti pri visokih stopnjah zaupanja.

Na Studentov t linearni model VaR (M4) so imele tržne razmere zelo velik vpliv, zato je nezanesljiv. Rezultati backtestov so bili ustrezni v nekriznem obdobju, model pa je predvsem podcenjeval tvegano vrednost v celotnem opazovanem in kriznem obdobju. Modela bistveno ne izboljša vključevanje avtokorelacije prvega reda (M5). Za dnevni napovedni horizont pri stopnji zaupanja 99 % ga izboljša uporaba metodologije EWMA (M6), vendar je za slovenski portfelj še vedno nezanesljiv.

Tabela 2: **Pomen oznak v tabelah 3, 4 in 5**

Oznaka	Pomen
M1	normalni linearni VaR
M2	normalni linearni VaR z upoštevanjem avtokorelacije prvega reda
M3	normalni linearni VaR, variančno-kovariančna matrika računana z metodologijo EWMA
M4	Studentov t linearni VaR
M5	Studentov t linearni VaR z upoštevanjem avtokorelacije prvega reda
M6	Studentov t linearni VaR, variančno-kovarianča matrika računana z metodologijo EWMA
M7	Gumbelov linearni VaR
M8	Gumbelov linearni VaR z upoštevanjem avtokorelacije prvega reda
M9	Gumbelov linearni VaR, variančno-kovariančna matrika računana z metodologijo EWMA
M10	zgodovinski VaR
M11	zgodovinski VaR, aproksimiran z Gaussovim jedrom
M12	zgodovinski VaR z eksponentno uteženimi verjetnostmi donosov
M13	zgodovinski VaR, aproksimiran s Cornish-Fisherjevo razširitvijo
M14	zgodovinski VaR s prilagojeno nestanovitnostjo
M15	filtrirano zgodovinsko simuliran VaR
M16	po metodi Monte Carlo simuliran normalni linearni VaR
a	celotno opazovano obdobje
b	nekrizno obdobje
c	krizno obdobje
	P-vrednost brezpogojnega pokritja > 5 %
	P-vrednost brezpogojnega pokritja ≤ 5 %, model podcenjuje VaR
	P-vrednost brezpogojnega pokritja ≤ 5 %, model precenjuje VaR
*	P-vrednost pogojnega pokritja > 5 %

Gumbelov linearni model VaR (M7) je ustreznejši od drugih parametričnih modelov VaR za večdnevne horizonte, saj tvegano vrednost napoveduje ustrezneje ali jo podcenjujejo z nižjo stopnjo kršitev. Model za večdnevne napovedne horizonte izboljša upoštevanje avtokorelacije prvega reda (M8). Za dnevne napovedi se model z uporabo metodologije EWMA (M9) dobro odziva na spremembe tržnih razmer in se je zato izkazal kot zanesljiv.

Analiza logaritemskih donosov je pokazala sploščenost in asimetrijo. Normalni linearni model VaR (M1–M3) se v skladu s tem ni izkazal kot zanesljiv. Boljši ni bil niti Studentov t linearni model VaR (M4–M6), ki upošteva le sploščenost. Da je treba upoštevati tudi negativno asimetrijo, so pokazali rezultati Gumbelovega linearnega modela VaR (M7–M9), ki se je posledično izkazal kot ustreznejši.

Upoštevanje avtokorelacije prvega reda med donosi portfelja (M2, M5, M8) se je izkazalo uporabno le na

Tabela 3: **Rezultati backtestov na slovenskem portfelju**

	h=1			h=5			h=10			h=25			h=65		
	0,01	**0,05**	**0,1**	**0,01**	**0,05**	**0,1**	**0,01**	**0,05**	**0,1**	**0,01**	**0,05**	**0,1**	**0,01**	**0,05**	**0,1**
M1a	0,024	0,053	0,083	0,036	0,077	0,120	0,046	0,094	0,140	0,054	0,127	0,195	0,106	0,179	0,244
M1b	0,025	0,047	0,078	0,029	0,082	0,130	0,044	0,090	0,137	0,044	0,138	0,194	0,110	0,153	0,239
M1c	0,029	0,060	0,087	0,048	0,082	0,122	0,069	0,124	0,166	0,085	0,174	0,272	0,191	0,294	0,343
M2a	0,024	0,053	0,083	0,017	0,051	0,085	0,018	0,059	0,096	0,022	0,076	0,129	0,048	0,130	0,179
M2b	0,025	0,047	0,078	0,011	0,047	0,084	0,012	0,047	0,085	0,020	0,049	0,117	0,039	0,114	0,142
M2c	0,029	0,060	0,087	0,034	0,062	0,093	0,038	0,088	0,126	0,037	0,132	0,180	0,106	0,223	0,272
M3a	0,021	0,053	0,091	0,042	0,089	0,127	0,051	0,096	0,140	0,068	0,136	0,180	0,089	0,178	0,247
M3b	0,021	0,056	0,090	0,045	0,097	0,134	0,057	0,094	0,141	0,073	0,161	0,199	0,118	0,184	0,249
M3c	0,027	0,063	0,100	0,063	0,110	0,141	0,085	0,128	0,159	0,118	0,188	0,238	0,154	0,282	0,356
M4a	0,018	0,066	0,121	0,025	0,103	0,167	0,030	0,116	0,178	0,035	0,159	0,231	0,071	0,207	0,293
M4b	0,015*	0,065	0,118	0,021	0,117	0,188	0,033	0,106	0,186	0,032	0,150	0,227	0,084	0,170	0,277
M4c	0,022	0,070	0,130	0,037	0,106	0,177	0,049	0,158	0,209	0,056	0,242	0,319	0,130	0,328	0,433
M5a	0,018	0,066	0,121	0,011	0,068	0,126	0,007	0,076	0,130	0,008	0,094	0,177	0,030	0,149	0,231
M5b	0,015*	0,065	0,118	0,004	0,068	0,129	0,005	0,059	0,114	0,011	0,066	0,144	0,017	0,122	0,181
M5c	0,022	0,070	0,130	0,026	0,080	0,136	0,016	0,117	0,169	0,015	0,154	0,265	0,077	0,249	0,361
M6a	0,016	0,072	0,136	0,030	0,108	0,175	0,038	0,115	0,194	0,047	0,155	0,226	0,066	0,209	0,297
M6b	0,015	0,078	0,140	0,033	0,122	0,195	0,044	0,109	0,207	0,049	0,176	0,227	0,080	0,201	0,285
M6c	0,022	0,087	0,150	0,051	0,125	0,194	0,065	0,152	0,223	0,092	0,210	0,305	0,124	0,323	0,427
M7a	0,010	0,038	0,080	0,014	0,060	0,117	0,012	0,076	0,136	0,013	0,099	0,189	0,040	0,144	0,239
M7b	0,005	0,032	0,077	0,009	0,064	0,126	0,013	0,072	0,134	0,020	0,109	0,191	0,037	0,137	0,226
M7c	0,012	0,043	0,082	0,029	0,071	0,121	0,019	0,099	0,162	0,021	0,133	0,266	0,087	0,243	0,342
M8a	0,010	0,038	0,080	0,006	0,036	0,083	0,001	0,043	0,095	0,002	0,057	0,123	0,014	0,105	0,176
M8b	0,005	0,032	0,077	0,001	0,027	0,080	0,000	0,036	0,084	0,000	0,039	0,110	0,000	0,093	0,142
M8c	0,012	0,043	0,082	0,016	0,052	0,091	0,004	0,069	0,126	0,005	0,099	0,173	0,043	0,195	0,266
M9a	0,008	0,041	0,088	0,020	0,069	0,126	0,024	0,078	0,136	0,023	0,108	0,177	0,048	0,138	0,243
M9b	0,008*	0,040	0,085	0,021	0,069	0,133	0,023	0,082	0,134	0,029	0,129	0,194	0,053	0,158	0,243
M9c	0,014	0,047	0,100	0,037	0,089	0,140	0,049	0,118	0,155	0,043	0,161	0,236	0,096	0,231	0,353
M10a	0,016	0,060	0,108	0,016	0,076	0,132	0,016	0,075	0,130	0,012	0,072	0,136	0,020	0,074	0,130
M10b	0,012*	0,057	0,104	0,005	0,065	0,141	0,011	0,049	0,116	0,001	0,031	0,093	0,000	0,017	0,073
M10c	0,016	0,062	0,106	0,033	0,087	0,136	0,029	0,115	0,163	0,027	0,126	0,217	0,062	0,180	0,269
M11a	0,015	0,058	0,099	0,014	0,071	0,125	0,015	0,071	0,121	0,012	0,069	0,121	0,020	0,069	0,123
M11b	0,012*	0,057	0,094	0,004	0,065	0,132	0,009	0,048	0,106	0,001	0,031	0,073	0,000	0,019	0,069
M11c	0,015	0,059	0,102	0,030	0,078	0,132	0,026	0,113	0,158	0,027	0,121	0,202	0,063	0,166	0,261
M12a	0,030	0,062	0,113	0,037	0,082	0,129	0,033	0,077	0,122	0,018	0,081	0,128	0,024	0,076	0,127
M12b	0,027	0,065	0,117	0,032	0,085	0,136	0,024	0,066	0,104	0,012	0,055	0,098	0,000	0,039	0,070
M12c	0,032	0,058	0,104	0,052	0,099	0,152	0,065	0,113	0,157	0,037	0,139	0,199	0,074	0,170	0,268
M13a	0,016	0,062	0,119	0,016	0,079	0,142	0,013	0,078	0,139	0,012	0,076	0,140	0,022	0,075	0,142
M13b	0,020	0,063	0,105	0,011	0,077	0,149	0,009	0,055	0,118	0,005	0,033	0,080	0,000	0,023	0,072
M13c	0,015	0,065	0,120	0,026	0,084	0,154	0,026	0,117	0,177	0,030	0,141	0,240	0,069	0,174	0,279
M14a	0,021	0,060	0,106	0,031	0,080	0,129	0,031	0,081	0,123	0,027	0,082	0,134	0,033	0,072	0,118
M14b	0,020	0,059	0,106	0,029	0,076	0,128	0,027	0,060	0,101	0,020	0,047	0,116	0,013	0,035	0,073
M14c	0,026	0,069	0,109	0,047	0,104	0,163	0,058	0,125	0,172	0,055	0,162	0,217	0,088	0,173	0,265
M15a	0,017	0,061	0,108	0,038	0,094	0,147	0,046	0,105	0,157	0,064	0,133	0,197	0,101	0,175	0,249
M15b	0,019*	0,060*	0,101	0,039	0,098	0,153	0,037	0,093	0,158	0,057	0,146	0,199	0,106	0,182	0,261
M15c	0,015*	0,060	0,115	0,051	0,106	0,176	0,063	0,140	0,184	0,095	0,180	0,268	0,181	0,266	0,337
M16a	0,024	0,052	0,082	0,035	0,077	0,120	0,042	0,093	0,139	0,051	0,117	0,181	0,080	0,144	0,196
M16b	0,024	0,045	0,080	0,032	0,085	0,128	0,043	0,090	0,132	0,043	0,130	0,186	0,106	0,144	0,191
M16c	0,029	0,058	0,088	0,048	0,084	0,121	0,063	0,121	0,168	0,070	0,162	0,245	0,129	0,239	0,295

Tabela 4: **Rezultati backtestov na nemškem portfelju**

	h=1			h=5			h=10			h=25			h=65		
	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1
M1a	0,022	0,058	0,096	0,024	0,054	0,099	0,023	0,058	0,097	0,034	0,075	0,112	0,036	0,104	0,155
M1b	0,018*	0,047*	0,083*	0,016	0,043	0,088	0,016	0,052	0,099	0,020	0,038	0,068	0,020	0,068	0,099
M1c	0,027	0,074	0,110	0,032	0,069	0,126	0,038	0,078	0,120	0,064	0,122	0,165	0,066	0,141	0,225
M2a	0,022	0,058	0,096	0,027	0,059	0,102	0,025	0,062	0,103	0,039	0,078	0,121	0,044	0,110	0,163
M2b	0,018*	0,047*	0,083*	0,018	0,051	0,086	0,017	0,053	0,100	0,020	0,036	0,079	0,023	0,066	0,109
M2c	0,027	0,074	0,110	0,037	0,074	0,134	0,042	0,087	0,133	0,076	0,130	0,179	0,088	0,157	0,233
M3a	0,019	0,062	0,107*	0,025	0,069	0,107	0,033	0,070	0,111	0,044	0,099	0,140	0,048	0,118	0,167
M3b	0,026	0,062*	0,100*	0,029	0,074	0,116	0,034	0,078	0,120	0,031	0,081	0,124	0,020	0,104	0,143
M3c	0,014*	0,074	0,122*	0,023	0,078	0,123	0,039	0,083	0,124	0,062	0,137	0,189	0,066	0,137	0,206
M4a	0,018	0,066	0,114	0,019	0,063	0,118	0,021	0,065	0,116	0,031	0,080	0,128	0,023	0,107	0,166
M4b	0,014*	0,053*	0,088*	0,012	0,048	0,099	0,012	0,053	0,107	0,016	0,038	0,083	0,007	0,070	0,112
M4c	0,022	0,088	0,145	0,027	0,085	0,154	0,034	0,092	0,154	0,060	0,129	0,187	0,051	0,143	0,231
M5a	0,018	0,066	0,114	0,023	0,066	0,121	0,022	0,072	0,121	0,035	0,087	0,137	0,030	0,114	0,176
M5b	0,014*	0,053*	0,088*	0,013	0,053	0,098	0,013	0,055	0,108	0,017	0,040	0,090	0,007	0,069	0,118
M5c	0,022	0,088	0,145	0,035	0,091	0,160	0,038	0,103	0,165	0,069	0,139	0,204	0,070	0,161	0,245
M6a	0,011*	0,073	0,132	0,020	0,074	0,130	0,028	0,076	0,132	0,034	0,104	0,154	0,026	0,124	0,180
M6b	0,016*	0,065*	0,113*	0,021	0,074	0,126	0,029	0,083	0,129	0,026	0,082	0,138	0,003	0,111	0,146
M6c	0,005*	0,099	0,162	0,019	0,092	0,157	0,031	0,095	0,160	0,049	0,142	0,206	0,057	0,139	0,225
M7a	0,007*	0,047	0,093	0,009	0,039	0,097	0,012	0,043	0,094	0,013	0,059	0,108	0,002	0,082	0,151
M7b	0,003	0,039*	0,082*	0,004	0,034	0,087	0,005	0,035	0,095	0,008	0,031	0,061	0,000	0,055	0,096
M7c	0,012*	0,061	0,104	0,012	0,049	0,120	0,019	0,061	0,118	0,016	0,101	0,162	0,005	0,120	0,218
M8a	0,007*	0,047	0,093	0,010	0,042	0,100	0,016	0,047	0,099	0,017	0,061	0,118	0,006	0,085	0,160
M8b	0,003	0,039*	0,082*	0,004	0,030	0,085	0,007	0,044	0,095	0,009	0,031	0,075	0,000	0,057	0,103
M8c	0,012*	0,061	0,104	0,018	0,057	0,130	0,026	0,065	0,130	0,026	0,106	0,175	0,018	0,130	0,231
M9a	0,004	0,042	0,102*	0,010	0,050	0,104	0,013	0,053	0,110	0,013	0,079	0,138	0,003	0,097	0,161
M9b	0,005	0,042*	0,099*	0,012	0,048	0,112	0,012	0,056	0,117	0,009	0,056	0,122	0,000	0,078	0,140
M9c	0,003*	0,049*	0,116*	0,008	0,055	0,119	0,012	0,065	0,124	0,014	0,112	0,188	0,008	0,116	0,196
M10a	0,012*	0,057	0,109	0,015	0,054	0,107	0,020	0,058	0,104	0,033	0,076	0,114	0,014	0,095	0,146
M10b	0,009*	0,044*	0,083*	0,009	0,043	0,087	0,012	0,048	0,086	0,026	0,034	0,044	0,013	0,047	0,066
M10c	0,015*	0,069	0,129	0,023	0,064	0,124	0,032	0,070	0,129	0,054	0,111	0,153	0,015	0,111	0,147
M11a	0,010*	0,054	0,101	0,014	0,051	0,099	0,018	0,053	0,098	0,030	0,070	0,107	0,011	0,089	0,135
M11b	0,005*	0,042*	0,082*	0,009	0,042	0,079	0,009	0,039	0,081	0,023	0,033	0,042	0,005	0,044	0,062
M11c	0,015*	0,068	0,118	0,022	0,060	0,119	0,028	0,070	0,124	0,046	0,107	0,146	0,012	0,108	0,139
M12a	0,033	0,066	0,115	0,035	0,069	0,114	0,033	0,074	0,108	0,048	0,084	0,121	0,023	0,098	0,138
M12b	0,033	0,061*	0,111*	0,031	0,068	0,122	0,025	0,068	0,120	0,023	0,051	0,082	0,003	0,053	0,074
M12c	0,030	0,073	0,122*	0,039	0,069	0,119	0,043	0,087	0,115	0,066	0,124	0,168	0,051	0,095	0,130
M13a	0,008*	0,061	0,116	0,013	0,054	0,116	0,016	0,056	0,119	0,031	0,064	0,119	0,016	0,080	0,162
M13b	0,010*	0,046*	0,085*	0,009	0,044	0,085	0,009	0,044	0,086	0,027	0,034	0,043	0,012	0,049	0,066
M13c	0,011*	0,080	0,147	0,020	0,069	0,153	0,026	0,083	0,160	0,039	0,111	0,171	0,014	0,118	0,164
M14a	0,012*	0,051*	0,100*	0,019	0,050	0,098	0,021	0,053	0,093	0,035	0,074	0,108	0,014	0,069	0,127
M14b	0,010*	0,053*	0,096*	0,016	0,052	0,111	0,016	0,051	0,092	0,026	0,048	0,081	0,005	0,038	0,074
M14c	0,015*	0,060*	0,114*	0,026	0,057	0,107	0,031	0,072	0,110	0,049	0,111	0,145	0,022	0,068	0,118
M15a	0,010*	0,053*	0,108*	0,016	0,055	0,111	0,020	0,059	0,104	0,027	0,077	0,122	0,018	0,097	0,157
M15b	0,012*	0,051*	0,101*	0,016	0,061	0,112	0,021	0,068	0,114	0,027	0,065	0,104	0,016	0,100	0,133
M15c	0,014*	0,062*	0,120*	0,016	0,066	0,135	0,024	0,077	0,126	0,041	0,127	0,189	0,020	0,127	0,218
M16a	0,021	0,061	0,094	0,024	0,053	0,101	0,023	0,057	0,096	0,028	0,068	0,105	0,011	0,079	0,131
M16b	0,014*	0,049*	0,083*	0,014	0,043	0,088	0,014	0,053	0,092	0,016	0,038	0,064	0,009	0,056	0,104
M16c	0,026	0,076	0,110*	0,031	0,068	0,123	0,035	0,080	0,118	0,050	0,110	0,156	0,024	0,108	0,173

Tabela 5: **Rezultati backtestov na ameriškem portfelju**

	h=1			h=5			h=10			h=25			h=65		
	0,01	**0,05**	**0,1**	**0,01**	**0,05**	**0,1**	**0,01**	**0,05**	**0,1**	**0,01**	**0,05**	**0,1**	**0,01**	**0,05**	**0,1**
M1a	0,022	0,056	0,089*	0,014	0,047	0,078	0,009	0,038	0,076	0,007	0,038	0,093	0,011	0,035	0,077
M1b	0,015*	0,038	0,085*	0,007	0,036	0,066	0,004	0,033	0,078	0,000	0,019	0,074	0,000	0,009	0,045
M1c	0,034	0,083	0,113*	0,022	0,063	0,097	0,015	0,041	0,075	0,015	0,063	0,114	0,030	0,076	0,139
M2a	0,022	0,056	0,089*	0,020	0,051	0,092	0,014	0,045	0,091	0,013	0,055	0,113	0,015	0,053	0,102
M2b	0,015*	0,038	0,085*	0,013	0,040	0,081	0,005	0,042	0,093	0,000	0,041	0,102	0,000	0,029	0,079
M2c	0,034	0,083	0,113*	0,033	0,068	0,121	0,027	0,054	0,099	0,034	0,083	0,139	0,042	0,110	0,173
M3a	0,020	0,058*	0,108*	0,018	0,052	0,093	0,017	0,050	0,095	0,010	0,059	0,118	0,010	0,043	0,091
M3b	0,020	0,054*	0,109*	0,020	0,048	0,095	0,020	0,053	0,109	0,003	0,068	0,114	0,008	0,036	0,085
M3c	0,022	0,064*	0,117*	0,016	0,060	0,093	0,014	0,042	0,083	0,020	0,064	0,125	0,020	0,064	0,134
M4a	0,017	0,060	0,108*	0,010	0,051	0,097	0,006	0,044	0,097	0,006	0,044	0,118	0,008	0,040	0,095
M4b	0,012*	0,041	0,098*	0,005	0,040	0,083	0,003	0,034	0,094	0,000	0,020	0,093	0,000	0,013	0,058
M4c	0,029	0,091	0,138	0,015	0,067	0,125	0,010	0,052	0,110	0,014	0,072	0,154	0,023	0,089	0,170
M5a	0,017	0,060	0,108*	0,013	0,055	0,107	0,008	0,051	0,110	0,008	0,060	0,137	0,013	0,061	0,117
M5b	0,012*	0,041	0,098*	0,008	0,044	0,094	0,003	0,044	0,106	0,000	0,048	0,119	0,000	0,033	0,089
M5c	0,029	0,091	0,138	0,022	0,074	0,143	0,015	0,067	0,134	0,020	0,090	0,180	0,037	0,127	0,200
M6a	0,015*	0,066	0,124	0,012	0,057	0,108	0,013	0,056	0,116	0,007	0,067	0,134	0,006	0,050	0,110
M6b	0,015*	0,058*	0,117*	0,012	0,050	0,106	0,013	0,057	0,127	0,000	0,073	0,119	0,000	0,038	0,089
M6c	0,018*	0,079	0,142	0,010	0,069	0,113	0,011	0,056	0,112	0,014	0,078	0,149	0,015	0,080	0,180
M7a	0,006*	0,045*	0,084	0,005	0,031	0,074	0,003	0,024	0,072	0,002	0,024	0,089	0,000	0,019	0,075
M7b	0,003*	0,030	0,074	0,001	0,023	0,064	0,000	0,019	0,068	0,000	0,007	0,072	0,000	0,000	0,042
M7c	0,012*	0,067*	0,113*	0,010	0,044	0,090	0,005	0,033	0,074	0,004	0,045	0,112	0,001	0,052	0,135
M8a	0,006*	0,045*	0,084	0,005	0,039	0,087	0,004	0,029	0,088	0,004	0,032	0,107	0,003	0,035	0,097
M8b	0,003*	0,030	0,074	0,001	0,029	0,077	0,000	0,025	0,087	0,000	0,015	0,095	0,000	0,015	0,073
M8c	0,012*	0,067*	0,113*	0,012	0,060	0,113	0,010	0,037	0,097	0,010	0,060	0,136	0,008	0,078	0,166
M9a	0,007*	0,039	0,103*	0,006	0,037	0,089	0,004	0,033	0,093	0,001	0,037	0,112	0,000	0,029	0,087
M9b	0,009*	0,033	0,105*	0,007	0,033	0,090	0,005	0,037	0,105	0,000	0,037	0,113	0,000	0,030	0,082
M9c	0,007*	0,046*	0,116*	0,004	0,040	0,090	0,004	0,030	0,082	0,003	0,049	0,119	0,001	0,045	0,127
M10a	0,015*	0,054	0,095*	0,015	0,053	0,099	0,013	0,049	0,101	0,016	0,061	0,126	0,028	0,059	0,098
M10b	0,011*	0,041	0,082*	0,011	0,046	0,090	0,011	0,046	0,107	0,008	0,054	0,127	0,000	0,030	0,077
M10c	0,023	0,076	0,110*	0,019	0,067	0,119	0,016	0,053	0,097	0,033	0,076	0,124	0,079	0,093	0,121
M11a	0,013*	0,050	0,083	0,013	0,047	0,090	0,008	0,042	0,091	0,014	0,051	0,113	0,026	0,052	0,091
M11b	0,008*	0,036	0,070	0,008	0,037	0,082	0,003	0,038	0,093	0,007	0,038	0,114	0,000	0,024	0,065
M11c	0,022	0,072	0,109*	0,019	0,061	0,112	0,015	0,048	0,093	0,031	0,067	0,117	0,075	0,090	0,119
M12a	0,027	0,060*	0,118	0,030	0,062	0,114	0,027	0,069	0,112	0,016	0,076	0,139	0,024	0,064	0,099
M12b	0,024	0,061*	0,114*	0,025	0,062	0,118	0,032	0,086	0,134	0,016	0,089	0,155	0,013	0,053	0,103
M12c	0,030	0,059*	0,116*	0,029	0,067	0,112	0,018	0,054	0,095	0,020	0,074	0,117	0,057	0,086	0,102
M13a	0,015*	0,059	0,104*	0,014	0,055	0,106	0,009	0,054	0,113	0,014	0,065	0,131	0,028	0,057	0,104
M13b	0,009*	0,036	0,094*	0,008	0,040	0,093	0,001	0,044	0,118	0,003	0,052	0,135	0,000	0,025	0,091
M13c	0,025	0,087	0,128	0,020	0,074	0,136	0,016	0,059	0,120	0,031	0,080	0,138	0,079	0,094	0,128
M14a	0,016	0,052*	0,103*	0,013	0,053	0,098	0,015	0,052	0,101	0,013	0,072	0,131	0,017	0,055	0,085
M14b	0,016*	0,048*	0,089*	0,013	0,048	0,091	0,019	0,052	0,109	0,012	0,070	0,142	0,007	0,045	0,079
M14c	0,020	0,061*	0,114*	0,015	0,060	0,108	0,011	0,048	0,099	0,020	0,079	0,129	0,041	0,075	0,099
M15a	0,017	0,051*	0,100*	0,011	0,044	0,091	0,010	0,038	0,089	0,005	0,045	0,106	0,007	0,034	0,076
M15b	0,016*	0,052*	0,094*	0,012	0,041	0,074	0,012	0,045	0,094	0,000	0,042	0,103	0,000	0,030	0,060
M15c	0,019*	0,064*	0,114*	0,008	0,048	0,106	0,010	0,040	0,090	0,011	0,060	0,124	0,020	0,059	0,134
M16a	0,021	0,058	0,089*	0,014	0,047	0,076	0,011	0,034	0,074	0,006	0,036	0,083	0,004	0,018	0,051
M16b	0,013*	0,040	0,079*	0,007	0,037	0,066	0,004	0,029	0,075	0,000	0,020	0,062	0,000	0,000	0,017
M16c	0,035	0,083	0,114*	0,019	0,060	0,093	0,015	0,040	0,074	0,012	0,052	0,101	0,012	0,048	0,108

slovenskem portfelju. Uporaba metodologije EWMA (M3, M6, M9) izboljša odzivnost na spremembe tržnih razmer vseh parametričnih linearnih modelov VaR, kar je opazno predvsem na grafih backtestov in rezultatih za dnevne napovedi (izboljšani so testi pogojnega pokritja). Modeli s tem veliko pridobijo, zato je tudi na slovenskem portfelju od upoštevanja avtokorelacije bolj smiselna uporaba metodologije EWMA.

Rezultati kažejo, da zgodovinski model VaR (M10) pri napovedovanju dnevnih tveganih vrednosti te podcenjuje. Ker je to podcenjevanje majhno in ker ni večjih razlik med stopnjami kršitev v različnih obdobjih, je ta model za dnevni napovedni horizont zanesljiv. Za večdnevne horizonte je vpliv tržnih razmer prevelik in je zato model zanje nezanesljiv. Na grafih backtestov je viden izrazit učinek duha. Model, ki porazdelitev donosov portfelja aproksimira z Gaussovim jedrom (M11), ima rezultate zelo podobne. Ker pa natančneje napoveduje ekstremne kvantile (in zato tvegano vrednost pri visokih stopnjah zaupanja), je ta model boljši od osnovnega zgodovinskega modela VaR (M10). Zgodovinski model VaR z eksponentno uteženimi verjetnostmi donosov (M12) je sicer zabrisal učinek duha, vendar model tvegano vrednost predvsem podcenjuje (še posebej pri visokih stopnjah zaupanja). Vpliv tržnih razmer nanj je velik, zato ga zavrnemo kot nezanesljivega. Mogoče bi ga lahko izboljšali z uporabo drugih konstant glajenja. Zgodovinski model VaR, aproksimiran s Cornish-Fisherjevo razširitvijo (M13), je nezanesljiv zaradi prevelikega vpliva tržnih razmer na njegovo napovedno moč. Na grafih backtestov tega modela je viden izrazit učinek duha. Zgodovinski model VaR s prilagojeno nestanovitnostjo (M14) je zelo dober za dnevni horizont, saj nanj ne vplivajo tržne razmere (le pri stopnji zaupanja 99 % tvegano vrednost rahlo podcenjuje). Hitro jim prilagodi napoved tvegane vrednosti, zato so kršitve neodvisne (kar so pokazali rezultati testov pogojnega pokritja). Pomanjkljivost modela, ki sledi iz tako velike odzivnosti, je skokovito spreminjanje napovedi VaR. Za večdnevne horizonte model ni ustrezen, saj so napovedi VaR že preveč skokovite, med finančno krizo pa dajejo nerealne ocene, večje od 100 %. Filtrirano zgodovinsko simuliran model VaR (M15) je zanesljiv za dnevne napovedne horizonte. Večdnevne napovedi se spreminjajo preveč skokovito, v kriznem obdobju pogosto presežejo 100 % in so zato nerealne.

Testirani zgodovinsko simulirani modeli VaR (M10–M14) uporabljajo za napovedovanje večdnevne tvegane vrednosti pravilo skaliranja po potenčnem zakonu. Ker to skaliranje pomeni glavni vir tveganja nenatančnosti modelov in ker je bilo pri izvedbi ustrezne metode precej ovir, so modeli po pričakovanju neustrezni za dolge napovedne horizonte (mesečnega in četrtletnega). Napovedi VaR so preveč skokovite in presežejo 100 % pri stopnji zaupanja 99 % (ter so zato neuporabne). Boljši pa ni bil niti filtrirano zgodovinsko simuliran model VaR (M15), ki s svojim simulacijskim pristopom večdnevne napovedi VaR izračuna s simuliranjem večdnevnih donosov in zato ne potrebuje skaliranja. Uporabnejše vrednosti za tako dolge napovedne horizonte dajejo parametrični linearni modeli VaR (M1–M9), ki uporabljajo skalirno pravilo kvadratnega korena iz časa.

Uporaba po metodi Monte Carlo simuliranega normalnega linearnega modela VaR (M16) se v splošnem ni izkazala za učinkovito. Model je sicer izboljšal rezultate primerljivega parametričnega modela, vendar je tvegano vrednost med svetovno finančno krizo še vedno predvsem podcenjeval. Model je kompleksen in postane za velike portfelje in dolge napovedne horizonte časovno prezahteven.

Iz grafov rezultatov backtestov razberemo še pomanjkljivost testiranih modelov, da nobeden ni bil sposoben predvideti finančne krize, preden se je ta izrazila v povečani nestanovitnosti cen delnic. Pri vseh so se pojavile kršitve ob prvih večjih negativnih donosih, le odzivi nanje so bili različni. Da bi bil model sposoben prej zaznati spremembe tržnih razmer in še pravočasno povečati napovedi VaR, bi moral pri izračunu tvegane vrednosti upoštevati še dejavnike tveganja, s katerimi se kriza prej zazna, ne le spremembe cen.

6. Sklep

Po pregledu rezultatov backtestov vseh modelov lahko trdimo, da nobeden od testiranih modelov ni univerzalno uporaben v vseh razmerah, temveč je izbira modela odvisna od namena uporabe (izbranih parametrov).

Za ocenjevanje dnevne tvegane vrednosti so se najbolj izkazali modeli zgodovinske simulacije, še posebej zgodovinski model VaR s prilagojeno nestanovitnostjo (M14) ter filtrirano zgodovinsko simuliran model VaR (M15). Je pa pri njih bilo nekaj podcenjevanja tvegane vrednosti pri stopnji zaupanja 99 %. Za napovedovanje dnevne tvegane vrednosti pri tej stopnji zaupanja je najboljši Gumbelov linearni model VaR, še posebej v kombinaciji z uporabo metodologije EWMA za izračun variančno-kovariančne matrike (M9). Ta model sicer rahlo precenjuje tvegano vrednost, vendar v takih okvirih, da je pri tej stopnji zaupanja najustreznejši ne glede na tržne razmere. Tudi za 5- in 10-dnevni napovedni horizont lahko ta model ocenimo kot najboljši in zato najprimernejši za merjenje kapitalskih zahtev za tržno tveganje z internim modelom $(h - 10, \alpha - 99\%)$.

Napovedovanje tvegane vrednosti za dolge napovedne horizonte se je izkazalo za zahtevno. Za mesečni in četrtletni napovedni horizont se namreč nobeden od testiranih modelov ni izkazal za zanesljivega na različnih portfeljih. Ob analiziranju stopenj kršitev napovedi VaR za tako dolga napovedna horizonta moramo sicer upoštevati, da smo se z drsečim oknom premikali le za dan in so bile zato kršitve avtokorelirane, vendar če bi te modele uporabljali pri konkretnem dnevnem upravljanju tveganj, bi imeli podobno situacijo. Za vse modele se je pokazalo, da tvegano vrednost podcenjujejo ali pa so preveč previdni in se zato pojavi precenjevanje. Pri vseh modelih so na stopnje kršitev za dolge napovedne horizonte velik vpliv imele tržne razmere.

V prihodnjih raziskavah zanesljivosti modelov VaR bi bilo zanimivo testirati take ekonometrične modele, pri katerih se upošteva več dejavnikov tveganja. Zanimivo bi bilo testirati tudi modele, pri katerih se upošteva različen vpliv velikih pozitivnih in negativnih donosov na nadaljnji potek nestanovitnosti.

Viri in literatura

Alexander, C. (2008a). *Market Risk Analysis, Volume II: Practical Financial Econometrics.* Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Alexander, C. (2008b). *Market Risk Analysis, Volume IV: Value-at-Risk Models.* Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Alexander, C., in E. Sheedy (2008). Developing a stress testing framework based on market risk models. *Journal of Banking and Finance* 32(10), 2220–2236.

Bao, Y., T.-H Lee in B. Saltoglu (2006). Evaluating Predictive Performance of Value-at-Risk Models in Emerging Markets: A Reality Check. *Journal of Forecasting*, 25(2): 101–128.

Barone-Adesi, G., F. Bourgoin in K. Giannopoulos (1998). Don't look back. *Risk* 11, 100–103.

Barone-Adesi, G., K. Giannopoulos in L. Vosper (1999). VaR without correlations for nonlinear portfolios. *Journal of Futures Markets* (19), 583–602.

Blanco, C., in M. Oks (2004). Backtesting VaR models: Quantitative and Qualitative Tests. *The Risk Desk IV* (1).

Boudoukh, J., M. Richardson in R. Whitelaw (1998). The best of both worlds. *Risk* 11 (5), 64–67.

Candelon, B., G. Colletaz, C. Hurlin in S. Tokpavi (2008). Backtesting value-at-Risk: A GMM Duration-Based Test. *HAL, Working Paper.*

Christoffersen, P. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review* (39), 841–862.

Cornish, E. A., in R. A. Fisher (1937). Moments and cumulants in the specification of distributions. *Review of the International Statistical Institute* (5), 307–320.

Duffie, D., in J. Pan (1997). An overview of value at risk. *Journal of Derivatives*, Spring, 7–49. Ponatisnjeno (2001) v G. Constantinides in A.G. Malliaris (eds). *Options Markets*. Cheltenham: Edward Elgar.

Gnamassou, Y. T. (2010). *Value-at-risk prediction: a comparison of alternative techniques applied to a large sample of individual stock data.* HEC Montreal.

Hendricks, D. (1996). Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data. *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review.* April: 39–69.

Hoppe, R. (1998). VaR and the unreal world. *Risk* 11 (July), 45–50.

Hull, J., in A. White (1998). Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk. *Journal of Risk* 1 (1), 5–19.

Jagrič, T., Markovič-Hribernik, T., Strašek, S., Jagrič, V. The power of market mood - Evidence from an emerging market. Econ. model. [Print ed.], 2010, vol. 27, iss. 5, str. [959]-967, doi: 10.1016/j.econmod.2010.05.005.

J. P. Morgan in Reuters (1996). *RiskMetrics – Technical Document* (4th ed.). New York: Morgan Guaranty Trust Company. Dostopno na: www.riskmetrics.com [8. 7. 2010].

Kärrsten, M., in F. Olsson (2000): *Value-at-Risk as a Risk Measurement Tool for Swedish Equity Portfolios*. Master Thesis, Department of Business Administration, School of Economics, Lund University, Sweden.

Kuester, K., S. Mittnik, M. S. Paolella (2006). Value-at-risk prediction: a comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics* 4, 53–89.

Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Derivatives* (2), 173–184.

Podobnik, B., Fu, D., Jagrič, T., Grosse, I., Stanley, H. E. Fractionally integrated process for transition economics. Physica, A. [Print ed.], 2006, vol. 362, iss. 2, str. 465–470.