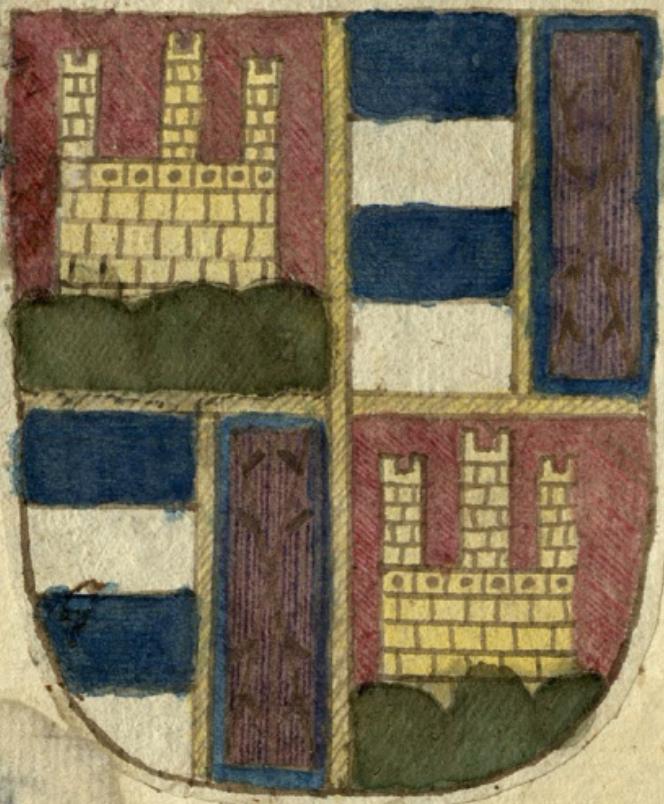
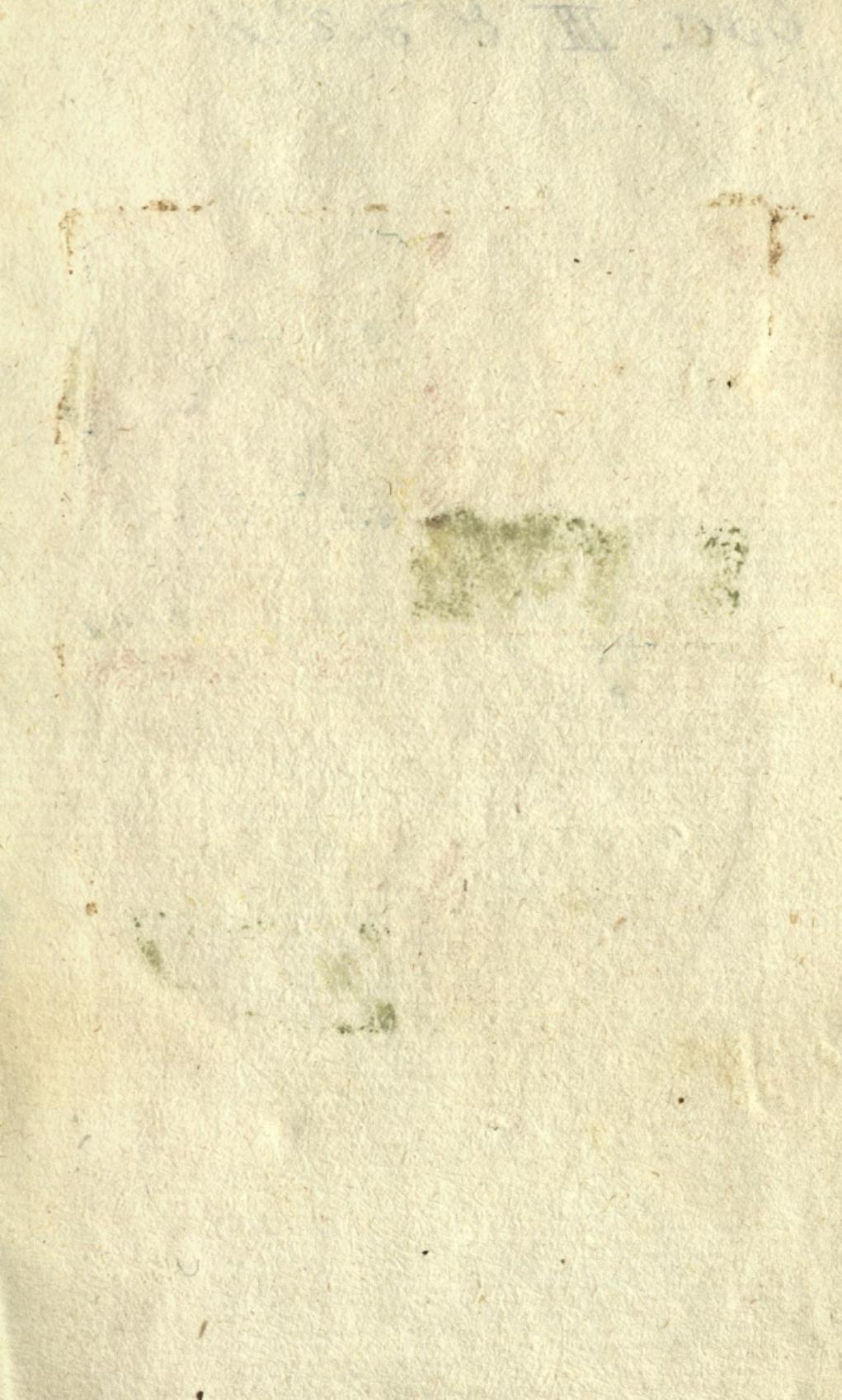


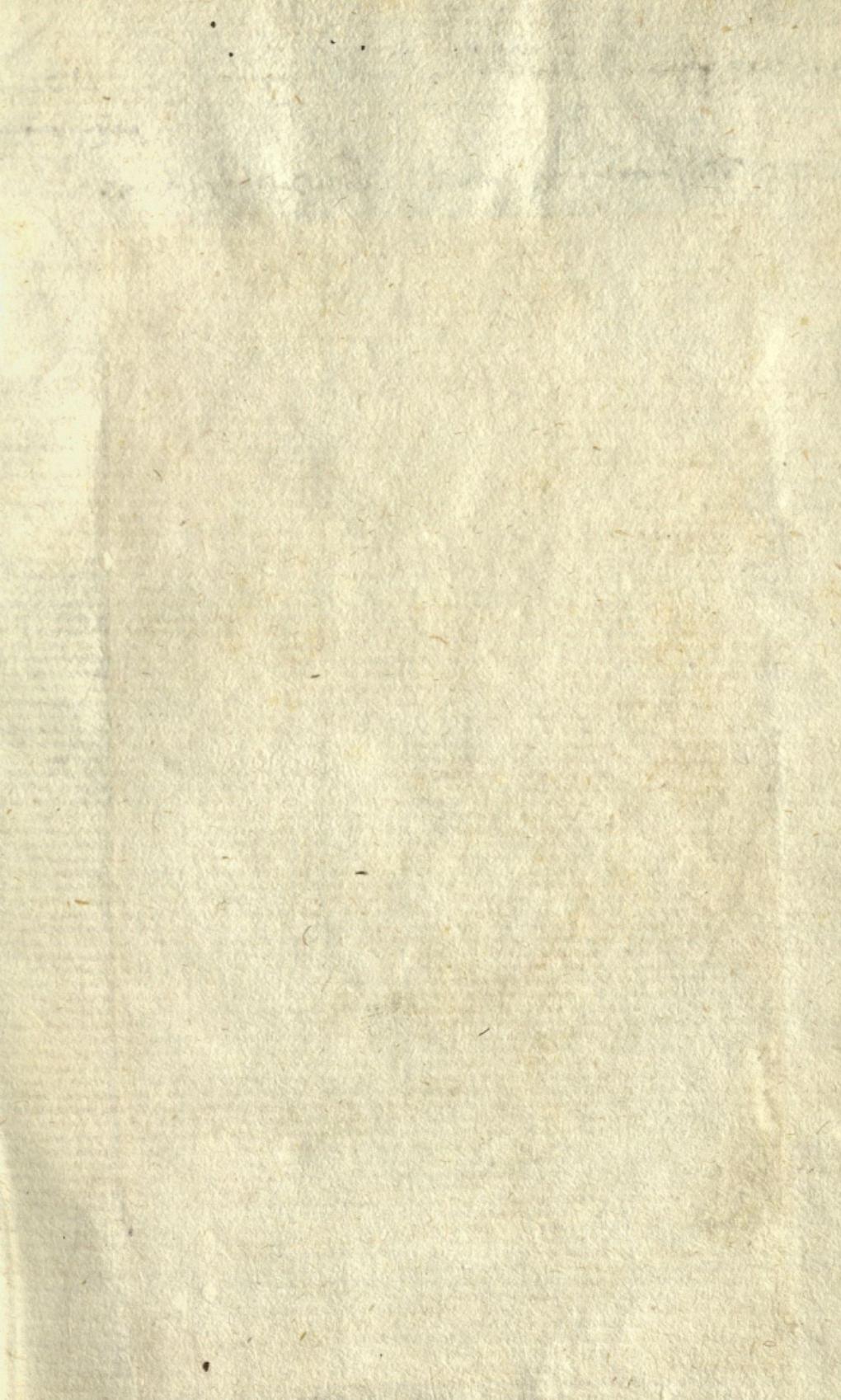
~~Ex libris Wenzelis de Jezu P. A.~~

~~200. d. 1731~~





✓ 650. III. E. D. 2nd



N^o:
10000 Pfund Provinz mehr bringt 54000
Pfalen.
3000 Pfund Provinz mehr ist 16000 Pfalen.



De Kerck Van Iesus.

030025997

DE ARTE
SVPPVTAN
DI, LIBRI QVATVOR

CVTHEBERTI TONSTALLI,
hactenus in Germania nus^s,
quam ita impressi.



IOAN. STVRMIVS.

ARITHMETICAM CVTHEBERTVS
Tonstallus præ cæteris dilucidæ & pure tradidit: atque
iuia tradidit, ut ars ipsa dum hic author extat, contenta
scriptore, doctorem non maximopere aliquem requirat.

Non nego, posse ex alijs quoque disci: sed hic do-
cet eruditæ, perspicue latine, id quod non fa-
ciunt cæteri: nec abest longe à per-
fectione, qui eius præcepta
intelligit,

12

ARGENTORATI, EX OFFI:
Knobloch, per Georg. Macherop.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ
КОМИССИИ ПО
СОСТАВЛЕНИЮ
СТАТИСТИЧЕСКОГО
СБОРНИКА

СЕМЬДЕСЯТЫХ
ГОДОВ СОВЕТСКОЙ
РСФСР

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

CVTHEBER TVS TONSTALLVS

THOMAE MORO

S. P. D.



AM ANTE ALIQVOT ANOS, mi More, cum mihi cum aſ gentarijs negocium interueniſſet, nec ſatis inter nosde ratione conueniret, ut fraudem mihi magnopere ſuſpeſtam uitarem, coactus ſum rationes non admodum expeditas paulo propius inspicere, atque artem ſuppurandi quondam adolescenti mihi deguſtata m, iterū repeteſe, qua ratione cum me à callidorum hominum moleſtia explicuiſſem, cœpi mecum cogitare, futurū mihi in reliqua uſta non modicū operæ preſcium, ſi numerandi artem ſic in promptu tenerem: ut à quantum uis uerſuto falli attentus non poſſem. Itaq; ut penitus rem cognoscerem, omnes omniū ſcriptos de ea re libellos, eruditos, ineptos, Latinos, barbaros, quorum callerem linguas (nam nulla pene natio eſt, quæ non eam artem uulgi lingua ſcriptam habeat) perlegi, & ne ſæpius toti libelli, quorum magna pars interdum nō place

bat, non sine fastidio relegendi essent: si quid in
his alicubi, quod gratum esset, occurrere, obis-
ter annotauit, Quo factum est, ut ex multis mul-
torum scriptis multa etiam ipse colligeret: quæ
dum reposita apud me aliquamdiu asseruaf-
sem, subibat animū, conducibile, fore si sermo-
ne latino, paulo magis perspicua reddere ea
possem, idq; dum tentarem, & res parum pro-
cederet, fatigatione deuictus libellos sæpe ab-
ieci, desperans quod destinaram, à me præstari
posse: tum quod res ipsa per se obscura esset:
tum quod multa sæpe occurrerent, quæ nec la-
tinum sermonem, nedum eloquentiam admit-
tere uidebantur. Contra incepto desistere post
auspicatum opus oneri succumbentem pude-
bat. Itaq; subinde tentabam, si quid uirium ad-
deret repetitus labor. Interdum cum ipsis cer-
care difficultatibus iuuabat, & quæ molestiam
non modicam afferebant, contra quam fieri so-
let, obstinatū ad laborem augebant animum.
Nonnunquam cogitabam, postquam id quod
maxime optabam, consequi nō possem, ut cun-
cta cum gratia quadam niterent: non inutile fu-
turum, si quæ barbarie quadam inculta squale-
bant: minus horrida redderem. Sic tandem cer-
tus propositi deuoraui tedium, ac per multas
difficultates eluctatus, è compluribus excerpta
hæc qualiacunq; notaui, quæ apud me iam diu
de indu-

de industria pressi, cogitans ad ursi exemplum,
sætus ipsos informes aliquādo per ocium lam
bendo figurare. Nunc ad pontificatum Londi
nensem uacantem, homo omnium maxime eo
honore indignus, benignitate tamen regis cum
de omnibus bonis, tum de me supra quam dici
potest meriti, designatus, & quod superest uitæ,
sacris addicturus literis, prophana omnia scri
pta longe relegenda putaui, atque in primis il
los apud me reconditos de numerādi arte com
mentarios Vulcani quam Mineruæ scrinijs di
gniores abiiciendos censui. Neque enim uel di
gnos esse, qui in doctorum uenirent manus, uel
ullam imposterum uitæ meæ partem sacris suf
furari literis, ut limam eis inducerem, fas esse exi
stimaui. Rursus in mentem uenit, aliquid in his
non utile Arithmeticæ operam daturis posse
deprehendi: nec satis consultum fore, si quæ
mihi tot noxiū lucubrationibus cōstiterunt,
flammis absumenda committerem. Nec tamē
ut regi longe supra regum fortunam eruditio,
de que me supra omnes mortales merito, rude
atque impolitum opus dedicarem, animum in
ducere potui, ne publica tantisper negocia re
morarer: dum ille ineptijs his legendis daret
operam: neue gratiam quam referendi spes ne
quaquam datur: ingrato officio corrupisse ui
derer. Itaque circūspicienti nihil, cui nam potissi

num ex amicorum cohorte collectanea hæc
dicarem, tu pro nostra consuetudine atque ani-
mi tui candore, uisus es ex omnibus maxime iſ-
doneus, qui si quid in hoc opere placeret, gra-
tum habere; si quid esset ieunius, boni consuleſ-
re: si quid usquā offendiceret, ignoscere paratus
esses. Cui enim aptiora hæc quam tibi esse pos-
sunt: qui totus in suppurationibus excutiendis
occupatus, in regni ærario post præfectum pri-
mas tenes: qui que liberis tuis, quos liberalibus
institui disciplinis curas, legenda ea relegare po-
tes: illis enim uel maxime profuerint, si mo-
do essent lectu digna, cum nulla re iu-
uenū magis uegetetur ingenium,
quam numerorum arte di-
scenda. Vale.

Elenchus

ELENCHVS
OMNIVM CAPITVM
HVIIS LIBRI.

CAPITA LIBRI I.

D ENumeratione	pagina 1
Quomodo ueteres Romani numerum transcendentem centum millia Latine enun- ciauerunt.	pag. 7
De Additione.	pag. 12
Tabella pro additione numerorum prima- riorum ediscenda.	pag. 22
De Subductione.	pag. 62
Tabella pro subductione numerorum pri- mariorum ediscenda.	pag. 36
De Multiplicatione.	pag. 43
Tabella pro multiplicatione numerorum pri- mariorum inter se.	pag. 47
De Partitione.	pag. 60
Tabella pro partitione numerorum prima- riorum inter se.	pag. 63
De progressione.	pag. 88
De Quadrati & Cubi lateribus inuestigans dis.	pag. 91
De radicium in Cubis inuestigatione	pag. 109

CAPITA LIBRI II.

D e partium numeratione.	pag. 9
D e partibus dissimilibus ad similitudinem redigendis	pag. 114
D e partium Additione.	pag. 134
D e partium Subductione.	pag. 138
D e partium Multiplicatione.	pag. 142
D e Minutiarum Partitione.	pag. 146
D e Radicū īvestigatiōe in minutījs.	pag. 158
D e radicibus propriis īueniendis in numeris neque quadratis, neque cubis.	pag. 159
Q uomodo propositis binis minutījs, scias utrē sint maiores.	pag. 167
I nterrogationes per Additionem soluen- dæ.	pag. 168
I nterrogatiōes per Subductionē sol.	pag. 168
I nterrogationes per Multiplicationem sol- uendæ.	pag. 169
Q uomodo partium particulæ sint exquirēn- dæ.	pag. 169
I nterrogationes per Diuisionē sol.	pag. 170
Q uomodo exquiras in numeris, quota pars maioris numeri sit minor: & in minutījs, quo- ta pars maiorum minutiarum minores exis- tant.	pag. 171
M inutiarum aliarum in alias transforma- tio.	pag. 171
I nterrogationes uariæ per plura & diuersa sol- uendæ; exercitij gratia subiunctæ,	pag. 172
	Capita

CAPITA LIBRI III.

- R**egula de tribus notis, quarum ignotum monstrantibus. pag. 173
Quando minutiae occurunt in Regula de tris bus notis quartum ignotum monstrantibus quid sit faciendum. Quæstio I. pag. 193
Pecuniæ cuiusuis in quâlibet permutatio quo modo sit facienda. Quæstio II. pag. 195
Societatis regula. Quæstio III. pag. 198
Societatis regula II. In qua temporum diuersitas interuenit. Quæstio IIII. pag. 200
Societatis regula III. quâdo temporibus inter missis, uariæ summæ interdum communica tæ, interdum subductæ fuerunt. Quæstio V. pag. 202
Diuersarum regionum ponderis coæquatio. Quæstio VI. pag. 207
Lucri exploratio. Quæstio VII. pag. 207
Lucri exploratio in tempore maiori. Quæstio VIII. pag. 208
Temporis inuestigatio in lucro maiori. Quæstio. IX. pag. 209
Lucri inuestigatio ex maiori pecunia secûdum respectum lucri ex summa minori. Quæstio. X. pag. 210
Temporis inuestigatio in lucro maiori secundum respectum temporis in lucro minori. Quæstio. XI. pag. 212
Ponderis exploratio in panibus, quando pres

cium annonæ crescit	Quæſtio.	XII.	pag. 214
Ponderis exploratio in panibus, quando preciū annonæ decreſcit.	Quæſtio.	XIII.	pag. 215
1 Lucri & damni Regulæ.			pag. 216
2 Per lucrum notum fortis ignotæ exquisitio.			pag. 218
3 Per detrimentum notum fortis ignotæ exquisitio.			pag. 220
4 Lucri ratio, si minoris quippiam fuisset emptum.			pag. 222
5 Damni ratio, si pluris quippiam fuisset emptum.			pag. 223
6 Lucri ratio, si preciū mutetur			pag. 224
7 Damni ratio, si preciū mutuerit			pag. 226
8 Quomodo precium statuatur ad lucrum quoduis parandum.			pag. 228
Collatio in iactu mercium facto ob nauem in tempestate seruandum	Quæſtio.	XIIV.	pag. 229
Bonorum inter creditores pro cuiuscq; debitirata portione diuīſio.	Quæſtio XV.		pag. 231
Posthumī hæredis institutio.	Quæſtio.	XVI.	pag. 233
Hæredum institutio in partibus designatis.	Quæſtio.	XVII.	pag. 235
De quinque soc̄is tria aureorum millia inter se de compacto diuidentibus,	Quæſtio.		

ſtio. XVIII. pag. 239

De quatuor amicos habente, quibus in testamento aureos aliquot partim expressos, partim non expressos legauit. Quæſtio.

XIX. pag. 240

De tribus, aureos ducentos inæquali summa inter ſe diuidentib. Quæſtio. XX. pag. 241

De alijs tribus, aureos centum inter ſe certa lege partientib. Quæſtio XXI. pag. 242

De quatuor, aureos ſexcētos inter ſe de compa-
cto diuidentib. Quæſt. XXII. pag. 243

Decentū aureis certa quadam lege inter tres di-
uidendis. Quæſtio XXIII. pag. 244

De quatuor, aureos centum inter ſe ex præscri-
pto partiētib. Quæſt. XXIII. pag. 245

De legione peditum 6100. equitum 726. & præ-
da duorū millium aureorum certa propor-
tione inter eos distribuenda. Quæſtio

XXV. pag. 251

De moletrina trium molarum diſſimilium ef-
fectuum, & tritici modiſ uno momento ab-
ſoluendis. Quæſt. XXVI. pag. 253

De cisterna trium fistularum inæqualiū, & tem-
pore aquæ totius effundendæ. Quæſtio

XXVII. pag. 255

De alia cisterna trium fistularū, & tempori eius
euacuādæ. Quæſt. XXVIII. pag. 260

De aquæductu certo tempore cisternā implens
et uacuam, nihil obſtantे fistulæ apertione.

- Quæstio** **X X I X.** pag. 261
De turræ extruenda certa alitudine & latitudi-
ne, sumptuq; faciendo. **Quæs-**
titio **X X X.** pag. 263
De muro erigendo ex lectis lapidibus certa al-
titudine, longitudine & crassitudine. **Quæs-**
titio **X X XI.** pag. 264
De quatuor architectis disparibus labore, præ-
torium certo tempore exædificaturis.
Quæstio. **X X XII.** pag. 264
De duobus architectis etiam disparibus labo-
re, tertium ad opus finiendum accersentibus.
Quæstio **X X XIII.** pag. 267
De turri cui pars latet sub terra, pars sub aqua
demergitur, & parte eminenti supra aquam
Quæstio **X X X I II.** pag. 268
De duobus proficiscentibus Romam ex Bri-
tannia diuerso tempore atque confectione
passuum, & assecutione alterius. **Quæs-**
titio **X X X V.** pag. 269
De nauि ex Britannia in Palestinam profici-
cente certum spaciū, & eius à uento reiecti-
one **Quæstio** **X X X VI.** pag. 270
De duobus cursoribus disparibus cursu, ex cō-
trarijs locis sibi inuicem certo loco occuren-
tibus **Quæstio** **X X X VII.** pag. 270
De expedito & segniore cursore altero alteri ob-
uiam prodeunte, & tempore occursus.
Quæstio **X X X VIII.** pag. 272
De pa-

De patrefamilias iubente ministrum pro certa
summa, æquali numero libras diuersarum
aromatum emere. Quæſtio XXXIX. pag. 273

De auri libra ministro in uiliorem monetam
æquali numero permutandam tradita.

Quæſtio XL. pag. 274

De tribus societatem in annum ineuntibus deſ-
poſita certa pecunia inæquali tempore, & parti-
tione lucri. Quæſt. XLI. pag. 275

De pecunia trium in communi ſacculo, quarū
unusquisq; ſuæ ſummæ numerum ignorans,
ſociorum ſcit. Quæſt. XLII. pag. 277

De ſacerdote pecuniam erogaturo pauperibus
& tribus mendicis ipsum adeuntibus, & pec-
uniae ſumma. Quæſtio XLIII. pag. 279

De ſure exeunte ex regio cubiculo, ab hostiarijs
detento ob ſuſpitionem & pecunia uniuersa
ſurrepta. Quæſt. XLIII. pag. 270

De rotæ linea dimetiente ambitu apſidis, & res-
uolutione in mille paſſibus. Quæſtio XLV. pag. 282

De emendatæ normæ confectione, cuius ratio
tota à numeris pender, Pythagora inuentore.
Quæſtio XLVI. pag. 283

CAPITA LIBRI IIII.

Q uantitas species duæ.	pag.	288
De proportiōe & eius gener.	pag.	289
Proportionis rationalis spe-		
cies.	pag.	290
Maioris inēqualitatis species quicq.	pag.	291
1 Quantitas ad aliā multiplex.	pag.	291
2 Quantitas ad aliam superparticu-		
laris.	pag.	293
3 Quātitas ad aliū suppartiēs.	pag.	293
4 Quantitas ad aliam multiplex superpar-		
ticularis.	pag.	300
5 Quantitas ad aliam multiplex superpar-		
tiens.	pag.	302
De proportionalitate.	pag.	303
Proportionalitas, siue continua sit, siue separa-		
ta, sex modis uariari potest.	pag.	305
De medietatibus & eius generib.	pag.	307
Arithmetica medietas.	pag.	308
Geometrica medietas.	pag.	310
Harmonica medietas.	pag.	311
Quomodo propositis duobus terminis, medi-		
um proportionale sit īuestigan-		
dum.	pag.	313
Quæ medietates, quibus rerū publicarum sta-		
ribus comparentur.	pag.	314
Quomodo propositis duobus quibusuis ter-		
minis proportio inter eos inueniri pos-		
sit.	pag.	315
Quomodo cognoscatur una proportio alia		

- esse maior. pag. 318
Quomodo proportionum ex pluribus com-
positam esse cognoscas. pag. 320
Quomodo in terminis improportionalibus lo-
ga serie continuatis, unam proportionem ex
pluribus compositam esse cognos-
cas. pag. 323
Quando proportio quævis occurrit, quomo-
do proportiones alias ipsam componentes
inuestigab. pag. 333
Quomodo cuiusc proportionis, uel ambo ex-
rema, uel alterum per numerum ipsam des-
nominantem inueniri possit. pag. 335
De proportionum Additione. pag. 336
De proportionum Subductione. pag. 340
De proportionum Multiplicatione. pag. 345
De proportionum Diuisione pag. 348
Quomodo proportionem inter quos suis nume-
ros assignata inuenias in minimis numeris,
qui eam proportionem habeant. pag. 350
Quomodo proportionum disiunctarum simi-
litudo inueniri possit in minimis numeris, se-
cundum ipsas proportiones continue pro-
portionalibus. pag. 351
De proportione habente medium duoc extre-
ma, Geometris ad multa cōferēte. pag. 355
De progressionē numerorum cōtinue propor-
tionalium. pag. 357
Defallarum positionum Regulis. pag. 360

Regula de unica falsa positione.	pag. 362
Regula de duabus falsis positioib.	pag. 369
Differentiarum obseruatio.	pag. 376

F I N I S.

AP PENDIX ex Gulielmi Budæi libro de
Aſſe excerpta, in qua priſca Latinorum &
Græcorum ſupputatio ad æſtimationem pe-
cuniæ tum Gallicæ, tum Ānglicæ reuo-
catur. pag. 409

I T E M.

GVIELMI Budæi Parifiensis, Secretarij
regij Breuiarium de Aſſe. pag. 420
CVTHE=

CVTHEBER TI TONSTALLI IN LIBRVM DE ARTE

Supputandi.

PRAEFATIO.

 RTEM SVPPVTANDI STV=
diosis editurus, in primis illud præfan=
dum operæ pretium esse putavi, Pythagoram & ueteres philosophos plerosque
omnes uim quandam diuinam numeris tri=
buisse: id quod non abs re fecisse existimantur. Nam cum
mathematicæ disciplinæ quatuor existant, Arithmeticam,
que numerandi artem atq; uniuersam numerorum uim ex=
plicat, Musica, quæ sonorum concentus atq; harmoniam
discernit, Geometria, quæ terræ & aliarum rerum metiri
magnitudinem instituit, Astrologia, quæ coeli atq; astrorum
motus certa naturæ lege inuariabiles docet; harum ad no=
titiam peruenire cupienti primum Arithmeticam, quæ cæ=
teris aditum pandit, degustare necesse est, sine qua nun=
quam ad illas penetrare licebit. Hæc namque ab illis nihil
sumit mutuum, suisq; contenta dotibus nihil alienum re=
quirit: illæ contrà ab hac præsidia sæpe repetunt. Itaque
cum Dei natura sit essentia substantiaq; simplex, quæ om=

A

PRAEFATIO.

di artem tenere promptam. Et ut ea quæ in Arithmetica sunt altius recondita philosophi magis callent, ita quod ad supputandi rationem attinet, quæ pars eius humillima est, à negotiosis longe superantur: tam ac res addit stimulus studium pecuniae. Quemadmodum autem ceteris mathematicis disciplinis Arithmetica ianuam aperit: ita in huius abdita penetrare sine cōputandi ratione perspecta, facile non datur. Cui rei perdiscendæ cum aliquādo impense operam daremus: et uarijs ad id præceptoribus, alijs eruditis, alijs negotiosis uteremur multorūq; libros, qui de ea tēta runt scribere, perlegeremus: uisum est operæ preclum: quæ nos è multis collegimus: studiosis legenda tradere. Id quo magis faceremus: aliorum obscura scripta, aliorum imperfecta, quorundam uero etiam errata nos impulerunt: ut quæ diu multumq; nos torserūt: uel per nos emendatoria, uel magis facta perspicua, ad posterorum uenirent manus. Quid uero præstiterimus, aliorum sit iudicium. certe cognati sumus: ut ne quis in posterum, qui modo Latine sciat, ad artem supputandi discendam, præceptore egeret. Et quoniam in supputationibus sæpe euenit, ut eadē res expediti multipharianam possit: nostri instituti non est, omnes omnino eorum, qui scripserunt, præceptiones enarrare: quod sane, præterquam quod inutile esset, fastidium afferret legentibus: sed ex multis & uarijs modis eos maxime monstrare, qui uisi sunt expeditissimi: quique nullis inuoluti ambagibus exitum statim dabunt. Quedam etiam leuicula

P R A E F A T I O.

uicula compendia trademus, hactenus à nemine (quod
sciam) scripta prodita. Quamobrem, lectores candidi, lu-
cubratiunculas nostras nos boni consulere eo aequius est:
quod in re per se obscura plurimum desudauimus: ut luce
paululum inducta, uobis inoffensa lectio reniteret, cui no-
stro proposito, quantulumcunq; præstitimus, gratia à bo-
nis uiris habenda est. Illud demum præmonendum esse du-
ximus: quisquis hunc librum in manus legendum sumet, ni-
si mauult operam perdere, ei à capite esse ordiendum, neq;
enim ubiuis incipienti, tanquam in historia, sese affret sen-
sus: quandoquidem ita contextum est opus, ut singula quæ
præcedunt, ad ea quæ sequuntur, instar elementorum ha-
beant. Supputandi autem ratio partes has habet præcipuas.

Numerationem,

Additionem,

Subductionem,

Multiplicationem,

Partitionem,

Progressionem, &

radicum inuestigationem: de quibus singu-
latim suo ordine dicemus.

D E N U M E R A T I O N E.

A 3 INITIUM



NITIVM NVMERATIONIS
ab uno proficiscitur : procedere autem ea
potest etiam in infinitum . Verum tamen
numeri primarij , & simplicia habent s
non nina apud omnes gentes sunt tantum
decem : uidelicet unum, duo, tria, quatuor, quinque, sex, se=
ptem, octo, nouem, decem : quibus in singulis nationibus pri
mi nominum impositores uarie , pro suo quisque arbitrio,
nomina indiderunt . quicquid ultra decem numeraris :
compositum ex horum in se replicatione reperies . nam u=
num ad decem addimus , & numeramus undecim : duo ad
decem , & duodecim producimus : tria ad decem , & pro=
creamus tredecim : atque ita reliquos numeros primarios
cum decem cōponimus , nempe quatuordecim , quindecim ,
sexdecim , septemdecim , decem & octo , decem & nouem ,
donec iterum ad decem uentum fuerit , ibi quia bis dena
collegimus uiginti ea uocamus , quod bis decem significat :
quasi bis ginta , b literae sono in u transeunte , propter uici=
nam quandam earum in pronunciatione cognationem . nam
ut genta centum , ita ginta decem apud ueteres in composi=
tione significat : rursus in numerando progradimur , &
singulos numeros primarios cum uiginti coniungimus quo
usque ad ter dena ueniamus , que tringinta , hoc est , ter de=
cem uocamus , quibus denuo primarios numeros accumu=
lare pergimus , donec ad quater dena perueniamus : quo
quadraginta uocamus . Atq; hac numerandi ratione serua=
ta , quinquaginta , sexaginta , septuaginta , octoginta , nona=
ginta ,

ginta procreamus, semper prioribus denis primarios nu-
meros aggregantes, donec alia collegerimus: quibus ipsis
nomina à numeris primarijs secundum denorum collecto-
rum numerum denominata tribui, manifestius est, quam
ut sit admonendum. Decies dena centum primi nomencla-
tores Latine uocauerunt. Deinde alia dena rursus procre-
antes ipsa centena crescente numero conceruarunt: quo-
usq; ap decies centena uenirent: quibus nomen indiderunt
Mille. Is summus numerus apud Latinos est, qui uno uoca-
bulo exprimi potest. Reliqui autem omnes in infinitum nu-
meri ex his in se replicatis & repetitis, apud Latinos, atq;
itidem apud omnes omnium gentium linguas, sua habent
collecta nomina. Exempli gratia decies millena, cēties mil-
lena, millies millena. decies millies millena. atq; id genus
reliqua: præterquam quod Græca lingua multo cæteris lo-
cūpletior, non solum decies denis, & decies centenis, sua
vocabuli Hecaton & Chilia, dedit: ut cæteræ nationes: sed
etiam decies millenis speciatim indidit nomen; ut Myria di-
cerentur, & Myriades.

VIDE S itaque in magno numerorum corpore id esse
dena ipsa ex primarijs collecta numeris: quod in corpore
nostro sunt artus: qui maiora existant membra. Et quem-
admodum in arundinibus internodia paribus distincta spa-
cijs, proceritatem ipsam producunt calamorum: sic in ma-
oribus numeris alia alijs aggregata dena, uelut numero-
rum internodia, crescentem magnitudinem connectunt,
rgitur omnem numerum necesse est uel primarium esse: uel

ex denis coaceruatis collectum: uel partim ex denis, partim ex primarijs compositum.

Numeros suis literis & notis Latini, suis Græci uarie scribunt: quæ qui latius nosse uelit, apud Latinos Valerium Probum legat, apud Græcos Herodiani de numeris libellum. Nostri instituti est eum solum numeros scribendi morem nunc attingere, qui à Chaldaeis primum infinitimos, deinde in omnes penè gentes fluxit: ut suis numeri Characteribus, non literarum elementis notarentur: qui mos signandi numeros, tam apud eruditos & Arithmetice peritos, quam apud omnes omnium gentium mercatores & negotiosos sic obtinuit: ut non aliis magis per orbem terræ nunc seruetur.

DECEM itaq; sunt numerorum notæ, quas Arithmetici figuræ uocant: signa etiam appellare eas licet: quæ omnes omnino in infinitum numeros uarie pro locorum ratione positæ significare possunt. Harum nouem suos designant quæq; numeros, uidelicet prima 1, unum significat, secunda 2, duo, tertia 3, tria, quarta 4, quatuor, quinta 5, quinq; sexta 6, sex, septima 7, septem, octaua 8, octo, nona 9, nouem. Decima uero 0, nota ad formam literæ circulari figura est: quam alijs circulum vulgus cyphram uocat: quæ nihil ipsa significat, uerum alijs præposita numeris, eorum omnium qui sequuntur, auget in decuplum significationem. Exempli gratia. 0 primæ notæ siue figura 1, à dextra parte iuncta, eam, quæ unum expresserat, decem significare facit 10. atq; itidem in reliquis.

ILLUD in primis animaduertendum. Cum omnes Latini & Græci, atque horum æmuli cæteri, aliquid scripturi à leua recepto more incipient, atque ita in dextram tendant: quisquis his notis numeros scribere uelit, à dextra paginae parte incipere debet. & numeros cæteris minores à dextra parte ponere, atque ita in leuam tendendo progreedi: ut quo maiores accedunt numeri, eo magis in leuam semper eos promoueat. Id quod itidem in numeris obseruant Latini, Græci, & alij: ut maximum quemque numerum à leua, minimum quenq; à dextra collocent. Vnde constare penitus inspicienti potest, numerandi artem à Chaldæis esse profectam: qui dum scribunt, à dextra incipiunt, & in leuam progreduuntur. dextram appello paginae partem, quæ proposita ante nos charta, dextræ nostræ propior est: leuam quæ sinistræ.

HAE nouem notæ & figuræ omnes, quibus numeros suos denotari diximus, cum non semper easdem sedes occupent, uarie pro locorum positione significant. Nam earum unaquæque primo loco, qui ad dextram est, tantum suum numerum enunciat. Secundo loco leuam uersus posita, decies tantundem. Tertio loco leuam uersus, tantundem centies. Quarto loco leuam uersus, millies tantundem. Quinto loco leuam uersus, tantundem decies millies. Sexto loco leuam uersus, centies millies tantundem. Septimo loco leuam uersus, millies tantundem millies. Octavo loco leuam uersus, centies millies tantundem millies. Nono loco leuam uersus, centies millies tantundem

dem millies. Decimo loco leuam uersus , millies supra millies tantundem millies. Undecimo loco leuam uersus , decies millies supra millies tantundem millies . Duodecimo loco leuam uersus , centies millies supra millies tantundem millies . Tertiodecimo loco leuam uersus , millies supra millies tantundem millies , atq; id quidem millies ad quem modum alterius etiam in infinitum progredi licet.

Postremum autem in numeris locum circulus nunquam obtinet: quando nihil eum sequitur , cuius significacionem augeat . Alioqui si qua figura à tergo ei erit , omnes numerorum sedes occupare potest . Exemplum subdamus , in quo omnes numerorum notas suo ordine ponamus , cum aliquarum repetitione usq; ad tertium decimum locum , hoc modo .

• • • • • • •

3 2 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Huius seriei numerum & eiusmodi similes , qui in immensum crescunt , recensurus , ne qua tibi inter numerandum oriatur confusio , quartum locum qui mille repræsentat , puncto supra posito notabis . Deinde quinto loco & sexto intermissis , iterum supra septimum locum punctum adiicies . Rursus octavo loco & nono intermissis , decimum locum puncto suprà adiecto signabis . Similiter undecimo loco & duodecimo prætermissis , supra tertium decimum locum punctum appones . Atque ita , si maior fuerit numerus , duobus locis à quarto semper intermissis , tertium quemque puncto suprà posuo notabis . Hæc punctorum adie-

ctio

Etio non mediocrem numerandi facilitatem pariet, nam
punctis signata loca, millenaria demonstrant: ad quæ, uel-
luit ad quosdam gradus, inter numerandum sistere licet,
neque enim longa numerorum series uno spiritu pronun-
ciari potest. Quartus itaque locus exhibit mille. Septi-
mus millena millia: uulgas millionem barbare uocat: La-
tine reddideris, ut nunc fit supputatio, uel millena millia,
uel milles millena. Prisci decies centena millia dixerunt:
sicut paulum infra monstrabimus. Decimus locus capit
millies millena millia: uulgas millions millionum uocat:
Latine dixeris: ut nunc mos est loquendi: uel millies milles
millia, uel milles millena millies. Prisci decies millies
centena millia numerum illum uocauerunt. Tertius deci-
mus locus exprimit millies millena millia millies: uulgas
millionem de millionibus millionum uocat. Latine recepto
nunc supputandi more enunciabimus, uel millies millena
millenorum millia, uel millies millena millia millies. Prisci
cum numerum decies millies centena millia millies adpe-
larunt. Numeros inter hos medios siue centenarios, siue
denarios promptum est cuiuis enunciare: cum statim an-
te oculos nobis occurrat: inter quæ genera millenariorum
sunt locati. Quod postquam animaduertimus: illud in pri-
mis obseruare debemus: ut numeri illi centenarij & dena-
rij inter puncta adiecta medij, secundum nunc receptum
supputandi morem, ea semper exprimant millenariorum
genera: quæ proxime à dextra parte punctis sunt notatae
quousq; ad prima millenaria uenerimus.

IGITVR numerum hunc immensum, punctis supra positis in locis praedictis notatum, Latine sic enunciabimus, à postremis & maximis incipientes numeris, & in minimis ac primis desinentes. Qui mos est apud omnes gentes, uerbis numeros eloquendi.

3 2 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Ter millies millena millia millies, ducenties decies millies millena millia. noningenties octogies septies millena millia, sexcenta quinquaginta quatuor millia, trecenta uiginti unum. Aliud exemplum totidem notarum, conuerso figurarum ordine, ponamus: quo magis, quod dicimus, legentibus innotescat.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3

Hunc etiam numerum punctis, ut supra dictum est: notatum, Latine sic reddemus. Millies millena millia millies. Ducenties tricies quater millies millena millia. Quingen- ties sexagies septies millena millia. Octingenta nonaginta millia centum uiginti tria.

EX HIS, quos posuimus: immensis numeris per notas suas scriptis, punctisque notatis, & Latine redditis, facile erit cuiuis numerum quemlibet minorem tum scribere, tum punctis signatum. Latine enunciare. Si uero maior occurret numerus: eadem erit re ipsa facilitas: sed uerba, millies, & millia, toties in singulis maioribus numeris repetita, quoties ea addi pro loci augmento necesse est,

est, auribus fastidium non leue parient. Et uix unquam in negocijs humanis maior occurrit numerus, quanquam supra posuimus.

IN huiusmodi autem immensis numeris, ad singula loca punctis signata uerbis enunciada, toties uocabula haec, uel millia, uel millena, uel millies repetenda sunt, quoties puncta, ab eo loco una etiam connumerato, in tota serie usque ad primam notam reperientur: id, quod in exemplis iam explicatis licet cernere.

VERVM, ne quis exempla faciliora in libro nostro desyderet, eiusmodi quoque subiungemus. Atque ideo notis, ut libet, usque ad septimum locum positis (nam infra nihil est opus descendere) illud exemplum esto.

6 8 5 4 9 7 3

Hoc exemplum, punctis prius signatum, sic Latine redes. Sexties millena millia, octingenta quinquaginta quatuor millia, noningenta septuaginta tria. Aliud exemplum usque ad decimum locum addo.

7 9 2 4 8 5 3 1 6 0

Numerum hunc, punctis supra positis prius distinctum, Latine sic reddemus. Septies millies millena millia, noningenies uicies quater millena millia, octingenta quinquaginta tria millia, centum sexaginta. Plura numerorum exempla nihil est opus adscribere, quandoquidem ea, quae posuimus: facile indicant, quomodo numeri quiuis aliij, &

scribi, & Latine enunciari debeant.

NON ME latet Romanos ueteres, prisco more suos nummos Sestertios computantes, numerum transcendem centum millia (qui numerus sextam apud Arithmeticos sedem occupat) Latine non enunciasse, nisi per aduerbia, decies, undecies, & que suprà sunt, usque ad centies, & millies, atque etiam ultrà in immensum: per quæ numerum illum centum millium in se replicabant. in quo uelut in limite quodam numerandi sisteabant, i.e. erum incepturn. Interdum etiam uocabula hæc, centena millia, quodam sermonis compendio omittebant: ut dicerent. Decies sestertium, pro decies centenis millibus sestertiorum. qui numerus millena millia sestertiiorum nummorum exprimit, & septimam apud Arithmeticos sedem tenet. Centies sestertium. pro centies centenis millibus sestertiiorum. qui numerus decies millena millia sestertiiorum nummorum indicat: & sedem apud Arithmeticos occupat octauam. Millies sestertium. pro millies centenis millibus sestertiiorum nummorum. qui numerus centies millena millia sestertiiorum nummorum significat: & locum apud Arithmeticos nonum possidet: & sic ulterius usque in immensum ueteres ad eam rationem Latine suos nummos computabant. id quod Budæus uir cum primis ætatis nostræ cruditus, in libro suo de Asse, mira sagacitate plenius annotauit. Cæterum Arithmeticci ultra centena millia transcedentes: magis ad millena millia gradum quendam sestendi faciunt: quem tamen ipsum transiliunt: & per decies,

ties, & centies, auctis locis, rursus ad millies millena milia denuo figunt gradum: atq; ultra etiam ea, procedentes in immensum, millena millia millenis accumulant: quemadmodum ante diximus. qui mos supputandi per orbem terræ nunc est receptus. Itaq; inter priscos & recentiores nihil interest aliud, nisi quod hi millenariorum loca observantes millena millia millenis aggregant. At prisci centenorum loca uelut gradus quosdam facientes, centena milia centenis usq; in immensum accumulabant, semper ea inseparicantes. Ceterum locorum augmentata cum prima supputatione, quam cum nunc recepta consentiunt. Quamobrem nihil video, cur priscam computationē (postquam apud omnes nationes est antiquata) mordicus tenere debeamus: quando mos nunc receptus maiore ratione nititur. Etenim cum, Mille, maximus sit apud Latinos numerus, qui unico uocabulo potest exprimi: magis progressi congruit, donec ad millena millia uentum erit, quam ad centena millia, quae infra sunt, facere gradum. Verum si quem magis iuuat prisco more numerum aliquem immensum Latine reddere: breue ad id quoque compendium trademus: ut numerum notis scriptum punctis supra ueticem signet, tertio, sexto nono, & duodecimo loco, ceterisque, qui deinceps duobus semper intermissis, sequentur. Illudque obseruet: ut à postremis incipiens singulas numerorum notas usque ad locum sextum, ea significatio ne, quam sedes suppeditabunt, per aduerbia exprimat: quæ uero sextum locum præcedunt, reddat per uocabula. Cum

autem ad punctis signata loca uentum erit: uocabula hæc, centena millia, ad singula puncta pronunciet. ueluti in primo exemplo per nos supra posito, si quis prisco more numeros enunciare uelit.

3 2 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Tricies bis millies centena millia millies, centies nouies millies centena millia, octingenties septuagies sexies centena millia, quinquaginta quatuor millia, trecenta uiginti unū.

ITIDEM in alijs numeris quantumuis immensis cuī uis erit facile prisco imitare, ueluti in secundo supra posito, quem prisco more sic exprimes.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3

Duodecies millies centena millia millies, trecenties quadragies quinquies millies centena millia, sexcenties septuagies octies centenā millia, nonaginta millia, centum uiginti tria. Ad horum exemplum cæteros numeros omnes prisco more Latine reddere nullum est negocium.

GRAECI Autem supputando quendam sistendi gradum faciunt ad Myriades, quæ decem millia significant: quintamq; occupant sedem: quo maiorem numerum uno uocabulo non exprimunt. deinde myriades tam multis sibi aggregant, ut ipsarum etiam myriadum faciant myriadem: quæ summa millies centena millia, sicut loquuntur prisci: uel centies millena millia, sicut nunc Arithmetici, significat: & nonum locum tenet. ultra quem numerum

rum Græci uocabulis carentes, rursus myriades in se replicant: donec totidem myriadum myriades accumulaentur: quot propositi numeri magnitudo suggestit.

Hactenus de numeratione dixisse sufficiat.

DE ADDITIONE.

AD D I T I O numerorum, est duorum plurium=ue numerorum in unam summam collectio. Id autem, ieri potest, siue minores quibus numeri maioribus addantur, siue e converso, siue æquales æ qualibus, Illud sum= mōpere obseruandum est: ut siue duo, siue plures sint nu= merorū ordines, quos in unam summam colligere uelimus: ita eos omnino scribamus, ut sub prima nota primi ordinis primæ reliquorum ordinum figuræ directe, uelut ad per= pendiculum, locentur: sub secunda secundæ: sub tertia ter= tiæ: & sic deinceps: ut in singulis ordinibus loci quoq; nu= merorū, uelut sub una linea perpendiculari sibi respondeant. Nam aliqui si numerorū ordines oblique scripti fue= rint, & ipsi eorum loci alij alijs permixti se mutuo directe non respexerint, ut nesciatur, quis cui locus respondeat: magna sequetur in cōputando confusio. Idque non modo in numerorum additione: uerum etiam in deductione, multi= plicatione, & partitione eueniet. Quare ne in hī iusmodi labyrin tum incidiamus, in uniuersum præcipiendum est in tota numerandi arte: ut accurate ante omnia ponantur di= recti numerorum ordines: ut primi in singulis loci primis, secundi secundis, tertij tertij, & sic deinceps, respondeant,

AD HAE C in numerorum additione, deductione, multiplicatione, partitione, per uniuersas numerorum sedes, siue secūdaſ, siue tertias, siue quartas, siue ulteriores, illud perpetuò seruare debemus: ut tantisper dum numeros addimus, deducimus, multiplicamus, partimur, omnes omnium locorum notas pro primarijs numeris, non autem pro denarijs, centenarijs, millenarijs, aut ulterioribus accipiamus. Peracto uero opere, quando summam uel collectam, uel deductam, uel multiplicatam, uel partitam recensemus: singulis numerorum sedibus suam uim restituimus: ut tum notæ in exprimenda summa eam significationem habeant: quam loci suppeditabunt,

QVI numeros numeris additurus es: si duo tantum sint ordines: postquam alterū numerū supra, alterum infra scripseris: sub ambobus linea calamo ducito. Deinde à dextra parte, ubi minimi numeri locati sunt: incipiens, inferiorē primi loci numerū superiori ei-
usdē loci adde: et numerū ex his duobus cōpositū, si una nota scribi possit (quod certe erit si mi-
nor quam decē fuerit) sub linea directe sub primo loco po-
ne. Sin fuerit numerus denarius, aut eo maior, ut duabus no-
tis ad eius expressionē sit opus: primā figurā, etiam si circu-
lus sit: sub linea directe sub primo loco signa. 3 0 4
Et secundæ figuræ numerum memoriter te-
nens ad secundum locum progredere. Vbisi 2 0 4
circulos tā in superiorc, quam in inferiore or-
dine reperi: numerū memoria recentū sub linea secundo
loco subscribe.

Sin neutra figura circulus fuerit: ante omnia reposce à memoria numerum depositum, ne eius obrepat obliuio. si reliquos numeros prius addas, quām illum repetis: ea umq; ad inferiorem eius loci notam memoriter adiungens, illam ipsam sic auctam, ac superiorem secundi loci figura ram addes: & numerum ex eis surgentem, si una nota scribi possit: sub linea directe sub secundo loco scribe.

$$\begin{array}{r} 5 \quad 9 \\ 3 \quad 4 \\ \hline 9 \quad 3 \end{array}$$

Si uero altera tantum secundi loci nota circulus fuerit: altera figura significans: numerum ipsum memoria retentum ex memoria promens, adde significanti figuræ: & ex eis surgentem numerum, si una nota scribi possit, secundo loco subscribe.

$$\begin{array}{r} 3 \quad 8 \quad 9 \\ 2 \quad 0 \quad 4 \\ \hline 9 \quad 3 \end{array}$$

Sin ad eum numerum exprimendum, qui secundo loco reperitur, duabus notis opus erit: primam earum, etiam si circulus erit: sub linea directe sub secundo loco pone: & secundæ notæ numerum memoria seruans, ad tertium locum progredere. Vbi itidem per omnia facies, uti secundo loco fecisti: & numerum ex additione nerepertum, tertio loco repone. & sic ulterius usq; ad postremū locū perge

$$\begin{array}{r} 3 \quad 8 \quad 9 \\ 2 \quad 6 \quad 4 \\ \hline 6 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

Quo cum uentum erit numerum ex additione repertum, si una nota scribi potest: postremo loco de pone.

$$\begin{array}{r} 7 \quad 3 \quad 8 \quad 9 \\ 1 \quad 2 \quad 6 \quad 4 \\ \hline 8 \quad 6 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

Sin duabus figuris ad eum exprimendum opus erit numerus, qui superest. memoria
retentus: à sinistra postremi numeri, sub linea ponatur:

7	3	8	9
6	2	6	4
1	3	6	5
		3	

Illa generaliter in omni numerorum addendi loco obser-
uare debemus: ut quotiescunque in ordinibus addendis om-
nes notæ eiusmodi loci, circuli fuerint: si nullus numerus
mente sit retentus,

2	0	4	0	2
1	0	3	0	1
3	0	7	0	3

qui lineæ subdatur: subscribatur circu-
lus.

Et similiter quotiescunque in ordinibus addendis circulus
& nota significans eiusdem loci fuerint: unllusque nume-
rus superest memoria retentus: qui significanii notæ ad-
datur: illa ipsa nota signifi-
cans, siue superioris siue in-
ferioris ordinis fuerit, lineæ

4	0	5	2
3	6	0	1
7	6	5	3

subscribatur.

Præterea quotiescunque supra lineam ductam plures sunt
superiorum ordinum quam inferiorum, loci, notæ illæ quæ
supersunt, eisdem locis sub li-
nea subscribi debent, quibus

4	3	2	1
1	0		
4	3	3	1

supra lineam steterunt.

Exemplum duorum ordinum petamus: quod ea omnia
contineat, quæ supra docuimus. Id autem erit eiusmodi.

7	3	0	0	5	8	9	4
6	0	2	0	3	6	4	3

1 3 3 2 0 9 5 3 7

Quisquis hos duos numeros in unum compositurus est, uel mente cogitet, uel uerbis enunciet ea quæ sequuntur. Primo loco in inferiori ordine reperio tria: addo ea ad quatuor quæ sunt in superiore ordine, fiunt septem. ea sub linea ducta subscribo primo loco. deinde transeo ad secundum. reperio infra quatuor, supra nouem, addo: fiunt tredecim: que quia duabus notis scribi necesse est: primam figuram, quæ tria demonstrat, subscribo secundo loco: alterum uero, quæ unum representat, memoriter tenens progredior ad tertium locum. Vbi primum exonerans memoriam, unum, quod mente teneo adiungo ad sex, qui numerus inferioris ordinis primus occurrit, fiunt septem. ea addo ad octo, quæ sunt in superiori ordine. sic prodeunt quindecim. & quoniam ea duabus notis scribenda sunt: primam tertio loco subscribo, quinque. alteram, quæ unum indicat, seruans memoria transeo ad quartum locum. Vbi primum promens ex memoria unum mente retentum, id adiungo ad tria, que inferiori ordine sunt scripta, fiunt quatuor. quæ addo ad quinque in superiori ordine, & subscribo quarto loco nouem. Pergo ad quintum locum ubi suprà & infra circuli occurrunt nihil habeo quod addam: atque ideo subscribo circulum. sexto loco infra duo, suprà circulus occurrunt: nihil est

xui addam duo . subscribo duo . accedo ad septimum locum . ibi infra circulus , supra tria sunt : nihil est inferius . quod adiungam ad tria . subscribo tria . festino ad octauum & postremum locum . reperio infra sex : adiungo ad septem quæ supra sunt . ex eunt tredecim is numerus , quia duabus notis signandus est : primam , nempe tria , octauo loco subscribo : & aliam , quæ unum significat : à si nistra eiusdem loci qui postremus est , pono . atque ita sub linea facio nonum locum . numerus itaque sub linea , quem duos supra lineam numeros addentes , composuimus , continet in uniuersum : Centies tricies ter milena millia , ducenta nouem millia , quingenta triginta septem . Que de duobus ordinibus componendis diximus : pene nobis insti- tuendis sufficerint , si plures numerorum ordines in unam summam redigere uelimus . Verum ut paucis præcipiens dis rem magis aperiamus . Multos ordines in unum colle- cturi , numeros primas sedes occupantes primo colligere sic debemus : ut ab inferioribus ordinibus incipientes ad superiores ascendamus : & numerum ex additione reper- tum , si primarius erit , primo loco sub linea ponamus . Si ex denarijs numeris aliquis fuerit , circulus eo loco subsi- gnetur . & nota , quæ denarium illum , secundum suam de- nominationem repræsentare debet , memoria commenda- ta secundarum sedium figuris , si infra centum numerus fuerit , annumeretur . Nam alioqui si numerus centenari- us , aut eo maior usque ad mille surget , ut in magnis addi- cionibus nonnunquam cuenit : centena tertium locum , & que

que super sunt dena, secundum occupent. Veruntamen
ubi numerus unius sedis usque ad centum aut supra ascen= dicitur
dit, et nota quæ illum significatura est, memoriter reten= ta
ta, in tertium ab illa sede locum transferri debet: ne nobis
circa secundi loci additionem occupatis, obrepatur obliuio
numeris retenti, statim eum sub linea paulum sub tertio lo= bo
bo alicubi notemus: ut cum ad illum uenerimus: admonea= mur
mer eum reliquis sui loci numeris adiungere. Si uero nu= merus
merus ex primario et denario compositus erit: numerus
primarius sub linea subscrribatur: et denarius memoria
retentus secundum suam denominationem figuris secundi
loci connumeretur: sicut de duobus ordinibus est suprà
dictum. Expedito secundo loco ad tertium transeundum
est: et itidem per omnia faciendum, quemadmodum in se= cundo
cundo. Deinde ad quartum locum similiter pergendum:
et deinceps ad reliquos omnes: in quibus obseruentur et
quæ de secundo loco diximus. Vbicunque autem eandem
sedem circuli aliqui et notæ significantes occupant: circu= lis
lis omissois reliquæ figuræ simul additæ sub linea suo loco
ponantur. Quæ diximus magis illustrabuntur sequenti= bus
bus exemplis:

	6	9	0	0	12	3	0	3	15	15	15
	6	9	0	0	3	0	0	0	0	0	0
	6	9	0	0	8	0	0	0	0	0	0
	7	9	0	0	17	1	0	0	0	0	0
	7	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	9	0	0	0	4	0	0	0	0	0
	8	9	0	0	2	6	0	2	0	0	0
	8	9	0	0	0	8	0	0	0	0	0
	9	9	0	0	0	5	0	0	0	0	0
	9	9	0	0	0	2	4	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	7	0	0	2	0
<hr/>											
1	0	0	8	0	9	5	0	0	8	0	0

EX HIS tot numeris unum collecturus, sic cogitabis tacitus: uel si mauis, uerbis enunciabis, primo loco præter circulos notæ reliquæ octo constituunt: igitur sub linea scribantur octo. Secundus locus circulos habet, sub linea noto circulum. Tertij loci notæ præter circulos exprimunt decem. uno igitur memoriter seruato pro denario numero, atque eo adiuncto ad quarti loci figuram, fiunt quinquaginta quinque. horum quinque sub linea quarto loco notantur: & quinque mente retenta quinti loci notis, que circulis permixtæ sunt, aggregata faciunt nouem. ea linea subduntur. Sexto loco, quia circulis sunt: circulus linea subiiciuntur. Septimo loco notæ omnes composite producunt centum & octo. subscribuntur itaque octo,

Ex centenarij numeri nota, in nonum locū, qui cōnumeratio septimo, terius ab eo est: sub linea reponenda seruatur Octauo & postremo ord. nū, qui supra linea sunt, loco ex numeris collectis surgunt nonaginta, nouē igitur memorie mandatur. circulus octauo loco reponitur. Non o loco sub linea ex memoria promo nouem ab octauo loco delata. ibi reperio unum pro centenarij numeri nota ex septimo loco ante reconduum: quæ simul adiuncta fiant decem. nono igitur loco circulum subnoto, & ab eius sinistra unum deponit. quod decin um locum facit. Numerus igitur ex additione sub linea collectus erit. Millies millena millia, octies millena millia nonaginta quinque millia & octo. Aliud exemplum multorum ordinum negotis intricatum subjicio.

9	8	0	9	9	0	0	8
7	9	0	9	8	0	0	9
6	7	0	9	8	0	0	8
9	8	0	9	9	0	0	9
8	9	0	9	8	0	0	8
7	7	0	9	8	0	0	9
9	8	0	9	9	0	0	8
7	9	0	9	8	0	0	9
6	7	0	9	8	0	0	8
9	8	0	9	9	0	0	9
6	9	0	9	8	0	0	8
8	7	0	9	8	0	0	9

1 0 0 7 1 8 0 1 0 . 2

B 5

OMNE S in hoc exemplo primi loci notæ simul iunctæ centum & duo constituunt. duo sub linea primo loco scribantur. & centenarius numerus per unitatis notam scribendus transferatur in tertium locum. In secundo loco, quia nihil habes nisi circulos, subnotetur circulus. Tertio loco, quia omnes figuræ circuli sunt: & nihil est, quod addas ad unum ex primo loco pro centenario numero translatum, subscribatur unum. Quartus locus iunctis simul notis centum continet: quamobrem subscribere oportet circulum: & in tertium ab eo locum, qui quarto etiam connumerato sextus est: seruare reponendum unum. Quintus locus centum & octo continet. subnotentur octo iterum unum in tertium locum, qui septimus est à quinto connumerato, seruitur. Sextus locus, quia notæ omnes sunt circuli, unum habet subscriptum, ex quarto loco pro centenario numero seruatum. Septimus locus quia multas habet notas, repeto primo à memoria unum, ex quinto loco pro centenario numero seruatum. adiungo reliquis eius loci figuris, fiunt novaginta septem. ideo sub linea subscribo septem seruans novem memoriter. Demum ad octauum & postremū supralineam locum properans: nouem ante recondita iungo numeris eius loci. surgunt centum. quamobrem circulum unum octauo loco, aliū à sinistra loco nono sub linea repono: & centenarij numeri notam in decimū locum, qui connumerato octauo, ab eo tertius est: transfero. continet autē bic numerus coaceruatus, Millies milena millia. septics milena millia, centum octinginta millia, centum & duo.

QVI numeros numeris addere prompte uelit, ante omnia memoriter ediscere debet: quos numeros procreent singuli sub decem numeri primarij, uel ipsi geminati, uel reliquis primarijs adiuncti. Quod certe tam scitu facile est: ut pueri adhuc impuberes id ferme non ignorent. Verum si quis adeo rustice est educatus, ut id nesciat: poterit una hora, modò operam dare uelit, id ediscere. Verbi graria. Nouem & nouem faciunt decem & octo. nouem & octo, decē & septem. nouem & septem creant sexdecim. nouem & sex, quindecim. nouem & quinq; quatuordecim. nouem & quatuor, tredecim. nouem & tria, duodecim. nouē & duo, undecim. Deinde octo & octo producunt sexdecim. octo & septem, quindecim. octo & sex, quatuordecim. octo & quinq; tredecim. octo & quatuor, duodecim. octo & tria, undecim. octo & duo, decē. Rursum septē & septē creant quatuordecim. septē & sex, tredecim. septē & quinq; duodecim. septē & quator, undecim. septē & tria, decē. septē & duo, nouē. Deinde sex & sex faciunt duodecim. sex & quinq; undecim. sex & quatuor, decem. sex & tria, nouem. sex & duo, octo. Præterea quinque & quinq; producūt decē. quinq; & quatuor, nouē. quinq; & tria, octo. quinq; & duo, septē. Ad hæc quatuor & quatuor proceant octo. quatuor & tria, septem. quatuor & duo, sex. Deniq; tria & tria constituunt sex. tria & duo, quinq;. duo & duo, quatuor. Nam unum ad reliquos numeros adiungere pueri omnes infantium egressi sciunt. Quæ diximus, figuris notata sub oculis possit sequuntur.

9	8	7	6	5	4	3	2	1	
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	18	17	16	15	14	13	12	11	10
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
	8	7	6	5	4	3	2	1	9
	16	15	14	13	12	11	10	9	
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
	7	6	5	4	3	2	1	8	
14	13	12	11	10	9	8	7	6	
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
	12	11	10	9	8	7	6	5	
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	5	9	8	7	6	5	4	3	2
10									
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	4	8	7	6	5	4	3	2	1
									5
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	3	6	5	4	3	2	1	4	
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	2	4	3	2	1	4	3	2	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Siquis

Si quis apud se scrutari uelit, cur hæc ita se habent: ut dum per singulos locos notas addimus: eas quæ pro pri marijs computamus: numerus tamen sub linea collectus, quando locis sua significatio redditur: recte in uniuersum respondeat. In promptu ratio est. Nam quemadmodum in primo numerandi loco. primarias notas, si recte copulatæ sunt: numerus sub linea collectus continet: ita necesse est, ut per singulos locos figuræ omnes, si recte coniunctæ sunt: numerus sub linea coaceruatus exprimat. Et si quis numerus, dum addimus, memoria retentus, à loco ubi repertus est: in aliū transfertur: id fit, quia maior est, quam ut eo loco, quo natus est, reponi debuerit: & quando in suum locum recte translatus est: uelut illius loci foetus numeratur. Ad hæc cum per omnes quidem locos figurarum forma eadem sit, significatio uero pro auge mento loci longe diuersa: denominationem tamen omnes à primo loco recipiunt: ut quot illic unitates singulæ representant: totidem secundo loco dena: tertio centena: quarto millena: & sic deinceps, exprimant. Quando igitur singulis numerorum sedibus. numerum ibi collectum, sub linea subiçimus: eadem per omnes sedes ratio est: quæ de primo loco: ut sicut ibi omnes numeros numerus sub linea locatus continet: ita in omnibus locis collectos numeros repræsentet. Et cum omnium locorum notæ denominationem à primo loco mutuentur: significationem autem diuersam singuli loci suppeditet: numerus sub linea collectus totidem secundo loco dena: tertio centena: quarto millena:

Es sic deinceps, nobis denominabit; quot unitates locorum illorū notæ, si primo loco fuissent positæ, rerepræsentaret.

SI SCIRE cupis, an recte numeros collegeris: numerorum additionem recte factum esse, per deductio= nem probabis. Itaque si postquam numerorum addito= rum ordinem aliquem à summa coaceruata deduces: reli= quorum ordinum non deductorum summa ex deductione surget: tunc in addendo nihil est erratum. Nam cum par= tes cōplures ad cuiusuis rei compositio= nē coeunt: si qua earū sola sublata erit, cæteras remanere necesse est. Id mani= festius fiet: cū de deductiōe præcepta dederimus: ad quā nunc properamus.

4	5	3
3	4	2
<hr/>		
7	9	5
<hr/>		
4	5	3

ET QVONIAM nulla ratio est: quæ uaria num= mismatum genera non habeat: alia pluris precij, alia uilio= ris: ideo ad tam uariorum additionem faciendam, singu= lis et nummorum et summarum generibus sua classes in abaco designandæ sunt: ut unaquæque siue summa siue pecunia, quo maior est alijs, magis sinistram occupet: quo uilior, magis dextram. Veluti si in unam summam colligendi sint aurei, ualentes singuli denarios uicenos quinos: denarij, ualentes singuli 4 nummos sestertios: se= stertij, ualentes singuli duos asses et semissem: cuiusmodi sunt uetera numismata Romana: aurei sinistram occu= pent. denarij in dextram uergentes, medium locum tene= ant sestertij uero dextram. Deinde genera hæc tam uaria addituras, à prima classe dextra sestertiorum incipe: nu= merosc^o.

merosque omnes colligens, atque obseruans, quot quater-
narij reperiuntur: si quis numerus excurrat: qui quater=
narium non perficit: illum ibi subsignato. Ipsos autem qua-
ternarios memoria tenens transfer in proximam denario=
rum classem. continuoque memoriam exonerans, et de-
narios illic repertos eis adiungens, per omnes ipsius classis
numeros discurre: atque animaduerte: quot uiceni quini
sunt obuij. numerum autem excurrentem, qui 25 non
implcit: ibi deponito. At uiceni quini memoria reconditi,
in proximam aureorū classem transferantur, cum illis pri-
mum computandi. Et numerus omnium collectus illic sub-
notetur. Itidem si in quavis alia natione aurei, denarij,
nummi uiliores illius regionis supputandi sunt: eodem mo-
do curandum: ut singulis sua classis detur. Viam tantum
monstramus. cætera facile dabit frequens exercitatio.
Exemplum ante oculos spectandū hic subnotauimus: quod
quiuis facile sine præunte explicabit:

Aurei		Denarij		Sestertij
9	0	4	1	5
2	4	3	1	6
1	7	5	1	9
1	3	2	4	5
				3

DE SVBDVCTIONE.

SVBDVCTIO numerorum est minoris numeri à
maiore: uel æqualis ab æquali subtractio. Hanc au-

tem eandem, uel deductionem, uel subtractionem appellare Latine licet. Usus eius est: à toto subducta parte, reliqua totius partem cognoscere: & ut apertius dicamus duobus propositis numeris, alterum ab altero demere: ut uideatur quid sit reliquum: & quantum alter alterum supereret. Verbi gratia. sume duos numeros, alterum septem, alterum tria. si à septem tria deducas: reliqua sunt quatuor. totidem itaque unitatibus tria superantur. In subductione necesse omnino est, ut duo sint numerorum ordines: alter à quo fieri debet deductio: alter, qui summam deducendam continet. Oportet autem semper uel minorum summam à maiore, uel æqualem ab æquali subducere. nam maiorem à minore subrahere contra rerum naturam est. Qui de computandi scripserunt arte uaria præcepta de subducendis numeris dederunt: quorum alij nonnunquam numeri propositi notas inter subrahendum putauerunt esse delendas. Alij longis ambagibus obscuræ quedam docuerunt: ut pene difficilius non esset numeros diuidere, quam deducere. Que dum legeremus: & eorum probaremus nihil: quod uel tortuosos haberent anfractus: uel multis lituris figuræ confundiderent: diu multumq; inuestigantes, si quid apertius inuenire possemus: tādem Ioannis Garthi philosophi eruditissimi atque in Arithmetica longe peritissimi auxilio, longe facillimam & certissimam uiam in subducendis numeris inuenimus: quæ certe numerus omnis quantumuis magnus, quantumuis intricatus, manentibus notis universis, nullo negocio subduci posse.

ducipotest. Et ne multa expectatione lectorem torqueamus: ea subducendi ratio est eiusmodi.
 Postquam maior numerus, à quo fieri debet deductio sua
 præ: & minor numerus, qui deducendus est: infrà ita scri-
 betur: ut loci numerorum locis respondeant: primi pri-
 mis, secundi secundis, tertij tertiijs, & sic deinceps: linea
 que sub ambobus numeris à leua in dextram perducta e-
 rit: sicut in numerorum additione supra docuimus: tum
 à dextra parte, ubi minimi numeri locati sunt: incipientes
 à primo loco, primum numerum inferioris ordinis à pri-
 mo superiore, si ille ipse superior maior fuerit: 7
 subducamus: & quod ex deductione reperietur: 3
 sub linea primo loco ponamus. 4

Si uero numerus inferior superiore maior erit: ut ab eo de-
 duci non possit: tunc superiori numero decem memoriter
 adiungamus, computantes superiorem illum minorem nu-
 merum uelut ex primario & denario numero composi-
 tum: & ab eo sic aucto maiorem numerum inferiorem de-
 ducamus. Exempli gratia, superior numerus esto, tria, infe-
 rior nouē. nemo deducere nouem à tribus potest, ad tria
 igitur mente adiungamus decem: & nouem à tredecim au-
 feramus: tum quatuor supersunt. is est nu- 1 3
 merus, quem requirimus: qui sub linea lo= 9
 cetur. 4

Quod si superior ordo circulum habeat: ut inferior nu-
 merus quantuluscunq; fuerit: ab eo decim non possit: illum

ipsum circulum pro decem memoriter numeremus: & ab eo inferiorem notam, quæ semper denario numero minor erit, auferamus. Exempli gratia sit circulus supra, infra septem. fieri non potest, ut septem à nihilo deducamus. circulum igitur pro decem animo computemus: & à decem subducamus septem. reliqua erunt tria.

Quotiescumque autem denario numero memoriter adiecto, superiorem numerum augebimus: ut inferior qui maior est, ab eo demi possit: toties per omnes numerorum locos, unum ad sequentis loci inferiorem numerum, è uestigio memoriter addemus, illumque ipsum adiecta unitate sic auctum, à superiore cuius loci numero, si maior sit: subducimus: quod reliquum erit, eo ipso loco sub linea reponemus: unde id subtraximus.

Sin minor erit illius loci numerus superior, quam ut ab eo demi possit numerus inferior unitate illa auctor: rursus denario numero adiecto augeatur numerus ille superior: ut inferior ab eo subduci possit.

Idque per omnes numerorum locos semper est obseruandum. Sic primo loco expedito, ad secundum transeundum: ubi per omnia faciendum est itidem: ut in primo. Sic cum ad tertium, quartum, ulterioreme locum uentum erit: eadem perpetuo seruanda sunt.

AT SI quibusvis numerorum sedibus in inferiore demen-

demando numero circulus, in superiore autem, à quo fit subductio nota significans reperiatur: si nihil à priore loco propter denarium numerum mutuo sumptum memoria retentum erit, quod deduci debeat: numerus ille superior integer subscribetur

$$\begin{array}{r} 4 \quad 3 \quad 2 \\ 3 \quad 0 \quad 1 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 1 \end{array}$$

Quando uero in utroq; numerorum ordine circulus nobis occurret: si nihil ex memoria prominenti potest, quod subscribatur: subdivetur circulus.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 0 \quad 2 \\ 3 \quad 0 \quad 1 \\ \hline 1 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

Vbicunque autem in quois numerorum loco numerus inferior superiori æqualis erit: cum nihil sit reliquum: subdivetur circulus: præterquam postremo loco. ibi enim si numerus subducendus ei par sit, à quo fit subtractio: nihil omnino subnotari debet, quia tunc per cætera peracta est subductio. Et circulus in numeris postremum locū occupare

$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \quad 1 \\ 2 \quad 4 \quad 1 \\ \hline 1 \quad 0 \quad 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \quad 4 \quad 1 \\ 3 \quad 2 \quad 1 \\ \hline 0 \quad 2 \quad 0 \end{array}$$

nunquam potest.

Quod si superior numerorum ordo numeris aliquot et notis inferiorem transcendat: postquam inferioris ordinis numeros omnes à superiore subduximus: quicquid de superiore ordine reliquum erit, eisdem locis et notis sub linea numeris relicitis adiungatur. quibus supra lineam suo ordine stetit.

$$\begin{array}{r} 6 \quad 5 \quad 4 \quad 7 \\ & 2 \quad 3 \\ \hline 0 \quad 5 \quad 2 \quad 4 \end{array}$$

Nunc exempla petamus : quæ uiam demonstratam clarius illustrent

5	7	2	9	5	4	9	0
4	8	7	6	5	2	9	7

8 5 3 0 1 9 3

Q V I S Q V I S à quinquagies septies millenis
millibus, ducentis nonaginta quinque millibus , quadrin=
gentis nonaginta , subducere cupit, quadragies octies mil=
lena millia , septingenta sexaginta quinque millia , ducen=
ta nonaginta septem . dispositis notarum ordinibus , lineaq;
ducta eiusmodi quæ sequuntur , tacitus secum consideret :
à primis auspicio numero sedibus . Septem à circu=
lo subducere non possum . computo igitur circulum pro=
decem , & à decem demo septem . super sunt tria . ea sub li=
nea locantur . Transo ad secundam sedem . numerus infe=
rior subducendus occurrit , nouem . huic unum addo : quia
ad circulum in primo loco assumpsi decem , & pro decem
computo . ea à nouem demere non possum . mutuor igitur
alia decem : & addens ea superioribus nouem , computo
decem & nouem . à quibus deduco decem . reliqua sunt
nouem , quæ subscribo . Pergo ad tertium locum : ubi quia
in priore sede sum deceem mutuatus : unum adiungo ad
numerum inferiorem , nempe , duo . & fiunt tria , ea sub=
duco à quatuor , quæ supra sunt . reliquum est unum . Id
subscribo . Progredior ad quartum locum . numerus us=
terque quinque continet . & quia alter alterum exha=

rit: nihil erit reliquum. pono igitur sub linea circulum.
 Quinto loco sex à nouem substraho. tria relinquuntur:
 quæ linea & subiçio. Sexto loco, quia septem à duobus de-
 mi non possunt: assumptis ad ea decem, fiunt duodecim.
 à quibus aufero septem, & quinque supersunt: quæ linea &
 subdo. Septimo loco quia 10 in priori sede sum mutua-
 tus: inferiorem numerum, octo, uno augeo, & nouē com-
 putu. ea, quia à septem auferre non possum: ad septem as-
 sumptis decem, à septem decim aufero nouem. reliqua ma-
 nent octo. ea sub linea depono. Propero ad postremum lo-
 cum: quo memoria affert unū: quia ex superiore sede sum-
 pta sunt decem mutua. eo ad inferiorem numerum quater=
 narium: iuncto, fiunt quinque. quibus à quinque superiori-
 bus demptis, nihil superest reliquum. nihil igitur omnino
 subscribitur: tum quia subductio iam peracta est: tum quia
 postremus locus circulum nunquam capit. Reliquum igi-
 tur superioris numeri, à quo inferiorem subduximus: sub li-
 nea reperietur. Octies millena millia, quingenta triginta
 millia, centum nonaginta tria. Iterum aliud exemplum plu-
 rium locorum magis impeditum ponamus.

1	0	0	0	0	8	1	0	0	7	1	0	0
4	8	4	0	5	7	4	8	0	0	8	7	

5 1 6 0 2 3 5 2 7 0 1 3

Primo loco, quia supra septem est circulus, assumantur
 decem: à quibus septem deductis. tria supersunt. Secundo
 loco occurruunt octo: quæ unitate ex memoria augmentur:

& sunt nouem. si ea à decem ad circulum assumptis subtractantur remanet unum. Tertio loco unum supra, infra circulus est, unum ex memoria promitur: quod superius exhaustit & quia nihil superest: subscribemus circulum. Quarto loco, quia inferius circulus est: superius septem: à quibus nihil est, quod subducamus ipsa septem subscribuntur. Quinto loco, quia octo à circulo deminiqueunt: à decem quae mutuamur, ea deducimus. duo restant. Sexto loco, ad quatuor quae infra sunt: unum addimus ex priore sede memoria subministrante: quae simul addita subducimus à decem ad circulum superiorem assumptis, remanent quinque. Septimo loco, septem uno detta, quia ab uno demi nequeunt: ab undecim tolluntur, sumptis decem. tria subnotamus. Octavo loco, quinque quae sunt infra, uno ex priore sede delato, augemus: & sex ab octo subtrahimus. duo manent reliqua. Nono loco supra & infra circulus est. igitur sub linea ponitur circulus. Decimo loco, sublatis quatuor à decem, quia à circulo nequeunt eximi. sex subsignanda sunt. Undecimo loco, octo, quae inferius sunt: uno in memoria recondito augemus. & nouem, quia à circulo non possumus: à decem deducimus. sic unum manet reliquum. Duodecimo loco primus unum ex memoria: & addimus ad quatuor. quae, quia supra circulus est: auferimus à decem: & quinque nobis supersunt. ea sub linea deponimus. & quoniam unum adhuc superest mente reconditum: quod unitatem illam superioris ordinis postremam exhaustit: circulus subscribi deberet:

deberet. nisi postremus esset locus, qui eum non capit, igitur nihil amplius apponitur: quia per actum est opus. Reliqui summa est. Quingenties sedecies millies millena millia, uicies ter millena millia, quingenta uiginti septem millia, & tredecim. Si quis expedite sine ulla mora numeros uelit subducere: primum memoriter ediscat, quantū erit reliquie si singuli numeri primarij, minores à maioribus subducantur: id quod pueri plerique omnes tenent. & rursus quid supererit: si numeri simplices, maiores à minoribus cum denario numero infra uiginti copulatis fuerint subducti.

Et quemadmodum in additione præcepimus in primis, in memoria recondendum esse, quos numeros procrearent singuli numeri primarij sibi inuicem copulati: ita hinc est conuerso per necessarium putamus: ut expedite quis teneat: quos relinquant numeros singuli numeri primarij, uel inuicem à se subducti, uel à procreatis per sui additionem numeros extracti. Quod si quis ignorat: unius horæ labor, modo intentus sit animus: id suppeditabit. Verbi gratia, decem à decem & nouem deductis, supersunt nouem. nouem à decem & octo demptis, reliqua sunt nouem. nouem à septemdecim sublatis, manent octo, si nouem tollas à sexdecim, remanent septem. si nouem demas à quindecim, restant sex. si nouem auferas à quatuordecim, supererent quinque. nouem exemptis à tredecim, quatuor remissa sunt. Si uero nouem extrahas à duodecim, tria remanebunt. Ab undecim sublatis nouem, duo superesse param est. Deinde octo à septemdecim tollantur, nouem re-

manebunt. Octo demantur à sexdecim, octo relinquuntur. octo subducantur à quindecim, septem erunt reliqua. octo auferantur à quatuordecim, sex adhuc supersunt. Si octo deducas à tredecim, quinque manent. Si octo à duodecim extrahas, quatuor existunt reliqua. Si octo tollas ab undecim, tria sunt reliqua. Rursus septem à sexdecim tolle, nouem depræhendes. Septem aufer à quindecim, octo reperies. Septem subtrahe à quatuordecim, uidebis superesse septem. Septem deme à tredecim, sex inuenies. Septem à duodecim demptis, quinque supersunt. Septem ab undecim sublatis, quatuor relicta sunt. Iam sex à quindecim dempta, nouem relinquunt. Sex à quatuordecim subductis, supersunt octo. Deme sex à tredecim, remanebunt septem. tolle sex à duodecim: reliqua erunt sex. Aufer sex ab undecim: quinque tamen supersunt. Age, si quinque à quatuordecim subduxeris; nouem superesse inuenies. Si quinque à tredecim tollas: octo depræhendes. Si quinque à duodecim demas: reperies septem. Si quinque ab undecim subducas: reliqua erunt sex. Iam uero, si quatuor à tredecim deducantur: relinquuntur nouem. Si quatuor tollantur à duodecim: octo remanebunt. Si quatuor ab undecim auferantur: septem erunt reliqua. Rursus tria demantur à duodecim: nouem nobis occurrunt. Subducantur tria ab undecim: octo sese offrunt. Denique duo sublata ab undecim nobis relinquunt nouem.

Hec, quæ pluribus uerbis edocuimus: figuris annotatae sub oculis subiecimus.

	19	18	17	16	15	14	13	12	11	
9	19 9	18 9	17 8	16 7	15 6	14 5	13 4	12 3	11 2	9
8	17 9	16 8	15 7	14 6	13 5	12 4	11 3	8	8	
7	16 9	15 8	14 7	13 6	12 5	11 4	7	7	7	
6	15 9	14 8	13 7	12 6	11 5	6	6	6	6	
5	14 9	13 8	12 7	11 6	5	5	5	5	5	
4	13 9	12 8	11 7	4	4	4	4	4	4	
3	12 9	11 8	3	3	3	3	3	3	3	
2	11 9	2	2	2	2	2	2	2	2	

MULTI, qui de subtractione antehac scripsierunt,
principiantur: quoties numerus maior in aliqua numerorum
sedē deducendus est, quām is à quo deduci debeat: statim
ab ulteriore loco proximo decem esse petenda: delendamq;
esse notam. unde fuerunt petita: & altam unitate mino-
rem eius loco reponendam. Quod si circuli sint medij: iu-
bent omnes esse delendos: & eorum loco figurās nouenā-
rias apponendas. Si unitas sit figura, quae decem commo-
dat: illam in circulum mutandam. Et quia non inutile ad
multa erit quae illi produnt cogno- 2 9 10 10
scere: quamvis priores deleant no 3' 0' 1' 0'
tas: eorum exempla figuris anno= 1 1 1 1
bata subiecimus. —————
1 8 9 9

Numerus superior à quo deductio fieri debeat, signetur.
tria millia & decem. inferior, mille centum & undecim.
Principio quia unum à circulo non possunt deducere, de-
cem à secundo loco sumunt: & figura unitatis ibi deleta:
circulum reponunt. ab illis decem exempto uno, nouem su-
persunt. Secundo loco, quia unum à circulo subducere
non licet: & tertius itidem locus circulum habet ex quar-
to loco, ubi tria notata sunt, decem petunt: & pro nota
ternaria, quam delent: binariam ibi reponunt: circulumq;
tertiij loci medium in figuram nouenariam mutant. Dein-
de unum secundo loco extrahunt à decem: & sub linea re-
ponunt nouem. Tertio loco unum auferunt à nouem. ma-
nent octo. Quarto loco unum à duobus deducunt. &
unum, quod est reliquum, sub linea locant. Hæc deducen-
di via

di uia quanquam certa est, & memoriam seruandis unitatibus non onerat: numeri tamen maioris, à quo fit deductio notas confundit: ut si cui propter errorem in subdu- cendo admissum repetendum esset opus: numerum primo datum agnoscere non posset. Alij, quoties numerus subducendus maior eo est, à quo fit subtractio: præcipiunt in- ferioris numeri distantia à denario, ad superiorem, à quo fieri debet deductio, addi: & numerum ex additione illa procreatum lineæ subdi. Et quandocunque distantiam ac- cipiunt: semper subtrahendæ proximæ figuræ unitatem mente reconditam addunt. ut illa nota sic aucta deducatur ab ea, quæ supra eam posita est. idq; per omnes numero- rum locos seruant. ut si septem à quatuor essent demenda: quia septem à decem per iria distant: tria ad quatuor ade- dunt: septemque sic procreata subscribunt.

3	4
9	7
<hr/>	
	7

& unum mente seruatum in proximi loci numerum inferiorē, qui ducendus est: trans- ferunt.

Si uero nota: cui addendum est unum memoria retentum: nouenaria fuerit. uno aucta fit decem: & nihil à decem di- stat: numerum supra verticem possum, à quo fuisset facta deductio: integrum subscribunt. ut si nouem secundo loco. quibus unitas ex primo loco seruata addenda est: subducen- da essent: à tribus in superiore ordine positis. quia nouem uno aucta sunt decem: et nulla est distan- tia, quæ capi possit: tria quæ supra uero- ticum sunt: sub linea reponunt

3	4
9	7
<hr/>	
	7

Sin figura cui addenda est unitas: sit circu- 2 4
tus: cum nihil sit cui addatur: eam ipsam à 0 7
superiore figurā auferunt: & reliquum sub- $\frac{1}{1}$ 7
notant.

Si uero supra etiam circulus sit: no 2 0 4
suum, quæ distatia est à decem lineæ 0 7
subdunt. $\frac{9}{9} 7$

Vbicunque uero superior nota circulus est: inferior figura
significans: distantiam inferioris à decem 1 0
subscribunt. ut si duo à circulo deduci 2
debeant: quia duo à decē per octo distant $\frac{8}{8}$
octo subscribuntur.

Cætera quæ tradunt, cum his omnino consentiunt: quæ
nos supra precepimus. Hic quoque subducendi modus:
quamvis neminem fallat: tamen dum frequenter aucupa-
mur distantiam: dum eam inuentam ad superiorem nume-
rum addimus diu nos moratur, & pene plus de additione
quam de subtractione refert. Quamobrem uia per nos su-
pra tradita magis erit sequenda: quæ cum sit certissima,
tum longe cæteris est & breuior, & expeditior: nec ul-
lam auferit subducenti moram. notas quoque primas re-
linquit semper intactas: ut si cui propter errorem in sub-
trahendo admissum, repetendum esset opus: primus nu-
merus ante oculos presto illimaneat. Quod si quis inue-
stigare pergit. quare quoties decem ab aliqua numero-
rum sede mutuamur: toties ad inferiorem sequentis loci
numerum,

numerum, qui deduci debeat: unum addamus: cum prima facie cuius uideri possit: unitatem illam ad superiorem sequentis loci numerum, à quo fit subtractio, potius addi debere. Ne præcepta dare uideamur: quorum lectori non constet ratio: causam aperiemus: cur ita fieri necesse sit. Nam omnis numerus ultra primum locum uel numeros denarios continet: uel ex denarijs collectos. unde cum in aliquo numerorum loco maior occurrit nota in ordine inferiori, quam quæ ex minori superioris ordinis deduci possit: necesse est superiorem ordinem ab ulteriori aliqua numerorum sede eum numerum mutuari, qui sufficere possit. is autem erit denarius à proxima ulteriori classe petitus: qui iunctus ad minorem illum primarium superioris ordinis numerum, ad cuius accersitur auxilium: magnitudinem superabit illius maioris numeri: qui prius à minori non potuit subduci. Quocirca cum denarium aliquem numerum ab ulterior sede petimus, illius notam secundum præceptionem nostram ibi relinquentes intasciam: si nihil ad inferiorem illius loci figuram, unde decem sumpsimus: adderemus: quod denarij numeri commoda-
ti notam adhuc restantem exhaustiret: decem ibi redun-
darent: quæ ante memoriter fuissent illinc deprompta.
Quamobrem, ut illa decem sumpta mutuo, quorum ad-
huc figura nihil mutata ibi manet: cum ad illum locum uen-
tum erit, exhaustiamus: unitatem semper ad sequentis loci
inferiorem numerum: qui subducendus est, addimus: quæ
numerum illum denarium ibi redundantem subducat. Id

que per omnes numerorum sedes: quoties decem uel ad circulum, uel ad alium primarium assumimus.

Si quis experiri uult, an recte subdu^ctio facta si: id quod summae reliquum est, ad numerum retractum addat. & si ex illa numerorum adiunctione maior numerus, à quo minorem subduximus. iterum surget: tum necesse est subtractionem recte peractam esse. Quod si alium numerum, quam cum à quo prius minorem abstulimus: additio illa producet: errorem calculi interuenisse palam est. Nam quemadmodum totum omnibus suis partibus sciuncis par est: ita partes omnes compositæ suo toto sunt pares.

Cum itaque maior numerus totus à quo subdu^ctio facta est: minorem, qui subtractus est, & reliquum quod superest, partes suas habeat: eisque pars sit: fieri non potest, quin partes illæ rursus compositæ suum totum, id est, primum numerum, à quo minorem abstulimus: denuo procreent. Et si partes illæ simul posita^e alium numerum creant: error manifestus est. nam omnes partes collectus à suo toto dissidere, rerum natura non patitur. Vsum autem subductionis esse iam ante diximus, ut indicet quid sit reliquum: & quantum maior numerus minorem superet. Quod quum præcepta, quæ tradidimus: inuentum fuerit: simul depræhensum erit, quantum ipsi numeri inter se distabunt. Nam quantum alter numerus alterum superabit: tantum inter se distare comperientur: ut quot unitatis minor à maiori superatus fuerit (quod semper ipsum reliquum indicabit) totidem distent. Verbi gratia. sume

duos

duos numeros, alterum septem, alterum tria. deme tria à se-
ptem, reliqua sunt quatuor. septem enim tria superant qua-
tuor unitatibus. distant igitur inter se totidem. Quod si du-
os numeros æquales sumas: & alterum demas ab altero:
quia nihil erit reliquum: nihil inter se distabunt. Itaque si
perscrutari uelis: quantum duo quiuis numeri inter se dista-
bunt: postquam altero ab altero subducto, comperisti re-
liquum: una opera differentiam depræhendisti.

Q V O D S I uarij generis numeri subducendi sunt:
descriptis in suas classes, ut in additione diximus: eorum ge-
neribus: ucluti aureis ualentibus singulis denarios 25. de-
narijs ualentibus singulis sestertios 4. sestertijs ualentib-
us singulis duos asses & semissem cuiusmodi sunt uetera
nummismata Romana: numerorum subductio à dextra su-
mat initium: subtrahanturque numeri primæ numerorum
classis inferiores à superioribus: si id fieri potest. Cetera
rum si id fieri nequit: à proxima denariorum classe sum-
ptus mutuo denarius, & in 4. sestertios resolutus, nume-
rum sestertiorum superioris numeri augeat: ut tum de-
num inferioris subductioni sufficiat: & quoties numerus
aliquis mutuo sumetur: toties ad classis sequentis proxi-
num numerum subducendum, unitas est addenda. Similiter
si denariorum numerus subducendus maior sit, quam
ut à superiore decim posse: aureum mutuum à proxima sta-
nistra classe petamus: ut is in denarios 25. resolutus, nu-
merum denariorum à quibus fiet subductio: augeat. &
cum ad illam classem uentum erit; ad numerum proxie-

mum subducendum unitatem adiungamus. Itidem fiat de quibuscunque uarijs numismatum generibus, cuiusuis nationis, subducendis. Veluti aureis, denarijs & nummis uiuoribus. Exemplum hic subnotauimus: quod solus facile si ne preceunte explicabis.

Aurei	Denarij			Sestertij
1	2	3	1	2
4	5	6	1	7
6	6	6	1	3

DE MULTIPLICATIONE.

MULTIPLICATIO numerorum est unius in alterum ductu tertij numeri maioris procreatio: qui toties numerum multiplicatum contineat: quoties numerus multiplicans capit unitatem. Et ut apertius dicamus. Numerorum multiplicatio est maioris numeri procreatio per alicuius numeri ad seipsum frequentem accumulationem, crebramq; additionem toties repetitam, quocties numerus multiplicans continet unitatem. Vsus eius non modo Astrologis pro reductione signorum ad gradus, graduum ad minuta, minutorum ad dimidia, & sic deinceps: uerum etiam ad uitam humanam degendam mercatoribus, & omnium hominum conditioni pernecessarius est. Verbi gratia. Si quis centum tritici modios, decem surcis singula, emit: & scire cupit, quid ei, pro uniuersis soluendum. In multiplicatione peragenda tres omni-

non nunc

no numeri requiruntur. Primum numerus multiplicandus: quem per alium multiplicare destinamus. Deinde numerus multiplicans, qui toties eum numerum, quem multiplicare decreuimus, colligat: quoties in se ipso contineat unitatem. Nihil autem refert, an minor numerus multiplicet maiorem, an ē conuerso minorem maior. Nam ex eorum mutuo in se ductu idem utrobique numerus semper surget. Sicut ter septem, & septies tria eundem numerum creant: facilior tamen longe multiplicandi modus est: cum numerus minor multiplicantis partes occupat: & numerus maior multiplicandi: quam cum contra fit. Tertius numerus, quem requirimus: ex numeri multiplicantibus in eum, qui multiplicandus est: ductu, uelut amborum foetus procreat, per multiplicationē nobis inuestigandus. Numerus is, qui multiplicat: ab eo, quem multiplicare uolumus: eo dinoſcitur. quod numerus multiplicans per aduerbiū semper exprimitur: multiplicādus autem per nomen. ut si ter septem dicas, ternarias numerus multiplicās est. septenarius multiplicandus. Illud in primis animaduertendū est: V nū nec se ipsum neq; aliū numerū multiplicare. Nempe semel unum nihil est nisi unum. quatuor semel nihil amplius sunt, quam quatuor. Et ut facillima quæque primum expediamus. Si quis aliquem numerum per decem multiplicare uelit, unum solum circulum à dextra ei præponat: qui sequentem numerum augebit in decuplum. Si numerum quemuis per centum multiplicare uoles, duos à dextra præpone ei circulos: & nu-

merus, qui sequitur, augebitur in centuplum. Sin per mille numerū quemlibet multiplicare cupimus, tribus à dextra adiectis circulis, auctus est in millecuplum. Atq; itidem si quis per eum numerum, quem aliquis quantumuis ulterior numerorum locus significat: alium numerū multiplicare destinat: is totidē eidem adscribēs circulos, quot locum illum repræsentare possunt: multiplicationem absolvet.

Principio ad numeros omnes expedite multiplicādos, nō parum nobis conducet, in memoria reconditum haberet: quem numerum singuli primarij infra decem, aliis in aliū ducti procreent: id quod ex numerorum uelut in tabula depictorum quadam descriptione facile depræhendi potest. Ea autem est huiusmodi. A sinistra ab uno incipiens, ac naturali numerorum serie in dextram progressi, singulos primarios usque ad decem, modicis interuallis scribe. Deinde ab illo ipso uno ad sinistram positio, uelut à quodam uertice, iterum incipiens, eandem numerorum seriem deorsum uersus tendendo, modicis & paribus interuallis distingue. Singulosque primarios usq; ad decem ita scribe: ut numerorum utraque series uelut Pythagoræ normam angulum rectū facientem nobis depingat. Postea sub prima serie, quæ à leua in dextram tendit: à binario numero incipiens, aliam decem numerorum series contexere: in qua singuli numeri, qui in dextram progressiuntur: binarij incrementum accipient, ea series definiat in uiginti. Tertius rursus ordo decem numero-

rum à ternario numero ad sinistram exordium sumens de-
sinat in triginta, singulique numeri in dextram protensi
incremento ternarij augeantur. Quartus itidem ordo à
quaternario initium capiens, atque per decem numeros
in dextram progrediens, singulis auctis adjiciat quater-
narium desinatque in quadraginta. Quinta similiter seri-
es à quinario procedens per decem numeros, quinario
quenque auctos, finiatur in quinquaginta. Sextus ordo à
senario ad leuam orsus, per decē numeros, senario quen-
que auctos, ad sexaginta pertedat. Septima quoque series
à septenario exorsa singulis auctis numeris septenarij in-
crementum adjiciat, in septuaginta desinens. Octauus or-
do ab octonario ad octoginta perueniat: octonarij au-
gmentum ad singulos auctos numeros accommodans.
Nona series similiter à nouenario progrediens ad nona-
ginta, per numeros decem, nouenario quenque crescen-
tes protendatur. Decimus ordo à denario procedens se-
quentes numeros, denario singulos, augeat: desinatque in-
centum. Deinde numeris ita scriptis, lineæ parallelae in-
ter singulos ordines directe sic ducantur: tam à summo
uertice ad imum cadentes, quam transuersæ à leua in dex-
tram, ut eiusmodi linearum ductu singuli numeri quadra-
tis locellis ubique concludantur.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	30	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

HAEC numerorum figura mira quadam proprietate primiorum numerorum multiplicationem nobis ante oculos ē uestigio demonstrat. Nam si scire cupis: quem numerum duo quilibet primarij in se ducti creent. Primum illorum alterum in serie supra in sinistra in dextram protensa perquire. Deinde alterum uestigia in prima ad sinistram serie descendente. quos ambos cum inueniris: ab altero inter parallelas lineas rectas semita descens, ab altero in transuersum parallelas duces sequens. progredere: donec ad linearum in quadrangularem for-

mam coeuntium locellum angularem peruenias: in quo numerum quem requiris: ex amborum in se ductu procreatrum deprehendes. Verbi gratia. si uis scire: quem numerum septies octo procreent. in altera serie septem, in altera octo quare: parallelasque utriusque numeri. alteras descendentes, alteras transuersas, uelut duces, sequere: donec in quadrangularem coeant figuram. in cuius angulari locello quinquaginta sex nota inuenies. Atque itidem in reliquis numeris primarijs. Veruntamen, ut ante dixi: qui sine ulla mora numeros multiplicare uelit: primiorum inter se multiplicationem in memoria, uelut in numerato, reconditam habere debet: ut expedite, cum res poscat: singulos numeros, ex primiorum in seductu generato, tanquam ex thesauro depromat. id quod paucis horis quiuis uel infirma memoria facile potest ediscere. Alioqui si ad numerorum figuram supra nobis depictam identidem respiciendū erit: quid fiet, quando librorū non adest copia. Ne igitur in leuiculis semper sit hærendum: paucarum horarum industria longi temporis tedium deuoret: ut quoties usus postulabit, numerorum primiorū multiplicationē mente prius repositam memoria suppeditet. Id quod ad numerorum quoque partitionem non minus conseret. uti latius dicemus: quando eò uentum erit.

Q VOD SI cui est animus eiusmodi numerorum figuram in tantam amplitudinem dilatare: ut magnos etiam numeros per linearum inspectionem compendio quodam multiplicare possit: Ab uno exorsus, quemadmodum

Ante diximus : naturalem numerorum seriem , quantum si libuerit : quantumq; in immensum uelit : tam à sinistra in dextram progrediens , quām à uertice deorsum descendens extēdat : singulosque contexens ordines illud semper obseruet : ut à quo numero initium series noua capiet : illius incremento singuli eius numeri sequentes augentur .
 Præter cæteras quoque egregias huic figuræ dotes ab Arithmeticis traditas , quas nunc altius attingere nostri instituti non est : illa insignis habetur : quod si ab uno , qui numerus ad leuam summus est : ad cētum , qui ad dextram habetur , imus : per angulos oppositos linea ducatur : numeri omnes , quos secabit : quadrati reperientur : qui ex cuiusque eorum in se ipsum ductu , procreantur . Id quod euenerit : si quantumuis in immensum pertenderet figura . Ad hæc ubique occurruunt numeri quadrati : idem ex duetu angulorum oppositorum in oppositos producetur . ut si tria per tria multiplicentur : perinde sit , ac si unum in nouem ducatur , quod quia ad radicum in numeris investigationem : de qua suo loco dicturi sumus : pernouisse est utile : hic degustasse , non alienum est uisum .

QVI de numerandi scripserunt arte : de simplicibus numeris inter se multiplicandis , certam hanc dederunt regulam : quæ sane & breuis est , & supputationem auspicantibus admodum utilis : ut duo quiuis numeri primarij multiplicandi sumantur : maiorisq; numeri , si alter maior fuerit : à denario distantia capiatur . Deinde quot in ea distantia reperientur unitates ; toties minor numerus à suo denario ,

denario, quem ipse denominat: subtrahatur. & numerus
relictus erit is, quem querimus. Verbi gratia. Scire uo-
lens, quotum numerum componant quinques septem su-
me tria, distantiam septenarij: qui maior est numerus ac
ter aufer quinque, numerum minorem, à denario, quem
denominat: hoc est à quinquaginta. supersunt triginta
quinque: quae ex horum in se ductu procreantur. Sin nu-
meri aequales fuerint: nihil refert: utrius à denario distan-
tiam assumas: ut quot in ipsa distantia deprehendas uni-
tates: ioties à denario, quem alter denominabit: alterum
numerum demas. ut si octies octo multiplicandi sunt: su-
me duo, distantiam utriusque à denario: bisque aufer octo
ab octoginta. reliquum erit sexaginta quatuor. is est nu-
merus, quem requirimus. ex illorum in se ductu genera-
tus. Alij autem ad multiplicationem numerorum prima-
riorum, quorum duo quiuis additi maiorem denario nu-
merum procreant: aliam docuerunt regulam. ut uterque
numerus ad sinistram, alter sub altero scribatur. Deinde
utriusque à denario distantia ē regione ad dextram ponat-
ur: distantiaeque altera per alteram multiplicentur: &
quod productum erit, sub linea ducta notetur. Deinde al-
ter utrius distantia ab altero subtrahatur: & prius adie-
cto si quid memoria seruat: subscripto numero. ex distan-
tiarum in se ductu procreato, à sinistra locetur. ut si sexi-
es octo multiplicare uelis: supra octo, infra sex repone.
Postea contra octo oppone pro distantia ad dextram duo.
contra sex oppone quatuor. duc postea duo in quatuor. fa-

sunt octo, ea subsribantur. Exime deinde per oppositos angulos, uel duo à sex: uel si maius: quatuor ab octo, superunt quatuor. ea à sinistra numeri prius subscripti locentur. Quod si numeri primarij simul additi numerum denarium non transcendent(hi autem sunt omnes minores infra sex) eos sine ullo præcepto pueri plerique omnes multiplicare sciunt.

NUMEROS multiplicaturi supremo loco eum scribamus: quem multiplicare destinamus. tum deinde inferius alterum, per quem multiplicare superiorem uolumus: ita reponamus: ut primarij numeri illius ordinis primarijs superioris, deni denis, centeni centenis, & sic deinceps respondeant. Et si numeri sint inæquales: maior semper supra pro multiplicando ponatur: minor infra pro multiplicatione. Quo fiet: ut multiplicationis modus futurus sit expeditior. Postea sub ambobus numeris à leua in dextram calamo linea ducatur.

4	2	3
1	2	

Deinde prima nota multiplicantis numeri in primam multiplicandi ducatur: et si id, quod ex multiplicatione proueniet, infra decem erit: ad dextram primo loco sub linea reponatur.

3
2
6

Si uero surgat numerus aliquis ex denis collectus subscribatur circulus: & denorum illorum denominatio memorie commendetur: ad sequentis loci multiplicationem addenda.

5
4
0

SIN prodeat numerus aliquis ex denis et primarijs
cōpositus: primarius primo loco deponatur: denorumq;
denominatio mente recondatur: ut ad sequentis 5
loci numerum ex multiplicatione procreandum 3
coniungi possit. 5

Iterum nota prima numeri multiplicantis ducatur in mul-
tiplicandi secundam: & quod inde creatum 2 5
erit: postquam ei additū fuerit id: quod mēte
retentū est, si quid tale ex priori loco trans- 3
latum superest: secundo loco subscribatur.

Rursus eodem modo in tertīā, quartā, & reliquas qua-
tumlibet ulteriores multiplicandi numeri figurās eadem
prima nota numeri multiplicantis ducatur: & quod ex
ipsis in seductis creabitur: eisdem locis sub linea repona-
tur: quibus enatū erit. Demū pri= 2 1 2 5
ma illa multiplicuntis nota, que 3'
suū peregit opus: ne amplius tur= 6 3 7 5
bam faciat: obelisco transfigatur.

Post hæc secunda numeri multiplicantis nota in primam
multiplicandi, & deinceps in omnes reliquias, eo ordine,
eodemque modo ducatur: quo de prima nota fieri debere
diximus. Et numeri ex eorum in se ductu prouenien-
tes, ita sub linea & sub figuris ex priore multiplicatione
productis ponantur: ut primus eorum sub secunda multi-
plicantis nota: secundus sub tertia: tertius sub quarta: &
sic deinceps in sinistram procedendo locetur. Et quam-

uis pauciores notæ numeri multiplicantis, quām multiplicandi fuerint: semper tamen progressus in leuam à secunda nota multiplicatis exorsus, minimum, per totidem seruetur locos: quot figure fuerint in numero multiplicando. Postea secunda nota suum enixa fœtum calamo transfigatur.

Tertia deinde & quarta ac reliquæ omnes, quotquot fuerint: multiplicantis numeri notæ in singulas multiplicandi numeri eodem modo ducendæ sunt: numerique ex multiplicatione nascentes sub linea & sub ordinibus ex priore multiplicatione procreat: ita reponendæ: ut tertia notæ multiplicatis fœtus, à tertio loco, quartæ à quarto, & sic deinceps, progressionis in sinistram capiat exordium: per totidemq; notas, minimum, protendatur: quot reperientur in numero multiplicando. Singulæque notæ, postquam officio sunt functæ: obeliscis inductæ cälamo transfigantur.

2	1	2	5
1'	3'		
6	3	7	5
<hr/>			
2	1	2	5
<hr/>			
1'	2'	1'	3'
6	3	7	5
<hr/>			
2	1	2	5
4	2	5	0
<hr/>			
2	1	2	5

Peractademum figurarum omnium multiplicatione, rursus sub omnibus numerorum ordinibus ex multiplicazione procreatis altera linea à leua in dextram ducta, ad primum locum pertendat. Deinde à primo loco exorsi, omnes illos

nes illos numeros ex figura= 2 1 2 5
rum in se ductu natos simul 1' 2' 1' 3'

addamus; numerosque ex lo 6 3 7 5
cis singulis collectos eisdem 2 1 2 5
locis sub linea subsciba= 4 2 5 0
mus. Ita numerus sub linea 2 1 2 5
repositus is erit: quē mul= 2 5 7 7 6 2 5
tiplicatio nobis procreabit.

De circulis autem illud præmonendum putamus: ut quo= 1 2 3
ties in numero multiplicante nobis oc= 1 0
currit circulus: totidem sub linea circu= 0 0 0
los reponamus: quot fuerint figuræ nu
meri multiplicandi.

Quod si numerus multiplicandus circulū aliquē habeat: 1 0 2 1 0 4
is etiam sub linea suo ponatur 1 3' 1 3'
loco: nisi aliquid in memoria 3 0 6 3 1 2
retentum supersit, quod illic deponi debeat.

NVNC EA, quæ diximus: illustremus exemplis.

Multiplicemus septē	7 9 6 3
millia noningēta sex	1 8' 5' 2'
aginta tria per mil-	1 5 9 2 6
le octingēta quinqua	3 9 8 1 5
ginta duo. Postquā	6 3 7 0 4
numeris scripti, subie	7 9 6 3
cūq; linea fuerit sic	<u> </u>
nobiscū tacite medi	1 4 7 4 7 4 7 8

temus.

temur. Primo loco bis tria creant sex, ea sub linea primo loco notamus. Iterum bis sex faciunt duodecim. duo sub linea secundo loco ponimus. unum pro denarij denominacione mente retinemus. Rursus bis nouem procreant decem & octo. quibus unum ex memoria addimus. fuit decem & nouem. nouem igitur tertio loco linea subdimus. unum mente recondimus. Demum bis septem producunt quatuordecim: quæ quum augentur uno ex memoria de prompto: fuit quindecim. sic quinque quarto loco repominus. unitatem in quintum locum transferimus. atque ita primam illam notam multiplicatis numeri, quæ suum peragit opus: obelisco transfigimus. Postea secundam multiplicantis notam, nempe quinque, in primam multiplicandi ducamus, intra nos ita missitantes. Ter quinque creant quindecim. quinque secundo loco sub linea ponimus. unum mente seruemus. Iterum quinquies sex faciunt triginta: quibus unū ex memoria de promit. fuit triginta unum. ex his unum tertio loco reponimus. tria mente seruantur. Rursus quinquies nouem producunt quadraginta quinq: quibus tria ex memoria addita quadraginta octo faciunt. octo quarto loco subscribimus, quatuor mente retentis. Demum quinquies septem sunt triginta quinque. his ex memoria quatuor adiungantur. fient triginta nouem. ea sub linea ponantur ad sinistram. Ita secunda multiplicantis nota suum enixa factum obelisco signatur. Tertiam deinde multiplicantis figurā assumentes, sic ducimus in primam multiplicandi. Ollies tria sunt viginti quatuor. qua

tuor tertio loco linea subdimis. duo mente retinemus. ite
rum octies sex sunt quadraginta octo. ad quæ duobus ex
memoria additis fiunt quinquaginta. circulus igitur quar-
to loco subscribitur. & quinque memoria seruat. Rur-
sus octies nouem sunt septuaginta duo: quibus memoria
sumministrat quinque. sic fiunt septuaginta septem. sub-
notantur septem loco quinto, depositis apud memoriam.
Deniq; octies septem sunt quinquaginta sex: ad quæ quin-
septem ante repositaiunguntur. proueniunt sexaginta
teria. ea sexto & septimo loco subscribuntur: transfigi-
turq; ita calamo tertia multiplicantis figura. Tandem uen-
tum est ad quartam & postremam multiplicantis notam:
quæ cum sit unitas, & nullum numerum multiplicare pos-
sit: omnes figuræ numeri multiplicandi, eo ordine, quo
sunt scriptæ semel sub reliquis enatorum numerorum or-
dinibus sic ponantur. ut prima quarto loco sub ipsa unita-
te notetur: reliquæq; omnes in sinistram, nempe secunda
in quintum locum, tertia in sextum, quarta in septimum,
promoueantur. His ita peractis, ac sub omnibus enatis
numeris linea à leua in dextram ad primum usque locum
perducta, uniuersorum numerorum ex multiplicatione
prouenientium summa collecta sub linea deponatur. et
erit, Quater decies millena millia, septingenta quadra-
ginta septem millia, quadringenta septuaginta sex.

SED quoniam in hoc exemplo, quod iam explicauimus: nulli interuenerunt circuli: alterum adiungamus: in
quo tam in numero multiplicante, quam multiplicando,

circuli sint admixti; id autem sit eiusmodi.

Multiplicemus sexaginta millia quingen-	6 0 5 0 3
tatris, per quatuor millia & viginti. Post	4 0 2 0
numeros scriptos linieamque subiectam	0 0 0 0 0
primum nobis occurrit in numero multi-	1 2 1 0 0 6
plicante circulus, totidem igitur circulos sub linea reponamus quot sunt notae numeri multiplicandi. Deinde secunda nota multiplicantis in primam multiplicandi ducatur. inde sex enascentur. ea secundo loco subscribantur. Et quia secunda figura numeri multiplicantis circulus est: ex quo nihil gigni potest: is tertio loco subnotetur. Rursum secunda multiplicantis nota in tertiam, nempe quinque: ducatur. & fient decē. subiicitur igitur quarto loco circulus: unumq; memoria seruandum commendatur. Et quia quarta figura numeri multiplicandi circulus est: & unum adhuc memoria seruat: id sub linea quinto loco respondatur. Deinde secunda ipsa multiplicantis nota in quintam multiplicandi, nempe sex, ducta: duodecim proueniunt. ea sexto & septimo loco statuantur. poste a secunda ipsa multiplicantis nota suo functo officio calamo transfigatur. iterum tertio loco in numero multiplicante alter occurrit circulus. quamobrem totidem circuli quot repuruntur figuræ numeri multiplicandi: à tertio loco incipientes	0 0 0 0
	2 4 2 0 1 2
	2 4 3 2 2 2 0 6 0

circuli fint admixti; id autem sit eiusmodi.

Multiplicemus sexaginta millia quingen-	6 0 5 0 3
tatris, per quatuor millia & viginti. Post	4 0 2 0
numeros scriptos linieamque subiectam	0 0 0 0 0
primum nobis occurrit in numero multi-	1 2 1 0 0 6
plicante circulus, totidem igitur circulos sub linea reponamus quot sunt notae numeri multiplicandi. Deinde secunda nota multiplicantis in primam multiplicandi ducatur. inde sex enascentur. ea secundo loco subscribantur. Et quia secunda figura numeri multiplicantis circulus est: ex quo nihil gigni potest: is tertio loco subnotetur. Rursum secunda multiplicantis nota in tertiam, nempe quinque: ducatur. & fient decē. subiicitur igitur quarto loco circulus: unumq; memoria seruandum commendatur. Et quia quarta figura numeri multiplicandi circulus est: & unum adhuc memoria seruat: id sub linea quinto loco respondatur. Deinde secunda ipsa multiplicantis nota in quintam multiplicandi, nempe sex, ducta: duodecim proueniunt. ea sexto & septimo loco statuantur. poste a secunda ipsa multiplicantis nota suo functo officio calamo transfigatur. iterum tertio loco in numero multiplicante alter occurrit circulus. quamobrem totidem circuli quot repuruntur figuræ numeri multiplicandi: à tertio loco incipientes	0 0 0 0
	2 4 2 0 1 2
	2 4 3 2 2 2 0 6 0

entes, in leuam promouentur. Quarta nota numeri multiplicantis quaternaria in primam multiplicandi ternariam ducta duodecim producit, duo quarto loco subscribuntur. unum mente reconditur. Et quia secunda numeri multiplicandi figura circulus est: unum illud mente recentum quinto loco deponitur.

Rursus quarta multiplicantis nota in tertiam, uidelicet quinque, dicitur: prodeunt uiginti. circulus itaque sexto loco subditur, duobus memoria repositis. Et quia in numero multiplicando alter itidem circulus est obuius: duo illa mente recondita septimo loco sub linea locantur. Demum quarta nota numeri multiplicantis in quintā & postremam multiplicandi ducatur: & enascentur uiginti quatuor. ea octavo loco & nono deponantur. Post absolutam multiplicationem, sub omnibus ordinibus linea perducatur, sub qua uniuersorum foetuum collecta summa continebit. Ducenties quadragies ter millena millia ducēta uiginti duo millia, & sexaginta. Quæret fortasse quis plam. cur ita si aguli numeri ex multiplicatione procreatis semper ad leuam oblique promoueantur? & non potius directe sub numero multiplicando collocentur? Sed quisquis multiplicationis naturm altius consyderabit: statim mirari desinet. Nam cum multiplicatio toties numerum, qui multiplicatur: sibi ipsi addat, atque accumulet: quoties numerus, qui eum multiplicat: continet unitatem: oportet omnino alium numerum maiorem inuestigari: ad quem is, qui multiplicatur: hicem habeat unitatis.

Et quoniam unitas natura primum in numeris locum tenet; sequentes autem eam numeri in ulteriores sedes secundum sui augmentum truduntur: quisquis numerus unitatis vicem occupabit: is primam itidem sedem habeat necesse est: & quae ipsum sequitur: in ulteriores sedes promoveat. Cum itaque numerus multiplicans non solum in omnes multiplicandi notas ducatur: uerum etiam ei leges prescribat: quoties ad inuestigationem numeri maioris, unitatis vicem sit subiturus: necesse est omnino & tot maiorum numerorum procreandos ordines ponи quo sunt notae numeri multiplicantis: & rursus illos ipsos ordines a singulis numeri multiplicatis notis, quae representantibus unitatibus legem dant: nouas subinde primas sedes accipere. Atq; ita si primus locus, qui dux ceteris est: ab ea sede incipiet, ubi nota multiplicans sita est: siue secunda, siue tertia, siue ulterior fuerit: omnes omnino loci, qui eius ductum sequuntur: ulteriores erunt. Et cum maiores numeri ex notarum in se ductu semper querantur: statim ut sunt inuenti: in sinistram, que maiorum numerorum sedes est: promoueri debent.

Multiplicationem recte factam esse certa ratione probamus: si numerus ex multiplicatione procreatus per numerum multiplicantem diuidatur: et sectio nobis numerum, qui multiplicatus est: instauraret. Quod si alium numerum reddat: erratum esse necesse est. Hoc autem manifestius fiet: postquam numerorum partitionem explicuerimus.

Duplicatio numerorum, est corum per duo multi-

multiplicatio. Fit autem: quando nota binaria pesita sub primo loco numeri multiplicandi, ducitur in omnes eius figuras, eo modo, quo ante dictum est. de qua, cum sit species multiplicationis, atque ea quidem longe omnium factillimam nihil attinet separatim pracepta dare: sicut quidam fecerunt. non magis quam de triplicatione, quadruplicacione, reliquisque multiplicationis speciebus, quae sunt infinitae. De quibus adhuc nemo quicquam speciatim edit. quanquam in multis earum, quod sint difficiliores: maior uideri potuisse ratio: si quis id attigisset. Verum in his omnibus quomodo multiplicatio sit facienda: ca, que iam dicta sunt, abunde sumministrant.

DE PARTITIONE.

PARTITIO numerorum, est numeri diuidendi per numerorum diuisorem sectio in quasuis partes: quarum quaelibet toties contineat unitatem: quoties numerus diuidendus capit diuisorem. Numerus autem diuisor uel minor diuidendo, uel ei æqualis, esse debet. Porro maior numerus non diuidit minorem: cum in minore maior non contineatur. Et ut manifestius sectionis naturam explicemus. Numerorum partitio, est partium quarumuis, quotæcunque fuerint: procreatio ex numeri diuidendi sectione per numerum diuisorem partes illas, quas querimus: denominantem. Quantitas autem illarum partium ita depreheditur: si à numero, qui diuidendus est: diuisor

rem toties subtractamus, quoties fieri potest: diligenter obseruantes, quoties id faciemus. nam quoties subtractione repetita erit: toties numerus, quem quærimus, unitatem continet. Ita nihil aliud est numeros partiri: quam per numeri diuisoris crebram ab eo qui dividitur, subductionē, tertium numerum procreare: qui ex tot constet accumulatis unitatibus, quot repetitis iterationibus diuisor numerus à dividendo subductus est. Partitionis enim officium est nobis aperire: quantum quælibet pars numeri dividendi, quot acunque sit: in se continet. & quoties in numero dividendo numerus diuisor includitur.

QUEM ADMODVM autem in multiplicatione prædiximus non mediocriter conducere: si quis memoria teneret: quos numeros procrearent primarij numeri in se duci: ita hoc loco admonendum putamus, numeros partituris suprà quam dici potest, conferre: si sine ulla mora dicere possint quibus ex numeris compositi sint, quasq; in partes soluantur singuli numeri sub centū. Nam sicut primiorum inter se multiplicatio numeros maiores creat: quorum tamen maximus centenarium non transcedit: sic ē conuerso procreatorum ex primarijs numerorum partitio ipsos in partes, ex quibus constant: disolut: numerosque ostendit minores: ex quibus maiores sunt accumulati. Et quamvis sufficere posset ad utrumque per noscendum multiplicationis tabula suprà à nobis descrip: a: si quis eam ordine retrogrado consideret: & ab imis & maximis numeris contemplari incipiens ad sum-

mos & minimos tendat: tamen quo magis rem subijciamus oculis: quodq; pro facilitori partuione mente concepiamus, exprimamus: aliam partitionis tabulam non absimilem, ordine tantum numerorum conuerso, describemus. quæ in summa parte, & ad sinistram numeros maiores: in ima, & ad dextram minores contineat. Ea fiet ad hunc modum. Ab ima parte ab uno incipientes, naturaliq; numerorum serie in leuam progredientes singulos primarios usque ad decem modicis interuallis scribamus. Iterum ab illo ipso uno ad dextram reposito, uelut à quadam basi, capientes exordium eandem numerorum seriem ad decem usque sursum uersus ascendendo, modicis & paribus interuallis distinguamus: ut uelut normam quādam rectum habentem angulum utraque series referat. Deinde singulos ordines struentes illud obseruemus: ut à quo numero initium seriei alicuius sumemus: siue binarius, siue ternarius, siue ulterior fuerit: eius incremento singulos eum sequentes numeros in sinistram promotos augeamus. Parallelæ deinde lineæ inter singulos ordines ductæ, tam à summo fastigio ad imum cadentes, quam transuersæ à leua in dextram, singulos notatos numeros quadratis includant locellis.

100	90	80	70	60	50	40	30	20	10
90	81	72	63	54	45	36	27	18	9
80	72	64	56	48	40	32	24	16	8
70	63	56	49	42	35	28	21	14	7
60	54	48	42	36	30	24	18	12	6
50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
40	36	32	28	24	20	16	12	8	4
30	27	24	21	18	15	12	9	6	3
20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

ITA CONTRA quam in multiplicationis tabula
descriptum est: summas & sinistras partes maiores nu-
meri statim oculis occurrentes tenebunt. Quorū si quem
per minorem partiri uolemus: parallelas à maiori num-
ero diuidendo, tam ad imum marginem, quam ad dextram
latus ducentes, oculis sequamur. Vbi se nobis contuendos
offerent numeri, ex quibus constat: minores. quorum al-
ter diuisor erit: alter qui nobis indicet: quoties à diuiden-
do diuisor ipse subductus eum totum exauriat. Verum
enim uero quisquis huius tabellæ descriptæ uim memoria
recom-

reconditam tenet: ut non solum quos numeros generent multiplicati primarij, dicere expedite posse: sed etiam in quos primarios generati ipsi soluantur: id quod plurimū bidui exercitatione cuiuis licet assequi; is sine ulla mora, numeros quantumuis magnos in partes, quascunque ue- lit: facile partietur. Idque ita esse argumento est: quod qui alioqui in diuidendis numeris harent; proposita multi- plicationis tabella se se confestim explicant. quam si ordi- ne retrogrado mente repositam haberent; nihil facilior illis esset multiplicatio, quam partitio.

M O D U S autem expeditus quoscunque partiendi numeros eiusmodi est: ut primum numerus diuidendus à dextro latere scribatur: & ab eius sinistra numerus diui- sor. inter quos linea cadens media ponatur. Deinde sub numero diuidendo duæ lineæ parallelae, modico interuallo inter se distantes, à leua in dextram ducantur. sub quibus iterum divisor numerus sic subnotetur: ut ultima nota di- visoris ad sinistram sub ultima diuidendi, & penultima sub penultima, & sic deinceps locetur. Atque id quidem ita fiet: si totus numerus divisor à diuidendi notis supra se repositis subduci potest.

C A E T E R V M si maior fuerit divisor, quam diui- dendi numeri notæ supra se locatæ: ut ab his non posse to- tus subtrahi: tunc postrema divisoris figura sub penulti- ma diuidendi ponatur.

H I C quidē numerus parallelis subiectus, divisor am- bulans non abs redici potest: quod ad sinistram semper

incipiens, postquam à diuidendo numero subductus est: figuris suis deletis progrediatur ad dextram. ille uero ad leuam lineæ cadentis positus, diuisor stans non immrito uocatur: quod manens nos admoneat. quis numerus sit diuisor. Inter parallelas uero numerus is ponatur medius: qui nobis indicat, quoties in diuidendo numero diuisor continetur: ut ab illo toties huius fiat subductio. Vulgaris hunc numerum quotientem barbare uocat, participium effingens ab aduerbio. is nobis uidetur apte appellari posse numerus partitionis, aut si maius, numerus sectionis: quod ex maioris numeri sectione generetur.

ET VT à facillimis primum incipiamus. Si quem numerum in decem partes diuidere uolemus: primam à dextra parte notam, per lineam cadentem medium, separemus à ceteris: & peracta est partitio. Si in centum: duas primas sciungamus notas. Si in mille: seponamus tres. Si in decem millia: quatuor distinguamus. Et ut in uniuersum præcipiamus. Quandocunque maiores numeros partiri uolumus per minorem numerum, unitatis nota et uno circulo aut pluribus scriptum: quem aliqua numero rum sedes significat: totidem à dextra per lineam cadentem notas separemus: quot locum illum præcedunt. & absoluetur partitio. Notæ autem à ceteris separate reliquum indicabunt. quod ex diuisione superest: & supra diuisorem stantem linea interposita notentur. is locus est eius reliqui: quod post partitionem peractam remanebit. Ed ita esse palam est, nam si una nota ad dextram apposita

ta sequentem numerum ultra id, quod ipsa significat, augebit in decuplum: duæ additæ eodem modo in centuplū: tres in millecuplum: & sic deinceps: illæ ipsæ sublatæ datum incrementum omnino tollent.

S I V E R O diuisor numerus, per quem partiū ue lis unicam notam habet: is sub ultima diuidendi numeri figura: siue ipsi diuidendo æqualis, siue eo minor fuerit: ponatur. Et si diuisor ipse diuidendo numero æqualis erit: quia tantum semel ab eo subduci potest: unitatis nota sub diuidendo inter parallelas inseratur. Statimq; tam diuisor sub lineis, quam prima diuidendi figura calamo transfigatur. & diuisor in dextram ambulans sub penultima diuidendi nota iterum reponatur.

Quod si diuidendo numero minor erit diuisor: considerandum erit: quoties diuidendus eum contineat: an semel? an bis? an sepius? numerusq; id indicans inter lineas parallelas sub diuidendo ponatur. Si semel: unitatis nota reponenda. Si bis: nota binarij. Si ter: ternarij. & sic deinceps. Tum per illum numerum inter parallelas repositum diuisor multiplicandus est: numerusq; ex multiplicatione proueniens, sub parallelis infra diuisorem, prius tamen, ne rationes conturbet, deletum ponatur. isq; numerus à diuidendo supra parallelas locato subducatur. & si quid reliquum erit: supra diuidendi figuræ: à quibus fit subtractione: prius deletas, ne rationem conturbent: scribatur. Quo facto, deleatur etiam numerus subductus sub parallelis repositus. & diuisor in dextram progrediens iterum

Sub penultima diuidendi figura locetur. Vbi animaduertendum erit; quoties penultima diuidendi cum toto reliquo supra ultimam diuidendi positio (si quod fuerit) constineat diuisorem. Ipsum autem reliquum ad respectum penultime diuidendi, & quoties in progressu occurret, ad sequentium respectum, denarium illū numerum, quem nota ipsum exprimens denominat semper significabit. ut si unitatis: nota in reliquo sit: decem exprimat. si binarij: viginti, si ternarij: triginta. & sic deinceps. Numerus vero ipse indicans, quoties penultima diuidendi cum reliquo caput diuisorem, inter parallelas est reponendus. illud tandem perpetuo est obseruandum. Quandocunque diuisor in diuidendo saepius quam nouies continetur: nouem inter lineas tatum sunt reponenda. Per numerum autem ipsum inter parallelas positum multiplicandus est diuisor. & numerus ex eo proueniens, si una nota scribi possit: sub diuisore prius deleto, ne rationes conturbet: reponatur.

SIN numerus ille proueniens ex denario & primario sit compositus: ut duabus notis signari debeat: primarius semper sub diuisore ponatur. denarius autem ab eius sinistra sub reliquo diuidendi, si quod fuerit, aut sub alia ipsis diuidendi figura supra se posita statuatur. numerusque ab ipsis diuidendi figuris supra se positis subducatur. postea delectantur notae, tam que subducent & sunt, quam à quibus fit deductio. & si quid ex hac subductione iterum erit reliquum: supra penultimam diuidendi notetur.

DE INDE diuisor in dextram obambulans sub nota pro-

ea proxima penultimæ dividendi rursus collocetur. &
 itidem per omnia fiat: quemadmodum in penultima. Atq;
 ad hunc modum divisor promoueri debet: donec ad pri-
 mam dividendi figuram uentum erit. ubi si quid ex deduc-
 tione reliquum supererit: id supra divisorē stantem li-
 nea interposita notetur. qui locus est eius reliqui quod
 post divisionem peractam remanet. quod certe semper
 minus erit quam divisor: nisi in partiuione fuerit erratum.
 Quotiescumque autem post priorem subductionem inter
 partiendum continget divisorē maiorem esse notis di-
 uidendi supra se locatis: ut ab his subduci non possit: to-
 ties inter lineas circulus ponatur. & per unum locum
 progrederiatur divisor, notisque illæ dividendi, à quibus fie-
 ri subductio non potuit: ad respectum illius, sub qua divi-
 sor locatus est: uel denorum, si in secundo ab ea loco: uel
 centenorum, si in tertio posita fuerint: in sequenti diviso-
 ris subtractione semper habebunt. Et ut ea magis quæ di-
 ximus aperiamus exemplo. diuidamus septem millia o-
 ctingenta uiginti quinque per sex. Scriptis primum di-
 uidendo & divisorē cum

1	1'	2	3
6	7'	8'	2'
1	3	0	4
6 6' 6' 6'			
1'	8'	2'	4'

parallelis medijs, eo mo-
 do, quo diximus: sic parti-
 turus secum cogitet. Sex
 in septem semel tantū re-
 perio, unitatis igitur no-
 tam inter parallelas repono. & quia illa unitas sex non
 multiplicat: ipsa sex subduco à septem. superest unum re-

liquum. id supra septem calamo transfixa statuo: deleoque sex diuisorem. & sub penultima diuidendi iterum ea ponio. ibi occurunt in reliquo & penultima diuidendi decem & octo. sex in hister habentur: igitur tria inter parallelas depono. per quæ multiplico sex: & fiunt decem & octo. decem sub reliquo, octo sub diuisore prius deletis statuo. deinde octo ab octo subduco, & nihil superest. unitatis autem notam decem representantem subtraho ab uno supra se posito reliquum signante. iterum promono diuisorem: & sub proxima penultimæ eum colloco. Ibi quia diuisor maior est diuidendo: circulum inter lineas insero, deleoque diuisorem: ac rursus sub prima diuidendi figura eum repono. illuc in diuidendo uiginti quinque deprehendo. quorum uiginti ideo manent: quia diuisor proxime cum circulus lineis est insertus, ab his subduci non potuit. in quibus, quia quater sex habentur: quatuor inter lineas scribo. per quæ multiplico sex: & fiunt uiginti quatuor. Itaque sub diuisore deleto quatuor subnoto. & sub proxima diuidendi sequente pono notam binarij: quæ uiginti significat. tunc quatuor à quinque in diuidendo numero supra se repositis deduco: & unum superest: duoque à duobus demo. postea a transfigo calamo tam subductos numeros, quam à quibus subducti sunt. Vnumq; quod post diuisionem peractam manet reliquum: supra diuisoremstantem linea interposita colloco. ita numerus indicans, quoties facta sit subductio, surgit inter lineas. Mille crecenta quatuor.

PRAETEREA si diuisor numerus unicam notam significantem cum uno circulo aut pluribus habeat: totidem diuidendi numeri figuræ linea cadent e interserta se paremus à dextra: quot circuli in diuisore notam significantem præcedunt. Deinde per illam significantem notam solam amotis circulis, diuidendum numerum eo modo partiamur: quo cum unica nota fieri debere diximus. præterquam quod partitio, cum ad separatas per lineam figuræ uentum erit: cessabit. & si quid reliquum super est ex ea diuisoris subductione, que à figura diuidendi proxime separatas præcedente, facta est. id una cum ipsis figuris separatis totus partitionis reliquum erit. Atq; ideo supra diuisorem stantem, linea interposita, notetur.

$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 2 & 0 & 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 4' & 3' \\ \hline 2 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 2' & 2 \end{array}$
--	--	---

QVOD SI diuisor numerus duas aut plures habet significantes notas, unumq; aut plures in fine circulos: totidem in diuidendo numero similiter à dextra separandæ sunt figuræ: quot circuli in diuisore, figuræ ipsas antecedunt. & per illas significantes notas solas amotis circulis, diuidendum numerum eo modo partiri oportet: quo cum pluribus notis fieri debere mox præcipiemus. cesseq; partitio quando ad separatas figuræ ueniemus quas ut iam dictum est ascribemus in reliquum:

3	2	1		1	8						
2	2	•	•	5	6	4	3				
				4	7	0					
				1	2	2	2				
					1						

QVANDO autem diuisor duas aut plures significantes notas habet: sub diuidendo numero ductis parallelis ita singulae scribantur, ut ultima diuisoris sub ultima diuidendi, penultima sub penultima, & sic deinceps, omnino reponantur. nisi totus diuisor numerus maior esset totidem diuidendi figuris supra se locatis: ut ab his subduci non posset, nam tunc diuisoris ultima sub penultima diuidendi, & penultima sub antepenultima. in initio statui de beret, sicuti ante dictum est. Quo peracto, consyderandum est: utrum quoties ultima diuisoris in ultima diuidendi supra se posita reperitur: toties diuisoris penultima in diuidendi penultima. & reliquo ultimæ, si quod post diuisoris subtractionem supererit: & antepenultima diuisoris in antepenultima diuidendi, et reliquo, si quod erit, & sic per cæteras diuisoris notas reperi possit: & si id possit fieri: numerus indicans quoties diuisor continetur: inter parallelas ponatur. & per eum singulæ diuisoris notaæ multiplicentur: suo queque ordine: numeriq; ex multiplicatione prouenientes sub ipsis multiplicatis diuisoris notis sic ponatur: ut si figuris pluribus scribendi erunt: prima earum sub nota multiplicata, relique post eam suo ordine

ordine locetur: singuliq; numeri à figuris diuidendi suprà se positis, & à reliquo, si quod erit, subducantur: deletis tam diuisoris quam diuidendi notis, eo modo, quo ante di-
ctum est: cum de diuiso
$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 1 \\ \hline 9' \quad 6' \quad 3' \\ \hline 3 \\ \hline 3' \quad 2' \quad 1' \end{array}$$

re unicā notam haben-
te præcipceretur.

AT SI penultima & antepenultima & quævis alia
diuisoris nota toties non reperiatur in diuidendi figuris
supra se locatis, & reliquo earundem, si quod erit: quo-
ties ultima diuisoris in ultima diuidendi continetur: tunc
quia toties illæ à supra se repositis subduci non possunt:
quoties hæc ab ultima diuidendi: subducamus ultimam di-
uisoris ab ultima diuidendi semel minus, quam aliqui sub-
trahi posset. & consyderemus, an reliquum, quod ex ul-
tima diuidendi figura supererit: penultimæ & antepenul-
timæ & cæteris eiusdem figuris tantum subministret:
quantum ad subductionem reliquarum diuisoris notarū
ferendam satis erit.

Quod si post id factum singulæ diuisoris notæ à diuiden-
di figuris suprà se positis, & à reliquo eiusdē adhuc sub-
duci nequeunt: ultimam diuisoris bis minus, quam aliqui
subduci posset: ab ultima diuidendi subtrahamus. & ut
rum consyderemus: an reliquum, quod supererit, tantun
dem penultimæ & cæteris diuidendi figuris, suppedita-
bit: quantum subductionem diuisoris ferre possit.

QVOD SI neque bis minus subducere sufficiat:

tentemus, anter minus satis esse posſit. Sine id quidem procedit: experiamur, an quater minus deducendo proficere posſimus. Atque ita rariorem ultimæ diuisoris subduktionem subinde tentemus: donec reliquum, quod in ultima dividendi per hoc augebitur: cæteris eiusdem figuris tantum sumministret: quantum ad iustum subtractionem cæterarum diuisoris notarum ferendam sufficere posſit. Ad id autem inuestigandum partitionis tabella, quam supra descripsimus, inspecta plurimum rudes iuuabit. ut quoties ipsam rariorem subductionem in ultima dividendi considerant: semper interiores ab ea & dexteriores parallelas duces, quadrangularem formam minorem contrahentes, inspiciat. quarū extremi in marginibus locell facile indicabāt: quis numerus sit sumēdus: quinq; futurū reliquū.

CVM uero conſyderando deprehenderimus: quoties ultimæ diuisoris subduktion fieri debeat: ut cæteræ eiusdem notæ à supra positis similiter subtrahi posint numerum id indicantem inter parallelas suprà ultimam diuisoris notam apponamus. & per illum numerum quemlibet diuisoris notam multiplicemus: prouenientemque ex singulis multiplicationibus numerū sub ipsis multiplicatis diuisoris figuris sic ponamus: ut, si notis pluribus scribendis erit: primam earum semper sub multiplicata figura, reliquas post eam suo ordine collocemus: easque à figuris dividendi suprà se locatis, & à reliquo, quando occurret: subtrahamus: delentes semper prius ipsas dividendi figuræ, à quibus fit deductio: et quod ex singulis subtractionibus

nibus reliquū supererit, supra ipsas diuidendi figurās: in quibus reperiū est: prius deletas scribamus eo modo: quo antē diximus de unica præcipientes nota. Quandocunque autem in quo quis reliquo aliqua nota retro manet nondum per subtractionē exhausta: precedēsq; eam diuidendi figura, ex qua post subductionē nihil reliquū mansit: integre deletur: suprà ponatur circulus: ut retro adhuc restantis reliqui nos admoneat: simulq; eius augeat significationē.

Q V O D cum per actum erit: singulæ diuisoris notæ deletis prioribus, per unum locum promoueantur in dextram. & ultima diuisoris sub penultima diuidendi, eiusque penultima sub diuidendi antepenultima, & sic deinceps, locetur. Iterumque de diuisoris notis subducendis eodem modo considerandum est: eodem modo faciendum: quem admodum iam dictum est. Rur susque de subductione perfecta, per unum locum promouendius est diuisor. atque eadem obseruanda sunt: donec prima diuisoris nota sub primam diuidendi uenerit. ubi finietur opus.

I T A Q V E si post subductionem quicquam remanserit: quod minus sit, quam diuisor: quia partitio finita est: supra diuisorem stantem linea interposita notetur: ut inde nobis appareat: quota pars diuisoris sub linea subiecti sui ipsum reliquum suprà positum.

S I V E R O reliquum ipsum maius sit: quam diuisor: quoniam errorem inter partiendum certum est interuenisse opus totum denuo repetendum est.

P R A E T E R E A quotiescumque post unam omni-

um diuisoris notarum subtractionem, usque ad finem operis diuisor ipse diuidendi notis supra se locatis maior reperitur: ut ab his non possit totus subduci: toties circulus inter parallelas est reponendus. Et singulæ diuisoris notæ nulli facta subtractione, per unum locum transferendæ sunt in dextram. Relictæ autem illæ diuidendi figuræ in proxima sequenti diuisoris subtractione debent exhauiari. Atque ideo si post consummatam subtractionem in numero diuidendo circulus ad dextram superest: is inter parallelas à dextra collocetur.

I L L V D quoque etiam in hac partitione, quæ per plures fit diuisoris notas: perpetuo seruandum est: ut si aliqua diuisoris nota sèpius quam nouies in diuidendi figuris supra se reperiatur: nouem tantum inter lineas sint reponenda. quemadmodum in diuisione per unicam diuisoris notam facienda supra dictum est.

E T Q V O N I A M auspicantibus præcepta sine exemplis obscura uideri solent: exemplis illustremus ea, quæ iam dicta sunt.

4	7							
		5'	9'	1'	2			
		2'	9'	1'	5'	4'	1'	0
		6	2	0	3	0		
		4'	7'	7'	7'			
		4'	2'	4'	4'			
		4'						

Diuidamus

DIVIDAMVS bis millena millia noningenta quin
decim millia, quadringenta decem, per quadraginta se-
ptem. Scripto statim numero diuidendo supra parallelas,
sub parallelis diuisorem statuamus. & quia sub ultima di-
uidendi nota binaria, ultima diuisoris nota quaternaria
poni non poterit: quod hæc illa sit maior: sub penultima
diuidendi, quæ nouem continet: quatuor reponamus: & à
dextra septem. Deinde partitus eiusmodi, quæ sequun-
tur: secum tacitus mussitet, Quatuor in figuris diuidendi
suprà positis, quæ uiginti nouem denotant: septies repre-
satio. septies enim quatuor, uiginti octo creant: & adhuc
unum superest. uerum si septies sumpsero quatuor: &
unum reliquum fecero: alterum diuisoris notam septen-
tiam per septem multiplicatam in figura diuidendi suprà
se posita, & reliquo, quæ undecim continet: toties non re-
periam. sumo igitur sexies quatuor ex uiginti nouem. &
quinq[ue] facio reliqua: ut utraque diuisoris nota toties in
suprà se locatis reperiatur. reponoque sex inter lineas: &
per ea multiplico quatuor: sic fiunt uiginti quatuor. igitur
sub multiplicata figura quaternaria prius deleta re-
pono quatuor: & binarij notam, quæ uiginti significat:
post eam sub ultima diuidendi colloco. Deinde quatuor à
nouem suprà positis demo. quinque autem reliqua suprà
nouem noto. duoq[ue] etiam à duobus subduco: & utrasque
notas transfigo. iterum multiplico sex inter lineas posi-
ta, per septem, alteram diuidendi notam: & procreo qua-
draginta duo: quorum duo sub multiplicata figura septem

naria repono, quaternariaque figuram, quæ quadraginta significat, post eam à sinistra, prius septem deletis, statuo. Deinde quia duo ab uno demere non possum: assumo decem mutuo: & duo ab undecim tollo. supersunt nouem reliqua. quæ supra uerticem signo. & quoniam decem mutuo sumpsi. sequentem notam quaternariam uno augeo. sic quinque illa iam facta à quinque supra se repositis substraho: deleoque utrasq; notas. Atque ita post primam subductionem totius diuisoris per numerum partitionis multiplicati, utramque diuisoris ipsius notam per unum locum in dextram promoueo. ibi diuisoris notam quaternariam in nouem reliquis bis reperio: & tamen unum supererit: quod cum quinaria dividendi figura supra septem locata satis erit ad septem bis substrahenda, duo igitur inter lineas depono. per ea multiplico quatuor posteriorem diuisoris notam. & fiunt octo. ea subduncuntur à nouem. unum superest, quod supra nonariam dividendi figuram prius deletam notatur. delecta simil etiam nota diuisoris quaternaria. Rursus septem multiplico per duo. fiunt quatuordecim. horum notam quaternariam sub multiplicata figura septenaria: unitatis autem notam, quæ decem indicat: post eam sub uno reliquo statuo. deinde quatuor à quinque, & unum ab uno reliquo supra se reposito aufero: atq; utrisq; notis deletis, numerum ex quinq; relictum supra uerticem noto. Rursusque post totius diuisoris multiplicati subductionem utrangs; eius notam per unū locum in dextrā promoueo: ubi supra quatuor

Quatuor unitatis notam in diuidendo numero relictam, su
pra septem quatuor reperio, et quia quadraginta septem
in quatuordecim haberi nequeunt: nec ulla potest fieri sub
ductio: circulo inter lineas inserto, per unum locum rur=
sus diuisorem ad dextram transfero. ibi supra quaterna=
riam diuisoris notam in diuidendo numero quatuor, et ex
priore reliquo unum, quod decem denotat: comperio. sic
in quatuordecim ter quatuor habentur, & duo erunt re=
liqui pro altera diuisoris nota subducenda, tria itaq; in=
ter lineas depono. et per ea multiplico quatuor: fuit duo
decim. horum notam binariam sub figura quaternaria
multiplicata: unitatem autem decem denotantem sub re=
liquo subsigno. statimq; ea subduco à quatuordecim dele
tis. & duo supersunt. multiplico deinde septem per tria:
unde creantur uiginti unum. horum unitatis notam sub fi
gura septenaria multiplicata: notam autem binarij à sini=
stra sub reliquo pono: atq; ea subtraho à suprà positis di
uidendi figuris: uidelicet ab unitatis nota & duobus reli
quis sic nihil omnino superest. atq; ita utræq; diuisoris et
diuidendi notæ delentur. Veruntamen quamquam omnes
numeri diuidendi significantes notæ per subtractionem
sunt exhaustæ: tamen quia in eo superest adhuc circulus:
& partitio plene peracta non est: propterea quod non=
dum prima diuisoris nota sub primam diuidendi successe
rit: circulus ipse inter lineas ad dextram recondatur. Ita
nummerus partitionis inter lineas comperietur, Sexaginta
duo millia, & triginta.

	1'	4'	1'				
	2'	5'	2'	3'			
	3'	1'	6'	5'	6		
3	8	9	9'	7'	4'	0'	5'
	2	5	0	4	0		
	3'	8'	9'	9'	9'	9'	9'
	6'	8'	5'	8'	6'		
	8'	8'	8'	3'	8'		
	3'	4'	3'	5'			
	5'	3'					

VNUM explicauimus pro rudibus exemplum: ubi
duabus notis scriptis erat diuisor. alterum aggrediamur:
in quo tres notas. postremamq; harum minimam, reliquas
anteriores maiores habeat: cuiusmodi exempla difficultius
explicantur: quam si postrema diuisoris nota maior ante-
rioribus esset. Diuidamus itaque nouies millena millia,
septingenta quadraginta millia, quingenta sexaginta tria,
per trecenta octoginta nouem. Et quum notas diuiden-
di & diuisoris scripsierimus: duxerimusq; parallelas sub
his diuisorem ita statuamus, ut ultima eius nota si sub ulti-
ma diuidendi: penultima sub penultima: antepenultima
sub antepenultima. Deinde consideremus, quoties terna
riam notam ultimam diuisoris à nonaria diuidendi ultima
possimus subducere: ut pro cæteris diuisoris notis, que
maiores sunt: subtrahendis, satis supersit. his id fieri pos-
se deprehendemus. duo igitur inter parallelas ponimus.

per que

per quæ tria multiplicamus. fiunt sex. ea subducimus à no-
uem. tria manent reliqua. ea supra postremam diuiden-
di deletam notamus. simul deleta etiam diuisoris poste-
rema. Iterum per duo multiplicemus mediam diuisoris octo
nariam notam. surgunt sexdecim. sex sub octo deletis, re-
ponimus: unitatisque notam post octo sub postrema di-
uisoris deinde & sex à septem demimus: & unum reli-
quum supra scribimus. unitatis autē notam à tribus, quæ
ex priore reliquo supersunt: extraひmus: et duo relicta si-
gnamus supra uerticem. delenturque figuræ, tam quæ sub-
ductæ sunt: quam à quibus fit subductio. Rursus tertiam
diuisoris notam nonariam per duo multiplicemus: & fi-
unt decem & octo. quorum octo sub nonaria deleta re-
ponimus: unitatis notam pro decem proximo sequenti lo-
co. & quia octo à quatuor supra positis subducere non
possimus; decē mutuo sumptis. octo à quatuor decim sub-
ducimus. ita deletis notis, sex relicta signantur supra uer-
ticem. pro illis autem decem assumptis unum addimus ad
sequentem unitatis notam: quæ est sub diuisore: & duo
illa, quia ab uno supra se reposito auferre nō licet: decem
mutuantes ab undecim tollimus; rursus q; deletis notis, no-
uem relicta signamus supra uerticem. Et quoniam decem
iterum sumpsimus: iterum sequenti loco unum à duobus
supra signatis demimus unumq; quod supereft: notamus,
deleta nota binaria. Et quoniam semel omnes diuisoris no-
tas à supra positis multiplicatis abstulimus: eas per unum
locum singulas in dextram promouemus. ibi iterum con-

syderamus: quoties tria à decem & nouem suprapositiis
extrahi possunt: ut tamen satis ad cæterarum diuisoris na-
tarū subductionem supersit: id quinque fieri posse com-
perimus: quinque igitur inter lineas supra tria recondun-
tur. per ea, tria multiplicantur. & fiunt quindecim, quo-
rum quinque sub multiplicata figura ternaria reponun-
tur. et unitatis nota pro decem loco sequenti. deinde quin-
que subducuntur à nouem supra se positis: & quatuor re-
liqua supra scribuntur. unitatis autem nota ab uno reli-
quo tollitur: delenturq; figuræ. Multiplicatur deinde se-
cunda octonaria diuisoris nota per quinq;. inde surgunt
quadraginta. circulus itaq; sub octo locatur. et quaterna-
ria nota, quæ quadraginta significat: post eum. ea subtra-
hitur à quatuor supra positis. & utraq; nota transfigi-
tur obelisco. postea multiplicatur tertia nonaria diuisoris
nota per quinq;. & crescent quadraginta quinque: quo-
rum quinque sub nouem collocantur. & loco sequenti qua-
tuor pro quadraginta. sic quinque, quia circulus supra se
notatur: à decem mutuo sumptis auferuntur. & quinque
manent quæ supra circulum deletum annotantur. & quo-
niam decem sunt assumpta: unum ad sequentem quaterna-
riam notam additur: atque ita quinque à sex supra se loca-
ris deducuntur. deletisq; figuris, unum quod relicum est:
signatur supra uerticem. Sic omnes diuisoris notæ per
quinque multiplicatæ, & à supra positis subductæ, per
unum locum singulæ transferuntur in dextram. Et quia
diuisoris notæ in diuidendi figuris supra se positis haberi
nequeunt

nequeūt: circulus inter lineas inseritur. Rursus per unum locum singulae diuisoris notæ in dextram procedunt. Ibi consideramus quoties diuisoris ultima ternaria à diuidendi notis supra se locatis, quæ designant quindecim: tolli queat. Et quamvis quinques id fieri possit, semel tamen minus subducimus: ut sequentium diuisoris notarum habeatur ratio: quatuorque inter parallelas locamus. per ea multiplicamus tria. Et fiunt duodecim: quorum notam binariam sub tribus multiplicantis locantur: Et unitatis nota pro decem, in sede sequenti. Deinde duo subducuntur à quinque. Et tria reliqua manent: eà supra scribuntur. unitatis autem nota tollitur ab uno supra uerticem positio, statimq; delentur notæ, tam quæ subductæ sunt, quam à quibus sit subductio. Multiplicatur deinde octonaria diuisoris nota per quatuor. Et oriuntur triginta duo. horum duo sub octo reconduntur: ternaria nota loco sequenti. Deinde duo illa demuntur à quinq; tria uero, quæ ex his supersunt: in uertice notantur. ternaria autem diuisoris nota à tribus, quæ supra notantur: auferuntur. delenturque utræque notæ. Postea tertia diuisoris nota nonaria per quatuor multiplicatur. inde surgunt triginta sex. horum sex sub nouem multiplicatis, ternaria nota loco sequenti subnotatur. ea à supra se repositis auferuntur, nempe sex à sex: Et ternaria nota à tribus. Deinde per unum locum in dextram singulae diuisoris notæ rursus procedunt. Et quia prima diuisoris nota sub primam diuidendi successit: nihilque in diuidendo numero præter tria superest;

sunde fiat subductio: atque ea propter diuisor in diuidendo non reperitur: circulus inter lineas ad dextram reponitur. tria autem illa, quæ partitione finita, supersunt: supra diuisorem stantem, linea interposita, notantur. Ita partitionis numerus inter lineas surgit, Viginti quinque millia & quadraginta, atque in reliquo tres trecentesimæ octogesimæ nonæ partes. Hactenus exempla exposuisse sufficiat: in quibus diuisor plures habet notas. per hæc enim intellecta facile sese quiuis explicare potest: etiam si diuisor quatuor aut quinque pluresue habeat notas. cuiusmodi exemplum mente considerandum sub oculis subducimus.

	1	0	9		1	2
	1	0	6	8	5	2
8	3	9	7	6	3	4
9	7	6	8	5	9	7
4	8	6	7	6	0	3
	4	5	7	9	9	9
	1	5	7	7	7	7
	1	5	5	5	5	5
	1	1	1	1	1	1

IN OMNI autem sectione quotiescumq; interparciendum post subductionem factam diuisor in dextram promouendus est: si reliquum, quod in diuidendi notis supra diuisoris uerticem signatis, ex ea subductione superest: maius reperitur, quam totus diuisor: error omnino missus est. & frustra ulterius in ea partitione progediendum

diendum esset: nisi quis operam perdere mallet. Quamob
rem iterum à capite repetendum est opus. Nam non so=
lum post peractam totam partitionem, reliquum, quod
super est: toto diuisore minus erit: si recte processit opus:
uerum ei iam in medio opere: quandocumque in dextram
promouendus est diuisor: idem euenire debet. Quæ res,
si bene animaduersa fuerit: non mediocre compendium,
cum in omni partitione, tam præcipue in immensis sum=
mis diuidendis, offeret.

ILLUD obseruare est operepræcium. Maior nu=merus minorem nō diuidit, quippe cum in minore maior
non contineatur: id quod huius capitòis initio admonui-
mus. Ceterum ratio iniri potest: qua maior numerus eti-
am minorem diuidere recte pos̄it. id quod fieri: si de rebus
à minore numero numeratis, prius una in species sub se
contentas ducatur: ut earum productus numerus diuiso-
re maior factus eius sectionem ferat. Veluti si inter septem
uiros tres aureos partiri uolumus. Quandoquidem in nu-
mero ternario numerus septenarius non habetur: solua-
mus aureum unum in centum nummos sestertios: quibus
estimatur. centenariumq; numerum per ternarium mul-
tiplicemus. & enascentur trecenta. quæ deinde si in se-
tem partiamur: numerus sectionis prodibit, quadraginta
duo, & sex septimæ. Itaque si inter septem uiros tres au-
reos, centum nummis singulos estimatos, distribuamus:
unusquisque consequetur quadraginta duos nummos, &
præterea unius nummi sex septimas.

AD HAE C maior numerus minorem frangere in minutias potest. id quod sequenti libro de minutiarū partitione præcipientes, monstrabimus.

QVIS QVIS experiri cupit: an numeros recte diuiserit: numerum partitionis per diuisorem multiplicet. & si ex ea multiplicatione atque ex reliquo, si quod superest: numerus diuidendus exibit: nihil errabit sectio. Cæterum si alius ex ea multiplicatione numerus: quam diuidendus redibit: propter admissum in calculo errorem partitione tota denuo repetenda est. Idq; ita esse rerum natura monstrat. Nam quemadmodum si partes, quæ ab aliquo toto demptæ sunt: iterum componantur: idem totum redeat necesse est. ita si ex partium earundem instaurata compositione aliud totum prodeat: quam ante fuerit: uel partes alienas per errorem esse sumptas, uel easdem male iterum coniunctas esse oportet. Cum itaque ex numero diuiso per crebram diuisoris subductionem exhausto, peracta diuisione, nihil aliud supersit: quam partitionis numerus: & reliquum, si quod fuerit: si numerus ipse diuisor ad numerum partitionis restantem toties iterum addatur, quoties autem sudductus est: id quod facile fit, si numerum partitionis per diuisorem multiplicemus: adiungamusque reliquum, si quod remanebit: numerum autem dissectum denuo instaurari necesse est. quia et omne totum cum suis partibus consentit: & pars, quæ dissen- sit, aliena est à toto.

DIMIDIATIO numerorum nihil aliud est: quam eorum

erorum per duo sectio quæ certe & prima, & longe om-
nium facillima est species partitionis. Et quamvis non ma-
gni referat nulla de ea præcepta separatum dare: cum ea,
quæ iam dicta sunt: abunde sufficient, quia tamen minore
tum linearum apparatu, tum cōsyderatione species hæc
partitionis eget, quam cæteræ: quæ, cum sint innumerabi-
les: tum omnes hac difficiliores; opera & preium esse puta-
vimus facilitatis eius compendium a spicantibus enarrare.
Neque enim duabus parallelis est opus: unica tantum
linea sub diuidendo numero ducatur. Deinde numerum
quemuis per medium secturus quispiam, à sinistra incipi-
ens per omnes notas in dextram tendat. & si ultimus di-
uidendi numeri character nota sit unitatis: à penultimo
sectionem ordiatur: singulorūq; locorū paribus nume-
ris per medium sectis, ipsum dimidium sub linea locis sin-
gulis subiijciat. Si impar occurrit numerus; unitate dem-
pta, reliquum numerum per medium secet: dimidiumque
sub linea reponat. unitas autem ipsa pro decem computa-
ta memoriaque recondita, ad sequentem sectionem serue-
tur: ut uel denariū numerum creet: si circulus ad dextrā
proximus est: uel ex denario & primario compositum
si alia occurrit nota. isque numerus, si par est, per medi-
um secetur. si impar, unitate rursus dempti atque ad se-
quentem sectionem: uti iam dictum est: seruata, relictus
numerus per medium diuidatur. Si uero in diuidendo nu-
mero priusquam ad primam notam uentum erit: unitas
occurret: si nihil superest memoria retentum, quod ei ad-

iungatur: sub linea ponatur circulus, unitasque ipsa ad sequentem sectionem seruetur. semper autem dimidium sub linea recondatur. Ita progrediendum est in dextram, usq; ad primum notam, quæ si circulus fuerit, & proximus ei numerus par repertus est: sub linea ponatur. Sin proximus ei numerus impar compertus est: à quo dempta unitas mente retenta manet: circulus ipse cū unitate iunctus decem denotabit: quorum quinq; quæ sunt dimidium: sub linea reponentur. Sin unitatis fuerit nota: si denarius aliquis ex memoria ei adiungitur: unitate dempta, decē sunt secunda, & quinque sub linea recondenda. ipsa autem unitatis nota pro totius sectionis reliquo, supra diuīsorem stantem linea interposita, notetur. sic scripta unius integrī partem denotabit secundam. quæ dimidium capit. itidem in reliqui locū transferetur unitas: etiam si nullus denarius numerus memoria retentus superest qui cum eā iungatur. Numerus autem partitionis sub linea diuidendo numero subiecta surgens apparebit.

Hæc quamvis propter facilitatem exemplo nihil cegant: unum tamen pro rudibus adiungendū esse duximus.

1		•	•	
—	—	i	i	4
2		i	o	3
		5	7	0
		5	1	5

INVESTIGEMVS itaque dimidium in millenis millibus, centum quadraginta & unis millibus, atque triginta uno. Scripto suis notis numero, ductaque sub eo linea,

nea, quia unitas in initio à sinistra occurrit: incipimus à penultima. ubi etiam altera unitas est. Itaque quoniam ibi undecim habentur: unitate pro denario ad sequentem sectionem seruata, decem relicta per medium secamus. & quinque sub linea reponimus. Progredimur deinde ad proximum locum: ubi quatuor reperimus: quibus denariorum ex memoria depromimus: ut fiant quatuordecim. horum dimidium, septem, sub linea locamus. rursusque progredimur. Ibi occurrit unitas: quæ secari non potest: Ideo sub linea circulus ponatur: & unitas seruetur in sequentem locum. In quo quia circulus occurrit: cui unitas adiuncta decem faciunt: quinque sub linea statuemus. De novo progredimur. Ibi tria occurrunt: quorum uno, quia numerus est impar, dempto, duo secamus: & horum alterum sub linea condimus, denario numero mente in sequentem sectionem retento. Rursus ad dextram progressi: nus ad primam unitatis notam: cui ducem ex memoria adiuncta creant undecim. unitate itaque dempta, decem per medium secamus: & horum quinque sub linea reponimus. unitatem autem illam supra diuisorem stantem linea interposita signamus: ut unius integri partem secundam significet. Ita partitionis numerus sub linea manebit. Quingenta septuaginta millia, quingenta quindecim.

DE PROGRESSIONE.

PROGRESSIONE arithmeticæ, est numerorum in serie equaliter distantium in unam summam colle-

Elio: & ueluti compendium quoddam eos numeros numerandi, qui paribus interuallis distant. Elias autem duæ sunt species. Altera est: in qua naturali numerorum serie seruata, numerus quilibet sequens sola unitate præcedetem superat: sicuti in hoc exemplo 1.2.3.4.5.6.7.8.9. Altera in qua numeros quoslibet omittentes & paria seruantes interualla, longam numerorum seriem connectimus. ueluti 1.2.3.5.7.9.11.13. In utraque autem specie idem est per compendium numerus colligendi modus. is autem hac bimembri constat regula. Si numerorum inter se æqualiter distantium atque ordine continuo dispositorum series par occurret: eorum primus numerus iungatur cum postremo: numerusque ex eis aggregatus per dimidium numeri loca seriei numeratis multiplicetur. Ita fiet: ut numerus ex hoc productus summa omnium commonstret. ueluti in hoc exemplo 1.2.3.4.5.6.7.8. primus numerus 1, ad postremam 8 addatur, & fient 9. Cumque in tota serie sint 8 loca, ducamus 9 in 4 eorum dimidium. & prodibunt 36: que omnium est summa. Similiter si exempli causa proponantur 1.3.5.7.9.11. primus numerus ad postremum addatur. & fient 12. & cum in tota serie sint 6 loca: ducamus 12 in eorum dimidium. nempe 3. sic surgent 36. que summa est uniuersorum. Quod si numerorum à se æqualiter distantium atque ordine continuo dispositorum series erit impar: tunc numerus indicans, quot loca sunt in serie, non in eum numerum ducatur: qui indicat quotus locus est in serie medius, sed in eum

in eum numerum qui in serie medius reperitur: atque ab utroque extremo æqualiter distat. Ita numerus procreatus omnium summam patefaciet. sicuti in hoc exemplo. 1.2.3.4.5.6.7. quia loca seriei sunt 7: & medius numerus est 4. 7 in 4 ducamus: & fient 28: quæ summa est uniuersorum. Itidem si exempli causa sumantur. 1.4.7. 10.13. quia loca seriei sunt 5: & medius numerus est 7. 5 in 7 ducamus. & fient 35: quæ summa est omnium.

Alia regula datur magis generalis: & tamen non minus certa: quam est illa prior. ea autem est huiusmodi. In omni progresione Arithmetica, siue series par, siue impar fuerit numerus ab extremonum additione collectus in numerum indicantem, quot loca sunt in serie, multiplicetur. numerus que productus postea dimidietur. et summa progressionis habebitur. Exemplum in serie pari. 1.3.5.7.9. 11. primus numerus additus ad postremum facit 12. & quia 6 loca seriei sunt: 12 per 6 multiplicemus. & surgent 72. quæ si dimidientur: fient 36: quæ summa est progressionis. Exemplum in serie impari. 1.4.7.10.13. extremini numeri simul additi faciunt 14. & quia in serie sunt 5: loca 5 in 14 ducta, creant 70. quæ si dimidientur: prodeunt 35. quæ summa reperietur uniuersæ progressionis.

SI VIS experiri an recte summam collegeris. ab uniuersa summa per compendium inuestigata singulos in serie numeros subirahē. & si nihil erit reliquum: recte collegisti. Quod si quid reliqui mansit: error interuenit. Alia species progressionis habetur: quam Geometricam

Nocant in qua numerorum longo ordine dispositorum interualla sunt inæqualia. quando inter numeros serie quædam connexos proportio aliqua reperiatur: ueluti dupla. tripla. quadrupla. aut ea maior. de qua in proportionum libro postea dicturi sumus.

D E Q V A D R A T I E T C V B I L A-
teribus inuestigandis.

DE QVADRATI & cubi lateribus exquirendis dicturos prefari primum pauca quædam nos oportet: quis numerus sit quadratus: quis cubus: quo magis de rebus notis præcepta daturi, cuncta intellectu faciliora reddamus. Numerus itaque quadratus est: qui ex unicō numeri cuiusvis in se ductu constituitur. cuiusmodi numerus est quaternarius, qui ex unicō binarij numeri in se ductu procreatur. bina namque semel in se ducta producunt quatuor. Similiter nouenarius numerus quadratus est. nam terna semel in se ducta educunt nouem. Itidem 15 quadratus est numerus. quippe quaterna in se semel ducta progenerant sexdecim. Ad eundem modum reliqui numeri omnes in se semel ducti, quadrati ideo dicuntur: quod si diuisim per unitates scribantur formam quadratam referant.

SBY N D E quemadmodum in corpore continuo quadrati latus appellatur: sic in numeris latus quadrati numerus ille uocatur: qui unum e lateribus numeri quadrati perficit.

perficit, quod Arithmeticus quadrati radicem non incepit appellant: quod ex eius in se ductu numerus quadratus velut ex radice quapiam arbor, surgat.

Cubus numerus est, qui ex numeri cuiusvis semel in se, atque iterum in numerum productum multiplicatione, componitur: cuiusmodi numerus est octonarius, nam bina in se semel ducta creat 4. iterum bina in 4. ducta, creat 8. Similiter et numerus est cubus. terna enim in se ducta creant 9, iterumque terna in nouem ducta faciunt 27. Itidem 64 numerus est cubus. quippe quaterna in se semel ducta educunt 16. iterumque quaterna in 16 ducta procreant 64. atque ad eundem modum reliqui numeri omnes semel in se, atque iterum in numerum productum multiplicati, cubi ideo dicuntur: quod si in corporum solidorum formam redigantur: ad exemplum cubi, tres dimensiones aequales, nempe longitudinem, latitudinem, et crassitudinem, habere reperientur. Est autem cubus corpus solidum sex continentem planicies quadratas, atque harum latera duodecim: quorum quatuor inferna sunt, quatuor superna: quatuor ab infernis ad superna pertendunt. angulosque habet octo: uide illeget quatuor infernos, quatuor supernos. in quorum singulis ternalatera coeunt. Latini tesseram uocant. quanquam in numeris uocabulo ipso greco Latinitate iam donato magis utuntur: ut cubum uocent. Cubi uero latus numerus ille dicitur, qui unum est cubi lateribus efficit: et quadrati in eo contenti lateri aequale est quod cubi radicem satis aperte nuncupant: quemadmodum de quadrati lateri iam

admonuimus. Quocirca manifestum est, in omni numero cubo numerū quadratum haberi. Cæterum non econuerso reperies in omni quadrato cubum. Vnitatem autem Arithmetici, & numerū quadratum, & cubum esse uolunt.

In huiusmodi laterum exquisitione magnum enascetur studiosis compendium ad Arithmeticam pernoscendam. per hanc enim Ptolemæus astrorum longe peritissimus, corporum suprà cœlestium & sphærarum magnitudines adiuuenit: uelocitatemq; motuum in his deprehendit. Ad hæc eius cognitio non modo Astrologiæ discenda, uerum etiam Geometriæ, tantopere conducit: ut sine hac, quæ in his pulcherrima sunt: intelligi nequeant.

Veruntamen rerum ordo poscit: ut de quadrati latere inuestigando, prius dicere aggrediamur. Et cum quadrati lateris exquisitio nihil aliud sit, quam numeri alicuius inuentio: qui in se ductus uel totum numerum propositum, si quadratus fuerit: producit: uel maximum numerum quadratum in eo contentum: si ipse non sit quadratus. numerum ipsum latus facientem sic inuestigabis.

Principio numerus quiuis, in quo quadrati radicem inuestigare cupis: punctis supra uerticem signetur in locis imparibus. uidelicet Primo, Tertio, Quinto, Septimo, Nono, & reliquis itidem. Et quia quadrati lateris inuestigatio nihil aliud est, quam quedam diuisionis species: sub numero punctis notato due lineæ parallelæ descendæ sunt. Inter quas latus ipsum exquirendum ponatur: quemadmodum in diuisione præcepimus. quia quot

adsciri

adscripta puncta deprehendes: tot in numero sectionis numeros primarios habebis, numeri propositi radicem ostendentes. Deinde sub extrema ad sinistram nota, punto loco impari signata, numerus aliquis primarius exquiratur: qui semel in se ductus totum respectu suiloci numerum supra se repositum subductus aboleat: vel saltem quam proxime fieri potest: si totum delere nequit. Huiusmodi autem numerus primarius inuentus inter parallelas inserendus est, atque in se multiplicandus. et postquam numeri procreati facta erit subductio: reliquum, se quod erit: supra notas, à quibus fit subtractio: deletas è uestigio, ne rationem conturbent reponatur. Deinde numerus ipse primarius duplicandus est: et duplum sub proxima figura dexteriori ponendum.

Quod si ex duplicatione numerus duabus notis scribendus prodeat: earum prima dextram uersus sub proxima figura, quæ inter puncto signatas media est: reponi debet. Altera suo ordine sequens ipsam sub ea nota reponatur. sub qua primarius numerus inuentus est. Iterum deinde aliis numerus primarius exquirendus est. qui in duplum ductus totum numerum, qui supra duplum positus est: ita subtractus exhaustus: ut postea etiam in seipsum ductus totum numerum à dextra proximo puncto signatum cum reliquo, si quod erit: absorbeat. Sin totum auferre nequit: ab eo tollat, quam plurimum potest. Quod cum peractum erit totius inter parallelas numerus duplicandus est: duplumq; sub proxima figura dextram uersus ita ponendū:

ut primi dupli nota sub ea figura, quæ proxime inter puncto signatis media est : uelut ad perpendicularum reponatur : aliæq; post ipsam, suoq; quæque ordine, tendentes in sinistram. Rursus deinde exquirendus est numerus aliquis primarius : qui in duplum ductus totum numerum, qui supra duplum situs est : sic subductus auferat : ut post ea etiam in se ipsum ductus numerum à dextra proximo puncto notatum, uel totū deleat cum reliquo, si quod erit : uel quam prope id fieri potest. Atq; ad hunc modum progrediendum est ad primam usque notam. Quotiescunq; autem post numeri primarij duplicati multiplicationem & subtractionem, numerum ipsum primarium ducimus in se ipsum: semper id sub aliquo punto fieri debet: statim que ē uestigio quicquid inter parallelas in numero sectionis reperitur, duplicandum est : & primi dupli nota sub proxima inter puncta figura ad dextram reponenda est : cæteræq; post eam, suo ordine in sinistram progredientes : quemadmodum iam diximus. Illud quoq; diligenter obseruandum est. Quandocumque in quavis uestigationis parte numerus aliquis primarius inueniri nequit: primum in duplum, deinde in se ducendus, quin productus maior erit numero supra se locato : ut ab illo subduci nō posset : tunc circulus ad numerum inter parallelas ascribendus est. omnibusq; notis numeri, cuius radicē quærimus : intactis dimissis, deletis tamen sub parallelis dupli notis progressus in dextram fiet : si nondum peractum est opus, totusq; inter parallelas numerus ita duplicitur: ut prima

prima dupli nota circularis sub proxima ad dextram figura, quæ inter puncto signatas media est: reponatur: ceteraque post eam suo ordine in sinistram tendentes: ut antea dictum est. Peracta demum radicis inuestigatione, si nihil reliquum erit: palam est numerum propositum, cuius latius, scrutati sumus: quadratum esse. Quod si quid reliquum mansit, non erit quadratus: sed numerus inter parallelas radix esse comperietur maximi numeri quadrati in eo contenti.

Et quoniam obscura sine exēpli nō facile intelligi queunt, exēpla nunc adiungamus: quæ cuncta magis illustrerent.

	2'							
	5'		7'					
.	4'	.	3'	.	6'	0'	2'	9'
3'	7	5	3	6	0	2	9	4 Reliquum
	7	0	0	5				Radix
	1	4	5	2	2	0		
	1	1	5					

EX quinquagies septies millenis millibus, octingentis triginta sex millibus, et uiginti nouem, radicem eruimus. Postquam numeris suo ordine perscriptis, ductæ erunt parallelae: locaque imparia punctis annotatae: sub postremo ad sinistram numero pucto notato numerum aliquem primarium queramus: qui in se ductus uel totum numerum supra se notatum, qui est 57: uel quam proxime fieri potest: subductus deleat. is autem erit septenarius. nam

7 in se ducta, 49 creant. quæ: si subducantur à 57: super-
 sunt 8. itaque 7 inter parallelas inserenda sunt. ac post
 multiplicationem & subductionem factam deletis notis,
 supra postremum punctum manebunt reliqua: quæ su-
 pra uerticem notentur. Deinde 7 inter parallelas posita
 duplicemus: & fient 14. quorum 4 sub proxima ad dex-
 tram nota octonaria reponantur: & unitas denarium nu-
 merum designans à sinistra sub numero octonario ex prio
 ri subductione relicto. Tum iterum inueniendus est nume-
 rus aliquis primarius: qui in quatuordecim, quæ dupla
 sunt: ductus numerum supra illa positum sic auferat: ut
 postea in se ductus proximum à dextra numerum punto
 notatum cum reliquo, si quod erit: subductus tollat: uel
 saltem quam prope accedi potest. is autem erit senarius
 inter parallelas sub proximo punto inserendus. per quem
 multiplicata 14, faciunt 84. quæ ab 88 supra se posi-
 tis subducta, relinquunt 4. Deinde sex in se ducta, creant
 36. quæ à 43 supra se notatis exempta, reliqua faciunt 7
 supra uerticem numeri ternarij punto proxime signati
 notanda: iterum deinde duplicare oportet: quicquid inter
 parallelas inuenitur. quo circa 76 duplicata, faciunt 152.
 quorum prima nota 2 sub proxima inter puncta figura
 senaria ponenda est à dextra: cæteræque post eam suo or-
 dine à sinistra. Deinde numerus aliquis primarius rursus
 est querendus: qui in totum duplum ductus numerum su-
 pra se positum auferat. Sed quoniam is inueniri nequit:
 quod numerus duplus 152 maior sit numero supra se loca-

to 75 : circulus inter parallelas sub proximo ad dextram
 puncto, ipsi inter parallelas numero addatur. notæq; du-
 pli sub parallelis deleantur. Cæterum notæ numeri cuius
 radicem quærimus: maneant intacte: Progrediamurque
 in dextram. Et rursus duplificemus totum inter paralle-
 las numerum 760: ex ea duplicatione surgent 1520. quo-
 rum nota circularis sub proxima ad dextram figura bi-
 naria, ponenda est inter puncto signatas media: cæteræq;
 post eam suo queque ordine. Actum numerus aliquis pri-
 marius perquiratur: qui in totum duplum ductus nume-
 rum supra id locatum, subductus deleat: posteaque in se
 ductus proximum à dextra numerum puncto signatum
 cum reliquo, si quod erit: auferat. uel saltem quām proxi-
 me fieri potest. is autem erit quinarius. s. igitur inter pa-
 rallelas reponentur. per eaq; singulæ numeri dupli notæ
 seorsum multiplicentur: numeriq; ex multiplicatione pro-
 uenientes subducantur à figuris supra se locatis. que sta-
 tum deleantur. Et demum in se ductus numerus ille quina-
 riis subtrahatur à nouenario numero puncto notato. et
 4 erunt relicta. Vnde satis liquet: quoniam toto opere ab-
 soluto, adhuc aliquid superest: numerum primo proposi-
 tum non fuisse quadratum. nam si quadratus fuisset: ni-
 bil mansisset reliquum.

Hoc exemplo studiosis quadrati lateris inuestigandi uiam
 aperuisse suffecerit. Alterum plurimum notarum oculis
 spectandum atque animo consyderandum adiungamus:
 quod facile sine præeunte quiuis explicabit.

$\frac{1}{2}$							
$\frac{5}{2}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{2}{1}$	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{2}{1}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{4}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$
<hr/>	8	9	1	0	7	6	Radix
$\frac{1}{2}$	$\frac{6}{1}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	
$\frac{5}{2}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{7}{7}$	$\frac{7}{7}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{4}$	
$\frac{8}{2}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$			
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$			
		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$				
			$\frac{1}{4}$				

Si quis experiri uelit, an uera radix quadrati numeri sit inuenta. Radicem ipsam in se multiplicet. & si quid reliqui mansit: numero ex multiplicatione producto addat: quo fiet: ut nisi perperam facta sit inuestigatio: numerus primo propositus redeat. Quod si alius numerus prodit: opus repetendū est, ut error corrigatur. Ipsum autem reliquū æquare aliquando potest quadrati lateris inuēti duplum: superare nunquam potest. utputa, si numerus propositus esset 8: radix maximi numeri quadrati in eo contenti erit 2. que in se ducta creāt 4 & 4 erunt relicta: quæ duplum radicis continent. Nam si, reliqua essent: iam fierent 9, quæ aliam radicē habent: uidelicet 3. Itidem si propositus

positus numerus esset 15: quadrata radix eius esset 3: quæ in se ducta faciunt 9, & reliqua: quæ duplicatam radicem capiunt. At si relicta essent 7, prodirent 16, quæ aliam radicem, nempe 4 ostentant. Similiter si numerus propositus esset 24: radix maximi numeri quadrati in eo contenti erit 4: quæ in se multiplicata faciunt 16, & sibi relinquuntur, quæ duplum radicis continent. nam si reliqua essent 9: iam fierent 25, & surgeret alia radix, uidelicet 5. Atq; ad eundem modum deinceps cæteri numeri se habent. quamobrem si in reliquo plus reperias, quam quadrati lateris inuenti duplum: errorem calculi palam est interuenisse.

DE RADICVM IN cubis inuestigatione.

IAm ante admonuimus, cubum numerū eum esse: qui ex numeri cuiusvis semel in se, atq; iterū in numerum producūtū, multiplicatione componitur, cuius latus inuestigatu ri, milleniorū loca, punctis supra uerticem adscriptis, signemus. Ductis deinde sub eo numero parallelis: quemadmodum de quadrato numero fieri precepimus: sub extremitate ad sinistram millenario numerus aliquis primarius exquiratur: qui semel in se, atq; iterum in numerū productū, multiplicatus, totum respectu sui loci numerū supra serespositum subductus aboleat. uel saltem, quam plurimū potest: si totum auferre nequit. Huiusmodi autē numerus primarius inuentus inter parallelas inseratur. semelq; in se atq; iterum in numerū productū multiplicetur & possit

quam numeri procreati facta erit subductio: reliquum, si
quod restabit: supra notas à quibus fit subtractio: deletas
è uestigio, ne rationem conturbent: reponatur. Quantum
autem quiuis numerus primarius, prius in se & deinde in
numerū procreatū multiplicatus producat: ne quis di-
hesitet: quæ sequuntur, ante oculos posita declarabunt.

Semel	Vnum	Semel	1
Bis	Bina	Bis	2
Ter	Terna	Ter	27
Quater	Quaterna	Quater	64
Quinquies	Quina	Quinquies	125
Sexies	Sena	Sexies	216
Septies	Septena	Septies	343
Octies	Octona	Octies	512
Nouies	Nouena	Nouies	729
Decies	Dena	Decies	1000

Deinde numerus ipse primarius triplicandus est. &
eius, quod triplum erit: prima nota sub proxima figura
præter unam à dextra reponenda est: cæteræq; post eam
suo quæque ordine, à sinistra. Postea exquirendus est nu-
merus aliquis primarius, qui una cum numero primario
prius inuento, nunc pro denario computando, ductus in
totum triplum: deinde solus in numerum ex multiplica-
tione procreatū ductus, totum sui loci respectu nume-
rum supra se repositum cum reliquo, si quod erit: subdu-
ctus deleat. posteaque etiam solus in seipsum cubice, hoc
est, prius in se, deinde in productum multiplicatus, totum
numerum

numerum à dextra proximo puncto signatum, cum præcedentire reliquo, si quod fuerit: exhaustat. aut si totum auferre nequit: tollat ab eo, quam plurimum potest. Quod cum per actum erit: iterum triplicandum est, quicquid in numero sectionis inter parallelas continetur. Et eius quod ex huiusmodi triplicatione natum erit: prima nota sub proxima præter unam figura à dextra reponatur. Ceteræ autem post eam, suo quæcunque ordine. Rursusque inuestigandus est numerus aliquis primarius: qui una cum omnibus numeris primarijs prius inter parallelas inseritis ductus in totum triplum, posteaq; sine illis solus in numerum ex multiplicatione natum ductus, quicquid supra triplum numerum repositum est: vel totum absorbeat: vel ex eo, quam plurimum potest: deleat. Deinde itidem cubice solus in se ipsum ductus to tum numerum à dextra proximo puncto suppositum cum reliquo, si quod erit: modo fieri possit: auferat. alioqui ab eo, quam plurimum potest: eximat. Post hæc denuo triplicandum est: quicquid inter parallelas reperitur. Et numerus aliis primariis exquirendus: ceteraque usque in finem operis ad eundem modum peragenda: quemadmodum iam dictum est. Quod si nihil reliqui mansit: numerus, cuius radicem uicauimus: cubus erat. At si quid est relictum numerus non erat cubus. Ceterum eruta radix latus est maximi numeri cubici in eo numero contenti.

V B I C V N Q V E autem in quauis inuestigationis parte numerus aliquis primarius inueniri nequit: qui una

cum alijs numeris primarijs prius inter parallelas inseratis in totum triplum ducatur: posteaq; solus in numerum procreatum multiplicetur: quin numerus productus maior erit numero supra se locato: ut ab illo subduci non possit: tunc circulus inter parallelas in numerum partitionis inseratur. omnibusq; notis numeri, cuius radicem quaerimus: intactis dimissis, deletisq; sub parallelis tripli notis, si nondum finitum est opus: progressus in dextram ultra proximum numerum puncto signatum fiat. totusque inter parallelas numerus ita triplicetur: ut primitripli nota circularis sub proxima figura praeter unam, ultra numerum proximo puncto signatum, à dextra reponatur: cæteræq; post eam, suo quæque ordine tendentes in sinistram.

Exempla nunc afferamus: quæ singula manifestent. Atque ex ducenties quinquagies millies millenis millibus, quingenties uicies ter millenis milibus. quingentis octoginta duobus millibus, quadringentis sexaginta quatuor, radicem cubicam eruamus.

4	7 6								
3	· 4 0 ·								
2	5 0 5 2 3 5 8 2	4	6	4					
<hr/>	6	3	0	4					
2	4 1 8 7 8 9 8 9 6 4								
1	0 2 1 5 9								
1	2 2 5 1								
4	9 6	8 2 4 6							
7									

Statim

Statimque postquam numeri suo ordine perscripti duæque subtus parallelae, & milleniorum sedes punctis erunt signatae: sub postremo ad sinistram millenario punto notato numerus aliquis primarius exquiratur: qui semel in se, & iterum in numerum productum multiplicatus, uel totum numerum respectu sui loci supra se reposatum, qui est 259, subductus deleat: uel saltem ex eo, quam plurimum potest: auferat. Is numerus est senarius. nam sexies sena sexies 216 accumulant. quæ si subducas à 250: supersunt 34. itaque 6 inter parallelas inserenda sunt. ac post multiplicationem & subductionem deletis notis. 34 pro reliquo sic notanda sunt: ut 4 supra postremum punctum notentur: & 3 ab eorum sinistra. Deinde 6 inter parallelas posita triplicemus. & surgent 18: quorum 8 sub proxima nota præter unam à dextra reponantur: à sinistra 1. Tum inuestigandus est numerus aliquis primarius: qui unâ cum numero primario prius inuento prodenario computando ductus in totum triplum, deinde solus in numerum procreatrum ductus, totum eius loci respectu numerum suprà repositum subtractus sic tollat: ut postea etiam solus cubice in se ductus uel totum numerum à dextra proximo puncto signatum, & reliquum, si quod præcedit: exhaustiat. uel saltem ex eo, quam plurimum potest: deleat. Is uero erit 3: quoniam nota ternaria locata à dextra senarij, quæ ante reposita est: profert 63. que ducta in 18, creant 1134. deinde 3 sola ducta in ipsa 1134, producunt 3402. quæ sic subnotada sunt: ut pri-

ma nota sub prima tripli figura reponatur: cæteræ suo
ordine sequentes post eam, quarum à supra se positis fa-
cta subductione, supersunt 50. deinde 3 sola in se cubice
ducta faciunt 27: quorum 7 sub numero ternario proxi-
mo pucto signato: & 2 ab eorum sinistra statuenda sunt.
Horum tunc subtractione à supra se locatis notis facta,
476 supersunt. Deinde 63 quæ sunt inter parallelas, tri-
plicentur. & surgent 189. quorum 9 sub octonaria nota,
quæ proxima figura præter unam est: reponantur: cæte-
ræ post eam statuantur à sinistra. Rursus inquirēdus est
numerus aliquis primarius, qui unà cum numeris prima-
rijs antè inuentis prius in totum triplum. & postea solus
in numerum productum multiplicatus, numerum supra
repositum uel totum subductus auferat: uel quam plurim
um ex eo potest. Id autem hoc loco fieri nequaquam po-
test, nam etiam si minimus numerus primarius, hoc est, ip-
sa unitas assumeretur ad 63, ut essent 631: eaq; in triplum
uidelicet 189 ducerentur: & postea sola unitas in produ-
ctū multiplicaretur: surgerent 119259: quæ longe trans-
cenderent numerum supra se repositum 47658. Ita quo-
niam subductio fieri nullo modo potest: circulus inter pa-
rallelas ad numerum sectionis apponatur. Sic omnibus
notis numeri cuius radicem querimus: intactis dimissis,
deletis q; sub parallelis tripli notis, facto ultra proximum
punctum index tram progressu. quicquid inter paral-
lelas est: hoc est, 630 denuo triplicemus. & fient 1890. quo-
rum circulum, quæ prima tripli est nota: sub figura semi-
ria, que

via, quæ proxima præter unam est: ultra proximum numerum puncto notatum, signemus: cæterasque post eam suo quanque ordine. Rursus deinde exquiramus numerum aliquem primarium: qui unà cum 630 in numerum triplum 1890 ductus, posteaq; solus in numerum producetum multiplicatus, numerum supra se repositum subducet. Et si sic aboleat: ut postea etiam cubice ductus in se ipsius uel totum numerum à dextra proximo puncto, signatum cum reliquo, si quod erit: uel quantum ex eo potest: deleat. Is autem est 4. nam 6304 in triplū numerum uidelicet 1890 ducta producunt 11914560. Deinde 4 in ipsum numerum productum multiplicata creant 47653240, quæ sunt supra se positis notis præter postremā omnino æquales: atq; eas subducent. postea 4 in se cubice educta faciunt 64, quæ totum, quod superest: sic auferunt: ut nihil penitus supersit. Numerum itaq; proposum liquet fuisse cubum.

ET quoniam in cubi lateris investigatione post triplicationem alicuius primarij numeri factam, statim aliis numerus primarius quærendus est: qui unà cum primo numero prius inuenito in totum triplum ducatur: deinde solus in productum, atque iterum solus in se cubice multiplicetur (quia numerus ille primarius tam uarie considerandus est: primum, quid producit, quando pars est majoris numeri: iterum, quid solus profert multiplicatus in productum: rursus, quid cubice in se ductus procreare ulet) parum exercitatos moratur hæc cogitatio: quisnam numerus primarius tot officia præstare possit. Quamob-

rem, ut in cæteris omnibus, ita in hac re plurimum iuuabit exercitatio: quæ per assuetudinem, quantumuis ardua: prona reddit. Cæterum non mediocriter conduceat: si post numeri primarij inter parallelas positi triplicationem, priusquam numerum aliquem primarium cum eo copula bis: circulum ei adiungas: tentesq; quem numerum in triplum ductus faciat. Deinde etiam tentari potest unus aut alter numerus primarius: qui in triplū similiter ducatur. Et numerus ex hoc productus ad numerum priorem pro creatum ex ductu numeri circulum assumentis addatur. Huiusmodi enim numerorum productorū additio eūdem proferet numerum: qui fuisset natus: si ab initio numerus ille primarius, quem tentauimus: unā cum numero prima: rio prius inter parallelas posito, fuisset in triplum ductus. Sic enim cum uideris, quem numerū ea multiplicatio atq; additio procreabit, facile conjecturam capies, tum ex nu: meri suprà repositi, tum ex numerorum productorum atque additorum uel magnitudine, uel exilitate, quis nu: merus primarius assumpti circuli uicem subiturus maxi: me quadrabit. Veluti in exemplo iam dato. post primam senarij numeri inter parallelas positi triplicationem ex qua fiunt 18, si quis assumens circulum 60 in 18 ducat: nu: merus productus erit 1080. Deinde tentemus: si 3 in 18 du: cantur, quid fiat: Et producentur 54. quæ si addantur ad 1080, surgunt 1134. qui numerus similiter prodijset: si ab initio 63 in 18 fuissent ducta. Postea si tria in numerū ip: sum productum 1134 ducantur: fiunt 3402. quæ satis apte
 respona

respondent numeris supra se repositis: & tamen satis supererit: ut 3 in se cubice postea ducatur. At si per notam binarij id facere tentaremus: numerus suprà reponendus nimium redūdaret. si per 4 aut 5, numerus productus foret maior, quam ut à suprà se repositis posset subduci. Longe autem facillimum erit: si postquam numerum inter parallelas positum, adiuncto circulo, in triplum duxisti: primum de numero quinario, qui inter primarios mediis est, eo modo tentes, quo suprà dictum est. Ita statim scies: an maiore numero primario, an minore sit opus. ad eundem modum tentare proderit: quoties post triplicationem numerus aliquis primarius inquirendus est: que officia præstet: quæ paulò antè sunt dicta. Hoc exemplum explicuisse sufficerit: ut uiam cubi lateris inuestigandi daremus. Alterum plurium notarum spectandum considerandumq; adiungamus.

						^z Reliquum
8	7	0	5	6	Numerus	
5	9	7	7	4	6	non cubus
						^b Radix cu=
						(bi-

FINIS LIBRI
primi.

CVTHEBERTI TONSTALLI IN
Librum secundum, Præfatio.



V L T I Q VI I N S V P P V-
tandis integris nihil hærent: postquam
ad numerandas partes, quæ nusquam
non sunt obuiæ uentum est: libellos abij-
ciunt. non aliam (opinor) ob causam:
quam quod non sit tam expedita partium quam integro-
rum numeratio. qui si secordia abiecta, animum intende-
rent: cuncta, quæ per nimias delicias corruptis animis ar-
dua uidentur: reperirent prona. Nam ut integrorum nu-
meratio penè à nemine ignoratur: qui modo sensum com-
munem habet, & eam uult perdiscere: sic quæ de parti-
bus numerandis traduntur: ut nō admodum acutam men-
tis aciem requirunt: ita poscunt hominem nec dormitan-
tem, nec stupidum: & cuius animus inter legendum mini-
me peregrinetur. Et quamuis hæc nō (sicut A E S O P I fa-
bellæ) cum quadam uoluptate penetrant intellectum: pro-
pterea tamen studiosis nequaquam est cessandum. Cogi-
tent quemadmodum pulcherrimis quibusque difficulta-
tem prætexuit rerum ipsa natura: quæ nihil, quod est ma-
gnum: cito depræhendi uoluit. simulq; secum reputent:
quantus in tota uita pro tantillo studio percipietur fru-
ctus. Nam quis (quæso) mortaliū uitam sic potest transla-
gere: ut non sit ei frequenter habenda supputatio: in qua
labi & decipi, præterquam quod damnosum est: ridicu-
lum pa-

um putatur. Verum tamen hanc, quam nunc aggredimur: partium supputationem non magno egere acumine, uel hinc licet cognoscere: quod mercatores in hac nihil cedunt Philosophis: & nescio an longe superent. adeo magis industriam, quam ingenium postulat. Illud omnino præfandum esse duximus. Quisquis integra supputare nescit: is ne partium calculum putet se posse discere. Quippe qui nimis ingenio fretus ordine præpostero stolidus id tentabit: is simile quiddam facere uidebitur: ut si quis ignorans literas moliretur legere. Quāobrē illa omnes in promptu prius tene debent: quam ad hæc accingantur. Alioqui, ut in adagio est: et operam & oleum per dent.



DE PARTIVM NVME-
RATIONE.



MNE INTEGRVM IN PAR-
tes, quotcunq; uelis: solui per intellectum
potest . Et quemadmodum integrorum
numeratio ab uno incipit : atq; in infini-
tum potest extendi: sic integrorum sectio-
nē secundis orditur partibus. (Neq; enim in pauciores par-
tes quam duas quicquam dissolui posse rerum natura pati-
tur): In infinitum autem protenditur arbitrio secantis.
Iterum partes ipsas in alias particulas, atque eas quidem
innumeratas, intellectus soluit. Particularumque ipsarum
rursus alia fragmenta excogitari possunt : ut res finem ha-
bitura non sit: si cui minutias consecutari libet. Ad eiusmo-
di autem partes recte numerandas duo omnino requirun-
tur numeri. Alter qui partes dissectorum numeret. quem
Arithmetici numeratorem appellant: qui quot in se capit
unitates: tot partes dissecti nobis repræsentat . Alter qui
partibus ipsis sua nomina tribuat . denominatorem eum
uocant: quod quot unitates in se contineat: in tot partes
totum quidpiam diuisum esse denotet . Vtpote, tres quar-
tae, quæ sunt tres partes alicuius integri in quatuor diuisi.
Scribuntur autem ita partes: ut numerator supra breuem
lineam du& am: denominator infra eam ponatur, ad huc
modum $\frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5}$ numeratorq; semper prius pronunciatur,
quam denominator. ut dicamus, due tertiae, tres quartæ,
quatuor quintæ.

Verune

VERVNT AMEN harum minutiarum quædam simplicia fragmenta dicuntur. hæ sunt partes, in quas integræ soluuntur. quædam fragmentorum fragmenta: quas minutiarum minutias Arithmeticæ uocare solent. hæ sunt particulæ, in quas rursus partes franguntur. Nos in hoc libro, sicut partes integrorum simplices, aliquando fragmenta, sæpe etiam minutias indiscriminatim uocabimus. Itidem quoq; appellabimus partium particulæ, interdum minutiarum minutias, nonnunquam fragmentorum fragmenta. Inter quas species plurimum, cum in scribendo et in enunciando, tum etiam in multis alijs interest. Nam quæ sunt simplices minutiae: sic scribuntur, ut breuis linea supra se numeratorem, infra denominatorem habeat: ut iam diximus. Et si plura simplicia fragmenta scribenda sunt: modico intervallo distinguntur. ad hunc modum $\frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{3}{4}$ unicumque numeratorem, & unicum denominatorem singulæ habent: & recto casu semper enunciantur. ut dicamus una secunda. duæ tertiae. tres quartæ. Quæ uero sunt partium particulæ: duos, aut interdum plures & numeratores & denominatores capiunt. Quarum aliae ad sinistram ponendæ recto enunciantur casu: lineamq; habent medium. Hæ sunt ipsæ particulæ. Aliæ ad destram locandæ, obliquoq; casu enunciatæ media linea continent. hæ sunt partes: quarum sunt particulæ. ut si duas tertias unius quartæ notis scribere uelis: ad hunc modum facias. $\frac{2}{3} \frac{1}{4}$ Id autem significatur: ut sint duæ tertiae partes unius partis quartæ ab aliquo integro dissectæ. quod

in quatuor partitum est. Vel si tres quartas unius tertiae
unius secundae signare cupis: ad hunc modum notes. $\frac{3}{4} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$
Quod exprimit tres quartas partes unius partis tertiae ali-
cuius secundae ab integro dissectae: quod in duo diuisum
est. Itaque dum fragmentorum fragmenta ratiocinator
tractat: summopere cauere debet: ne dormitanti obrepatur
oblivio: quarum partium sint particulæ. Néue pro disse-
ctis integrorum partibus partium fragmenta computet.
Nam si id committat: error calculi non mediocris sequetur.

SEMPER autem in omnibus dissectorum minutis,
quo maior denominator fuerit: eo minores erunt partes,
remotioresque ab integris. & quo fuerit minor: eo partes
maiores erunt, atque ad integra propius accident. Nam
duæ partes secundæ maiores sunt: quam duæ tertiae. &
duæ tertiae maiores, quam duæ quartæ. et duæ quartæ ma-
iores, quam duæ quintæ. & sic in uniuersum, quantum magis
numerando crescit denominator: tanto magis quantitate
partes diminuuntur.

AD numerationem autem partiū plenius pernoscendam, tria in primis obseruanda sunt. Primum: ut quando
cunque numerator & denominator sunt æquales: tunc
partes unum integrum constituunt. Exempli gratia. $\frac{3}{3} \frac{5}{5} \frac{7}{7}$
tres tertiae unum integrum faciunt. sic quinque quintæ. sic
septem septimæ. sic id genus reliqua. Alterum illud est:
quando cunque numerator maior est denominatore: quot
unitatibus denominatorem numerator superat: totidem
partes plures sunt. quam quæ integrum faciunt. ut no-

nem octauæ integrum & partem octauam faciunt.
 septem quintæ integrum & duas quintas. sex quartæ in-
 tegrum & duas quartas. $\frac{2}{8} \frac{7}{5} \frac{6}{4}$ Tertium est: ut quan-
 docunque numerator minor est denominatore: quot uni-
 tibus numerator denominatore minor est: totidem par-
 tes desunt ad integrum componendum. ut due tertiae sunt
 duæ partes alicuius integri in tria dissecti: quibus tertia
 pars deest ad integrum faciendum. Itidem tres quartæ
 quarta parte minus continent, quam integrum. $\frac{2}{3} \frac{3}{4}$
 Atque itidem in reliquis similibus.

IT A Q V E denominatoris augmentum partes quan-
 titate quidem minores, numero uero plures reddit. Quem
 admodum econuerso numeratori incrementum uel inte-
 gra progignit: uel partes multo propiores integris.

AD H A E C cum omnis integrorum inter se multi-
 plicatio, & quantitate, et numero maiorem adat foetum:
 nempe numerum productum. E contrario in partibus eue-
 nit: ut minutæ multiplicatæ quantitate minores, numero
 plures comperiantur,

DE PARTIBVS DISSIMILIBVS AD similitudinem redigendis.

CVM in supputationibus faciendis partes aliæ alijs
 maiores, longeq; dissimiles frequenter occurrant:
 interdum fragmentorum fragmenta simplicibus aggred-

gata fragmentis, nonnunquam integra partibus intermixta: ne tam uariū chaos rationes totas conturbet: eiusmodi tam diuersa prius ad similitudinem quandam reducere necesse est: quām ea uel addere, uel subtrahere, uel multiplicare, uel diuidere quiuis aggrediatur. quo fiet, ut operis equalitas cuncta tū prona, tum facilia reddat. Quando alioqui, si quis tam dissimilia inter se committere tentaret: in labyrinthum inextricabilem sese ingereret. igitur antequam illa quispiam moliatur: hæc, quæ de dissimilibus in unam faciem redigendis præcepta sequuntur: prius tenere curet.

SIVE autē maiores partes in minores mutare libet: siue econuerso minores in maiores redigere: partes que libet in quasuis transformantur. si partium. quas transfigurare uolumus numeratorem in denominatorem earū, in quas sunt transformandæ: multiplicemus. & numerum ex hoc enatum per earum partium denominatorē, quas transfigurare est animus: diuidamus. Quo fiet: ut partitionis numerus partes illas edat: in quas sit transformatio. Quod quidem solum, eruditis præcepisse sufficerit. Ceterum ut rudium habeatur ratio: utramq; spēciem seorsum explicamimus. Itaque maiores partes in quasuis minores transformantur: si maiorum partium numeratorem in denominatorem minorum multiplicemus: & numerum ex hoc enatum per maiorum denominatorem diuidas. Quo peracto numerus partitionis patefacit: quot partes minores ex maiorum transformatione na-

scuntur:

scuntur. ut si tres quartas ad octauas transformare uelis: per tria, maiorum partium numeratorem, octo, minorum denominatorē multiplices. & prodeunt uiginti quatuor. quæ deinde per quatuor, maiorum denominatorem diuidas. & numerus partitionis sex habebit. Ex tribus igitur quartis ad octauas reductis sex octauæ consurgūt. Et si duodecim tertias ad quintas transfigurare cupis: duodecim, maiorum partium numeratorem, in quinque, denominatorē minorum ducas. & sexaginta nascuntur. quæ per tria maiorum denominatorem diuidas. & numerus sectionis uiginti creabit. Sic ex duodecim tertijs uiginti quintæ generantur.

Quòd sitres quintas ad septimas uis reducere: per tria, maiorum partium numeratorem, septem denominatorē minorum multiplica, & procreabis uiginti unum. quæ postea per quinque, maiorum denominatorem diuide. & numerus partitionis quatuor ostendet. unumq; restabit reliquum: quod unam quintam unius septimæ significat. Sic ex tribus quintis ad septimas reductis fiunt quatuor septimæ, & quinta pars unius septimæ. Nam quandocunque in eiusmodi reductione reliquum occurrit: partis erit particula: denominationemq; in recto casu à maiorum partium denominatore, qui divisor extitit: sumet. Alterum uero in casu obliquo à denominatore minorum.

MINORES partes ē conuerso in quaslibet maiores transfigurantur: quando per numeratorem minoris denominator maioris multiplicatur: et numerus inde pro-

ueniens per minoris denominatorem diuiditur. tūc enim numerus partitionis palām indicabit: quot partes maiores ex minorum transfiguratione surgunt. Ut si sex nonas in tertias quis commutare uelit: per sex minorum partium numeratorem, tria denumeratorem maiorum multiplicet. & creabit decem et octo. que deinde per nonum, minorum denominatorem diuidat: & in numero sectionis duo comperiet. Itaq; ex sex nonis in tertias commutatis, duæ tertiae generantur. Et si duodecim sextæ in quartas sint mutandæ: duodecim, numerator minorum partium in quatuor, maiorum denominatorem ducantur. & progignuntur quadraginta octo, eaque postea per sex, denominatorem minorum diuidantur. et octo in numero partitionis erunt. Ita duodecim sextæ reducuntur ad octo quartas. Quod si septem octauas ad quintas quis reducere cupiat: septē numeratorem minorum partium, in quinque, denominatorem maiorum ducas: & conficiet: triginta quinque. que deinde pro octo, denominatorem minorum diuidat: & numerus partitionis quatuor habebit. & reliquū supererit. tres octauæ unius quintæ. Quamobrem ex septem octauis in quintas commutatis, quatuor quintæ oriuntur, & tres octauæ unius quintæ. Nam in eiusmodi reductione fragmentū fragmenti quancunque occurrit denominationem in casu recto à minoris fragmenti denominatore, per quem fit sectio, capit: de nominationemq; in obliquo à denominatore maioris.

D I V E R S A R V M denominationum partes ad easdem

eadem denominationes rediguntur: quando unius fragmenti denominator per alterius denominatorem multiplicatur. nam numerus inde proueniens denominator communis erit. ut si duas tertias & tres quartas ad eandem denominationem uelis reducere; tria denominatorem primi fragmenti per quatuor, denominatorem secundi multiplices. & enascentur duodecim; denominator communis. $\frac{2}{3} \frac{3}{4} 12$

QUOD si scire cupis: quot duodecimæ partes seorsum sint in duabus tertijs: duo, numeratorem illius premi fragmenti, in quatuor denominatorem posterioris ducas: & octo pro numeratore procreantur. quibus denominator communis sub linea suppositus indicat in duabus tertijs octo duodecimas deprehendi. $\frac{8}{12}$ Itidem si uis scire: quot duodecimæ partes seorsum sint in tribus quartis: tria numeratorem ipsius secundi fragmenti, in tria, denominatorem primi multiplices: & nouem pro numeratore consurgent. quibus denominator communis sub linea subiectus demonstrat in tribus quartis nouem duodecimas inueniri. $\frac{3}{5}$

DE INDE si ad communem denominatorem numeratorem etiam communem uis inuestigare: prioris fragmenti numeratorem in denominatorem posterioris, & similiter numeratorem secundi fragmenti in prioris denominatore, ad formam crucis diui Andreæ, multiplicata. Numeriq; ex his duabus multiplicationibus prouenientes simul addentur: & numerus inde proueniens numer

tor communis erit. Ut si duo, numerator primi fragmenti, in quatuor, denominatorem secundi ducantur: fient octo. Et si tria, secundi fragmenti numerator, per tria, denominatorem primi multiplicentur: surgent nouem. que addita ad octo faciunt septendecim, qui numerus erit numerator communis. Ita duæ tertie, & tres quartæ, ad eandem denominationem reductæ, numeratorem habent communem septendecim, denominatorem uero duodecim. $\frac{1}{1} \frac{2}{2} \frac{3}{3}$

S I V E R O plura fuerunt fragmenta: uti duæ tertie, tres quartæ, quatuor quintæ. post duo priora fragmenta, sicuti diximus, reducta, iterum denominator communis prius inuestigatus per tertij fragmenti denominatorem multiplicetur: & surgent sexaginta, omnium denominator communis. $\frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5} \frac{1}{1} \frac{2}{2} \frac{3}{3} 60$

Q V O D SI scire cupis: quot partes sexagesimæ sint in quois fragmento, numeratorem ipsius fragmenti in denominatorem communem multiplica: nempe sexaginta: numerumq; procreaturn diuide per eiusdem fragmenti denominatorem, ita deprehendes in duabus tertij quadranginta sexagesimas. $\frac{2}{3} \frac{4}{5} \frac{0}{0}$ & in tribus quartis quadranginta quinque sexagesimas. $\frac{3}{4} \frac{4}{5} \frac{5}{0}$ & in quatuor quintis quadranginta octo sexagesimas. $\frac{4}{5} \frac{4}{5} \frac{2}{0}$

D E I N D E numeratorem omnium fragmentorum communem inuestigaturus, prius reductorum fragmentorum numeratorem per denominatorem tertij, & numeratorem tertij per denominatorem fragmentorum prius reducto-

reductorum, multiplica. Numerosq; ex his duabus multiplicationibus generatos simul adde: & numerator communis omnium fragmentorum prodibit, ut si septendecim, prius reductorū numeratorem communem in quinque, tertij fragmenti denominatorē ducamus: indeq; procreemus octuaginta quinq;: & iterum duodecim, comminem prius reductorum denominatorem: in quatuor tertij fragmenti numeratorem multiplicemus: atque ita generemus quadraginta octo: hosq; duos numeros simul coniungamus: enascentur centum uiginti tria. Is numerus erit omnium fragmentorum numerator communis, sic due tertiae, tres quartae, & quatuor quintae, ad cōmūnem numeratorem & denominatorem reductae, fiunt centum triginta tres sexagesimæ. $\frac{1}{6} \frac{3}{6} \frac{2}{6}$ Eodem modo progredendum est: etiam si plura fuerint fragmenta ad eandem denominationem reducenda: ut primis quibusq; quemadmodum diximus expeditis, proxime sequentia ad eundem modum absolvantur: donec per omnia fragmenta sit discursus.

EX p̄dictis nimirum liquet, numerum statim inueniri posse: qui partes, quascunque uolumus, denominatas habeat. Quippe si partes omnes denominatas inter se multiplicemus, numerus procreatus partes eas cōtinebit. Exempli gratia, si numerum aliquem cupis exquirere: qui capiat unam secundam, unam tertiam, unam quartam, unam quintam, unam sextam, unam septimā. $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \frac{1}{7}$ omnes has partium denominations inter se multiplicā.

que generant quinq; millia & quadraginta, is est numerus quæsus.

IN eiusmodi autem numero singuli numeratores, partes plures usque ad totidem continere possunt, quot in denominatoribus singulis reperientur. nam in eodem etiam deprehendas unam secundam, duas tertias, tres quartas, quatuor quintas, quinque sextas, sex septimas, $\frac{2}{2} \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5} \frac{5}{6} \frac{6}{7}$ uel si maiis reperias duas secundas, tres tertias, quatuor quartas, quinque quintas, sex sextas, septem septimas. $\frac{2}{2} \frac{3}{3} \frac{4}{4} \frac{5}{5} \frac{6}{6} \frac{7}{7}$ Partes autem unius atque eiusdem numeri plures in numeratore, quam in denominatore contineri nequeunt. nam is numerus ea ratione seipso maior esset. quod est contra rerum naturam. uelut si queras numerum: qui quinq; quartas habeat: frustra inuestiges. Quippe cum quinque quartæ unum integrū & quartam præterea partem constituant. At nullus numerus quarta parte seipso maior haberi potest. Minimus autem numerus, qui partes quascunque uelis: denominatas habeat: quemadmodum sit inuestigandus: paulò post dicimus: quando trademus, quomodo partes ad minimam sui nomenclaturam redigantur.

PARTIVM particule, quæ fragmentorum sunt fragmenta: & minutiarum minutiae etiā nuncupantur: in integrorum partes, quas simplices uocant minutias: mutantur: si earum numeratores inter se multiplicentur: ut unus omnium communis numerator fiat. Atq; itidem easrum denominatores in se ducantur: ut unus omnium communis

munis denominator enascatur. Ideoq; si ad eandem deno-
minationem reducere cupias duas tertias unius quartæ,
unius secundæ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ unitatibus in duo ductis, tantum duo
surgunt, cum unitas alios numeros non multiplicet: sic
dicitur numerator cōmunitatis. Deinde tria in quatuor ducta
creant duodecim. que iterum in duo multiplicata produ-
cunt uigintiquatuor. ita compertus est denominator com-
munitatis. Quamobrem due tertiae unius quartæ unius secun-
dae, ad simplicia fragmenta redactæ, procreant duas uia-
gesimas quartas unius integri. $= \frac{2}{4}$

INTEGRÆ in partes quascunque uolumus, fran-
guntur: si numerus integrorum per denominatorem illa-
rum partium, quas procreare cupimus: multiplicetur.
quippe numerus ex multiplicatione generatus enatarum
partium summam demonstrabit. Etenim si integrum ad
sextas reducere est animus: unitatem per sex multiplice-
mus: et enascentur sex. qui numerus erit partium. Si tria
integra ad sextas resoluere libet: sex in tria ducantur. ita
fient decem et octo. qui numerus existit partium, solutis
in sextas tribus integris.

SI QVA uero integræ unâ cum partibus occur-
rât, quæ ad partium denominationem reducere uelimus:
numerum integrorum per denominatorem partium mul-
tiplicemus: et numero procreato partium numeratorem
addamus. indeq; crescenti numero eundem denominato-
rem supponamus. linea interposita. Exempli gratia. si
quinque integræ et tres quartas ad eandem denomina-

tionem reducere cupimus: integrorum nota primum scribatur, deinde ante eam ad dextram, ipsum fragmentum, breui linea interserta ad hunc modum, $5\frac{3}{4}$. quinque deinde numerum integrorum, per quatuor denominatorē fragmenti multiplicemus: & consurgent uiginti. quibus addita tria, numeratorem communem, uiginti tria creant. his sub linea media, quatuor, denominatorem subiugamus. sic nobis enascentur ex hac reductione uiginti tres quartæ, $\frac{2}{4}\frac{3}{4}$.

Q V O D si integra & plura simplicia fragmenta ad unum simplex fragmentum reducere quis uelit: numerum integrorum & primum fragmentum, sicuti iam precepimus: absoluat. Deinde fragmentum simplex ex hoc enatum cum alijs sequentibus copulando, per singula fragmenta discurrat donec uniuersa in eandem denominationem transformauerit, eo modo, quo ante dictum est.

S I V E R O integra & partium particulae simul reperiantur: & ad simplex fragmentum uelis ea reducere: primum partium particulae ad simplicia fragmenta reducendæ sunt: sicuti ante præceptum est. & tum demum integra cū his in eandem denominationem sunt copulanda.

I T I D E M Q V E per omnia fiet: si integra & plura fragmentorum fragmenta se simili offerant. his namque omnibus prius ad simplicia fragmenta redactis, certa seruentur: quæ iam prædicta sunt.

P A R T E S econuerso reducuntur ad integram: si numeratorem ipsarum partium per earum denominatorem di-

rem diuidamus. nam numerus partitionis *integra* continebit. Ut si decem & octo tertiae ad integrare reducenda sint: decem & octo per tria diuidamus. & numerus partitionis prodibit sex. totidem itaque sunt *integra*. Vel si ex viginti duabus quartis *integra* procreand: sint: viginti duo per quatuor secemus: & in numero partitionis quinq: depræhendentur: atq; duo reliqua. Igitur quinque fiunt *integra*. & due quartæ supersunt. Quia semper in omni diuisione, tam integrorum quam partium, reliquum, si quod restabit à diuisore, per quem sectio facta est: suam denominationem sumet. Ipsum autem reliquum, quod integrum creare nequit: eadem proportione se habet ad integrū: sicut numerator ad denominatorem: qui diuisor exxit. Quocircum per integrum diuisorem, id, quod reliquum erit: amplius secari non posse: per dimidium diuisoris, si modo is dimidiari potest: diuidatur. & numerus sectionis dimidium ostendet integri. uti in exemplo proximo, ubi due quartæ supersunt. per duo, diuisoris dimidium, facta sectio, cum numerus sectionis sit unum: unum dimidium monstrat. Si uero id fieri non potest: per tertiam diuisoris partem reliquum diuidatur: modo tantum supersit. & numerus partitionis uel unam tertiam, uel plures indicabit superesse. Puta si per nouem numerus esset diuisus: & sex manerent reliqua. per tertiam diuisoris, partem nempe tria, sectio facta duas tercias unius integri superesse manifestat. Alioqui si per tertiam sectio non quadrabit: per diuisoris partem quartam,

nisi minus ea superfit: reliquum secetur. quippe sic facta sectione, numerus partitionis patescit: an una quarta remaneat an plures. Veluti si per sexdecim numerus fuisset diuisus: reliquaq; essent duodecim: quarta divisoris pars pro reliquo secando sumpta, in numero partitionis tria producit: que tres partes quartas unius integri demonstrant. Si nec id quidem procedit: tum de quinta, aut sexta, aut alia quauis divisoris parte, ad eundem modum tentandum. Cæterum si nihil horum iuuare potest: reliquum ipsum ad minimam sui nomenclaturam redigendum est, his, qui sequuntur: modis.

P A R T E S reliquæ, que unū integrū conficere non possunt: ad minimam sui nomenclaturam rediguntur, ad hunc modum. Numerator & denominator toties dimidiandi sunt: quoties id fieri potest. in singulisq; dimidiationibus, linea interposita, numerator supra eam: denominator infra scribatur. et postrema dimidiatio notetur. quia qua proportione se habebit ipsius numerator ad denominatorem subiectum: eadem primus numerator denominatorem suum respiciet. Et si in alterutro eorum interdimidiandum impar occurrit numerus. quia amborum dimidiatio amplius progredi non potest: illic erit sistematum. Continuoq; maximus numerus ambos communiter numerans est inuestigandus, qui eorum utrumque per divisionem posset exaurire.

M A X I M V S numerus duos communiter numerans sic inuestigatur. Numeratorem & denominatorem post dimidia-

dimidiationem cessantem à se inuicem subtrahē: quoties id fieri potest. ex qua subductione frequenter repetita, si eorum alter ad unitatem soluitur: eiusmodi numeri contra se primi ab Arithmeticis uocantur: & ad minorē nomenclaturam redigi nequeunt: cum omnes numeri contra se primi, sua proportionē sint minimi. Exempli causa, reliquæ sint uiginti sex quinquagesimæ: quas ad minimam nomenclaturam redigere uelimus $\frac{2}{1} \frac{3}{5}$. harum numerator dimidiatus relinquit tredecim. At denominator per medium sectus creat uiginti quinque. sic ex dimidiatione, tredecim uigesimæ quintæ generātur, $\frac{1}{2} \frac{3}{5}$. Ultra propter imparē in utroque occurrentem numerum dimidatio nō procedit. quamvis etiam, si in alterutro sola fuissest imparitas, dimidatio cessasset. Querendus est ergo per crebram alterius ab altero subductionem, maximus numerus ambos communiter numerans. Imprimis q̄ tredecim, numeratorem à uiginti quinque, denominatore subducamus: & relinquemus duodecim, ea rursus à tredecim, numeratore subtrahamus, & unū remanebit. quod nobis indicat numeros ex dimidiatione cessante respectos, contra se primos esse. $\frac{2}{1} \frac{3}{5} \quad \frac{1}{2} \frac{3}{5} \quad \frac{2}{1} \frac{3}{5} \quad \frac{1}{2} \frac{3}{5}$

Q V O D S I ex crebra numeratōris & denominatōris subductione à se inuicem facta, neuter eorum ad unitatem soluitur: tandem omnino reperientur similes. Quod quando compertum est: simul inuentus est maximus numerus ambos communiter numerans, is uidelicet, in quo

similes deprehenduntur . per quem dati reliqui numeratōrū seorsum diuidendus est : atque itidem denominator . sicque numerus utriusque sectionis , tam alterum prioris numeratoris numeratorem ea proportionē minimum : quā im alterum prioris denominatoris denominatorem . itidem etiam minimum ea proportionē demonstrabit . qui minimam indicabunt nomenclaturam ; ad quam partes redigi possunt . Atq; ita manifestum est , maximum numerū duos cōnuniter numerantem eos numerare per numeros ea proportionē minimos . Exēplum paratum est . si triginta quatuor centesimas secundas ad minimam nomenclaturam redigere uelimus . statim namq; ex dimidiatione decem & septem quinquagesimæ primæ prodeunt . qui numeri sunt impares & contra se primi . Postea ex prima numeratoris à denominatore subductione , triginta quatuor ex denominatore restabunt , deinde iterum repetita subductio relinquit in denominatore , decem , et septem . Similitudinemq; utriusq; numeritam $\frac{1}{5} \frac{7}{2}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{1}$ $\frac{1}{2}$ numeratoris quam denominatoris ostendit .

Is ergo numerus , decem & septem , qui maximus est ambos communiter numerans : eorum utrumque diuidat . Quo fiet ut in numero partitionis ex numeratoris quidem sectione unum inueniatur . ex sectione uero de nominatoris , tria . Igitur una tertia minima nomenclatura est : ad quam perduci possint uel decem & septem quinquagesimæ primæ : quæ cessante dimidiatione repertæ sunt $\frac{1}{5} \frac{7}{2}$ $\frac{1}{2}$ uel triginta quatuor centesimæ

simæ secundæ: qui propositus est numerus . $\frac{3}{1} \frac{4}{0} = \frac{1}{3}$

ALTERVM exemplum dari potest: si reliquæ sint
quatuordecim uigesimæ octauæ: quas ad minimā nomen-
claturam reducere uelimus . $\frac{1}{2} \frac{4}{8}$ horum quatuordecim
secta per medium relinquunt septem . At uiginti & octo
dimidiata creant quatuordecim $\frac{7}{14}$ Sic septem quartæ
decimæ ex diminutione generantur . ultra propter impa-
rem numerū septenarium dimidiatio non procedit . quæ-
rendus est ergo maximus numerus ambos cōmuniter nu-
merans: qui utrumque tam numeratōrē quam denomina-
tōrem diuidendo delect . is est septem . semel enim sep . em
subducta numeratōrem tollunt . quippe omnis numerus
seipsum & numerare & subducere potest . rursus se-
pēm bis subtracta denominatōrem etiam auferunt . nu-
merus itaque partitionis utriusque peractæ palam indi-
cat septem quartas decimas ad unam secundam redigi .
 $\frac{7}{14} - \frac{7}{2}$

Quamobrem cum primum reliquum eandem rationem
habeat: quam pro sua portione suum habet dimidium: ad
unam secundam recidit , quatuordecim igitur uigesimæ
octauæ ad unam secundam : quæ minima earum nomen-
clatura est: rediguntur . $\frac{1}{2} \frac{4}{8} \frac{7}{2}$

MINIMVS numerus, qui partes quascunque uolu-
mus, denominatas habeat: sic est exquirendus . Postquam
partes quas in numero aliquo inuestigare destinamus: su-
is notis sunt descriptæ: numerus, qui partes illas uniuer-
sas habeat: ex denominatorum in se multiplicatione fac-

le procreatūr. quemadmodum superius obiter admonu-
mus. Cæterum minimus numerus, qui partes eas capiat;
maiores, ut eruatur: poscit industria. Is autem propor-
tione minima partes illas omnes habere comperietur: qui
minimus numerus est: quem omnes illæ numerant. Itaque
de primis quibusque denominationibus primam expedi-
re oportet: atque initio inuestigare: quis sit minimus nu-
merus à duabus primis denominationibus numeratus. Et
quidem si hæ contra se prime fuerint: ut nullus numeru-
mas numeret præter unitatem. quia sunt sua proportiones
minimæ: quod ex alterius in alterum ductu generabitur:
erit minimus numerus ab eis numeratus. Sin alius præter
unitatem numerus eas numeret: sumantur partes ea pro-
portiones minimæ. quæ quemadmodum exquirantur: pro-
ximo capite edocuimus. quæ cum sunt inuentæ, subnoten-
tur sub partibus: quarum respectu sunt minimæ. Deinde
partes illæ maiores, quarū respectu alteræ sunt minimæ:
per numeros sua proportiones minimos, maior per mino-
rem, aut minor per maiorem: multiplicatæ, minimum ab
ipsis numeratum producent. Nam secundum Euclidij
scitum, Quilibet duo numeri minimos numeros sue pro-
portionis, maior minorem, aut minor maiorem, multipli-
cantes, minimum ab ipsis numeratum producunt. Quo
numerus minimus à duabus primis denominationibus nu-
meratus, ad hunc modum inuentus, cum tertia denomi-
natione statim conferendus est: minimuq; numerus ab illis
numeratus ad eundem modum exquirendus. is, postquam

cognitus erit: cum quarta denominatione similiter confeatur: minimusq; numerus ab illis numeratus itidem eruat. Idemq; indagandi modus per omnes denominations, si quæ ulteriores fuerint: seruetur. Minimus autem numerus ab illis numeratus, qui postremo conferentur: partes omnes propositas minima proportione capiet. Exempla demus, que rem magis illustrent: atque inuestigamus minimum numerum, qui unam secundam, unam tertiam, unam quartam, unam quintam, unam sextam, atq; unam septimam habeat. $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \frac{1}{7}$.

IN PRIMIS QVE erquiramus, quis si minimus numerus: quem duæ primæ denominationes numerant. quæ quia sunt contra se primæ: duo in tria ducantur. & sex enascentur, qui numerus minimus est: quem duo & tria numerant: quiq; unam secundam, & unam tertiam habeat. Iterum sex cum tertia denominatione, nempe cum quaternario conferamus. & quoniam numerus binarius ambos communiter numerat: bisq; in quatuor, & ter in sex reperitur. quia tria & duo, numeri sunt in ea proportione minimi: tria sub sex, & duo sub quatuor subnotemus. Deinde uel senarium maiorem numerum per binarium, de duobus minima proportione subnotatis, minorem: uel quaternarium minorem per ternarium, de duobus minima proportione subscriptis. maiore multiplicant, duodecim procreabimus: qui numerus minimus est: quem sex & quatuor numerant: quiq; unam secundam, unam tertiam, & unam quartam proferat. Rura

Sus duodecim cum quarta denominatione, uidelicet cum
quinario conferamus. qui numeri, quia contra se primi
sunt, atque sua proportione minimi: quinque in duode=
cim ducamus. & sexaginta creantur. qui minimus nume=
rus est, quem quinque & duodecim numerant: quique
unam secundam, unam tertiam, unam quartam, & unam
quintam, producat. Deinde sexaginta cum senario nume=
ro, quæ denominatio proxima est: conferamus. & quo=
niam senarius & se ipsum per unitatem, et sexaginta per
denarium numerat. decem, & unum, qui numeri sunt ea
proportione minimi: subsignentur. Itaque siue sexaginta
maorem numerum per unum: qui numerus de duobus
minima proportione subnotatis, minor est: siue sex mino=
rem numerum per decem, numerum ex subscriptis maio=
rem multiplicemus: sexaginta iterum prodibunt: qui nu=
merus minimus est à sexaginta, & à sex numeratus: &
qui unam secundam, unam tertiam, unam quartam, unam
quintam, atque unam sextam capiat. Demum sexaginta
cum septem conferamus. qui numeri contrasse primi, atq;
sua proportione minimi comperiuntur. & ideo septem
in sexaginta ducētes quadringenta uiginti procreabimus.
qui numerus minimus est: quem sexaginta & septem nu=
merant: quiq; unam secundam, unam tertiam, unam quar=
tam, unam quintam, unam sextam, & una septimam pro=
ferre potest. Hac ratione numerus partes, quascunque
aolumus: denominatas complectens, exquiritur. Quineti
am si omnes hi denominatores in se multiplicentur: fient
quinq;

quinque millia & quadraginta. qui numerus itidem omnes eas denominationes habet. Ceterum numerus eas, minima proportione, capiens: is est, quem exquisiuimus. nempe quadringenta uiginti. qui numerus in illo duodeci es continetur. quemadmodum ex illius sectione per hunc facienda, cuius licet cernere. Alia itidem huius generis exempla, quæcunque occurrunt: ad hunc modum explicari possunt.

M O D U S E X Q V I R E N D I P R E C I U M
 quarumuis partium hic est attingendus. Nam cum ex integrorum divisionibus partes, que supersunt: tam crebre & supputantibus occurrant: ut nusquam fermè non sint obuiæ: ne earum aestimatio longa mora quempiam torqueat inuestigantem: pro quanta pecuniæ summa ualeat: ope ræ premium esse duximus uiam demonstrare, qua id quoque deprehendi possit. Ea autem est eiusmodi. Si per partium numeratorem premium totius integri, cuius sunt partes: multiplicetur: & numerus ex multiplicatione procreatus per earundem partium denominatorem diuidatur: numerus partitionis premium indicabit partium. Reliquum uero, si quod ex ea sectione restabit: supra diuisorem stantem linea interposita, notetur. Exemplum demus: ut magis quod dicimus, eluceat. Si singula uini dolia aureis uiginti constiterunt: & duarum tertiarum premium scire cupimus. uiginti per partium numeratorem, qui duo continet: multiplicemus: ut sint quadraginta. quæ deinde per denominatorem, quicunque continet: diuidamus

Et numerus partitionis surget, tredecim aurei. Et super est una tercia unius aurei, quæ cum precij sit particula: nobiscum consyderemus; qua pecunia uliori pessu asti- maris sicut iam dicemus.

MIN V T I A R V M Q V A R V M LIBET pecuniae reliquarū aestimatio deprehenditur ad hunc modum. Si pecuniae summa, cuius pars est quoduis reliqui: in argenti libris per divisionem quæsita est: inuestiga- nus, quot aureis? quot solidis? uel si libet, quot denarijs? aut quot nummis sestertijs? aut quot semissibus? aut quot quadrantibus? aut quot sextantibus argenti libra aestima- tur. Vel si pecunia prior in aureis per sectionē inuestiga- ta fuerit: exquiramus, pro quot denarijs? uel si libet pro quo quot nummis sestertijs? aut pro quo obolis? aut pro quo quadrantibus? aut si quod æs signatum nihil in usu est: aureus integer ualeat? Deinde aestimationem totius illius partis, cuius pars ipsum reliquum est: per reliqui numeratorem multiplicemus. numerumq; procreatū per ipsius reliqui denominatorem diuidamus. Et numerus parti- tionis aestimationem reliqui monstrabit. Iterumq; secun- dum reliquum, si quod prodibit: notetur, Et ulterius, si ita libet: ad eundem modum procedatur. Exemplum rep- tamus, quod proximo capite dedimus. in quo precium du- rum tertiarum unius dolij uiginti aureis empti, tredecim aureos inuenimus. Et reliqua erat una tercia unius aurei. Quæ, ut sciamus quid afferat: unum aureum centum nu- meris aestimemus. quorum numerus in unum, reliqui num- ratorem

fatorem ductus tantum centum creat, quæ per tria relia
 qui denominatorem diuisa, in numero partitionis educunt
 triginta tres nummos. & iherum superest una tertia uni-
 us nummi. quam æreis adhuc, sextantibus, ad eundem mo-
 dum æstimare potes. Igitur præcium duarum tertiarum
 unius dolij uiginti aureis empi erit, tredecim aurei, tri-
 ginta tres nummi, & una tertia unius nummi. Itaq; in pro-
 bitrio est computantis: an pecuniae æstimationem ordine
 quodam exquirere uelut: ut primum ueliger: quot argen-
 ti libras pecuniae summa quæuis habeat. Deinde si quid
 reliquum superest: quot id aureos faciat. Iterum, si quid
 remanet: quod id denarios creet. Tertio, si quid restat:
 quot id producat nummos: & sic deinceps. Vel an statim
 in primo reliquo ad uilissimam pecuniam descendere ma-
 lit: ut per eam reliquum æstimet. Veruntamen uiram cun-
 que uitam elegerit: idem est indagandi modus.

AT SI ex integrorum sectionibus partium occur-
 rant particulae quarum præcium exquirere uelimus: eas
 prius ad simplices integrorum partes reducamus. Dein-
 de præcium ad eundem modum inuestigemus: quemadmo-
 dum in simplicibus fragmentis iam diximus.

DE PARTIVM ADDITIONE.

PARTIVM additio, est pluriū minutiarum seor-
 sum propositarum in unam summam collectio. Ea
 autem, quando partes eiusdem sunt denominationis: nul-
 lam habet negotium sola etenim numeratorum fit addi-

tio. & numerus procreatus supra breuem lineam nota-
tur: sub qua denominator apponitur. Exempli gratia . si
quatuor septimas, quinque septimas, sex septimas uts ad-
dere : solis numeratoribus per additionem coniunctis,
funt quindecim septimæ. $\frac{4}{7} \frac{5}{7} \frac{6}{7} = \frac{5}{7}$

Q V A N D O uero partes diuersos denominatores
habent: si binæ minutiae fuerint: postquam ad communem
denominationem sunt redactæ: priorum numerator per
denominatorem posteriorum, & numerator posteriorum
per priorum denominatorem, ad formam ~~X~~ lite-
ræ græcæ: quæ speciem crucis diui Andreæ refert: multi-
plicari debent, numeriq; inde prouenientes ambo simul
addi. & consurget numerator communis. Et si plures
præterea minutiae diuersos habentes denominatores oc-
currunt: primis quibusq; quemadmodum diximus: ex-
peditis: proximæ sequentes similiter copulentur: donec
omnes absolutæ sint: eo modo, quo suprà dictum est: cum
de dissimilium denominatorum reductione facienda præ-
eiperemus. ubi de communium numeratorum additione
non nihil etiam attigimus. ne quis id ibi desyderaret: cum
de communium denominatorum inuestigatione dicere-
mus. Quamobrem illic explicata exempla, hic tantum
spectanda ponemus. $\frac{2}{3} \frac{3}{4}$ due tertie & tres quartæ
denominatorem habent communem: duodecim. numera-
torem uero communem, decem & septem: ex additione,
quæ multiplicationem ad speciem crucis factam se qui de-
bet $\frac{1}{1} \frac{7}{2}$, quibus additæ $\frac{4}{5}$ quatuor quintæ, procreas-

bunt $\frac{2}{3} \frac{3}{5} \frac{3}{5}$: centum triginta tres sexagesimas.

Q U A N D O minutiae integris addendae sunt: si unae minutiae erunt: notentur post ipsa integra. Veluti si $\frac{2}{3} \frac{1}{7}$ addendae sunt ad 12: sic notis copulentur 12 $\frac{2}{3} \frac{1}{7}$. Quod si plures sint minutiae, & plura integra: prius integra in unam summam componantur. Postea minutiae seorsum e modo simul additae, quo supradictum est: his adiungantur. Velut si $\frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5}$ addendae essent ad 30 & 16. prius 30 & 16 coniungantur. & fiunt 46. tum deinde ipse minutiae per additionem collectae facient 2 $\frac{1}{6} \frac{3}{2}$. que ad integrorum summam iungantur. & surgent 48 $\frac{1}{6} \frac{3}{2}$.

A T SI minutiae integris & minutis addendae sunt: sole minutiae prius addantur, eo modo, quo dictum est. Deinde, quod earum summa surget: ipsis addatur integris. & si quae minutiae restabunt: post illa signentur. ueluti si $\frac{2}{3}$ addendae sunt ad 7 $\frac{3}{8}$. prius copulentur $\frac{5}{8}$ cum $\frac{3}{8}$. que faciunt $1 \frac{1}{2} \frac{5}{4}$. eaiungantur ad 7: & uniuersorum summa fiet $8 \frac{1}{2} \frac{5}{4}$. Hæc uia multo minus habet laboris: quam si quis integra in minutias his adiunctas frangat: unumq; de his corpus faciens postea alteris ea minutis copulet. id quod quidam faciunt: ad hunc modum. Integra per partium denominatorem multiplicant: & numero procreato partium numeratorem addunt. atq; na numeratorem communis enascitur. cui denominatorem immutatum sub linea subdunt. Veluti in exemplo davo 7 integra in uicinum denominatorem 8 ducunt:

et numero 56 producto. numeratorem 3 addentes, $\frac{2}{3}$
faciunt. quas postea coniungunt cum $\frac{2}{3}$ eo modo, quo
dictum est. et res ad idem recidet.

QVANDO integra integris et minutis adden-
da sunt: prius integra coniungantur. postea adiungan-
tur minutiae. Veluti si 6 cum $3\frac{1}{5}$ copulanda sint. prius
6 ad 3 addantur: et fient 9. quibus apponantur minus-
tiae. et uniuersorum summa fiet $9\frac{1}{5}$. Itidem si plura
integra cum pluribus integris et pluribus minu-
tiis connectenda sunt: prius omnes minutiae, in unum cor-
pus colligantur eo modo: quo dictum est. Postea inte-
gra, quae inde proueniunt: ad alia integra uingantur. et
summa quesita surget.

AT SI integra et minutiae, integris et minutis, ad-
di debent: prius in unam summam integra colligantur.
Postea minutiae seorsum eo modo, quo dictum est: copu-
late his addantur. Veluti si $3\frac{1}{2}$ ad $6\frac{2}{3}$ adiungi debent:
prius 3 ad 6 addantur: et fient 9. postea $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$ simul
additae faciunt $\frac{5}{6}$: quae ad 9 adiungantur: ut omnium sum-
ma surgat $9\frac{5}{6}$: Eodem modo fiat si complura integra,
et complures minutiae addendae essent: ut prius integra
colligantur: post copulentur minutiae: ex quibus, siue in-
tegra, siue minutiae, siue ambo surgunt: addantur ad
priora.

VBICUNQUE autem minutiarum minutiae im-
terueniunt, prius haec ad simplices minutias redigantur. O-
tum demum in singulis secundū ea, quae supra dicta sunt;
additio peragatur.

DE PARTIVM SVB-

ductione.

PARTIVM subductio, est summæ partium propositorum minoris à maiore subtractio per quam relictus partum illarum numerus apparet. Oportet autem semper uel minorem summam à maiore: uel æqualem ab equali subtrahere. nam maior à minore subduci nequaquam potest. Propositis itaq; binis minutis, atq; utramque numeratore in alterarum denominatorem inuicem, in speciem crucis, multiplicatis, illæ minutiae maiores esse dicentur: quarū numerator in alterarum denominatorem ductus maiorem profert numerum.

QVAM OBREM si binæ minutiae eundem denominatorem habent: quarum alteras ab alteris cupias subducere: minor alterarum numerator à numeratore alterarum maiore, si inæquales extiterint: subducatur. Et reliquum supra denominatorem ponatur: linea interposita. Exempli gratia, si duas tertias à septem tertiijs subtrahas: quinque tertiae remanebunt. $\frac{2}{3} \text{ à } \frac{7}{3}$ $\frac{2}{3}$ Vbi uero numeratores & denominatores reperientur æquales: facta subductione nihil erit reliquum.

QVANDO autem minutiae diuersos denominatores habent prius denominatores inter se multiplicentur: & consurgens numerus denominator communis erit. Deinde priorum minutiarum numerator in posteriorum denominatorem, & numerator posteriorum in denominatorem priorum, ad formam crucis ducatur. Quod ubi fa-

Etū erit: si numeri procreati fuerint in æquales: minor à maiore subducatur: et reliquum supra communem denominatorem linea interiecta, ponatur. Exemplum illud esto. Si quis subtrahere uelit à quatuor quintis duas tertias: denominatoribus in se ductis, prius producatur denominator communis. postea quatuor, numerator alterarum minutiarum in tria, alterarum denominatorem, dicitur creabūt duodecim, alterum numeratorem. Iterū duo, alterarum minutiarum numerator, in quinq; denominatorem alterū: quæ, cum sint pauciora quam duodecim: ab illis subducantur: et duo relinquuntur, quæ supra denominatorem communem prius procreatū locentur. sic facta subductione, reliquæ erunt duæ quintædecime. $\frac{2}{3}$ à $\frac{4}{5}$ subducuntur: et relinquuntur $\frac{2}{5}$.

Q V A N D O minutæ subducentur ab integris: sufficerit eas ab uno integro, in minutias soluto, subducere. et quod iam de integris quam de minutis restabit: totius subductionis erit reliquum. Veluti si $\frac{4}{7}$ subtrahendæ sunt à 12. sumamus 1 de 12: et restabunt 11. ab illo autem uno demptis $\frac{4}{7}$ relinquuntur $\frac{3}{7}$ que copulatæ cum 11, restare faciunt 11 $\frac{3}{7}$ tantum superest. si $\frac{4}{7}$ à 12 subducimus. Alij integra minutiarum more, supra lineam notant: cui unitatem subiiciunt, ad integra designanda. Deinde quasi minutæ à minutijs subducenda essent: post obliquam numeratorum in denominatores multiplicationem, minorem productum à maiore subducunt:

unt: & supra lineam notant, cui denominatorē subdunt.
na 7 in 12 ducta creant 8 4 & 4 in 1 ducta faciunt
4. quæ subducta ab 8 4, relinquunt $\frac{8}{7}$. Ea si reducas
ad integrā fient $11\frac{3}{7}$. ita res ad idē recidet. $\frac{4}{7} \times \frac{8}{1} = \frac{8}{2}$

AT SI minutiae ab integris & minutis subducētur:
fieri potest, ut quæ subduci debent: minores sint illis quæ
integrī adiunguntur. id quod si acciderit: tum ab illis mi-
nutis subducantur: & integrā intacta maneant. quibus
adiunctum id, quod restabit: totius subductionis erit reli-
quum. Veluti si $\frac{4}{2}$ subduci debent à $6\frac{2}{10}$ ipsis 6 inte-
gris manentibus, $\frac{4}{2}$ subducantur à $\frac{2}{10}$ eo modo quo di-
ctum est. & restabunt $\frac{4}{2}\frac{1}{10}$. quæ si 6 integrī adiungan-
tur: relinquuntur ex ea subductione $6\frac{4}{2}\frac{1}{10}$. Quod si
minutiae: quæ subducendæ sunt: maiores sint his, quæ in-
tegris adiunguntur: tunc de integrī saltem unum in mi-
nitias adiunctas soluatur: ut postquam unum corpus
ex his factum sit: ab eo fiat subductio. veluti si $\frac{4}{5}$ ab
 $8\frac{1}{2}$ subtrahi debent: solue unum de illis 8 in secundas:
& fient $\frac{3}{2}$. à quibus deme $\frac{4}{5}$: & restant $\frac{7}{10}$. quæ
si unius cum 7 relictis de 8: relinquuntur $7\frac{7}{10}$. tan-
tum restabit si $\frac{4}{5}$ ab $8\frac{1}{2}$ subduces. Hæc uia multo bre-
uor est: quam si quis omnia integrā in minutias adiunctas
frangat: & postea ab eis alias minutias subducat. id quod
quidam faciunt: qui ducentes 3 in 2, & 1 ad inngentes,
creant $\frac{17}{2}$. à quibus demunt $\frac{4}{5}$ eo modo, quo supra di-
ctum est: & restant $7\frac{7}{10}$. sic res ad idem recidet.

QVANDO integrā ab integris & minutis sub-

duci debent: demandur integra ab integris: & quod super erit: totius subductionis erit reliquum. Veluti si $9 \frac{2}{3}$ à $13 \frac{3}{5}$ subtrahenda sunt. eximantur $9 \frac{2}{3}$. & restant 4 una cum minutis $\frac{3}{5}$. ita si $9 \frac{2}{3}$ à 13 subducas: id totum, quod relinquitur: est $4 \frac{2}{5}$.

V E R V M si integra & minutiae ab integris & minutis subduci debent: tunc utraq; integra seorsum in minutias adiunctas soluantur: ut una minutiarū facies utrinque consistat. posteaq; subductio eodem modo fiat: sicut fieri solet, quando minutiae à minutis subducuntur. qua peracta, denuo colligantur integra, ex eo quod restabit. Veluti si $3 \frac{2}{5}$ à $4 \frac{2}{3}$ subtrahendae sint. 3 soluantur in quintas. quibus adiungatur minutiarum numerus or 2: & surgent $\frac{2}{5} \frac{2}{3}$. Item 4 soluantur in tertias. & numerator minutiarum 2 his adiungatur. ita fient $\frac{1}{3} \frac{4}{3}$. Postea $\frac{1}{3} \frac{2}{3}$ à $\frac{1}{3} \frac{4}{3}$ demandur & restabunt $\frac{1}{3} \frac{2}{5}$. quae faciunt $1 \frac{2}{5}$. tantum relinquetur si $3 \frac{2}{5}$ à $4 \frac{2}{3}$ existantur.

V B I C V N Q V E autem minutiarum minutiae interueniunt: prius hæ ad simplices minutias redigantur, & tum demum in singulis, secundum ea. quæ suprà dicta sunt: subductio peragatur.

S I L I B E T experiri: num recte subductum sit: addere oportet id, quod restat: ad id, quod subtrahitur: & summa, à qua fit subductio: instaurabitur. Si plus aut minus reddit: erratum est. Nam additionem subductio, subductionemq; additio probat: sicut ifit in integris. Velut si

$\frac{2}{3}$ dematur ab $\frac{1}{2}$. supererit $\frac{1}{6}$. adde $\frac{1}{6}$: quæ relinquuntur ad $\frac{1}{3}$: quæ subducitur, & instaurabitur $\frac{1}{2}$: à qua subductio facta est.

DE PARTIVM MVL- tiplicatione.

PARTIVM multiplicatio, est uel ex partium mutuo in ductu, uel ex integrorum in partes, uel ex ipsarum in integra, noui fragmenti procreatio: per quam plurima etiam diuersorum generum, singula quæque unius in singula alterius ducta, per accumulationem coeunt in unum: & de dissimilibus fit unum fragmentum.

ILLVD autem ad naturam multiplicationis plenius pernoscendam obseruare oportet. Cum integrorum quidem inter se multiplicatio & numero & cumuli quantitate maius edat id, quod procreatur: E contrario fit in partibus: ut hec multiplicate, quantitate minores, numeroplures inueniantur.

IGITVR fragmentorum inter se multiplicatio ficit ad hunc modum. In primis numeratores omnes inter se multiplicentur. & ex hoc enascetur omnium numerator communis. deinde omnes denominatores itidem in se ducentur: & totius cumuli denominator consurget. Itaque si duas tertias per tres quartas multiplicare uolumus: duo in tria ducta faciunt sex, omnium numeratorem. Postea tria in quatuor ducta procreant duodecim, multiplicatio nisi denominatorē sic $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ multiplicatae faciunt $\frac{6}{2}$.

CVR ID aut̄ ita fiat: si rationē poscis: illa est. quod si numeratores in se soliducerentur: uiderentur integra inter se multiplicari: atque ita numerator nūm cresceret. Veluti in exemplo dato, dum duo in tria ducuntur: sunt sex. quae, si nihil præterea fieret: uiderentur integra. Cæterum quia non duo integra per tria: sed duæ tertiae unius integri per tres eius quartas multiplicandæ sunt: si militer partium denominatores in se ducuntur: ut partium diuisione, quæ per denominatoris multiplicationem fit: (quanto enim magis denominator crescit: tanto magis partes comminuuntur) nimia numeratoris augmentatio tantum corrigatur: quantum plus iusto creuerat: atq; ea ratione ad æqualitatē redigatur. Ita postquā etiā denominatores in se ducti creāt duodecim: liquet sex duo decimas esse: quæ alioqui sex integra uideri possent.

P O R R O S I per minutias uelis integra multiplicare: aut minutias per integram: ipsum integrorum numerum per minutiarum numeratore multiplica & producetur omnium numerator. cui minutiarum denominator nihil immutatus sub linea reponatur. Velut si 2 integra per $\frac{3}{4}$. aut $\frac{3}{4}$ per 2 integra multiplicentur, procreantur $\frac{6}{4}$. quæ faciunt 1 $\frac{1}{2}$. Alij integra ad exemplum minutiarum ita scribunt: ut numerus integrorum supra breuem lineam notetur: & sub ea reponatur unitatis nota: quæ integra illa esse significet: iuxta quæ sic scripta, quasi minutiae essent: ueras apponunt minutias: quas in ea ducunt. Deinde numeratorem integrorum per min-

tiarum

tiarum numeratorem, harumq; denominatorē per deno= minatorem illorum multiplicant, qui modus et expeditus est: & res ad idem recidit. nam cum ipsa unitas integra designans alios numeros non multiplicet: denominator semper invariatus manet. ita $\frac{2}{3}$ ducta in $\frac{3}{4}$: faciunt $\frac{9}{8}$.

SIC obiter expedita est partium duplicatio. quam speciem quidam separatim tractant.

SI AVTEM per minutias uoles integra, alijs mi= nutijs adiuncta, multiplicare: uel è conuerso minutias per integra minutij adiuncta: reduc prius integra in minutias sibi adiunctas: ipsa integra multiplicando in illarū de= nominatorem: numeroq; procreato illarum numerato= rem addendo. cui numeratori sic accumulato minutiarū illarum adiunctarum denominator sub linea subdatur. Deinde ipse minutiae iuxta alteras scribantur: numeratōrēq; per numeratorem, & denominator per denomi= natorē multiplicetur. Puta si duo integra cum duabus se= ptimis per duas quartas multiplicanda fuerint: duo in se= ptem ducta creabūt quatuordecim: quibus duo, quae sunt in numeratore addita producent sexdecim. is erit nume= rator: cui denominator septem capiens sub linea iungi de= bet. Deinde numerator in alterarū numeratorem ductus creabit triginta duo. Denominatoresq; itidē in se ducti, producent uiginti octo. sic 2 integra & $\frac{2}{7}$ reducta cre= ant $\frac{16}{7}$. quae per $\frac{2}{4}$ multiplicata, componunt $\frac{3}{2} \frac{2}{3}$. Ea unū integrum faciunt, & $\frac{1}{7}$.

Q V A N D O integra in integra minutij adiuncta

ducenda sunt: prius *integra minutis adiuncta in sociarū minutiarum faciem reducito: ipsa integrā in illarum deno-*
minationem ducens, numeroque producto numeratorem addens. cui numeratori, sic coaceruato, denominator sub linea subdatur. iuxta quas minutias integrā minutiarum more, supra lineam notentur: subiecta his unitate: Deinde numeratores in numeratores ducantur: itemq; denominatores in denominatores: sicuti fit in minutis. Veluti si 9 in $3\frac{4}{5}$ ducenda sint: 3 in 5 ducta facient 15. quibus addita 4, creant $\frac{2}{5}$. postea 9 in 19 ducta producent 17: quae supra lineam ponantur. Item semel 5 faciunt 5. quae sub linea locentur. Ita ex hac multiplicazione fient $\frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{1}{5}$. quae, si ad integrā libet reducere: crebunt 34 $\frac{1}{5}$.

AT SI integrā & minutiae in integrā & minutias duci debent: ueluti $3\frac{4}{5}$ in $5\frac{3}{8}$: utraq; integrā prius in minutias sibi adiunctas redigantur. & postea minutiarum more multiplicatio fiat. Itaque in prioribus illis: in 9 ducta creant 27. quibus numerator 4 adiunctus producit $\frac{2}{5}$. Similiter in alteris fiat 5 in 8 ducta faciunt 40. quibus numerator 3 additus educit $\frac{4}{8}$. iam uero $\frac{3}{5}\frac{1}{9}$ ductae in $\frac{4}{8}\frac{3}{8}$ producunt $\frac{1}{2}\frac{3}{7}\frac{3}{2}$. que ad integrā reductae, faciunt 18 $\frac{3}{7}\frac{2}{2}$.

VBICVNQVE autem minutiarum minutiae interueniunt: prius hæ ad simplices minutias redigendæ sunt: & postea in singulis, secundum ea, quæ suprà dicta sunt: multiplicatio peragenda.

DE MINVTIARVN

partitione.

PARTIVM diuisio, est duorum fragmentorum, alterius alterum oblique secantis, per multiplicacionem in unum coitio: per quam tertium enascitur fragmentum, ex utriusque illorum æquali complexu generatum. In oīni autem partium diuisione, fragmentum partibus diuisoris fungens à parte sinistra poni debet: fragmentum uero diuidendum à dextra. quemadmodū sit in integris: ut diuisor sinistram occupet. Deinde fragmenti diuidendi numerator in diuisoris denominatorem multiplicetur: & enascetur sectionis numerator. Postea denominator diuidendi fragmenti in diuisoris numeratorem ducatur: & partitionis denominator proueniet, qui sub numerato re prius procreato, linea interiecta, supponi debet. Ita ad hunc modum numeratorum in denominatores, & denominatorum in numeratores multiplicatio oblique in formam crucis diui Andree facta fragmentum procreabit diuisoris & diuidendi uim pariter complectens. Exempli gratia. Si per tres sextas diuidere duas tertias uoles: multiplica duo in sex & fiunt duodecim, numerator operis. Deinde tria in tria ducantur & procreabuntur nonum sectionis denominator. Sic per $\frac{3}{8}$ diuisæ $\frac{2}{3}$ faciunt $\frac{2}{9}$. quæ, si earum numerator per denominatorem secesserit: integrum unum & tertium unius integri partem constituant.

SVNT: qui iubent in minutis diuidendis diuisorem
 à dextra ponit quasi id magni referat. qui cur id fieri sic
 uelint: nihil ideo: quando illi ipsi precipiunt fragmenti di-
 uidendi numeratorem in diuisoris denominatorem, con-
 traq; diuidendi denominatorem in numeratorem diuiso-
 ris duci. Quod præceptum si quis seruet: nihil omnino
 refert: ab utra parte diuisor steterit. Id, quod res ipsa an-
 te oculos posita palim indicabit: si in medio fragmentum
 diuidendum, atq; utrinque idem fragmentum secans sta-
 tuatur, ad hunc modum. $\frac{3}{6} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{6}$ Nam fra-
 gmenti medij diuidendi numerator in diuisoris denomina-
 torem, uel à sinistra, uel à dextra, ductus eundem creat
 numerum: similiterq; diuidendi denominator in numeratorem,
 uel sinistrū, uel dextrū, multiplicatus idem faciet.
 Quamobrem cum in integris diuisor sinistram teneat:
 non temere aliud in partibus statuemus: præsertim cum
 in explicandis difficultissimis quibusque questionibus, in
 quibus minutæ interueniunt, hæ, quæ diuisoris fungun-
 tur partibus: suapte natura, sinistram teneant. id quod
 in sequenti libro pàssim cuius licebit cernere. Quas mi-
 nutias, quando ad diuisionem uentum erit: si de suo loco
 in dextram transferes: laborem geminabis.

SI QVAERIS: cur ita in minutiarum partitione
 multiplicatio in formam obliquæ crucis fiat: ratio illa est:
 quod minutiarum exilitas sit per denominatoris multipli-
 cationem, quanto enim magis ille crescit: tanto magis hæ
 conminuantur: et numero plures fiunt. At è conuerso nu-
mera

meratoris incrementum uel integra progignit: uel partes
multo propiores integris. Itaque cum minutum inter
se multiplicatio, ex numeratoriis directo in alterum nume
ratorum ductu, denominatorisq; utidem in alterarum de
nominatorem constet: quemadmodum proximo capite
edocimus: minutarum uero diuisio, quae suam naturam
multiplicationi contraria est: per multiplicationem fieri
etiam ipsa debet: ut tertium his mutua sectione coconti
bus fragmentum enascatur: quoniam altera illa multipli
cationis conficitur directe: haec, quae partes secant, necesse est
oblique fiat: ut alterarum numerator in alterarum deno
minatorem, denominatorisq; alterarum in alterarum nu
meratorem ducatur. alioqui sectio numeri redderetur: nec
ad aequalitatem res posset perduci. Veluti in exemplo iam
dato. quando per $\frac{3}{8}$ diuidere $\frac{2}{3}$ uolumus. multiplican
tes tria, diuidendi denominatorem per tria, diuisoris nu
meratorem, si nihil praeterea faceremus: uideremur per
tria integras partes illas secare: atque ita diuidendo num
erum excederemus. Sed quoniam illa tria per quae diuisi
mus: non erant tria integra: sed erant tres sextae: propte
re ad diuidendi numeratorem in sex, diuisoris denominato
rem ducentes, corrigimus excessum illum. atque ita par
titionem ad aequalitatem reducimus. tantum enim diuiden
di numeratorem supplemus: quantum plus iusto denominato
rem eius auximus, partes minuendo.

EN TIBI expeditam partium diuisionem. quam ut
pleni per noscas, illud obseruare oportet: tres earum

secandi esse species. Vna est: quando partes maiores à minoribus secantur. in qua specie nascuntur minutiae: quæ plus quam unum integrum creant. Exemplum. si per $\frac{2}{3}$ seces $\frac{1}{2}$, oriuntur $\frac{3}{2}$, quæ unum integrum et dimidium componunt. Altera quando æquales partes diuidunt æquales: ex qua unum creatur integrum. Exempli causa. Si per $\frac{1}{2}$ diuidas $\frac{1}{2}$ fiunt ex ea sectione $\frac{2}{2}$: quæ unum integrum faciunt. Tertia est: ubi partes minores diuiduntur à maioribus: id, quod in minutis sæpen numero evenit: sic enim hæc coire possunt. In hac partes procreatæ minus reddunt: quam unum integrum. Exempli gratia. si per $\frac{2}{3}$ seces $\frac{1}{3}$: prodeunt $\frac{2}{3}$: quæ tertia parte minus, quam unum integrum edunt. Et ut scias: quem sensum afferat minutiarum partitio: primo numerum aliquem inuestigare oportet: qui utrasque minutias, tam quæ diuidunt: quam quæ diuidendæ sunt: continet. id, quod facile fit: si utrarumque denominatores inter se multiplicet: deinde in numero illo procreato duos numeros minores exquiras: alterum, qui partes diuidendas: alterum, qui partes diuisores referat. Ita deprehendes nihil omnino interesse: utrum alterum illorum numerorum per alterum diuidas: an partes alteras per alteras. Exemplum in prima secandi species. ubi per $\frac{2}{3}$ secamus $\frac{1}{2}$: si numerum quærimus: qui $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{2}$ capiat: tria in duo ducta, sex nobis creant. qui numerus utrasque minutias complectitur. Postea in sex, prius numerum inuestigemus: qui unam eorum tertiam exprimat. is erit duo: deinde iterum in sex alterum numerum

rum inquiramus: qui creet unam eorum secundam. & tria esse comperiemus. Quibus numeris inuentis, nihil referre depræhendemus: utrum per $\frac{1}{3}$ secemus $\frac{1}{2}$: an tria per duo. Nam utrobique res ad idem recidet. quippe ex partium sectione proueniunt tres secundæ: quæ unum integrum & dimidium faciunt. nam numeratoris per denominatorem partitio unum in numero partitionis producit: ultra quod una secunda superest. id, quod itidem eueniet: si tria per duo seces.

Alterum exemplum in secunda secandi specie. Si per $\frac{3}{2}$ diuidas $\frac{2}{4}$: inde prodeunt $\frac{4}{4}$. quæ unum integrum creant. Idem surget: si quatuor diuidas per quatuor. quippe in octonario numero ex denominatorum in se duellu procreato 4, unam secundam, & 4 duas quartas faciunt. At in tertia secandi specie, quando maiores partes diuisoris funguntur partibus: quemadmodum tunc in integris sectio fieri nequit: nisi minor numerus, uel in species sub se contentas multiplicetur: uel in minutias soluatur: scilicet mox dicemus: ita duum minutiae coeuntes sic secantur: huiusmodi partitio nil nisi minutias parit: quippe quæ unum integrum nequeunt & quare. quia quot partibus numerator à denominatore superatur: totidem desunt ad integrum componendum. Veluti si per $\frac{2}{3}$ seces $\frac{1}{3}$: prodeunt $\frac{2}{3}$. Quod perinde ualeat: ac si duo per tria diuidere moliaris. nam in numero senario utrasque complectente minutias tria unam secundam, duo unam tertiam faciunt. Quæ sectio in integris fieri nequaquam potest: ut uterg; numer-

rus integer maneat . id, quod mox explicabimus. Quam obrem quando partes quælibet per alteras quasvis partes diuidendæ proponuntur : hoc significatur: ut partes illæ alicuius numeri propositæ diuidantur per alteras eiusdem numeri partes propositas .

P R A E T E R E A cum in integris multiplicatio semper augeat: partitioque diminuat : in minutis contrâ euenit: ut et multiplicando decrescant: & augeantur partiendo . Nam si per unam tertiam una secunda multiplicantur: procreatur una sexta. quæ longe minor est, quam uel una secunda: uel una tertia. At è conuerso, si per unam tertiam una secunda diuidatur: fiūt tres secundæ: quæ unum & dimidium componunt . quod longe plus est, quam uel una tertia: uel una secunda. Veruntamen qui minutiarum naturam eam esse meminerit: ut quanto magis in numero denominator crescit: tanto magis quantitate partes diminuantur: id, quod ante sèpius admonuimus: statim mirari desinet: cur minutæ multiplicando decrescant . cum in his numeri incrementum diminutionem afferat quantitas . & denominator pro ratione , magis quam numerator augeatur . Maius mirum prima facie uideri potest: quomodo partes diuidendo crescant . sed nec id quidem quempiam turbare debet: qui partium diuisionem ab integrorum longe diuersam esse pernouit . Etenim illa fit per subductionem divisoris à numero diuidendo toties repetitam. quoties id fieri potest . Hæc autem per duorum fragmentorum obliquam in unum coitionem: per quam tertium

tertium exoritur fragmentum ex æquali illorum comple= xū productum. Quare quoniam multiplicationis natura est: ut partes edat minores partitionis, quæ eicontraria est, esse debet: ut partes instauret, plenioresq; eas reddas. Cui rei non ab simile quidam nonnunquam in integris ui= dere licet: si quis minutiores nummos ad librarum aureo rumue summam cupiat redigere. id quod fit per sectio= nem. si per illum nummorum numerum, quo libra una aut aureus unus æstimatur: uiuersus nummorum nume= rus diuidatur. Itaq; quando minutiae per minutias secan= tur: omnia maiora fiunt: quemadmodum aurei atq; libræ congeruntur ex minutioribus nummis. Quocirca parti= um diuisio nihil aliud est. quam inuestigatio quædam: quot & quæ partes ex duabus fragmentis ad tertij fragmenti procreationem pariter per sectionē coeuntibus oriantur.

SI QVAE uero minutiae per integrā fuerint diui= dendæ: ab earum sinistra numerus integrorum supra li= neam scribatur: ueluti minutiarum numerator quidam: sub quo, linea interiecta, notetur unitas: quæ, quasi qui= dam denominator, integrā designet. tumq; multiplicatio= ne in formam crucis facta, sic fiat diuisio. quemadmodum in alijs minutis. Nam si per $\frac{2}{3}$ diuidantur $\frac{3}{4}$: post= quam in speciem crucis multiplicatio fiet: orientur $\frac{3}{8}$. Alio modo id fieri potest: & res ad idem recidet: ut deno minatore manente intacto, numerator minutiarum per numerum integrorum in partes æquales, si fieri potest: diuidatur. Velut si per 2 integra $\frac{6}{8}$ secentur. fient $\frac{3}{8}$.

Alioqui si numerator per integrorum numerum in partes aequales secari non posset: numerus integrorum in denominatorem diuidendi fragmenti multiplicetur: et res erit confecta. sicuti si per 2 integra $\frac{3}{4}$ secentur: provenient $\frac{3}{8}$.

SIC OBITER expedita est partium dimidiatione quam speciem curiosi quidam separatim tractant: cum longe sit facilior: quam si quis eas per tria, quatuor, aut quemvis alium maiorem numerum secare uelit.

AT SI minutiae per integra et minutias secande proponuntur: prius integra in minutias sibi adiunctas redigantur: ut una de his minutiarum facies appareat: que, quia divisoris partibus fungentur: sinistram occupabunt: aliae uero minutiae, que sectionem pati debent: dextram: deinde multiplicatione in formam crucis facta, minutiarum more, diuisio peragatur. Veluti si per 2 $\frac{1}{2}$ partiri $\frac{3}{4}$ uoles: prius adiunctarum minutiarum denominator in 2 ducatur: et fient 4. quibus additus numerator, educit $\frac{2}{2}$, per quas si seces $\frac{3}{4}$: ex ea partitione provenient $\frac{3}{8}$.

QVOD SI integra per minutias diuidi debent: integra quidem minutiarum more, supra lineam, cui subdatur unitas: a dextra locentur: minutiae autem a sinistra. Cetera uero, que de multiplicatione in formam crucis facienda iam diximus: nihil. immutentur. Exempli gratia. si per $\frac{2}{3}$ secare uis $\frac{4}{3}$, enascentur $\frac{2}{2}$.

PORRO si integra per integra et minutias diuidenda sunt:

da sunt: postquam *integra*, quæ *minutias adiunctas* ha-
bent: in earū formam redacta erunt: à *sinistra* locentur:
quod diuisoris fungantur partibus. cætera uero expedi-
antur; sicuti proxime diximus: quando *integra* per *minu-*
tias secantur. Veluti si per $2 \frac{2}{3}$ secandæ sunt $\frac{4}{3}$, mi-
nutiarum adiunctarum denominator 3 ducatur in 2:
et fient 5. quibus numerator 2 additus creat $\frac{8}{3}$. per
eras autem si diuidas $\frac{4}{2}$, inde prouenient $\frac{1}{2}$: quæ fa-
ciunt $1 \frac{1}{2}$.

AT SI *integra* & *minutiae* per *minutias secundæ*
sunt: prius *integra* in *minutias* sibi *adiunctas* redigantur:
ut una de his minutiarum facies fiat. deinde à *dextra* post
tæ, per alteras *minutias fragmentorum* more *secantur*.
Veluti si per $\frac{5}{8}$ partiri $5 \frac{3}{4}$ uoles: 5 in 4 ducantur: &
20 prodibunt. quibus numeratorem 3 adde: & surgent
 $\frac{23}{4}$. Postea multiplica 4 denominatorem diuidendi
fragmenti in 5 numeratorem diuisoris. & producentur
20. Deinde numerator diuidendi 23 ducatur in denomi-
natorem diuisoris 5. & surgent 138. quæ, si per 20 secta
ad *integra* redigantur: proferent 6 $\frac{2}{10}$.

AD EVNDEM modum fiat: si *integra* & *minu-*
tiae per *integra secundæ* sunt. id quod quando acciderit:
ipsa *integra* à *sinistra* locata minutiarum speciem indu-
ant: uti suprà dictum est.

QUANDO uero *integra* & *minutiae* per *integra*
& *minutias* diuidi debent: prius utraq; *integra* in *minu-*
tias sibi *adiunctas* seorsum redigantur: ut omnia *minutiae*

rum speciem utrinque referant. Deinde minutiae, quæ dividendæ sunt: à dextra locatæ, per alteras, fragmentorum more secentur. Veluti si per $3 \frac{2}{3}$ partiri $6 \frac{1}{7}$ cupis: in 2 multiplicata, & producto numerator additus, factent $\frac{2}{2}$. Item & in 7 ducta productioq; numerator adiunctus proferent $\frac{4}{7}$. Postea si per $\frac{2}{3}$ secentur $\frac{4}{7}$: ex ea partitione $\frac{3}{2} \frac{8}{0} \frac{7}{3}$ prodibunt. quæ ad integrareducte, faciunt $1 \frac{1}{2} \frac{8}{0} \frac{4}{3}$.

V B I C V N Q V E autem minutiarum minutiae interueniunt: prius hæ ad simplices minutias redigendæ sunt: & postea in singulis, secundum ea, quæ suprà dicta sunt: diuisio peragenda.

S I C A P E R E experimentum libet: an partitione recte facta sit: sectionis numerum in diuisorem multiplicata: & numerus diuidendus producetur. nam multiplicatio diuisionem, & multiplicationem diuisio probat in minutis: quemadmodum fit in integris. Igitur quando per $\frac{1}{1}$ secantes $\frac{1}{2}$ educimus $\frac{3}{2}$. quæ faciunt $1 \frac{1}{2}$. recte diuisum esse probabimus: si $\frac{3}{2}$ in diuisorem $\frac{1}{3}$ ducemus: ita $\frac{3}{6}$ producentur. quæ ad minimam nomenclaturam reductæ faciunt $\frac{1}{2}$. quod fragmentum diuidendum erat.

I N M I N V T I I S operæprecium illud admonere putauimus: in quo multum exercitatos labi sæpe numero vidimus. Quandocunque minutiae: quæ diuisoris funguntur partibus: & quæ sunt diuidendæ: eundem denominatorem habent: qui in utrisque suo numeratore minor reperitur: maiorq; existit earum numerator: quæ secundae sunt:

sunt quam quæ secare debent: quoniam tunc in utrisque,
 minutæ totidem integra repræsentant: quoties utriusque
 numerator denominator suū continet: partitio nequa-
 quam oblique in formam crucis fiat: sicut ifit in minutis,
 sed denominatoribus manentibus intactis, maior diuiden-
 di numerator per divisoris numeratorem, qui minor est:
 integrorum more seccetur. Alioqui si supputator illas si-
 cut minutias aiudiceret incautus: cum integra designent:
 & minor numerator maiorem partiri possit: in labyrin-
 thum inextricabilem ignorans sese immergeret. Exem-
 plis rem illustremus. Esto per $\frac{5}{3}$ secundæ essent $\frac{7}{3}$.
 denominatoribus utriusque nihil immutatis, septem per
 s diuisa educent unum integrum & duas quintas. Aut si
 per $\frac{8}{3}$ partiri cupias. $\frac{1}{3}$ per octo secans decem unum
 integrum procreabis: et supererunt $\frac{2}{8}$: quæ reddunt $\frac{1}{4}$.
 Et quamvis in his exemplis nihil referre videatur: utro
 modo secentur: cum etiam si minutiarum more fieret
 partitio: nihilominus post reductionē minutiarum ad in-
 tegrarē ad idem recideret: tamen præterquam quod via
 iam monstrata illas reducendi uitat ambages: multæ sup-
 putationes occurrit: in quibus error immensus orietur:
 sicut partium ea diuidas. Et præsertim ubi ex diuersis in-
 tegrīs. & uarijs minutis in unum additis, unus omnium
 divisor colligitur: qui multa & uaria secare debeat. Id
 quod in explicandis numerorum nodis, in sequenti libro
 manifestum per exempla faciemus.

IN INTEGRIS numeris maior non diuidit mino-

rem: cum in minore maior non contineatur. uti superiori
 libro, de partitione præcipientes, admonuimus. Cæterum
 maior numerus minorem frangere in minutias potest. Et,
 ut scias: quo nam modo ea sectio fiat: quotque & quales
 partes faciat: illud obserua: ut minorē numerum diuiden-
 dum supra breuem lineam ductam, numeratorem statuas:
 maiorem uero, qui diuisor est: denominatorē linea & subij-
 cias. Si tot enascentur partes: quot diuidendus, qui nume-
 rator est: unitates capit. tales autem erunt: quales deno-
 minator, qui diuisor est: demonstrabit. Quæ continuo ad
 minimam sui nomenclaturam redactæ manifestabūt: quot
 & quales partes prodeant: quando maior numerus in mi-
 nutias diuidit minorem exemplum, si per 30 secare uel-
 limus: fiunt $\frac{1}{3} \frac{5}{6}$. quæ ad minimam nomenclaturam re-
 dactæ, faciunt $\frac{1}{2}$. Itidem si per 40 partiri cupiamus u.
 Sectio facit $\frac{1}{4} \frac{5}{8}$. quæ sunt $\frac{3}{8}$. Similiter, si per 13 se-
 care uelimus: prodeunt $\frac{7}{13}$. Minor numerus supra
 lineam numerator efficitur: quod in minutis is locus sit
 numeri diuidendi. Maior uero numerus sub linea denomi-
 nator fit: quod eum locum in minutis diuisor obtineat.
 Et quemadmodum si numerator maior esset: denomi-
 nator minor cum secans proferret integra: sic è conuer-
 so, quando denominator numerator maior est: enascun-
 tur minutie: quibus tantum deest ad integrum componen-
 dum: quanto numerator denominatore est minor. Ita nu-
 merus minor diuidi per maiorem duobus modis potest.
 vel quando res à minore numero numeratæ ducuntur in

Species

species sub se contentas: ut numerus productus maioris sectionem ferat. uelut si unus aureus, inter quatuor viros diuidendus, multipl.etur in minutiorem pecuniam: ut in quatuor partes distribui possit. Vel quando numerus maior minorem in minutias secat: id quod fieri potest eo modo, quo iam diximus.

Hec quinquam attinent ad sectionem integrorum: quia tamen huiusmodi partitio producit minutias: de quibus ibi præpostere fuisset dicendum: in hunc locum potius releganda fuerunt.

DE RADICVM INVESTIGATIO- ne in minutijs.

QUADRATI & cubi lateris inuestigatio eodem modo fit in minutijs, quo in integris fieri solet: nisi quod geminandus est labor: cum tam in numeratore, quam in denominatore radix sit querenda. Latus autem in numeratore inuentum, numeratoris erit radix. quod uero ex denominatore eruetur: denominatoris radix habebitur. inter quæ linea media secunda est. Exemplum de latere minutiarum quadrato. Si de $\frac{25}{16}$ radicem cupis eruere: numeratoris radicem inuenies 5, denominatoris 4. Sic linea distinguente, fiunt $\frac{5}{4}$. Similiter de $\frac{45}{24}$ radix quadrata capit $\frac{5}{2}$: & reliqua supersunt $\frac{1}{12}$. Radix uero cubica earundem minutiarum habet $\frac{3}{4}$: & restant $\frac{1}{2}$.

DE RADICIBVS PROPIVS INVE-

niendis in numeris neque quadratis,
neque cubis .

VI in numero, qui neque quadratus est neq; cubus, radix est inuenta: semper aliquid erit reliquum. siue in prima inuestigatione id eueniat: siue in ulteriore: de qua iam dicemus. Nam si nihil restaret: is numerus quadratus aut cubus esset. Nonnunquam autem in ampio numero reliquum ipsum ingens erit. Prima namq; inuestigatio radicem depræhendit maximi numeri quadrati, aut cubi in his contenti. inter quem & numerum illum, qui neq; quadratus neque cubus proponitur: ipsum reliquum differentiam manifestat. Quocirca in eiusmodi numeris ueram radicem assequi nunquam licet: tam & si proprius multo, quam in prima inuestigatione factum est, accedi potest: ut scias, quot partes cuiusvis denominationis super sint. Id quod in quadratis fiet ad hunc modum .

POST primam in integris radicis exquisitionem, in qua reliquum superest: numerum illum non quadratum, cuius in integris radix inuenta est: per denominatorem cuiuscunque partis, quam optas, multiplica. Deinde per eundem denominatorem iterū multiplica numerum productum. Quod cum factum erit: radicem numeri per secundam multiplicationem producti, exquire. Hæc namq; radix secunda, cunctas illius denominationis partes in numeri primo propositi radice contentas, demonstrabit.

Atque

Atq; ideo si per partium denominatorem radicem illam secundam seces: numerus sectionis proferet primæ radicis integra, & præterea etiam partes aliquot illius denominationis. Ceterum aliquot minutæ semper restabunt quæ minus quam unam partem faciant: ut ad integrū formandum partes illæ nunquam deduci queant.

VERBI gratia, si scire libet: quæ sit radix numeri octonarij. hanc esse & depræhendes. & quatuor erunt reliqua. Iam si scire uelis: quot quartæ unius integri supersint in radice. Primum s per quatuor multiplica & prodeunt triginta duo. Iterum triginta duo in quatuor ducito: & producentur 128. Huius secundo producti ra= dicem perscrutans comperies eam 11. totidem namq; quar= ta sunt in octonarij numeri radice: hoc est, duo integra, & tres quartæ præter septem in minutis reliqua: quæ quartam explere nequeunt. Itaque ultra primam inuesti= gationem, quæ & integra in radice protulit: secunda tres præterea quartas eruens proprius accessit.

Q V O D S I etiamnum partiū particulas inuestiga= re pergens scire uelis: quot quartæ unius partis quartæ, ultra duo integra & tres quartas supersint: ad eundem modum, sicut de integrorum partibus exquirendis iam dictum est: numerum, cuius radicem secundo indagasti: se= mel in denominatorem particulæ: & iterum in produ= ctum ducere debes: atque in numero secundo producto radicem inuestigare. quæ, postquam inuenta erit: cunctas illius denominationis partium particulas numeri pri=

me propositi radice contentas demonstrabit. Nam autem radicem si per denominatorem particularum seces: numerus sectionis partes integrorum demonstrabit. Et id, quod erit reliquum: partium particulatas.

VERBI gratia, 128, cuius numeri in superiori exemplo secundo producti radicem inuestigamus, per quaeror multiplicemus: inde nascentur 512. Postea iterum ducamus quatuor in 512. ita producentur 2048. huius numeri radicem quaerentes deprehendemus eam esse 45. Et supersunt 23. Igitur 45 quartae unius partis quartae in octonarij radice erunt: quas si diuidamus per quatuor numeros partitionis, monstrabit 11. Et unum erit reliquum, Qua ratione comperiemus in octonarij radice undecim partes quartas, nempe duo integra et tres quartas, atque in super unam quartam unius partis quartae contineri.

Quod si cui est animus amplius progredi poterit ad eundem modum etiam particularum particulatas ulteriores perscrutari.

IN CUBIS quoque numeris ad eundem omnino modum omnia fiant. nisi quod numerum illum non cubum cuius radix in integris inuenta est: non solum per denominatorem partis, quamcunque uoles: multiplicare oportet: Et iterum in productum: sed (ut ratio cuborum postulat) tertio denominatorem illum in numerum ex secunda multiplicatione productum ducere debemus. Quo fieri: ut numeri tertio producti radix inuestigata, cunctas illius denos

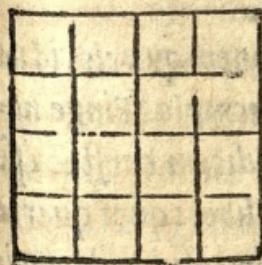
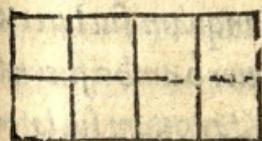
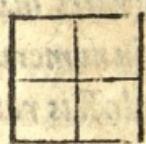
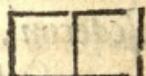
denominationis partes in primi cubi radice contentas manifestet. Iudicem etiam progredi licet ad partium particulias in his investigandas.

ALIO modo per compendium id fieri poterit, ad hunc modum: ut denominatorem partium, quas exquiris: semel in reliquum, quod post primam in integris radicis exquisitionem restabit: atque iterum in productum: ducas. Poslea per eundem partium denominatorem radicem ipsam in integris inuentā multiplica: numerumque illū partium radicis sic productū duplica. Deinde numerum qui ex denominationis partium semel in radicis reliquū. atque iterum in productum multiplicatione productus es: sic diuidere per numerum ex duplicatione generatum debes: ut tamen tantum supersit, quantum numerus sectionis postea in se ipsum ductus, prope modum delere subductus possit. Nam in his numeris non quadratis semper (uti diximus) aliquot minutiae restabunt. Ita numerus sectionis radicis partes ex reliquo nascentes monstrabit. Verbi gratia. Si ex octonario radicem queris: inuenies eam 2: & supersunt quatuor. Iam si scire cupis quot quartae sint in reliquo. multiplica quatuor reliquum per quatuor denominatorem partium: quas queris. & prodeunt sedecim. Iterum denominatorem quatuor in sedecim ductus, creat sexaginta quatuor. Deinde radicem 2. multiplica in denominatorem partium quatuor, & fient s. duplica productum s: & procreantur sedecim. Iam uero si diuisas sexaginta quatuor per sedecim: quater in illis diuisor

haberi potest: sed tunc nihil restabit: quod numerus partitionis postea in se ductus deleat. quare si semel minus, quam aliqui fieri posset: diuisorem sedecim tollimus: ter sedecim facient quadraginta octo: et supererunt adhuc sedecim: a quibus si numerum sectionis 3 in se ductum, qui facit nouem: subducas: restant septem. sic numerus sectionis ostendit, ex reliquo radicis fieri tres quartas, praeter minutias restantes 7.

AT si in hoc exemplo partium particulas inuestigare perges, ueluti quartarum quartas: denominatorem particularum, quas queris: nempe quatuor semel in reliquum post secundam radicem partium inuentam restans, uidelicet septem ducito. indeque fient uiginti octo. item etiam eundem denominatorem quatuor in productum uiginti octo multiplicato, et surgent 112. Postea earundem particularum denominatorem quatuor. ducere oportet in omnes partes totius radicis hactenus inuentas: que sunt undecim. nam duo integra, quae prodierunt ex prima inuestigatione: et tres quartae, quae ex secunda, faciunt undecim quartas. quo siet: ut quatuor in undecim ducenta procreent quadraginta quatuor. quem numerum productum si duplices: nascentur octoginta octo. Per ea autem si sic diuidas 112, ut numerus sectionis postea in se ipsum ductus, quoad fieri potest: totum diuidendum auferat: unitas diuisor sufficiet. ita octoginta octo semel a 112 extracta, relinquunt uiginti quatuor. et postea unitas in se ducta adhuc unum creat: quod auferendum est a 24 et restat.

& restabunt uiginti tria . Ita numerus sectionis unam quartam unius quartæ ex secundo reliquo prodire manifestat . & supersunt 23 . Hac ratione etiam ulteriores particularum particulas , quatenus progreduelis : consecutari licet .



RATIONEM uero , cur quadratum per denominatorem partium bis sit multiplicandum : Socrates apud Platonem Menonis puerο reddit . Cuius sententiam paucis explicabo . Quadratum lineæ bipedalis quatuor erit pedum . nam cum figura duos pedes longa & unum alta duorum sit pedum : fit ut figura duos pedes longa & itidem duos alta quatuor pedum existat . Quadratum autem duplæ longitudinis sedecim capiet pedes . quoniam cum figura longitudine dupla et sola duorum pedum altitudine pedes octo complectatur : figura , duplæ longitudinis duplæ . & altitudinis etiam erit : sedecim pedes capiet .

SIMILITER in omnibus alijs quadratis multiplicandis opus est duplici multiplicatione . quoniam prima multiplicatio solum auget in longitudinem . at secunda que fit in productum altitudini tantundem adiicit . Exem

plicausa. Esto quadratum propositum quatuor, si libet inquirere quadratum: cuius quodque latus duplum sit ad quodque latus propositi quadrati. duplica quadratum propositum: inde octo nascuntur: et tantum figura crevit in longitudinem. Longitudo enim dupla eius sit: sed altitudo invariata manet. Igitur quadratum non est. Quare si iterum duplices productum: inde fient sedecim. atque ita tantundem etiam in altitudinem crescat: cum sit dupla ad altitudinem priorem. Quod autem Socrates in lineis pueris sub oculis demonstrauit: id Euclides in numeris, qui formari possunt in modum quadratorum: doctis ratione patet: cum inquit. Si fuerint duo numeri, ambo quadrati: erit proportio alterius ad alterum, tanquam sui lateris ad latus illius, proportio duplicata. Si uero ambo fuerint cubi: erit proportio alterius ad alterum, tanquam sui lateris ad latus illius, proportio triplicata.

QVOD si compendij dati rationem quæris: id ita habere sub oculis uidere licebit, hoc ememplo. Finge numerum propositum esse tria: huius radicem constat esse unum, et supersunt duo. Iam si scire libet: quot quartae unius integri ad illa duorum respondere debeant: duc denominatorem quatuor in tria. et fient duodecim, iterum multiplicata quatuor in productum duodecim: inde nascuntur quadraginta octo. Huius numeri figuram quadratam efforma, hoc modo.

Anhas

IN HAC figura sedecim re-
spondet ad maximū quadratum,
sub primo numero 3. nā ex ductu
quatuor in unum, et iterū in pro-
ductum, fient sedecim. Itaq; hoc
quadratū resecabis: cuius radix
nota 4 (quia nascitur ex ductu
radicis integrorū in denomina-

1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

torem partū) ad radicem unum in integris prius inuen-
tam respondet. Quod superest autem: respondet ad reli-
quum numeri primo proposuit. quippe quod nascitur ex
ductu denominatoris partum quatuor in reliquum 2, &
iterum in productum octo: ex quo procreantur triginta
duo. Ex illis autem triginta duobus, quæ ultra quadra-
tum, quod est sedecim: supersunt duodecim illa, quæ gno-
monem extremum non absoluunt, (Voco autem in nume-
ris gnomonem, id: quod constat ex duobus numerorum la-
teribus angulum rectū facientibus, instar gnomonis geo-
metrici) ueluti reliquum maximi quadrati triginta sex
sub quadraginta octo resecanda sunt. Ita restant gno-
mones duo: qui cum quadrato sedecim quod ressecuimus: cen-
siciunt maximum quadratum 36 sub 48 contentum: adi-
untq; radici superiori quatuor: quæ ad radicem unum in
integris inuentam respondet: duas unitates. uti in figura
liquet. & reliquum huius quadrati triginta sex, quod est
12, adieciisset tertiam: si modo ad gnomonem absolu-
dum, unum insuper accessiisset. Itaque ante oculos cerne-

re licet: gnomonem quemque quadrato resecato applicatum, in se complecti longitudinem & altitudinem ipsius quadrati sedecim, hoc est duplum radicis quatuor: & insuper in angulo restare quadratum numeri gnomonum. is est in hoc exemplo, binarius. sunt enim duo gnomones. Quare diuisio numeri procreati ex ducta denominatoris in reliquum, & iterū in productum, facta per duplum radicis: sic tamen, ut numerus sectionis in se ductus subduci possit à reliquo partitionis: ostendet quot si ut gnomones. Quo fiet: ut liqueat, quot partes ad reliquum respondentes, addendae sint radici prius in integris inuente, nam ei gnomo quisque unitatem in partibus addit.

AD exercendos iuuenes plurimum iuuabit nonnullas interrogationes subnectere: per quas ea, quæ de minutiarum inter se comparata magnitudine dinoscendo, deq; integrorum & minutiarū additione, subductione, multiplicatione, & diuisione hactenus dicta sunt: melius intelligantur. Sunt in his quoq; quædā: quæ ad enarrationem partium quotarum in numeris & in minutijs, atque etiam ad partium aliarum in alias transformationem faciunt. Ea autem rudimenta ex Arithmeticā Luca de Burgo, cuius nōmē in ea arte non parum, neque absurde celebratur: excerptissimus. quæ sane ad ingenia studiosorum in numeris uegetanda magnopere conducent.

QVOMODO, PROPOSITIS BINIS
minutijs, scias: utræ sunt maiores.

SI quin

Si quinque sextæ conferantur cum tribus quartis: utræ maiores erunt? continuo scies: si utrisque minutis iuxta alteras notatis, numeratorum in denominatores denominatorumq; in numeratores, obliqua multiplicatio fiat: & uterque numerus productus supra suas minutias loceatur. Quippe uterque illorum maior erit: maiores suas minutias ostendet. Hac ratione $\frac{5}{6}$ maiores sunt: quam $\frac{3}{4}$. Nam supra $\frac{5}{6}$, 20 erunt. supra $\frac{3}{4}$, 18. At ubi integra & minutiae cum alijs integris & minutis conferentur: si integra erunt paria: de minutis solis iudicandum erit: uti supra dictum est. Quod si integra altera alteris imparia occurrant: quæ 20 18 maiora sunt: vincunt altera quantumuis $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$ magnas minutias adiunctas habentia.

INTERROGATIONES PER ADDITIONEM SOLUENDÆ.

A QVO numero subduci debent 13, ut restent 12? Item à quo numero subtrahentur $3\frac{1}{2}$, ut relinquantur $4\frac{1}{3}$. Huius generis interrogations siue de integris, siue de minutis queras: per additionem solvuntur. Nam si 12 ad 13 addas: surgent 25. quæ summa est: unde illa 13 eximi debent: ut restent 12. Similiter in minutis adde $3\frac{1}{2}$ ad $4\frac{1}{3}$. et fient $7\frac{5}{6}$. unde subduci debent illa $3\frac{1}{2}$ ut $4\frac{1}{3}$ relinquantur.

INTERROGATIONES PER SUBTRACTIONEM SOLUENDÆ.

CVM quo numero coniungenda sunt 23, ut fiant 39.
Item cum quo numero copulanda sunt $6 \frac{2}{3}$. ut
fiant $13 \frac{2}{5}$? Huiusmodi quæsita per subductionem soluun-
tur. Nam si 23 à 39 subducas restabunt 16. quæ iuncta ad
23 faciunt 39. Similiter in minutis. subducito $6 \frac{2}{3}$ à
 $13 \frac{2}{5}$. et supererunt $6 \frac{1}{15}$. quæ si iungas ad $6 \frac{2}{3}$: sur-
gent $13 \frac{2}{5}$.

Si queris, quantum $\frac{2}{5}$ superant $\frac{3}{7}$. per subductionem
scies. Nam postquam eo modo, quo dictū est: depræ-
hendisti, $\frac{3}{7}$ maiores esse, quam $\frac{2}{5}$: alteras ab alteris subdu-
cito: et $\frac{1}{35}$ restabit. quæ differentiam inter has minutias
monstrabit. Id probare licet: sicut in subductione. Nam si
 $\frac{1}{25}$ addas ad $\frac{2}{5}$. fiet summa æqualis ad $\frac{3}{7}$. Itidem si quæra-
tur: quæ sit differentia inter $\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{7}$. eodem modo scire licet.

INTERROGATIONES PER multiplicationem soluendæ.

QVIS numerus in 5 diuisus erat: quando in nume-
ro sectionis 17 habentur? Item, quis numerus in
4 $\frac{1}{7}$ diuisus erat: quando numerus sectionis pro-
fert 2 $\frac{1}{8}$? Multiplicatio rem aperiet. Nam si 5 in 17 ducas:
fient 85. qui numerus in 5 sectus, educit in numero sectio-
nis 17. Itidem in minutis 4 $\frac{1}{7}$ ducta in 2 $\frac{1}{8}$, facient 8
 $\frac{2}{5} \frac{2}{5}$. Is numerus in 4 $\frac{1}{7}$ sectus. In numero partitionis redi-
dit 2 $\frac{1}{8}$.

QUOMODO PARTIVM PARTI-
culæ sunt exquirendæ.

Quomodo

QVOMODO exquiras $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$. Aut $\frac{3}{7}$ de $\frac{8}{9}$. Hoc perinde est: ac si queras, quæ sunt $\frac{2}{3}$ quatuor quintarum, Aut $\frac{3}{7}$ octo nonarum. Igitur huiusmodi quæsita, quæ de minutiarum minutijis occurunt: per multiplicationem minutiarum alterarum per alteras expediuntur. Nam $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ sunt $\frac{8}{15}$. Item $\frac{3}{7}$ de $\frac{8}{9}$ sunt $\frac{24}{63}$. quæ ad minimam nomenclaturam redactæ, faciunt $\frac{8}{21}$.

QVAE suut $\frac{3}{4}$ de $2\frac{1}{2}$? Interrogatio hæc, nisi quòd integra minutijis sunt admixta: præcedenti similis est. Quocirca per multiplicationem similem modo soluitur. Nam $\frac{3}{4}$ de $2\frac{1}{2}$ sunt $1\frac{7}{8}$.

INTERROGATIONES PER diuisionem soluendæ.

PER quem numerum diuisa sunt 36, quando 9 predierunt in numero sectionis? Item per quem numerum diuisa sunt $12\frac{1}{4}$, quando numerus partitionis habet $3\frac{1}{2}$? Huiusmodi interrogations per sectionem soluuntur. Quippe 36 per 9 secta, monstrant 4 in numero partitionis. Nam quando duo numeri aliquem componunt: si is per illorum alterum secetur: alter in numero partitionis exit. Ita cum quater 9 faciunt 36. si numerū illū compostū seces per 9: exēunt 4. Si per 4 exēunt 9. Similiter $12\frac{1}{4}$ per $3\frac{1}{2}$ diuisa, educunt $3\frac{1}{2}$ in numero partitionis.

PER quem numerum multiplicare oportet $2\frac{1}{2}$ ut $7\frac{1}{2}$ producantur? Hoc genus interrogacionum

per diuisionem explicatur. Nam si per $2 \frac{1}{2}$ seces $7 \frac{2}{3}$: ex ea partitione prouenient $3 \frac{1}{5}$ is est numerus: in quem si $2 \frac{1}{2}$ ducas: producentur $7 \frac{2}{3}$.

QVOMODO exquiras in numeris, quota pars maioris numeri sit minor. & in minutis, quota pars maiorum minutiarum minores existant.

QVOTA pars sunt 4 de 12 , aut $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$, Hoc facile sciri potest tam in integris, quam in minutis : si id, quod minus est : per maius in minutias e modo diuidas: quo de utrisque supra dictum est. Nam si 4 per 12 seces: fient $\frac{4}{12}$. quae sunt $\frac{1}{3}$ de 12 . Et si per $\frac{3}{4}$ diuidas $\frac{2}{3}$. prodibunt $\frac{8}{9}$. Igitur dicam $\frac{2}{3}$ esse $\frac{8}{9}$ de $\frac{3}{4}$. Idq; ita esse uel ex hoc capere experimentum licet: quod si sumas $\frac{8}{9}$ de $\frac{3}{4}$. id, quod alteras minutias in alteras ducendo facere licet: inuenies eas esse $\frac{2}{3}$.

MINUTIARVM ALIARVM IN alias transformatio.

QVOT decimæ octauæ sunt in $\frac{5}{9}$? Hoc genus uocant minutiarum aliarum in alias transformacionem: id, quod fit per partitionem. Nam si per $\frac{1}{8}$ diuidas $\frac{5}{9}$. ex ea sectione prouenient $\frac{1}{8} \frac{5}{9}$. quae sunt $\frac{5}{72}$. sic in $\frac{5}{9}$ comperiuntur $\frac{1}{8} \frac{5}{9}$. Eodem modo quælibet aliæ minutæ in alias quaslibet perfectionem transfigurantur: etiam si integra sunt adiuncta. Vcluti si queratur: quot tertiae sint in $3 \frac{1}{2}$. per $\frac{1}{3}$ diuide $3 \frac{1}{2}$. & prouenient 10 $\frac{5}{6}$. tot sunt tertiae in $3 \frac{1}{2}$. Hunc modum

modum partes alias in alias transformandi, suprà etiam dedimus: quando de partibus dissimilibus ad similitudinem redigendis, præcepimus. quanquam ibi de minutiarum sectione, quæ nondum explicata erat: de industria reticimus.

INTERROGATIONES PER PLVRA ET DIUERSA SOLUENDÆ.

CVM quot octauis supputari debent $\frac{3}{2}$: ut fiant $\frac{6}{9}$.
Principio considera: cum quo numero iungendæ sunt $\frac{3}{5}$: ut surgant $\frac{8}{9}$: id, quod per subductionem scies.
 Nam si subducas $\frac{3}{5}$ ab $\frac{8}{9}$: restabunt $\frac{1}{4}\frac{3}{5}$. cum eo numero copulanda sunt $\frac{3}{5}$: ut fiant $\frac{8}{9}$. iam uero uidendum est,
 quod octauas $\frac{1}{4}\frac{3}{5}$ capient: id quod scies si per $\frac{1}{8}$ seces $\frac{1}{4}\frac{3}{5}$. sic in numero sectionis prodibunt 2 $\frac{1}{4}\frac{4}{5}$. cum tot igitur octauis, hoc est cum duabus $\frac{1}{4}\frac{4}{5}$ unius octauæ, copulandæ sunt $\frac{3}{5}$: ut surgant $\frac{8}{9}$. Eodem modo de similibus fiat.

SVBTRAHANTVR $\frac{3}{5}$ à tot septimis: ut $\frac{1}{2}$ superfit. Principio uidendum: à quo opus est subducere $\frac{3}{5}$, ut $\frac{1}{2}$ restet. id, quod deprehendes: si $\frac{3}{5}$ ad $\frac{1}{2}$ addas:
 ita surgent 1 $\frac{1}{10}$. à quibus demere oportet $\frac{3}{5}$: ut $\frac{1}{2}$ relinquatur. Deinde uide, quod septimæ sunt in 1 $\frac{1}{10}$. id,
 quod scies: si per $\frac{1}{7}$ seces 1 $\frac{1}{10}$. ita surgent 7 $\frac{1}{10}$. quæ sunt 7 septimæ et $\frac{7}{10}$. unius septimæ: de tot septimis subducere oportet $\frac{3}{5}$: ut $\frac{1}{2}$ superfit: id ita esse probabis: si capias 7 septimas: quæ sunt unum integrum. postea su-

mas & decimas unius septimæ: quæ sunt $\frac{7}{10}$. & faciunt $\frac{1}{10}$. Sic in summa fiunt $1\frac{1}{10}$. sicuti iam dictum est. Similiter fiat in huiusmodi quæstuis.

SVBDVCATVR differentia, quæ est inter $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$ de tali numero: ut restat differentia: quæ est inter $\frac{1}{2}$ & $\frac{5}{9}$. Primum per subductionem exquirenda est differentia inter $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$. ea est $\frac{13}{18}$. Deinde eodem modo quære differentiam inter $\frac{1}{2}$ & $\frac{5}{9}$. & eam inuenies $\frac{1}{18}$. Postea ambas eas differentias adde: & surgent $\frac{22}{45}$. à quo numero fiat subductio prime differentie, uidelicet $\frac{13}{18}$. & alia differentia, quæ quæsita est: restabit.

PER quot quintas multiplicanda sunt $2\frac{2}{5}$: ut inde crescant $>\frac{2}{3}$? Primum uide: per quem numerum opus est multiplicare $2\frac{2}{5}$: ut fiant $>\frac{2}{3}$. id, quod scies: si per $2\frac{2}{5}$ diuidas $>\frac{2}{3}$. ita exhibunt $3\frac{1}{5}$. in qua si $2\frac{2}{5}$ ducas: produces $>\frac{2}{3}$. Deinde uidendum: quod sunt quintæ in $3\frac{1}{5}$. id quod facile cognosci potest: si per $\frac{1}{5}$ seces $3\frac{1}{5}$. Nam inde proueniunt $15\frac{1}{3}$. quæ sunt 15 quintæ & $\frac{1}{3}$ unius quintæ. per tot quintas multiplicanda sunt $2\frac{2}{5}$: ut fiant $>\frac{2}{3}$.

SUMANTVR $\frac{2}{3}$ de tot octauis: ut $\frac{2}{2}$ inde proue-
niat. Hoc tantum ualeat: ac si dicas $\frac{1}{2}$ cuius numeri fa-
ciet $\frac{2}{3}$? uel per quem numerum multiplicanda sunt $\frac{2}{3}$: ut
fiat $\frac{1}{2}$? Sicuti supra edoctus es: per $\frac{2}{3}$ diuide $\frac{2}{2}$. & pro-
uenient $\frac{3}{4}$. Huius numeri $\frac{1}{2}$ faciet $\frac{2}{3}$. Nam $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ sunt
 $\frac{1}{2}$. Iam uero ut scias in $\frac{3}{4}$ quot sunt octauæ: si per $\frac{1}{2}$
seces

$\frac{1}{2}$: prouenient $\frac{1}{2}$. Itaque de $\frac{5}{8}$ sumendæ sunt $\frac{5}{2}$: ut fiat $\frac{1}{2}$.

DIVIDANTVR $7\frac{1}{2}$ pertot: ut inde proueniāt $\frac{5}{8}$ de $17\frac{1}{2}$. Principiō sumendæ sunt $\frac{5}{8}$ de $17\frac{1}{2}$ eo modo, quo dictum est. ex eis sunt $14\frac{7}{8}$. Is numerus partitionis illius esse debet. Postea uidendum: per quem numerum secandæ sunt $7\frac{1}{2}$. ut inde proueniant $14\frac{7}{8}$. id, quod fieri sicut suprà dictum est: si per $14\frac{7}{8}$ diuidas $7\frac{1}{2}$: ita exhibunt $\frac{9}{17\frac{1}{2}}$: quæ sunt $\frac{1}{3}\frac{8}{5}$. per quæ dividere oportet $7\frac{1}{2}$: ut inde proueniant $14\frac{7}{8}$ hoc est $\frac{5}{8}$ de $17\frac{1}{2}$.

DIVIDANTVR $7\frac{1}{2}$ pertot nonas: ut inde proueniant $2\frac{1}{4}$. Primo uidendum: per quem numerum secunda sunt $7\frac{1}{2}$: ut inde proueniant $2\frac{1}{4}$. Id quod scies: si per $2\frac{1}{4}$ seces $7\frac{1}{2}$. ita prouenient $3\frac{1}{3}$. per eum numerum diuidere oportet $7\frac{1}{2}$: ut exeant $2\frac{1}{4}$. Nam vero quod nonæ sunt in $3\frac{1}{3}$ cognoscas: si ea per $\frac{1}{2}$ diuidas: prouenient enim 30 . Itaque per 30 nonas diuidenda sunt $7\frac{1}{2}$: ut $2\frac{1}{4}$ proueniant.

DIVIDANTVR toties $\frac{3}{5}$ in $\frac{9}{8}$: ut inde fiant $\frac{5}{8}$. Primum $\frac{3}{5}$ ducantur in $\frac{9}{8}$. & producetur $\frac{1}{2}$. Postea multiplica $\frac{1}{2}$ in eum numerum: qui faciet $\frac{5}{8}$. quem inuenies: si per $\frac{1}{2}$ seces $\frac{5}{8}$. ita prouenient $1\frac{1}{4}$. in quem numerum si ducas $\frac{1}{2}$: producentur $\frac{5}{8}$. Thema enim hoc innuit: ut numerus ex multiplicatione $\frac{3}{5}$ in $\frac{9}{8}$ productus, ducatur in eum numerum: qui faciat $\frac{5}{8}$.

QVAERO $\frac{2}{9}$ de quot sextis existunt $\frac{2}{5}$. Primum uide $\frac{2}{9}$ cuius numeri sunt $\frac{3}{8}$? Id, quod scire licet: si particulias quotas exquirens, per $\frac{3}{8}$ diuidas $\frac{2}{9}$ inde enim prouenient $1 \frac{8}{27}$. cuius numeri $\frac{2}{9}$ faciunt $\frac{2}{5}$. Postea quære: quot sextæ sunt in $1 \frac{8}{27}$. id, quod scies, secans ea per $\frac{1}{6}$. ita inuenies $7 \frac{2}{9}$. de tot sextis $\frac{2}{9}$ existunt $\frac{2}{5}$. Hoc est de 7 sextis, & 7 nonis unius sextæ.

SVBDVCANTVR $\frac{2}{3}$ de $\frac{9}{6}$ à tali numero: ut restent $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$. Primum cape $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$: quæ sunt $\frac{2}{9}$. Postea sume $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$: quæ sunt $\frac{25}{28}$. eas adde ad $\frac{5}{9}$: & fient $1 \frac{2}{5} \frac{3}{2}$. de quo numero si subductio fiat: restabit quod quæsumum est.

SVBDVCATVR dimidium trium quartarum de $12 \frac{1}{2}$ à tali numero: ut quinque sextæ duarum tertiarum de $10 \frac{1}{4}$ restent. Primum uide: quæ sint $\frac{3}{4}$ de $12 \frac{1}{2}$. eæ sunt $9 \frac{3}{8}$: quorum cape $\frac{1}{2}$: quæ est $4 \frac{1}{2} \frac{1}{8}$. tantum est dimidium trium quartarum de $12 \frac{1}{2}$. Deinde uide, que sint $\frac{2}{3}$ de $10 \frac{1}{4}$. eæ sunt $6 \frac{5}{6}$. quorum cape $\frac{5}{6}$, que sunt $5 \frac{2}{3} \frac{5}{6}$. Iam uero secundum thema subduci debent $4 \frac{1}{2} \frac{1}{6}$ à tali numero: ut restent $5 \frac{2}{3} \frac{5}{6}$. Quocirca adde $4 \frac{1}{2} \frac{1}{6}$ ad $5 \frac{2}{3} \frac{5}{6}$. & surgent $10 \frac{5}{14} \frac{5}{4}$. Is est ille numerus: à quo subductio fieri debet: ut restet, id, quod thema iubet.

FINIS LIBRI

Secundi.

CVTE

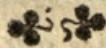
CVTHEBERTI TONSTALLI
IN LIBRVM TERTIVM

Præfatio.



OSTQVAM, TAM IN INTE
gris quam in partium minutis, omnē sup
putandi rationem explicauimus: super-
est, ut studiosis paululum aperiamus:
quantum ea conserat ad uitam degendam. Numeros nam
que ipsos per se consydrandos hactenus exposuimus.
que res ausplicantibus parum uoluptatis afferre uideba-
tur. Nunc eos ad res numeratas applicantes artem ipsam
pandemus per artis opificium. Quia de re: dici non po-
test: utrum maior capietur utilitas, an uoluptas: quando
ea, que scire per necessarium est: & rudi populo uelut
enigmata uidetur: sine Sphinge solui possunt. Ad que per
vestiganda regulas quasdam perutiles trademus: quibus
nonnulla quæstu difficultia, queq; prima facie supra hu-
mani ingenij captum rudibus uideri possunt: facile inueni-
entur. Ex quibus altius intellectis, plurima alia similia nul-
lum negocio depræhendi queant. Eiusmodi autem attingere
præcipue est animus: cuiusmodi in uita sepius occurruunt.
quanquam his tortuosa quædam, & que latentes anfra-
ctus habeant: ad maiorem ingeniorum exercitationem ad
miscebimus. Verum enim uero qui numerorum nodos ex-
plicare cupit quæstione quapiam proposita, non temere

Ante respondere debet: quam secum alter rem consideravit.
Nam qui alioqui lingua quam ingenio promptior, quicquid
inconsiderate in mentem uenit: stolido mox blaterat: pro-
terquam quod aberrat a scopo: ridiculus existimatur. Ce-
terum illud admonere lectorem operae precium putamus:
ut nisi prius teneat: quomodo tam integrum quam minutias
supputet: ne hoc libello legendose torqueat. At si
illis pernotis, hunc in manus sumat: cuncta
tum facilia, tum iucunda respondem-
mus. Sed rem aggre-
diamur.



REGV.

REGVLA DE TRIBVS NOTIS
artum ignotum commonstrantibus.

PRAE CIPVA OMNIVM RE-
 gula est: quæ de tribus notis quartum
 ignotum in noticiam eduentibus, ab
 Arithmeticis traditur. Vulgus regu-
 lam auream uocat: quod hæc cæteris
 Arithmeticæ regulis: uelut cæteris me-
 tallis aurum: præstet. quam ut clarius explicemus: pau-
 ca quedam de proportione, quatenus ad numeros atti-
 net: præfari omnino necesse est. sine quibus hæc regula nō
 facile intelligi potest.

PROPORTIO, est duorum numerorum certa ale-
 terius ad alterum comparatio, atque habitudo. Proposte-
 tus namq; quibusuis duobus numeris, alter altero uel ma-
 ior est: uel æqualis: uel minor. Illa itaque ratio, qua se se,
 uel æqualiter, quando existunt æquales: mutuo respiciunt:
 uel inæqualiter, quando alter altero maior est: aut minor:
 proportio uocatur. quæ nihil aliud est: quam eorum inter-
 se comparatio. Habitudo autem certa est: quasi diceres:
 notus quidam & diffinitus alterius numeri ad alterum re-
 spectus.

IPSARVM uero proportionum inter se similitudo
 proportionalitas nuncupatur. Eius autem due sunt spe-
 cies, altera continua, altera separata.

CONTINV A proportionalitas inter numeros est:

quando qua proportione primus se habet ad secundum: eadem, secundus se habet ad tertium. in qua specie unus atq; idem numerus medius ita duobus circa se positiis numeris communicat: ut ad præcedentem comparatus, prima proportionis sit terminus: ad sequentem uero collatus, secunda sit initium: ueluti præcedentis numeri comes quidam, & sequentis dux. Hec autem species in paucioribus numeris quam in tribus inueniri non potest. quamquam etiam in illis numerus medius, dum bis repetitur: uicem subit duorum. Sint nobis pro exemplo hi tres numeri. unum. duo. quatuor. in his enim proportionum est equalitas. Nam qua proportione unum se habet ad duo: eadem, se habent duo ad quatuor. quippe unum ad duo comparatum subduplum est. itidemq; duo ad quatuor. Si similis è conuerso est inter eos habitudo: quando in utraq; proportione numerum maiorem ad suum minorem comparamus. Nam quemadmodum quatuor ad duo duplam habent proportionem: sic duo ad unum dupla sunt.

SEPARATA uero proportionalitas est: quam candem si uictam appellare licet: cum quatuor numeris, qua proportione primus se habet ad secundum: eadem tertius se habet ad quartum. In qua specie præcedentis proportionis terminus separatus est à sequentis initio. Hec autem species in paucioribus numeris, quam in quatuor inueniri nequit. in quibus proportionum deprehenditur equalitas, siue minorem utriusq; proportionis numerum cum suo ipsius maiore comparas: siue è conuerso.

Puta si quis hos quatuor numeros inter se conferre uelit: nempe duo ad quatuor. & tria ad sex. Quemadmodum enim duo ad quatuor comparata subdupla sunt: sic sunt tria ad sex collata. Similiter ē conuerso, quemadmodum quatuor ad duo collata dupla sunt: sic sunt sex ad tria comparata. Amplius in hac specie permutatum fit collatio. Nam qua proportione primus se habet ad tertium: eadem, secundus se habet ad quartum. Atque ordine etiam conuerso, qua proportione quartus se habet ad secundū: eadem, tertius se habet ad primum. Quo fit: ut præcedentis proportionis minor numerus cum sequentis minore comparatus, eandem habitudinē habeat: quam sequentis maior collatus cum præcedentis maiore. Velut in exemplo prædicto. sicut primus numerus binarius ad tertium ternarium collatus subsequalteram proportionem habet: sic secundus numerus quaternarius ad quartū senarium eadem est habitudine. Itidem ordine cōuerso, quemadmodum quartus numerus senarius ad secundum quaternarium comparatus, sesquialteram habet proportionem: si o tertius ternarius ad primum binarium eandem habitudinem habet. Itaq; numeri huiusmodi, quorum una est proportionis: proportionales uocantur. De quibus ab Euclide cum in Geometriatum in Arithmeticalonge principe, regula huiusmodi traditur.

S I FVERINT quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur: æquale compertitur ei: quod ex secundi in tertium ductu natura-

erit. Atq; itidem, quod ex secundi in tertium ductu pro-
creabitur: equale erit ei. quod prodibit ex primi in ultia-
mum ductu. Dicinon potest: quantam inuestigantibus lu-
cem ad exquirenda incognita prebeat hec regula. cuius
ea virtus est: ut ē quatuor numeris proportionalibus si
quis ignotus fuerit: cæteri, qui non sunt: latitatem illum
prodant. Atque ideo si tribus numeris propositis, quispi-
am inuestigare uelit: quis sit quartus: ad quem tertius ea
proportionē se habeat: qua primus ad secundum multipli-
cat secundum in tertium, et numerum procreatū diuidat
per primum, quod postquam factum erit sectionis nume-
rus quartum demonstrabit. Exempli gratia. si quis scire
cupit: quis sit ille numerus: ad quem tria ea proportionē
se habeant, qua duo ad quatuor: tria in quatuor ducat &
enascetur duodecim. quæ per duo diuidat: & sex prodi-
bunt. Ratio huius rei in promptu est. nam secundi in ter-
tium multiplicatio producit idem: quod procrearetur: si
primus in quartum ignotum multiplicaretur. Igitur ex se-
cundi in tertium ductu. quartum uelut in magna turbā la-
titantem habemus: sed quis sit, adhuc ignoramus. Diui-
sio autem per primum facta reliquam, qua tectus est: mul-
titudinem ab eo segregat: solumq; relinquit: atque à cete-
ris destitutum ē latebris in lucem profert. Nam quando-
cunque duo numeri inter se multiplicantur: si productus
numerus per alterum diuidatur: partitionis numerus alie-
rum continebit. Vcluti si duo in tria ducas: fient sex. quæ
si per duo diuidas. numerus partitionis tria continebit. si
per tria

per tria: duo. Itaq; ad hunc modum quartus numerus ignoratus exquiritur.

SIMILITER si tres numeri continuae proportionales fuerint: quod ex ductu primi in tertium producetur: æquale deprehendetur ei: quod ex secundi in seipsum ductu natum erit. Et quod ex secundi in seipsum ductu generabitur: æquale erit ei, quod nascetur ex primi in tertium ductu. ad eundemq; modum tertius numerus ignoratus exquiritur: dum secundus numerus in seipsum ducatur: et numerus productus diuiditur per primum: nam sectio- nis numerus tertium monstrabit. puta si quis duo ad quatuor comparans scire cupit: quis si tertius numerus ad quem quatuor ea proportione se habeat: qua ad duo quatuor est medium numerum, quatuor in seipsum ducat: et sexdecim creabit: quæ per duo diuidat: qui primus est numerus. et tertius numerus octonarius prodibit. Eadem namq; est in utraq; specie, et ratio, et regula, numerum ignotum exquirendi. quod ad plurima inuestiganda nosse iuuabit.

H A S proprietates numeri proportionales ubi cunq; occurrunt, semper secum deferunt: non solum quando per se considerantur: uerum etiam cum ad res quaslibet numerandas applicantur: ut eadem ex accidenti in rebus numeratis: quæ in numeris ipsis: inuicem sit habitudo. Quo fit, ut innumera, quæ vulgus imperscrutabilia existimat: ex proportionum similitudine ueniant in notitiis miraculumq; rudibus explicata prebeant.

ET VT à facilibus exemplis primum ordiamur.
 Quando tritici modij tres triginta nummis ueneunt: inuestigemus, octo modiorum tritici quantū erit precium? Hic palam uidemus duas esse proportiones. unam de tribus tritici modijs ad octo truici modios. Alteram de triginta nummis, trium modiorum precio cognito, ad octo modiorum precium adhuc ignoratum: quod exdem habitudine ad triginta nummos respondere debet: qua octo modij ad tres modios se habent. In omnibus autem proportionibus in ordinem designandis, à sinistra incipientes tendimus in dextram: quemadmodum in scribendo Graeci, Latini, & omnes penè gentes faciunt. Non autem sicut in numeris per notas signandis Caldeos. sequimur à dextra ordientes. Itaque in hoc exemplo, tres tritici modij, qui prioris sunt proportionis initium: à sinistra primum locum occupare debent. Octo autem tritici modij, qui prioris sunt proportionis finis: locum secundum dextram uerus. Triginta autem nummi, qui posterioris proportionis initium existunt: tertium locum à dextra teneant, oportet,

3.

8.

30.

Quartus autem locus adhuc uacans expectat: ut simili fine proportio posterior claudatur: preciumq; in eo reposatur: quod ita ad triginta nummos respondeat: quemadmodum ad tres modios modij octo. Id autem per regulam suprà enarratam facile exquiras: si tertium numerum per secundum multiplices: numerumq; procreatū diuidas per primū. Igitur triginta, quæ sunt in tertio loco:

multipli

multiplicata per octo, quæ sunt in secundo: erant ducentæ & quadraginta, quæ si per tria diuidantur, numerus sectionis octuaginta profert. qui numerus precium octo maiorum indicat, & quarto loco repositus proportionem posteriorem complet. Sic quando tritici tres modij triginta nummis uæncunt: octo constabunt octuaginta nummis.

AD HVIVS exempli similitudinem. quandocumque in rebus numeratis ratione numerorum due proportiones habentur: quarum alterius utrumque extremum tam initium, à quo incipit: quam terminum, in quo desinit: cognoscimus. Alterius autem primum extremum, quod eius initium est, scimus: sed eius terminum adhuc ignoramus. prioris initium proportionis: cuius ambo extrema nota sunt: à sinistra primo loco ponamus: eius autē terminum secundo loco dextram uersus. posterioris uero proportionis initium, quod est notum: tertio loco notemus. & tunc demum eius terminum ad prioris proportionis similitudinem in iusto suo responsurum, secundum regulam paulo a demonstratam, inuestigemus. Initium proportionis (ne quis ambigat) appello eum rerum numerum, qui prior in proportione præcedit: siue maior extiterit: siue minor. terminum uero eum qui sequitur: siue minor, siue maior fuerit. Itaque si posterioris proportionis initium, quod est notum: numerus minor fuerit quā quartus inuestigandus: minor etiam numerus in priori proportione præcedet. At si posterioris proportionis initium nobis notum

numerus maior existat: maior itidem in priori antecedet. Similiter si maior rerum numerus in priori proportione praecedit: maior etiam in posteriori antecedat, necesse est. Si in priori praecedit minor: utidem in posteriori fiet. Alioqui proportiones similes non erunt.

ILLUD autem diligenter obseruandum est: ut quamvis prior proportio res unius speciei, posterior autem res alterius capiat: primus tamen à sinistra situs numerus, qui prioris proportionis est initium: & secundus à dextra positus, qui finem eius complet: res eiusdem speciei numerare debant. Similiterque tertius numerus notus, qui proportioni posteriori dat initium: & quartus inuestigandus, qui finem eius inuentus claudet in eiusdem speciei rebus numerandis consentiant. quae res ad formandas recte proportionum similitudines plurimum iuuabit. Velut in exemplo iam dato. in quo prior proportio est de tribus modijs ad octo modijs. posterior autem de triginta nummis ad precium octo modiorum inuestigandum. Idque uerum erit: ut primus & secundus numerus eiusdem specie res numerent: & similiter tertius & quartus inter se respondeant, non solum in recta proportionum similitudine: quando sicut primus comparatur ad secundum, sic tertius ad quartum: uerum etiam in similitudine proportionum conuersa: quando sicut secundus comparatur ad pri-
mum, sic quartus ad tertium. Cæterum si permutatim proportiones uelis comparare, nempe prioris initium ad initium posterioris: & terminum prioris ad posterioris ter-

minum:

minum: tunc primus & tertius numerus eiusdem speciei
res numerabunt. & tertius & quartus itidem facient.
ueluti si in exemplo dato, compares tres modios ad triginta
ta nummos, & octo modios ad precium inuestigandum.
Quem modum similitudinem proportionum fabricandi,
tametsi sit difficultior: plerique omnes qui supputare do-
cent: magis nunc obseruant: quippe qui faciliorē modum
rectam proportionum similitudinem formandi ignorent.
Et ad permutatam comparationem sequendam, incitari
uidentur à mercatorum more: qui omnia pecunia aesti-
mant: quæruntq; inter se: quanti merces quælibet uendan-
tur: quid pro singulis, quid pro uniuersis sit soluendum:
comparationem aliarum rerum plurimum ad pecuniam,
nonnunquam ipsarum inter ipsas facientes: Veruntamen
utramcunque uiam sequare: regula iam data respondebit.
quæ siue recta siue permutata proportionum compa-
ratio fiat: semper cum ea congruet. Nobis autem uisum
est iuuenum instituendorum gratia, in singulis sequenti-
bus quæstionibus solum rectam proportionum compara-
tionem, in qua quæque proportio ambo sua extrema eiusdem
speciei habet: ut intellectu facileorem, & magis natu-
ralem sequi. ne si uiramq; in singulis: quod nihil necesse
est: insereremus: fastidium oboriretur legentibus. Quam
obrem ante omnia multa cautione est opus: ne in rebus nu-
meratis proportionum similitudo: quæ ratione numero-
rum consideratur: male sit concepta: néue pro simili-
tudine dissimilitudo nos fallat. At postquam recta propor-

tionum similitudo cogitatione deprehēsa est: cætera per datam regulam facile explicantur.

PORRO uulgas in communī sermone ferē de numero inuestigando primum quærit, ueluti si quispiam interroget, quanti constabunt truici modij quatuor, quando centum uenduntur mille numinis? Hanc interrogacionem consyderantes, in ea proportiones duas statim deprehēdemus, alteram inter centum modios & quatuor modios, habentem notū utrumque extremum, alteram inter mille nummos & quatuor modiorum precium adhuc ignora tum. Igitur nihil respiciētes ordinē quærantis uulgi: quod semper quidlibet, ut in buccam uenerit, loquitur: nobis cum consyderemus proportionem illam inter centum modios & quatuor modios, quam uulgas cum altera confundit: ambo extrema nota habere: atque ideo alteri p̄aprendam esse. Alteram autem proportionē, de mille nummis ad precium adhuc ignoratum posteriorem fore debe re: cuius initium notum, quia maior existit numerus, quam quartus inuestigandus: maior itidem numerus in priori proportione præcedet. quocirca primo loco maiorem prioris numerum, nempe centum notemus. eius autem minorem numerum, quatuor, loco secundo, tertio uero loco signemus posterioris initium notum. uidelicet mille.

100

4

1000

Hac ratione proportiones in ordinem aptātes secundum datam regulam mille per quatuor multiplicemus, & prodibunt quatuor millia, quæ per centum secta faciunt in numero

mero partitionis quadraginta, qui numerus est quæsus.

IN hoc autem exemplo, si cui permutatam proportionum similitudinem sequi magis placet. sic eas comparabit. Sicut centum modij se habent ad mille nummos; sic. quatuor modij ad precium inuestigandum. ut tertio loco numerus medijs ponatur; tertiusq; numerus in loco medio. tantilla enim differentia est inter rectam proportionum similitudinem, & permutatam. Veruntamen siue hanc siue illam comparationem sequi libet: nihil respicie mus ad ordinem querentis uulgi. Quin potius ad huius exempli formam alia tortuose quæsita ad rectam proportionum similitudinem cogitando reduci possunt.

His duobus exemplis in utraq; proportione res uenales precesserunt: precium uero sequutum est: de quo fuit quæstio. Nunc exemplum petamus: ubi præcedat premium: quæstio autem de rerum uenalium numero sequatur. Quando octuaginta nummis tritici modij octo emuntur: quot haberi possunt pro triginta nummis? Hic manifeste sunt due proportiones. Altera de 80 nummis ad nummos 30. Altera de octo modijs ad numerum modiorum inuestigandum. Et quia in posteriori proportione numerus modiorum notus maior est, quamvis qui inuestigatur. precium quod est maius octuaginta nummorum in p̄ ore proportione primū locū tenet. minorq; nummorū numerus secundū. tertiu autē occupat octo modiorum numerus, qui est notus. Quæstioq; fit de numero modiorū ignoto. Digestis igitur in ordinem numeris, ad hunc modum.

Triginta per octo multiplicentur: & surgēt ducentia quae draginta. quæ si per octuaginta sint secta: numerus se-
ctionis trii continebit. sic quando nummi octuaginta red-
dunt octo modios: triginta nummi afferent modios tres.
Ita si primum exemplum supra datum cum hoc conferas:
tam illius proportionum loca, quām earum extrema ipsa,
conuersa esse in hoc exemplo videbis. qui illic quartus nu-
merus erat: hic primus est. qui illic tertius: hic secundus.
qui illic secundus: hic tertius: qui illic primus: hic quartus
& postremus. quæque illic proportio erat prior: hic po-
sterior reperitur: ut facile cuius appareat, res numeratis
rationem numerorum etiam conuersorum sequi: nihilque
referre, quæ res numerentur: dummodo proportio illa cu-
ius in rebus numeratis ambo extrema sunt nota: præce-
dat: illaq; cuius initium solum notum est, sequatur.

Atque ideo si quis experiri cupit: an in quarti nume-
ri inuestigatione error sit admissus: hac ratione id facile
deprehendet: ut in proportionum comparanda similitu-
dine, ambarum sedes atque etiam extrema ipsa conuer-
tat. ueluti in exemplo iam dato, quod omnia primo con-
traria habet. Vel si magis libet. sedes earum solas mutet:
posteriorēmque ex priori faciat: atq; ex posteriori prio-
rem. Quippe mutatis proportionum simul locis, atque
extremis: uel etiam locis solis: si nihil erratum erit: ne-
cessēt eorum numeros sedes mutatas sequi. quare si a-
lij numeri in his inuenti fuerint: propter errorem cal-
culitos

culi totum opus ab initio repetendū est. Mercatorum uul-
gus sumens experimentum, num quis error interuenerit &
hanc locorum in proportionibus mutationem, regulam de-
tribus conuersam, uocat: cum una tantum sit regula: se-
cundum quam cuiq; licet: quam uelit quæstionem, expli-
candam proponere.

Quod si quando eueniat: ut rerum numerus ex secun-
di in tertium ductu, proueniens: numero diuisore sit mi-
nor: sectionem q; non ferat: tum numerus ille minor in nu-
merum partium in se contentarum est multiplicandus: ut
diuisoris sectionem maior per incrementum factus reci-
pere sufficiat. Consyderandumque est: quale rerum genus
numerus ille numerat. puta an argenti libras, aut aureos,
qui in nummorum, quibus æstimantur: numerum multipli-
cari possunt, an maiora pondera: quæ in numerum libra-
rum, aut unciarum duci. an dolia uini, aut olei: quæ in am-
phorarum, congiorum, aut sextariorum numerum multi-
plicari. an iugera: quæ in perticarum aut pedum nume-
rum ducta augeri possunt. uel quicquam aliud simile. Ex-
emplum huius rei afferamus: Centum oves emptæ sunt aie
reis uiginti: quanti constiterunt tres? Proportionibus
recte in ordinem redactis ad hunc modum.

100

3

20

Secundus numerus ternarius in tertium uiginti aureorum
ductus creabit: sexaginta. qui numerus, quoniam per cen-
tum diuidi nequit: soluamus aureos illos in uiliorem pecu-
niam. & quoniam singuli aurei (de Angelis nūc loquor)

estimantur octoginta nummis: in illum nummorum numerum 60 ducamus. & prodibunt quatuor millia & octingenta. qui numerus maior est diuisore centenario: per quem sectus in numero partitionis prodire faciet quadrageinta octo. Sic quando 100 oves emuntur 20 aureis: 3 constabunt 48 nummis. Nec quempiam illud moueat: quod in secunda proportione finis initio, id est, quartus locus tertio non uideatur respondere: quod hic nummos: ille aureos habeat: cum uterque locus idem rerum genus, nempe pecuniam contineat. licet pecunia maior in minutorem, uel in partes suas ideo soluta sit: ut diuisoris sectionem numerus diuidendus caperet.

Vbi autem ex diuisione reliquum quidpiam erit: quod per diuisorem amplius secari non possit: similiter reliqui numeratorem in partes suas notas: si quas huiusmodi habeat: alioqui in partes pro arbitrio denominandas, multiplicetur: ut diuisoris qui denominator est: sectionem maius factum pati possit. quae cum peracta erit: numerus partitionis manifestabit: pro quot partibus, uel notis, uel denominandis ipsum reliquum ualeat. quemadmodum in superiori libro de reliqui aestimatione facienda diximus. Exempli gratia. Si nouem ulnæ panni (ut mercatorijs uocabulis ut amur.) constiterunt tribus auris: quanti empti est una? Proportionibus in ordinem dispositis: ut nouem primo loco sint. unum secundo. tria tertio.

9.

1.

3.

Quia unitas nullam numerū multiplicat: solum superest: ut tertius

ut tertius trium aureorum locus, diuidatur per primum numerum, nouem. quod quoniam id fieri nequit: redigendis sunt aurei ad uiliorem pecuniam, aureusq; puta aestime tur so nummis (nam sic aestimantur Angeli) numerusq; aureorū ductus in numerum nummorū, procreabit 240. quæ cum per nouem secta sint, numerus partitionis proficeret 25 nummos. Et reliquæ erunt $\frac{6}{2}$. Et quia nummi partes notas habent quadrantes: quorū quatuor pro numero ualent. sex in quatuor ducamus. Et fient 24. iterum ea secta per nouem in numero partitionis, edicunt duo: et adhuc restant $\frac{6}{2}$ unius quadrantis. Et quia quadrans mihi res partes apud nos notas non habet: per partes quaslibet denominandas. puta quatuor illum aestimemus. iterumq; ducamus sex, reliqui numeratorem in quatuor. Et denuo fient 24. quæ rursus diuisa per nouem, in numero sectionis duo facient. Et adhuc supersunt $\frac{6}{2}$ unius quartæ partis unius quadrantis quas si cuiquam amplius minutias se etari libet: potest ultra diuidere in partes quascunque uelit. Igitur quando nouem ulne tribus aureis emptæ sunt: una ulna constitit 25 nummis, duobus quadratis, et duabus quartis unius quadrantis, ac sex nonis unius quartæ partis unius quadrantis: $\frac{6}{2}$ reductæ, faciunt $\frac{2}{3}$.

ILLUD hoc loco admonendum esse duximus: quoniam unitas quemuis numerum multiplicans, aut diuidens nihil eum omnino uel auget, uel diminuit: quandoque proportionibus in ordinem: secundum quod ante dictum est: digestis, ipsa unitas primum locum tenbit. nulla

diuisione opus est. Quemadmodum si ea secundum aut tertium locum occupabit: secundi in tertium ductus non est necessarius. immo tunc sufficiet: si maior alteruter eorum numerus per primum diuidatur. Exemplum, quando unitas primum occupat locum. Quando piperis libra sexdecim nummis constat: centū librarum quantum erit precium? Dispositis in ordinem proportionum numeris,

1.

100.

16.

Tertij numeri precium indicantis in secundum centenarium multiplicatio absq; ulla diuisione rem totam expedit. Exemplum, quando unitas secundum locum tenet. Quando mille aurei sex captiuos redimant: quanti ad eam rationem redimi potest unus: numeris sic signatis,

6.

1.

1000.

Post tertij numeri millenarij solam diuisionem per primum senarium factam res est expedita. Similiter etiam si at: si tertium locum unitas tenebit,

QVANDO MINUTIAE OCCVR-
runt in regula de tribus notis quartum
ignotum monstrantibus, quid
sit faciendum.

Si proportionibus in ordinem aptatis, in quovis trium locorum minutiae interueniant: integri numeri illius loci, si quisunt admixti: statim in minutias redigantur. id quod fiet: si numerus integrorum per minutiarum ap- positarum denominatorem multiplicetur: & numero procrea-

procreato earum numerator addatur. eiq; si octo, sub linea interiecta, subdatur denominator, quemadmodum in superiori libro docuimus, de integris in minutias soluendis præcipientes. In eo autem loco, in quo nullæ intercesse sunt minutiae: numeri integrū uelut minutiae per unitatem sub linea subdendam scribantur: ut omnia loca formā minutiarum referant. Deinde secundi loci in tertium multiplicatio, & numeri producti diuisio fiat: quemadmodum de minutis præceptum est. Exemplum unum suffecerit eiusmodi. Quando serici tres ulnæ cum dimidio: ut mercatorijs uocabulis utamur: sex aureis sunt emptæ: quanti constituerunt tres quartæ: integris primi loci solutis in minutias, septem orientur secundæ $\frac{1}{2}$. Locusq; secundus solas continet minutias $\frac{3}{4}$, Locus integrorum tertius in speciem minutiarum sic scribendus $\frac{9}{1}$. Itaq; sic locatis minutis $\frac{7}{2} \frac{3}{4} \frac{9}{1}$ ex secundi loci in tertium ductu enascetur $\frac{1}{2} \frac{8}{3}$. quæ diuisa per $\frac{1}{2}$ educunt $\frac{3}{2} \frac{6}{8}$. Ea constiuit unum integrum & restant $\frac{1}{2} \frac{8}{8}$. quæ, ad minimam nomenclaturam redactæ, faciunt duas septimas. Atq; hoc pacto, quālo tres ulnæ serici cum dimidio emptæ sunt sex aureis, $\frac{3}{4}$ unius ulnæ uno aureo & duabus septimis constiterūt. Quod si minutiarum minutiae uel simplicibus minutis, uel integris admixtæ sese offereant: antequam opus aggredimur: reducenda sunt omnia in unam minutiarum faciem. quemadmodum superiori libro docuimus. posteaq; fiat multiplicatio, & diuisio: sicut in minutis fieri consuevit.

PECVNIAE CVIVSVIS IN QVAMLI
bet permutatio quo modo sit facienda.

Quæstio II.

Si quispiam ab aliqua religione in aliam longe profectus, ad periculum à latronibus uitandum, pecuniam eius nationis, unde proficiscitur: mensarijs dare uelit: ut eius estimationem illic, quò iter destinat: recipiat: scireq; cupiat: quantum in illius regionis pecunia sit habiturus? Id hoc modo facilime denoscatur. Principio maiorem, quamvis pecuniam in uiliorem per multiplicationem redigi: contraq; uiliorem in quamlibet maiorem per divisionē, reduci, penè manifestum est: quam ut sit admonendum. Quamobrem pecuniam permutaturus primum animaduertat: quot minutioribus nummis illius regionis, ubi fit permutatio, mensarius unum aureum regionis alterius, quo iter adornat: estimat. Quia de re cum eo patinare oportet. Quod cum obseruauerit: omnem illam pecuniæ summam, quam mensario datus est: siue in argenti libris, siue in aureis fuerit: in eosdem nummos minutiores redigat. Id quod fiet ē uestigio: si totius summae permutandæ numerum in eum nummorum eorundem numerum, quo pars ipsius, puta libra una uel aureus unus estimatur: multiplicet. Deinde numerum ex hoc enscentem per summam estimationis unius aurei illius regionis, quò iter parat: diuidat. Et numerus sectionis patefaciet: quot illic aureos su recepturus. Cuius rei ratio pax

tio per regulam de tribus notis quartum ignotum profectibus, palam nobis constabit. uti mox in exemplo dicemus.

Romam prefecturus quispiam mille aureos angelos octuaginta nummis singulos aestimatos, mensarijs tradidit: ut romae ei redderent aureos ducatos. conuenitq; in singulos quinquaginta quatuor nummos. Romae singulos aureos ducatos reddi. scire cupit quod ducati Romae sunt reddendi? Primum aureis angelis mille multiplicatis in octuaginta nummorum numerum, qui numerus unius aurei estimationem capit: surgunt octuaginta nummorum millia. quæ nummorum summa facile in ducatos commutatur: si quis secum consyderet. Quæ proportio est inter quinquaginta quatuor nummos: qui pro uno ducato de compacto ualent: & octuaginta nummorum millia: quibus mille aurei angeli aestimantur: eandem, inter unum ducatum & numerum ducatorum inuestigandum esse debere. Vel si magis libet, permutatim. Quæ proportio est inter quinquaginta quatuor nummos & unum ducatum: eandem esse inter octuaginta nummorum millia & numerum ducatorum exquirendum. Itaque proportionibus in ordinem dispositis, ad hunc modum.

54. 80000. 1.

Quia secundus numerus octuaginta millium, per tertium unitatis numerum nihil augetur: sola secundi diuisio per primum numerum 54 facta sufficiet. que in numero partitionis prodire faciet mille quadringenta octuaginta unū.

Guiginti sex nummi supersunt: qui numerus est aureorum, Romæ ex pacto reddendus.

Et quamvis in pecuniarum permutatione, quæ ab alia regione in aliam frequentatur: pecunia aliqua uilior plurimum queratur: qua utriusq; nationis pecunia maior secundum sui precium prius aestimetur: quam ad proportionum regulam iam datam numeri applicari possint. Veli si in exemplo proximo, qui modus & facilis est: & expeditus. interdum tamen brevior uia reperitur. Quippe quando aliquis argenti librarum, aut aureorum, aut eius uis pecuniae numerus illius regionis, ubi fit permutatio: alicui uel librarum, uel aurorum, uel cuiuslibet pecuniae numero: in ea regione in quam cōmutamus: ita ex parte respondet: ut nihil omnino uel desit: uel supersit. tum absq; ulla in uiores nummos reductione facienda, statim ad proportionum regulam numeros applicabimus. Exempli gratia. tres aurei angeli pro quinq; coronatis gallicis ualent. mille angeli quot coronatos reddent? Consyderatis proportionibus, depræhendemus quæ proportio est inter tres aureos angelos, & mille: eandem inter quinque coronatos & numerum coronatorum exquirendum esse debere. Vei si libet, permutatim. quæ proportio est inter tres aureos angelos & quinq; coronatos: eandem esse inter mille angelos, et numerū coronatorum inuestigandū.

3.

1000.

5.

Pacientes igitur id quod iubet regula. comperiemus aureos angelos mille reddere coronatos mille sexcentos sexaginta sex & duas tertias unius coronati.

80^a

SOCIETATIS REGVLA.

Questio III.

TRES mercatores societatem inierunt, suas quinque pecuniae partes in medium conferentes, quorum primus nonaginta aureos attulit. secundus sexaginta. tertius quinquaginta, atque impigre mercaturam exercentes centum aureos lucrificerunt. quos inter se diuide recuperientes ambigunt: quantum cuique secundum pecuniae collatae portionem, de lucro sit cessurum. Hanc questionem altius nobiscum considerantes confessim animaduertemus, id quod in omni societate semper considerandum est: lucrum hoc commune centum aureorum ex communi omnium accreuisse pecunia. & quemadmodum pecunia communis, commune lucrum peperit: ita suam cunctus pecuniam id attulisse lucri: quod ad quenque pro sua portione pertinebit. Quare sicut omnium partes simul additae se habent ad singulorum partes. sic omnium commune lucrum ad lucrum singulorum se habere debet. Et permutatim. sicut omnium partes simul additae se habent ad commune lucrum: sic partes singulorum ad singulorum lucrum se habere debent. Itaque hæsitationem hanc ad regulam quatuor proportionalium applicantes, statim eam explicabimus. Quocirca primus locus omnes omnium partes in societatem collatas simul additas habere debet. Secundus autem suam cuiusque pecuniae partem separatum aliam sub alia notatam. Tertius uero communis

ne lucrum. Post eam numerorum ordinationem pecunie pars à quolibet collata seorsum in lucrum commune duca tur. & numerus ex hoc enatus per omnium partium sum mam simul additam diuidatur. Ita cuiusque partitionis numerus lucrum singulorum patefaciet. quod quarto loco, è regione partis cuiusque collatæ, statuendum est, eo modo: qui ante oculos numerorum notis hic subsignatur.

90		Primo	45
200	60	lucri fiunt pro	Secundo 30
	100		50 Tertio 25

In omnibus autem societatis regulis, an recte sit suppeditatum: specimen hinc capere licet. si lucra singulorum simul addita communis lucri summam reddant.

Minutæ etiam, si quæ restabunt: per additionem colligantur. atq; integra, quæ ex his creabuntur: integrorū addantur numero. Cuiusmodi exemplum erit. si primus contulit quadraginta: secundus triginta. tertius uiginti. de qua pecunia communi quinquaginta lucri fiunt.

40		Primi	22	& $\frac{2}{9}$ quæ faciūt $\frac{2}{9}$
90	30	Lucrū Secūdi	16	& $\frac{6}{9}$ quæ faciūt $\frac{6}{9}$
	50			Tertij 11 & $\frac{1}{9}$ quæ faciūt $\frac{1}{9}$

Reliquæ omnes minutæ in hoc exemplo simul additæ faciunt unum integrum. & singulorum lucra addita creant quadraginta nouem. sic surgunt quinquaginta: quæ communilucro respondent.

SOCIETATIS REGVL A SECVNDA,

in qua temporum diuersitas interuenit.

Quæstio IIII.

TRIVM mercatorum societatem ineuntium, pri-
mus quadraginta quatuor aureos contulit in medi-
um: atque octo mensibus in societate permanxit. Secun-
dus triginta duos conferens aureos, perstet in societate
mensibus sex. Tertius, qui attulit aureos uiginti quatuor:
in societate menses quatuor mansit. ex quibus lucri facti
sunt aurei octoginta. Ambigi potest: quantum cuique lu-
cri, secundum temporis & pecuniæ quantitatem, debea-
tur. In hac hæsiuatione atque eius similibus: altius intuenti
primum illud occurrit: quod in omni societate consyde-
randum esse superiori regula diximus. uidelicet, ut sicut
omnium partes simul additæ se habet ad singulorum par-
tes: sic omnium commune lucrum, ad lucrum singulorum
se habere debet. Et permutatim sicut de omnium parti-
bus simul additis, occurrit comparatio ad commune lu-
crum: sic de singulorum partibus ad lucrum singulorum.
Cæterum hæc comparatio geminam consyderationem
habet, tam temporis inæqualis, quam inæqualis pecuniæ.
quorum utrumque ad cuiusque lucrum excutiendum pa-
rem cogitationem requirit: nec alterum ab altero se iungi
potest. quando nec pecunia cuiusque sine suo tempore,
cuique lucrum attulit: nec cuiusque tempus sine sua pecu-
nia. Imò uero sicut omnium pecunia simul addita & que-

omnium tempora coaceruata, commune lucrum uniuersis peperit: ita cuiusque pecunia connexa cum suo tempore: cuiq; lucrum dedit. Itaque cum de pecunia & tempore cuiusque, quæ separari non possunt: gemina comparatio simul fieri debeat, tam ad aliorum pecunias & eorum tempora: quam ad commune lucrum, et lucrum cuiusque suum pecuniam cuiusque per suum ipsius tempus multiplicare oportet. Quo fieri: ut numerus ex hoc productus proportiones partium suarum, eorum inquam numerorum: ex quibus in se ductis enatus est: comprehendendat. Etenim secundum Euclidis scitum. Omnium duorum numerorum compositorum proportio alterius ad alterum, est ex laterum suorum producta proportionibus. Latebra numerorum Euclides uocat, quorum multiplicatione numeri producuntur. Postquam multiplicationem cuiusque temporis cum sua ipsius pecunia separatim facta, quoniam singulæ pecunie partes cum singulis temporis multiplicando conuerunt: unusq; numerus sic de utroque factus est: ut de gemina comparatione proportio una uitetur em utriusq; complectens prodierit: numeri ipsi procreat seorsum sunt notandi: ut ad regulam societatis applicari possint. Quippe sicut omnium pecunia cum omnium tempore coniuncta, se habet ad suam cuiusq; pecuniam copulatam cum suo tempore: sic lucrum omnium commune ad suum cuiusque lucrum se habere debet. Et permutatim, sicut omnium pecunia cum omnium tempore copulata se habet ad commune lucrum: sic sua cuiusq; pecunia

pecunia cum suo tempore connexa, ad suum cuiusq; locum se habere debet. Itaq; per regulam quatuor proportionalium quæstiu explicabitur: si numeri omnes ex temporis & pecunie multiplicatione seorsum procreati simul addantur: summæq; ex his collectæ primus locus datur. Secundus autem assignetur numeris seorsum enatus ex unius cuiusque pecuniae ductu in suum tempus: ut separatim aliis sub alio notetur. Tertius uero locus lucrum commune partum habeat. Deinde seorsum secundi loci numerus cuiusque procreatus ducatur in commune lucrum: quod tertij loci est. numerusq; ex hoc enatus per primi loci numerum diuidatur: quemadmodum in proxima societatis regula dictum est: et numerus sectionis declarabit: quantum cuiq; lucri secundum temporis & pecuniae quantitatem debeatur. quod quarto loco è regione cuiusque pecuniae reponendum est, ad hunc modum.

352		Primus 44	
640	192	80	Lucrum facit Secundus 24
	96		Tertius 12

SOCIETATIS REGVLA TERTIA

quando temporibus intermissis, uarie summe
interdum communicatæ, interdum
subductæ fuerunt.

Questio V.

QVATVOR mercatores societatem inierunt b
ennio duraturam, paciscentes: ut pro proportio-
ne pecunie conferendæ lucrum cuique accresce-
ret. quarum primus ab initio triginta aureos contulit: &
post octauum mensem transactam, eorum decem de me-
dio subduxit. Iterumq; uicesimo mense inchoante, duode-
cim aureos in societatem intulit. Secundus à principio ui-
ginti quatuor aureos attulit: ac post sextum mensem ab-
stulit octo. Denuoq; sextidecimi mensis exordio, quatuor
decim in commune exhibuit. Tertius statim ab initia so-
cieta, uiginti aureos intulit. peractisque mensibus sep-
tem, omnem suam pecuniam de medio exemit. rursusque
mense decimo octauo incipiente, sexdecim imposuit aure-
os. Quartus demum septimo mense inchoante decem ex
octo aureos pro se contulit: atque horum nouem abstulit
post quartum mensem finitum. Iterumq; decimo septimo
mense exordiente, quindecim in societatem addidit. De
quorum omnium pecunia communiter in societatem colla-
ta, lucrificati sunt aurei centum. Ambigitur transacto bi-
ennio, quantum cuiq; lucri cedet. Hæsitatio hæc propter
intricatam tum summarum, tum temporum uarietatem,
plus industrie quam acuminis exigit. Siquidem proprius
rem contemplantibus, illud manifestum est, sicut commu-
nis omnium pecunia cum omnium temporibus coniuncta
commune lucrum attulit: itidem suam cuiusque pecuniam
cum suo tempore copulatam, suum cuique lucrum afferre
par esse. Singula igitur cuiusque mercatoris tempora,
quibus

quibus summa queq; ipsius in societatem communicata, nec de medio exempta fuit: in pecunias ipsorum temporum seorsum multiplicata, simul sunt addenda. Quæ pecuniarum cum tempore coniunctio, cum ad eum modum per singulos mercatores absoluta erit: quatuor proportionalium regula rem totam sic expediet: quemadmodum proximo capite latius edocuimus. quod ipsum satis fuerit eruditis ostendisse. Ceterum quoniam hæc pecuniarum in societatem importatio atque exportatio, alio atq; alio tempore facta, maiorem in fronte quam in recessu difficultatem ostentat: ne quem terreat tam uaria rerum facies: nodum hunc explicabimus: ut auspicantibus uiams monstremus, similia: si quæ occurrent: soluendi.

Primus itaq; mercator à principio triginta aureos 8 mensibus in societatem habuit, ut igitur tempus illud cum pecunia copuletur: 8 in 30 ducantur. Et sicut 240 quæ seorsum tantisper, dum alia expediuntur: notanda sunt. Post octauum mensem finitum, usq; ad uicesimum, decem aureis subductis, soli 20 reliqui manserunt, undecim mensibus medijs. 11 igitur in 20 ductis, creantur 120. quæ similiter interim notentur seorsum. Postea uicesimo mense, ad uiginti aureos, qui adhuc in societate remanserunt: alijs 12 sunt illati. Hæ duæ summæ simul additæ faciunt aureos 32. qui mensibus quinque usque in finem anni communes fuerunt. Igitur 5 in 32 ducta, educunt 160. quæ sub alijs summis seorsum notatis ponantur. Deinde illæ omnes summæ seorsum notatæ simul addantur: et pro-

uenient 620. Ea summa surgit ex omnibus primi mercatoris tum summis, tum mensibus simul coeuntibus. Secundus autem mercator ab initio 24 aureos sex mensibus in societatem communicauit. quare 6 in 24 ducta, producent 144. quæ seorsum notentur. A sexto autem mense transacto usque ad sextum decimum, nouem mensibus medijs, cum octo aurei subducti essent, relictii erant 15. quocirca 9 in 15 ducta creabunt 144, seorsum similiter notanda. Demum mense decimo sexto 14 aurei in societatem illati additi ad priores 16, faciunt 30: qui nouem mensibus reliquis communes fuerunt. 9 itaque in triginta ducta procreabunt 270: quæ ad reliquias summas seorsum notatas addita, producunt 558. Ea summa est et temporum et pecuniae secundi mercatoris simul coniunctorum. Tertius mercator statim ab initia societate 20 aureos inferens, septem mensibus eos in societate reliquit. Et ideo 7 in 20 ducta, creabunt 140. quæ seorsum signentur. Post mensem autem septimum finitum cum pecuniam suam omnem exemisset: nihilcum cæteris habuit commune usq; ad decimum octauum mensem, in cuius initio denuo 15 in societatem intulit. quæ per 7 numerum mensium relictum multiplicata, producunt 112. ea priori summa seorsum notatae addita procreant 252. Quæ summa est et temporum et pecuniarum tertij mercatoris simul coeuntium. Quartus mercator septimo demum mense inchoante 18 aureos conferens, 4 mensibus eos in societate continuit. quamobrem 4 in 18 ducta, progenerant 72. quæ seorsum subnoten-

mus. A fine autem quarti mensis post illatam pecuniam transacti, usq; ad mensem decimum septimum, sublati sunt ueni aureis, adhuc 9 restabant mensibus sex medijs. ea propter 6 in 9 ducta educunt 54. seorsum et ipsa nota da. Decimo septimo mense incipiente, ad 9 quae in societate remanserant 15 adiunxit. quae faciunt 24. ea per 9 numerum mensium relictum multiplicata edacent 192. quae ad alias summas seorsum signatas addita, perficiunt 318. ea summa est tum mensum, tum pecuniarum quarti mercatoris. Iam uero singulorum mercatorum temporibus cum suis pecunijs connexis, superest: ut omnium summæ seorsum annotatae simul addantur. Inde surgent 1748. quae summa ex omnibus tum pecunijs tum mensibus omnium mercatorum collecta primum locum tenebit. Secundum uero singulorum summæ tum pecunias cuiusque tum mes ses complectentes, seorsum aliæ sub alijs notatae. Tertium autem locum commune lucrum habebit. Deinde secunda dum regulam quatuor proportionalium multiplicatio, et diuisio fiat: et lucrum in quarto loco patefiet ad hunc modum.

620

Primi 350 $\frac{2}{3} \frac{1}{2}$

558

Secundi 310 $\frac{1}{3} \frac{3}{4}$

1748

100 Lucrum

252

Tertiij 140 $\frac{1}{3} \frac{1}{2}$

318

Quarti 180 $\frac{2}{3} \frac{1}{2}$

O 2

DIVERSARVM REGIONVM PON
deris coæquatio. Questio VI.

CENTVM pondo ab Alexandria in Angliam de-
portata reddunt pondo septuaginta quinq;. quan-
tum reddit Alexandriæ Anglica pondo ducenta trigin-
ta sex? Rem consyderanti facile succurrit. quæ propor-
tio est inter septuaginta quinq; pondo Anglica, & ducen-
ta triginta sex Anglica: eandem esse inter centum Alexan-
drina, & numerum, quem de Alexandrinis quærimus. Et
permutatim. quæ proportio est inter septuaginta quinq;
Anglica & centum Alexandrina: eandem inter 236 An-
glica, & numerum, quem de Alexandrinis quærimus: es-
se debere. Quocirca primo loco positis 75. Secundo 236.
Tertio 100: quatuor proportionalium regula depræhen-
dit ducenta triginta sex pondo Britannica reddere Ale-
xandriæ trecenta quatuordecim & $\frac{5}{7}\frac{1}{2}$. quæ sunt $\frac{2}{3}$.
Anglica Anglica Alexandrina Alexandrina

75	236	100	314 $\frac{5}{7}\frac{1}{2}$	quæ sunt $\frac{2}{3}$
----	-----	-----	------------------------------	------------------------

LVCRI EXPLORATIO.

Questio VII.

Si de centum aureis aurei duodecim in annum lucri
fiant: secundum eam rationem de aureis septuaginta
non em quantum lucri in annum crescat? Facile est expli-
catu, nam quæ proportio est numeri centenarij ad septua-
gintano?

ginta nouem: eadem erit numeri duodenarij ad lucrum quæsumum. Et permutatim, quæ proportio est numeri centenarij ad duodecim: eadem erit de septuaginta nouem ad lucrum inuestigatum. dispositis itaq; in ordinem numeris, ut primum locum centum teneant. Secundum septuaginta nouem. Tertium duodecim, quatuor proportionalium regula demonstrat ex aureis 79 lucri fieri auricos novem, & $\frac{48}{190}$. quæ sunt $\frac{12}{25}$.

Aurei Aurei Lucrum Lucrum

100	79	12	$8 \frac{48}{190}$	quæ sunt $\frac{12}{25}$
-----	----	----	--------------------	--------------------------

Hoc lucrum per omnia par est usuræ centesimæ. quæ maiorem apud Romanos leges non permittunt. De singulis namq; centenis duodena quot annis in fœnus usura centesima exigit. quæ ideo centesimæ nomē habet: quod cum in menses usuræ debeantur: pars scribis centesima singulis mensibus in usuram uenit: centesimoq; decum mense sortem fœnus æquat. Intra centesimam minores usuræ interdum centesimæ dodrantem, interdum bessem, in menses reddunt, quæ etiam ipse graues existimantur. At me diocres putantur, quæ eius semissem in menses pendunt. Quæ uero non ultra centesimæ trientem, aut quadrantem, aut sextantem in menses pariunt: ciuiles habentur, & humanæ.

LVCRI EXPLORATIO in tempore maiori.

Questio VIII.

MERCATOR ex aureis septuaginta per menses tres lucri fecit quinq;[;] . quantum lucri tredecim mensibus ex aureis septuaginta obueniet? Due proportiones depræhenduntur. Altera de tribus mensibus ad menses tredecim: Altera de quinq;[;] lucri factis ad numerum inuestigatum. Nam sicut tres menses se habent ad menses tredecim: sic quinq;[;] lucri facta ad numerum quæsumum. Et permutatim. sicut tres menses ad quinq;[;] lucri facta se habent: sic 13 menses ad numerum inuestigatum. Quare quatuor proportionalium regula duce, primo loco statuentes 3, Secundo 13, Tertio 5: comperiemus aureos uiginti unum, & duas tertias 13 mensibus lucri fieri.

Menses	Menses	Aurei	Aurci
3	13	5	$21\frac{2}{3}$

TEMPORIS INVESTIGATIO in lucro maiori,

Quæstio X.

VI per menses quatuor ex aureis nonaginta lucri fecit quinq;[;] scire cupit: quād tempore ijdem aurei lucri centum reddent? Hæsitation hæc proxima similis est: præterquam quod hic de tempore, illic de lucro fit inuestigatio. Simili igitur modo soluenda est. Quippe due proportiones apparent. Nam sicut quinque aurei lucri facti se habent ad aureos centum lucri facientes: sic quatuor menses quibus quinq;[;] aurei lucri accreuerunt: ad

runt: ad numerum mensium inuestigatum. Et permuta-
tum, sicut quinq; aurei lucri factise habent ad menses 4: :
sic 100 aurei lucri faciendi ad numerum mensium, de quo
quaesitum est. Primo igitur loco notatis 5, Secundo 100,
Tertio 4: Regula quatuor proportionalium aureos 100,
ex 90 lucri fieri mensibus 80 manifestat. qui numerus men-
sium creat annos sex et menses octo.

Aurci	Aurei	Menses	Menses
5	100	4	80

LVCRI INVESTIGATIO EX MA- IORI PECUNIA SECUNDUM RESPECTUM LU- CRI EX SUMMA MINORI.

Quæstio X.

MERCATOR quispiam tribus mensibus ex de-
cem aureis lucrificet quatuor: scire cupit ad ean-
dem rationem ex sexcentis aureis decem et octo mensi-
bus, quot aurei lucri fieri possunt? Nullum hæsitationis ge-
nus frequentius, quam huiusmodi est, inter mercatores,
dum secum deliberant de quovis mercimonij genere: se
pecunias suas in id impendant: quanto tempore: quantum
lucri poterit acquiri. Adhanc rem expedite discutien-
dam in primis illud fieri oportet: quod facendum est:
quoties in duabus proportionibus cum pecuniæ certæ d.
versitate temporis certi diuersitas concurrit: ut pecunia

queque summa per suum tempus multiplicetur: unusque ita numerus uim utriusq; complexus, producatur ex ambo bus. qui deinde cum lucro per ea parto comparetur. Quo fiet: ut in ordinem proportiones ambæ redigi statim possint. quemadmodum in proximis quæstionibus diximus. Nam duas proportiones rem considerantes compremus: quarum alterius ambo extrema sunt cognita alterius uero alterum solum. Nam quæ proportio est inter decem aureos cum suo tempore trium mensium copulatos, & aureos sexcentos cum suo tempore mensium decem & octo iunctos: cuius proportionis ambo extrema sunt cognita: eandem esse debere lucri quatuor aureorum noti ad lucrum illud, quod ignoratum inquirimus. Et permutatim. quæ proportio est inter aureos decem connexos cum suo tempore trium mensium, & lucrum quatuor aureorum cognitum: eadem deprehendetur inter sexcentos aureos, coniunctos cum suo tempore mensium decem & octo: & lucrum illud, quod uestigamus. Facta itaque aureorum decem multiplicatione per suum tempus trium mensium, surgunt triginta. Rursumq; si in sexcentos aureos duantur decem & octo, suorum mensium numerus: prodibunt decem millia & octingenta. Postea quatuor proportionalium regula nobis eam sequentibus negotium explicabit: si primo loco triginta, Secundo decem millia & octingenta, Tertio quatuor: quod lucrum nobis notum est: ponamus. Ita deprehendemus ex sexcentis auris mensibus decem & octo lucris fieri aureos mille quadringentos & quæ

¶ quadraginta.

Lucrum Lucrum

30 10800 4 1440

Hic inuestigatum est: quantum accrescit lucri.

TEMPORIS INVESTIGATIO IN
lucro maiori secundum respectum tem-
poris in lucro minori.

Quæstio XI.

FREQUENTER etiam mercatores inuertunt
huiusmodi quæstionem: ut de tempore si hæsitatio-
uelut i si quispiam: qui tribus mensibus ex decem aureis lu-
cri fecit quatuor: scire cupiat ad eandem rationem: quot
mensibus ex sexcentis aureis mille quadringentos ¶ qua-
draginta lucri facere potest? In hac quæstione lucrum in
utraque proportione certum tempus uero in altera adhuc
ignoratum. Quare multiplicatio pecuniae certæ per igno-
runt tempus fieri nequaquam potest: ut ambas proporti-
ones ad quatuor proportionalium regulam semel appli-
care sufficiat. Alia igitur via tentanda est. Et rem consy-
derantibus, in primis ad exemplum lucri quatuor aureo-
rum, quod ex decem aureis mensibus tribus creuit: excuti-
endum uidetur: quantum lucri aurei sexcenti mensibus tri-
bus parient. id quod facile discuti potest: si cogitemus du-
as hic proportiones reperiri. Alteram de aureis decem
ad sexcentos. Alteram de quatuor aureorum lucro ad lu-
crum illud, quod exquirimus. Nam sicut aurei decem se-

habent ad sexcentos: sic quatuor aureorum lucrum ad lucrum exquirendum. Et permutatim, sicut aurei decem se habent ad lucrum quatuor aurorum: sic aurei sexcentii ad lucrum inuestigandum. Itaque primo loco positis 10, Secundo 600, Tertio 4, per quatuor proportionalium regulam comperiemus ex 600 aureis, mensibus tribus lucrificari 240. Deinde postquam comperium est: quantum lucrum menses tres ex aureis sexcentis afferunt: continuo deprehendetur: quot mensibus aurei mille quadringenti & quadraginta ex sexcentis lucri fieri possunt. Nam quæ proportio est aureorum ducentorum & quadraginta: qui tribus mensibus lucri sunt: ad aureos mille quadringentos & quadraginta: eadem erit temporis trimestris ad numerum. mensum inuestigandum. Et permutatim. sicut ducenti & quadraginta aurei, qui trium mensum sunt lucrum: se habent ad tres menses. sic aurei mille quadringenti & quadraginta se habebunt ad mensum numerum, de quo quæsumum est. Quamobrem primo loco positis 240, Secundo 1440, Tertio 3 è uestigio quatuor proportionalium regula denuo repetita nos edocebit: aureos 2448 ex 600 lucri fieri mensibus decem & octo.

Menses Menses

240 1440 3 18

Itaque tempus hoc de quo quæsumum est, particulatim inuestigandum erat, ut eius portione cognita facile exquiratur reliquum. Cetera id genus exempla ad eundem modum exa-

dum executi possunt. Quo sit manifestum, quatuor proportionalium regulam, quoniam semel tentata non satis facit: bis nonnunquam adeundam esse: ut cuncta in lucem eruat.

PONDERIS EXPLORATIO IN panibus, quando precium annonæ crescit.

Quæstio XII.

VANDO tritici modius nummis decem uenditur: primariae notæ panis: qui nummi precium habeat: pendebit uncias quadraginta tres. Secundum eam rationem, qnanti ponderis erit panis unius nummi: quando tritici modius tredecim nummis constat? Hic obseruare oportet. ubique gentium receptam panificij legem esse: ut pro qua portione tritici præcium crescit: pro eam panum unius præcij pondus minuatur. Sicut enim anno næ copia panibus eiusdem præcij & magnitudinem ex pondus auget: sic contrà annonæ caritas ab eodem pre- cione & pondus his & magnitudinē demit. Quo circa cum pro maioris præcij ratione diminutio ponderis sit inuestiganda: ea propter in proportionum comparatione, quod extremum utriusque maius est: præponi debet: ut quæstio sit de minori alterius extremo, quod ignoratur. Cum autem altera proportio de tredecim nummis ad numeros decem, ambo extrema nota habeat, eam præcedere oportet. Altera uero de quadraginta tribus uncijis ad numerum ponderis inquirendum, sequi priorem debet. Nam ut

hoc quæsito quantus reperitur excessus nummorum tredecim ultrà decem: tantus erit quadraginta trium unciarum excessus supra numerum ponderis inuestigandum: eadem que proportio. Et permutatim. sicut 13 se habent ad 43: sic decem ad numerum ponderis inquirendum se habere debent. Itaq; si primam sedem tredecim occupent, Secundam decem, Tertiam 43. Quatuor proportionalium regula rem totam illustrabit. per quam deprehendemus, quando tredecim nummis tritici modius uenit: unius nummi pñ nem uncias triginta tres & unam tertiam pendere.

Precium	Precium	Pondus	Pondus
13	10	43	$33\frac{1}{3}$

PONDERIS EXPLORATIO IN PANIBUS, quando precium annonæ decrescit.

Quæstio XIII.

Si panis unius nummi pendet uncias 43: quando tritici modius 10 nummis constat. quanti ponderis ad eam rationem erit panis unius nummi, si tritici modius nummis septem ueneat? Hic quia tritici precium est immutatum: iuxta panificij leges pondus panis augebitur. Quo circa qua proportione nummi superantur à 10: eadem 43 unciae superabuntur à pondere panis inuestigando. Et permutatim. sicut & se habent ad 43. sic 10 ad numerum ponderis inuestigandum. Quare in proportione priore de & nummis ad nummos 10: extremum quod minus est, precedere: quod maius est, sequi debet: ut postea rior.

rior proportio de panum pondere, destinat in pondus mæsus. Ita digestis in ordinem proportionibus, per regulam quatuor proportionalium comperiemus unius nummi pa nem pendere uncias $61 \frac{3}{7}$ quando tritici modius septem nummis constat.

Precium	Precium	Pondus	Pondus.
7	10	43	$61 \frac{3}{7}$

LVCR ET DAMNI REGVLÆ.

PRIVS QVAM ad alias questiones progredivi mur. de lucro & damno quædam regulas operæ precium putamus adiungere. Et ut de lucro primum dicamus. Mercatores ad hunc modum secum querere solent. Si ceræ pondo centena aureis 12 quispiam emat: atque ea deinde aureis 14 uendat: quantum lucri ex cœnæ tenis accrescit? Huiusmodi quæsita sic explicantur. Prin cipio subducere oportet precium, quo res empta est: à precio quo postea uenditur. & numerus restans, quid differentiam utriusq; precij continet: lucrum indicabit, quod ex sorte illa 12 obueniet: uidelicet 2. deinde si 12 quæ sunt in sorte: pariunt in lucrum 2: quantum lucri 100 reddent? per regulam de tribus notis quartum ignotum proferentibus primum est excutere. ducentes enim 2 in 100: procreabimus 200. quæ per 12 secantes, relinquimus in sectionis numero $16 \frac{2}{3}$. tantum lucri ex centenis accrescit. Nam quæ proportio est inter sortem 12 & sortem 100: eadem esse debet inter lucrum, quod ex 12 cre-

uit: & lucrum, quod ex 100 obuenire debet. Et permata
 tim que proportio est inter sortem 12, & lucrum: ea
 dem in sortem 100 & eius lucrum, quod inuestigamus: esse
 debet. Similiter de denis, uicenis, tricenis, quadragenis,
 quinquagenis, uel millenis, quæri posset. sed mercatorius
 supputandim mos maxime in centenis lucra & damna con-
 siderat. atq; ideo de centenis exempla damus. In his au-
 tem mercatorijs regulis, quas nunc interseremus: propor-
 tionum comparationem permutatim solum ponemus,
 mercatorum more: quandoquidem per hanc cuius studio
 sortea earum comparatio se simul aperiet. Calculum
 recte confectum esse probabis, si proportionum ordinem
 conuertas hoc modo. si 100 quæ sunt in sorte, lucri faci-
 unt $16\frac{2}{3}$. 12 in sortem collata lucrum reddent 2. Quod
 si plus aut minus calculus afferat: error interuenit. Velsi
 cui magis placet: negocium ad regulam sic applicabit.
 Si de 12 quæ sunt in sorte: fiunt 14 in sortem & lucrum.
 quid ex 100 in sortem datis ea ratione proueniet: sequen-
 tes regulam depræhendemus $116\frac{2}{3}$ in sortem & lucrum
 accrescere. à quibus si demas 100 quæ sortem faciunt: su-
 persunt $16\frac{2}{3}$. que lucrum ex centenis indicant. Tui ar-
 burij lector, esto: utram uiam magis libeat sequi, nam
 mercatores ipsi, aliis hanc, aliis illam capessunt.

AD DAM NV M cognoscendum: id quod de lla-
 cro iam admonuimus: studiosis sufficerit. nihil ee
 nim de

nim aliud interest: nisi quod sicut uenditio superans emptionis precium lucrum exuberare facit: sic econuerso uenditio minoris facta sortem uel diminuit: uel exhausta ueruntamen exemplum de eo quoque dabimus. Quando libra croci empta est aureis 3: uenditaq; 2: quae iactura ex centenis erit? Premium, quo res minoris uendita est: ab emptionis precio, quo pluris est empta subtrahet: et superest 1: quod damnum de tribus indicat. Deinde si de 3 unum perit: quantum detrimenti 100 afferent: per regulam datam exquirere. reperies $33\frac{1}{3}$. Vel si magis libet alteram viam tentare: sic potes. Si de 3 sola 2 supersunt: quid de 100 relinquetur? ducantur 2 in 100: fiunt 200. quae si per 3 seces: excent 66 $\frac{2}{3}$. ea de 100 manent. differentia itaque inter 66 $\frac{2}{3}$: et 100 quae est $33\frac{3}{4}$: uenit in detrimentum.

PER LVCRVM NOTVM SORTIS ignotæ exquisitio.

SAEPE mercatores ad nundinas ituri secum ad hunc modum supplicare solent. Quanti pondo centena cuiuspiam mercis, puta æris æruginis emenda sunt: ut aureis 13 postea uendita, ex centenis dena in lucrum pariant, Huiusmodi quæsita expedes: si sic tecum consyderes. Qui ex centenis dena lucri uult facere: is 100 augere usque ad 100 studet. id, quod ex precio 13 efficere molitur. Itaq; in illis 13 et sors et lucrum latet. alioqui nisi inest lucrum: dena ex centenis non lucri fierent. Ea propter cum

cum per uenditionem 13 aureis factam, lucrum ex centea
 nis destinatum sit acquisitum: sors quæ latet in 13: per re
 gulam de tribus notis quartum ignorū proferentibus sti
 tūm sic patefiet. Si 100 quæ sortem & lucrum capiunt:
 procedunt de sorte 100: de qua sorte nascēntur 13, quæ for
 tem & lucrum tenent? Multiplicare oportet 100 in 13: &
 producentur 1300: quæ si per 110 secantur: numerus sectio
 nis $11\frac{2}{1}$ habebit. qui numerus sortem illorum 13 demon
 strat. Atq; ideo tanti emenda essent æris æruginis pondo
 100: ut postea 13 aureis uendita lucrum proportione deno
 rum ad centena reddant. Si specimen capere libet: an recte
 sit supputatum: proportionum ordinem conuerte, hoc
 modo. Si de $11\frac{2}{1}$, que sunt in mera sorte: surgunt 13
 fors & lucrum: quid de 100 mera sorte prodibit? tenta
 per regulam. & uo inuenies. à quibus dempta sorte 100:
 lucrum 10 superest. Si plus aut minus redeat erratum
 est. Aliud exemplum. Quinti lanæ mille pondo sunt
 empta: que postea aureis 50 uendita lucrum proporcio
 ne duodenorum ad centena pariunt? ad regulam datam
 sic applicabis. Si 112 ante lucrum partum, erant 100:
 quid secundum eam rationem 50 prius erant: cum quis
 bus partum est lucrum? supputatio secundum regulam
 facta te docebit fuisse $44\frac{7}{12}$. que sunt $\frac{2}{14}$. Aliud
 exemplum. Quinti constitit libra croci: quando uncia
 nummis 9 uendita, lucrum affert proportione denorum
 ad centena? Unciae sortem sic deprehendes si 110 ante
 quam accessit lucrum: erant 100; quid erant 9? inuenies
 fuisse

fuisse $8\frac{2}{11}$. tot nummis uncia constituit. Deinde ut libræ
precium excutias: multiplica unciæ precium $8\frac{2}{11}$ in 12: quod tot sint unciae in libra: & producuntur $98\frac{2}{11}$. tot
nummis libra croci prius empta erat.

PER DETRIMENTVM NOTVM
sortis ignoræ exquisitio.

QVI gemmam emerat: uendidit eam postea aue-
reis 100. & dum pecunie suæ rationem init: comperit se perdidisse 10 ex 100. quanti ab initio
stetit gemma? Sic consyderare oportet. Qui 10 de 100
perdit, 100 ad 90 minuit. atq; ideo ad inuestigandam sor-
tem illorum 100 ad hunc modum cogitabit. Si 90 ante de-
trimentum erant 100: quid secundum eam rationem an-
te erant illa 100, ex quibus iactura facta est? ducantur
100 in 100: & surgent 10000. quæ secta per 90, reddunt
 $111\frac{1}{9}$. tanti gemma ab initio constituit. Verso in contrari-
um proportionum ordine, capere experimentum licet,
an recte sit supputatum: ad hunc modum. Si de $111\frac{1}{9}$ sola
100 supersunt: quid de 100 relinquetur? si regulam sequa-
re: depræhendes 90. si plus aut minus exit: error manife-
stus est.

ALIA etiam uia per lucrum aut damnum ad for-
atis partes redigendum. sors ipsa ignota inuesti-
gari potest. Puta si quispiam uendens nummis 20. de
100 lucrifaciat 10. & hæsitetur quanta sit sors: ad hunc

modum per compendium res expedietur. Animaduertere oportet: quota sortis pars sit lucrum? id quod statim manifestum: si lucrum 10 per sortem 100 diuisum in minutas soluatur eo modo: quo numeri minoris per maiorem admonuimus sectionem fieri. sic nascentur $\frac{1}{10}$. que ad minimam nomenclaturam redactæ faciunt $\frac{1}{10}$. itaque qui ex 100 lucratur 10, decimam sortis partem lucrifacit. que pars decima addita ad sortem fit undecima totius summe. Atq; ideo qui de lucro & sorte $\frac{1}{10}$ capit: lucrum habet illius summæ. quod quando ab ea subductum erit: sola sors restabit. Itaque de 20 sumito $\frac{1}{10}$. & inuenies $1\frac{2}{10}$. tantulum inest lucri in exigua hac summa 20. Id autem si à 20 ducatur: restabūt pro sorte $18\frac{2}{10}$. Ea sors est illorum 20. Rem ita habere probabis: si proportionum ordinem conuertas hoc modo. Si de $18\frac{2}{10}$ fiunt 20: quid acerescet de 100: tenta: & inuenies 110. subducito pro sorte 100: restat pro lucro 10. Calculus itaque non errauit.

EADEM uia per damnum ad sortis partes redigendum sors ipsa potest excuti. Velut si exemplo uerso, fingamus eum: qui nummis 20 uendit: dena ex cetenis perdere Nam damnum 10 per sortem 100 diuisum, profert $\frac{1}{10}$ que faciunt $\frac{1}{10}$ illud itaque consyderare oportet. Qui perdit 10 ex 100: perdit de sua sorte $\frac{1}{10}$. Quo fit: ut saluæ sint ei restantes $\frac{9}{10}$. de quibus partibus si sumas $\frac{1}{2}$: atque eam ad omnes partes relictas addas: instaurabis

instaurabis summam: quæ fuit ante damnum: & sortem
habebis quæsitam. Atq; ideo in exemplo dato, si nummis
20 uendens dena de centenis perdit ea ratione uicena illæ
 $\frac{2}{10}$ totius sortis efficiunt. Quocirca si nonam partem de
20 sumas, uidelicet $2\frac{2}{9}$. atq; eam ad 20 addas: fiant $22\frac{2}{9}$.
que summa sortis ante iacturam erat. Nona autem illæ
pars $2\frac{2}{9}$ decima est totius sortis: partemq; eam addita in=
staurat: quæ de sorte perierat.

LVCRI RATIO, SI MINORIS quippiam fuisset emptum.

GLASTI empator pondo millena certo precio mer-
catus est: quæ si binis aureis minoris emisset: atque
ea postea aureis duodenis uendidisset: ex centenis dena
fecisset lucri: quero quanti ab initio pondo glasti mille =
nasteterunt? Huiusmodi quæsita sic expedites. Sortem il =
lorum 12 inuestigare oportet, eo modo, quem dedimus.
Si 110 erant 100 ante lucrum: quid secundum eam ratio =
nem ante lucrum adiunctum, erant 12 & ducantur 12 in
100: producantur 1200. quæ secta per 100: reddunt
 $10\frac{1}{10}$. Ea fuisset fors: si nihil aliud interuenisset. Ve =
rum quia adiectum est: si 2 aureis minoris emisset: &
12 uendidisset: tum lucrum accedere debuisse præ portione
denorum ad centena: liquet ex hoc eum pluris $10\frac{1}{10}$
emisse. Atque ideo 2 ad $10\frac{1}{10}$ addenda sunt: ut fiant
 $12\frac{1}{10}$. tot aureis in initio glasti pondo 1000 consti =
tunt. Ex quo fit manifestum, si minoris 2 aureis emisset:

danda fuisse $10 \frac{10}{11}$. quæ sors ea est: quæ per uenditionem ad 12 crescens dena ex centenis lucrificat.

DAMNI RATIO, SI PLVRIS
quippiam fuisset emptum.

FRVMMENTI emptor modios quaternos certo precio emit: qui si pluris nummis quaternis quam sunt empti, constituerent: & uenditi fuissent nummis tricenisis senis: dena de centenis fuissent perdata. quanti igitur constiterunt modij quaterni: principio sicut proxime in lucro factum est: sortem illorum 36 erues, hoc modo tecum considerans. Si 110 erant 110: quid secundum eam rationem ante erant 36 ducantur 36 in 100: & fient 3600. que deinde secentur per 110: & prodeunt $32 \frac{8}{11}$. tanti emi debuissent modij quaterni: ut uenditione facta nummis 36 dena ex centenis lucrifierent. Verum hic perdita sunt 10 ex 100. atque ideo sicut in iactura ante docuimus: sic considerabimus. Si 90 ante iacturam fuerunt 100: quid secundum eam rationem ante fuerunt 36? ducantur 36 in 100: & surgent 3600. quæ secta per 90: reddunt 40. tanti emi debuerunt: ut uenditi nummis 36 damnum afferrent detrahens dena ex centenis. Cæterum quia dictum est si 4 nummi amplius ad premium accesserent: tum iacturam illam denorum ex centenis ex uenditione facta nummis 36 fuisse secuturam. 4 nummi à 40 demendi sunt: quod tanto minoris sunt empti: sic restant 36. quo precio quaterni frumenti modij ab initio sunt empti.

Lucri

LVCRI RATIO. SI PRE-
cium mutetur.

QVI SALIS modios singulos senis nummis uendit octona ex centenis lucratur qui eri potest: si is mutato precio, nummis octonis uendatis quantum lucri ex centenis acquireret? Multi in huiusmodi quaestis hallucinantur: dum sic proportiones comparent. Si cedant s. quid dabunt s. ducentes namq; s in s. et productum per secantes, deprehendunt $10\frac{2}{3}$. quod lucrum ex centenis obuenire putant: si singulorum salis modiorum precium à nummis cedat s mutetur. Hito erant cælo. nam c illa, quæ isti uelut sortem ponunt: et lucrum et sortem continent. Itaque ubique in similibus de lucro aut damno queritur: primum sors inuenienda est: quæ lucrum et damnum peperit. igitur sortem et lucrum quæ in sex latent: sors et lucrum, quæ in centenis nota sunt: proferent in lucem: sicut iam docuimus hoc modo. Si 108 antequam accessit lucrum, erant 100, quid secundum eam rationem ante lucrum erant c? ducantur c in 100 et fient 600, quæ per 108 secta in numero partitionis educunt $5\frac{2}{3}$. tantum complecti debet sors illorum c: ut postea sex nummis facta uenditio octona ex centenis lucrifaciatur. Iam uero in hoc themate, qui nummis c uendit, mutato precio, nummis octonis uendere in animo habet: et scire cupit: quantum lucri ex centenis accrescit. Id quod facile exquiri potest: si proportiones sic formen-

tur. Si $5\frac{2}{3}$, quæ sunt sors: pariunt octo in sortem & lucrum: quid 100 in sortem collata dabunt? Scies è uestigio: si 8 in 100 ducas: numerumq; productum diuidas per $5\frac{2}{3}$. quo fiet: ut in numero sectionis prodeant 144. tantum sors illa 100 afferet in sortem & lucrum. igitur si sortem 100 ab ea summa subducas: 44 pro lucro restant. tantum lucri ex centenis accrescit: si singuli salis modij nummis 8 uendantur, qui ante 6 sunt uenundati.

VEL si maiis alia uia rem statim expedire: ut sortem non exquiras: id fiet ad hunc modum. Adde ad ipsa 100, lucrum ex his accrescens: summamq; eam diuide per prius precium: quod lucrum illud peperit. Id autem quod in numero sectionis prodibit: multiplica in posterius illud precium: in quod fit commutatio. Ita numerus ex hoc productus, & lucrum de 100 natum, & sortem ipsam 100 complectetur: à quo lucro si sortem 100 demas lucrum de centenis ex nouo precio obueniens restabit: Quæ uia nunquam fallet. Puta in exemplo iam dato, ubi uenditio senis nummis facta ex centenis octona in lucrum intulit: lucrum 8 ad sortem 100 adde. fient 108. Eam summam diuide per prius precium 6, quo lucrum illud acquisitum est. sic in numero sectionis 18 prodeunt. que deinde in posterius illud precium 8, in quod fit commutatio: ducenda sunt. ita producentur 144. quæ & lucrum & sortem centenorum capiunt. à quibus si 100 pro sorte demas: restant pro lucro 44. tantum lucri de centenis accrea

accrescit: si premium à nummis senis ad octo nos mutetur.
Siue autem de centenis, siue de alio numero, puta quinqua
genis, millenis, aut quoquis alio, certum lucrum queratur;
regula hæc invariata manet. uim autem suam capit à mul-
tiplicatione & diuisione: quæ à quatuor proportionali-
um regula suprà data, & ab unitatis natura dependent.
Porro in diuisione, sicut unitas se habet ad diuisorem: sic
sectionis numerus ad numerum diuidendum. Et permuta-
tim. sicut unitas se habet ad sectionis numerum: sic diui-
sor ad diuidendum. Similiter etiam fit in multiplicatione.
nam sicut unitas se habet ad multiplicatorem: sic multipli-
candus ad numerum producendum. Et permutatim. sicut
unitas se habet ad multiplicandum: sic multiplicator ad nu-
merum producendum. Igitur esto & habeant in sortem:
earatione ios haberet: id quod sic exequires. Si & in for-
te & lucro prodeant (fingamas) de: de quo nascentur
ios quæ sunt in sorte & lucro? ducatur in ios. & idem
numerus producetur. Is deinde diuidatur per &. & num-
erus sectionis is proferet: quæ secundū eam rationem fors-
esse deberent illorum ios. iam uero precio mutato, si scire
uoles quantum reddent is: sic inuestigabis. Si de uno fiunt
s: quod de is fiunt multiplicentur s in is: & producentur
44. quæ sortem & lucrum centenorum tenebunt.

DAMNI RATIO SI PRE-
cium mutetur.

DAMNI ratio per eandem regulam ad eundem modum excutietur: præterquam quod sicut lucrum additur sorti: sic iactura de sorte subducitur: & numerus restans per prius premium, quod detrimentum attulit: secatur, quod autem in numero partiuionis reperietur. ducere oportet in premium illud in quo d fit commutatio. Sic numerus productus & sortem indicabit & damnum siue de centenis queratur, siue de millenis, siue de quovis alio numero iacturam terminante. Exempli gratia quis nummis uendit: duodena de centenis perdit: quid iactura ex centenis sustinebit: si precio diminuto 4 nummis ueniat: de 100 subduci debent 12. & restabunt 88. quæ secuntur per prius illud premium 6, quod iacturam peperit. & prodibunt in sectionis numero $14\frac{2}{3}$. ea autem deinde multiplicentur in minus prccium 4: in quo d fit commutatio. & $58\frac{2}{3}$ surgent: que sortem & iacturam centenorum demonstrabunt, quot itaque ab eo numero usque ad 100 de sunt: et otidem de centenis in iacturam uenient. ea autem sunt $41\frac{1}{3}$. Vel si per exquisitionem sortis illorum 6 magis id scire libet: sic tecum considerans rem statim explicabis. Qui nummis 6 uendendo de 100, perdit 12: is 100 ad 88 minuit, quæ iactura nascitur ex nummis illis 6. Sic igitur ratiocinare. Si 88 ante iacturam erant 100: quid secundum eam rationem ante erant 6 que damnum attulerunt: tenta per datam regulam: & inuenies $6\frac{2}{11}$. Ea fons erat illorum 6, Idque ita esse probabis: si proportio num conuerias ordinem. hoc modo. Si $6\frac{2}{11}$ minuuntur

ad 6;

ad 6: quantum secundum eam rationem decrescent 100: experire per regulam: et ss relict a deprehendes. Iam uero mutato precio si fors illa $6 \frac{2}{11}$ minuantur ad 4: quid iacturæ ex 100 eru? data regula ē uestigio aperiet. Nam si 4 in 100 ducantur: fient 400, quæ si per $6 \frac{2}{11}$ se centur: numerus partitionis $58\frac{2}{3}$ habebit. Quod autem supra cum numerum usq; ad 100 deest, in iacturam (uti diximus) uenit. Sutraque igitur uia rem eodem perducit.

QVOMODO PRECIVM STATVA= tur ad lucrum quoduis parandum.

FREVENTER etiam mercatores in merce ali= qua pondere numero aut mensura uendi soluta, post complures expensas terra mariq; supra emptionis preci= um factas, in uectigalia, naulum, uecturam, ministrorum uictum. cæteraq; id genus, certum sibi lucrum de quo quis pondere, numero, aut mensura, destinant: secumq; delibe= rant: quodnam premium statuant in singula pondera, nu= meros, aut mensuras: ut lucrum illud accrescat. Id quod fiet ad eum modum: quem hoc exemplo monstrabimus. Pi= peris pondo millena in Lusitania nummorum 10000 sunt empta. proq; his uectigal illic pensatum nummi 1000. Naulum deinde illinc in Britanias constitit 300. Ibi rursus aliud uectigal exactum 500. Vectura deinde terra facta nummis stetit 200. Ministri in eam negotiationē missi im= pensa 2000. Mercator aduecta merce, de singulis piperis

libris supra omnes impensas nummos & lucrifacere desti-
nat. Cæterum hæsitat: quo nam precio piperis librā uē-
dat ut lucrum illud accedat . Rem sic expediemus . preci-
um emptionis, uectigal, nauum, iterum uectigal, uecti-
ram terra factam, ministri impensam, omnia in unam sum-
mam colligere oportet. & surgent 14000 · quibus etiam
num lucrum nummorum & destinatum in libras singu-
las debemus addere: uidelicet nummos 40000 sic crescunt
1800 . Quam summam in uniuersum mercator & pro
sorte & pro lucro totius negociationis sibi reddi cupit .
Atque ideo quatuor proportionalium regula, quam de tri-
bus notis quartum ignotum proferentibus suprà deditus:
est uestigio precium unius libræ patefaciet . Nam sicut uni-
uersæ piperis libræ adfectæ se habent ad totam illam sum-
mam precium atque lucrum omnium complectentem: sic
una piperis libra ad suum precium & suum lucrum se ha-
bere debet . Quocirca si iudicatur in 18000: idem nume-
rus producetur. qui si per numerum uniuerarum piperis
librarum uidelicet 1000 secetur: numerus sectionis preci-
um unius libræ nummos 18 continebit . Ad eundem modum
precium & lucrum statuere licet in his, que numero aut
mensura uendi consueuerunt .

COLLATIO IN IACTV MERCI=
um facto ob nauem in tempestate
seruandum .

Quæstio XIII.

Sex

SE X mercatores emptis mercibus nauem onera-
runt. Primi merces constiterunt aureis uiginti quin-
que. Secundi quadraginta. Tertiū quinquaginta sex.
Quarti sexaginta quatuor. Quinti septuaginta quinq;
Sexti centum. Graui deinde tempestate inter nauigādum
orta, cum nauis onere nimio depresso erebis fluctibus
penē obrueretur: nautæ salutis uæ consilentes, causa leuan-
dae nauis eiſciunt in mare grauiſſimas quasque merces:
quæ pro centum & uiginti aureis alioqui ualebant. Quo
iactu factum est: ut seruata nauis reliquum onus in por-
tum destinatum adueheret. Mercatores, quorum erant
eiectæ merces, postulant: ut cæteri, quorum bona seruata
sunt: iacturam communiter sustineant. Id quod illis omni-
bus æquum uisum est. Cæterum ambigunt quonam modo
pro rata cuiusque bonorum portione collatio ea fieri de-
beat. Hanc hæſitationem explicatur is statim nobis oc-
currunt duæ proportiones. Altera de mercium omnium
in nauem impositarum summa ad cuiusque merces: impo-
ſitas. Altera, quæ secundum illam adaptari debet: de com-
muni omnium iactura ad cuiusq; iacturam sustinendam.
Nam sicut omnium merces impositæ ad cuiusque merces
ſehabent: ita omnium iactura ad cuiusque iacturam ſeha-
bere debet. Et permutatim, sicut omnium merces imposi-
tæ ſehabent ad communem omnium iacturam: ita cuiusq;
impositæ merces ad iacturam cuiusque. Quocirca hæſi-
tatio hæc per quatuor proportionalium regulam ſic faci-
le explicatur: ut primo loco omnium mercium æſtimatio =

nem simul additam: statuamus, Secundo loco uniuscuiusq;
mercium estimationem separatim aliam sub alia nota-
tam. Tertio loco communem iacturam ad hunc modum.

25	Primus	8 ♂ $\frac{1}{3} \frac{2}{6} \frac{0}{0}$	que faciunt	$\frac{1}{3}$
40	Secūdus	13 ♂ $\frac{1}{3} \frac{2}{6} \frac{0}{0}$	que faciunt	$\frac{1}{3}$
56	Tertius	18 ♂ $\frac{2}{3} \frac{4}{6} \frac{0}{0}$	que faciunt	$\frac{2}{3}$
360	120			
64	Quartus	21 ♂ $\frac{1}{3} \frac{2}{6} \frac{0}{0}$	que faciunt	$\frac{1}{3}$
75	Quintus	25		
100	Sextus	33 ♂ $\frac{1}{3} \frac{2}{6} \frac{0}{0}$	que faciunt	$\frac{1}{3}$

Deinde si regulam sequamur: depr.ehendemus primum
mercatorēm 8 ♂ $\frac{1}{3} \frac{2}{6} \frac{0}{0}$. que faciunt $\frac{1}{3}$, conferre debere.
Secundū 13 ♂ $\frac{1}{3} \frac{2}{6} \frac{0}{0}$. que faciunt $\frac{1}{3}$. Tertium 18 ♂ $\frac{2}{3} \frac{4}{6} \frac{0}{0}$.
que faciunt $\frac{2}{3}$. Quartum 21 ♂ $\frac{1}{3} \frac{2}{6} \frac{0}{0}$. que faciunt $\frac{1}{3}$.
Quintum 25. Sextum 33 ♂ $\frac{1}{3} \frac{2}{6} \frac{0}{0}$. que faciunt $\frac{1}{3}$. Quod
si scire cupis: num calculus errauit: singulorum collatio-
nes simul adde. que si uniuersæ collectæ respondet cōnu-
ni iacturæ: recte supputatū est. alioqui error interuenit.

BONORVM INTER CRE- ditores diuisio.

Questio XV.

Si cuiusquam, qui soluendo non est: bona inter mul-
tos creditores pro cuiusq; debitirata proportione di-
vidi

uidi ideo debent: uel quod is foro cedat: uel quod solum
uertat; uel quod post mortem eius propter et alienum
non adeatur haereditas: ad eundem modum, quemadmo-
dum in tactu mercium de collatione facienda diximus: par-
titio fieri debet, cuius rei, ut exemplum demus. Esto cre-
ditors octo fuerint: quibus debentur mille. Primo quin-
decim. Secundo uiginti quatuor. Tertio triginta duo.
Quarto quinquaginta quatuor. Quinto sexaginta. Sex-
to septuaginta quinque. Septimo octuaginta sex. Octauo
centum. bonaq; debitoris: que inter eos sunt distrahen-
da non transcendent centum & quinquaginta. Rem con-
siderantes duas proportiones statim depræhendemus:
unam de coaceruatis debitis omnibus, que debentur cre-
ditoribus uniuersis: ad id, quod cuique debetur. Alteram
de uniuersis debitoris bonis ad eam portionem, quam
quisque creditor habiturus est. Nam sicut coaceruata de-
bita, que debentur uniuersis se habent ad illud debitum:
quod unicuique debetur: scilicet uniuersa debitoris bona ad eam
bonorum partem, quam quisque creditor habiturus est:
se habere debent. Et permutatum sicut coaceruata debita,
que debentur uniuersis, se habent ad uniuersa debitoris
bona: sic illud debitum, quod cuique debetur, ad eam bono-
rum portionem, quam quisque creditor habiturus est.
Quare quatuor proportionalium regula rem reddet ex-
peditam: si primo loco omnia debita simul addita, que cre-
ditoribus uniuersis debentur: ponamus. Secundo loco il-
lad debitum, quod cuique debetur, aliud sub alio seorsum

annotatum. Tertio loco uniuersorum debitoris bonorum summam. Deinde facientes id, quod iubet regula: comperiemus primo creditori obuentura quinque et $\frac{2}{4}\frac{0}{6}$. Secundo octo et $\frac{3}{4}\frac{2}{6}$. Tertio decem et $\frac{3}{4}\frac{0}{6}$. Quarto decem et octo $\frac{7}{4}\frac{2}{6}$. Quinto uiginti et $\frac{8}{4}\frac{0}{6}$. Sexto uiginti quinque et $\frac{1}{4}\frac{0}{6}$. Septimo uiginti octo et $\frac{4}{4}\frac{1}{2}$. Octauo trigesinta tria et $\frac{2}{4}\frac{8}{6}$.

Certum specimen erit, nihil errasse calculum: si partes cuique obuenientes simul additæ, respondeant uniuersis debitoris relictis bonis,

15	Primus	5	$\frac{2}{4}\frac{0}{6}$
24	Secundus	8	$\frac{3}{4}\frac{2}{6}$
32	Tertius	10	$\frac{3}{4}\frac{0}{6}$
54	Quartus	18	$\frac{7}{4}\frac{2}{6}$
446	150		
60	Quintus	20	$\frac{8}{4}\frac{0}{6}$
75	Sextus	25	$\frac{1}{4}\frac{1}{2}$
86	Septimus	28	$\frac{4}{4}\frac{1}{2}$
100	Octauus	33	$\frac{2}{4}\frac{8}{6}$

POSTHVMI HAEREDIS institutio.

Questio XVI.

MORITVRVS quissiā, cui grauida erat uxor, mille aureorum hæreditas: sic testamentum conditæ

condidit. Si uxor mea filium pariet: is ex besse mihi hæres esto. uxor autem ex triente. Sin uxor mea pariet filiam: uxor ex besse mihi hæres esto, filia uero ex triente. Uxor deinde geminos masculum & foeminam uno partu enixa est. Ambigitur: quonam modo diuidenda sit hæreditas: ut defuncti uoluntas non infringatur. Huiusmodi hæsitationem altius consyderantes, in primis depræhendimus testatoris uoluntatem esse: ut filius altero tanto amplius habeat, quam uxor: Itidemque uxor altero tanto amplius, quam filia. Itaque cum filij pars ad portionem matris dupla esse debeat: quod is duas hæreditatis partes, mater tertiam sit habitura: matrisque pars item ad portionem filiae: quod ea duas partes consequutur a sit: & filia tertiam: eo fiet, ut pars filij ad filiae portionem quadruplica sit futura. Quamobrem numerus aliquis exquirendus est: qui simplum, duplum, & dupli duplum, quod quadruplicum ad simplum est: habeat. ut in totidem partes diuidi possit hæreditas. Minimus autem numerus, qui partes eas habeat: capiendus est: quo facilior sit supputatio. Is autem est septenarius. nam unum duplicatum profert duo, eaque iterum duplicata, quatuor. quæ cuncta simul addita faciunt septem. Et quoniam mille aurei in septem partes diuidendi sunt: quarum quatuor filius habere debet: duas mater, unam filia. quot aurei cuique obuenient, statim excutiemus: si animaduertamus, quæ proportio est omnium partium simul additarum: hoc est septenarij numeri ad cuiusque portionem: eandem mille aureorum esse debere

ad eum numerum, qui cuique obueniet. Et permutatim, que omnium partium simul additarum proportio est ad mille aureos: candem esse proportionis cuiusq; ad numerum aureorum inuestigandum ad regulam igitur quatuor proportionalium quæ situm applicantes, è uestigio rem totam explicabimus: si primo loco omnium partium numerum statuamus. Secundo cuiusq; partem, aliam sub alia notatam. Tertio loco mille aureos: quæ tota est hæditas, ad hunc modum.

	4	Portio filij	571	$\frac{3}{7}$
7	2	1000	Portio uxoris	285
	1		Portio filiæ	142

Deinde regulam sequentes inueniemus filij partem capere 571 et $\frac{3}{7}$. Matris 285 et $\frac{5}{7}$. Filiæ uero 142 et $\frac{6}{7}$. Specimen certum erit, nihil erratum esse: si omnium partes simul addite toti hæreditati respondeant.

Quod si uxor uno partu tres filios et duas filias æderet: id quod in AEgypto est frequens, ut mulieres quinq; geminos pariant: ad eandem rationem partitione fieri debet: ut quilibet filius ad portionem matris duplum haberet: itidemq; mater ad portionem cuiusq; filiæ. Quocirca numerus capiendus esset: qui bina simpla, bina et simili duplum: atque simili terna quadrupla haberet. Minimum autem numerum, qui bina simpla, et simili duplū, habeat: comperies quatuor: quiq; terna quadrupla capiat, duodecim: ea simul addita fiunt sexdecim, in quo parte hæ-

tes hæreditas esset diuidenda: ut ex his quilibet filius quaternas, mater duas, filiæ unicas accipiant. cætera secundum regulam quatuor proportionalium expediantur.

HAEREDVM INSTITVTIO in partibus designatis.

Quæstio XVII.

ANIMAM agens quispiam, cui quinque erant filij, & trium millium aureorum hæreditas: huiusmodi testamentum fecit. Primus filius meus natu maximus ex semisse mihi hæres esto. Secundus natu proximus ex triente. Tertius ex quadrante. Quartus ex quinta parte. Quintus ex sextante. Ambigitur quoniam modo diuidenda sit hæreditas? Nam si testatoris uerba ipsa sequemur: ut primus filius hæreditatis dimidium, mille & quingenitos aureos: Secundus tertiam partem, mille aureos accipiat: tunc tertius integrum quartam, septingentos & quinquaginta aureos consequi nequaquam poterit: cum soli supersint quingenti. Quartus autem filius, cui debetur pars quinta: & quintus, cui sexta: nihil omnino habituri sunt. Igitur cum filijs partes illas hæreditatis à patre designatas consequi integras non possunt: aliæ partes minores inuestigandæ sunt: quæ designatis illis proportione respondeat: ut singulis filijs satisfiat. Principio ergo exquicende sunt partes designatae: quæ facile inueniuntur: si relata summam per singulos seorsum denominatores divididas, ita cuiusq; sectionis numerus partem per denomi-



natorem à patre designatam continet. Quo fiet: ut di-
midium inueniamus, aureos mille et quingentos. Tertiam
partem aureos mille. Quartam septingentos et quinqua-
ginta. Quintam sexingentos. Sextam quingentos, qui nu-
meri seorsum alius sub alio debent annotari: ut eorum pro-
portionē alij numeri minores inuestigentur ex summa tri-
um millium in hereditate relictā. Hos autem numeros si fi-
lij haberent ipsis, suo cuiusque uoto, satis factum esset: nec
amplius petere ex hoc patris testamento possent. Numeri
uerò hi collecti in uniuersum faciunt, quatuor millia trecen-
ta quinquaginta, qui numerus partes à patre designatas
uniuersas habet. Veruntamen quia hereditas relictā sum-
ma minori clauditur, nempe trium millium: uidendum quo
nam modo secundum testatoris uoluntatem facienda sit
partitio. Quia in re si post iam cognitas partes designa-
tas penitus hæsitationem scrutemur: proportiones duas
comperiemus. unam de simul additis partibus uniuersis de-
signatis ad cuiusq; filij partem à patre designatam. Alter-
am de uniuersa relictā hereditate ad illam eius partem
inuestigandam: quam quisque filius pro partis designatae
portione accepturus est. quæ secundum illam priorem for-
mari debet. Etenim quæ proportio est inter uniuersas par-
tes designatas simul additis, et cuiusque filij partem à pa-
tre designatam: cadem inter uniuersam relictā heredita-
tem, et illam eius partem exquirendam, quam quisq; filius
pro partis designatae portione habiturus est: existere des-
bet. Vel si libet permutatim ea comparare. Sicut uniuersae
partes

partes designatae simul additae se habent ad uniuersam relictam hæreditatem: sic cuiusque filij pars à patre designata ad illam hæreditatis partem exquirendam: quam quisque filius pro partis designatae portione accepturus est se habere debet. postquam igitur primo loco partes uniuersae designatae simul additae sunt notate: Secundo cuiusq; filij partes, quas pater designauit: alia sub alia seorsum: Tertio relictæ hereditatis summa: continuo quatuor proportionaliū regula rem inuolutam explicat. ex qua deprehendes primo filio obuenire $1034 \frac{2}{3} \frac{10}{45} \frac{0}{0}$. Secundo 689 $\frac{285}{435} \frac{0}{0}$. Tertio. 517 $\frac{105}{435} \frac{0}{0}$. Quarto $413 \frac{3}{2} \frac{45}{45} \frac{0}{0}$. Quinto 344 $\frac{360}{435} \frac{0}{0}$.

Probatio certa est recte supputatum esse: si post hæreditatis partitionem, omnium filiorum partes trium millium aureorum summæ respondeant. Hæsitationem hanc extri cantes, uulgarem supputationum morem secuti sumus. Cæ terum qui Arithmetice penetralia magis callent. breuiori via sese expediunt. Ea autem in sequenti quæstione trade mus.

1500		Primus	1034	$\frac{2}{435} \frac{10}{00} \frac{0}{0}$
1000		Secundus	689	$\frac{285}{435} \frac{0}{0}$
4350	750	3000	Tertius	$517 \frac{105}{435} \frac{0}{0}$
600			Quartus	$413 \frac{3}{2} \frac{45}{45} \frac{0}{0}$
500			Quintus	$344 \frac{360}{435} \frac{0}{0}$

Questio XVIII.

QVINQUE socij tria aureorum millia lucris faceta diuidere inter se de compacto sic cupiunt: ut primus unam partem secundam sibi habeat. Secundus unam tertiam. Tertius unam quartam. Quartus unam quintam. Quintus unam sextam. Cæterum hæsitant, quonam modo iusta partitio fiet. Ad huiusmodi quæstiones explicandas numerum aliquem exquirere oportet: qui partes denominatas omnes complectatur. Is autem est minimus numerus: quem partium denominatores numerant. qui quemadmodum exquiratur: superiori libro edo cuimus. Itaq; in hoc quæsito minimus numerus, qui partes propositas habeat: comperietur, sexaginta: In quo numero, singulæ partes propositæ seorsum inquirendæ sunt. Id quod per sectionem ipsius numeri sexagenarij, per earum singulas, separatim expeditur. Quo fiet: ut partitionis numerus partem de sexaginta secundam, triginta inueniat, Tertiam uiginti, Quartam quindecim, Quintam duodecim, Sextam decem. qui numeri in unū collecti omnes octoginta septem creant. Ad harum partium exemplum, quæ de sexaginta sunt erutæ: singulorum portiones, de summa trium millium aureorum diuidenda, formandæ sunt. Nam sicut omnes illi sectionis numeri, quos sexaginta diuisa pariunt: simul additi se habent ad eorum singulos. sic summa trium millium aureorum diuidenda, ad illam summam, quæ cuique ex partitione debetur: se habere debet. Et permutatim. sicut omnes illi sectionis numeri de sexaginta eruti se habent ad tria aureorum millia diuidenda: sic unius-

sic uniusque sectionis numerus ad illam summam, quam quisque ex partitione consequetur, se habere debet. Ita que si primam sedem omnes sectionis numeri de sexaginta prodeentes, simul additi teneant: qui sunt 87: Secundam singuli eorum, aliis sub alio seorsum annotati: Tertiā trium millium aureorum summa diuidenda: quatuor proportionalium regula negotium extricabit.

	30	Primus	1034	$\frac{4}{87}$
	20	Secundus	689	$\frac{5}{87}$
87	15	3000	Tertius	$\frac{2}{87}$
	12		Quartus	$\frac{6}{87}$
	10		Quintus	$\frac{7}{87}$

Partes ex sectione cuique obuenientes summæ diuidendæ respondebunt, si recte processit calculus. De industria hic eandem summam: quæ in proximo quæsito erat: in easdem partes secundam proposuimus: ut lector sciret: quando breuius per minores numeros, quam per maiores, eadem res expediri possit: id quod propter facilitatem tum multiplicationem, tum sectionem, euenire necessum est.

Quæstio XIX.

QVI quatuor amicos habebat: eorum primo non uem aureos in testamento legauit. Secundo uirgini quatuor. Tertio tanto amplius quam secundo

dedit: quantum secundus supra primum haberet. Quarto tanto amplius quam tertio: quantum tertius supra secundum caperet. quæritur quantum tertius & quartus consequentur. Hæsitationem considerantes proportionalem in ea continuam deprehendemus. Nam sicut primi legatum ad legatum secundi se habet: sic secundi ad legatum tertij se habere debet. Et rursus, sicut secundi legatum se habet ad legatum tertij: sic tertij ad quarti legatum. Atque & conuerso, sicut quarti legatum se habet ad legatum tertij: sic tertij ad legatum secundi. Et rursus, sicut tertij legatum ad secundi se habet: sic secundi ad primi legatum se habere debet. Quamobrem secundum trium proportionam regulam suprà à nobis enarratam res explicari debet: ut secundi legatum, quo in proportionum comparatione bis repetitur: in se multiplicetur: & numerus inde procreatus per primi legatum diuidatur. Ita sectionis numerus tertij legatum in lucem proferet, aureos 64. Et rursus tertij legatum, quod in proportionum continuatione bis repetimus: in se multiplicandum est: & numerus ex hoc enatus per secundi legatum diuidendus. Quo fiet, ut sectionis numerus quarti legatum manifestet, aureos $170\frac{1}{2}\frac{6}{24}$. quæ sunt $\frac{2}{3}$ unius aurei. 9 24 64 170 $\frac{1}{2}\frac{6}{24}$. quæ sunt $\frac{2}{3}$.

Questio XX.

INTER tres aureorum ducentorum diuisio de compa-
cto fieri debet: ut primus triplo plus quam secundus
habeat:

habeat: Secundus quadruplo plus quam tertius. Quoniam
 modo, secundum pactum fiet iusta partitio? Facile id extri-
 cabitur: si à tertio, qui minimam partem accepturus est: re-
 trogrado ordine incipias. cui assignes, si libet: unitatem.
 Et quia in quadruplo secundus tertium superabit: tertij
 parte quadruplica: & enascentur quatuor. quæ pars erit
 secundi. At quoniam primus triplo amplius quam secun-
 dus consequetur: secundi pars triplicanda est: & prodi-
 bunt duodecim. Ea pars erit primi. Hi numeri simul addi-
 ti creant septendecim. secundum quem numerum summæ
 propositæ partitio fiet. in totidem namq; partes aurei du-
 centi diuidendi sunt: ut ex his. Primus 12. Secundus 4. Ter-
 tius unam habeat confessim uero quis aureorum numerus
 cuique cedet: secundum regulam quatuor proportionali-
 um excutiemus. si primo loco partes omnium simul addi-
 tas ponamus. ce sunt 17. secundo cuiusque partem, aliam
 sub alia seorsum annotatam. tertio summam 200 aureo-
 rum diuidendam. Nam quæ proportio est omnium earum
 partium simul additarum, ad cuiusque partem: eadem erit
 summæ diuidendæ, ad eam: quam quisq; habiturus est. &
 permutatim: quæ proportio est simul additarum omnium
 partium, ad summam diuidendam: eadem erit cuiusque
 partis, ad eam summam, quam quisque consequetur.

12		Primus	$14\frac{1}{7}$
----	--	--------	-----------------

4	200	Secundus	$47\frac{5}{7}$
---	-----	----------	-----------------

1		Tertius	$11\frac{13}{28}$
---	--	---------	-------------------

Q 4

Si uis probare secundum pacta processisse calculum: partem primi in tria diuide. & sectionis numerus secundi partem educet. Rursus secundi partem in quatuor. & numerus partitionis tertij partem proferet.

Quæstio XXI.

TRES inter se partiri centum aureos cupiunt. quorum primus unam tertiam & unam quartam habere postulat. Secundus unam quartam & unam quintam. Tertius unam quintam & unam sextam. Queritur, quantum cuique ex partitione obueniet? Ad huiusmodi questiones soluendas, in primis minimus numerus exquirendus est: qui omnes cuiusque denominatores simul capiat. Is autem est sexaginta. Ex quo numero, quæ partes unicuique ex partitione prouenire deberent; si is dividendus esset: prius inuestigare oportet. Id, quod facile deprehendi potest. dividendo numerum ipsum sexagenarium, separatim per singulos partium denominatores. Deinde partes ex numeris sectionum inuentæ, seorsum addendæ sunt: ut sciamus quantum cuiq; partes suæ coniunctæ dabunt. Ita numerus partitionis de sexaginta partem tertiam 20, partem quartam 15: quæ per additionem educunt 35: primo deberi patet. Partem uero quartam 15: & partem quintam 11: quæ per additionem faciunt 27: secundo deberi. Partem autem quintam 12: & partem sextam 10: quæ per additionem procreant 22: tertio deberi. Ad quarum partium de sexaginta erutarum exemplar, postquam numeri ex his collecti

collecti sunt additi: singuli portiones suas de summa centum proposita facile consequentur. Eicenim si primo loco numeri illi, ex cuiusque partibus separatum per additionem numerorum sectionis iam collecti, uidelicet 35, 27, & 22: mox omnes in unum rursum additi statuantur: ut sint 84. Secundo singuli illi separatim per additionem numerorum sectionis collecti, aliis sub alio seorsum annotati. Tertio summa centum: quae dividenda est: facile per quatuor proportionalium regulam res tota extricabitur. Nam sicut in unum coaceruati omnes illi cuiusque numeri, qui per additionem numerorum sectionis seorsum collecti erant: se habent ad ipsorum singulos: sic centum, quae dividenda sunt: ad illam summam, quae cuique ex partitione debetur: se habere debent. Et permutatim, sicut in unum coaceruati omnes illi cuiusque numeri, qui per additionem numerorum sectionis seorsum collecti erant: se habent ad centum, quae sunt dividenda: sic singuli cuiusque numeri per additionem numerorum sectionis seorsum collecti, ad illam summam, quam cuique partitione assignabit. se habere debet.

	35	Primus	41 $\frac{1}{8} \frac{6}{4}$ quae sunt $\frac{2}{3}$
84	27	Secundus	32 $\frac{1}{8} \frac{2}{4}$ quae sunt $\frac{5}{3}$
	22	Tertius	26 $\frac{1}{8} \frac{6}{4}$ quae sunt $\frac{4}{3}$

Quæstio XXII.

QVATVOR inter se diuidere sexcentos aureos sic cupiunt, ut primus duas tertias, atque una no uem aureos habeat. Secundus tres quintas, & au reos octo. Tertius quinque sextas, & aureos septem. Quartus septem octauas, & aureos sex. Ambigitur, quantum cuilibet conseret partitio. In primis minimus numerus, qui omnes has denominationes capiat: inquirendus est. Is autem est centum & uiginti. Quem numerum si per singulas denominationes feces: inuenies tertiam eius partem, quadraginta. Quintam, uiginti quatuor. Sextam, uiginti. Octauam, quindecim. Cæterum quoniam primus duas tertias habiturus est: quadraginta illa, quæ partem tertiam faciunt: duplicare oportet. & surgent octoginta. qui numerus in duabus tertijs reperitur. Et quia ultra duas tertias, primo etiam nouem aurei accedunt: nouem addenda sunt ad so: ut fiant s9. ea summa est eorum: quæ primus habere postulat. Porrò quia secundus tres quintas habebit: uiginti quatuor, quæ quintam faciunt: triplicanda sunt. & fiunt septuaginta duo. qui numerus in tribus quintis reperitur. & quia ultrâ tres quintas octo aurei secundo debentur: adduntur octo: quæ creant so. ea summa est eorum, quæ secundus flagitat. Prætera quia tertius quinque sextas est consecuturus: uiginti, quæ sextam implet: in quinq; ducere est opus. & prodibunt centum. qui numerus in quinq; sextis reperitur: cui, quia tertius septem aureos amplius petit: septem adiungantur: & fiunt centum & septem. Quæ summa est eoru: quæ tertio debentur.

Quadr

Quartus uero quoniam septem octauas postulat: quindecim, quae octauam creant: ducere in septem oportet. & enascentur centum & quinq; qui numerus in septem octauis deprehenditur. cui numero (quia quartus sex aureos adhuc exigit) addere oportet sex. & surgent centum & undecim. quae summa est omnium, quae quartus habiturus est. En tibi numeros: quos quisque habere postulat. quos omnes si simul addas: surgent trecenta octoginta septem. Ad cuius summæ exemplum ex partibus sic collectæ, sexcentorum aureorū partitio fieri debet. Nam sicut omnes numeri, qui in partibus denominatis seorsum reperiuntur: una cum cuiusq; aureorum accessione, simul additi se habent ad singulos ipsos numeros: sic sexcenti aurei, qui sunt dividendi: ad numerum, quem cuique partitio assignabit: se habere debet. Et permutatim, sicut omnes illi numeri, qui in partibus denominatis seorsum reperiuntur: una cum aureorum accessione, simul additi se habent ad sexcentos aureos. sic ipsorum numerorum singuli ad numerum, qui cuique ex partitione debetur: se habere debet. Quocirca primo loco positis numeris illis omnibus simul additis, qui ex partibus denominatis & aureorum accessione surgunt. qui faciunt 387. Secundo eorum singulis, alio sub alio seorsum annotato. Tertio summa 600 aureorum statim quantum cuique ex partitione accrescit: quatuor proportionalium regula demonstrabit. Et si partes omnes cuiq; accrescentes collectæ, æquales erunt summae diuidendæ: nihil est erratum.

	89	Primus	137	$\frac{3}{3} \frac{8}{2}$
	80	Secundus	124	$\frac{3}{3} \frac{12}{2}$
387		600		
	107	Tertius	165	$\frac{3}{3} \frac{45}{2}$
	111	Quartus	172	$\frac{3}{3} \frac{6}{2}$

Questio XXIII.

ESTO, centum aurei inter tres ea lege diuidendi sint: Ut quoties primus quinos consequitur: secundus senos capiat. quoties secundus septenos habet: tertius sumat nouenos. In hac partitione ambigitur: cum pro quinis qui busque primi secundus senos habeat: quantum debetur tertio. Rem inuolutam sic extricabis. Consydera, si septeni aurei secundi tertio nouenos pariunt: facile sciri potest: quot aureos tertio seni secundi referent. Nam sicut septeni secundi se habent ad senos eiusdem: sic noueni tertij ad summam, quam is habiturus est: se habere debent. Et permutatim. sicut septeni secundi se habent ad tertij nouenos: sic secundi seni ad summam, quam tertius est consequutus. Quare quatuor proportionalium regula depræhendit, pro numero tertij in tota hac partitione, aureos septenos & $\frac{5}{7}$ sumendos esse. Quamobrem si omnium trium numeros, uidelicet 5, 6, & 7, cum $\frac{5}{7}$ in unam summam coaceruatos primo loco statuamus uidelicet centum triginta & unam septimas $\frac{1}{7}$. secundo autem eorum singulos, alium sub alio seorsum annotatum designemus: tertio sum-

mam cen-

nam centum dividendam: quatuor proportionalium regula ad exemplum prioris proportionis, que de omnibus illis partibus ad eam unamquamque reperitur: facile postea riorem de summa dividenda: ad eam summam, quam quisque habiturus est: deformabit. statimq; patefaciet primo $26 \frac{2}{3} \frac{4}{1}$. Secundo $32 \frac{8}{13} \frac{1}{1}$. Tertio $41 \frac{1}{13} \frac{2}{1}$. ex partitione deberi.

5	Primus	$26 \frac{2}{3} \frac{4}{1}$
$\frac{13}{2}$	Secundus	$32 \frac{8}{13} \frac{1}{1}$
$7 \frac{5}{7}$	Tertius	$41 \frac{1}{13} \frac{2}{1}$

In hac partitione facienda, quando alioqui exercitatos labi nonnunquam uidimus: admonendos iuuenes esse duximus, ne errarent: ut postquam primi & secundi numeros in centum multiplicatos per diuisorem secuerint: cum ad tertij numerum uentum erit: integrâ in minutias eis adiunctas statim redigant. ut fiant 54 septimæ. quas deinde in centum multiplicent. sic surgent $\frac{5400}{7}$. Hoc loco quia minutiae, quæ dividenda sunt: & quæ sunt diuisores: eundem denominatorem habent: maior numerator earum, quæ secundæ sunt: per earum, quæ secant: numeratorem minorem, integrorum more, dividendus est: ut numerus eruatur, qui attinebit ad tertium. Alioqui cum tam diuisor, quam dividendus, easdem integrorum minutias numerent, nempe septimas: si diuisoris denominatorem, uidelicet septem, in dividendi numeratorem, integrorum minutias con-

tinentem, & diuidendi denominatorem in diuisoris numeratorem, itidem integrorum minutias numerantem, duceremus in formam crucis: tunc tam diuisorem, quam dividendum, qui integrorum septimas continent: ad septimum septimas redigeremus. & cum duas priores sectiones de simplicibus minutis expediuerimus, scilicet de integrum septimis: tertiam hanc, quæ cum eis consentire debet: de minutiarum minutis faceremus: totiusq; partitio-
nis mutaremus diuisorem.

Questio XXXIII.

QVATVOR inter se partiri centum aureos sic cupiunt: ut quod ternos primus capit: totidem secundus quaternos habeat: quot quinos secundus: totidem senos tertius sumat. quot tertius septenos: totidem quartus octonus consequatur. Ambigitur quoniam modo fiet iusta partitio. Multos exercitatos uidimus ad hoc saxum impingere: dum nec singulorum partes sci-
rent inuestigare: neque his tandem inuentis, summam propositam ad earum rationem diuidere. Tota autem res sic expedietur. Principio singulorum partes ad eundem modum exquiruntur: quem proximo quæsto monstrauimus. Et secundi quidem pars, cui fabricandæ primi portio dat legem: facile cognoscitur: cum alter ternos, alter quater nos sic accepturus. Tertijs uero portio, quæ tot senos habere debet, quot secundus quinos capit: non tam cito sese offert:

offert: cum secundus quaternos non quinos sumat. Quam
 obrem consyderandum est: si quini aurei senos afferunt:
 quot aureos quaterni reddent. Et per quatuor proportionalium
 regulam depræhendemus tertij portionem capere
 aureos $4 \frac{4}{5}$. Rursus quarti pars, quæ tot octonos ha-
 bere debet: quot tertius septenos sumit: cum tertij portio $\frac{4}{5}$
 Et $\frac{4}{5}$ non septenos, capiat: ad hunc modum exquiretur:
 ut uidendum sit: si septeni pariunt octonos: quod ad eam
 rationem ex $4 \frac{4}{5}$ obuenire debent. Et quatuor propor-
 tionalium regula monstrabit quarti portionem $5 \frac{17}{35}$.
 Demum postquam exquisitæ sunt partes singulorum: om-
 nes in unam summam per additionem colligantur. Et pro-
 dibunt $\frac{605}{35}$. que diuisoris fungentur partibus: Et pri-
 mum locum tenebunt. secundum singulorum partes aliæ
 sub alijs seorsum annotatæ. tertium summa 100 aureorum
 quæ diuidenda est. Cætera per quatuor proportionalium
 regulam expediantur. Cum autem ad quarti portionem
 uentum erit: postquam ea in centum multiplicata est: quia
 minutæ productæ denominatorem habebunt eundem,
 quem diuisor: ideo numerator earum solus per diuisoris
 numeratorem, integrorum ritu, secetur. sicut in proximo
 quæsito monstrauimus. cuius rei rationem illic aperiui-
 mus. partes autem cuiusque apparetur, hæ quæ sequuntur.

3	Primus	17	$\frac{4}{12}\frac{3}{1}$
4	Secundus	23	$\frac{1}{12}\frac{7}{1}$
$\frac{11}{2}\frac{2}{1}$	100		
$4\frac{4}{5}$	Tertius	27	$\frac{4}{60}\frac{6}{5}$. quæ sunt $\frac{9}{14}\frac{3}{1}$
$5\frac{1}{2}\frac{7}{8}$	Quartus	31	$\frac{8}{12}\frac{2}{1}$

Questio XXV.

LEGIO habet peditum sex millia & centum: Equites septingentos uiginti sex. Esto, pedes stipendum quatuor nummos sestertios in diem capiat: eques nouem. Si duorum millium aureorum præda secundum eandem rationem inter eos distribuenda sit: quantum consequentur equites? quantumque pedites? in primis multiplicare oportet equitum numerum in numerum stipendijs, quod eorum quilibet in diem capit: & surgent 5534. quæ summa seorsum erit annotanda. Itidemq; faciendum est de peditum numero: & fient 24400. que seorsum etiam notentur. deinde illi duo numeri procreati simul addantur: & prodibunt 30934. que summa si reperta esset: nullo negocio inter equites & pedites posset diuidi. Atq; ideo ad illarum summarum productarum exemplum: h.e.c. quæ proposita est, summa duorum millium erit diuidenda. Nam quæ proportio est amborum productorum numerorum ad alterum ex ductu equitum in sua stipendia natum: eadem comperietur numeri propositi duorum millium ad eum numerum: quem equites ex præda habere debent

debent. Et permutatim. quæ proportio est amborum numerorum productorum ad numerum propositum duorum millium: eadem erit alterius ex ductu equitum in sua stipendia nati, ad numerum, quem equites ex præda consequentur. Quare ut primum de equitibus absoluamus: primo loco ambos numeros productos simul additos loceamus. Secundo numerum ex ductu equitum in sua stipendia procreaturn. Tertio numerum distribuendum duorum milium. Deinde ex quatuor proportionalium regula deprehendemus equitibus obucnire $422 \frac{1}{3} \frac{3}{0} \frac{8}{2} \frac{5}{3} \frac{2}{4}$. quæ sunt $\frac{6}{1} \frac{9}{4} \frac{2}{5} \frac{6}{7}$. Ea summa est, quam equites uniuersi consequentur, quam ipsam si per equitum numerum postea diuidas: tum deprehendes, quantum unusquisq; eques habiturus est. Et quoniam ea minor est, quam ut per equitum numerum secari possit: in uiliorem pecuniam multiplicanda est: ut sectionem subire ualeat. De peditum portione inuestiganda, similiter agendum erit. Nam quæ proportio est amborum productorum numerorum, ad alterum ex ductu peditum in sua stipendia natum: eadem reperietur proportioni numeri duorum millium, ad eum numerum: quem pedites ex præda cōsequuntur. Et permutatim, quæ proportio est amborum productorum numerorum ad numerum propositum duorum millium: eadem erit alterius ex ductu peditum in sua stipendia nati, ad numerum, quem pedites ex præda habituri sunt. Cætera eo modo expediuntur, quo de equitibus diximus, et peditum portio erit

1577 $\frac{1}{3} \frac{7}{0} \frac{8}{2} \frac{2}{4}$.

Ad eundem modum distributio fiat: si inter canonicos & alios cuiusvis templi sacerdotes pecuniam dividere sic oporteat: ut quoties inferiori sacerdoti tria obueniunt: canonico accrescant quinque.

Quæstio XXXVI.

In una moletrina trinæ molæ reperiuntur: quarum unæ duodecim horis modios tritici decem & octo molunt. Secundæ per idem tempus modios tredecim. Tertia tanto tempore modios octo. Accedit ad moletrinam rusticus, tritici modios afferens uiginti quatuor: quos omnibus molis sic supponi desyderat: ut uno monento singulæ sum opus absoluant. & scire cupit à molitore: quanto tempore sit expectandum, ut res expediatur: quantumq; quiibusque molis sit subiiciendum: ut omnes unà desinant. Prima quæstio facilis explicatu uidetur: si omnes modios simul addamus: quæ duodecim horis moluntur à trinis molis: cum due proportiones depræhendentur. una de omnibus illis modijs simul additis: qui sunt triginta nouem: ad modios uiginti quatuor à rustico allatos. Altera de duodecim horis, ad illum horarum numerum, quo mole expediunt opus. Etenim sicut omnes modij simul additi. qui sunt 39, se habent ad 24 modios à rustico allatos: sic horæ duodecim ad illum horarum numerum, quo res absolui potest, se habere debent. Et permutatum, sicut illi 39 modij simul additi se habent ad duodecim horas: sic 24 modij ad illum horarum numerum, quo res finietur. Ita demum ex

quatuor

quatuor proportionalium regula comperietur, uiginti
quatuor modios à trinis illis molis expediri posse septem
horis & quindecim tricesimus nonis.

Modij	Modij	Hore	Hore
39	24	12	7 $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{2}$

Postquam deinde quæsum de tempore, quo modij 24 si-
mul absolui possunt: exploratum est. posterius quæsum
de modiorum numero, qui singulis quibusque molis subijci
debet: continuo potest excuti: cum de tempore iam certa
ad singularum molarum modios questio sit uersa. Nam
sicut 12 horæ se habent ad horas 7 & $\frac{1}{3}$ sic 18 modij, qui
per primas molas 12 horis conficiuntur: ad illum modio-
rum numerum se habere debet: qui horis 7 & $\frac{1}{3}$ molis
eisdem subijcientur. Et permutatim. sicut 12 horæ se ha-
bent ad modios 18, qui per primas molas eo tempore expe-
diantur: sic horæ 7 & $\frac{1}{3}$ ad illum modiorum numerum,
qui eisdem molis per id tempus sunt subijciendi. Ad quem
modum si per secundas atq; item tertias molas compara-
tionem facias: quæ res ante obscura uisa est: à regula quæ
tuor proportionalium illustrabitur. Id quod statim fiet: si
primo loco horas 12 statuas. Secundo horas 7 & $\frac{1}{3}$.
Tertio illum modiorum numerum, qui à singulis molis
duodecim horis confici potest, alium sub alio seorsum an-
notatum.

Modij

18 Primæ molæ $11 \frac{3}{4} \frac{6}{8}$ · quæ faciunt $\frac{1}{15}$

Horæ Horæ

12 7 $\frac{1}{3} \frac{5}{2}$ 13 Secundæ molæ 88 Tertiæ molæ $4 \frac{4}{4} \frac{3}{6} \frac{2}{8}$ · quæ faciunt $\frac{1}{15}$

ITA comperiemus primis molis subiiciendos esse modios undecim & unius modij unam decimam tertiam. Secundis molis modios octo. Tertijs modios quatuor & duo decim decimas tertias. Qui modiorum numerus in sumam collectus, profert uiginti quatuor modios à rustico allatos. Ex quo liquere potest recte supputatum esse.

Questio XXVII.

AQVAE plena cisterna quæpiam fistulas tres habet: ex quarum maxima si extrahas epistomium: una hora aqua tota effluet. Secunda fistula, quæ minor est: aquam euomit horis duabus. Tertia quæ minima est: tribus horis emitit aquam. Iam si exemptis epistomijs, una omnes fistulæ pateant: Ambigitur, quanto tempore tota aqua effluet: in hac hæsitatione explicanda quoniam una hora integra, maxima fistula totam aquam fundit: minor horis duabus: minima tribus: minimus numerus in primis inquirendus est: quem hi numeri, unum, duo, & tria, numerant. Qui quemadmodum sic inuestigandus: superiori libro edo =

bro edocuimus. Is autem comperietur numerus senarius: qui numeros hos, à quibus numeratur: partes suas habet. Et quia intra se complectitur numeros illos omnes, à quibus numeratur, qui tempus aquæ numerant per singulas fistulas seorsum exeuntis, diuidendus erit. utimox dicemus. Postea consyderandum est, sicut maxima fistula una hora totam aquam exhaerit: ita quæ duabus horis id facit: una hora aquæ dimidium effundit. quæ tribus horis id per agit: una hora tertiam aquæ partem emittit. Deinde quia omnes fistulæ uno tempore aperiuntur: omnes numeri inclusi in integro illo & eius partibus, quas numeri cum numerantes denominant: educendi sunt: ut simul addantur. Id quod statim fiet: si integrum illum per singularum partium denominationem seorsum diuidas. quippe si sex per duo seces. tria inuenies. si per tria duo. Nam quia numerus senarius numerus minimus integer est: quem unum, duo, & tria numerant. quiq; partem unam secundam atq; unam tertiam habeat: ipse integer sumendus est, cuius pars quidem secunda, tria tertia uero duo continet. Hi autem numeri sex, tria, & duo simul additi procreabunt undecim. qui numerus tempus aquæ per omnes fistulas fluentis, exprimit: numerosq; omnes ex integro illo & eius partibus exeentes simul additos capit. Hic diuisoris partibus fungetur in hoc quæsito. Cæterum quoniam sex ab undecim diuidi nequeunt. ut uterq; numerus integer maneatur. Ideo numerus ille horarum senarius in sexaginta momenta, que partes sunt unius horæ: multiplicandus est: ut

Sectionem ferat. Ita numerus continens tempus aquæ ex singulis fistulis seorsum effluentis: per numerum momentorum aquæ simul ex universis erumpentis dividetur. qui quoties in horarum numero dividendo fuerit inuentus: tot effluentis aquæ momenta comprehendentur.

ID Q V E ita habere huiusmodi consyderatione deprehendi potest. Nam cum numerus senarius compleatur omne tempus separatim elabentis aquæ: fistula, que una hora aquam educit: sex horis sexies id faceret. que vero duabus horis aquam emittit: sex horis ter id perageret. que tribus horis aquam exhaustit: sex horis bis aquam effunderet. atque ita simul omnes fistulæ sex horis aquam undecies educerent. Verum quia in questione proposita aqua tantum semel non undecies ex cisterna fundenda est: quæ proportio est inter undecim & unum eadem erit inter sex, & aquæ effundendæ tempus. Et permutatim. quæ proportio est inter undecim & 6: eadem erit inter & tempus aquæ fundendæ. Secundum regulam igitur quatuor proportionalium, per 11 secantes horas & prius in 60 momenta multiplicatas: uti iam diximus: omnipotemus omnes cisternæ fistulas patentes triginta duobus unius horæ momentis atque octo undecimis totam aquam emittere.

60

11 1 6 $32\frac{3}{4}$

350

Vel si

VEL silibet & per uinminutias sc̄are: deprehendemus $\frac{5}{11}$ unius horæ: quæ tempus monstrant exhaustiæ aquæ. qui secandi modus cum priori consentit. quippe cum in una hora 60 sint momenta: quorum partes undecima momenta & $\frac{5}{11}$ momentorum capiat: ea pars sexies sibi addita profert momenta 32 & $\frac{8}{11}$. Porro momenta & sexies accumulata creant 30. Rursus $\frac{5}{11}$ momentorum sexies aggregatæ educunt $\frac{30}{11}$ momentorum: que duo integra momenta constituumit & $\frac{8}{11}$.

PORRO si id genus quæstioni unum integrum non admisceatur; facilius mulio explicabitur. nec erit necesse numerum diuidendum, in partes suas frangere. quandoquidem maior diuisore comparetur. Velut si cisternæ alicuius tres sint fistulæ: quarum si maxima aperiatur: quatuor horis aqua effluet. si minor: horis sex. si minima: horis octo. & ambigiur: si una omnes fistulæ, sublati epistomijs, patefiant: quanto tempore ex cisterna aqua tota exhibit? Principio minimus numerus inuestigandus est: quem quatuor, sex, & octo numerant. Is autem comparetur, uiginti quatuor. qui partes suas habet numeros illos omnes, à quibus numeratur: tempus numerantes aquæ per singulas fistulas seorsum exeuntis. Hic numerus scandus est: ut quæ situm eruamus. Tum considerandum est sicut fistula, quæ cisternam quatuor exhausthoris: una hora quartam eius partem emittit: sic quæ sex horis

id complet: una hora sextam eius partem facit uacuum: que horis octo aquam educit: una hora partem octauam auferit. Deinde quia omnes fistulae uno tempore fluunt: omnes numeri compræhensi in illius integri partibus, quas numeri eum numerantes denominant: exquirendi sunt: atque una addendi. ut per eos integer ille, qui suis partibus eos includit: dividatur. Et quia ex 24, quarta pars continet sex: sexta 4: octaua tria. sex, quatuor & tria simul addantur: & fiunt 13 qui numerus tempus aquæ per omnes fistulas simul effluentis numerat. Hic numerus divisor, numerum 24 integrum partium suarū denominationibus tempus aquæ per singulas fistulas seorsum fusæ demonstrantem, atque intra suas partes numeros additos includentem, secare debet. Quippe cum numerus 24 capiat omne tempus separatim effluentis aquæ: fistula, quæ cisternam 4 horis exhaurit: horis 24, sexies id ficeret. quæ sex horis aquam fundit: horis 24 quater id completeret. quæ horis octo aquam educit: 24 horis ter eam emitteret. atque ita omnes simul 24 horis aquam tredecies educerent. Verum quia in questione proposita aqua tantum semel, non tredecies, ex cisterna fundenda est: quæ proportio est inter 13 & unum: eadem erit inter 24 & aquæ effundendæ tempus. Et permutatim. quæ proportio est inter 13 & 24: eadem erit inter unum & tempus aquæ exhauriendæ. Secundum regulam igitur quatuor proportionalium per 13 secantes 24: comperiemus omnibus fistulis apertis, aquam

excisterna effluere hora una & undecim decimis tertij.

13 1 24 1 $\frac{1}{3}$

Quæstio XXVIII.

ESTO, cisterna quæpiam tres habeat fistulas: quærum maxima per horæ quadrantem plenam cisternam exhauriat: minor per horæ dimidium: quæ minima est: per horæ spaciū totam aquam fundat. si sublati estomis, una omnes fistulæ pateant: quanto tempore uacua reddetur cisterna? Hæsitatio hæc superiori similis est: & simili modo soluenda, præterquam quod illuc de horis integris, hic de unius horæ partibus quæsitus est. Veruntamen si quem minutias uitare iuuat: id quod plerique omnes, quantum fieri potest: cupiunt: hic quoque integrorum more cuncta expediri possunt: ut horæ quadrans uel integrum quiddam computetur. horæ dimidium, quod duos quadrantes continet: pro duobus integris. hora uero, quæ quatuor quadrantes capi: pro 4 integris. Ita minimum numerum, quem unum, duo & 4 numerant inuestigantes, deprehendemus s. qui numerus omne tempus clæbentis aquæ complectens diuidendus est. Deinde consideremus eam fistulam, quæ per horæ quadrantem totam aquam fundit: per octo quadrantes octies id efficere. quæ per horæ dimidium aquam emittit: per octo quadrantes quater id prestare. quæ per horæ spaciū aquam exhaurit: per octo quadrantes bis eam educere: atque ita fistulas omnes una patentes per octo quadrates decimis & quater

aquam fundere. Sed quia in questione proposita aqua tantum semel, non decies & quater emittenda est: quæ proportio est inter 14 & 1: eadem erit inter s, & aquæ ex-hauriendæ tempus. Et permutatim. quæ proportio est inter 14 & s: eadem erit inter 1 & tempus aquæ effundendæ. 14 igitur numerus diuisor erit. Et quia s numerus diuidendus, qui horarum quadrantes numerat: minor est quam diuisor: propterea multiplicetur in horarum momenta totidem: quot horæ quadrantem efficiunt ea autem sunt 15. Ita surgent 120. quæ si per 14 secantur: partitionis numerus proferet $8\frac{8}{14}$. totidem namque momentis cisterna uacua fiet.

Questio XXIX.

A Q V E ductus per salientem quatuor horis cisternam implet. Obstruso uero saliente, fistula in cisternæ fundo, si tollas epistomium: undecim horis emitte aquam. Iam si uacuam cisternam patefactus, saliens impleat: atque per idem tempus aperta fistula exhausta: intra quantum temporis plena erit cisterna? Ex hoc labyrintho sic tete extricabis. Quia cisternam implendi tempus, quod quatuor est horarum: cum euacuandi tempore, quod est horarum undecim: concurrit: quatuor in undecim ducere oportet: ut unus numerus de utroque fiat: qui partes omnes utriusque temporis intra se complectatur. Is autem numerus erit 44. Et quia tempus implendi celerius est: et euacuandi tardius: obseruare oportet utriusque

usq; temporis inter se distantiam. Eam autem, si alterum tempus ab altero subducas: numerus restans indicabit quireperietur septem. ita si numerum ex utriusque temporis multiplicatione procreatum diuidas per eorum inter se distantiam: numerus sectionis patefaciet: quot horis, fluentis aquæ tarditatem celeritas influentis afficitur. Horæ igitur 44 diuisæ per septem, in numero partitionis educunt 6 horas & $\frac{2}{7}$. intra quas cisterna plena erit. Sic omnes horas & implendi & exauriendi per multiplicationem in unum numerum collectas earum inter se differentia secabit: ut quæ situm explices. Idq; ita habere uel ex illa consyderatione liquere potest: quod saliens quatuor horis cisternam implens una hora quartam eius partem reddit plenam. fistula autem, quæ undecim horis aquam educit: una hora partem undecimam eiusdem quartæ partis exhaaurit. Ideo ut sciamus: quantum una hora conserret ad implendum: ab una quartæ parte pars una undecima subducatur: & supersunt $\frac{7}{44}$. quæ minutæ restantes indicant: quot partes cisternæ una hora implentur. nempe de quadraginta quatuor partibus solæ septem. Quoties itaque septem in 44 habentur: totidem horæ requiruntur ad cisternam implendam. Nam sicut septem cisternæ partes se habent ad 44: quæ sunt omnes eius partes: sic una hora, quæ septem cisternæ partes implentur: ad illum horarum numerum, quo totæ plena erit: se habere debet. Et permutatim. sicut septem partes cisternæ se habent ad unam horam: ita 44 quæ

sunt omnes cisternæ partes: ad eum horarum numerum,
quo poterit impleri. 7 4 4 1 $\frac{6}{7}$.

Questio XXX.

TURRIS extruenda est: cuius altitudo erit quadraginta cubitorum, singula latera exterius latitudinem habebunt cubitorum uicenum. interior autem habitatio ad usus hominum per singula latera cubitos patebit quindenos, conuenitq; cum operis redemptore, singulos aureos in singulos cubitos dari. quanti igitur constabit totius turris substructio? Ad hoc quæsitum peruestigandum, in primis quia latera omnia paria sunt: eorum latitudinem in se multiplicare oportet. & surgent quadringenta. Deinde numerus ille ex latitudinis ductu procreatus, rursus in altitudinem ducendus est: & prouenient sexdecim millia, tot aureis constaret turris: si esset solida: nihil que haberet concavi. Cæterum quia interna habitatio per singula latera cubitos patebit quindenos: ipsam concavitatem in se multiplicare oportet. unde prodibunt ducentu uiginti quinque. Qui numerus ex concavitatis in se ductu creatus denuo in altitudinem ducendus est: atque ita exhibuit nouem millia, tot cubitos capit uniuersa concavitas. quæ si dematur de turris soliditate: quæ sexdecim millium cubitorum erat: restabunt septem millia, tanti constabit absoluta turris.

Questio XXXI.

ALUTUS

MVRVS erigendus est: qui mille cubitos in longitudinem porrigetur. surget autem in altitudinem cubitos quadraginta. at crassitudo erit cubitorum quinq;. Is fiet ex lapidibus sectis: quorum unusquisque dimidij cubiti longitudinem habebit: latitudinem partis tertiae unius cubiti: crassitudinem partis quartae. Quot eiusmodi lapides muro extruendo sufficient? Hæstatio hæc sic extricabitur. Muri longitudinem, quæ cubitorum est mille: in altitudine, quæ quadraginta est: multiplicare oportet. & surgent quadraginta millia. qui numerus procreatus rursus in crassitudinem, quæ quinq; cubitos implet: ducendus est. & prouenient ducenta millia. tot cubitos tenet tota muri quadratura. Similiter lapidum dimensio, quæ constat ex minutis: in se multiplicanda est $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$. & prodibit una uicesima quarta unius cubiti. quæ secti cuiusq; lapidis dimensionem capit. Iam ut scias, quot lapides murum consummabunt: per lapidum dimensionem minutias habetem $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$ diuidere oportet muri quadraturam: quæ ex integris numeris constat $\frac{20000}{1}$. Vnde creabuntur quater milie na atq; octingēta millia, 4800000. toties enim in muri quadratura dimensio lapidum reperitur. Atq; ideo tot lapides muro erigendo sufficient.

Questio XXXII.

QVATVOR Architecti ad prætorium ædificandum euocantur. primus uno anno confectum opus dare spondet. Secundus biennio. Tertius tri-

ennio. Quartus quadriennio. Iam si unà omnes aggredi-
antur opus: quanto tempore absolutum erit prætorium?
Questio hæc similis est illi de cisterna tres habente fistu-
las: & simili modo soluenda. Nam minimus numerus in
primis inquirendus est: quem bi numeri, unum, duo, tria,
& quatuor numerant. Hunc autem inueniemus, duodenari-
um: qui numeros illos omnes, à quibus numeratur: sepa-
ratim extruendi operis tempus numerantes, intrase com-
pletebitur. atq; ideo annotandus est: ut sectionem subest.
Illud postea animaduertendum est. Qui annum poscit: an-
no integro rem absolutam dabit. Qui biennium petit: an-
no uno operis dimidium conficiet. Qui triennium: anno
uno tertiam operis partem exiget. Qui quadriennium:
anno uno quartam ædificabit. Deinde. quoniam omnes
architecti operas suas in unum conferunt: omnes numeri
compræhensi in integro illo & eius partibus, quas nume-
rium numerantes denominant: perscrutandi sunt: & si-
mul addendi. quo fieri: ut cum duodenarius numerus mini-
mus integer exstat: qui ab uno, duobus, tribus, & quatuor
numeratur: quiq; $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ habeat: pro uno anno
integro numerus ipse integer sumendus sit. Et cum eius
dimidium, & contineat: iertia, 4, quarta 3, numeri illi,
sex, quatuor, & tria, qui denominatis illis partibus sunt
inclusi, ad 12 addantur, & fient 25. qui numerus tempus
numerat: quo omnes architecti simul operas conferunt.
Hic divisor erit: & numerum illum 12 in se atque in suis
partibus numeros additos includentem: separatiq; ædifi-

cantium

cantum tempora complectentem, secare debet. Ita tempora separatim extruendi operis uno anno comprehensa, per tempus iunctim erigendi diuidentur. Nam cum numerus duodenarius complectatur omne tempus operis separatim extruendi: architectus, qui uno anno prætorium edificabit: duodecim annis duodecies id absolucret. qui biennio id cōplebit: 12 annis sexies id efficeret. qui triennio 12 annis quater opus erigeret. qui quadriennio: 12 annis ter opus consumaret, atque ita una omnes architecti 12 annis uicies & quinquies opus absoluissent. Sed quia in questione proposita opus tantū semel, non uicies & quinquies fieri debet: ideo quæ proportio est inter 25 & 12, eadem erit inter 12 tempus finiendi operis. Et permuatim. quæ proportio est inter 25 & 12: eadem erit inter 12 operis finiendi tempus. Itaque per 25 secare 12 oportet. & quoniam numerus diuidendus divisor minor est: 12 quæ annos numerant: in 12 menses, quæ partes suos unius anni: ducantur. & prodibunt 144. quæ sexta per 25: reddent menses 5 & $\frac{1}{2}$. quo tempore prætorium omnes consummabunt.

25

1

12

 $5 \frac{1}{2}$

QVAE situm explicari facilius potuisset: si unum integrum non fuisset admixtum. sicuti in fistularum questione diximus.

Questio XXXIII.

DVO architecti suscipiunt opus faciendum: quo^erum alter diebus triginta solus id perficeret. Alter solus diebus quadraginta. Hi, quo celerius rem finiant: tertium architectum accersunt: atque omnes una conferentes operas, diebus quindecim totum opus confi- ciunt. Queritur, quot diebus tertius accersitus id solus effecisset? Ut rem abstrusam eruamus: principio excute- re oportet quantum illius operis uno die, primorum duo- rum uterque pro parte sua fecit. Et quidem scitu facile est: si quindecim illos dies facti ab omnibus operis per utriusque dies, quibus solus id absoluisset: seorsum diui- damus. Ita si dies quindecim per dies primi triginta sece- mus: cum maior numerus sit divisor, minor dividendus. & minutæ prodeant necesse est: quas numerus dividendus factus numerator, & numerus divisor denominator effectus creabunt. uidelicet $\frac{15}{30}$. quæ ad minimam no- menclaturam redactæ faciunt $\frac{1}{2}$. tantum de illo ope- re primus uno die fecit. Similiter dies secundi 40 secan- des 15, procreant $\frac{15}{40}$. quæ faciunt $\frac{3}{8}$. tantum de alio opere secundus uno die peregit. Iam uero si $\frac{1}{2}$ & $\frac{3}{8}$ simul addantur: colliguntur $\frac{7}{8}$. tantum uno die de alio opere ambo confecerunt: reliquum fecit tertius. Quan- tum autem id sit: scics si ab uno die, quo simul omnes opus faciunt: subducas opus à duobus primis factum: nempe $\frac{7}{8}$. ita supererit $\frac{1}{8}$. quæ minutæ restantes indicant octauam operis partem uno die à tertio factam esse. Quod cum est compertum: uidendum est, quoties in quindecim

illis diebus totius operis facti, minutiae illæ, quæ tertij opus demonstrant: contineantur. Id, quod est uestigio per sectionem patet. nam si per $\frac{1}{8}$ quindecim secentur. numerus partitionis proferet centum uiginti. quo dierum numero tertius solus opus consummasset.

Questio XXXIII.

TURRIS cuiuspiam pars tertia sub terra latet. Quarta pars sub aqua demergitur. cubiti sexaginta supra aquam eminent. Ambigitur: quot cubiti in terra sunt: quot in aqua. Minimum numerum exquirere oportet: quem partium illarum sub aqua & terra tectorum denominatores numerant. Is autem si denominator alter in alterum ducatur: inuenietur 12. qui numerus non solum latentes illas turris partes intra se complectitur: sed totum etiam turris corpus: cuius illæ sunt partes. Quaque pars quoque cæteras eminentes uniuersas capit. Itaque si à tercia & quartâ turris parte reliquias separare volumus: subducamus à 12 ambas illas sub aqua & terra latentium partium denominations, quæ faciunt 7. & restabunt 5 partes reliquæ de 12. Hę autem partes sunt supra aquam existentes. quæ cubitos 60 in se continent. iam vero postquam comperiemus: omnes turris partes esse 12. & que earum quinque capere cubitos 60. Scitu facile est: quot cubiti sint in tota turri. Nam sicut turris partes 5 se habent ad partes 12, quæ sunt uniuersæ. sic cubiti 60 ad cum cubitorum numerum, qui in tota turri continen-

tur, se habere debent. Et permutatim. sicut partes, tunc
ris se habent ad cubitos 60 quos continent: sic partes
que sunt uniuersae: ad eum cubitorum numerum, quos to-
ta turris capit. Igitur designatis in cum ordinem propor-
tionibus, ut primo loco sint 5, secundo 12, tertio 60, qua-
tuor proportionalium regula deprehendit in tota turri
cubitos 144 contineri. 5 12 60 144

Deinde cubitorum numerus, quos tertia pars sub terrae
git: facile eruitur: si numerum uniuersorum turris cubito-
rum diuidas in tria. sectionis enim numerus 48 cubitos
profert. qui sub terra latent. eadem facilitate inuenire licet
numerum cubitorum, quos pars quarta sub aquis dimer-
tos tenet: si uniuersos turris cubitos in quatuor feces. Nam
nummerus partitionis educet 36. Itidem si uniuersum cu-
bitorum numerum uidelicet 144 in partium uniuersarum
nummerum, nempe 12, diuidas: in numero sectionis 12 sur-
gent. Ex quo scire licet 60 cubitos 5 partes totius numeri
capere. quinques enim 12, creant 60.

Quæstio XXXV.

ROMAM ex Britannia quispiam proficiscens fin-
gulis diebus uiginti millia passuum conficit. Septi-
mo post die alter iter ingressus triginta tria passuum mil-
lia quotidie progreditur. Quot diebus illum preceden-
tem hic sequens assequetur? Ut rem confestim explices:
spacium in primis annotare oportet à priore confessum:

ante

Antequam posterior profectus est. id est centum uiginti millia passuum, sex diebus confecta. Quæ summa diuidenda est. At illud spacium, quod quotidie posterior amplius quam prior conficit: diuisor nobis erit. Id autem est tredecim millia passuum. Ita si centum uiginti per tredecim secemus: deprehendemus in numero sectionis, nouem dies tres tertias decimas. per quod tempus posterior priorem consequetur

23 1 120 9 $\frac{3}{12}$

Quæstio XXXVI.

NAVIS ex Britannia in Palestinam proficiscens sive gulis diebus septuaginta millia passuum procedit: noctibus uero reflante uento, retro à cursu suo quindecim millia re iicitur. Iam cum tota nauigatio quater milena milia passuum capiat: quando in Palestinam appellet nauis? Facile id extricatu est. nam nocturna milliaria à diurnis deducenda sunt. Et summa restans, quæ cursu nauis indicat: diuisoris partes subibit: per quam secare oportet totius nauigationis numerum: nempe 4000. Ita sectionis numerus demonstrabit, septuaginta duobus diebus et quadraginta quinquagesimis quintis nauigationem hanc absoluiri posse.

55 1 4000 72 $\frac{4}{5}\frac{1}{2}$

Quæstio XXXVII.

CURSOR ab Eboraco Londinum proficiscens, quinque diebus iter conficit. At alter magis expeditus à Londino Eboracum tribus diebus excurrit. Si eo-

dem tempore uterq; alter à Londino , ab Eboraco alter
discedit, intra quantum tempus occurret alter alteris Ad
hoc quæsum erendum, ex his duobus cursoris utriusq;
temporibus, laterū uicem subituris per multiplicationem
alterius in alterum , unum numerum producere oportet:
qui itineris ab utroque separatim conficiendi uniuersum
tempus per multiplicationem coaceruatum intra se com-
plectatur. tria igitur in 5 ducta, 15 progenerabunt . qui
numerus annotandus est: ut sectionem patiatur . Deinde
quia uterque uno tempore iter facit: utriusque tempus si-
mul est addendum . & per summam ex hoc surgentem:
quæ est s : continuo diuidere oportet numerum illius
productum . Ita sectionis numerus tempus occursus mon-
strabit . Idque ita esse hac consyderatione depræhende-
mus. quod qui quinque diebus iter peragit: uno die con-
fit partē eius quintam. qui tribus diebus: uno die tertiam.
Quocirca numeri inclusi in producti numeri partibus illis
denominatis , quas uterq; uno die conficit: inuestigandi
sunt, & simul addendi . Quo fiet: ut cum de quindecim
quinta pars tria, tertia quinq; capiat: quinque & tria si-
mul addantur: & surgent octo . quæ summa tempus utri-
usq; itineris una conficiendi numerat . Is diuisor erit . Nam
numerus intra se complectens separatim peragendi itine-
ris tempora in se multiplicata, secabitur per numerum iti-
neris una conficiendi . Et quoties hic in illo depræhende-
tur: tot dies ad cursorū requiruntur occursum . Ita si quin-
decim per octo diuidantur: partitionis numerus unū diem
& septem

¶ septem octauas proferet. quo tempore in itinere alter
alteri occurret $8 : 15 : 1\frac{7}{8}$.

A L I A etiam consyderatione rem ita se habere faci-
lesciri potest: quod in quindecim illis diebus ex utriusque
tempore in se multiplicato produclis, alter cursor quin-
quies, alter ter iter absoluisset. Qua ratione ambo una
octies per id tempus iter consecissent. Veruntamen quia in
questione proposita ambo semel, & non octies, iter sunt
facturi: quæ proportio est inter $8 : 1$: eadem erit inter
 $15 : \text{tempus occursus}$. Igitur secundum regulam qua-
tuor proportionalium per 8 secantes 15 : in numero sectio-
nis inueniemus $1\frac{7}{8}$.

Quæstio XXXVIII.

SPACIVM est: quod expeditus cursor uno die ter
conficit. Alter paulo segnior uno die bis illud perme-
at. si alter alteri obuiam eodem tempore prodeat: quando
inter se occurrent? Si rem bene consyderes: quoniam unus
dies totum tempus utriusque itineris peragendi intra se
complectitur: diuidere oportet unū diem per tempus utri-
usque simul additum: quod in summa facit quinque: ex qua
sectione proferetur una diei pars quinta: que tempus oc-
cursus indicabit. Idque ita esse ex hoc apparebit: quod qui
ter uno die spaciū transcurrit: tertia diei parte semel id
conficit. qui uero bis uno die id facit. dimidia diei id com-
plet. Secundum itaque ea, quæ præcepta sunt quæstione
proxima: si $\frac{1}{2}$ ducatur in $\frac{1}{2}$: exit $\frac{1}{4}$ dier: in qua alter $\frac{1}{2}$

sui itineris, alter $\frac{1}{3}$ expediet. Deinde quia ambo simul iter faciunt: amborum iunera simul addantur: hoc est $\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{3}$. Et summa surget $\frac{5}{6}$. in quibus simul ambo quinques $\frac{1}{6}$ sui itineris in $\frac{1}{3}$ diei parte facient. Ceterum quia in quaestione proposita ambo tantum semel $\frac{1}{6}$ sui itineris in $\frac{1}{3}$ diei parte sunt facturi: quæ proportio est inter $\frac{5}{6}$ et unitatem: eadem erit inter $\frac{1}{6}$. Et tempus, quo inter se occurrit. Igitur secundum regulam quatuor proportionarium, per $\frac{5}{6}$ secantes $\frac{1}{6}$, in numero sectionis deprehendimus $\frac{6}{30}$. quæ ad minimam nomenclaturam redactæ, faciunt $\frac{1}{5}$. qua diei parte ambo inter se occurrit.

Questio XXXIX.

PA TER familias minister quatuor aureos tradidit: iubetque emi piperis, Zingiberis, amigdalarum, et saccaritot libras æquali numero: quot ea pecunia suppeditare potest. Minister cum pharmacopola hæsitat: quot libræ de singulis generibus sumi debeant. Negocium hoc sic extricabis. In primis animaduerte: quanti una libra genorum singulorum in pecunia minutiori constabit. eaq; ipsa unius libræ singulorum precia simul adde. is numerus futurus est divisor. Deinde in eum pecunia eiusdem minutioris numerum: quo precium unius aurei solet estimari: quatuor aureos multiplicare oportet: numerum q; ex hoc enatus per divisorē secare. Ita sectionis numerus rem totā patesciet. Exempli gratia. Esto piperis libra uendatur nummis

nummis sexdecim. Zingiberis decē & octo. amygdalarū duobus faccari quatuor. Precia hæc simul adde. & surgent 40: Tum quia unus aureus centum nummis aestimatur: quatuor aureos in numerū centenarium multiplicā & quadringenta produces. quæ secta per quadraginta, educent decem tot libras singulorum generum referunt aurei quatuor. Ratio est in promptu. Nam cum de uno quoq; genere, singularum librarum precia in unum diuisorem sint coaceruata: necesse est: quoties is in dividendo comperietur: tot libræ cuiusque generis prodeant æquales numero.

40

3

400

40

Quæstio XL.

AVRI libram quispiam ministro tradit in uilio rem pecuniam ab argentario permutandam. & cum auri libra constet ex aureis quadraginta octo: aureus autem capiat denarios uiginti quinque: quinarios quinquaginta: nummos sestertios centū: ex singulis aequali numerum, quantus haberipotest: sibi iubet referri. Minister cum argentario deliberat: quot de quoque genere numismata sumi debeant: ut numeri seruetur aequalitas. Hæc hæsitatio proximæ, quam modo explicauimus: similis est: & simili modo soluenda. Exquirenda namq; erit aliqua pecunia uilior. quam sint illa numismata in quæ sit commutatio. atq; in eam singula cuiusque generis numismata, quæ pluris ualent: redigenda sunt. Quod

si nulla minutior in usu reperitur: fingamus uiliorē: atque
in eam nummī smata, quæ nobis reddi uolumus redigamus.
Et quoniam apud ueteres nummis festerius, qui deceptis
est minimus: decem æreis quadrantibus æstimabatur: uni-
uersa nummismata soluamus in quadrantes. Sic ex aureo
in quadrantes ducto, prodeunt 1000: ex denario 40: ex
quinario 20: ex nummo festerio 10. Omnes deinde hi
numeri simul sunt addendi: & surgent 1070. qui numer-
rus cuiusq; generis unum nummismata continet. hic diuisor
erit. Postea auri libra in ipsos æreos quadrantes multipli-
cetur: & fient 48000. quem numerum produclum si per
diuisorem secabis: sectionis numerus quadraginta qua-
tuor integrā proferet. Totidem enim & non plura cuius-
que generis nummismata, æquali numero minister ex ari-
libra referre potest. Cæterum minutæ adhuc supersunt,
noningenti uiginti quadrantes. qui quoniam singulorum
nummismatum æqualem numerum præstare nequeunt:
pro arbitrio in quamlibet pecuniam commutandi sunt.
Aurum hic sumo, quales Romani ueteres fuerunt: quo-
rum pleriq; adhuc existant: atq; instar gemmarum in pre-
cio habentur, qualesq; nostrates Nobiles rosati: qui uete-
ribus Romanis pondere respondent: auri uero indicatura
paululum quiddam cedunt: cum ueteres Eduardei nostrā
tes & indicaturam & pondus ueterum Romanorum re-
ferant.

1000

40

20

10

1070

2

48000

44 $\frac{22}{107}$

Quæstio XLI.

Societatem tres in annum inierunt. Primus aureos sexaginta contulit: mensesq; tantum sex in societate mansit. Secundus aureorum summam attulit: quæ septem menses socijs communis fuit. Tertius suos aureos in medium prolatos quinq; mensibus cum cæteris communicavit. Lucrum ex his parum est, quod diuidunt æqualiter. quæritur quot aureos secundus: quot tertius in societatem intulit? Nodum hunc sic solues. Cum singulorum pecuniae suos menses habeant: primi aureos sexaginta in numerum suorum mensium, quibus communes fuerunt multiplica. & surgent 360. Deinde lucrum æqualiter diuisum indicat. etiam aliorum aureos in suos menses multiplicatos, qui lucrum pepererunt: candem fecisse summam: quæ primi mensium & pecuniae erat. Quare si utriusque aureorum summam à numero suorum mensium separare uoles: summam illam ex primi mensium & pecuniae multiplicatione collectam bis diuide: semel per menses secundi, qui sunt 7. & numerus sectionis pecuniam ab illo collata indicabit 51 $\frac{3}{7}$. Iterum q; per tertij menses 5: & partitionis numerus autem

reos ab eo communicatos manifestabit. 72.

Quæstio XLII.

IN sacculo communem aureorum summam tres habebant: quorum unusquisque suæ summæ numerum ignorabat. Veruntamen eorum primus socios suos sciebat ambos centum & quinquaginta aureos habere. Secundus cognoscebat alios ambos habere ducentos & quadraginta. Tertius reliquos habere trecentos uiginti sex. Aperto deinde sacculo. coniectoq; illo aureorum numero in grandem alienæ pecuniaæ aceruum, hæsitant inter se: cum suum quisque nesciat: quot aureos in uniuersum omnes, quodq; singuli repetere debeant. Difficile uidetur explicatu prima facie. Cæterum penitus: introspicientires sese aperit. Nam cum tres sint & eorum unusquisq; pecuniaæ alienæ numerum sciat; suæ nesciat: pecuniaæ portio, quæ ad quemque attinet ab ipso ignorata, cognita est à reliquis duobus. Quare si omnes aliorum numeros ab uno quoq; cognitos in unum addamus: bis singulorum pecuniam numerus ille tenebit. Collecti autem omnes hi numeri procreabunt septingenta sexdecim. qui numerus uniuersam omnium pecuniam bis capiat: necesse est. Quo fit: ut diuidium eius aureorum numerum, qui ex sacculo effusus est: demonstret. is autem est 358. Ea summa est omnium aureorum. Deinde si scire libet: quot aureos ad primū attingebant: à diuidiato illo numero, qui omnium aureos cœpit: sub-

pit: subtrahē summam, quam ipse duos reliquos habere sciebat. ita relictus numerus aureos eius indicabit 208. Iterum si ab eodem dimidiato numero subducatur numerus, quem secundus reliquos duos habere cognoscebat: remanebunt centum decem & octo. qui numerus aureorum secundi erat. Rursus si ab illo dimidiato numero de mas numerum: quem tertius reliquos ambos habere non ignorabat: triginta duo restabunt. totidem erant aurei ter tij. Certum est argumentum recte supputatum esse: si collecti omnes numeri post subductionem restantes, qui singulorum aureos indicant: summae dimidiatae, quae omnium aureos capit: & ex qua fit subductio: respon det.

QVOD si de quatuor proposita fuisset quæstio. quorum quisque pecuniam sciuisse aliorum: suam ignorasset. quia pecuniae portio, quæ ad quemque spectasset: ab ipso ignorata, à reliquis tribus cognita fuisset: summae omnium cognitæ in unum additæ ter pecuniam omnium collegissent. atq; ideo numerus ille ex omnibus collectus in tria secundus fuisset: ut numerus sectionis omnium pecuniam monstraret. Ex quo sectionis numero singulorum deinde partes per subductionem inuestigandæ fuissent: eo modo quo dictum est. Itidem si de quinque fuisset sic in quisitum. quia pecuniae portio ad quemque spectans ab ipso ignorata, à quatuor reliquis fuisset cognita: numerus ex cognitis summis coaceruatus, pecuniam communem quater tenuisset: atq; in quatuor fuisset secundus: ut om-

nium pecuniam patefaceret. Eodem modo si sex fuissent, per quinque: si septem, per sex secundus fuisset collectus ille numerus: quod toties caperet singulorum pecuniam. & sic deinceps in infinitum. querendaeq; essent per subductionem partes singulorum eo modo, quo diximus.

Questio XLIII.

SACERDOTEM tenentem in crumena pecuniā
am pauperibus erogandam mendicitres adeunt. Is eō
rum inopiae misertus dimidium illius, quod in crumena
erat: primo mendico contulit: & duos præterea nummos.
Secundo uero donauit eius, quod relictum erat: dimidium:
atq; ultra id nummos tres. Tertio quoque supra dimidium
eius, quod restabat: quatuor nummos dedit. Quo factum
est: ut unicus nummus superesset. Libet inuestigare: quot
nummi in crumena erant. Multo facilius est enarratu,
quam prima fronte uidetur: si à tertio mendico numeros
ordine retrogrado colligere incipias. Nam si ad unicum
nummū in crumena relictum addas quatuor: fient 5. quos
propter dimidium tertio præter eos à sacerdote donatum
duplicare oportet. Sic prodeunt 10. His tres nummos se-
cundo ultra dimidium donatos addere debemus. & sur-
gent 13. quos propter dimidium à sacerdote ei collatum
duplicare est opus. Quaratione 26 fiunt. His si rursus
duos nummos supra dimidium primo datos addas: crea-
bis 28. quos ipsos etiamnum duplicare necesse est propter
dimidium primo datum: sic denique 56 enascuntur. qui
nummo

nummorum numerus in crumena erat. Idque ita habere probabis: si numerum illum collectum eo ordine distribuas: quo sacerdos facit. Quippe si primo dones dimidium: supersunt 28. ex quibus si duos amplius ei eroges: restant 26. iterum eos propter secundum dimidia, et manent 13. de quibus tres ei supererogati relinquent 10. Eos rursus propter tertium dimidia: et reliquos habes 5. quorum si 4 ei conferas: unicus nummus restabit.

Quæstio XLIII.

QVI aureos ex regio cubiculo surripuerat: suspectus ab hostiario furti, et detentus, eorum dimidium: ut elaberetur: elargitus est. hostiarius insontem putans duos auros ei reddidit. Iterum secundus hostiarius, illum suspectum habens, exitu prohibuit. cui fur dimidium eius quod superfuit: obtulit. Is quoque insontem existimans redditis aureis 4, illum dimisit. Rursus illum palacio exeunte portae Ianitor comprehendit. Huic etiam fur dimidium eius, quod restabat: uelut cani offans obiecit. At is cæteris benignior dimisso sex aureos restituavit. si demum fur elapsus aureos tantum 12 ex furto depor tavit. Inuestigemus: quot aureos in uniuersum surripuit? Res sic exaricabitur, quemadmodum in proximo quæstito: ut ordine retrogrado à postremo ad primum tendamus: nisi quod illuc ad singulas duplicationes, propter aureos supererogatos, additione opus erat: hic ad singulas dupli-

cationes, propter aureos restitutos, subductio necessaria est. Itaq; si à 12 illis aureis ex furto deportatis & à ianitore restitutos demas: supersunt 6: quæ, propterea quod tertio fur dimidium dedit duplicare oportet: & fient 12. Ab his propter 4, à secundo hostiario restitutos subtrahimus 4: sic 8 remanebunt. Ea deinde ideo duplificemus: quod secundo fur dimidium contulit, ita surgent 16. A qui bus 2 ob id deducenda sunt: quia primus hostiarius 2 redidit. Qua ratione relinquuntur 14. & quoniam primo hostiario furti dimidium oblatum est: ea duplicantur. & prodibunt 28. qui numerus uniuersos aureos surreptos capit. Ut autem probemus non errasse calculum: conuerso ordine numerum hunc ad furis exemplum distribuamus. & de 28 primo hostiario dimidium, quod est 14, offeramus. Is nobis reddat 2, & fient 16. Horum dimidium secundo hostiario demus, nempe 8: qui nobis 4 restituat. Sichabentur 12. Eorum deinde dimidium quod est 5: tertio ianitori offeramus. Is 5 reddat: & rursus fient 12, que ex uniuerso furto restabant. Ad eundem modum res explicabitur: si cuiquam inuestigare libet: quantum sibi quisque hostiarius retinuit. Liquet namque primum hostiarium 12 sibi seruasse: secundum 4: tertium ianitorem retinuisse nihil.

Questio XLV.

Quidam

VANDO rotæ linea dimetiens, quam Græci diametron uocant: septem pedes habet: quantus erit ambitus apsidis extremæ? & quoties in milie passibus rota circumuoluetur? In primis obseruare oportet Geometrica ratione ab Archimede depræhensum esse, diametrum tertiam circuli partem & tertiae paulo minus septimam comprehendere. Nam dimetiens (ut ille ait) si in partes septuagesimas secetur: capit ultra tertiam circuli partem, minus quam decem septuagesimas: que partem septimam faciunt. At si in septuagesimas primas diuidatur: ultra tertiam circuli partem plus capit quam decem septuagesimas primas: que partes sunt septuagesimis minores: nec septimam partem implent. Pro prius accedere non potuit Archimedes, tametsi multa conatus: ut diametri ad circulum rationem inueniret. que si comperta esset: iam quadratura circuli fuisset inuenta. quam assequi desperarunt plerique omnes Philosophi qui adhuc fuerunt. et in primis Aristoteles ipse. Ultra Archimedem penetrare nemo hactenus potuit. Itaque cum omnis circulus ter diametrum & diametri paulominus septimam colligat: sed quantulo minus adhuc non sit compertum: illud faciamus, quod Geometræ solent: ut pro septima, cui paululum deest: septimam sumentes integrum, perinde computemus: ac si dimetiens tertiam circuli partem, & tertiae septimam capiat. Qua ratione si extremæ apsidis ambitum ex diametro colligere uelimus: multiplicare oportet septem: qui numerus est diametri: in tria, &

numero producto addere unam septimam. Ita sicut uiginti duo, que ratio erit apsidis rotæ ad diametrum. Et tot pedes una circumuolutio capiet. Quod postquam exploratum est: per numerum illum 22 secare oportet illum per dum numerum quem mille passus continent. Is autem est quinq; millia. Nam passus (ut ait Columell.) quinque pedes habet. Quo sicut: ut sectionis numerus $22 \frac{7}{22}$ proferat, que faciunt $\frac{3}{11}$. Toties ferè circumuoluetur rotæ in mille passibus. Propius id sciri non potest, propter certam diametri ad circulum rationem adhuc incomptam. Et uix tandem in immenso spacio deprehendi potest error.

Questio XLVI.

QVIS non putaret normæ fabricandæ artificium delegandum esse fabris? At emendatæ normæ faciendæ ratio tota pendet à numeris quam Pythagoras inuenisse traditur. Ea autem est huiusmodi. Porro si sumantur regulae tres: è quibus una longa sit pedes tres: altera pedes quatuor: tertia pedes quinq;. Hæc regulae inter se compositæ summis cacuminibus, alia aliam tangant: trigoni habebunt speciem: et normam emendatam formabunt. Nam secundum Euclidis regulam, ubi quodab uno triánguli latere in se ipsum ducto producitur: æquale reperitur duobus quadratis, que à duobus reliquis lateribus describuntur: rectus est angulus cui latus illud opponitur. Itaque si huius trigoni singula latera in se ipsa multiplices: numerosq; ita procrees quadratos. quirebantur his mac-

bis maximus erit: tantum in se continebit, quantum duo re
liqui quadrati simul additi, quippe tria in se ducta educunt
nouem, quatuorq; item in se multiplicata sexdecim, qui nu
meri in unum additi, uiginti quinque proferunt. At si quin
que in se ipsa ducantur (quod latus e tribus maximum
est) itidem enascentur uiginti quinque, qui numerus æqua
lis est duobus quadratis reliquis. Id Pythagoras cum in
uenisse: non dubitans se à musis in ea inuentione adiutum,
hostias his immolauisse dicitur. Ab illo igitur certa ratio
normam fabricandi per numeros depræhensa, est: cum
ante cum fabri normam facientes uix magno labore rem
ad uerum perducerent. Nihil autem refert, quod mensuræ
genus numeretur ab ipsis numeris normam efficientibus.
Nam siue unciae fuerint: siue palni, siue pedes, siue cubiti,
siue aliud quid libet: eorum summa cacumina simul coeuntia
norma deformatibꝫ. Iam quod hi numeri primarij, tria, qua
tuor, et quinque, in quibus normæ ratio primum inuentæ
fuit, perficiunt: itidem id præstabunt omnes numeri maio
res eandem rationem habentes. cuiusmodi sunt triginta,
quadraginta, quinquaginta. quorum qui maximus est: in
se ductus quadratum producit æqualem duorum reliquo
rum quadratis.

30	40	900	50
30	40	1600	50
900	1600	2500	2500

FINIS LIBRI

Tertij.

T

CVTHEBERTI TONSTALLI
IN LIBRVM QVARTVM

Præfatio.



VI in numerorum abdita penetra-
re uolet: proportionibus dinoscendi
operam dare debet. quarum non so-
lum in numeris, uerum etiam in tota
rerum natura tanta uis est: ut sine ea
nihil uel ad usus hominum uile, uel ad aspectus amoenum,
reperire posset. id quod, quocunque oculos tuleris: facile
intelligas. Principio que ad habitationem nostram aedes
fabræ factæ sunt: nisi laxitatem longitudini atque altitudi-
ni congruentem habeant: in amœnè et incommode ab
omnibus existimantur. Si nimis sunt luminosæ: præter
quam quod sub diu habitare uidemur. ad frigora arcen-
da tempestatesq; ferendas inutiles putantur. Si lumina in
his uel angusta sunt: uel rara: carceris speciem referunt.
Si parietes nimium crassi: castella uidentur. Contra si ni-
mium tenues: parum tutas a furibus credimus. Ita nisi sim-
gulae ædium partes sibi proportione respondeant: earum
gratia tota perit. Pictorum uero ars tota, que ad homi-
num oblectationem inuenta, magnoq; in precio apud ue-
teres habita est: nihil præstabit gratum: si que illustrari
deberent, fuscis obscurentur coloribus: si que obscurari,
fiant illustria: si in corpore depingendo membra alia enor-

mia, alia exilia inter se non consentiant. quippe risum non
uoluptatem irritus labor pariet. At si colores floridi tem= perentur austoris: candidi fuscis: fulgentes umbrosis: ut que longinqua sunt, recessisse uideantur: quæ propinquæ, sic eminant: ut extare iuideri possint: si uniuersa linia = menta sibi proportione consentiant: neminem non ea ars summopere delectabit. Qui disciplinæ militari dant ope= ram & arma corporibus, & tela tormentis habilia quæ = runt. Qui classem ædificant: armamenta pro nauium pa= rant magnitudine. Sarcinatores, qui uestimenta faciunt: sic ea aptare student: ut corporum seruent symmetriam. Cetera itidem articia proportionum cognitionem uni = uersa postulant. Quid medici, qui pharmaca dant ægro = tis? An non eorum summa cura est: ut postquam morbi uim sagaci solertia depræhenderunt: sic calida frigidis, sic humida siccis misceant: ut ægroti corporis tempera = mento conueniant: id quod ignoratis proportionibus, fie= ri nequaquam potest. Ipsa etiam ciborum nostrorum con= dimenta dum sanis sumus: nisi falsa recentibus, acria dul = cibus, austera lenibus, temperentur: ingrata palato, atque insipida comperiemus. Ita nec corporis humani sanitas incolumis seruari, nec labefactata refici sine proportio = num notitia facile poterit: ut non abs re existimare posset, corpora nostra nō magis ex quatuor elementis, quam eo= rum proportione constare. Denique omnium opifex Deus & mundi fabricæ & rebus in ea creatis uniuersis eam formam dedit: ut cuncta inter se symmetriam tenerent.

id quod in singulis licet cernere : siue cœlum, siue terram
spectes. Quocirca sacræ Literæ mensura, numero, &
pondere, quibus in rebus maxime uis proportionum emi-
net: Deum omnia disposuisse testantur. Et ne in confir-
mandis his, quæ in confessio sunt: longius immoremur. cum
palam sit nihil usquam uel aspectu decorum, uel usu gra-
tum esse: cui desit proportio. propterea cognitionem eius
ad uitam transigendam operæ premium erit expetere.
Quod cum ad cætera negotia commodius gerenda, tum
præcipue ad artem supputandi descendam, plurimum con-
ducet. in qua sine proportionum notitia nihil arduum ex-
plicari potest. Igitur in hoc libro genera proportionum
paulo altius in primis repetere est animus. Deinde earum
subijciemus additionem, subductionem, multiplicatio-
nem et sectionē. Postremo regulas qua-
dam ad supputationem utiles, quæ
sine his ne intelligi quidem
queunt studiosis pro-
demus.

QVAN^z

QVANTITATIS SPECIES.



Vantitatum species duæ reperiuntur. Altera continua est: quæ magnitudo dicitur. Altera discreta: quæ siue multitudo, siue numerus appellatur. Ipsa etiam magnitudo species habet duas. Altera est immobilis: quam Geometria tractat. Altera mobilis: de qua Astrologia considerat. Itidem multitudinis duæ species occurruunt. Eorum altera per se consideratur: de qua differit Arithmetica. Altera refertur ad aliud. eam Musica pertractat. Numerus uero est unitatum collectio.

DE PROPORTIONE ET
eius generibus.

PROPORTIO, est duarum, quantæcunq; sunt: eiusdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram comparatio, atque habitudo. propositis namq; quibus suis duabus quantitatibus, necesse est alteram altera uel maiorem, uel æqualem, uel minorem esse. Illa itaque habitudo, qua se uel æqualiter, quando sunt æquales: mutuo respiciunt. uel inæqualiter, quando earum altera maior reliqua, aut minor est: appellatur proportio. quæ nihil aliud est, quam earum inter se comparatio. Eisdem quoque generis quantitates esse debent: inter quas cadit proportio. Veluti duo numeri, duæ lineæ, duæ superficies, duo corpora, duo loca, duo tempora, neque enim linea maior aut mi-

nor superficie est, aut corpore: nec tempus loco maius est,
aut minus. sed linea lineæ: superficies superficie: corpus
corpore. sola enim, quæ unius sunt generis inter se compa-
rabilia sunt. Proportio autem habitudo certa est (quasi
diceres) sic determinata ut hæc sit, & non alia. Neque
enim necesse est: ut omnis duarum quantitatum habitudo
uel à nobis sciatur: uel à rerum natura. Quippe propor-
tio apud ueteres in tria secatur genera. quorum unum
est discretorū, uidelicet numerorum: quod uocant Arith-
meticum. Alterum continuorum: quod Geometricum ap-
pellant. Tertium sonorum & concentuum, quod harmoni-
cum nuncupant, ex illorum utroque mixtum: quod musica
in pausis & prolationibus tempus spectet: in uibrante uo-
cum notarumq; diuisione, numeros. Et quia ad institutum
nostrum tertium hoc genus non attinet: parum admodum
in hoc libro de eo dicturi sumus. In numeris autem omnis
minor est pars aut partes maioris. quamobrem in eis om-
nibus certa est habitudo & nota. At uero in continuis pro-
portio est magis larga. Nonnunquam enim in eis minor
quantitas est pars aut partes maioris. & talium omnium,
interuenientibus atque adiuuantibus numeris, nota est
proportio. que & rationalis uocatur. Huiusmodi autem
quantitates siue communicantes, siue commensurabiles di-
cuntur: quia eas una & eadem quantitas necessario meti-
tur. Quo fiet: ut omnes numeri sint communicantes: quod
omnes eos metiatur unitas. Sæpen numero autem in conti-
nuis minor quantitas nō est pars aut partes maioris, & in
talibus

Talibus proportio neque nobis nota est: nec naturæ. qualis
 est inter quadrati diametrū & eius costam: cum nulla un=
 quam mensura, quæ utriq; sit communis, inueniri possit:
 tametsi diametri quadratum duplum sit ad quadratum
 costæ. Huiusmodi autem proportio irrationalis nuncupa=
 tur: & hæ quantitates incommunicantes, siue incommen=
 surabiles. Vnde fit: ut quæcumque proportio occurrit in
 numeris: eadem reperiatur in omni genere continuorum.
 puta in lineis, superficiebus, corporibus, & temporibus.
 At non è conuerso idem accidet. Infinitæ namque reperi=
 untur in continuis proportiones: quas numerorum naturæ
 non sustinet. Cæterum quæcumque proportio in uno gene=
 re continuorum accidit, eadem comperietur in omnibus
 alijs. Nam qualitercumq; se habet aliqua linea ad quamli=br/>
 bet aliam: sic se habet quælibet superficies ad aliquam
 aliam: & quodlibet corpus ad aliquod aliud: similiter &
 tempus. non autem sic se habet quilibet numerus ad ali=br/>
 quem alium. Quocirca in continuis proportio magis lar=br/>
 ga est, quam in discretis. Quo fit manifestum, proportio
 nem Geometricam maioris abstractionis, quam Arithme=br/>
 ticam esse. Omnes enim proportiones, circa quas Arith=br/>
 metica uersatur: rationales sunt. de quibus hoc libro maxi=br/>
 me dicturi sumus. Geometrica uero & rationales & irra=br/>
 tionales æqualiter consyderat.

PROPORTIONIS RATIO
 nalis species.

PROPORTIONIS rationalis species sic dino-
sces. Omnis quantitas ad aliam comparata, aut ei-
aequalis aut inaequalis reperitur. Quantitas aequalis est;
quæ nec sibi comparatam excedit; nec ab ea exceditur.
Veluti cubitus ad cubitum collatus, pes ad pedem, nume-
rus quaternarius ad quaternarium. Inaequalis autem quan-
titas, quæ sibi comparatam excedit. proportionem ad illam
habet inæqualitatis maioris: ueluti cubitus ad pedem,
nummerus quaternarius ad binarium. Quod si ab illa exce-
ditur: minoris ad illam inæqualitatis proportionem habet.
ueluti pes ad cubitum: numerus binarius ad quaternarium.

MAIORIS uero inæqualitatis species sunt quinque:
quarum tres sunt simplices: uidelicet multi-
plex, superparticularis, & superpartiens, Duæ uero reli-
quæ compositæ, nempe multiplex superparticularis, et
multiplex superpartiens, ex prima & duabus reliquis
conficiuntur. Quibus rursus aliæ quinq; species in æqua-
litatis minoris opponuntur. quæ eadem seruant nomina:
præterquam quod præpositio hæc, sub, in singulis nominis
bus apponitur: ut submultiplex, subsuperparticularis,
subsuperpartiens & sic deinceps.

PORRO ut de primis quinq; suo ordine dicamus.
Quantitas ad illam multiplex est: quæ eam pluri-
es integrum continet. Et si bis eam capit: dupla dicitur.
Si ter: tripla, si quater: quadrupla. sicq; in infinitas speci-
es habet

es uariatur. Ut igitur sciatur, quomodo singulae eius species generantur: facta numerorum serie naturali, ueluti .1.2.3.4.5.6.7.8.9. quilibet eorum, qui præcedentem per unitatem superat: sub alia & alia specie multiplex est ad unum. secundus enim duplus est: tertius triplus: quartus quadruplus. & sic deinceps. Et sicut in infinitum in hoc naturali numerorum progressu species multipliciter uariantur: ita etiam in qualibet specie generari possunt infiniti numeri.

D V P L O R V M in primis generatio huiusmodi est. sicut enim primus numerus par. uidelicet binarius, duplus est ad unitatem: ita secundus par, qui est quaternarius: ad binarium numerum duplus erit. & tertius par, qui est senarius: ad ternarium. quartus par, qui est octonarius: ad quaternarium. quintusq; par, qui est denarius: ad quinarium numerum duplus erit. & sic deinceps in infinitum in generatione duplorum progressus fieri potest.

T R I P L O R V M autem generatio sic obseruatur. In naturali numerorum serie post ternarium, qui unitati triplus est: duobus intermissis, puta quaternario & quinario, senarius, qui sequitur: triplus ad secundum numerum naturalis seriei binarium comperietur. Iterum etiam omisis alijs duobus, uidelicet septenario & octonario peruenietur ad nouenarium, qui triplus est tertij numeri. Et rursus 10. & 11 intermissis, duodenarius triplus erit ad quartum numerum. ad quem modum sine fine progrederentes, triplos inueniemus. Eritq; triplorum continue unius

impar, aliis par alternatim.

Quadruplorum uero generatio incipit. si quis post quaternarium tres numeros, ueluti quinarium, senarium, & septenarium intermittat. quartus enim occurrit octonarius: qui ad binarium numerum, qui secundus est quadrupliciter reperitur. At rursus 9. 10. & 11 intermissionis, duodenarius numerus ternarij numeri, qui tertius est. quadrupliciter erit. & sic deinceps. singuli autem quadruplici numeri sunt pares: sicut in duplis euenit.

Similiter si quatuor numeros intermittas: quintupli inueniuntur. si quinque, sextupli, si sex, septupli. atque ita semper proportionis generandae denominatio per unitatem superabit numeros omittendos. Omnia autem numerorum multiplicium, quorum denominatio est impar: unus par & aliis impar alternatim erit. sed multiplicium, quorum denominatio est par: singuli pares erunt.

Quantitas superparticularis ad aliam dicitur: que semel eam continet: & aliquam eius partem. Et si eam & eius dimidium continet uocatur sesquialtera. si eam & eius tertiam: dicitur sesquitertia. si eam & eius quartam: erit sesquiquarta. & sic in infinitum nomina ducere licet. In comparatione tali numeri maiores dicuntur duces: minores uero comites. Generantur autem superparticulares proportiones ad hunc modum.

Et pri-

Et primum quidem de sesquialteræ origine dicamus. Dispositis uno ordine singulis numeris tertiam partem habentibus, qui per continuam additionem ternarij infinitum procedunt. sicuti. 3. 6. 9. 12. 15. 18. omnes duces procreabuntur proportionis sesquialteræ. quibus si singuli numeri partes sua serie subscribantur: prouenient omnes eiusdem proportionis comites: si primum primo: secundum secundo conferamus. et sic deinceps.

3. 6. 9. 12. 15. 18. 21.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14.

Item dispositis singulis numeris quartam partem habentibus, qui per quaternarij continuam additionem procreantur. ueluti. 4. 8. 12. 16. prodibunt omnes duces proportionis sesquitertiae: qui omnes numeros triplos siue tertiam partem habentes comites habebunt. si primus primo, secundus secundo comparetur. et sic deinceps.

4. 8. 12. 16. 20.

3. 6. 9. 12. 15.

Similiter generatur proportio sesquiquarta: si ad singulos quadruplos singuli quintupli comparentur.

5. 10. 15. 20.

4. 8. 12. 16.

Atque ita deinceps procedetur per proportionis superparticularis singulas alias species.

ACCIDIT autem proportioni superparticulari

admiranda hæc proprietas: ut in quibuscumque numeris
huius speciei, primus dux primum comitem per solam uni-
tatem transcendat: secundus secundum per binarium: ter-
tius tertium per ternarium: & ita deinceps per ordinem
fit ascensus. Potest autem tabella depingi: in qua propor-
tionum tam multiplicium quam super particuliū, quo-
quot uoluerimus: species generentur.

Cuius formam suprà libro primo de numerorum multipli-
catione præcipientes descripsimus. Hic autem itcrum eam
oculis subijcere putamus operæprecium.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

IN hac tabellæ formula, secundum longitudinem & latitudinem, eadem est numerorum progreſſio. Itaq; si secundus ordo ſive in longitudine, ſive in latitudine, ad pri- mum comparetur: accidit continua generatio primæ multipli- cium ſpeciei: uidelicet duplorum, ſi enim 2 ad 1, aut 4 ad 2, aut 6 ad 3, & ita ulterius comparemus: pro- uenit ubique dupla proportio. unde & in iſta propor- tionis ſpecie, primus dux primum comitem per ſolam unitatem ſuperat. ſecundus ſecundum per binarium. ter- tius tertium per ternarium. & ita per ordinem fit ascen- ſus. Itidem ſi tertius ordo ad primum conſeratur: gene- rabitur ſpecies tertia multiplicium, nempe proportio tri- pla: ſuperabitque primus dux primum comitem per bina- rium: ſecundus ſecundum per quaternarium: & ita per incrementum binarij continue fit progressus. Ad hæc ſi quartum ordinem compares ad primum: quadruplorum generatio proueniet. & primus dux primum excedet comitem per ternarium: ſecundus ſecundum per ſenari- um: & ita per additionem ternarij continua fit accumula- latio. ſicq; per ſingulas multiplicium ſpecies procedere in infinitum licet. Generatio uero ſuperparticularium ad hunc modum conſyderabitur. Si enim tertium ordinem comparemus ad ſecundum: accidet procreatio continua proportionis ſequialteræ. Item ſi quartum ordinem ad tertium conſeramus: prodibit proportio ſequitertia. ſi quintum ad quartum: ſequiquarta genera- bitur. Et ita per ordinem ſingulæ ſuperparticularium ſpecies procre-

antur. superabitq; in omni eius specie primus dux pri-
mum comitem per unum: secundus secundum per duo; ter-
tius tertium per tria: & sic deinceps: quemadmodū in du-
plis euenit.

Accidunt autem prædictæ formulæ proprietates ad-
mirandæ quinque. quarum prima hæc est. Numeri isti-
us formulæ ab unitate angulariter secundum quadrati di-
ametrum descendentes puta 1. 4. 9. 16. atque ita dein-
ceps, singuli sunt quadrati. sicq; ad singulos quadratos
deuenire licet, surgentes ex numerorum ductu in seipso.
Secunda formulæ huius proprietas est. singuli eius nume-
ri longilateri sunt: qui immediate numeros angularares cir-
cumcingunt. Sunt autem numeri longilateri: qui ex du-
orum numerorum ductu, unius in alterum, producuntur:
quorum unus alterum sola unitate superat. Veluti circa
4 sunt 2 & 6. quorum binarius ex ductu unitatis in
2: & senarius ex ductu 2 in 3 procreatur. Similiter
circa 9 sunt 6 & 12. sicq; per ordinem inuenies
omnes numeros longilateros, circa numeros angularares.
Tertia huius formulæ proprietas est, si duo numeri alti-
cui numero angulari: circumpositi, coniunctum addantur
ad duplum ipsius numeri angularis: surget numerus qua-
dratus. Veluti additis 2 & 6 ad bis 4: prodeunt
16. Quarta proprietas est. si duo quadrati angularares
proximi, simul addantur ad duplum numeri ab ipsis cir-
cumsepti: numerus nasceretur quadratus. Nam additis 4 &
9 ad bis 6: producuntur 25.

Quinta proprietas est. ubicunque in hac formula reperitur aliqua figura quadrata: idem ex ductu angularium oppositorum in oppositos producetur. puta si 4 in 9 ducas: aut 6 in 6. nam idem utrobique exibit. uel si 3 in 15 ducas: aut 5 in 9: idem producetur. Multa alia admiranda atque utilia in hac tabellæ formulæ reperi possunt: qualia sunt ea, quæ de multiplicatione & diuisione per eam facienda, primo libro monstrauimus. Verum his omissis, ad propositum reuertamur.

Quantitas ad aliam superpartiens dicitur: quæ ipsam semel intra se capit: & insuper aliquot eius partes: de quibus simul sumptis non sit majoris quantitatis pars una aliqua. quæ species tam ex numero partium superfluentum: quam ex earum denominatione uariatur in infinitum. Ex numero partium. ueluti si numerus maior minorem continet, & eius partes duas: dicitur superbipartiens. si uero eam capit, & tres eius partes: supertripartiens dicitur. & sic deinceps. Item ex denominatione partium, puta si maior minorem semel continet, & duas eius partes: quarum quælibet tertiam facit: uocatur superbipartiens tertias: uel magis germano uocabulo superbiterius. & si minorem includit, & tres eius partes: quarum quælibet quarta est: diciatur supertripartiens quartas: uel magis supertriquartus. neque in tali progressu status aliquis erit. Huiusmodi autem proportio, ubi tam numerus partium, quam earum

denominatio uariatur: continue generari potest: si series una numerorum fiat à ternario incipiens, & quantumuis ulterius secundum ordinem naturalem procedens. Deinde fiat alia series: in qua sumpto initio à quinario numero, singuli sequentes impares per ordinem subscribantur.

3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.
5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23.

NAM si primum ordinis inferioris ad primum superioris conferamus: proportio orietur superbipartiens tertias, siue superbiteria: si secundum secundo: superbipartiens quartas, siue supertriquarta. & sic sine fine. Quod si singulos utriusque seriei numeros duplaremus: secundi numeri prodibunt sub eisdem proportionibus constituti. sunt enim 10 & 5 secundi numeri, inter quos est superbiteria proportio. Similiter si duplaremus duos secundos: fiunt 8 & 14 qui sunt secundi numeri: inter quos cadit superbiquarta proportio. & sic deinceps. Itidem si utriusq; seriei numeros triplicemus: tertij numeri nascentur proportionem eandem uendicantes. ut 15 ad 9, 21 ad 12. & sic in infinitum progressus fieri potest per singulas species. Ex hoc Arithmetici apprehendunt hic dormit asse Boetium non incelebrem autorem: qui in generatione continua huiusmodi numeros dicit secundum ducem & secundum comitem, inter quos est proportio prima superbiquarta: debere triplicari. & tertium ducem & tertium comitem, inter quos est pro-

est proportio super quadriquinta, quadruplicari: & ita
 deinceps. ut per hoc nascantur secundi numeri sub eisdem
 proportionibus constituti. Male etiam hic admonet nume-
 ros triplicatos iterum triplicari debere: quadruplicatos
 iterum quadruplicari, ut cæteri uumeri sub eisdem pro-
 portionibus procreentur. Præterea Boetius in generati-
 one super partientium de his tantum admonuit: in quibus
 denominatio partium per unitatem solam numerum ea-
 rundem superat. Veluti de superbiteria, supertriquar-
 ta, superquadriquinta, & huiusmodi. nec docet quomo-
 do superbiseptima, uel aliae huiusmodi generetur. Et ideo
 ut de cuiuslibet speciei generatione instruamur: capia-
 mus numerum denominantem partes proportionis pro-
 positæ. qui numerus erit primus comes proportionis il-
 lius. cui deinde addamus numeratorem partium pro-
 portionis eiusdem: sic procreabimus primum ducem. Ver-
 bi gratia. si proportio supertriseptima generanda pro-
 ponatur: capimus 7. cui si addamus 3: prodibunt 10. sune-
 tiaq; 10 & 7 minimi numeri: inter quos proportio super-
 triseptima reperitur. quibus duplicatis: excent numeri
 secundi eiusdem proportionis. & triplicatis, fiant ter-
 tij. id. quod per hanc regulam fit manifestum. uidelicet,
 quia multiplicium & sub multiplicium proportio semper
 est eadem.

Quantitas multiplex superparticularis ad aliandam
 dicitur quæ eam plures quam semel, & aliquam
 partem eius aliquotam continet: & hoc uaria-

tur tam ex parte multiplicis, uelut id dupla superparticularis, quam ex parte superparticularis. ut dupla sesquialtera, tripla sesquitertia. Vbi autem stante denominatione ex parte multiplicium, species solummodo ex parte superparticularium uariantur. sicut in dupla sesquialtera dupla sesquitertia: fiet eorum generatio per hunc modum. Disponantur numeri à binario secundum ordinem naturalem: quibus singuli impares à quinario subscribantur. comparantes itaque primum ad primum, habebimus proportionem duplam sesquialteram: secundum ad secundum, duplum sesquitertiam: tertium, ad tertium, duplam sesqui- quartam.

2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.

Pro generatione autem triplorum superparticularium fiat primus ordo, ut prius: et in secundo ordine, post initium à septenario sumptum, numeri continue per additionem ternarij augeantur.

2. 3. 4. 5. 6. 7.
7. 10. 13. 16. 19. 22.

At pro quadruplorum superparticularium generatione, stante priori ordine, numeri in secundo à 9 sumentes initium, per additionem quaternarij continue augeantur. Et ita deinceps, quantumcumque uoluerimus: procedemus. postquam uero in predictis ordinibus numeri primi & minimi

minimi in suis proportionibus constituti sunt, si eos duplique auerimus: numeri nascentur secundi, si eos triplicauerimus: tertij eisdem proportionibus congruentes.

2. 3. 4. 5. 6. 7.
9. 13. 17. 21. 25. 29.

Quantitas ad aliam multiplex superpartiens dicitur: quæ eam pluries quam servat, & eius aliquot partes continet: ex quibus non sit majoris quantitatis una aliqua. quæ species tam ex parte multiplicis, quam ex parte superpartientis in infinitum variaatur. Accidit autem huiusmodi proportionis generatio ad hunc modum. Proposita quavis tali proportione, capiatur numerus denominans partes minoris numeri in eadem: ut ille sit primus comes: deinde uel duplicetur, uel triplicetur ille numerus secundum denominationem multiplicis in illa proportione. talique numero sic multiplicatio addantur, unitates, secundum numerum partium proportionis propositæ: & primus dux in ea proportione nasceretur comparandus ad primum comitem. Verbi gratia. in proportione tripla super quintiseptimacariantur 7. quibus triplicatis & 5 superadditis, surgent 26. Itaque 26 & 7, sunt primi numeri sub proportione proposita constituti. Quibus duplicatis nascentur secundi: triplicatis, tertij. & ita deuenire licet ad omnines numeros sub ea proportione consistentes. Annotandum autem est, singulas species harum quinque in formis

la quadrilatera superius scripta inueniri posse: si in immensum ulterius extendatur. Ad primum enim ordinem reliqui singuli comparati, singulas multiplicis species procreabunt. Item si tertium ordinem ad secundum: & quartum ad tertium: & ita ulterius conferamus: mille superparticularium species orientur. Quod si quintum ordinem ad tertium, & septimum ad quartum, & nonum ad quintum comparemus: & ita progrediamur: habebimus singulas species superpartientium. Item si secundum ordinem ad quintum, & ad septimum, & ad nonum, & ita deinceps, contulerimus: multiplicis superparticularis species varia prodibunt. At multiplicum superpartientium procreabuntur species: si ad tertium ordinem octauus, & undecimus, & quartus decimus, atque secundum eam rationem alij referantur.

HAE quinque species, quæ iam sunt descriptæ: alias etiam quinque, quæ sibi sunt oppositæ: manifestant. Etenim hoc tantum inter eas interest: ut cum per singulas has species maior numerus, sicuti diximus: ad minorem comparetur: in illis contrâfiat: ut minor conferatur ad maiorem. Atque ideo, sub, præpositio, singulis earum nominibus apponatur. Cæterum illarum generatio & harum est eadem.

DE PROPORTINALITATE.

Proportionalitas, est proportionum inter se similitudo. Ea autem bifariam secatur. Altera namque proportionalis

portionalitas continua est. Altera incontinua: quam eandem separatam appellare licet.

Continua proportionalitas est: cum quolibet quantitatem eiusdem generis, qua proportione prima antecedit secundam: eadem quilibet aliarum proximo consequentem antecedit. Exemplum in numeris. sicut 8 se habent ad 4, sic 4 ad 2, et 2 ad 1. Complurimum autem quantitatum continue proportionalium, quilibet et antecedens et consequens est. hoc est, et uicem primi extremi in proportione et secundi supplet: excepta prima, que solum antecedit: et postrema, que tantum consequitur. Et in hac quidem proportionalitate, propter continuationem proportionum, necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis: eo quod inter diuersorum generum quantitates non existat proportio. Hec uero proportionalitas in paucioribus quantitatibus, quam in tribus. inueniri nequit. quam etiam in illis, media quantitas, dum bis repetitur: uicem subit duarum.

Incontinua autem proportionalitas est: cum quatuor quantitatum, qua proportione prima antecedit secundam: eadem tertia antecedit quartam. Exemplum in numeris, sicut 8 se habent ad 4: sic 6 ad 3. eritque earum quantitatum quilibet aut tantum antecedens: aut tantum consequens. Et quia prioris proportionis extremum, quod consequens est: non continuatur antecedenti: quod est prius extremum proportionis secundae. necesse non est: ut omnes quatuor sint generis eiusdem: sicut in proportionalita-

te continua erat. sed fieri potest: ut sint eiusdem generis.
 Et fieri potest: ut sint diuersorum. Sicut enim lineam du-
 plam aut triplam ad lineam reperiri contigit: ita superfi-
 ciem ad superficiem; corpus ad corpus; tempus ad tempus;
 numerum ad numerum. Hæc uero proportionalitas in
 paucioribus quantitatibus. quam in quatuor inueniri ne-
 quit.

Porro in proportionibus extrema ipsa siue antece-
 dunt, siue consequuntur, termini ab Arithmeticis nuncu-
 pantur.

Quantitates autem, quarum proportio est similis, pro-
 portionales uocantur.

Omnis autem proportionalitas siue continua sit, si-
 ue separata: sex modis inter argumentandum ua-
 riari potest.

Quantitates enim, inter quas similitudo est proportio-
 num: uidem similiūm proportionum erunt: etiam si compa-
 ratio, que ab antecedente quantitate ad consequentem
 facta erat: è conuerso à consequente ad antecedentem fiat.
 Que proportionalitas conuersa nuncupatur: quod qua-
 ntitates antecedentes in consequentes: et consequentes in
 antecedentes conuertantur. Exemplum demus in nume-
 ris. sicut 8 se habent ad 4: sic 6 ad 3. eadem etiam si-
 militudo è conuerso euenerit: ut sicut 4 se habent ad 8: sic
 3 ad 6 se habent.

In quantitatibus similiūm proportionum, quando
 eorum

earum antecedentes ad suas consequentes comparantur: proportionum omnino similitudo cadet: etiam si permutatim quantitas unius antecedens ad alterius antecedentem, & consequens unius ad alterius consequentem conferatur. Quæ proportionalitas permutata uocatur. In qua antecedens proportionis secundæ fit consequens priuæ: & consequens priuæ fit antecedens secundæ. Exemplum in numeris. sicut 8 se habent ad 4: sic 6 ad 3. Quare etiam permutatum. sicut 8 se habent ad 6: sic 4 ad 3. Ex quo videre licet in permutata proportionalitate id euenire, ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia: & ambo extrema secundæ consequentia.

Coniuncta uero proportionalitas dicitur: quoties sicut unius proportionis quantitas antecedens, cum sua consequente coniuncta se habet ad suam consequentem: sic etiam alterius proportionis quantitas antecedens, cum sua consequente coniuncta, se ad suam consequentem habet. Quæ coniuncta proportionalitas ex similitudine proportionum inferitur. Exemplum in numeris. sicut 8 se habent ad 4: sic 6 ad 3. Quocirca sicut 8 & 4 coniuncta, se habent ad 4: sic 6 & 3 coniuncta, se habent ad 3.

Disiuncta proportionalitas est: in qua de quantitatibus coniunctis ad consequentes suas collatis, comparisonis illatio fit etiam ad diuisas. Exemplum in numeris. sicut 8 & 4 se habent ad 4: sic 6 & 3 se habent ad 3. Quamobrem etiam sicut 8 se habent ad 4: sic 6 ad 3.

Euersa proportionalitas est: quando sicut unius proportionis quantitas antecedent, cum sua consequente coniuncta, se habet ad suam antecedentem: sic etiam alterius proportionis quantitas antecedens, cum sua consequente coniuncta, se ad suam antecedentem habet. Quæ proportionalitas euersa ex proportionum similitudine, & aptissime ex proportionalitate coniuncta, inferri potest. Exemplum in numeris. sicut 8 & 4 se habent ad 4: sic 6 & 3 ad 3. Quo fiet: ut sicut 8 & 4 se habent ad 8: sic 6 & 3 ad 6 se habeant.

Aequa proportionalitas est: quando plures quantitates in unam proportionem ex parte una sumuntur: atque aliae totidem uel eiusdem generis, uel alterius, ex parte altera secundum eandem proportionem applicantur: & mediorum æquali numero remoto, similitudo proportionum in extremis insertur. Exemplum in numeris. sicut 8 ad 4: & 4 ad 2 se habent. sic 12 ad 6: & 6 ad 3. Quamobrem sicut 8 ad 2 se habent: sic 12 ad 3. Idem erit: etiam si comparationis ordo conuersus atque intermixtus fuerit, ueluti si dicatur: sicut 8 ad 4: sic 12 ad 6. & sicut 4 ad 2 sic 6 ad 3. Quocirca sicut 8 ad 2: sic 12 ad 3. Proportionalitatum alia etiam diuisio est: que ex medietatibus mox enarrandis apparebit.

DE MEDIETATIBVS.

MEDIETAS, est connexio quedam extremonrum per habitudinem utriusque ad medium. Sic enim

enim à plerisque veteribus appellatur: quæ alio nomine proportionalitas vocatur ab Euclide. Medietatum autem tria genera Pythagoras, Plato, Aristoteles, & plerique omnes veteres posuerunt. Alias enim medietates Arithmeticas esse uoluerunt. Alias Geometricas. Alias Harmonicas. De quibus singulatim ordine dicemus.

ARITHMETICA medietas est: quando maximi medij & minimi differentiae sunt æquales. id est: ubi proportionis æqualitate neglecta, æqualis inter terminos differentia custoditur: siue in numerorum ordine naturali. ut pote 1. 2. 3. 4. siue æquales numeri continue sint omitti. sicut 1. 4. 7. 10. Si enim unum omittas: differentia erit 2. Si 2: differentia erit 3: Si 3: differentia erit 4. & sic deinceps. Differentia uero appellatur excessus ille numeri: quo maior numerus minorem superat.

Huius autem medietatis proprium illud est. Maximi ad medium non est eadem proportio, quæ medij ad minimum: sed medij ad minimum proportio semper maior est: quam maximi ad medium. Quo fit, ut in minoribus numeris proportio semper maior sit: & in maioribus minor. Verbi gratia. inter 8 & 4. secundum istam medietatem medius est senarius: differentiam utroque numerus binarius facit. At maior est proportio medij ad minimum, uidelicet 6 ad 4, quæ sesquialtera: quam maximi ad medium, uidelicet 8 ad 6, quæ est sesquitertia.

Aliæ eius proprietas est. si huiusmodi proportiones

in tribus terminis disponantur: extrema simul addita tan-
tum facient quantum medium duplicatum. sicut 6.4.2. è
quibus bis 4, faciunt 8. Itemq; 6 & 2, faciunt 8. Quòd
si in quatuor terminis ponantur: tunc duo media per addi-
tionem coniuncta, tantum efficient quantum duo extrema
sic iuncta. Ut si ponantur 8.6.4.2, tantum enim creant 6
addita ad 4: quantum 8 ad 2 addita. Ex hac propri-
tate sumi potest ratio generalis progressionis supra in in-
tegris positæ.

Rursus alia eius proprietas est. si hac medietate con-
stituta in tribus terminis prius multiplicentur extrema:
deinde medium per se ipsum, id quod proueniet ex me-
dijs ductu in se ipsum: tantum superabit id, quod ex multi-
plicatione extremorum prodibit: quantum producetur ex
alterius differentiæ in alteram ductu. Exemplum in his
terminis 2. 4. 6. Sicut 2 se habent ad 4: ita 4 ad 6. bis
6 faciunt 12. quater 4 creant 16: quæ per 4 exce-
dunt 12. Qui excessus etiam prouenit ex ductu differen-
tiarum in se differentia enim utraque est 2. bis autem 2
faciunt 4. Eodem modo si termini 4 ponantur & mul-
tiplicatis extremis alterum medium in alterum ducatur:
id quod proueniet ex alterius medijs in alterum ductu: tan-
tum superabit id, quod ex multiplicatione extremorum
prodibit: quantum producetur ex multiplicatis differen-
tijs duabus, quæ sunt inter alterutrum illorum mediorum
& extrema. Velut si essent 2.4.6.8. bis 8 creant 16:
quater 6 faciunt 24: quæ per 8 excedunt 16. Idem
autem

autem excessus ex multiplicatione differentiarum, quae sunt inter alterutrum illorum mediorum & extrema: producetur. nam si de duobus medijs id, quod primus est: capias: uidelicet 4. differentia inter prius extremum & ipsum medium est 2: & differentia inter ipsum & posterius extremum est 4. itaq; differentiae ipsæ 2 & 4 in se ductæ procreant 8. Similiter si de duobus medijs id, quod posterius est, sumas: uidelicet 6: differentia inter ipsum & primum extremum est 4, & differentia inter ipsum & secundum extremum est 2. que differentiae in se ductæ, creant 8.

Geometrica medietas est: quando maximi ad medium eadem est proportio, quæ medijs ad minimum. In qua medietate differentiarum & qualitate neglecta, proportionum & qualitas obseruatur. sicut cernere licet in his numeris 4. 6. 9. Vbi medium numerus est 6. Secundum hanc medietatem multo aptius proportionalitas appellatur: quam secundum Arithmeticam. Etenim in illa proportionalitas secundum excessum intelligitur, per aequales differentias. At non per similitudinem proportionum: quemadmodum in hac evenit.

Huius medietatis proprium est illud. In maioribus terminis & in minoribus, proportio semper aequalis est. Vt luti inter 30 & 10, eadem est proportio quæ inter 6 & 2.

Alia eius proprietas est. In proportionalitate continua, differentiæ terminorum eadem inter se sunt proportiones: qua sunt termini, quorum sunt differentiæ. Exem-

plum sicut 8 ad 4 dupla sunt: sic 4 ad 2. Similiter differentia inter 8 & 4, quæ est 4: dupla est ad differenciam inter 4 & 2: quæ est 2.

Rursus alia proprietas geometricæ medietatis in proportionalitate continua multiplicium hæc est. In numeris duplis minor terminus per se ipsum exceditur à maiori ueluti 1. 2. 4. 8. In numeris triplis minor terminus superatur per seipsum duplicatum. sicut 1. 3. 9. 27. in quadruplicis per seipsum triplicatum sicut 1. 4. 16. 64. & ita deinceps minor terminus exceditur à maiore.

Alia præterea proprietas est. Si hæc medietas consti-
tuatur in tribus terminis: quicquid ex ductu alterius extre-
mi in alterum producetur: æquale erit ei, quod ex medij in
se ipsum ductu natum erit. Veluti si sumas 8. 4. 2. bis 8, sunt
16. quater 4: tantundem. Similiter in quatuor ter-
minis, quicquid ex alterius extremi in alterum multiplica-
tione natum erit: æquale erit ei, quod ex alterius medij in
alterum ductu producetur. sicut si capias 16. 8. 4. 2.
bis 16, creant 32. quater 8, tantundem. Ex hac proprie-
tate dependet celebris illa quatuor proportionalium re-
gula: quæ de tribus notis quartum ignotum proferentibus
suprà data est. per quam in negotiationibus, innumera in-
lucem ueniunt.

HArmonica medietas est: ubi positis tribus termi-
nis, sicut maximus eorum se habet ad minimum:
ita differentia inter maximum & medium se habet ad
differe-

differentiam inter medium & minimum. Hæc autem medietas cum communiter & differentias & proportiones admittat: tamen neque æqualibus differentijs, neque equalibus proportionibus constituitur. Veluti si inter & 2 media ponantur 3: ibi tripla proportio est maxi-
mi ad minimum: uidelicet 6 ad 2. Eademq; est propor-
tio differentie maximi ad medium: quæ est 3 ad differen-
tiam medij ad minimum: quæ est unitas. nam 3 ad 1 tri-
plam itidem proportionem faciunt: quæ cum extremorum
proportione consentit. Ex hac medietate eliciuntur om-
nes musicæ concentus.

Illud huius medietatis est proprium. In maioribus ter-
minis maior semper est proportio: atque in minoribus mi-
nor. quod contra est in medietate Arithmeticæ. Verbi gra-
tia. cape 6. 3. 2. De quibus 6 ad 3 comparata duplam pro-
portionem habent. 3. uero ad 2. sesquialteram: quæ minor
est: quam dupla.

Alia huius proprietas: quota parte minimi termi-
ni, minimus ipse exceditur à medio: totidem partibus ma-
ximi. medius superatur ab ipso maximo. Verbi gratia: su-
me 6. 3. 2. Duo exceduntur à 3 per dimidium ipsius bina-
rij. quod est unitas. Similiter 6 excedunt 3 per dimidium
ipsius senarij. quod est 3. Rursus huius proprium est. Si
extremi termini proportionum simul iungantur, & to-
tum illud additum multiplicetur per medium: id, quod in-
de proueniet, in dupla proportione se habebit ad illud:
quod ex multiplicatione extremi per extremum produce-

tur. Verbi gratia: sunt 6. 3. 2. Adde 6 ad 2: fient 8: multiplicentur 8 per 3, quæ medium tenent: ex surgent 24. Item si multiplices extremum per extremum uidelicet 6 per 2: prodibunt 12. quæ faciunt: dimidium de 24.

Illud annotandum est, has tres medietates inter duos terminos inueniri posse, utpote inter 10 & 40. quippe si in medio statuas 25, Arithmeticam medietas proditbit. Si ponas 20, medietas Geometrica erit. Si 15, Harmonica medietas nascetur.

QVOMODO PROPOSITIS DVOBUS TERMINIS MEDIUM PROPORTIONALE
SIT INVESTIGANDUM.

Propositis duobus terminis medium Arithmeticum sic exquires. De maiori numero subtrahemini rem: & reliqui dimidium adde minori: ita quod inde exibit, medium proportionale erit. Exempli causa, inter 10 & 40 subductio depræhendit reliquum esse 30. horum dimidium 15 adde minori numero 10. & prodeunt 25. quod medium est quæsum. Vel si libet facilius. Coniunge utrumque extremum: & totius coniuncti dimidium proportionale Arithmeticum erit. Nam si sumas 10 & 40: adde ea simul, fiunt 50. Eas si dimidies: habebis 25 id medium est Arithmeticum.

Quod si inter eosdem terminos 10 & 4, medium pros-

proportionale Geometricum cruxre uoles: alterum in alterum multiplica, uidelicet 10 in 40: et procreabis 400 cuius numeri producti radicem quadratam extrahere oportet: quæ medium proportionale Geometricum erit. radicem autem eam in 20 inuenies.

At si medium proportionale Harmonicum inuenire licet. Primum iunge extrema ipsa, uidelicet 10 & 40. sic surgent 50. Deinde subtrahē minorem de maiore: et reliquum erit 30. differentia utriusq; numeri. quam si in minus extremum, uidelicet 10, ducas: nascentur 300. Eum numerum productum diuide per summam utriusq; extremi coniunctam uidelicet 50 & 6 exhibunt. quæ ad minori termino 10: et prodeunt 16. Hoc est proportionale medium. Harmonicum inter 10 & 40.

QVAE MEDIETATES QVIBVS
rerum publicarum statibus
comparentur.

ARithmetica medietas reipublicæ ad similitatur: quæ à paucis regitur: quod in minoribus eius terminis major sit proportio. Harmonica uero medietas optimatum reipublicæ comparatur: quod in maioribus eius terminis proportio sit maior. At medietas Geometrica, quod in maioribus terminis & minoribus proportionem æqualem seruet: popularem quodammodo rem publicam refert: in qua ciues omnes, & summate, & plebeij, ius & que le uendicant.

Præter has tres medietates præcipuas à ueteribus proditas. Iordanus octo alias. quas collaterales uocat: addidit: quas qui cognoscere uoleat, ab ipso petat licebit. Nos uero, qui de proportionibus tantum ea, quæ ad supputationem in uita necessariam perdescendam, spectant degustare: non uniuersas proportionum uel regulas. uel proprietates attingere decreuimus. cæteras medietates à posteris ad ueritatē proportionalitatum perscrutandam, curiosius adiectas, tanquam ad institutum nostrum non attinentes, omittendas censiimus.

QVOMODO PROPOSITIS DVQ.
bus quibusuis terminis, proportio inter
eos inueniri posſit.

Proposit is duobus terminis quibuscumque. necesse est alterum altero uel maiorem, uel æqualem, uel minorem esse. Itaque si æquales sunt: æqualitatis est proportio, quæ neminem latere potest. Sin autem alter altero maior est, aut minor: quamvis inæqualitatis sit proportio, quæ complures species habet: facile tamen in quam speciem habitudo ea cadat: cognosces ad hunc modum. Maior terminus per minorem continuo secundus est. Eo fiet: ut quot in numero partitionis exit: proportionem de nominet. quæ inter utrumque extremum habetur. Idque perpetuum est: quando maior terminus in comparatione præcedens, maioris inæqualitatis proportionem facit. Veluti si inter 8 & 4 proportionem queris: diuide per 4;

per 4: & in numero partitionis 2 exeunt: quæ denominantia proportionem illam monstranti esse duplum. quam in multiplicium speciem cadere palam est. Similiter si inter 3 & 2 proportionem quæris: 3 per 2 secunda in numero sectionis $1\frac{1}{2}$ proferunt. qui numerus proportionem sesquialteram indicat: quæ in superparticularium speciem cadit. ita inuenies in reliquis. Ceterum si minor terminus in comparatione præcedens. minoris inæqualitatis proportionem facit: tunc præposuio hæc, sub, denominationi proportionis ex numero sectionis eruenda præponenda est. Veluti: si inter 4 & 2 proportio quæ ratur: quia post sectionem maioris factam per minorem & in numero partitionis inueniuntur: subdupla erit proportio. quæ in submultiplicium specie continetur. Si inter 2 & 3 proportionem quæris: quia minor numerus in comparatione præcedit: & secundio maioris per minorem factæ in numero partitionis $1\frac{1}{2}$ inuenit: subsesquialtera proportio erit. quam de superparticularium specie prodire manifestum est. At si quis scire cupit, quemnam sensum afferat hæc præposuio, sub, minoris inæqualitatis proportionibus præposita: illud obseruare oportet. Quemadmodum per singulas maioris inæqualitatis species maior terminus minorem plusquam semel continet: ita per singulas minoris inæqualitatis species, quantum minor à maiore superatur: tantum deest ad integrum maiorem componendum. Quare cum ea minoris ad maiorem comparatio pariat minutias: ad uitandum earum denominas

tionem, ueteres prepositionem hanc, sub, ad singulas mai-
 oris inæqualitatis species addiderunt: tantum deesse si-
 gnificantes ad integrum componendum: quantum maior
 terminus superaret minorem. Verum si exquirere libet:
 quas minutias haec proportiones pariunt: continuo id co-
 gnosces: si minorem terminum, qui in proportione pra-
 cedit: in minutias frangas, secans per maiorem, eo modo:
 quo in minutiarum libro admonuimus. ita ante oculos
 apparebunt minutæ, in quauis minoris inæqualitatis spe-
 cie occurrentes. Exempli gratia. si proportionem inter 4
 & 8 queris: 4 per 8 diuide. & fient $\frac{1}{2}$. que minutæ
 significant 4 partes de 8 adhuc deesse ad integrum com-
 ponendum proportionemq; æqualitatis creandam. Qua-
 tuor uero octauæ ad minimam nomenclaturam redactæ,
 faciunt $\frac{1}{2}$: Ita adhuc aliæ $\frac{4}{8}$, que sunt $\frac{1}{2}$. desunt: ut
 fiat unū integrū. Quo fit manifestum $\frac{1}{8}$, facere dimidium
 illius proportionis, que æquare deberet 8. Sicut è con-
 trario, si 8 ad 4 comparentur: dupla erit proportio: quod
 8 in se capiant bis 4. Similiter si 3 ad 9 comparentur:
 3 per 9 secta proferent $\frac{2}{9}$: que faciunt $\frac{1}{3}$. Et $\frac{6}{9}$ que
 creant $\frac{2}{3}$, desunt: ut æqualitatis proportio ad 9 pro-
 ducatur. ita $\frac{2}{9}$ tertiam partem faciunt illius propor-
 tnis: que 9 æquare deberet. Item si proportionem de 16
 ad 5 uoles scire: sectio maioris per minorem facta de-
 præhendit in numero partitionis $3\frac{1}{5}$. qui numerus cum
 minutis triplam se quinquitam indicat: que in multipli-
 citate superparticularis speciem cadit. Contrà, si de 5 ad 16
 pro-

proportionem queris: s per 16 secta, creant $\frac{9}{16}$. que de 16 partibus solas quinque inueniri demonstrant. Ita desunt $\frac{1}{16}$. ut integrum producatur: & equalitatis proportionis fiat. Ad eundem modum inter quosuis numeros proportionem nullo negocio inuestigare licet. Hec autem ex Euclidis uerbis eruuntur: ubi in libro septimo dicit. Denominatio proportionis minoris numeri ad maiorem diciatur pars, uel partes ipsius minoris: que in maiore sunt. Maioris autem ad minorem, totum, uel totum & pars, uel partes, prout maior superfluit. Quibus uerbis denominationem proportionis, que de minore numero ad maiorem habetur: dicit esse, uel partem unicam: ueluti $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$. uel partes plures: sicut $\frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5}$. quas inuenies eo modo, quo dictum est. Ceterum denominationem proportionis maioris numeri ad minorem, admonet esse uel totum: sicut in multiplici uel totum & partem. sicut in superparticulari. uel totum & partes: sicut in multiplici superpartienti. Liquet itaque in minoris inæqualitatis specie, utramcumque uiam sequare: rem ad idem recidere: siue ad uitandas minutias hinc præpositionem sub, maioris inæqualitatis denominationibus præponas: siue minutias ipsas suis nominibus singulas exprimas.

QVOMODO COGNOSCATVR una proportio alia esse major.

Similes dicuntur proportiones: que eandem denominacionem recipiunt: quas etiam interdum unius

tionem, ueteres prepositionem hanc, sub, ad singulas mai-
 oris inæqualitatis species addiderunt: tantum deesse si-
 gnificantes ad integrum componendum: quantum maior
 terminus superaret minorem. Verum si exquirere libet:
 quas minutias hæ proportiones pariunt: continuo id co-
 gnoscet: si minorem terminum, qui in proportione præ-
 cedit: in minutias frangas, secans per maiorem, eo modo:
 quo in minutiarum libro admonuimus. ita ante oculos
 apparebunt minutæ, in quauis minoris inæqualitatis spe-
 cie occurentes. Exempli gratia, si proportionem inter 4
 & 8 quæreris: 4 per 8 diuide. & fient $\frac{1}{2}$. quæ minutæ
 significant 4 partes de 8 adhuc deesse ad integrum com-
 ponendum proportionemq; æqualitatis creandam. Quia
 tuor uero octauæ ad minimam nomenclaturam redactæ,
 faciunt $\frac{1}{2}$: Ita adhuc aliæ $\frac{4}{8}$, quæ sunt $\frac{1}{2}$. desunt: ut
 fiat unū integrū. Quo fit manifestum $\frac{1}{8}$, facere dimidium
 illius proportionis, quæ æquare deberet 8. Sicut ē con-
 trario, si 8 ad 4 comparentur: dupla erit proportio: quod
 8 in se capiant bis 4. Similiter si 3 ad 9 comparentur:
 3 per 9 secta proferent $\frac{2}{9}$: quæ faciunt $\frac{1}{3}$. Et $\frac{1}{3}$ que
 creant $\frac{2}{3}$, desunt: ut æqualitatis proportio ad 9 pro-
 ducatur. ita $\frac{2}{9}$ tertiam partem faciunt illius propor-
 tnis: quæ 9 æquare deberet. Item si proportionem de 16
 ad 5 uoles scire: sectio maioris per minorem facta de-
 præhendit in numero partitionis $3\frac{2}{5}$. qui numerus cum
 minutis triplam sesquiquintam indicat: quæ in multipli-
 cis superparticularis speciem cadit. Contrà, si de 5 ad 16

proportionem queris: s per 16 secta, ercent $\frac{9}{16}$. que de 16 partibus solas quinque inueniri demonstrant. ita desunt $\frac{11}{16}$. ut integrum producatur: & equalitatis proportionis fiat. Ad eundem modum inter quosvis numeros proportionem nullo negocio inuestigare licet. Hec autem ex Euclidis uerbis eruuntur: ubi in libro septimo dicit. Denominatio proportionis minoris numeri ad maiorem diciatur pars, uel partes ipsius minoris: que in maiore sunt. Maioris autem ad minorem, totum, uel totum & pars, uel partes, prout maior superfluit. Quibus uerbis denominacionem proportionis, que de minore numero ad maiorem habetur: dicit esse, uel partem unicam: ueluti $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$. uel partes plures: sicut $\frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5}$. quas inuenies eo modo, quo di-
stum est. Ceterum denominationem proportionis maioris numeri ad minorem, admonet esse uel totum: sicut in multipli uel totum & partem. sicut in superparticulari. uel totum & partes: sicut in multipli superpartienti. Liquet itaque in minoris inaequalitatis specie, utramcunque utiam sequare: rem ad idem recidere: siue ad uitandas minutias hanc prepositionem sub, maioris inaequalitatis denominationibus preponas: siue minutias ipsas suis non nunibus singulas exprimas.

QVOMODO COGNOSCATVR una proportio alia esse uior.

Similes dicuntur proportiones: que eandem denominacionem recipiunt: quas etiam interdum unius

proportionis, nonnunquam eiusdem, Arithmetici uocantur.
 Maior autem proportio est, quæ maiorem denominatio-
 nem habet. Minor uero, quæ minorem. Denominatio au-
 tem omnis tam grandis esse dicitur: quam numerus est,
 qui eam designat. Vnde si de tripla & quadrupla queratur
 utra earum sit maior: quia maior numerus est quartier-
 narius denominans quadruplam, quam ternarius tri-
 plam denotans: ideo quadrupla maior erit, quam tripla.
 et quintupla, quam quadrupla, sextupla, quam quintupla,
 & sic in infinitum. Ceterū sesquialtera maior est, quam
 sesquitertia: propterea quod sesquialtera denominatur de
 $1\frac{1}{2}$. & sesquitertia de $1\frac{2}{3}$. & quanquam in utraq; nu-
 merus integer & equalis est: minutiae tamen his adiunctae
 sunt inæquales. Porro minores in sesquitertia, nam in frag-
 mentis (uti superius libro secundo admonuimus) quanto
 maior est denominator: tanto minus est fragmentum.
 Quocirca $\frac{1}{4}$ minor est quam $\frac{1}{3}$. sicut $\frac{1}{3}$ minor, quam $\frac{1}{2}$.
 atq; ideo sesquialtera maior est, quam sesquitertia. & ses-
 quiquarta maior est sesquiquinta, sesquisexta q; maior ses-
 quisextima. & sic de ceteris in infinitum: ubi minutiae in
 denominatione occurrunt. Vnde apparet triplam sesqui-
 alteram, utpote de 7 ad 2 maiorem esse, quam triplam ses-
 quitriam. Nihilominus tamen tripla sesquitertia maior
 est, quam dupla sesquitertia, uel dupla sesquialtera, quod
 euenit non ratione minutiarum adiunctarum, quæ maio-
 res sunt in sesquialtera: sed ratione denominationis ex in-
 tegris designatae, tripla enim à 3 denominatur: dupla à 2.

Sed quæ

Sed quæcunq; minutæ per sesqui, denotantur: nunquam unum integrum æquare possunt, quare maior erit proportio triplæ sesquitertiæ: quam duplæ sesquialtere propter maiorem triplæ denominationem.

**QVOMODO PROPORTIONEM
ex pluribus compositam esse cognoscas.**

DE continue proportionalibus prius, deinde de imperialibus dicere destinamus: quomodo in his proportionem ex pluribus esse compositam cognoscas. atque in continue quidem proportionalibus, de tribus quantitatibus admonet nos Euclides ad hunc modum. Si fuerint tres quantitates continue proportionales: proportio primæ ad tertiam dicitur proportio primæ ad secundam duplicata. Quibus uerbis doces. si fuerit proportio primi ad secundum, sicut secundi ad tertium tunc proportio primi ad tertium erit, sicut primi ad secundum, duplicata: id est, ex duabus talibus composita. que compositio cognoscetur per multiplicationem denominationis ipsius proportionis in se. Verbi gratia. Sint tres numeri continue proportionales, dupli ueluti 2. 4. 8. in his proportio inter primum & secundum dupla est. si in maiore incipiat comparatio. alioqui si à minore: subduplicata est. Denominatio autem duplæ uenit à 2. Igitur si 2 in se ducantur: nascentur 4: quæ inter primum numerum & tertium quadruplam esse proportionem denota-

bunt. ita demum: si à maiore incipiat comparatio. alicui
 si à minore subquadrupla erit. Ipsa autem quadrupla est
 dupla duplæ: quia constat ex duabus duplis. Rursus de 4.
 quantitatibus Euclides admonet, inquiens. Si fuerint qua-
 tuor quantitates continuae proportionales: proportio
 primæ ad quartam dicetur proportio primæ ad secun-
 dam triplicata. Quorum uerborum sensus hic est. Si fue-
 rint 4 quantitates continuae proportionales: proportio
 primæ ad quartam erit, sicut primæ ad secundam triplica-
 ta: hoc est prius in se, postea in productum, multiplicata.
 Verbi gratia. sint quatuor numeri tripli continuae pro-
 portionales. Veluti 1.3.9.27. proportionaliter inter primum
 & secundum tripla est: si à maiore incipiat comparatio,
 quæ denominatur à 3. tria autem in se ducta producunt
 9. ipsa autem 9 rursus in 3 ducta procreant 27. que
 viginti septuplam proportionem inter primum & quar-
 cum denotant: si maior incomparatione præcedit. ea au-
 tem est triplice triplicata: quia constat ex tribus triplis. Per-
 inde itaque est, ac si diceretur. Proportio est duarum
 quantitatum simplex intervalum, & habet naturam sim-
 plicis dimensionis: ut linea. Proportionalitas autem in
 tribus, est duplex intervalum, habent unum medium: &
 refert naturam duplicitis dimensionis: ut superficies. Pro-
 portionalitas autem in quatuor, est triplex intervalum,
 habens duo media: & refert naturam triplicis dimensio-
 nis: ut solidi. Similiter si quinque termini continuae pro-
 portionales fuerint: proportio extreorum complecten-

sit proportionem primorum quater. si sex fuerint: quin=
 quies eum capiet. si septē: sexies, & ita deinceps. ut sem =
 per proportio extremorum toties contineat proportio =
 nem primorum: quot sunt omnes termini dempto uno.
 Nam cum proportiones sint interualla quedam: inter =
 uallum autem nisi inter duo extrema esse nequeat: necesse
 est terminos ipsos interualla concludentes, uno plures es= =
 se: quam sint ipsa interualla. Igitur si quatuor termini fu= =
 erint: sicut 1. 2. 4. 8. proportio extremorum, uide= =
 licet 8 ad 1 erit octupla. & quia proportio primorum
 est dupla. & tria sunt interualla: octupla illa constabit ex
 tribus duplis. Si quinque termini fuerint: ueluti 1. 2. 4.
 8. 16. proportio extremorum, uidelicet 16 ad 1 erit se= =
 decupla: que quia primorum proportio est dupla: & 4
 sunt interualla: constabit ex quatuor duplis. qua ratione
 proportio de 32 ad 1 composita erit ex quinque duplis.
 & sic in infinitum. Quo fit manifestum, in proportionali= =
 tate continua proportionem extremorum produci ex o= =
 mnibus proportionibus medijs. Vel si alia uia scire uoles,
 pluribus continua proportionalibus propositis, que pro= =
 portio sit inter extrema, proportionem inter prima duo
 obseruabis: sicut in exemplo proxime dato: ubi dupla erat
 inter 2 & 1. In qua denominator eius in se ducatur: &
 surgent 4. que inter extremos trium terminorum,
 sicuti 1. 2. 4. quadruplam proportionem designant.
 Deinde si denominator ille productus, uidelicet 4 iterum
 ducatur in denominatorem prime proportioni, uideli=

cet 2 : nascetur proportio inter extremos quatuor terminorum, ut puta 1. 2. 4. 8. quæ est octupla. bis enim 4 sunt 8. Rursus si octo in denominatorem primæ proportionis 2 ducantur: fient 16. quæ inter extremos quinq; terminorum, ueluti 1. 2. 4. 8. 16. sedecupla demonstrant proportionem. Denuo si 16 in prime proportionis denominatorem, uidelicet 2, ducantur: prodibunt 32. quæ proportionem inter extremos sex terminorum, utpote 1. 2. 4. 8. 16. 32. denominabunt. & sic in infinitum postrem proportionis denominatorem, productum per denominatorem prime multiplicando, procedere licet. Ita in longa scire continue proportionalium, omnes multiplicationes pauciores per numerum binarium euenient: quam sunt ipsi termini propositi. sicut ex predictis apparet.

QVOMODO IN TERMINIS IMPROPORTIONALIBUS LONGA SERIE CONTINUATIS UNAM PROPORTIONEM EX PLURIBUS COMPOSIAM ESSE COGNOSCAS.

HIC putamus operæ premium pauca quedam obiecter præfari: qui termini sunt improportionales. Sunt autem illi improportionales, inter quos proportionum dissimilitudo cadit. nam sicut proportionum similitudo proportionalitas, sic dissimilitudo improportionalitas uocatur. quæ etiam ipsa, & continua, & separata esse potest. Improportionalitas autem continua est: aut quia

aut quia maior est proportio primi ad secundum, quam secundi ad tertium: & sic deinceps, aut quia minor, uelue inter 1. 2. 6. 24. ubi tres sunt proportiones dissimiles: quemrum prima dupla est, inter 2 & 1 secunda tripla, inter 6 & 2 quæ maior est, quam dupla. tertia quadrupla est, inter 24 & 6 quæ maior est, quam tripla. improportionalitas uero separata siue incontinua est: aut quia maior est proportio primi ad secundum, quam tertij ad quartum: utpote inter 10 & 2 ac 6 & 4: aut quia minor. Huius autem inter proportiones dissimilitudinis, siue continua sit: siue separata duæ species habentur. Altera est: quando maior est proportio primi ad secundum, quam secundi ad tertium in continuis uel quam tertij ad quartum, in separatis. quæ maior improportionalitas nuncupatur. utputa inter 8 & 2, ac 6 & 3.

Altera est, quando minor est proportio primi ad secundum, quam secundi ad tertium, in continuis: uel quam tertij ad quartum, in separatis. sicuti inter 6 & 3 ac 8 & 2. quæ minor improportionalitas appellatur. Ad hunc modum plerique omnes improportionalitatem & diffiniunt, & diuidunt,

Cæterum quomodocumque termini complures siue proportionales siue improportionales longa serie sint continuati: & quantacumque inter improportionales dissimilitudo interueniat: proportionem semper inter primum & ultimum ex omnibus esse collectam, Euclides nos admonet, inquiens. Cum continuatæ fuerint plas-

res proportiones, siue eadem, siue diuersæ: proportio pri-
mi ad ultimum dicitur ex omnibus composita. Quocirca
si plures proportiones, siue similes, siue dissimiles, inter
primum terminum & ultimum mediæ interueniunt: pro-
portio inter ipsos extremos terminos medias pro-
portiones omnes, quotquot fuerint: complectetur. De-
nominationem autem habebit à numero producto ex mul-
tiplicatione denominationum omnium proportionum me-
diarum, nempe primarum duarum, alterius in alteram:
deinde producti cuiusque numeri continuo in quamque
proximam: donec per omnes sit discursus. Nam propor-
tio componi ex duabus proportionibus dicitur: quando
denominatio illius producitur ex ductu denominationum
illarum proportionum alterius in alteram. Similiter ex
pluribus proportionibus componi dicetur: quando de-
nominatio illius producitur ex duarum primarum deno-
minationum alterius in alteram, deinde producti in quem
que proximam ductu usque ad finem. Nec refert ab ul-
tra manu denominationes ipsas multiplicare incipias, si-
ue à dextra, siue à sinistra: dummodo ceptum sequens or-
dinem, per omnes discurras. Idque tam in proportionali-
tate continua, quam in omni improportionalitate perpe-
tuum est.

De proportionalitate autem continua, quamquam ex
prædictis licet id uidere: unum tamen exemplum dare non
grauabimur. Esto, proponantur hi quinq; numeri dupli-
cari. 3. 4. 3. 16. à dextra incipiens inter duos primos 16.

¶ 8 du-

\textcircled{S} duplam proportionem inuenimus. iterum progres-
dentes inter \textcircled{S} & $\textcircled{4}$ aliam duplam deprehendimus. Du-
igitur ille denominationes altera in alteram ductæ quadru-
plam ostendit proportionem inter 16 & 4 . Rursus
procedentes inter 4 & $\textcircled{2}$ aliam duplam cernimus. quæm
in denominationem prius ex alijs productam uidelicet qua-
druplam ducentes, octuplam formatimus. sic inter 16 &
 $\textcircled{2}$ octuplam comperimus. Denuo progradientes inter $\textcircled{2}$
& $\textcircled{1}$ duplam etiam num habemus. eam autem in octuplam
priorēs complectentem, ducentes, sedecuplam tandem pro-
ducimus. quæ proportio inter 6 & $\textcircled{1}$ inuenitur medias
omnes complectentes. Itidem in omnia lia proportionali-
tate continua euenerit: quotcumque proportiones in ea con-
nectantur.

Nunc exempla de improportionalitate demus: quan-
do proportiones dissimiles inter primum & postremum
interueniunt. Et exempli causa sumamus hos quatuor
numeros $1.2.6.24$. inter quatuor hos numeros tres sunt
proportiones. quarum prima, inter 2 & $\textcircled{1}$ est dupla.
secunda, inter 6 & $\textcircled{2}$ est tripla. tertia, inter 24 & 6
est quadrupla. Igitur si scire uoles: quæ proportio sit in-
ter extrema, uidelicet 24 & $\textcircled{1}$: inuestiga primum pro-
portionem inter duo prima, uidelicet 2 & $\textcircled{1}$: & du-
plam habebis. iterum inuestiga inter 6 & $\textcircled{2}$: & tri-
pla tibi occurret. quæ denominationes altera in alteram
ductæ procreant sextuplam. ea erit proportio inter 6 &
 $\textcircled{2}$. Deinde si progredivs queris proportionem inter 24 .

\varnothing & 6: quadruplam inuenies. ea autem si in denominatio-
nem ex prioribus collectam uidelicet septuplam ducatur:
viginti quadrupla nascetur. quam proportionem ex du-
pla tripla & quadrupla compositam uidere licet. In hoc
exempli minor improportionalitas continua est: si à si-
nistra in dextram tendas: & à maioribus terminis ad mi-
nores comparationem in singulis proportionibus facias:
anti nos iam fecimus.

Similis compositio proportionis inter extrema erit:
etiam si proportiones omnes ex integris & minutis, vel
minutis solis sint denominatae. Quod ut magis appareat:
exempli gratia sumamus hos quatuor numeros 4. 6.
8. 10. inter quos tres proportiones dissimiles habentur.
uidelicet inter 6 & 4 sesquialtera. inter 8 & 6
sesquitertia. inter 10 & 8 sesquiquarta, quarum pro-
portionum denominatores capiamus. uidelicet pro sesqui-
altera $1\frac{1}{2}$. pro sesquitertia $1\frac{1}{3}$. pro sesquiquarta
 $1\frac{1}{4}$. Ipsorumq; priores duos alterum in alterum duca-
mus, eo modo: quo in minutiarum libro edocuimus. ita
producetur denominator proportionis ex ambabus com-
positae. Deinde productum ex illa multiplicatione deno-
minatorem iterum in tertiae proportionis denominato-
rem ducentes, procreabimus denominatorem illius pro-
portionis: quæ ex tribus illis componitur. Igitur si à pri-
oribus duobus incipientes $1\frac{1}{2}$ in $1\frac{1}{3}$ ducamus: ena-
scetur 2. quæ de sesquialtera & sesquitertia duplam
proportionem componi demonstrant. Deinde 2 in $1\frac{1}{4}$
ducas

ducamus: & producentur $2\frac{1}{2}$, qui numerus proportionem de tribus illis uarijs compositam duplam sequebitur alteram denominabit. quæ proportio erit inter extremos omnium illarum proportionum terminos, uidelicet $10 \& 4$. In hoc exemplo maior improportionalitas continua est: si à sinistra incipias, & maiores terminos ad minores comparans in dextram tendas. utinam iam fecimus.

Iam uero exemplum demus: quando improportionalitas separata siue incontinua occurrit, nam Euclidis regula, quæ instar oraculi, neminem fallit: de ea etiam idem præcipit. Itaque conferamus hos quatuor terminos: ad 2 propiore proportione: & 6 ad 3 pro posteriore. inter priores duos, est quadrupla quæ maior est quam ea quæ inter posteriores dupla est, atque ea propter maior improportionalitas in his reperitur. & tamen proportio inter primum terminum prioris proportionis, & ultimum posterioris, ex omnibus proportionibus medijs composita comperietur: atque etiam ex illa: quæ duas utrinque positas media disiungit, ea est inter 1, quæ fiunt in fine prioris proportionis: & 6 quæ sunt in initio posterioris. Id autem per regulam modo datam fiet manifestum. Nam si quis à sinistra ab octo faciens initium in dextram tendat: inter 8 & 2, quæ prima occurruunt: quadruplam habebit. Deinde progrediens inter 2 & 6: quia minor terminus in comparatione præcedit: subtriplam comperiet: quæ minoris inæqualitate

sis est proportio. atq; ideo sicut superius monstrauimus: per minuras suas denominandi: uidelicet $\frac{2}{3}$. que sunt $\frac{1}{3}$. ita si $\frac{1}{3}$ que hanc proportionem denominat: ducatur in 4 que denominant priorem: nascetur $\frac{4}{3}$. que unum integrum & unam tertiam facientes, sesquiterciam proportionem inter 8 & 6 ex duabus prioribus componi demonstrant. Rursus progradienti inter 6 & 3 proportio dupla occurrit. que, quia a 2 denominatur: 2 in productum ex priore multiplicatioe denominationem, uidelicet $1\frac{1}{3}$ ducantur. & in numero producto $\frac{8}{3}$ comprehendentur. que, si ad integras reducas: inuenientur $2\frac{2}{3}$. que duplam superbit tertiam proportionem inter 8 & 3 manifestant. quam ex tribus illis medijs compositam esse, per regulam Euclidis explicavimus. Id quod paulo aperiens de industria fecimus: ut nihil inter esse monstraremus: qui termini medij inter extreemos interueniant: eti im si maiore extremo sint maiores: aut minores minore. Quinquam sunt, qui putant, si id fiat: maiores in medio proportiones nonnunquam occursuras: quam que est inter primum & ultimum: & fieri posse negant: ut pars suo toto sit maior. Veruntamen id nihil obstabu: quo minus proportio inter primum & ultimum ex omnibus medijs colligatur. Nam nunquam accidet: ut maior in medio proportio, quam que inter primum & ultimum est: intercedat: quin simul alia minoris inaequalitatis proportio media etiam reperiatur: que cum maiore copulata tantum auferet: quantum illa numerum redundat: ut procreatio.

creatio proportionis inter primum & ultimum ex medijs omnibus ad aequalitatem perducatur. Et si pergis quæ rere: quomodo fieri possit: ut proportioni adiuncta proportio quicquam ab ea detrahatur: facile est explicatu: si quis proportionum naturam pernouit. Omnis namque proportio maioris inæqualitatis alteri majoris inæqualitatis addita, proportionem crebat alterutra maiorem. At omnis proportio minoris inæqualitatis alteri minoris inæqualitatis adiuncta, minorem, quam alterutra sit: profert. Cæterum quando altera majoris inæqualitatis proportio, & altera inæqualitatis minoris copulantur: proportio. quæ procreatur minor est, quam quæ maioris est inæqualitatis: & maior, quam quæ minoris. Quo fit: ut non omnis proportionum collectio semper augeat. Itaque quando proportionem, quæ est inter primum & ultimum: ex medijs constare Mathematici tradunt: hoc exprimunt ex omnibus medijs proportionibus eam colligi. quamvis non tota unaquæque media semper sit pars illius: quod interdum illa proportionum copulatio deirahat. quod cum acciderit: quicquid de singulis non detractum restabit. partis uicem præstabit in ea proportione, quæ est inter primum & ultimum. Rem illustremus exemplo, in quo & maiore extremo termino maiorem, & minore minorem interponamus. capiamusq; hos quatuor terminos 2. 1. 20. 16. inter quos si 2 ad 1 & 20 ad 16 cōparemus: maior impropotionalitatis separata habebitur. Nihil refert ab ultra manu multiplicatio initii su-

mat : dummodo ceptum ordinem progrediendo seruet .
 Igitur à sinistra , si libet ordiamur . ubi inter 2 & 20 du-
 pla proportio inuenitur , at inter 1 & 20 subiungindu-
 pla : quæ proportio progrediendi proxima occurrit : &
 his minutis exprimitur $\frac{1}{20}$. Ideo numeros has duas pro-
 portiones denominantes , alterum in alterum ducamus : ut
 delicit 2 in $\frac{1}{20}$. & producentur $\frac{2}{20}$. quæ faciunt
 $\frac{1}{10}$. & subdecuplam proportionem inter 2 & 20 ex
 prioribus illis duabus compositam indicant . rursus inter
 20 & 16 sesquiquarta occurrit . quo circa numerum eum
 denominantem , uidelicet $1\frac{1}{4}$ ducamus in denominatio-
 nem illam ex prioribus productam , uidelicet $\frac{1}{10}$ & pro-
 ducentur $\frac{5}{40}$. quæ faciunt $\frac{1}{8}$. & suboctuplam pro-
 portionem , inter 2 & 16 ex omnibus medijs propor-
 tionibus compositam esse manifestant . Vides igitur nihil re-
 ferre , qui termini inter primum & ultimum medijs inter-
 ueniant : dummodo multiplicatio ab altero extremo ad al-
 terum progrediens , ceptumq; seruans ordinem nihil re-
 get : neq; minoris inequalitatis proportio pro maioris su-
 matur . id quod multos sæpe fallit . Regula namque ab Eu-
 clide data generalis est : siue proportiones eadem , siue
 diuersæ fuerint . id est : siue proportionales , siue impro-
 portionales termini occurrant .

Quamobrem quod de improportionaliate separata
 dicimus , proportionem inter primum & ultimum ex
 medijs omnibus constare : multo magis in separata pro-
 portionalitate uerum erit ; in qua proportiones inter pri-

num & ultimum partim similes, partim sunt dissimiles. Veluti si compares 4 ad 2 & 5 ad 3: in his terminis tres proportiones habentur. quarum duas similes tertia media dissimilis disiungit. Hic 4 ac 2 collata duplam creant. ea prima est proportio. iterum 2 ad 5 collata, subtriplam proportionem medium, quae duas similes utrinque disiungit: monstrant. Quocirca 2 in $\frac{1}{3}$ ducta profarent $\frac{2}{3}$. quae subsesquialteram proportionem inter 4 & 5 ostendunt. Rursus inter 5 & 3 dupla inuenitur, primæ similis: quæ in productam subsesquialteram ducenda est. nempe 2 in $\frac{2}{3}$. & producentur $\frac{4}{3}$. quæ sesqui- tertiam proportionem inter primum extremum terminum primæ proportionis, & ultimum secundæ pateficiunt. quam ex duabus similibus proportionibus extremis, tertiaq; media dissimili compositam esse liquet. Ad eundem modum fiat: quotcumque & quæcumque proportiones. siue similes & eadem, siue dissimiles & quantumcumque variæ inter primum terminum & postremum medie interueniant.

Queret fortasse quispiam: quorū sum de proportionum compositione prius monstratum est in continue proportionalibus? Deinde in improportionalibus tam continue quam separatim? & demum in separatis proportionalibus? quando una præcepito pro omnibus sufficere potuisse. In prompturatio est. Euclidem secuti sumus: qui de proportionum compositione in quantitatibus continue proportionalibus prius docere, atq; ita per faciliora dif-

centium animos ad magis ardua præparare uoluit: quam regulam hanc enarratam tam multos recessus tamq; uarietates anfractos habentem explicaret.

QVANDO PROPORTIO QVAE-
uis occurrit: quomodo proportiones alias
ipsam componentes inuestigabis.

Qui proposita proportione qualibet, putat se posse dicere: quot & quales aliæ proportiones eam componunt: in chaos maximum incidit imprudens. Sexcentæ namque, immò uero infinitæ proportiones exquiri possunt: ex quibus quævis conflari potest. id quod mox apparebit. Quamobrem quot proportiones quamque formare queant: enarrare nemo potest. quippe cum sint innumeræ. Cæterum complures inueniri possunt: ex quibus quævis proportio constet. Nam proposita proportione qualibet, ea (necessæ est) duos terminos habeat. inter quos, si nisi unum medium apponens: hi tres termini duas proportiones capient: ex quibus ea, quæ inter extremos est: omnino componetur. Porrò cum multis modis terminus mediis uariari possit: multæ & uariæ proportiones per id enasci poterunt. Id quod hoc exemplo fiet manifestum. Inter 16 & 1 sedecupla proportio est, inter quæ si medium terminum & interponamus: per hoc inter 16 & 6 proportio dupla superbitertia habetur. at inter 6 & 1 sextupla est proportio. Vnde liquet proportionem sedecuplam, que est in-

est inter extrema: ex his duabus medijs constare. Id ita
habere probabis: si duas illas medias denominationes al= teram in alteram ducas. nam & quæ sextuplam denomi= nant: ducta in $2\frac{2}{3}$. quæ denominant alteram: 16 pro= ducunt. quæ sedecuplam proportionem inter extrema demonstrent. Quo sit manifestum, duplam superbiterti= am & sextuplam componere sedecuplam. Quod si inter eadem extrema alium terminum medium ponas: aliæ pro= portiones orientur. Vt pote si s interseras. Eo fiet, ut inter 16 & s dupla oriatur. at inter s & 1 octu= pla habebitur. quæ denominationes, altera in alteram du= tæ, sedecuplam iterum creabunt. Quaratione sedecu= pla ex dupla & octupla conflata erit. At si inter ipsa ex= trema plures termini sint interpositi: plures ita propor= tiones enascentur. quas uniuersas ea, quæ inter primum & ultimum est: complectentur. Veluti si 5.6.8. statuamus inter 1 & 16: ut hic sit ordo 1.5.6.8.16. inter quin= que hos terminos quatuor diuersæ proportiones haben= tur, inter 5 & 1 quintupla. inter 6 & 8 sesquiquinta= ligitur s quæ quintuplam denominant: ducta in $1\frac{1}{3}$. quæ denominant sesquiquintam: procreant $\frac{3}{5}^o$. quæ 6 inte= gra faciunt: & sextuplam proportionem inter 6 & 8 ex ambabus compositam indicant. Deinde progrediens inter s & 6 sesquitertiam compieries. Ita $1\frac{1}{3}$ mul= tiplices in 6, quæ ex prioribus productam propor= tionem denominant: produces $\frac{2}{3}^o$. quæ ad integra redu= ta faciunt s: & octuplam inter s & 1 designant.

Rursus progredere: & inter 16 & 8 dupla tibi occurret.
 igitur & si in 8. quæ ex priorum denominationum multiplicatione proxima producta sunt, ducas: tandem produces 16. quæ sedecuplam proportionem inter 16 & 1 denominant. Quo sit manifestum. sedecuplam proportionem ex quintupla. sesquiquinta, sesquitertia, & dupla compositam esse. igitur cum terminos inter extrema interponendos, innumeris modis per minutias in quas singuli frangi possunt: uariare licet: manifesto liquet, proportione proposita nequaquam explicari posse, quot & quæ proportiones eam possint componere: cum infinita uarietas unam atque eandem proportionem producat. Id quod per exempla iam data uidere licet: nam ut multæ proportiones, ex quibus quævis constat: facile inuenientur: ita omnes exquirere, quæ eam formare possint, infiniti operis erit.

Q VOMODO CVIVS Q VEPRO-
 portionis uel ambo extrema, uel alterum
 per numerum ipsam denominantem
 inueniri possint.

OMnis proportio duo extrema habet. quorum si id, quod maius est: atq; una ipsam proportionis denominationem cognoscimus: diuisio ipsius noti extremitatis per numerum, eam proportionem denominantem facta ignoratum extremum minus in numero partitionis paterfa ciet. Exempli gratia. Esto, proportio dupla proponatur:

cuius

cuius maius extre^{mum} nobis notum sit 10. si minus extre^{mum} eruere uolumus: 10 per duo, quæ duplam denomi= nant: secantes, in numero partitionis 5 inueniemus. sic ex= tremū minus in lucem prodibit. At si proportionis deno= minatione cognita, minus extre^{mum} nobis erit notum: & maius ignoratum exquirere uelimus: ipsum minus extre^{mum} in proportionis denominationem ducamus: & nume= rus productus maius extre^{mum} erit. Veluti si de propor= tione tripla minus extre^{mum} sciamus esse 6 tria, que tri= plam denominant: in 6 ducamus. & nascetur extre^{mum} maius: uidelicet 18. Cæterum si denominatione proportio= nis cognita, neutrum eius extre^{mum} habeamus notum nu= meros quoscumque. qui eam proportionem forment: pro= arbitrio apponere poterimus.

Hactenus de proportionum origine, generibus quod ea= rum, & compositione. Nunc restat, ut de earum Additio= ne, Subductione, Multiplicatione, & Diuisione dicamus. Id quod huius libri initio studiosis polliciti sumus.

DE PROPORTIONVM Additione.

Additio proportionum, siue continuæ sunt, siue se= paratae: siue similes, siue diuersæ: fieri debet ad e= um modum, quem paulo superius explicauimus. ut in lon= ga proportionum serie, primarum duarum denomina= tio ducatur altera in alteram. Deinde proportionis per

hoc productæ denominatio, in proximam denominatio-
nem ducatur. atque ita deinceps productæ cuiusque deno-
minationis multiplicatio in quanque proximam, usque in
finem peragatur. quo cum uentum erit: postremo produ-
cta denominatio, uelut summa quædam, proportionem
monstrabit omnes complectentem. Et quanquam exem-
pla de proportionū compositione iam antè data, possunt
sufficere: unum tamen apponemus, in quo proportiones
partim continuas, partim separatas: partim similes, par-
tim diuersas, connectemus. Esto, septem hi numeri pro-
ponantur 30. 24. 12. 6. 4. 2. 1. inter hos septem nume-
ros interualla sex sunt: & totidem proportiones. Quare
à sinistra incipientes, singulosq; numeros maiores ad mi-
nores comparantes, inueniemus primam proportionem
sesquiquartam: secundam & tertiam duplas: quartam
sesquialteram: iterum quintam & sextam duplas. Omnes
has denominations sic addemus. Primam denominatio-
nem sesquiquartam, inter 30 & 24 in secundam du-
plam inter 24 & 12 ducentes, procreabimus duplam
sesquialteram: quæ est inter 30 & 12. Deinde pro-
ductam illam duplam sesquialteram in proximam duplam
inter 12 & 6 ducentes, formabimus quintuplam inter
30 & 6. Rursus quintupla illa producta in proximam
sesquialteram inter 6 & 4 multiplicata, producet se-
ptuplam sesquialteram inter 30 & 4. Denuo septu-
pla sesquialtera illa producta. si in duplam proximam in-
ter 4 & 2 ducatur: enascetur quindecupla inter 30

¶ 2. Demum quindecuplam illam in postremam duplam
multiplicantes , producemos trigintuplam inter 30. & quæ proportionis inter primum & ultimum sic formata, ue-
lut summa quædam proportiones medias omnes intra se
complectetur . Hoc modo proportiones quæ sunt nume-
rorum inter se habitudines : per additionem in unam sum-
mam aptissime colliguntur . Nonnullis autem alia via pro-
portiones sic addere placet: ut earum omnium , quas sunt
adituri: terminos priores à sinistra notent alium sub alio :
atque à dextra posteriores earum terminos prioribus ē
regione opponant . Postea priorem terminum primæ pro-
portionis in priorem secundæ multiplicant . numerumq;
productum statuunt priorem terminum proportionis ex
ambabus compositæ . Deinde posteriorem terminum pri-
mæ proportionis in posteriorem secundæ ducunt . Et pro-
ductum similiter faciunt posteriorem terminum compo-
sitæ . Porro si proportiones plures addendæ fuerint; tertię
proportionis priorem terminum in priorem terminum
ex primis duabus compositæ ducunt : Et productum sta-
tuunt terminum priorem ex tribus illis compositæ . poste-
rioremq; terminum tertię , in posteriorem ex duabus pri-
mis compositæ ducentes, productum terminum apponunt
posteriorem ex tribus illis compositæ . Et sic ulterius, pri-
orem terminum cuiusque proportionis compositæ , in
terminum priorem proximæ cuiusque proportionis ad-
dendæ , & posteriorem cuiusque compositæ in posterio-
rem cuiusque addendæ , ducunt, usque in finem . Quo fit;

ut inter terminos postremo productos, proportio enascatur omnes priores complectens. Exemplum afferamus. Sint hæ tres proportiones addendæ: prima sesquitertia inter 4 & 3. secunda sesquialtera inter 3 & 2. ter= tia dupla inter 2 & 1. Si primæ proportionis priorem terminum 4 duces in 3 priorem secundæ, creabis 12. qui terminus erit prior proportionis compositæ. Et si 3 posteriorem terminum primæ duces in 2 posteriorem secundæ: produces 6, qui terminus posterior compositæ proportionis erit. Ita producti illi termini 12 & 6 duplam proportionem habentes indicant ex sesquitertia & sesquialtera simul additis, fieri duplam. Id quod etiam denominations ipse, altera in alteram ductæ, probant. Nam uero si priorem terminum proportionis composite, uidelicet 12 in tertiae proportionis priorem terminum 2 multiplices: prodibunt 24. qui terminus erit prior proportionis ex tribus compositæ. Et si 6 posteriorem terminum compositæ in posteriorem tertiae 1 duces: nihil nisi ea ipsa 6 habebis. qui terminus erit posterior proportionis ex tribus collectæ. Ita proportio inter productos terminos 24 & 6, monstrat ex sesquitertia, sesquialtera, & dupla simul additis, nasci quadruplam. Nam, ut inquit Euclides: Omnia duorum numerorum compositorum proportio unius ad alterum, est ex laterum suorum producta proportionibus. Latera autem numerorum appellantur: quorum multiplicatione numeri producuntur. Id quoque uerum esse, proportionum denominations, alia in aliam

aliam (sicuti præcepimus) ductæ , manifesto probant . Hic proportionum addendi modus per earum terminos multiplicatos , uti diximus : productorum terminorum mutuas habitudines obiter commonstrat . Cæterum modus ille superior denominations proportionum , alias in alias ducendi , multo apertius indicant collectam earum sumam .

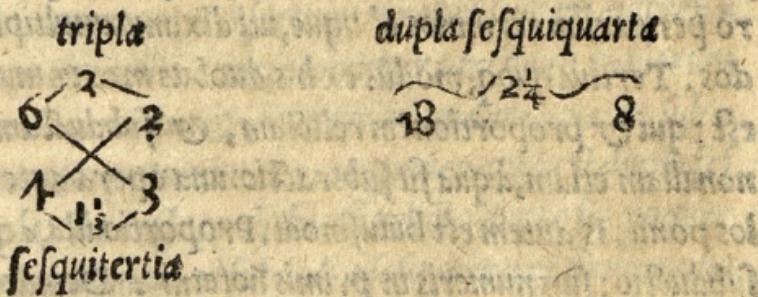
DE PROPORTIONVM Subductione .

SVbductio proportionum monstrat , quando aliæ proportiones ab alijs subtrahuntur : quæ proportiones restabunt . Ea autem tum demum fieri potest : si minores sunt : quæ subducuntur , quām à quibus fit subductio : nel si sunt eis æquales . Neque enim per rerum naturam , quod maius est , ex minore demi potest . Quamobrem plurimum iuuabit meminisse , proportiones eas alijs maiores esse : quæ maiores alijs denominations habent : minores autem , quæ minores . Id quod superius admonuimus . Porrò modulus subducendi proportiones longe facillimus hic est . Denominatio proportionum earum , quæ subducenda sunt : & earum , à quibus fit subductio : per numeros ipsas designantes , seorsum annotentur . Deinde numerus denominans proportionem , à qua fit subductio : diuidatur per numerum , qui denominat proportionem subducendam . & numerus sectionis proportionem ex ea subductione relictam designabit . Et ut exempla rem magis aperiant .

Esto, proportio sesquialtera subduci à dupla debeat
 quæ duplam denominant diuisa per $1\frac{1}{2}$. qui sesquialteræ
 dant nomen: in numero sectionis proferunt $\frac{4}{3}$. quæ ad in-
 tegra reductæ, faciunt $1\frac{1}{3}$. atq; ita monstrant sesquiter-
 tiam ex ea subductione relictam. Certum specimen est
 rectè subducendum esse: si proportio relicta ad subductam
 addita proportionem instaurat: à qua subducta fuit, sicut
 fit in numeris. Sesquitertia namq; ad sesquialteram addi-
 ta, per alterius in alteram ductum, duplam iterum in nu-
 mero sectionis format. Aliud exemplum demus, sesqui-
 quartamq; subducamus à dupla sesquialtera $2\frac{1}{2}$. quæ de-
 nominant duplam sesquialteram, secta per $1\frac{1}{4}$, quæ de-
 signant sesquiquartam: in numero sectionis monstrant
 $\frac{2}{1}\frac{1}{2}$. quæ sunt duo integra: et duplam proportionem ex
 ea subductione superesse monstrant. Rursus si libet cape
 specimen relictamq; duplam ad sesquiquartam adde, du-
 cens alteram in alteram: et in numero sectionis dupla
 sesquialtera iterum redibit.

Alius etiam modus proportiones per earum terminos
 subducendi, traditur à quibusdam. Porro proportionem
 utramq; et quæ subduci, et à qua subductio fieri, debet:
 minimis notant numeris: qui eas proportiones habeant:
 quo facilius reddatur opus. proportionem autem, à qua
 sit subtractio, suprà scribunt: quæ uero subducenda est,
 infra: ut termini terminis respondeant: priori prior-poste-
 riorq; posteriori. Deinde priorem terminū proportionis
 eius, à qua sit subductio: in posteriorem auferendæ,
 posterio-

posterioremq; eius terminum in auferendæ priorem, oblique in formam crucis, ducunt: et terminos ex his duabus multiplicationibus productos statuunt esse relictæ proportionis terminos. Exempli gratia, à proportione tripla inter 6 & 2 subducatur sesquitertia inter 4 & 3. In hac subductione 6 in 3 ducta, creant 18. & ducta in 4, proferunt 12: inter quos terminos productos, uidelicet 18 & 12 proportionis dupla sesquiquarta reperitur: quæ ex sesquitertia subductione de tripla resiliuntur.



SUBductionem hanc recte factam esse probabis: si proportionis relictæ denominationem addes ad subductæ: sicuti modo diximus. Vel si maius: proportionem relictam ad proportionem subductam addæ, per alterius terminos in alterius ducendos: sicuti proximo capite docuimus. quandoquidem illa etiam uia redibit proportion: à qua subductio facta est, nam si 18 priorem terminum relictæ, ducas in 4 priorem subductæ: fient 72 & si 12 posteriorem terminum relictæ ducas in 3 posteriorem subductæ: surgent 24, quæ proportionem illam

fuisse triplam, à qua subductio facta est; designant.

Quod si plures proportiones ab una subduci debent: prius in unam proportionem, uelut in summam quandam omnes sunt addendæ: & tum demum ad eius subductiō nem procedendum, modo non sit facta maior: quam ea, à qua subductio fiet. Porrò sunt nonnulli: qui singulas seorsum subducunt. Ceterum maiorem ea res laborem pariet: quam si quis omnes subducendas prius in summam colligens, unicam subductionem faciat.

Proportionum itaq; subtractionem duobus his modis fieri uides, Altero per denominationum sectionem. Altero per earum terminos oblique, uti diximus: multiplicandos. Tertius quoq; modus ex his duobus mixtus inuentus est: qui & proportionem relictam, & subductam, nec non illam etiam, à qua fit subtractio: una opera ante oculos ponit. Is autem est huiusmodi. Proportio illa, à qua fit subductio: suis numeris in primis hotetur. Deinde inter maiorem illius terminum & minorem tertius numerus medijs apponatur: ad quem ea proportione maior terminus se habeat: qua sit ipsa proportio, quæ subduci debet. Ita inter numerum medium & terminum minorem inuenietur ea proportio: quæ ex subductione restabit. Exempli gratia. A proportione tripla inter 6 & 2 subducimus sesquitertiam. Postquam notata sunt 6 & 2: numerus exquirendus est: ad quem maior terminus, uidelicet 6 proportione sesquitertia, quæ subducenda est: se habeat. Eum autem numerum facile inuenies: si memo=riate.

ria tenes regulam, quam suprà enarrauimus. Quæ est huiusmodi. Quando maior terminus proportionis cuiusvis unà cum eius denominatione notus est: si ipsum terminum per proportionis illius denominationem diuidas: minor terminus ignoratus ex numero sectionis inuenietur, igitur & illa, quæ si sesquitertiæ proportionis, quam inuestigauimus: maiorem terminum præstant: per eius denominationem $1\frac{1}{3}$ dividenda sunt. & numerus partitio-
nis proferet $\frac{1}{4}\frac{8}{9}$. quæ faciunt $4\frac{1}{2}$. Is terminis minor erit proportionis sesquitertiæ inter & $4\frac{1}{2}$. Deinde postquam per comparationem maioris extremi ad medium numerum intersertum, proportionem auferen-
dam deprehendisti: rursus compara medium numerum ad extreum minus: & proportionem eam, quæ ex sub-
ductione relinquetur, inter eos reperies, quæ est dupla se-
quiquarta. Id ita esse probabis: si relictæ duplae sesquitertiæ denominationem ad subductæ sesquitertiæ (sicuti mon-
strauius) addes, rursus namque nascetur proportio tri-
pla. per hanc subducendi uiam, tres proportiones simul
ante oculos licet cernere, unam, à qua subducimus. alte-
ram, quam subducimus. tertiam, quam relinquimus. Iti-
dem etiam apparent singularum termini. Ad hæc propor-
tionum differentiæ, quæ ex subductione oriuntur, patef-
unt per hunc modum.

tripla

$$\frac{6}{2} \cdot \frac{4\frac{1}{2}}{2}$$

sesqui=
tertiadupla sef=
quiquarta

Proportionum igitur additio multiplicationi numero
rum similis esse uidetur. At earum subductio magnopere
diuisionis. præsertim eius, quæ fit in minutis: similitudi-
nem refert. Id, quod ea, quæ hoc capite, & proximo sunt
dicta: manifestum faciunt.

DE PROPORTIONVM

Multiplicatione.

Multiplicatio proportionum longe diuersa est ab
ea, quæ fit in numeris. Numerus namque est uni-
tatum collectio. At proportio numerus non est: sed ipso
rum numerorum inter se respectus & habitudo: que
nisi inter duos minimum, numeros esse nequit. Igitur pro-
portionem per proportionem, uelut per quendam nu-
merum, multiplicari, sensus communis non admittit.
Ceterum quando proportio proportioni est addenda:
numeri ipsas denominantes, aut ipsarum termini, per a-
liarum denominations, aut terminos multiplicari pos-
sunt: sicuti supra de earum additione facienda dictum est.
Quæ denominationum aut terminorum multiplicatio est
additio ipsarum habitudinum. Ita proportionum diuersa=

rum

rum collectionem in unam summam: uulgas multiplicati-
onem putat, quod per eam fiat: cum tamen sit additio.
Quare proportionum aliarum per alias multiplicatio,
eo modo, quo fit in numeris: nulla proprie esse potest.

Verum si per proportionum multiplicationem intelli-
gis similem & continuam generationem plurium nume-
rorum proportionalium ex una stirpe nascentium, & se-
cundum datam proportionem minimorum: ea fiet ad hunc
modum. Proportio quaevis, cui complures similes continu-
are cupis: minimis numeris, qui eam proportionem habe-
ant: uelut stirps quædem, ex qua cæteræ prodituræ sunt:
notetur. Deinde prior eius terminus in se multiplicetur:
productusq; numerus signetur, iterum idem terminus du-
catur in posteriorem . productusq; secundus apponatur
numerus. Tertio posterior terminus ducatur in seipsum.
numerusq; productus tertius tertio loco statuatur. atque
ita inter tres illos productos terminos duo interualla ha-
bentur: & due proportiones stirpis. ex qua ductæ sunt:
similes nascuntur, eaq; proportio, quæ inter eorum ex-
tremos est: duas alias medias complectitur. Exempli gra-
tia. proportionem sesquialteram signemus his numeris
3 & 2. ducamusq; 3 in se, & nouem surgent, Ita-
rumq; 3 in 2 ducamus: & fient 6. Deinde 2 in se
multiplicemus: & prodibunt 4. inter quos tres numeros
productos 9. 6. 4. duæ proportiones sesquialteræ con-
tinuantur. & inter primum 9 & ultimum 4 dupla
sesquiquarta ex illis duabus sesquialteris, composita inue-

nitur. Et quia 9 & 4 illorum trium terminorum continuæ proportionalium extremi, contra se sunt primi: ideo tres illi secundum datam proportionem sunt tres minimi. Nam secundum Euclidem, Si numerorum quotlibet continuæ proportionalium duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes, secundum suam proportionem in totidem numeris sumptam, minimos esse necesse est. Quod si quatuor numeros eadem proportione procreare uolumus: primum terminum stirpis in omnes tres numeros productos singulatim ducamus: numerosq; ex his denuo productos seorsum notemus. Deinde secundum terminum stirpis multiplicemus in tertium productum solum. & numerus ex hoc productus quarto loco signetur. Igitur in exemplo priore quatuor numeros & tres sesquialteras procreatur, primum numerum productum, uidelicet 9 in 3 ducamus: & surgent 27. Iterum & secundum productum in 3 ducentes, 18 formabimus. Rursus 4 tertium productum in 3 multiplicantes producemus 12. Demumq; secundum terminum stirpis, uidelicet 2 in solidum tertium numerum ante productum, uidelicet 4. ducentes, efficiemus 8. qui quartus erit numerus. inter quos quatuor numeros proportiones sesquialteræ tres habentur. & proportio inter primum 27, & ultimum 8, ex tribus illis coaceruata comperietur, tripla super tripartiens octauas. Et quoniam 27, & 8 qui quatuor illorum continuæ proportionalium extremum locum teneant: sunt contra se primi: ideo quatuor illi secundum datum

tam proportionem sunt quatuor minimi. Eodem modo priorem terminum stirpis ducentes in omnes quatuor illos numeros ultimo productos, notantesq; numeros rursum producendos, et deinde posteriorem stirpis terminum in solum quartum postremo productum multiplicantes, formabimus quinque numeros, & quatuor continuas proportiones sesquialteras. Sicq; etiam ulterius quotlibet numeros eadem proportione continue formare licet. uti subiectæ notæ monstrant.

81.	54.	36.	24.	16.
27.	18.	12.	8.	
9.	6.	4.		
3.	2.			

Quod si cui proportionem per numerum aliquem multiplicare libet: tunc proportionis denominatio uelut aliqua alia res numerata accipietur. & ideo quot unitates in numero producto reperientur: totidem proportiones illius denominationis per numerum illum productum designabuntur. Veluti si unam triplam per numerum ternarium multiplicare uelimus: surgent 3 triple, si duas triples in ternarium ducamus: fient 6 triple. Similiter si unam quadruplam per ternarium multiplicemus: prodibunt 3 quadrupla. si 2 quadruplas ternarium ducamus, oriuntur 6 quadrupla, & sic de alijs fiat.

DE PROPORTIONVM
Divisione.

Divisio proportionis fit: quando inter eius extrema duel unus terminus medius, uel plures interponuntur, quo fit, ut diuidenda proportio in totidem alias proportiones secetur: quot interualla inter eius extrema ex illa interpositione oriuntur. qua de re superius abunde diximus: quando docuimus, Quomodo proportione qua uis occurrente, proportiones alias ipsam componentes inuestigares. Exempla illic explicata hic tantum attingemus. Si proportionem diuidendam partiri in duas proportiones cupis: unicus terminus intserendus est. Vetus si in sedecupla proportione inter 15. & 1. interponas s: in duas proportiones eam secabis. quarum una inter 15. & s dupla erit. Altera inter s & 1. octupla. At si in eadem sedecupla inter eius extrema, tres terminos interpones: utpote 8. 6. 5. ut quinque terminorum: hic sit ordo 15. 8. 6. 5. 1. in quatuor proportiones sectio per hoc fiet. quarum prima erit dupla. secunda sesquitertia. tertia sesquiquinta. quarta quintupla. Similiter etiam fiet: si quotlibet terminos medios appones. nam in totidem proportiones facta erit sectio: quot inter primum & ultimum comperientur interualla. Nec quam refert: qui termini medijs inserantur: etiam si maiore extremo maiores sint: aut minore minores: quemadmodum illic latius explicauimus. Ad hunc modum diuisio fit in proportionibus; nec ulla alia, quam haec est: in eis repeteretur.

QV

QUOMODO PROPORTIONEM

inter quosquis numeros assignatam inuenias.

in minimis numeris, qui eam pro=portionem habeant.

Inter quoslibet numeros assignatam proportionem inuenire potes in numeris secundum eam proportionem minimis: ad hunc modum. Principio obseruandum est: an numeri ipsius datæ proportionis sint contrasse primi: ut nullus numerus eas numeret præter unitatem. nam si sunt huiusmodi: illi ipsi sunt ea proportione minimi. Sin autem alias numerus præter unitatem eos numerat: maximus numerus utrumque communiter numerans est inuestigandus. & per illum inuentum uterque numerorum, tam antecedens, quam consequens diuidendus. Quo fiet: ut in numeris ambarum sectionum minimi eiusdem proportionis numeri appareant. Nam maximus numerus duos communiter numerans numerat eos, per minimos illius proportionis numeros. Quomodo autem maximus numerus duos communiter numerans sit inuestigandus: suprà libro secundo copiosius admonuimus: quando docuimus, Quomodo partes ad minimam sui nomenclaturam redigantur, quare que illic de numeratore & denominatore partium sunt dicta: hic de numero antecedente & numero consequente cuiusque proportionis repetita intelligantur. nam idem utrobiusque modus est & partes ad minimam sui nomenclaturam, & propor-

tiones ad minimos numeros ipsas habentes, reducendi.
 Exemplum demus in numeris contra se primis. Inter
 $\text{et } 3$ proportio dupla sesquitertia est. nec minores nu-
 meri haber i possunt: inter quos sit ea proportio. Exem-
 plurum demus in alijs numeris communicantibus: quos com-
 munis aliquis numerus aliis quam unitas metitur. Veluti
 inter 35 et 15 : inter quos proportio dupla sesquitertia
 ex sectione maioris per minorem reperitur. Et quia uter
 que illorum numerorum numeratur a 5 , qui maximus nu-
 merus est eos communiter numerans: utrumque per 5 di-
 uidamus. Et ex sectione 35 facta per 5 in numero par-
 titionis 7 inueniuntur. Iterum per 5 diuidamus 15 : et
 in numero sectionis 3 prodeunt. sic ex duabus illis sectio-
 nibus minimi numeri 7 et 3 compriuntur: inter quos
 proportio dupla sesquitertia haber i potest.

QVOMODO PROPORTIONVM DIS-
 junctorum similitudo inueniri posse, in minimis
 numeris secundum ipsas proportiones
 continuè proportionalibus.

Proportionum quarumlibet, quæ separatae sunt et
 disiunctæ: similitudo in minimis numeris continuatim
 proportionalibus secundū illas ipsas proportiones disiun-
 ctas, inueniri potest hoc modo. Notentur quævis propor-
 tiones disiunctæ, suis quæq; minimis terminis. Deinde mi-
 nimus numerus exquiratur: quem primæ proportionis
 extrenum consequens, et extrenum antecedens secunda-

numerant. Nam is inuentus primam proportionem cum secunda copulabit. Extremum autem antecedens ei adiungendum, ita demum inueniemus: si primæ proportionis antecedens per eum numerum multiplicamus: per quem primæ extremum consequens multiplicatum, producit minimum ab eo, & antecedente secundæ numeratum. Consequens uero secunde proportionis continuandæ exquirimus: si per eum numerum multiplicemus consequens, secundæ proportionis disiunctæ: per quem antecedens eiusdem procreat minimum numerum ab ipso, & primæ disiunctæ consequente numeratum. Deinde si antecedens tertiae proportionis disiunctæ, per aliquem numerum numerat consequens secundæ continuatæ: per eundem multiplicata consequens tertiae disiunctæ: & produces consequens proportionis tertiae, cum duabus superioribus continuandæ. Si autem tertium antecedens disiunctæ proportionis per nullum numerum enumerat consequens secundæ continuatæ: inquirendus est minimus numerus, quem consequens secundæ continuatæ, & antecedens tertiae disiunctæ numerant: is autem inuentus, antecedens erit tertiae proportionis continuatæ. Postea si consequens tertiae disiunctæ multiplicabis per eum numerum per quem antecedens eiusdem multiplicatum, producit nimum ab eis numeratum: prodibit consequens tertiae continuatæ proportionis. Deinde si reliquos terminos antे continuatos multiplicabis per eum numerum: per quem consequens secundæ continuatæ producit minimum à se, & ab antec-

dente proportionis tertiae disiunctæ numeratum: tres proportiones disiunctim propositæ coniungentur, idq; in minimis terminis. Et quanquam duæ primæ proportiones, ante in minoribus terminis coniunctæ erant: has tamen tres uniuersas in minoribus terminis copulare non licet. Atque ad eundem modum quotlibet proportiones continuari possunt. Exemplum afferamus de tribus proportionibus: ut res magis appareat: redigamus q; ad minimos numeros continuè proportionales has tres proportiones: uidelicet primam, triplam supertriquartam. Secundam, subquadruplam sesquialteram. Tertiam, sesquialteram. Porro minima tripla supertriquarta reperitur inter 15 & 4. minima subquadrupla sesquialtera inter 2 & 9. Et minima sesquialtera inter 3 & 2. quos numeros minimos in ordinem designemus. Deinde primæ duas proportiones per terminos continuè proportionales copulaturi, minimum numerum inquiramus: quem 4 consequens primæ, & 2 antecedens secundæ numerant. & quia hi sunt numeri communicantes: ideo minimi illius proportionis, cuius ipsi sunt: inquirantur. Illi autem sunt 2 & 1: qui inuenti subnotentur: 2 sub 4, & 2 sub 2. Ita siue 1 in 4, siue 2 in 2 ducamus: compariemus 4 minimum numerum numeratum ab eis. nam secundum Euclidem. Quilibet duo numeri minimos numeros suæ proportionis, maior minorem, aut minor maiorem, multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producunt. quare supra uerticem inter primam proportionem &

nem & secundam illum annotemus. Postea antecedens ei adiungendum inuestigemus: & quia 4 consequens prima numerat 4 minimum numerum numeratum à consequente primæ, et antecedente secundæ per unitatem. per eam multiplicemus antecedens primæ. 15: & ipsa 15 producent: quæ supra uerticem signata antecedens erunt ad illa 4 supra annotata. Deinde ut consequens secundæ proportionis continuandæ exquiramus. quia 2 antecedens secundæ disiunctæ per 2 multiplicata producunt 4: minimum uidelicet numerum numeratum à consequente primæ disiunctæ, & antecedente secundæ disiunctæ: per illa 2 multiplicemus 9 consequens secundæ disiunctæ: & producemus 18: quæ supra uerticem signata, consequens erunt proportionis secundæ continuatæ. Sic ex duabus proportionibus disiunctis duas æ didimus proportiones continuatas: quibus tertiam disiunctam copulamus. Et quia ternarius antecedens tertiae disiunctæ numerat consequens secundæ continuatæ, uidelicet 15 per 6: multiplicemus consequens tertiae disiunctæ: nempe 2 per illa ipsa 6: & prodibunt duodecim quæ erunt consequens tertiae continuatæ. Ita quatuor hi numeri 15. 4. 18. 12. continuè proportionales erunt, secundum tres illas proportiones disiunctas. uidelicet triplam supertriquaram, subquadruplam sesquialteram, & sesquialteram. Minimi autem continuè proportionales sunt: in quibus has proportiones secundum illas disiunctas inuenire liuet. quia nulli totidem his minores hoc præstare possunt.

15	4	18	12
15	4	1	3
	2	9	2
		1	

Sin autem tertium antecedens, proportionus disiunctæ per nullum numerum numerat consequens secundæ continuatæ: inquirendus est minimus numerus, quem consequens secundæ continuatæ & tertium antecedens disiunctæ numerant: ueluti si quadruplam inter 4 & 1, sesquialteram inter 3 & 2, ac triplam inter 3 & 2 continuare uelimus: comperiemus eo modo, quo iam diximus: primas duas proportiones quadruplam & sesquialteram his tribus minimis terminas 12 . 3 . 2 secundum datas proportiones continuari. Quibus tertiam disiunctam postea copulemus. Et quia 3 antecedens tertiae disiunctæ, per nullum numerum numerat consequens secundæ continuatæ 2. inquirendus est minimus numerus ab his numeris. Et quia 3 & 2 sunt numeri contra se primi: alter in alterum ducatur, & producentur 6. quæ erunt antecedens tertiae continuandæ: ut supra uerticem consequentis secundæ continuatæ reponenda sunt. Deinde quia 3 antecedens tertiae disiunctæ ductæ in 2 produixerunt 6. Similiter per illa ipsa 2, multiplicemus consequens tertiae disiunctæ, uidelicet 1: & prodeunt 2. quæ erunt consequens tertiae continuatæ. Iam uero quia tercia proportio continuata inter 6 & 2 maiores habet terminos; quam ut præcedentes ante continuati cum ea congruant. & consequens secundæ continuatæ 2 multiplicata per 3 produixerunt minimum à se numeratum, multiplicemus

per

per illa; antecedens secundæ continuatæ, uidelicet 3: &
prodeunt 9. quæ iam erunt antecedens secundæ conti-
nuatæ: & supra uerticem ante & statuentur. Rursus per
illa 3 multiplicemus etiam antecedens primæ continuatæ,
uidelicet 12: & producentur 36. quæ iam erunt antece-
dens primæ continuatæ: & supra uerticem ante 9, repo-
ni debent. Ita in his quatuor terminis 36. 9. 6. 2. conti-
nuatæ sunt in minimis terminis tres proportiones, uideli-
cet quadrupla, sesquialtera, & tripla, secundum illas tres
disiunctas datas. Ex hac autem postrema terminorum an-
tè continuatorum multiplicatione per unum & eundem
numerum facta, propterea ut cum tertia continuata pro-
portione conueniant, producuntur eadem proportiones:
que antè in minoribus terminis continuatæ erant. Nam
secundum Euclidem, Si unus numerus in plures ducatur:
eadem erit numerorum inde productorum, que multipli-
catorum proportio.

36	9	6	2
12	3	2	
4	1	3	2

Hac ratione his quartam proportionem disiunctam,
& quotlibet alias per terminos continuæ proportionales
connectere licet. nam de primis quibusq; proportionibus
primum expedire oportet: atque his adaptatis, ad alias
transire.

DE PROPORTIONE HABEN-
TE medium duoq; extrema.

A pud Geometras species quædam proportionis longe à prædictis diuersa reperitur. quam Euclides nuncupat proportionem habentem medium duoq; extrema. Ea nunquam in paucioribus terminis, quam in tribus haberipotest: cum cæteræ proportiones inter duo content. Quia in re similitudinem proportionalitatis refert. Et ad quorundam corporum dimensionem, quæ sine ea intelligi nequit. adiuenta. Geometris ad multa confert: sicuti Euclides libro 13 multis præceptis explicat. qui etiam libro 6, propositione 29, secundum eam proportionem lineam secare docet. Verumtamen quia in numeris huiusmodi proportio non habetur: nec ad supputationem facit: nos Geometris eam relinquamus.

DE PROGRESSIONE NUMERORUM continuè proportionalium.

PROportionum continuatarum progressio, quæ Geometricam vocant, est plurium numerorum continua proportionalium in unam summam collectio: quæ compendium affert numerandi eos numeros, inter quos continua et æqualis est proportio: quamvis numerorum differentiae sint inæquales. Et quia proportionum species variæ sunt: ideo variae in his dantur progressionum regulæ. Quare à multiplicium specie, in qua dupli primum occurrit: faciamus exordium.

In compluribus numeris duplis longa serie continua eis, primus numerus à postremo subduci, et quod de ipso postremo reliquum erit: ad ipsum integrum postremum addi

addi debet. Sic summa, quæ inde surget: omnes seriei continebit unitates. nec quicquam refert: à quo numero series initium sumat. neque an numeri proportionales sint integræ: an minutæ. Exemplum demus in his numeris 3. 6. 12. 24. 48. A postremo 48 subtrahē primum 3: & supererunt 45. ea adde ad 48: & fient 93. ea summa est illius progressionis. Idem erit si ab unitate incipias, uelut 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. ab ultimo 64 deme primum 1. & reliqua quæ sunt 63 ad 64 adde. & crescent 127. quæ summa est uniuersorum. Regula hæc & certa est, & perpetua: sicut illa de triplis.

Quando numeri tripli longa serie continuantur: primum à postremo subducito: & reliqui dimidium, quod de postremo superest: integro postremo adde. Ita numerus uniuersorum prodibit: à quocunque numero series incipiat: etiam si minutæ interueniant. Exemplo sint hi numeri 1. 3. 9. 27. 81. tolle primum 1 à postremo 81: & restant 80. cuius numeri dimidium est 40. ea adde ad 81: & fient 121. quæ summa est omnium. Similiter eueniet si à incipias. 2. 6. 18. 54. deme 2 à 54: & remanent 52. cuius numeri dimidium est 26. ea adde ad 54: & surgent 80: quæ summa est uniuersorum.

Sin quadrupli numeri continue proportionales occurrent: deme primum de postremo: & tertiam partem eius reliqui, quod de postremo superest: ad ipsum integrum postremum adiunge. & summa uniuersorum habebitur. Veluti in his numeris 1. 4. 16. 64. subtrahē primum

à 64: & 63 relictæ sunt. quorum pars tertia est 21. ea adde ad ultimum 64: & exeunt 85 summa omnium. Itidem erit in 2. 8. 32. 128. tolle 2 ab 128: et relinquatur 126. quorum tertia est 42. quæ addita ad 128. procreant 170 summam uniuersorum.

At ubi numeri quintupli longa serie connectuntur: si primus à postremo dematur, & reliqui de postremore relicti pars quarta ad integrum postremum addatur: omnia um nascentur summa. Vt pote 1. 5. 25. 125. subtrahē 1 ab 125: & restant 124. quorum quarta est 31. quæ addita ad 125, faciunt 156. quæ summa capit omnes. Sic in infinitum procedit ordo in multiplicibus. ut si progressio sit in sextuplis: post subductionem primi ab ultimo factam pars reliqui quinta iungatur ultimo. Si in sextuplis: post factam primi à postremo subtractionem addatur ultimo pars sexta. Si in octuplis: post eiusmodi subductionem pars septima adiungatur. Si in nonuplis: pars octava. Si in decuplis: pars nona. & sic in infinitum post subductionem primi ab ultimo factam ea pars reliqui, quæ denominatur à numero unitate minore, quam proportionis denominatio sit; addatur ad ipsum ultimum. & omnium summa prodabit.

De progressionē autem numerorum superparticulæ unius proportionis, dantur etiam regule. & in primis hæc de numeris sesquialteris. In numeris continue sesquialteris si primus duplicatus subducatur ab ultimo triplicato: id, quod reliquum est: summam omnium numerorum monstrabit. Exempla sint v. z. 4 $\frac{1}{2}$. 6 $\frac{2}{3}$ dupliz & fiunt

et sunt 4. Triplica $6\frac{3}{4}$: et surgent $20\frac{2}{4}$. a quibus subtrahae 4: et restant $16\frac{1}{4}$ summa uniuersorum.

At in sesquitertijs primus numerus triplicatus ab ultimo quadruplicato demendus est: et reliquum indicabit omnium summam.

In sesquiquartis primas quadruplicatus a postremo quintuplicato subducatur. et reliquum monstrabit summam.

In sesquiquintis primus quintuplicatus ab ultimo sextuplicato dematur. et reliquum summam proferet.

In sesquisextis primus sextuplicatus a postremo septuplicato demptus, omnium summam relinquet. Et sic in infinitum, numerus ex multiplicatione primi in proportionis denominationem productus, subduci debet a numero producto ex multiplicatione postremi in numerum uno maiorem, quam sit ipsa denominatio. ita reliquum monstrabit uniuersorum summam. nec refert a quo numero progressio sumat initium.

Similiter ad alias proportionum species regulæ dari possunt: si cui obseruare libet. Verutamen nisi faciles sint: multo satius erit per additionem, ipsorum numerorum summam colligere: quam per flexuosas ambages compendium sectari. nam quorsum progressio: si compendium non affert.

DE FALSARVM POSITIONUM REGULIS.

Superest nunc, ut viam aperiamus. per quam ex forūstuitis coniecturis, atq; ipsis quidem falsis, et ad quas

errores insequuntur: propositæ questionis ueritas explicetur. Arabes & Phœnices mercatura celebres, & à quibus Arithmeticæ profecta primum putatur: artem illam ueritatis inueniundæ barbaro uocabulo Cathaym appellant. Latini siue falsarum positionum. siue falsarum conieclurarum regulas uocant. per quas penè uniuersa, quæ ad negociationem attinent: atq; alia pleraq; possunt expediti: modo aliqua rei propositæ pars sit certa & cognita. Per eam namque miro compendio reliqua omnia ignorata: quantumcunque ænigma præse ferant: continuo inuestigata in noticiam proferuntur. Quia in re dici non posset, quām diuinis ingenij prædicti fuerunt primi huius scientiæ inuentores: quorum solertia factum est, ut quæ plurimq; in perscrutabili uidentur: nullo negocio in lucē ueniāt. Porrò numerorum questiones multæ sepe occurserunt: in quibus rei propositæ pars aliqua nobis cognita est. sed alia eius pars, quā maxime scire cupimus: à sensu communī longe summoetur. quam ut cum parte nota congruere faciamus: pro arbitrio nostro fingere poterimus eam esse, quæ magis apta uidetur. & cum obseruauerimus, uel quām propè conjectura nostra rem attigit: uel quām longe à scopo errauit: iterum conjecture licet: ut si priore conjectu parum profecerimus, saltem secundo proprius accedamus. Quecumq; autem per unicam positionem inueniuntur: ea etiam per duas expediri possunt. Cæterū è conuerso non idem eueniet, neq; enim quicquid due positiones explicant: id unica præstabit. Et quod maxime in his

admirans

Admirandum uidetur, nihil refert: quam longe coniectura nos fallat, nam per illos ipsos errores, regulæ mox dandæ nos ad ueritatem perducent. De quibus dicere aggrediemur: & quidem prius de ea, quæ per unicam positionem, id quod quæsum est: eruit.

REGVLa DE VNICA FAL- sa positione.

IN numerorum quæstionibus, in quibus pars est cognita, pars est ignorata: frequenter euenit, ut unica coniectura fortuita, tam & si aberret à uero: id quod inuestigatur manifestet. Nam cum obseruamus: quid ipsa coniectura parit: proportionemq; annotamus: quæ est inter id, quod coniçimus: & id, quod ex eo consequitur: ad exemplum illius, inter partem cognitā & partem ignoratam, proportionem alteram procreare licet: dummodo nos ad iuict quatuor proportionalium regula: quæ de tribus notis quartum ignotum proferentibus supra data est. Quippe cum tria sint cognita: primum id, quod coniçimus: secundum id, quod ex eo consequitur: inter quæ cadit proportio: tertium, quod de quæstione proposita est cognitum: certè quartum, quod ignoratum est: & tertio respondere debet: nequaquam latere potest. Ita unica positiō primam proportionem sibi fingit. ad cuius exemplum regula illa quatuor proportionalium succedens, aliamq; similem proportionem formas, id quod quæsum est: continuo in lucem profert. Exempla rem magis aperient.

Viator tot aureos in itinere reperit: ut eorum pars se-
 cunda terciaq; et quarta simul additæ facerent 50. Hæ-
 sitatur: quænam summa reperta erat? Pone quamvis sum-
 mam, quæ partes eas habeat. Et uide, an illius summae
 partes denominatae simul additæ faciant 50. Si faciunt:
 ea summa est, quam quæris. Si non faciunt: ulterius inue-
 stigabis hoc modo. Finge summam repertam, quæ partes
 eas habeat: esse 12, cuius dimidium est 6, tertia pars 4,
 quarta 3: quæ omnes simul additæ faciunt 13. at tu quæ-
 ris 50. igitur coniectura te longe fefellit. Veruntamen ille
 ipse error in uiam te reducit. si rem bene consyderes. Nā
 sicut partes summæ per coniecturā positiæ, quæ simul ad-
 ditæ fūnt 13: se habent ad ipsam summam totam, quæ est
 32: sic partes summæ repertiæ simul additæ quæ sunt 50:
 ad ipsam summam repertam, quæ ignoratur: se habere de-
 bent. Atque ideo ad regulam de tribus notis negocium sic
 applicabis. Si 13, quæ partes simul additæ notant: uenient
 ex 12 male à te positis: cuius summæ partes illæ erunt: que
 collectæ complent 50? Sequens regulam multiplicat 50 per
 12: Et surgent 600. ea per 13 diuide: et prodibunt
 $46\frac{2}{3}$. quæ summa aureorum reperta erat. cuius dimi-
 dium est $23\frac{1}{3}$. pars tercia $15\frac{1}{3}$ pars quarta $11\frac{2}{3}$. quæ
 partes simul additæ faciunt 50. Similiter eueniet: que-
 cumq; alia summa quām 12 per coniecturā ponatur: mo-
 do partes eas habeat. Vides itaq; per audimentum regu-
 lae de tribus notis unica coniectura fortuita rem expediri
 nec duabus positionibus esse opus.

Per hanc regulam exempla, quæ sequuntur: possunt explicari. quæ subiicienda duximus: ut ad ea iuuenes exercentur.

Inuestigetur numerus: in quo 5 sint $\frac{2}{3}$. Pone numerum: quem uoles: qui partes eas habeat. ueluti 6. & vide quantum capiant $\frac{2}{3}$. & inuenies 4. aut tu queris 5. Scrutare igitur: si 4 faciunt $\frac{2}{3}$ de 6: de quo 5 complebunt $\frac{2}{3}$? tenta: & inuenies $7\frac{1}{3}$.

Exquiratur numerus: ex quo, postquam pars tertia, pars quarta, & pars quinta subductæ sunt: adhuc supererunt 24. Pone numerum aliquem: qui partes eas habeat. Velluti 60. Postea deme partes illas: & uide, quid restabit. & inuenies 13. Ecce quantum errasti quæ siuistè 24: aut inuenisti nisi 13. Quamobrem sic tecum ratiocinare. Si 13 post partes subductas supersunt de 60: de quo numero, post subductas partes: relicta erunt 24. Tenta per regulam de tribus notis: & inuenies $110\frac{1}{3}$ numerum illum esse: cuius pars tertia est $36\frac{1}{3}$. Quarta $27\frac{2}{3}$. Quinta $22\frac{2}{3}$. quæ omnes simul additæ faciunt 86 $\frac{1}{3}$. Et si subducantur à $110\frac{1}{3}$: restabunt 24.

Si quis numerum exquiri iubet: à quo parte secunda, tertia, & quarta subductis: restent 24. Continuo respondere, id fieri nequaquam posse. Nam quicumq; numerus sumatur. qui partes eas habeat: semper minor erit, quam partium ipsius summa coaceruata. quo fiet: ut ne illa quædem subduci possit: nedum quicquam restare. Quippe (ut obiter admoneamus) tres sunt numerorum species. Vna

est eorum: qui partium suarum summam maiorem habent, quam sint illi ipsi. Hi abundantes uocantur: cuiusmodi numerus est 12. nam huius dimidium est 6: pars teritia 4: quarta 3: sexta 2: duodecima 1. quæ partes simul additæ redundant in 16: & corporis sui numerum uincunt. Item 24 numerus est abundans. nam eius dimidium est 12: pars tertia 8: quarta 6: sexta 4: octaua 3: duodecima 2: uicesimaquarta 1. quarum summa redundant in 36. Altera eorum species est, qui diminuti uocantur. in quibus summa partium simul posita minor est, quam sint ipsi. cuiusmodi numerus est 8. nam eius dimidium est 4: pars quarta 2: octaua 1: quarum partium collecta summa 7, minor est: quam totum corpus. Item 14 numerus est diminutus. nam dimidium eius est 7. pars septima 2: quartadecima 1. summa omnium 10 toto corpore minor est. Tertia species eorum est: in quibus partes in summa collectæ suo corpori sunt æquales. Hi, quia nec excessum nec defectum habent: perfecti uocantur, cuiusmodi numerus est 6. nam eius dimidium est 3: pars tertia 2: sexta 1. quæ partes compositæ reddunt etiam 6: Item 28 numerus est perfectus. nam dimidium habet 14: quartam partem 7: septimam 4: quartamdecimam 2: uicesimamoctauam 1, quæ partes coaceruatæ suo toto numerum æqualem faciunt 28. Hi numeri perfecti, quod rari sint: uiris bonis assimulantur. Itaque ut ad rem redeamus: minimus numerus, qui $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ habeat: est 12. huius dimidium 6: tertia 4: quarta 3. partes haec collectæ proficere

proferunt 13. quæ à 12 subducuntur. Quod si numerus maior partes easdem habens sumatur: partium summa maior redundabit. Ita nunquam fiet earum subductio: ne dum quicquam restabit. Quare propositis huiusmodi questionibus, continuo, priusquam ad illas respondemus: nobiscum meditemur, an possibilia suggestant: ne labor iratus frustra suscipiatur.

Si 4 essent: & quis numerus esset 10? Priusquam respondes, quære ab interrogante: quid intelligat sermone tam ambiguo: utrum uelit 4 crescere ad 5, an 5 minui ad 4? Etenim si 4 crescunt ad 5: eadē ratione 10 ad 15 crescent. Nam si 5 in 10 ducas: crescēt 50. quæ si seces per 4: prodeunt 15. At si 5 ad 4 minuere uoles sic rationē facito. Si 5 debent 4: quid fient 10? Ducantur 4 in 10: & surgēt 40. quæ debide per 5: & exeunt $6\frac{2}{3}$. eosq; minuenda essent 10.

Itidem si quis sic roget. Si $\frac{1}{2}$ de 5 essent 3: ipsa 5 cuius numeri essent $\frac{1}{4}$? & querendum antè omnia est: quid si biuelit. Nam si dimidium de 5, quod est $2\frac{1}{2}$: crescere debet ad 3: Eadem ratione 5 per regulam de tribus notis crescent ad 6. & erunt $\frac{1}{4}$ de 24. At si 3 minuendi debent ad $2\frac{1}{2}$. Eadem ratione 5 per regulam de tribus notis minuendi debent ad $4\frac{1}{6}$. & erunt $\frac{1}{4}$ de $16\frac{2}{3}$.

Si 3 essent $\frac{1}{2}$ de 7: quæ pars 4 essent de 11? si 3 crescere debent ad $3\frac{1}{2}$. scrutare: quid secundum tam rationem 4 esse debent. & per regulam de tribus notis inuenies ea crescere ad $4\frac{1}{3}$. Iam uidendum $4\frac{1}{3}$. quæ pars sunt de 11. iā quod scies: si 11 per $4\frac{1}{3}$ seces. si

prodibunt $2\frac{2}{3}$. ea pars 4 erunt de 11. Nam secundum
hoc thema et immota manent. Animaduertere itaq; opor-
tet: quid sit, quod queratur: ne responsum aberret a que-
sito. Porro si $\frac{1}{2}$ de 7 minui deberent ad 3: conuersa ratio-
ne supputandum esse. sicut in proximis supra dictum est.

Exquirantur duo numeri: in quibus $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ unius
sint, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$ alterius. Accipe aliquem numerum: qui
unam secundam & unam tertiam habeat. puta 54. cuius
 $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ sunt 45. Postea ut scias cuius numeri illa 45 sint
una quarta & una quinta: per positionem unicam inuesti-
gare licet, hoc modo. Pone quemuis numerum, qui $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$
habeat: ut pote 60. Deinde uide quis numerus sit quarta
& quinta illius. & inuenies eum esse 27. At tu quærebas
45. Sic igitur per regulam de tribus notis ratiocinare. Si
27 sunt quarta & quinta de 60: quis numerus est: cuius
quarta & quinta sunt 43? Scrutare sequens regulam: &
inuenies eum esse 100. sic 45 & 100 numeri sunt. quos
quærebas. Alia etiam uia, atque ea quidem compendiosa,
id inuestigari potest ad hunc modum. Eæ minutiae, quæ ad
unum numerum utring; spectant: simul addantur: ut sint
unæ minutiae. quo fieri: ut $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ per additionem col-
lectæ, faciant $\frac{5}{6}$. At $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$ per additionem iunctæ faci-
ent $\frac{9}{20}$. Deinde haæ minutiae seorsum coaceruatae, alteræ
contra alteras annotentur. & uterq; denominator in al-
terarum numeratorem obliq; in crucis formam ducatur.
numeriq; producti reponantur iuxta suum uterq; denomi-
natorem: à quo ductus est. Ita ex ea multiplicatione 54
iuxta

iuxta $\frac{2}{5}$ habebuntur. & 100 iuxta $\frac{2}{5}$. qui numeri partes e modo, quo prescriptum est: communicantes habebunt. Numerus autem, qui ambobus ex obliqua multiplicazione productis inæqualiter communicatis est, qui ex numeratorum mutuo in se ductu surgit. uidelicet 45. nam 45 sunt $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ de 54. Itemq; 45 sunt $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$ de 100. Hoc compendium inueniendi numeros, qui partes ad hunc modum inæqualiter communicantes habeant: ad multos in numeris nodos explicando plurimum iuuabit. si in promtu habeatur.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5}$$

$$54 \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} 100$$

Mercator argenti libram, quæ de nota atque indicatūra 8 scrupulorum erat: aureis 9 emit: quæro: si secundum eam rationem uelut denota 10 scrupulorum emere libras 20: quot aureis constabunt? Pone, ut libet: puta constitutas aureis 80: ut singulæ libræ ueneant aureis 4. Vide quid secundum eam rationem una libra denota 8 scrupulorum constabit. id, quod facies sic ratiocinando. Si argenti nota de 10 profert unius libræ precium 4: quod precium unius libræ dabit nota scrupulorum 8: Sequere regulam de tribus notis: & inuenies eam dare. $3\frac{1}{5}$. at tu scis eam dare 9. Quamobrem sic supputabis. Si $3\frac{1}{5}$ procedunt ex 80: quæ coniectura posuit: de quo prodibunt 9: Ducantur 9 in 80: & surgent 720. quæ si feces per $3\frac{1}{5}$: in numero partitionis prodeunt 225. tot aureis libræ 20 de 10 scrupulorum nota constabunt: quarum unaquæque precij erit aureorum $11\frac{1}{4}$.

QVI argenti librā de 10 scrupulorū nota, aureis rēmit: poste à libras argēti 25 de alia nota aureis 200 mercatus est. quārō cuius notā fuerūt? Quia earum unaqueq; constitit aureis s: sic ratiocinabere. Si u aurei reddunt notā 10. quam notā reddent aurei s? Scrutare & inuenies $7\frac{3}{11}$. Ea nota & indicatur a librarum 25 erat. Hic propter facilitatem nulla positione fuit opus.

Complures huiusmodi quæstiones, & multæ etiam ex his, quas suprà libro tertio explicauimus: per unicam positionem, adiuuante regula de tribus notis, salvi possunt.

REGVLA DE DVABVS FAL= sis positionibus.

INnumeræ quæstiones in numeris occurruunt: que, tam & si earum pars sit cognita: pars sit ignorata: per unicam coniecturam explicari nequeunt. At hæc per duas positiones statim expedientur. In quibus ante omnia obseruare oportet: quām propè utraque positio uel accedit ad uerum: uel à uero recedit. Item ipsorum errorum differentia magnopere notanda est. Nam per obseruationē approximationis utriusque positionis ad uerum, & per differentiā errorum, qui ex his insequuntur: ueritas in lucem ueniet. que duobus modis inueniri potest: uidelicet uel per regulas pluris & minoris: uel per differentiarum obseruationem. Itaque de plure & minore quatuor hæc præcepta sunt in primis ediscenda. Primum. Si utraque positio plus quām uerum coniicit: alterum plus subducere ab altero plure oportet. Secundum. Si utraq; positio minus quām

Quām uerum affert: alterum minus ab altero minore subtrahendum est. Tertium. Si prior positio plus, posterior minus profert: tum plus & minus in unum sunt addenda. Quartum. Si prior positio minus, posterior plus coniestat: tum minus & plus in unum coniungantur. Ita cum his quatuor modis conjectura uarietur. Primus eorum duobus uidelicet siue utraque conjectura plus, siue utraque minus ponat: alterius ab altero subductio fieri debet. At postremis duobus, uidelicet quando prior positio plus, posterior minus coniicit: uel è conuerso: pluris & minoris additio necessaria est. Et quo facilius has preceptiones studiosi memoria tenerent: Morus, rogatu nostro, redigit eas in hoc carmen.

A plure deme plusculum.

Minus minore subtrahæ.

Pluri minus coniungito.

Atque ad minus plus adjice.

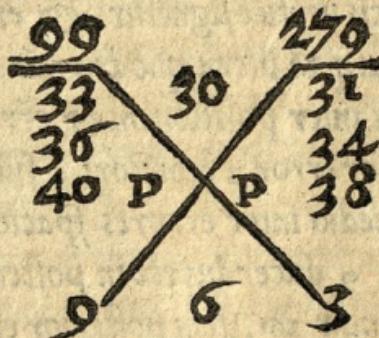
HArum prime regulae, in qua utraque positio plus affert: sensus est. Si per priorem positionem atque item per posteriorem plus quam ueritas exit: tunc alter error plus afferens ab altero plus afferente subducendus est. Et id, quod restat, diuisor totius operationis erit. Postea prior error ducendus est in positionem posteriorem. Itemque error posterior in positionem priorem ad formam oblique crucis. Et numerorum ex his duabus multiplicationibus productorum alterius ab altero fit etiam subductio. Deinde id, quod reliquum est: per en-

torum differentiam diuiditur. Atque ita numerus partitionis ueritatem profert. Exemplum præbeamus. Tres mercatores aureos centum lucrificatos sic diuiserunt: ut secundus tres aureos plures quam primus caperet: tertius quatuor plures quam secundus. Libet inuestigare: quo aureos quisq; habuit. In primis magna crux obliqua, formam referens. ~~X~~ literæ Græcæ, quam uulgs crucem diui Andreæ uocat: in abaco depingenda est. Post id factum coniecturas aggrediamur: & ponamus primum mercatorem accepisse 33 aureos. quo fiet, ut secundus 36, tertius 40 debuerit accipere. que summae collectæ faciunt 109. At tantum 100 erant diuisi: ita in 9 errauimus. qui error ex illorum 33 falsa positione, quæ nimia erat: natus est. ea propter illam positionem 33 ad uerticem sinistrum depictæ crucis signemus: errorem uero ex ea insecutum, qui capit 9, annotemus ad pedem ipsius crucis sinistrum. Et quia plus quam uerum coniectura peperit P. litera ad ipsum plus significandum, inter sinistrum uerticem, & sinistrum pedem in intimo crucis signo scribatur. Deinde quia priore coniectu parum profecimus: iterum tentantes fingamus primum mercatorem aureos 31 habuisse. ex ratione secundus 34, tertius 38 accepit. quorum summa collecta profert 103. At tantum 100 sunt diuisi. Quocirca secunda coniectura etiam ipsa plus quam uerum attulit: & errauit in 3. Quare posuo illa secunda de 31 ad uerticem crucis dextrum statuenda est: errorq; ex ea insecutus ad pedem eius dextrum subno-

subnotetur. & P. litera ad plus significandum inter dextrum uerticem & pedem dextrum in intimo sinu ponatur. Deinde minor error 3, à maiori 9 subducatur. & s. quæ restabunt: medio spacio inter utrumque errorem notanda sunt. Postea prior error 9 ducatur in secundam positionem 31: & enascentur 279. Item secundus error 3 ducatur in priorem positionem 33 & producatur 99. quarum summarum productarum minor 99 subducatur à maiore 279. & supererunt 180. Eas si per errorum differentiam uidelicet 6, secentur: numerus partitionis proferet 30: quæ uera summa primi erat. Primus namq; 30, secundus 33, tertius 37 habuit. quæ summae coaceruatæ faciunt 100, sicut thema proposuit. Ita deum ueritas per duas falsas positiones inuenta medio spacio inter crucis uertices, in quibus hæ signatæ sunt: an=notanda est.

180

1. positio.



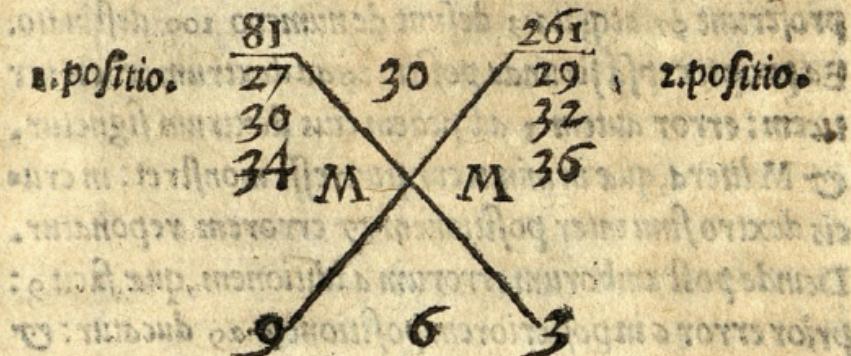
2. positio.

Secundæ regulæ, in qua utraque positio minus affert sensus penè primæ similis, huiusmodi est. Si per priorem positionem: atque item per posteriorem minus quam

ueritas habetur: alter error ab altero subduci debet. & reliquum erit diuisor. Tum prior error in posteriore positionem, & error posterior in positionem priorem ducatur. productorumq; numerator alterius ab altero fit subducio. & quod reliquum est per errorum differentiam secatur. Sic in numero partitionis ueritas apparebit. Exemplum in themate modo dato præbeamus, & ponamus primum mercatorem habuisse 27, secundum 30, tertium 34. que summa collectæ faciunt 91. At 100 sunt quæ sita. In 9 igitur erratum est. Itaq; positio 27 in sinistro crucis uertice: error 9 in sinistro pede statuatur. & quia error minus attulit: M litera, quæ minus indicet: in finistrum recessum, inter positionem & errorem, condatur. Iterum deinde coniectura tentemus: & fingamus: primum mercatorem accepisse 29, secundum 32, tertium 36. que uniuersa faciunt 97. At scopus erat 100, sic 3 de numero destinato desunt. Quocirca ipsa posterior positio 29 in dextro crucis uertice signetur. & error posterior 3 in pede dextro: atq; M litera, quod in minus sit erratum: in dextro recessu inter positionem & errorem reponatur. Post id minor error 3 à maiori 9 subducatur. & quæ restant, medio inter errores spacio statuantur. Tum prior error 9 ducendus est in posteriore positionem 29: & nascentur 261. Item posterior error 3 ducendus est in priorem positionem 27: & producentur 81. Horum autem numerorum productorum, si minor à maiore subtrahatur: relinquuntur 180. quæ si per errorum differe-

differentiam uidelicet & secentur: numerus partitionis ue
rum primi numerum 30 monstrabit.

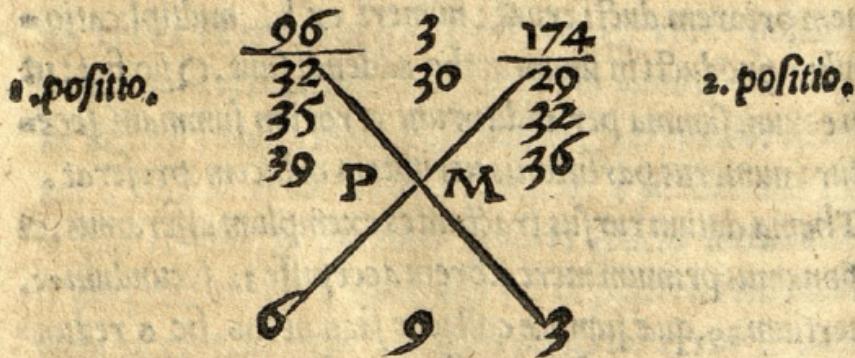
180



Tertiæ regulæ, in qua prior positio plus, posterior minus assert: hic sensus est. Si per priorem positionem plus, per posteriorem autem minus, quam ueritas inuenitur: alter error ad alterum addi debet: ut amborum summa diuisor fiat. Præterea postquam prior error in positionem posteriorem, & error posterior in positionem priorem ducti erunt: numeri ex his multiplicacionibus producti in unum ambo addendi sunt. Quo fiet: ut si eorum summa per additorum errorum summam secedatur: numerus partitionis ueritatem insulcem proferat. Thema datum rursus tractantes exemplum afferamus. et ponamus primum mercatorem accepisse 32, secundum 35, tertium 39, quæ summae collectæ faciunt 106. sic & redundant: quum 100 sint quæsita. Positio igitur 32 ad sinistrum crucis uerticem notetur. atque error & ad pœdem eius sinistrum. & P litera, quæ in plus erratum esse moneat: inter positionem & errorem in sinistro

crucis sinu scribatur. Et quia coniectura nimium attulit: paulum infra tentemus. fingamusq; primum mercatorem habuisse 29, secundum 31, tertium 36. qui numeri collecti proferunt 97. atq; ita 3 desunt de numero 100 destinato. Ea propter ipsa secunda positio 29 ad dextrum crucis uer sicem: error autem 3 ad pedem eius dextrum signetur. Et M litera, quæ in minus erratum esse monstrat: in crucis dextro sinu inter positionem et errorem reponatur. Deinde post amborum errorum additionem, quæ facit 9: prior error 6 in posteriorem positionem 29 ducatur: et enascentur 174. Item posterior error 3 in positionem priorem 32 ducitus, educet 96. Qui numeri producti ambo in unum additi componunt 270. Ea si per amborum errorum collectam summā, uidelicet 9 secentur: numerus partitionis 30 procreabit. quæ uera primi summa erat.

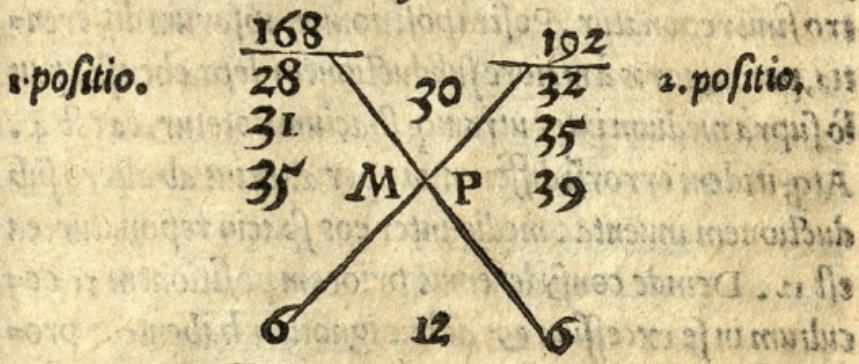
270



Quarte regulae, in qua prior positio minus posterior plus coniectat: idem per omnia sensus, qui tertiae est: nisi quod prior positio, quæ minus affectat.

fert. atq; errore ex ea inseguutus, sinistram crucis partem tenere debent. Posterior uero positio cum suo errore dextram. Cætera omnia eodem modo, quo in tertia regula factum est expediantur. Exemplum in themate iam dato spe standū ante oculos subiecimus: quod quiuis facile sine preceunte explicabit.

360



obseruatio.

Pluris & minoris regulis expeditis, differentiarum obseruationem ab eisdem præceptionibus pendenter, quæ etiam ipsa per duas falsas positiones expeditur, his adiungamus. Et quo magis manifestum sit: quantulunc hic explicandi modus ab illo iam dato differt: idem thema seruemus. Et fingamus primum mercatorem accepisse 35, secundum 38, tertium 42, quorum summa collecta facit 115. sic coniectura 15 plura, quam opus erat: peperit. Quare positio 35 ad sinistrum crucis ueritatem: & error ex ea natus 15 ad pedem eius sinistrum statuatur. & P. litera, ad plus denotandum: in sinistro

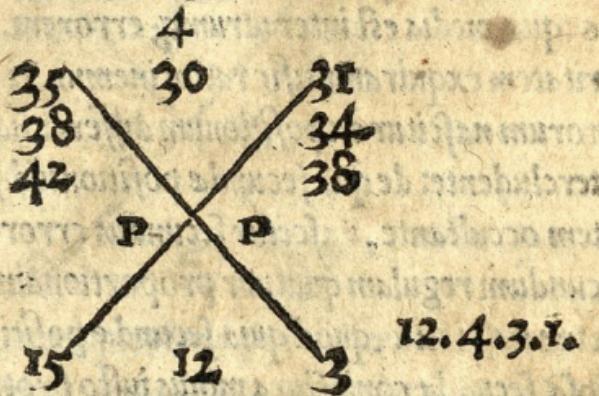
sinu condatur. Et quia coniectura plus iusto protulit: itea
rum tentemus, & ponamus primum mercatorem habu-
isse 31, secundum 34, tertium 38. qua ratione omnes
acceperunt 103: cum tamen tantum 100 sunt diuisi. Ita
secunda positio in 3 que redundant: errauit. Quocirca
ipsa positio 31, ad uerticem crucis dextrum: error 3 ad
pedem eius dextrum: P litera, ad plus significandum in dex-
tro sinu reponatur. Postea positionum ipsarum differen-
tia, per minoris à maiore subductionem deprehensa. pau-
lo supra medium inter utramq; spacium notetur. ea est 4.
Atq; itidem errorū differentia, per alterius ab altero sub-
ductionem inuenta: medio inter eos spacio reponatur. ea
est 12. Deinde consyderemus priorem positionem 35 oc-
cultum in se excessum & adhuc ignotum habentem pro-
creasse errorem excedentem in 15: & secundam positio-
nem 31 excessum etiam ignotum habentem: edidisse erro-
rem excedentem in 3. Ex quo uidere licet positionum diffe-
rentiam 4, que inter earum utramq; media est: peperisse
differentiam errorum 12: que media est inter utrumque
errorem. Et quoniam prior positio superat secundam in
4: eo magis abducit à ueritate per 12 quam secunda. At
secunda positio quia minor est priore per 4: eo magis
appropinquat ad ueritatem. Nihilominus tamen uerita-
tem excedit in 3. Quare si magis fuisset imminuta: pro-
pius ad ueritatem accessisset: & minorem aliquanto ge-
nuisset errorem. Ea propter inuestigare oportet: ad quem
numerum secunda positio 31 sit minuenda: ut nihil erro-
ris pao

ris pariat. Hoc autem manifestū fiet, si consyderemus tres numeros proportionales nobis esse notos. Primus est positionum errantium differentia: quæ est 4. Secundus, qui ex ea nascitur: est errorum differentia 12. Tertius est numerus secundus error 3 ex secunda positione errante exiens: qui magis ad uerū appropinquat per 12. quam prior error: eo quod secunda positio minor est priore per 4. Quocirca quæ proportio est inter errorum differentiam 12 longius à ueritate distantem, & errorum secundum 3 propius ad uerum accedentem, hoc est inter utramque sobolem: eadem esse debet inter utramq; genitricem, uidelicet inter positionum differentiam 4, quæ ueritatem intercludens peperit differentiam errorum: & illam secundæ positionis differentiam à uero nos excludentem, & adhuc ignotam, quæ excessum in secundo errore edidit. Et permutatim. quæ proportio est inter errorum differentiam 12, & differentiam positionum 4, quæ eam peperit. eadem inter secundum errorem 3, & uero nos excludentem secundæ positionis differentiam. quæ cum edidit: & adhuc ignota est: esse debet. Quamobrem regula de tribus notis quarum ignotum proferentibus: rem totam patefaciet. nobis sic consyderantibus. Si errorum differentia 12 uenit ex falsarum positionum differentia ueritatem intercludente: quæ est 4. de qua falsoe positionis differentia ueritatem abscondente ueniet secundus error 3? Ducantur 3 in 4: et surgent 12. que secta per 12, in numero sectionis edunt 1. tantum minus.

debet secunda positio 31, ut ueritas in lucem ueniat. Illa enim unitas erat: quæ excessum in secunda positione faciens secundum errorem in 3 peperit. qua subducta, tollitur omnis error: & 30 restant. qui numerus ueritatem exprimens medio inter utramq; positionem spacio notetur.

Quod si cui scire libet: quis erat ille numerus, qui in priore positione excessum fecit: consideret, quæ proportio est inter errorum differentiam 12, & priorem errorum 15: eandem esse debere inter positionum differentiam 4, & illam prioris positionis differentiam, quæ à uero nos excludit: & adhuc ignota est. Et permutatim quæ proportionio est inter errorum differentiam 12, & positionum differentiam 4: eandem esse debere inter priorem errorum, 15, & illam prioris positionis differentiam à uero nos excludentem & ignotam. quare tractans regulam de tribus notis tertio loco statuat primum errorum 15, hoc modo. Si differentia errorum, quæ est 12, uenit ex falsarum positionum differentia, quæ est 4: de qua falsoe positionis differentia ueritatem in priore positione occultante nascetur error primus 15: Ducantur 4 in 15: & prodicentur 60: que secta per 12, educent 5. Is excessus in priore positione peperit errorem in 15. quare si subducatur: restat uerus numerus 30. Sic sublata redundante differentia, quæ facit excessum: ueritas sola relicta se se offert: si uic excessum in secunda positione, siue in priore inuestigare. atq; auferre libet. Atque ita per duas falsas positiones quarum utraq; plus iusto coniicit: ueritas eruitur, per obseruatio-

Seruationem proportionum, quæ sunt inter differentias errorum, & differentias positionum, adiuuante regula quatuor proportionalium: quorum tria sunt nota.



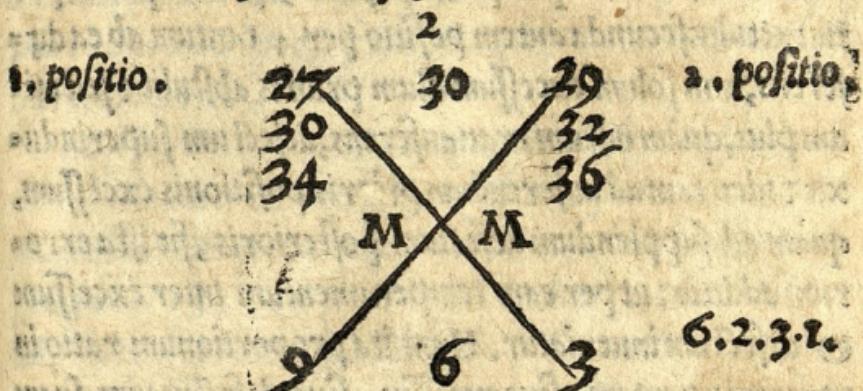
Ad eundem modum per differentiarum obseruacionem res expediatur: etiam si utraq; positio minus quam uerum afferat. Veluti si ponamus primum mercatorum habuisse 27, secundum, 30 tertium 34. quæ summae collectæ faciunt 91: cum 100 sint quæsita. Quare positio 27 ad sinistrum crucis uerticem: error 9 ad sinistrum pedem: M litera in medio sinu reponatur. Iterum tentantes, fingamus primum accepisse 29, secundum 32, tertium 36, quæ simul addita faciunt 97. sic 3 de 100 defunt. Quare ea omnia à dextra, suo quæq; loco, statuantur: uidelicet positio ad uerticem, error ad pedem: M litera sinu medio. Deinde quia utraq; conjectura minus attulit: differentias errorum & positionem per subductionem capiemus. Postea considerare oportet priorem positionum 27, defectum adhuc ignotum in se habentem, procreasse errorum cui 9 defunt. & secundam positionem 29 defectum

etiam ignotū habentem, edidisse errorem, cui defunt
Quo sit manifestum, positionum differentiam 2, quæ inter
carum utramq; media est: pēperisse errorum differentiam
6: quæ media est inter utrumq; errorem. Atq; ideo, ut ue-
ritatem exquiramus: sic ratiocinemur. Si 6 differentia er-
rorum nascitur ex positionum differentia 2 ueritatem in-
tercludente: de qua secundæ positionis differentia uerita-
tem occultante, nascetur secundus error 3. Operare se-
cundum regulam quatuor proportionalium: et inuenies
eum nasci ex 1. quod quia secundæ positioni defuit: etiam
ipsa secunda coniectura minus iusto protulit. Qua pro-
pter unitas addita ueritatem exprimit.

At si scire uoles: quantum priori positioni defuit: in re-
gula de tribus notis tertio loco quæstionem de primo erro-
re statue, hoc modo. Si errorum differentia 6 uenit à 2
differentia positionum: de qua falso positionis differentia
ueritatem in priore positione arcente, nascetur primus er-
ror 5. Regulam ducem sequens depræhendes illam fuisse
3. Ipsa igitur differentia addita ad primam positionem,
defectum eius replet.

Sic quando per differentiarum obseruationem ueritas
inquiritur: si utraq; positio minus affert: id quod uel pri-
me coniecturæ uel secundæ deesse per regulam de tribus
notis depræhenditur: suppletur. sicut quando utraq; posi-
tio plus profert: id, quod siue in priore coniectura, siue in
posteriore redundantem excessum facere per regulam de
tribus notis inuenitur: auferendam est, ut ueritas exprimatur.

matur. sicuti in proximo superiori exemplo uidere licuit.



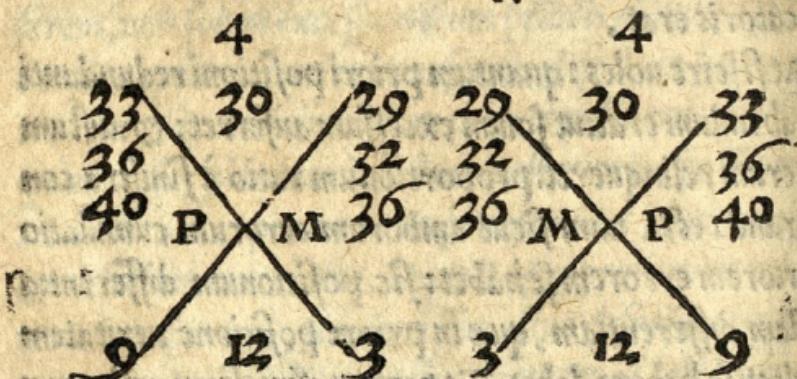
Nunc uideamus, quomodo per differentiarum observationem res expedietur: quando prior positio plus, posterior minus affert. uel ē conuerso. Et in themate iam dato fingamus primum mercatorem accepisse 33, secundum 36, tertium 40. Ea in unam summam collecta faciunt 109. ex quo liquet 9 redundare. Quare à sinistra crucis, positio uerticem, error pedem. P.litera, quæ plus coniectum esse demonstrat: sinum occupet. Iterumq; tentantes, ponamus primum mercatorem habuisse 29, secundum 32, tertium 36. que per additionem coacceruata faciunt 97. atque ita 3 de 100 desunt. ea dextram teneant: M litera, ad minus indicandum: in sinu dextra reposita. Deinde considerare oportet prioris positionis excessum edidisse excessum prioris erroris: secundæ autem positionis defectum peperisse defectum erroris secundi. Quocirca hi duo errores, quia alter in plus, alter in minus peccat: in unum sunt addendi: & surgent 12. que errorum cumulatio uenit ex differentia positionum.

uidelicet 4. Nam quia prior positio 9 plura quam oportuit attulit; secunda autem positio per 4 tantum ab ea differens, non solum excessum illum prioris abstulit: sed etiam plus, quam iustum erat: auferens, defectum superinduxit: ideo tam ad auferendum prioris positionis excessum, quam ad supplendum defectum posterioris, fit ista errorum additio: ut per eam temperamentum inter excessum & defectum inueniatur. Nam ita proportionum ratio in utramuis partem, siue excessus, siue defectus uim suam porrigerere potest. Etenim si in dextram ad defectum respicimus. quæ proportio est inter amborum errorum cumulationem, & secundum errorem: eadem inter positionum differentiam excessum & defectum cumulantem, & illam differentiam, quæ in secunda positione ueritatem occultat: esse debet. Et permutatim. quæ proportio est inter ambo rum errorum cumulationem, & positionum differentiam excessum & defectum cumulantem, ex qua nascitur: eadem inter secundum errorem & illam secundæ positionis differentiam uerum abscondentem, ex qua nascitur: esse debet. Atq; ea propter si scire uoles: quis sit numerus, qui in secunda positione defuit, ut iustum suppleret: consydere re oportet, ad hunc modum. Si cumulatio errorum quæ est 12: nascitur à positionum differentia ueritatem occulante, quæ est 4: de qua secundæ false positionis differentia uerum abscondente nascetur secundus error 3? Multi plica 3 in 4: & producentur 12. quæ per 12 secta monstrant 1, in numero partitionis. Hoc autem additum ad secundam

etundam positionem 29: qui numerus uno deficitur: supplet id, quod defuit. Et sunt 30: qui numerus uerus primi mercatoris erat.

At si scire uoles: quantum priori positioni redundantia detrahendum erat; ut solum excessum auferret: et iustum numerum relinqueret: proportionum ratio à sinistra consideranda est. nam sicut amborum errorum cumulatio ad priorem errorem se habet: sic positionum differentia ad illam differentiam, quæ in priore positione ueritatem occultat: se habere debet. Et permutatiō. sicut amborum errorum cumulatio se habet ad differentiam positionum ex qua nascitur: sic prior error ad illam prioris positionis differentiam uerum intercludentem, ex qua nascitur: se habere debet. Et ideo in operatione facienda per regulam de tribus notis, tertio loco forma questionem de primo errore, qui plus attulit: perinde quasi uerso exemplo positio prior fuisset minor: et secunda maior, hoc modo. Si 17. cumulatio errorum nascitur à positionum differentia 4. ueritatem præcludente; de qua prioris falsæ positionis differentia ueritatem obscondente, nascetur primus error 9. Ducantur 4. in 9: et crescent 36. quæ secta per 11. in numero partitionis edunt 3. is excessus erat, qui primam positionem 33 errare fecit. Quocirca dempto illo excessu supersunt 30. qui uerus erat primi mercatoris numerus. Itaq; quando altera positio plus, altera minus affert: si per regulam de tribus notis exquiris numerum, qui excessum in positione fecit: is inuentus subducendus est. At

si numerum inquiris, qui positioni deficit: is compertus
ad eam est addendus: ut ueritas appareat.



12. 4.3. 1. 12. 4.9.3.

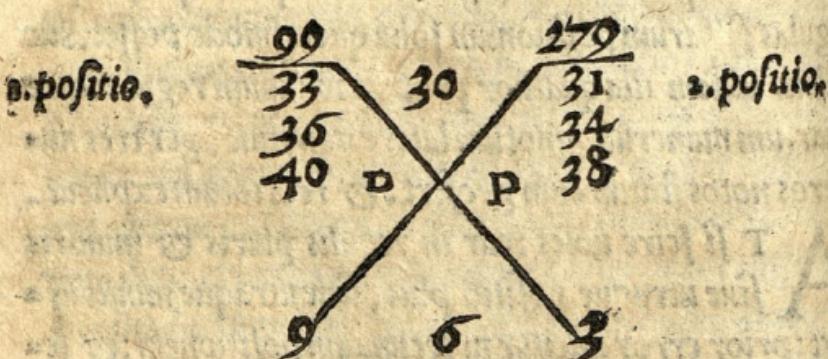
Si quispiam scire cupit: quando per differentiarum obseruationem res expeditur: cur siue utraq; positio plus siue utraq; minus affert: alterius positionis ab altera: atq; alterius erroris ab altero fit subductio? Animaduerte debet ad ea quæ dicta sunt: nempe quod distantia à ueritate, uel approquinquatio ad ueritatem, per differentiam alterius positionis ab altera, atq; alterius erroris ab altero deprehenditur. ipsa autem numerorum differentia per subductionem inuenitur. Ex proportione autem illarum differentiarum, quæ mediæ sunt inter errores & positiones: ueritas inuestigata per regulam de tribus notis in lucem uenit: siue in dextram partem, siue in sinistram respicias. Nam si in dextram. quæ proportio est inter errorum differentiam & secundum errorem: qui magis ad ueritatem approquinquat: eadem inter positionum differentiam, quæ differentiam errorum peperit: & illum secundae proæ

ide propositionis numerum, qui ueritatem adhuc absconsens secundum errorem edidit: esse debet. Et permutatim. quæ proportio est inter errorum differentiam, & differentiam positionum genitricem suam: eadem inter secundum errorem, & ignotum numerum matrem suam erit. At si in sinistram respicias. sicut errorum differentia se habet ad priorem errorum, quæ longius à uero recedit: sic positionum differentia ad illam prioris positionis latentem differentiam: quæ priorem errorum edidit. Et permutatim. sicut errorum differentia se habet ad differentiam positionum: sic prior error ad illam prioris positionis latentem differentiam, quæ ipsam edidit: se habere debet. Porrò nisi hæc proportionum ratio in differentijs positionum atq; errorum inesset: nulla unquam questio per regulas falsarum positionum solui quoismodo posset. Succedens autem illa quatuor proportionalium regula: quæ quartum numerum ignotum latere non finit: per tres numeros notos statim eum profert. & rem totam explicat.

AT si scire uoles: cur in regulis pluris & minoris siue utraque positio plus, siue utraque minus affert: prior error dicitur in secundam positionem: & secundus error in positionem priorem: posteaq; alterius producti ab altero, & alterius erroris ab altero fit subductio. Ratio huius rei pendet partim ab his: quæ de differentiarum proportione dictæ sunt: partim à prima & secunda regula Euclidis libro secundo. quas quanquam ille de lineis posuit: quia tamen in numeris etiam uerae sunt:

nos de numeris eas demus, ad hunc modum. Si fuerint duo numeri, quorum unus in quotlibet partes diuidatur: illud, quod ex ductu alterius in alterum fiet: et quum erit his, que ex ductu numeri indiuisi in unamquamq; partem numeri particulatim diuisi producentur. Item si fuerit numerus in partes diuisus: illud, quod ex ductu totius in seipsum sit: et quum erit his, que producentur ex ductu eiusdem in omnes suas partes. Ita quando prior error in secundam positionem ducitur: perinde est, quasi differentia errorum et secundus error, qui numeri sunt partes primi erroris: ducentur in eandem secundam positionem. Veluti in primo exemplo de regulis pluris et minoris dato: ubi utraq; positio plus affert:

180



Prior error 9 in secundam positionem 31 ducitur: et procreantur 279. sic si errorum differentia 6 seorsum in 31 ducatur: nascentur 186. Et si 3 secundus error in 31 ducatur: fient 93. qui numeri producti ambo simul additi faciunt 279. Similiter cum differentia positionum 2, et secunda positio 31 partes sint primae positionis 33: ducendas secas

tes secundum errorem, et in primam positionem 33: producemus 99. qui numerus productus aequalis est numero producendo: si ipse secundus error, et seorsum in positionem differentiam 2, et postea in 31 ducatur. sic quoque surgent 99. Itaque cum inter differentiam errorum et secundum errorem ea sit proportio; que est inter differentiam positionum et excessum in secunda positione: quando multiplicamus differentiam errorum 6 in secundam positionem 31: facimus 186. et ducimus eam non solum in totum uerum numerum 30: sed etiam in excessum, qui ueritatem abscondit: uidelicet 1. Et cum multiplicamus secundum errorem 3, in secundam positionem 31: facimus 93. quae addita ad 186: creant 279. Horum autem utrumque tacite fecimus ducentes primum errorem in secundam positionem. Ita 99 supra uerum addidimus. quod tantum est: quantum capit multiplicatio secundi erroris 3 in primam positionem 33. Nam multiplicatio differentie errorum 6 in secundae positionis excessum 1: quae tacite facta est: quando duximus 6 in 31: equiparatur multiplicationi secundi erroris 3, in differentiam positionum 2. Quia cum illa quatuor sint proportionalia, sicuti supra dictum est. quae ab extremorum multiplicatione ueniunt: et equalia sunt his, quae a mediorum. per regulam de tribus notis. Et multiplicatio secundi erroris 3, in secundam positionem 31: quae tacite facta est: quando duximus primum errorem in secundam positionem facit 93. sic 99 supra ueritatem sunt adiecta. Quare subductio numeri per multiplicatio-

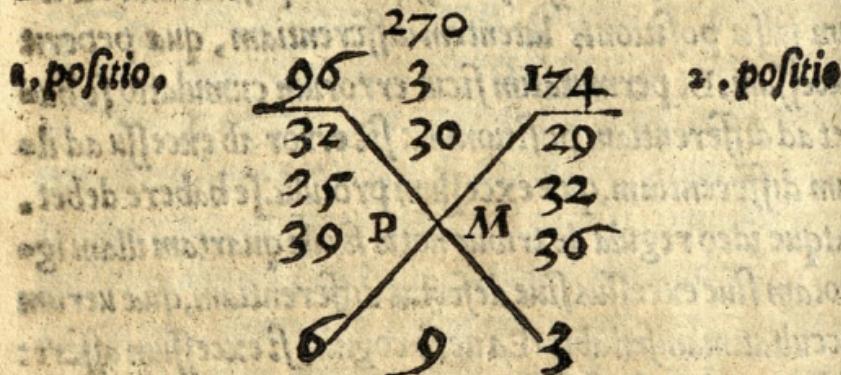
nem secundi erroris in primam positionem producti, qui etiam est 99: excessum omnem à ueritate auferit: ex numero uerum uelut in turba latitantem relinquit. sed quis sit: adhuc ignoramus. Diuisio autem facta per errorum differentiam 6, quisnam sit ostendit: uidelicet 30. Nam quando aliquis numerus ex duorum multiplicatione producitur: eius diuisio per alterū facta profert alterum in numero sectionis. Eadem ratione subductio alterius producti ab altero, ex alterius erroris ab altero sicut: quando utraque positio minus afferet.

Quod si scire desyderas: quando per differentiarum obseruationem res expeditur: cur errorum fit additio: siue prior positio plus, posterior minus afferit: siue ē conuerso. Ratio illa est, quam cum exempla daremus: attigimus. uidelicet quodd si contingat priori positioni aliquid superesse, secundae aliquid deesse: differentia positionum non solum excessum prioris positionis auferit: sed etiam defectum in secunda inducit. Vel si eveniat priorem positionem defectum afferre: secundam excessum: tum differentia positionum non solum id, quod priori positioni deest, supplet: sed plus iusto aggregans excessum in secunda positione parit. Quocirca ad inueniendum temperamentum inter excessum & defectum, prior error ex priore positione ueniens & posterior exiens ex posteriore, in unum coniunguntur: que errorum cumulatio inter duos errores media, in utramuis partem siue excessus siue defectus comparari potest. Nam si ad defectum respici-

respicimus: sicut errorum cumulato à differentia positio-
num defectum & excessum accumulante nascens se habet
ad illum errorem: qui nascitur ex defectu: sic positionum
differentia, ad illam falsæ positionis latentem differentia-
m: quæ defectum edidit. Et permutatim, sicut errorum
cumulatio se habet ad differentiam positionum: sic error
defectum patiens ad illam differentiam, quæ defectum attu-
lit, se habere debet. At si in alteram partem, ad excessum
respicimus: sicut errorum cumulatio se habet ad errorem,
qui natus est ab excessu: sic differentia positionum ad il-
lam falsæ positionis latentem differentiam, quæ peperit
excessum. Et permutatim sicut errorum cumulatio se ha-
bet ad differentiam positionum: sic error ab excessu ad il-
lam differentiam, quæ excessum protulit, se habere debet.
Atque ideo regula de tribus notis facile quartam illam iga-
notam siue excessus siue defectus differentiam, quæ uerum
occultat: manifestabit. Ea uero cognita si excessum affert:
subducenda est: si defectum: addenda, ut uerus numerus
exeat.

Porrò si scire uoles, cur in regulis pluris & mino-
ris, siue prior positio plus, posterior minus affert:
siue è conuerso: semper prior error ducitur in secundam
positionem: & secundus error in positionem priorem:
posteaq; alterius producti ad alterum fit additio: & am-
borum summa per summam errorum diuiditur: ut ueritas
exeat? Ratio tota huius rei pendet, partim ab his, quæ de
ratione proportionum modo sunt dicta: sine quibus ha-

iusmodi questio[n]es per falsarum positionum regula expli-
cari nequeunt: partim à predictis Euclidis regulis prima
videlicet et secunda, libro secundo. Et ut in exemplo uersan-
tibus res magis eluceat: repetamus illud: quod in tertia plu-
ris et minoris regula supra datum est: in quo prior posi-
tio plus, posterior minus affert. ubi prior error et ductus
in secundam positionem 29, profert 174. secundus autem
error 3, ductus in positionem priorem 32, producit 96.
qui numeri producti ambo coniuncti faciunt 270. que-
sesta per 9 proferunt 30.



Hic multiplicatio prioris erroris et in secundam posi-
tionem 29, que procreat 174: perinde est, ac si ipse prior
error duceretur in ueritatem 30: et fierent 180. præter-
quam quod tot unitates multiplicationi prioris erroris in
secundam positionem, desunt ad æquandam eam ueritati:
quod multiplicatio prioris erroris in id, quod ueritati in se-
cunda positio ne defuit: addere potest. Quocirca quia et
defuit secundæ positioni: quod ductum in et crearet et.
ideo numerus productus ex multiplicatione prioris erro-

It is in secundam positionem 174, per 6 differt à numero,
qui produceretur ex multiplicatione prioris erroris in ue-
ritatem. qui esset 180. qui numerus per 6 superat 174.
Similiter multiplicatio secundi erroris 3 in priorem pos-
itionem 32. quæ facit 96: perinde est, ac si ipse secundus
error 3 duceretur in ueritatem 30, & procrearentur 90.
nisi quòd multiplicatio secundi erroris in priorem positio-
nem, per tot unitates superat multiplicationem secundi er-
roris in ueritatem: quot multiplicatio secundi erroris in
id, quod in priore positione ueritatem excedit: producere
potest. Quare cum in priore positione excessus supra ue-
ritatem sit 2: qui ductus in secundum errorem 3, creat 6:
ex ea multiplicatione secundi erroris in priorem positio-
nem, quæ facit 96. & plura producuntur, quam procreari
deberent: si ipse secundus error 3 in ueritatem 30 sufficit
ductus: & crearentur 90. illa autem 6, quæ hic ueritatem
excedunt: in priore multiplicatione prioris erroris in se-
cundam positionem, ueritati defuerunt. Et ita defectus ab
excessu suppletur. Nam quæ proportio est inter excessum
prioris positionis 2. & priorem errorem ex eo natum 6:
eadem inter defectum secundæ positionis 1, & secundum
errorem ex eo natum 3, omnino erit. Et permutatim. qua
proportio est inter excessum prioris positionis 2, & de-
fectum secundæ positionis 1: eadem erit inter priorem er-
rorum 6 & secundum errorem 3. Quare cum sint 4 nu-
meri proportionales: quæ ab extremorum multiplicatione
producuntur: & equalia sunt his, quæ à mediorum. tantum

enim faciunt bis tria: quantum semel sex. Quamobrem si ambo numeri ex obliqua errorum in positiones multiplicatione producti coniungantur: alter alterius uitium semper corriget. Atq; is, cui deest: alterius exhaustiet excessum. & is, cui superest: alterius supplebit defectum. Quod ratione res ad æqualitatem reducetur. & fient 270. Idem autem numerus similiter etiam producetur: si uterq; errorum seorsum in ueritatem 30 ducatur. Nam 6 in 30 ducta, creant 180. & 3 in 30 ducta componunt 90. quæ simul addita faciunt etiam 270. Quamobrem cum summa productorum ex obliqua errorum in positiones multiplicatione, sit æqualis summæ productorum ex utriusq; seorsum erroris in ueritatem ductu: Eaq; multiplicatio utriusq; seorsum erroris in ueritatem, æqualis si amborum errorum simul additorum summæ in ueritatem ductæ, per prædictam Euclidis primam regulam secundi: Necesse est, si ipsa errorum summa cumulata, quæ est 9, summam productorum ex obliqua errorum in positiones multiplicatione, uidelicet 270 diuidat: ipsa ueritas 30 in numero sectionis in lumen prodeat. Nam quando numerus aliquis ex duorum multiplicatione producitur: idemq; per eorum alterum dividitur: in numero partitionis alter apparebit.

Expeditis falsarum positionum regulis: quo magis studiosi in eis exerceantur: questiones aliquot, quæ per eas solvi possunt: hic subiiciemus.

Socij tres habuerunt communes aureos 44: quorum secundus bis tantū, quantum primus. atq; eo amplius aureos

Aureos 4 contulit . tertius quantum ambo reliqui , atq; eo amplius aureos 5 . quero : quantum ab uno quoq; collatum est ? Experire per datas regulas . & compries primum contulisse aureos 5 , secundum 14 , tertium 25 .

TRes panni tela aureis 250 sunt emptæ . quarum secunda bis tanti , quanti prima constitit : atq; eo pluris aureis 10 . tertia bis tanti , quanti aliae due , atq; eo pluris aureo uno . quero : quanti tela quæq; constitut ? Tenta per datas regulas & inuenies primā aureis $24 \frac{1}{3}$ emptā esse : secundam aureis $58 \frac{2}{3}$. tertiam aureis 167 .

Obsonator quispiam emit in cœnam domini gallinas 3 , perdices 4 , phasianos 5 : nummis 86 . perdix quisq; nummis 3 pluris quam gallina constitit : phasianus quisque nummis 7 pluris , quam perdix . quero : quanti quæq; avis empta est ? Tentans per datas regulas compries gallinam quamq; nummis 2 , perdicem quemq; nummis 5 . phasianum quemq; nummis 12 constitisse .

Cubiti 6 panni rubri , & 4 panni viridis ualent aureos 36 . Eodem precio cubiti 9 panni rubri , & 7 panni viridis ualent aureos 57 . quero : quanti cubitus quisque utriusque panni constitut ? Pone quo precio libet 6 cubitos panni rubri , & 4 panni viridis fuisse emptos : dummodo de ambobus coloribus omnium cubicitorum precium 36 efficiat . Deinde uides si 9 cubiti panni rubri , & 7 panni viridis eodem precio emantur : quantum uel deerit , uel supererit de 57 . & errore nota . iteum ad eundem modum ponens perge . Ita depre-

bendes per datas regulas panni rubri cubitum aureos 4
ualere: cubitum autem uiridis aureos 3.

G Allinæ 3, perdices 4, phasiani 5 ualent nummis 7.
E Eodem precio gallinæ 3, perdices 5 & phasiani
ualent nummis $9\frac{2}{3}$. quero: quanti constituit unaquæq;
auis? Regulas duces sequens comperies gallinā emptā esse
nummo $1\frac{1}{3}$, perdicem nūmis $5\frac{1}{3}$, phasianum nūmis $9\frac{2}{3}$.

M inister cui, tradita à domino nummorum summa
mandatum erat: ut quendam tritici modiorum nu-
merum emeret: in mercatum profectus singulos tritici
modios denis nummis licetur. qua ratione de summa ac-
cepta nummos 40 sibi superfuturos deprehendit. At tri-
tici uendor duodenis nummis singulos modios indicat.
quod premium minister soluere recusat: quod ea ratione
comperit sibi de futuros nummos 40. queritur: quis ex-
rat modiorum numerus, quem emi dominus iussit? et quis
nummorum numerus ad id traditus erat? Si modiorum nu-
merus esset cognitus: simul etiam nummorum numerus
sciretur. Ideo ut exquiras, quot modij tritici fuerunt: in-
vestigandus est numerus, qui in 10 ductus, additis 40, tan-
cum producat: quantum in 12 multiplicatus subductis 40.
Is inuentus modiorum numerum monstrabit. quem ut ex-
quiras: pone fuisse modios 36. quorū si singuli constarent
nummis denis fierent 360. his adde nummos 40 qui su-
peressent: et surgent 400 pro summa ministro data. Post-
ea uideamus: an uendoris indicatura cum his quadret.
Et in singulos modios nummos 12 poscit, qua ratione mo-

dij 36 constarent nummis 432 . à quibus si 40 subducantur : qui ad preium illud explendum defuerunt : restabunt 392 . sic s desunt : ut fiant 400 pro summa ministro data . Atq; ita positio modiorum 36 defectum in s profert . Quæ re iterum ponamus fuisse modios 38 . quorum si singuli de nis constarent nummis : fierent 380 . quibus addamus 40 quæ superessent : et fient 420 pro summa ministro data . Deinde uideamus : an uendoris indicatura de 12 nummis in singulos modios 38 quadret : nam sic fierent nummi 456 . à quibus si 40 pro his , qui ad explendum preium defuerunt : subducas : relinquenter 416 . Ita desunt 4 : ut fiant 420 pro summa ministro data . Sic utraq; positio et de 36 et de 38 falsa est . Ex quibus si ueritatem per regulas su= pra datas inuestigare liber : inuenies modiorum numerum , quem dominus emi uoluit : esse 40 . et nummorum numerum ministro datum 400 : in quibus numeris emptoris li= citatio cum uendoris indicatura quadrabit .

Alio modo per compendium quæstio hæc , atque alias huiusmodi solui possunt : ut numerum , qui superfluisse est : et numerum , qui defuisse est : in unam summam addas . Deinde preium licitantis ministri , quod minus est : à precio maiore uendoris indicantis subducito . et per precio= rum differentiam : quæ restat : illam summam nummorum , qui superfluisse est : et qui defuisse est : diuide . sic in numero sectionis exibit modiorum numerus : qui cætera omnia aperiet . id , quod in sequenti quæstione licebit etiam ui= dere .

Operarij à patre familias ad putandam uineam in unum diem conducti mercedem operarum petunt: singuli nummos quinos. ille causatus ante uesperam ab opere eos cessasse, solum ternos offert: quibus si contenties sent: excusis loculis, depræhendit sibi superfuturos nummos 7. At si quini soluendi essent: defuturos 83: libet: inuestigare, quot operarios habuit, & quot nummos? Ut nondum hunc atq; huiusmodi, per compendium soluas: addere oportet nummos 7 qui superfluerint: ad nummos 13 qui defuerint. & surgent 20, qui numerus secundus est. Deinde subducere oportet mercedem minorem oblatam à maiore flagitata, uidelicet 3 à 5, & restabunt 2. qui numerus divisor erit. Ita 20 per 2 secta in numero partitionis decem proferent. Tot operarij uineam putarunt. Nummorum enim numerus, qui superfluerint: ad numerum additus, qui defuerint: dividendus est per mercedis petitæ & oblatæ differentiam. ut numerus sectionis monstret, quot mercedem petunt. Postea facile scitu est: quot nummos pater familias habuit. Nam mercedis oblatæ numerus in numerū operariū ductus id aperiet. Itaq; 3 in 10 ducta, procreabit 30. quibus si 7 addas: prodibūt 37. is nummorum numerus patris familias in loculis erat. Præterea si operarius quisq; 5 in mercedem exegisset: operarij decē necesse est habuisse 50. à quibus si 13 qui defuerunt: subducas: supererunt 37.

Potes etiam rem explicare: si per falsas positiones numerū exquiras: qui in 3 multiplicatus, additis 7 tantū producat quantum si in 5 ducatur. subductis 13. ls inuentus om per 40

Periorum numerū indicabit. qui cætera omnia aperiet.

Duo aureos habentes, æqualem quisq; numerum ad
demendum pannum in mercatum uadunt. Alter 13.
panni cubitos emit: cui superfuerunt aurei 15. Alter co-
dem precio panni cubitos emit 20. cui defuerunt aurei 28.
in quibus remansit debitor, quero quāti constituit panni cu-
bitus quisq;: et quantū eorum uterq; in crumena habuit.
Potes per coniecturas falsas rem explicare: si numerū per-
cas inuestiges qui in 13 ductus additis 15 tantū producat:
quantū in 20 multiplicatus, subductis 28. Vel si maiis per
compendium supra datum rem aggredilicet. Et utroque
modo depræhendes unius cubiti preciū fuisse $6\frac{1}{2}$. utrum
que autem scorsum in crumena habuisse aureos $94\frac{5}{6}$.

Mercator panni linei telam empturus, ratione fa-
cta, comperit: si singulos cubitos nummis 8 emat si
bi superfuturos nummos 50. At si 10 nummis cubiti singu-
li constent: defuturos nummos 80: quero: quot cubitos tela
capiet: Et quantum illi in loculis erat: Si per falsas pos-
tiones rem tentas: per eas inuestigandus est numerus: qui
in octo ductus, additis quinquaginta tantum producat:
quantum in decem multiplicatus, subductis octoginta.
Qua ratione inuenies telam cubitos sexaginta quinque lon-
gam fuisse: nummosq; in loculis eum habuisse 570. potes
etiam per compendium datum continuo rem explicare.

Duo mercatores nauem lanis onerandam condu-
cunt. Alter in eam saccos lanae septem alter lance

saccos ii imposuit. eorum uterque scorsum pro se saceum unum magistro nauis traditum uendi, deq; precio nau- lum solui, & si quid superesset: reddi mandauit. Quod cum expletâ nauigatione, factum esset: magister nauis, ei qui septē saccos interposuerat: aureos quinquaginta red- didit. ei uero, qui ii saccos: aureos 20. quæritur: quantum cuiusque sacci naulum erat? & quanti magister nauis tra- ditum saccum uendidit? Per positiones inuestigandus est numerus: qui in 7 multiplicatus additis quinquaginta, tan- tū producat: quantū in ii. ductus, additis 20. qui cū inuen- tis fuerit: monstrabit sacci cuiusque naulum fuisse aureos $7\frac{1}{2}$. saccum autem illum magistro nauis traditum, aureis $102\frac{1}{2}$ uenditum fuisse.

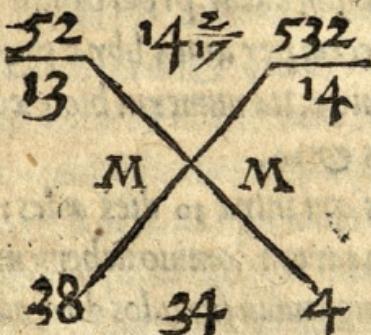
QVICI saccari libras sex emerat: interrogatus de unius libræ precio, respondit. quanti libræ sex pluris decem nummis constiterunt: tanti libræ io Pluris 20 nummis sunt emptæ. Queritur: quodnam pre- cium est unius libræ? Ad hanc questionem explicandam per positiones inquirendus est numerus, qui in sex multi- plicatus: tantum supra decem producat: quantum in de- cem ductus supra 20 proferret. Is autem inuentus unius lie- bræ precium indicabit $2\frac{1}{2}$. Vel si maiis: ad huius gene- ris ænigmata soluenda, compendium sequi licet ad hunc modum. Minimum numerum à medio subducere oportet: & quatuor, restabunt. qui numerus diuisor erit. Deinde medium numerum à maximo subtrahere est opus. & decem remanebunt, Ea per diuisorem secta libram unam

nummis $2\frac{1}{2}$ esse uenditam in numero partitionis monstræ bunt. In tribus namq; his numeris .. 10. 20. due sunt differentiæ, siue duo excessus: quorū minor in hoc quæsito maiorem secare debet. Postquam autem habes unius libræ precium: responsi ænigma in lucem uenit. Nam si libræ sex in unius libræ precium ducas: procreantur nūmi 15. Atq; iterum si libras decem per unius libræ precium multiplices: surgent nummi 25. Ita numerus hic s; æqualiter superset et 10 nummos et 20.

Architectus qui intra 30 dies ædes reficiendas suscepit: cum earum domino uehementer urgente, ut operi instaret: pepigit: ut in singulos dies, quibus operariatur: mercedem acciperet nummos 18. at si quos dies cessaret: pro singulis redderet domino nummos 16. Is tot diebus ædibus reficiendis operam dedit: et tot diebus cessavit: ut facta ratione nihil ei restaret. quæro: quot diebus operatus est: et quot diebus cessauit? Pactum bene consyde rans comperies de 30 partes 2 exquirendas esse: quarum altera ducta in 18 tantum producat: quantum altera in 16. id, quod per positiones fortuitas facile inuestigabis: si sub 30 numerum dierum, quibus operatus est, conijicias: eumque in 18 ducas: deinde reliquam partim de 30 multiplices in 16 pro cessationis diebus. Postea uide: uter numerus productus altero maior erit. Si numerus pro diebus cessationis productus alterum superat: positio de operis diebus defectum ostentat. At si numerus productus ex operum diebus maior est: positio in excessu peccat. Vtrum-

cumq; autem euenerit: annotandum erit. & iterum tendanda positio. Sequens itaq; regulas datas comperies dies, quibus operatus est, esse $14 \frac{2}{3}$. reliquos uero usque ad qd; quibus cessauit, esse $15 \frac{1}{7}$.

480



Interrogatus quispiam, quotam horam index horologii monstraret: respondit. *tertia & quarta pars horarum, quas indicat: sunt quinta & sexta pars earum, quas indicare deberet. quero: quotam horam index monstrabat: & quotam monstrare debebat?* Priusquam respondeas animaduertere oportet morem regionis: in qua est horologium. Esto, fuerit in Italia, in qua horarum supputatio per diem & diem & noctem progreditur usq; ad 24. Ut enigma hoc soluas: per positiones, due partes de 24 sunt inuestigande: quarum $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ unius, sint $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{6}$ alterius. Ita inuenies horas ab horologio monstratas esse $9 \frac{2}{3}$. eas uero, quae debuissent monstrari: esse $14 \frac{1}{3}$. Quippe de $9 \frac{2}{3}$ tertia pars est $3 \frac{2}{3}$. Quarta $2 \frac{1}{3}$. quae partes ambae simul additae faciunt $5 \frac{4}{3} \frac{2}{3}$. At de $14 \frac{1}{3}$ quinta pars est $2 \frac{1}{3}$. Sexta $2 \frac{1}{2}$, quae etiam partes ambae simul addita, creant $5 \frac{4}{3} \frac{2}{3}$.

Aurei

Avrei ducenti inter duos aleatores æquis portionibus diuidi debuerunt: ut eorum uterq; 100 depo-
taret. Effusis è sacco aureis, cum rixa inter eos orta es-
set: niescītis uterq; manibus aceruum deripiunt, de quo al-
ter plus, alter minus sustulit. Demum sedata rixa, conuen-
tum est: ut qui plus rapuisset, dimidium deponeret: qui mi-
nus, partem tertiam. quæ summa depositæ, quum æquis
partibus inter eos diuisæ fuissent uterq; se comperit habe-
re aureos 100: quemadmodum ab initio partitio scri-
buit. quæro, quantum uterq; rapuit? Per positiones inue-
nies alterum aureos octoginta quinq; & $\frac{1}{2}$. alterum au-
reos centum quatuordecim & $\frac{2}{3}$ rapuisse. quæ summa
compositæ faciunt 200.

Etribus aleatoribus primus de pecunia secundi di-
midium lucratus est. Secundus de tertij pecunia par-
tem tertiam. Tertius de primi pecunia partem quintam:
lusuq; finitio, discedens eorum quisque centum aureos de-
portauit. quero, quantum quilibet initio lusus attulit? Ten-
tans per positiones comperies primum attulisse aureos
quinquaginta quinque & $\frac{2}{3}$. Secundum auricos $111\frac{1}{2}$.
Tertium $133\frac{3}{4}$. Nam primus de sua pecunia quintam
partem perdidit, uidelicet $11\frac{1}{2}$. quo factum est: ut ei
restarent quadraginta quatuor & $\frac{4}{3}$. quibus dimidi-
um de secundi pecunia accessit, nempe quinquaginta quin-
que & $\frac{5}{3}$. ita centum deportauit. Secundus de sua pe-
cunia dimidium perdidit: & de tertij pecunia partem ter-
tiam lucratus est, uidelicet quadraginta quatuor & $\frac{4}{3}$.

que si addas ad alterum dimidium, quod remansit: sura
gent etiam centum. Tertius de tertia parte pecunie suæ
iacturam fecit. sic ei remanserunt octoginta octo & $\frac{8}{9}$.
quibus si quintam partem de primi pecunia lucrifactam,
uidelicet $11 \frac{1}{2}$ adiungas: sient etiam illi centum.

DVO Viatores Cornelius & Antonius in itinere
crumenas duas, alteram rubram, alteram nigras,
subinde repererunt: in quarum altera aurei 10 plures
quam in altera fuerunt: atq; in ambabus aurei centum.
Cornelius secum supputans, ad Antonium inquit. Si tu mi-
hi crumenam rubram dabis, & aureos decem de tuis: tum
ego tuæ pecunie quadruplum sum habiturus. Respondit
Antonius. At si tu mihi dabis crumenam nigram, & de
tuis aureos uiginti: tum ego tuæ pecunie quintuplum sum
habiturus. queritur, quot aurei in rubra crumena: quot in
nigra fuerunt: & quot aureos Cornelius de suis: quotq;
Antonius habuit: Principio de centum duas partes facere
oportet: quarum altera superet alteram partibus decem.
Hæ sunt quinquaginta quinq; & 45. Deinde uiatorum utri
usque aureos per positiones exquisitus, finge eorum utri-
rumque numerum quemlibet habere: assignans etiam eis
ut libet crumenas. annotaq; errorem. Ceterum priusquam
ad secundam positionem pergis: crumenarum assignatio-
nem (seruata ipsa eadem positione) commuta: obseruaq;
utra earum assignatio minorem errorem parit: ut illam,
reiecta altera, etiam in secunda positione teneas. Ita scies
uter crumenam rubram, uter nigram habuit. Postea ad se-
cundam

eundam positionem accingere: & regulas datas sequens
deprehendes Cornelium de suis habuisse aureos 40 $\frac{5}{12}$
Antonium 36 $\frac{5}{12}$. atq; in crumena rubra fuisse auricos 55,
in nigra 45.

Milles, qui in Statione erat: à viatore interrogatus:
quot in praesidio essent: respondit. Si totidem alijs
accederent: dimidium de totidem: & quarta pars de toti-
dem: omnes unā tecum faceremus 100. Iuuat scire: quot
milites essent in praesidio. Terna per positiones: & inue-
nies fuisse triginta sex.

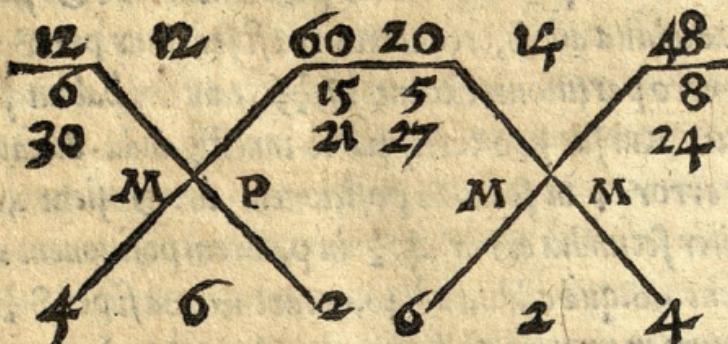
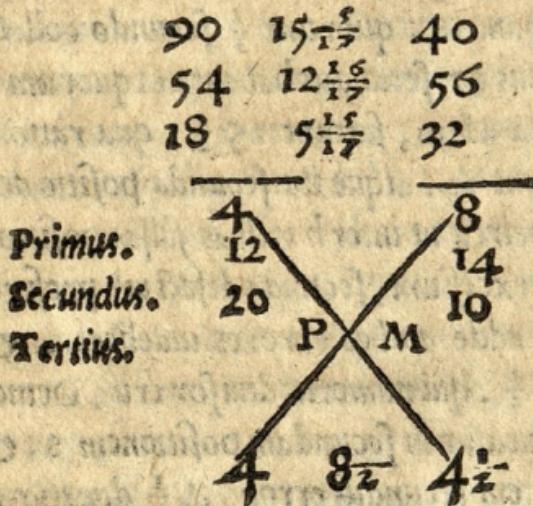
Mercator ad trinas nundinas subinde profectus, pri-
mis omnem suam pecuniam per lucrum duplique-
uit. & insumpsit libras auri duodecim. Secundis id, quod
ex primis superfuit: per lucrum duplicauit: & iterum in-
sumpsit libras auri duodecim. Tertijs id, quod ex secun-
dis remansit: per lucrum duplicauit. & rursus insumpsit
auri libras 12. Quo factum est: ut nihil omnino ei restaret.
Queritur, quantum pecuniae ad primas nundinas ab ini-
tio secum extulit? Terna per positiones: & comperies
eum extulisse aurilibras 10 $\frac{1}{2}$. Licet etiam sine ulla posi-
tione quæsitum hoc explicare: si à postremis nundinis inci-
piens, colligensq; per singulas lucra quæq;, & subducens
impensas, ordine retrogrado ad primas nundinas pergas.
quemadmodum de sacerdote tribus mendicis pecuniam
erogante libro tertio monstrauimus.

TRes pecuniam habent, aureorum quisq; summam:
quorum primus alijs duobus inquit, si mihi dimidi-

um pecuniae uestrae contuleritis : habebo unam cum mea
pecunia aureos 20 . Secundus uero ceteris dicit, Si mihi
partem tertiam pecuniae uestrae donaueritis; habebo u= niam cum mea aureos 20 . Tertius quoque reliquis affirmat:
si mihi partem quartam pecuniae uestrae dederitis; habe= bo unam cum mea aureos 20 . Quero, quot aureos habet
eorum unusquisque? Pone, ut libet: puta primum habere au= reos 4 . alij (necessitate est) habeant in summa 32 . quorum
 $\frac{1}{2}$ primo data faciet illi aureos 20 . Iam uero, ut seorsim
exquiras secundi & tertij partes: positiones alias facere
oportet ad hunc modum. Adde simul omnium partes
prima positione coniectas: & fient 36 . Deinde ut par= tem secundi exquiras: inuestigare oportet de 36 partes
duas: quarum alteri pars tertia alterius iuncta faciat 20 .
id, quod obiter per alias positiones faciendum est: & ea =
rum alteram inuenies 12 . tantum habebit secundus. Sic
primus & tertius habebunt 24 . e quibus 4 sunt pri= mi: sicut est positum: 20 erunt tertij. Sic secundum the= ma partes primi & secundi congruunt. ceterum tertij
pars per hanc positionem erit 24 . quippe si primus &
secundus $\frac{1}{2}$ ei conferant: ea erit 4 . at ipse habet 20 .
sic fiant 24 . & 4 excedentes in prima hac positione
redundant. Iterumigitur pone, ut libet, puta primum ha= beere 8 . quo fiet, ut secundus & tertius habeant 24 : quo= rum $\frac{1}{2}$ faciet ei: qui primus est 20 . Et ut partem secun= di inuenias: adde ea omnia simul, & fient 32 . poste a per
alias positiones obiter inuestigare oportet de 32 partes

duas: quarum alteri pars tertia alterius ita est a faciat 20.
 Et inuenies alteram esse 14. Tantum habebit secundus in
 secunda hac positione, in qua primus habet s. primus ue= =
 rò & tertius habebunt 18. quorum $\frac{1}{3}$ secundo collata
 faciet ei 20. Si primus & secundus habent 22: quorum $\frac{1}{4}$
 est $5\frac{1}{2}$. quæ addita ad 10, faciunt $15\frac{1}{2}$. qua ratione
 desunt $4\frac{1}{2}$: ut fiant 20. atque ita secunda positio de= =
 fectum parit. Quocirca ut inter has duas falsas positio= =
 nes: quarum prior excessum, secunda defectum profert:
 ueritas inueniatur adde ambos errores uidelicet 4 &
 $4\frac{1}{2}$ & surgent $8\frac{1}{2}$. qui numerus diuisor erit. Deinde
 primus error 4 ducatur in secundam positionem s: &
 producentur 32. Item secundus error $4\frac{1}{2}$ ducatur in
 priorem positionem 4: & fient 18. ea addita ad 32, cre= =
 ant 50. que summa si secetur per $8\frac{1}{2}$: in numero par= =
 titionis prodibunt $5\frac{1}{17}$. tantum habuit primus. Iterum
 pro secundi parte exquirenda, ducatur prior error 4
 in secundam positionem 14: & crescent 56. Itidem se= =
 cundus error $4\frac{1}{2}$ in priorem positionem 12. & fient
 94. quæ addita ad 56, creant 110. eas si secentur per $8\frac{1}{2}$:
 in numero partitionis exeunt $12\frac{1}{17}$. tantum habuit se= =
 cundus. Rursus pro tertij parte inuestiganda. ducatur
 prior error 4 in secunda positionem 10: & fient 40.
 Similiter secundus error $4\frac{1}{2}$ in priorem positionem 20:
 & fient 90. quæ addita ad 40, creant 130. Eas si per $8\frac{1}{2}$ di= =
 uidantur: in numero sectionis prodibunt $15\frac{1}{17}$. tantum
 habuit tertius. Experire secundum thema. & ita esse com= =
 peries.

Huiusmodi positiones duplices uocantur: quod ad confirmandas præcipuas positiones, aliæ obiter fiant: quas speandandas oculis hic subiecimus: ut lector melius intelligat.



In summa

IN summa, per falsarum positionum regulas uniuersae
 questiones: que in negotiationibus interuenire solent.
 facile explicantur. Quæ uero radicum supputationem
 aut quadraturas requirunt: altiorem poscunt artem:
 quam Arabes Algebraam uocant. Ea monstrat radicum
 quadratarum cubicarumque additionem, subduktionem,
 multiplicationem, & diuisionem. per quam
 uniuersa quantumuis ardua, quæ ad numeros
 attinent possunt expediri. Ceterum
 nos tantum ea, quæ ad numerum
 communem transi-
 gendam nece-
 saria sunt:
 Itu-
 diosis expli-
 canda suscepimus.



FINIS LIBRI
 QVARTI
 & ultimi.

APPENDIX

EX BVDAEI LIBRO DE
ASSE EXCERPTA, IN QVA
Prisca Latinorum & Græcorum
supputatio, ad æstimationem
pecuniae, tum Gallicæ,
tum Anglicæ re
noscatur.



PER AEPRECIVM ESSE PV-
tauimus nostrates studiosos admonere:
quemadmodum prisca, uel Romana, uel
Græca nummismata eorumq; summae quæ
libet pecunia nostrate possint æstimari: ut
cum ueteres authores in manus legendos sumunt, si qua
pecuniae summa interuenit, eius æstimationem protinus
agnoscant, Id, quod Budeus uir cum primis ætatis nostræ
eruditus in eo libro, quem de Asse & partibus eius mira
industria composuit: de pecunia Gallica suam gentem ad-
monuit. Quo nomine non tantum Gallorum, sed omnium
nationum posteritas ei plurimum debet: quod priscorum
thesauros refractis barbariei nunculis, quibus conclusi
erant: aperuerit, Itaq; quibus pecunia Gallica nota est:
satis ab illo sunt edociti: quantiuera quæq; nummismata:
atq; eorum summae quælibet occurrentes æstimentur. No
strates uero, quibus ea ignota est: per quedam, quæ ex
illius

Alius libro excerpta hic subnotauimus: facile idem cognoscet.

Apud Romanos, dum floreret imperium, auri libra nummos aureos quadragenos octonos capiebat: quorum singuli ualebant denarios uicenos quinos. Ex his aurei quatuor unciam pendebant: postea partim luxu, partim bellis ciuibus, extenuatis opibus, imminuti sunt aurei: ut tertia pars ponderi decederet: et septuaginta duo ex auri libra fierent. Hi solidi uocari cepti sunt, quasi integri: quibus nihil deesset. solidum enim antiqui integrum uocabant. Atque sextulae etiam nuncupati sunt: quod eorum sex unciam complerent. Nunc, quod sciam: nusquam gentium illorum aureorum instar aliquod manet, nisi apud nostrates Anglos quorum aurei quatuor, quos Nobiles Rofatōs uulgo uocant: pendent unciam. qui ueteres aureos Romanos et pondere aequali: et auri probitate parum aut nihil cedunt. Item sex nostre aurei, quos Nobiles Angelos appellamus complent unciam: et ueteres solidos, qui sextulae nuncupati fuerunt: et pondere et indicatura equiparant. Porro Romani nummariam argenti libram centum denarios argenteos, quorum singuli drachmae pondus aequalibant: completi uoluerunt. Denarius apud eos dictus, quod denos aereos ases ualeret. ut inquit Varro. Huius dimidium Quinarius argenteus, ualebat aereos ases quinq; At nummus Sestertius argenteus, duos ases et semissem: dictus quasi semis tertius. Horum quatuor denariorū ualebant. quo sit: ut quadringenti sesterii

tij denarios centum, hoc est, libram nummariam ualerent. Qua ratione Sestertium neutro genere, quod duas argenti libras & semissim complectebatur: mille sestertios gene re masculino capiebat. Sestertius autem ipse nummus, æris duas libras & selibram complectebatur: hoc est duos ases & semissim. Nam As, æris libram duodecim uncias complectentem, ualebat. Sextans nummisima paruum, ualebat duos ases. Quadrans nummus æreus, quartam assis partem: ut Triens tertiam. Semis autem duos ualebat quadrantes. Huic nummariæ rationi, quod ad denarios, qui narios & sestertios attinet: uetus pecunia nostra quam Sterlingam uocamus, per omnia similis est. Quod enim ueterem Großum Sterlingum nostrate lingua dicimus: id pondere et indicatura denarium Romanum æquat. Quod ueterem Semigrossum uocamus: Quinarium. Quod nostrum uulgo ueterem denarium Sterlingum appellat: Sestertium nummum æquiparat. Cæterum nos libram Sterlingam uocamus: quod apud Romanos libræ dimidium, se libra erat. At quod Romani neutro genere sestertium uocabant, duas argenti libras & semissim complectens: nos quinq; libras uocamus: quod libræ nostræ sint selibræ Romane.

Illud obseruandum uidetur: ueteres Sestertium, quod duas libras & semissim caperet: per duo L & unum S notare solere ad hunc modum L L S. siue de sestertijs nummis, siue de alijs sestertijs intelligas. Id quod adhuc extantes libri ueteres testantur.

Sester-

Sestertium neutri generis.

Viginti quinq; aurei co-
ronati.

Decem sestertia. Ducenti
quinquaginta coron.

Viginti sestertia. Quin-
ticononati.

Triginta sestertia. Septi-
genti & quinquaginta
coronati.

Quadragesinta sestertia .
Mille coronati.

Quinquaginta sestertia .
Mille ducenti quinqua-
ginta coronati.

Centum sestertia. Duo mil-
lia & quingēti corona.

Ducenta sestertia. Quinq;
millia coronatorum.

Quadragesinta sestertia .
Decem millia coron.

Quingēta sestertia. Duo =
decim millia & quingē-
ti coronati.

Sexcenta sestertia. Quinde-
cim millia coronatorū.

Ostingenta sestertia. Vigin-

Quinque libræ sterlingæ.

Quinquaginta libræ ster-
lingæ.

Centum libræ sterlingæ.

Centum & quinquaginta
libræ sterlingæ.

Ducentæ libræ sterlingæ.

Ducentæ quinquaginta li-
bræ sterlingæ.

Quingentæ libræ sterlin-
gæ.

Mille libræ sterlingæ.

Duo millia librarum ster-
lingarum.

Duo millia & quingentæ
libræ sterlingæ.

Tria millia librarum ster-
lingarum.

Quatuor millia librarum
sterlingarum.

- ti millia coronatorum.
Mille sestertia. Viginti quinque millia coronatorū.
Decies sestertium Romani quodam sermonis compendio dicebant pro decies centena millia sestertiorum. quo significabant idem quod mille sestertia. & fere supra mille per aduerbia loquebantur: infra mille, nunquam.
Duodecies sestertium. Triginta millia coronat.
Quindecies sestertiū. Triginta septem millia & quingenti coronati.
Vicies sestertiū. Quinquaginta millia coronat.
Trigesies sestertium. Septuaginta quinq; millia coronatorum.
Quadragies sestertium.
Centum millia coronat.
Sexagesies sestertium. Centum quinquaginta milia coronatorum.
Octogies sestertium. Dacentia millia coronato.
Centies sestertium. Ducsonta quinquaginta millia coronatorum.
- Sterlingarum
Quinque millia librarum
sterlingarum.
Sex millia librarum ster-
lingarum.
Septem millia & quingen-
ta libræ sterlingæ.
Decem millia librarum ster-
lingarum.
Quindecim millia librarū
sterlingarum.
Viginti millia librarū ster-
lingarum.
Triginta millia librarum
sterlingarum.
Quadraginta millia libræ
rum sterlingarum.
Quinquaginta millia libræ
rum sterlingarum.

Ducenties sestertiū. Quin
gentia millia coronato.

Quadringtonties sestertiū.
Decies cētēna millia co
ronatorum.

Quingenties sestertium.
Duodecies cētēna quin
quaginta millia coron.

Octingenties sestertium. Vi
cīes centena millia coro
natorum.

Millies sestertium. Vicies
quinquies cētēna millia
coronatorum.

Bis millies sestertiū. Quin
quagies centena millia
coronatorum.

Ter millies sestertium. Se
ptuagies quinquies cen
tēna millia coronatorū.

Quater millies sestertium.
Centies centena millia
coronatorum.

Sexies millies sestertium :
Cēties quinquagies cen
tēna millia coronator.

Octies millies sestertium.

Centum millia libraruū ster
lingarum.

Ducentia millia libraruū
sterlingarum.

Ducentia quinquaginta mil
lia libraruū sterlinga
rum.

Quadringtonēta millia libra
rum sterlingarum.

Quingēta millia libraruū
sterlingarum.

Decies cētēna millia libra
rum sterlingarum, siue
millies millenæ libræ.

Quindecies centena millia
librarum sterlingarum.

Vicies centena millia, hoc
est, bis millena millia li
brarum sterlingarum.

Tricies centena millia, hoc
est, ter millena millia li
brarum sterlingarum.

Quadragies cētēna millia,

Ducenties centena milia coronatorum.

Decies millies sestertium.
Ducenties quinquagies centena millia coronatorum.

Vicies millies sestertium.
Quingēties centena milia coronatorum.

Quadragies millies sestertiū. Millies centena milia coronatorum.

hoc est, quater millenia millia librarum sterlingarum.

Quinquagies centena milia, hoc est, quinques millenia millia librarum sterlingarum.

Centies centena millia, hoc est, decies millenia milia librarū sterlingarū.

Ducenties centena millia, hoc est, uicies millenia millia librarū sterling.

GRAE CORVM Supputatio.

Mina apud Græcos idem est, quod libra, & pondo apud Romanos. Hæc centum drachmas continebat: hoc est centum denarios Romanos, siue quadringentes sestertios. Drachma enim & denarius paris erant estimationis. Mina decem coronatos ualebat: siue duas libras sterlingas. Drachma in sex obolos diuidebatur: atq; in trientes, quadrantesq;. Sesquiobolus Athenis, erat Roma Sestertius.

Talentū multiplex fuit, sed Atticū maxime ab Historiis celebratū, sexaginta libras siue minas ualuit, hoc est, sexcentos coronatos, siue centum uiginti libras sterlingas.

Decent

Decem talenta. Sex millia
coronatorum.

Viginti talenta. Duodecim
millia coronatorum.

Quadraginta talenta. Vi-
ginti quatuor millia co-
ronatorum.

Quinquaginta talēta. Tri-
ginta millia coronat.

Centum talenta. Sexaginta
millia coronatorum.

Ducenta talenta. Centum
viginti millia coronat.

Trecenta talenta. Centum
octuaginta millia coro-
natorum.

Quadrungenta talēta. Du-
centa quadraginta mil-
lia coronatorum.

Quingenta talēta. Trecen-
ta millia coronatorum.

Sexta talenta. Trecen-
ta sexaginta millia coron.

Septingētalēta. Quadrin-
genta viginti mil. coro.

Odingenta talenta. Qua-
drungenta octuaginta
millia coronatorum.

Mille et ducētæ libra ster-
linge.

Duo millia et quadrin-
ta libra sterlinge.

Quatuor millia nonninge-
ta libra sterlinge.

Sex millia librarum sterlin-
garum.

Duodecim millia librarum
sterlingarum.

Viginti quatuor millia li-
brarum sterlingarum.

Triginta sex millia libraru-
m sterlingarum.

Quadrungenta octo millia
librarum sterlingarum.

Sexaginta millia librarum
sterlingarum.

Septuaginta duo millia li-
brarum sterlingarum.

Octuaginta quatuor millia
librarum sterlingarum.

Nonaginta sex millia libra
rūm sterlingarum.

Noningenta talenta. Quin
genta quadraginta mil-
lia coronatorum.

Mille talenta. Sexcenta mil-
lia coronatorum.

Duo millia talentum. Duo
decies centena millia co-
ronatorum.

Tria millia talentum. Deci-
es et octies centena mil-
lia coronatorum.

Quatuor millia talentum.
Vicies et quater cente-
na millia coronatorum.

Sex millia talentum. Tritie-
es sexies centena millia
coronatorum.

Octo millia talentum. Qua-
dragies octies centena
millia coronatorum.

Decem millia talentū. Sexa-
gies centena millia co-
ronatorum.

Quindecim millia talentū.
Nonages centena mil-
lia coronatorum.

Vigin ti millia talentū. Cen-

Centum et octo milliali-
brarum sterlingarum.

Centū uiginti millia libra-
rum sterlingarum.

Ducenta quadraginta mil-
lia librarum sterlinga-
rum.

Trecenta sexaginta millia
librarū sterlingarum.

Quadrungenta octuaginta
millia librarum sterlin-
garum.

Sextingenta uiginti milliali-
brarum sterlingarum.

Noningēta sexaginta mil-
lia librarū sterlingarū.

Mille et ducenta milliali-
brarum sterlingarum.

Mille et sexcenta millia lib-
rarum sterlingarum.

Bis milena et quadrinē-

Res uicies centena mittit
coronatorum.

Ta millia librarum ster-
lingarum.

M E N S U R A E E X B V-
dei libro de Asse.

CYathus, duodecima pars sextarij, pendet uncias du-
cas drachmas sexdecim.

Acetabulū, quod dicitur Oxybaphus: quarta pars Coty-
lē, continet Cyathum & dimidiū, pendet uncias tres.

Cotyla, quæ Hemina dicitur: dimidium sextarij continet:
Cyatos sex. pendet libram unam.

Sextarius, sexta pars Congij, continet Cotylas duas: Cyas-
thos duodecim. pendet libras duas.

Congius continet Sextarios sex: Heminas duodecim: Cyas-
thos septuaginta duos.

Modijs, tertia pars Amphoræ, capit Sextarios sexdecim:
Heminas quadraginta octo.

Amphora, quæ Quadrantal dicitur, capit Vrnas duas:
Modios tres: Congios octo: Sextarios quadraginta o-
cto: Heminas nonaginta sex.

Cadus, qui etiam Metreta dicitur: capit Congios decem:
Sextarios sexaginta: Amphoram & quadrantem.

Culeus capit Amphoras uiginti: Vrnas quadraginta: Mo-
dios sexaginta.

Medimnus capit modios sex: Amphoras duas.

HACTE Nus ex Budæi libro de Asse excerpsumus,
Nunc etate nostra apud singulas penè nationes au-

rei, pro regum aut principum arbitrio, uarium habent
precium. sic libræ, sic solidi, ut nunc sunt uocabula: ma-
gnam pro regionibus diuersitatem habent. Cæterum illud
mirum uidetur: quomodo in tanta librarum & solidorum
estimationis differentia, pro suo cuiusque regionis more,
multæ tamen nationes consentiunt: ut uulgari lingua soli-
dum uocent, quod denariolos duodecim uulgares comple-
titur: libram, quod solidos uiginti. Quocirca mercatorijs
supputationibus in hac ætate nostra plurimum conducet:
si quis in promptu teneat: quos solidos quælibet denarioř
summa procreet usq; ad mille. Id quod ante oculos per gra-
duis quosdam, numerorum notis signandum duximus.

Q V O M O D O E X D E =
narijs frant solidi.

22.d.	1.solid.	100.d.	8.s. 4.d.
18.d.	1.s.6.d.	200.d.	16.s. 8.d.
24.d.	2.s.	300.d.	25.s.
30.d.	2.s.6.d.	400.d.	33.s.4.d.
36.d.	3.s.	500.d.	41.s.8.d.
42.d.	3.s.6.d.	600.d.	50.s.
48.d.	4.s.	700.d.	58.s.4.d.
54.d.	4.s.6.d.	800.d.	66.s.8.d.
60.d.	5.s.	900.d.	75.s.
66.d.	5.s.6.d.	1000.d.	83.s.4.d.
			72.s.

72.d.	6.s.	1100.d.	91.s.8.d.
78.d.	6.s.6.d.	1200.d.	100.s.
84.d.	7.s.		
90.d.	7.s.6.d.		
96.d.	8.s.		

FINIS APPENDICIS.

GVLIELMI BVDAEI
PARISIENSIS, SECRE-
tarij regij, Breuiarium de Asse.

As, qui & Assis dicitur, in duodecim uncias distric-
buitur. As quaternos denariolos nostros ivaluit &
pauxillo plus. Sic fit, ut duo asses & semis, sestertium faci-
ant, id est, caroleum nostrum & semissim denarioli.

Duo asses, sextans dicebantur, quod numisma paruum
fuit, cuius meminit Plinius & Liuius.

Quadrans etiam nummulus, & ualebat assis quartam
partem, & Triens tertiam. Semis autem duos quadranteis
ualebat.

Apud Gr̄cos drachma in sex obolos diuisa est, & in
trienteis, quadranteisq;. Sesquiobolus Athenis erat Rome
sestertius.

Sestertius. & nummus idem erant apud Romanos.

Sestertius aestimatione nostra decem turonicis denario-
nis, & semisse denarioli ivaluit.

Denarius quaternos sestertios nummos ualebat, hoc

est, quaternos careulos nostros, & binos denariolos tur-
nicos: ex eo dictus denarius, quod pro decem assibus loca-
retur æreis, & cederet in solutum.

Sestertius ex eo dictus est, quod duos asses, & semis
sem ualeret. Qua ratione quaterni sestertiij denarium
Romanum ualebant. Et sestertius dictus, quia tertius se-
mis est, duo sunt solidi asses, & semis. hic etiam nummus
dicebatur, & argenteus erat.

Libra Romana, quæ & mina, & pondo dicitur, cente-
nos denarios, seu quod idem est, centenas drachmas habe-
bat. Cum igitur denarius quaternos sestertios & quareb-
pondere & estimatione, liquet in libra Romana quadrin-
gentos fuisse sestertios, & in duabus libris & selibra, mil-
le sestertios. quaratione fit, ut sestertia singula numero
plurali millenos sestertios ualeant, hoc est, duas libras, &
semissem. Ut enim sestertius nummus dicitur, ex eo quod
duos asses & semissem ualebat, hoc est, duas libras æris
gravis, & selibram: ita sestertia numero plurali & gene-
re neutro ideo dicuntur, quod singula duas libras et felia-
bram argenti ualerent, hoc est, ducentos & quinquaginta
denarios, siue mille sestertios, quod idem est. Sic fit, ut de-
cem sestertia, & decem millia sestertium nummorum pro-
cedem ab antiquis dicerentur.

Mille sestertiij, estimatione nostra, uiginti quinq; coro-
natorum ualent. Dicitur autem mille sestertiij, & mille
nummi: uel mille sestertium, & mille nummum: uel copula
& mille sestertium nummum.

Cum autem mille sestertijs, id est, ducenti quinquaginta denarij, duas libras, argenti, & semissem ualerent: sequitur ut libra Romana, quæ et mina dicitur et pondo, decē aureos coronatos ualuerit. Coronatos autem ita intelligi uolo. ut singuli triginta quinque solidos ualeant, quod est legitimum precium.

Igitur decem millia nummum, uel decem millia sestertiū, quod idem est, ducentos, & quinquaginta aureos coronatos ualebat. Hæc etiam decem sestertia dicuntur, cum singula sestertia, singula millia significant.

Decies sestertiū, idem est quod decies centena millia sestertiū, quæ summa centies maior est decem sestertijs. Idem est enim decies sestertiū, quod mille sestertia. Cum enim singula sestertia millenos nummos sestertiōs ualeant, si mille sestertia millies multiplicet, fient decies cētēna millia, quem lingua uernacula millionem uocant,

Decies igitur sestertiū centies ducētos & quinquaginta aureos ualet, hoc est, uiginti quinque millia. sic fiet, ut millio Romanus uiginti quinq; millia coronatorū ualeat.

Hoc igitur tenere oportet, quod quemadmodum, cum à nummis sestertijs, ad sestertia genere neutro fit transitus, numerus millies multiplicatur. Ita cum ad eam loquutionem uentum est, quæ per aduerbia numeralia enum ciatur, sestertia singula conduplicata crescunt. Ut uerbi gratia. Si centum sestertia dicam, centum millia sestertiū intelligere debeas. Quod si cētēs sestertiū dicam, non iam centum sestertia, sed centies centena sestertia,

seu centies centena millia sestertium, intelligendum sit.

Vt autem facilis, & obvia sit unicuique earum summarum intelligentia, quæ apud authores identidem leguntur, hoc meminisse oportet, quod sequitur: ut quis summa etiam in digitos deduci possit, sine calculis, ab abaco.

Decem sestertia	duceti quinquaginta aurei.
Viginti sestertia	quingenti aurei.
Triginta sestertia	septingenti, & quinquaginta aurei.
Quadraginta sestertia	mille aurei.
Quinquaginta sestertia	mille ducenti, & quinquaginta aurei.
Sexaginta sestertia	mille et quingenti.
Centum sestertia	duo millia et quingenti.
Ducenta sestertia	quinque millia.
Quadrингenta sestertia	decem millia coronatorū.

Census equestris sub iulio

Cæsare.

Quingenta sestertia	duodecim millia et quingenti.
Sexcenta sestertia	quindecim millia.
Octingenta sestertia	viginti millia.

Census senatorius ante Augustum.

Mille sestertia	viginti quinque millia.
Mille ac ducenta sestertia	triginta millia.
	Census

Census senatorius sub
Augusto.

Notandum quod supra mille sestertia Romani ferent semper per aduerbia loquebantur, infra mille nunquam per aduerbia loquuti sunt, hoc modo.

Decies sestertium, id est mille sestertia, uiginti quinq; millia.

Duodecies sestertium, triginta millia aureorum

Census senatorius sub
Augusto.

Quindecies sestertium triginta septem millia et
quingenti

Vicies sestertium quinquaginta millia

Tricies sestertium septuaginta quinq; millia
aureorum

Quadragies sestertium centum millia aureorum

Quinquagies sestertium centum xxxv. millia aur.

Sexagies sestertium centum quinquaginta mil-
lia aureorum.

Centies sestertium duceti quinquaginta millia
aureorum.

Tanti estimatus est unio
Cleopatræ.

Quidringenties sestertium decies centena millia, id est,
millio. Millies mille, id est, millio.

Tanti estimatus est à Plinio
ornatus Lollus.

Millies sestertium **v**icies quinques cētēna milia, id est, duo millions, & quingenta millia.

Bis millia sestertium **q**uinquagies cētēna millia.

Census Lentuli auguris sub
Augusto.

Quater millies sestertium **d**ecem millions dicuntur,
hoc est, cētēies cētēna millia.

Decies millies sestertium **u**iginti quinque millions.

Quadrages millies sester. **c**entum millions.

Vicies septies millies sestertium coegisse Tiberius dicitur,
id est, sexaginta sex millions, & quinquaginta millia
aureorum coronatorum, ut nostro sermone loquar.

Libra Romana in duodecim uncias & semunciam di-
uiditur, & uncia in octonas drachmas. Sic fit ut centene
drachmæ libram & minam, seu pondo faciant.

Drachma in terna scrupula dividitur. sic fit ut sint uic-
tina quaterna scrupula in uncia. Parisienses drachmam
grossum appellant, & scrupulum appellant denarium,
& binae drachmæ sterlini quinque dicuntur, id est, qua-
drans unciae.

Hac de pondere dicta sufficient.

G R A E C O R V M

Supputatio.

Mina apud Græcos id est quod libra & pondo apud
Romanos. haec centū drachmos continebat, hoc est, cen-
tum denarios Romanos, seu quadringentos sestertios.

Mina

Mina igitur decem aureos coronatos ualuit. Et drach
matres solidos turonicos & semissim, quanti scilicet de-
narius Romanus estimatus est à nobis, hoc est, quaterni
nummi.

Talentum multiplex fuit, ut in libro nostro latissime
enarratum est. sed talentum Atticum quod plurimum ce-
lebratur ab historicis, sexaginta libras ualuit, seu minas,
hoc est, sex millia denariorum uel drachmarum, que sexa-
gies denos coronatos ualent. hoc est, sexcentos.

Talentum	sexcenti aurei.
Decem talenta	sex millia aureorum.
Quindecim talenta	nouem millia aureorum.
Viginti talenta	duodecim millia.
Quinquaginta talenta	triginta millia aurorum.
Centum talenta	sexaginta millia.
Ducenta talenta	centum millia & viginti.
Quadringenta talenta	ducenta & quadringento millia.
Mille talenta	sexcenta millia.
Duo millia talentum	mille & ducenta millia.
Decem millia talentum.	sexages centena millia.

Tanti funerasse Alexander Eph-
stionem dicitur.

BREVIARIU BUDAICI DE ASSE
FINIS.

卷之三十一





