UNIVERZA V LJUBLJANI
PEDAGOŠKA FAKULTETA

Maja Škrbec

VSEBINE IZ VERJETNOSTI V PRVEM TRILETJU OSNOVNE ŠOLE

Magistrsko delo

Ljubljana, 2008

UNIVERZA V LJUBLJANI
PEDAGOŠKA FAKULTETA

Maja Škrbec

VSEBINE IZ VERJETNOSTI V PRVEM TRILETJU OSNOVNE ŠOLE

Magistrsko delo

Mentorica:
doc. dr. Tatjana Hodnik Čadež

Ljubljana, 2008

ZAHVALA

Zahvaljujem se mentorici doc. dr. Tatjani Hodnik Čadež za njeno pomoč, spodbude in prijaznost

Najlepša hvala vsem učiteljicam in vzgojiteljicam, ki so sodelovali pri nastajanju mojega magistrskega dela.

Največja zahvala pa gre možu in ostali družini za njihovo pomoč in podporo tekom celotnega študija.

POVZETEK

Vsebine iz verjetnosti niso vključene v učni načrt prvega in drugega triletja, vpeljane pa so neformalno, saj so prisotne v nekaterih učbeniških kompletih. Delo predstavlja raziskave, katerih raziskovalni problem je razumevanje vsebin iz verjetnosti majhnih otrok, starih od 5 do 11 let. V empiričnem delu so anketirani učitelji in vzgojitelji podali pozitivno mnenje na različne trditve, ki so nanašajo na učenje verjetnosti. V omenjenih vsebinah so videli številne prednosti. Pri številnih trditvah o verjetnosti pri pouku matematike se je mnenje učiteljev razlikovalo od mnenja vzgojiteljev. Ugotovilo se je, da vprašani ne vedo, pri kateri starosti so otroci sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke oz. napovedati verjetnost raznih dogodkov ter se strinjali, da pri izbrani nalogi, ki so jih analizirali, preverjajo naslednja cilja: razlikujejo gotove, mogoče in nemogoče dogodke; primerjajo verjetnost raznih dogodkov. Učenci prvih treh razredov obravnavanega vzorca so sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov, medtem ko je tega sposobna le polovica 4−5 let starih otrok, ki so sodelovali v raziskavi. Največja razlika v sposobnostih je bila med otroki, starimi 4−5 let, in otroki, ki obiskujejo prvi razred. Med spoloma so bile opazne le majhne razlike. Otroci vseh starostnih skupin raziskovalnega vzorca so imeli težave z napovedovanjem dogodkov, kjer je verjetnost enaka. Slednje je mogoče učence prvega razreda z ustreznim učnim pristopom naučiti v štirih urah matematike.

KLJUČNE BESEDE: verjetnost, prvo triletje, predšolsko obdobje, naloge iz verjetnosti, učenje enake verjetnosti

ABSTRACT

Probability contents are not included in the syllabus for the first and second three-year period of elementary school. However, they are implemented informally, as they are present in some textbooks. This paper discusses the surveys that focused on understanding probability contents in children between the ages of 5 and 11. In the empirical part of the paper, the teachers and educators in the survey provided an favourable opinion to various statements, dealing with learning probability contents. They have expressed many advantages of learning these contents. With many survey questions, dealing with probability in mathematics classes, the teachers' responses differed from those of educators, who work in kindergartens. The results showed that the dilemma lies in when are the children capable of distinguishing certain events from probable or impossible events. The agreement was to focus on two aspects: distinguishing between certain, probable and impossible events and to compare probability of various events. Pupils of the first three-year period were able to do those tasks successfully, while only half of the children of ages 4-5 could do the same. The most obvious distinction was observed between those children that have already started their schooling and those who have not. No major distinction can be observed between the sexes. Children of all ages had problems with predicting events with the same probability, which can be presented to children in the first year in four lessons with the correct teaching approach.

KEY WORDS: probability, first three-year period, pre-school period, probability contents, teaching same probability.

KAZALO

1 UVOD

Verjetnost je matematična disciplina, ki se ukvarja z izračunavanjem verjetnosti raznih dogodkov. V učnem načrtu matematike so cilji, ki se navezujejo na verjetnost, prvič pojavijo šele v devetem razredu. Kljub temu pa so te vsebine neformalno vpeljane že v prvo triletje, kar se kaže s prisotnostjo teh vsebin v nekaterih učbeniških kompletih.

V nalogi je najprej predstavljena kratka zgodovina verjetnosti ter glavni pojmi iz vsebin iz verjetnosti. Navedeni so razlogi za vključitev vsebin iz verjetnosti v zgodnejše učenje, način učenja verjetnosti, kako so te vsebine vključene v matematični učni načrt ter učbeniška gradiva za prvo triletje. Prikazani so rezultati raznih raziskovalcev, ki so skušali ugotoviti, pri kateri starosti so otroci sposobni razumeti določene vsebine iz verjetnosti. Ker je z verjetnostjo povezana intuicija, so med drugim predstavljene njene glavne značilnosti.

Ker omenjene vsebine niso formalno vključene v učni načrt zgodnejšega poučevanja, v slovenščini ni veliko primerne literature. Ustrezna literatura je v tujih matematičnih revijah in še ta je starejša, saj so se s to temo priznani raziskovalci ukvarjali v šestdesetih, sedemdesetih in osemdesetih letih prejšnjega stoletja. Zaradi nedostopnosti nekatere starejše tuje literature smo morali uporabiti sekundarne vire.

V okviru naloge smo izvedli raziskavo, s katero smo želeli ugotoviti stališče učiteljev in vzgojiteljev do izbranih vsebin iz verjetnosti, in sicer, ali so vsebine primerne za obravnavo v skupini otrok oz. učencev, s katerimi delajo, ali so te vsebine za otroke zanimive, v katero triletje spadajo, kakšno mišljenje razvijajo, na kaj se navezujejo in smiselnost teh vsebin. Vprašani so izrazili tudi stališča, ali naloge iz vprašalniku priloženega preizkusa znanja preverjajo naslednja cilja:

- Učenci razlikujejo gotove, mogoče in nemogoče dogodek.
- Učenci primerjajo verjetnost raznih dogodkov.

Med drugim smo želeli ugotoviti mnenje učiteljev in vzgojiteljev o tem, pri kateri starosti so otroci sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter napovedati verjetnost raznih dogodkov, ali obstajajo razlike med odgovori učiteljev in vzgojiteljev ter ali na mnenje vpliva delovna doba, izobrazba, starost vprašanih oz. starost otrok, ki jih poučujejo.

Ugotavljali smo sposobnosti tistih otrok, ki bodo prihodnje leto sedli v šolske klopi, prvošolcev, drugošolcev ter tretješolcev, in sicer, ali so sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov. Ker so bili v raziskavo vključeni otroci različnih starosti, smo oblikovali dva preizkusa znanja, ki sta preverjala enaka cilja, vendar pa so se naloge nekoliko razlikovale (zaradi možnosti nepoznavanja barv in števil pri mlajših otrocih so uporabljene razne igrače, živali in sadje). Ker 4−5 let stari otroci in prvošolci še ne znajo brati in pisati, so le-te spraševali učitelji in vzgojitelji ter beležili njihove odgovore, medtem ko so starejši otroci naloge reševali brez tovrstne pomoči. Predstavili smo rezultate otrok pri posameznih nalogah in primerjali naloge glede na cilja. Poleg tega smo primerjali rezultate otrok glede na njihovo starost in spol.

Po pričakovanju so se otroci najslabše odrezali pri nalogi, kjer je bila verjetnost enaka. Zato smo si postavili vprašanje, ali je možno učence prvega razreda naučiti pravilno napovedovati dogodke, ko je verjetnost enaka. Zaradi tega smo razvil učni pristop za poučevanje enake verjetnosti, katerega učinkovitost se je z vidika doseganja učnih ciljev preizkušala pri štirih urah matematike v štirih oddelkih prvega razreda. V nalogi je opisan potek, rezultati in ugotovitve tega dela raziskovanja. Zanimalo nas je tudi, ali se pridobljeno znanje ohrani.

Zaradi številnih zapisanih vzrokov ter pozitivnih učinkov učenja verjetnosti se nam zdi smiselno te vsebine formalno vključiti v zgodnejše poučevanje. Na ta način se učenci ne bi prvič srečali z verjetnostjo v devetem razredu oz. v srednji šoli, tako kot sem se jaz, temveč bi o tej vsebini imeli konkretne izkušnje, ki bi se iz leta v leto nadgrajevale. Zaradi tega se jim te vsebine ne bi zdele tako težke in abstraktne, kot so se zdele meni. Ne smemo pa zanemariti tudi dejstva, da je nadgrajevanje zgodnjega učenja verjetnosti lahko problematično, saj preproste vsebine, kot so razlikovanje mogočih, nemogočih in gotovih dogodkov, hitro preidejo na bolj abstrakten nivo. Na primer: izračun verjetnosti dogodka je vezan na racionalna števila, ki pa jih učenci bolj poglobljeno spoznajo v petem razredu.

2 VERJETNOST

2.1 ZGODOVINA VERJETNOSTI

Verjetnost je matematična disciplina, katere začetki segajo približno 7500 let nazaj, ko so se stari Egipčani zabavali z igro met kamna, ki je podobna igri met kovanca. Ukvarjanje s to panogo se je nadaljevalo v antiki, saj je Ciceron razpravljal o slučajnih dogodkih pri žrebu, ter v srednjem veku, ko sta G. Cardano (1501–1576) in G. Galilei (1564–1642) v svojih knjigah obravnavala problem iger na srečo (Cotič, 1999). Za pravi začetek verjetnostnega računa se šteje leto 1654, ko se je strasten hazarder obrnil na B. Pascala z naslednjim vprašanjem: Zakaj se pri velikem številu poskusov večkrat zgodi, da v štirih metih klasične kocke vsaj enkrat pade šest pik, kot pa se v 24 metih dveh klasičnih kock vsaj enkrat pojavi vsota 12 (Cotič, 1999). B. Pascal je s P. de Fermantom rešil problem, ki danes velja za preprost problem iz teorije verjetnosti (Cotič, 1999). Izračunala sta, da je pri metu klasične kocke verjetnost, da pade v štirih metih 6 pik, enaka $P = 1 - (\frac{5}{6})^4 = 0{,}5177$, medtem ko je verjetnost, da v 24 metih vsaj enkrat pade 12 pik $P = 1 - (\frac{35}{36})^{24} = 0{,}4914$ (Cotič, 1999).

Prvo dovolj strogo matematično delo o verjetnostnem računu velja Huygensovo (1629−1695) z naslovom *De ratiociniis in ludo aleae*, na osnovi katere je J. Bernoulli (1654–1705) napisal knjigo z naslovom Ars coniectandi, ki velja za eno najpomembnejših del o verjetnostnem računu in kombinatoriki (Cotič, 1999). V 18. in 19. stoletju so se z verjetnostnim računom ukvarjali še: A. de Moivre (podal klasično definicijo, ki jo pripisujejo Laplaceu), D. Bernoulli, L. Euler, D'Alembert, Bayes (Bayesova formula), J. L. Lagrange (ukvarjal s teorijo napak), P. S. de Laplace (pripisujejo mu klasično definicijo verjetnosti, zato jo imenujejo tudi Laplaceova definicija verjetnosti, čeprav je bila podana že v 17. stoletju) (Cotič, 1999).

Teorija verjetnosti je velik razvoj dosegla v 19. in 20. stoletju, saj so se z njo povezano razvijale še matematična statistika in ostale veje matematike, ki se ne uporabljajo le pri matematiki in naravoslovnih znanostih, temveč tudi v družboslovnih vedah (Cotič, 1999).

2.2 OSNOVNI POJMI VERJETNOSTI IN DEFINICIJE

Trije najbolj **osnovni pojmi** iz verjetnosti so:

- **poskus** (hoteno dejanje, ki ga opravimo v natanko določenih pogojih, npr. iz običajnega kompleta 32 kart izberemo eno karto);
- **dogodek** (pojav, ki se lahko v posameznem poskusih zgodi ali pa tudi ne, npr. izvlečena karta je as, rdeče barve, pik, figura);
- **verjetnost dogodka** (število, kateremu se pri dovolj velikem številu ponovitev poskusov čedalje bolj približamo) (Čibej, 1996).

Poznamo tri **vrste dogodka** (Čibej, 1996):

- **gotov** dogodek (dogodek, ki se zgodi pri vsaki ponovitvi poskusa, npr. pri metu poštene igralne kocke bo padlo manj kot sedem pik),
- **nemogoč** dogodek (dogodek, ki se ne zgodi v nobenem od poskusov, npr. iz posode, v kateri so same črne kroglice, potegnemo belo kroglico), in
- **slučajen** dogodek (dogodek, ki se v nekaterih poskusih zgodi, v nekaterih pa ne, zato jih ne moremo z gotovostjo napovedati, npr. z igralno kocko vržemo sodo število pik).

Definicije zvez med dogodki so po Čibeju (1996) naslednje:

- Dogodek A je **način** dogodka B, če se vsakič, ko nastopi dogodek A, zagotovo zgodi tudi dogodek B.
  Zgled: Pri metu kocke je dogodek A, da pade šestica, način dogodka B, da pade sodo število.
- Dogodka A in B sta **enaka**, če sočasno velja, da je dogodek A način dogodka B in dogodek B način dogodka A.
  Zgled: V rumeni vrečki so rumene kroglice, v modri vrečki so modre kroglice. Miže je potrebno izbrati eno vrečko in iz nje potegniti kroglico. Dogodek A se zgodi, če izberemo rumeno vrečko, dogodek B pa, če izberemo modro vrečko. Dogodka A in B sta enaka: če je izbrana rumena vrečka, zagotovo potegnemo rumeno kroglico, in obratno, če izberemo modro vrečko, zagotovo potegnemo modro kroglico.
- Če se nekemu poskusu zgodi vsaj eden od dogodkov A ali B, rečemo, da se je zgodila **vsota** ali **unija dogodkov** A in B.

Zgled: Pri metu kocke naj bo dogodek A, da padejo več kot tri pike, dogodek B pa padec sodega števila pik. Vsota nastopi natanko takrat, ko pade bodisi 5 ali 6 pik (dogodek A) ali če padejo 2, 4 ali 6 pik (dogodek B).

- **Produkt** dogodkov (tudi presek dogodkov) A in B se zgodi natanko takrat, kadar v nekem poskusu hkrati nastopita dogodka A in B.

  Zgled: Pri metu kocke naj bo dogodek A, da padejo več kot tri pike, dogodek B pa padec sodega števila pik. Če naj se zgodi produkt AB, morata nastopiti A in B hkrati, kar se očitno zgodi natanko takrat, ko pade šest pik.

- V nekem poskusu nastopi **negacija** dogodka A, če ne nastopi dogodek A. Negacijo dogodka A označujemo s simbolom Ā, še raje pa z A', po domače pa ji rečemo kar **nasprotni dogodek** dogodka A.

  Zgled: Za dogodek A, da padejo pri metu več kot štiri pike, je negacija dogodek, da ne padejo več kot štiri pike, z drugimi besedami, da padejo kvečjemu štiri pike.

- Dogodka A in B sta v danem poskusu **združljiva**, če lahko nastopita oba hkrati. Če se to ne more zgoditi, rečemo, da sta **nezdružljiva**. Pri metu kocke sta dogodka A, da pade šestica, in B, da pade liho število pik, nezdružljiva, ker ne moreta nastopiti oba hkrati. Dogodka C, da pade sodo število pik, in D, da padejo manj kot tri pike, pa lahko nastopita v isti ponovitvi poskusa (kadar padeta dve piki), zato sta združljiva.

- Če lahko dogodek A izrazimo kot vsoto vsaj dveh med seboj nezdružljivih, sicer pa mogočih dogodkov, na primer A = B + C, pravimo, da je A **sestavljen** dogodek. Dogodku, ki ni sestavljen, rečemo **elementaren dogodek** ali **izid**.

  Zgled: Pri metu kocke imamo šest elementarnih dogodkov, ki po vrsti pomenijo padec ene, dveh, ..., šestih pik. Sestavljen dogodek pa je na primer padec sodega števila pik.

- Za izide, iz katerih je neki dogodek sestavljen, rečemo, da so zanj **ugodni**, ali še drugače, da so to načini, na katere se ta dogodek lahko zgodi.

  Zgled: Sočasno vržemo rdečo in črno igralno kocko. Dogodek A, da je vsota obeh pik na kockah enaka sedem, se lahko zgodi na več načinov. Za dogodek A je tedaj ugodnih 6 izidov od 36 možnih.

O **verjetnosti slučajnega dogodka** Čibej zapiše naslednje: »Verjetnost slučajnega dogodka povezujemo s tem, kako pogosto proučevani dogodek nastopi, če poskus velikokrat ponavljamo. Za dogodke, ki se pri tem le redko zgodijo, rečemo, da so malo verjetni, za dogodke, ki se tudi pri velikem številu ponovitev zgodijo v večjem številu primerov, pa pravimo, da so zelo verjetni /... /. S takimi ohlapnimi izrazi v matematiki ne moremo početi nič pametnega, navajajo pa nas na misel, da bi verjetnost dogodka na določen način merili s pomočjo razmerja med številom tistih ponovitev, v katerih je dogodek dejansko nastopil, in številom vseh ponovitev poskusa.« (Čibej, 1996: 95.) To razmerje je relativna frekvenca ($f°(\mathrm{A}) = \frac{f(A)}{n}$) in spoznanje, da se pri dovolj velikem številu poskusov zaporedje relativnih frekvenc ustali pri nekem številu, je eno najvažnejših verjetnostnih zakonitosti (Čibej, 1996). Oznaka za relativno frekvenco je $f°(\mathrm{A})$, $f(\mathrm{A})$ pomeni frekvenca dogodka (kolikokrat se je dogodek zgodil), medtem ko je n oznaka za število poskusov. Relativno frekvenco se torej izračuna tako, da število, kolikokrat je padlo npr. število 6, delimo s številom vseh poskusov.

Zgoraj zapisano se nanaša na **statistično definicijo verjetnosti**, ki se glasi: »Verjetnost dogodka A v proučevanem poskusu je število P(A), pri katerem se navadno ustali relativna frekvenca dogodka A v dovolj velikem številu ponovitev tega poskusa. Zgled: Ker se relativna frekvenca grba v velikem številu metov ustali (vsaj približno) pri $\frac{1}{2}$, rečemo, da je verjetnost za padec grba pri metu običajnega kovanca 0,5.« (Čibej, 1996: 96.)

O **klasični definiciji verjetnosti** pa Čibej zapiše naslednje: »Naj bo v nekem poskusu popoln sistem dogodkov iz n elementarnih dogodkov in naj bo dogodek A vsota katerihkoli m od teh izidov. Potem definiramo verjetnost dogodka A s predpisom P(A) = $\frac{m}{n}$.« (Čibej, 1996: 96, 97). Pogoj za računaje po klasični definiciji je simetričen popoln sistem dogodkov (vsi elementarni dogodki se lahko zgodijo z enako verjetnostjo – pogoji poskusa so taki, da ne dajejo prednosti nobenemu od možnih izidov) (Čibej, 1996). Za klasično definicijo verjetnosti velja naslednji zgled: V torbi je 8 rutk. Tri so rumene, ostale pa so zelene. Na slepo je potrebno izvleči eno rutko. Kakšna je verjetnost, da bi izvlečena rutka zelena? V posodi je 8 rutk (n = 8), od teh je 5 zelenih (m = 5). Ker se verjetnost po formuli P(A) = $\frac{m}{n}$, pomeni, da je verjetnost, da bo izvlečena zelena rutka P(A) = $\frac{5}{8}$ = 0,625.

2.3 LASTNOSTI IN RAČUNANJE VERJETNOSTI

Čibej (1996) našteje naslednjih pet **lastnosti** verjetnosti:

- Če je dogodek A način dogodka B, verjetnost dogodka A ne presega verjetnosti dogodka B.
- Za poljuben dogodek A je vsota njegove verjetnosti in verjetnost nasprotnega dogodka (negacija) enaka 1.
- Verjetnost dogodka ne more biti večja od 1.
- Verjetnost nemogočega dogodka je enaka 0.
- Pri poljubnih dogodkih A in B velja za verjetnost njune vsote obrazec

  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

  Zgled: S prijateljem smo stavili, da bomo pri slepem izboru ene karte iz običajnega kompleta dobili srce ali asa. Kolikšna je verjetnost, da dobimo stavo? Dogodek A je izbrana karta srce, dogodek B je izbrana karta as. Potrebno je odšteti verjetnost produkta dogodkov, saj bi v nasprotnem primeru srčnega asa šteli dvakrat. Verjetnost bi računali takole:

  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{8}{32} + \frac{4}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32} = 0{,}344$.

Verjetnost dogodka A pri pogoju, da se zgodi dogodek B, je **pogojna verjetnost** P(A/B) dogodka A glede na dogodek B (Čibej, 1996). Cotič (1999) zapiše naslednjo formulo, po kateri se pogojno verjetnost računa in jo imenujemo izrek o verjetnosti produkta dogodkov: $P(B/A) = \dfrac{P(AB)}{P(B)}$. Iz zapisane formule je razvidno, da se verjetnost produkta poljubnih dogodkov A in B izračuna tako, da verjetnost kateregakoli od njiju pomnožimo s pogojno verjetnostjo drugega dogodka pri pogoju, da se prvi zgodi (Čibej, 1996). Primer za računanje enake verjetnosti je naslednji: V torbici je 10 enako velikih zvezkov, ki so oštevilčeni z 1, 2, 3, ..., 10. Kolikšna je verjetnost, da potegnemo zvezek, na katerem je zapisano število, manjše od 4 (dogodek A), in je hkrati oštevilčeno s sodim številom (dogodek B)? To nalogo izračunamo tako:

$P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $\quad$ $P(AB) = \frac{1}{10}$ $\quad$ $P(B/A) = \dfrac{P(AB)}{P(B)} = \dfrac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

V primeru, da sta dogodka A in B neodvisna, se pogojno verjetnost računa po formuli $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, saj takrat velja, da je $P(A/B) = P(A)$ oz. $P(B/A) = P(B)$ (Cotič, 1999). Na osnovi zapisane formule bi se izračunala verjetnost za naslednji primer: V vrečki sta 2 beli in 5 modrih kock. Kolikšna je verjetnost, da bosta obe izvlečeni kocki beli? $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{49} = 0{,}082$.

Pri računanju pogojne verjetnosti je potrebno biti pozoren, ali gre za vzorec s ponavljanjem (npr. kroglice vračamo v posodo) ali pa gre za vzorec brez ponavljanja (npr. izvlečene kroglice ne vrnemo v posodo) (Čibej, 1996). Zgornji primer bi v primeru nevračanja kock izračunali tako: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{42} = 0{,}048$.

Pri **dvofaznih poskusih** (poskusih, ki potekajo v stopnjah) se lahko izračuna verjetnost, če poznamo verjetnost dogodkov iz popolnega sistema prve faze in pripadajoče pogojne verjetnosti dogodka A po sledeči formuli:

$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i)\, P(A/H_i)$ (Čibej, 1996).

Zgled: »V prvi posodi imamo 7 belih in 3 črne krogle, v drugi 4 bele in 5 črnih. Iz prve posode na slepo izberemo eno kroglo in jo prenesemo v drugo posodo, nato pa iz slednje spet na slepo izvlečemo eno kroglo. Kolikšna je verjetnost, da je ta krogla bela? /... /

$P(A) = P(H_1)\, P(A/H_1) + P(H_2)\, P(A/H_2) = \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{47}{100}$.« (Čibej, 1996: 121.)

Za računanje verjetnosti je pomemben tudi **Bayesov obrazec (izrek o verjetnosti hipotez)**, s katerim računamo verjetnost posameznih dogodkov v prvi fazi (hipotezi H_i), pri pogoju, da se je dogodek v drugi fazi zgodil, se glasi:

$$P(Hi/A) = \frac{P(Hi)\, P(A/Hi)}{\sum_{i=1}^{n} (Hi)\, P(Hi/A)}$$ (Čibej, 1996).

Zgled za reševanje po tem obrazcu se nanaša na zgornjega, le da se je v tem primeru ugotovilo, da je bila pri izbiranju iz druge posode izvlečena bela krogla, izračunati pa je potrebno verjetnost, da je bila tudi krogla, ki je bila prenesena iz prve posode v drugo, bela (Čibej, 1996). Računanje bi potekalo takole:

$$P(H_1/A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A/Hi)}{P(A)} = \frac{0{,}7 \cdot 0{,}7}{0{,}47} = 0{,}745$$ (Čibej, 1996).

Potrebno je omeniti še **Bernoullijevo zaporedje**: »Verjetnost P (n; p; k), da je dogodek A, ki ima v posamezni ponovitvi poskusa konstantno verjetnost P(A) = p, v n med seboj neodvisnih ponovitvah poskusa nastopi natanko k-krat, je enaka $P(n; p; k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$. To formulo običajno imenujemo Bernoullijevo zaporedje. Pove nam, kakšne so verjetnosti posameznih možnih frekvenc (k = 0, 1, ..., n) proučevanega dogodka v n ponovitvah poskusa.« (Čibej, 1996: 127.)

3 VERJETNOST V PRVEM TRILETJU

Z uvajanjem devetletne osnovne šole je prišlo med drugim tudi do vsebinske prenove učnih načrtov. Do takrat so se učenci prvič srečali s pojmom verjetnosti šele v srednjih šolah. Z novim programom devetletne osnovne šole pa so vsebine iz verjetnosti vpeljane v osnovno šolo. V učnem načrtu se sicer prvič pojavijo v devetem razredu pod temo Druge vsebine v sklopu z naslovom Izkušnje s slučajnimi dogodki s ciljem, da učenci pridobijo izkušnje o numerično izraženi verjetnosti (Učni načrt: Matematika, 2005). O poučevanju verjetnosti v osnovni šoli Cotič zapiše naslednje: »Poučevanje in učenje verjetnosti v osnovni šoli ni eksplicitno in formalno, ampak je zgolj sistematično pridobivanje izkušenj, na podlagi katerih bomo pozneje (v srednji šoli) učinkoviteje obravnavali verjetnost, ki je z vidika poučevanja in učenja zelo zahtevna, saj imajo kljub formalno neoporečnemu pouku srednješolci in študentje o verjetnosti pogosto neprave predstave. V osnovnošolskem programu pri pouku matematike ne govorimo o formalni definiciji verjetnosti in toliko manj o računanju verjetnosti, ampak učence na podlagi intuicije in ludizma pripravljamo na kasnejšo matematično analizo slučajnih dogodkov.« (Cotič, 1999:70.) Učenci naj bi si na začetku šolanja torej pridobili le konkretne izkušnje, na osnovi katerih bi v kasnejšem izobraževanju lažje pridobivali formalno znanje.

Zanimiv je pa podatek, da je v kurikulumu za vrtce cilj, ki se nanaša na verjetnost, in sicer govori o tem, da se otrok seznani z verjetnostjo dogodkov in rabi izraze za opisovanje verjetnosti dogodka (Kurikulum za vrtce, 1999).

Pri primerih dejavnosti za otroke, stare od enega do treh let, je med drugim zapisano:

- naj imajo otroci priložnost v govoru odraslega slišati uporabo besed nikoli, skoraj, mogoče, verjetno, ipd;
- napoveduje rezultat (ali bomo na sprehodu opazili lužo, ali bo voda v mlaki mrzla ali ne, odgovarja na vprašanja in napoveduje, kaj se zgodi potem),
- pridobiva izkušnje, kaj je v dani okoliščini res in kaj ne in kaj je vedno res (Voda je mokra. Ti imaš prav) (Kurikulum za vrtce, 1999).

Med primeri dejavnosti, ki so naštete za otroke, stare od treh do šest let, lahko najdemo sledeče:

- v vsakdanjih situacijah pridobiva izkušnje o uporabi besed nikoli, skoraj, mogoče, verjetno ipd;
- napoveduje rezultat (ali je že dovolj žlic na mizi za vse, ali bomo na sprehodu opazili kakšno lužo, ker je ponoči deževalo, ali bo voda v mlaki mrzla ali ne);
- pridobiva izkušnje, kaj je v dani okoliščini res in kaj ne in kaj je vedno res (Voda je mokra. Ti imaš prav);
- pogovarja se o tem, kaj se zgodi večkrat, kaj je verjetno, da se bo zgodilo naslednji dan, glede na opazovanja, otrok napoveduje razplet zgodb, opazovanega dogodka (npr. ogled gradbenih del na cesti) (Kurikulum za vrtce, 1999).

3.1 RAZLOGI ZA VKLJUČITEV V UČNI NAČRT

Vsebine iz verjetnosti bi glede na učni načrt uvrstili v temo z naslovom Druge vsebine, natančneje v sklop Obdelava podatkov, kamor poleg verjetnosti spadata še statistika in kombinatorika. Omenjeni sklop se v obsegu petih ur pojavi že v prvem razredu, kjer se cilja nanašata na predstavitev in branje podatkov (Učni načrt: Matematika, 2005). V drugem razredu naj bi učenci poleg ciljev iz prvega razreda znali podatke tudi zbrati in urediti, prvič pa se pojavi tudi kombinatorika, saj morajo učenci nastaviti in našteti vse možne izide pri preprostih kombinatoričnih situacijah (Učni načrt: Matematika, 2005). V tretjem razredu je ta cilj nadgrajen, saj morajo učenci kombinatorične situacije tudi predstaviti (Učni načrt: Matematika, 2005).

Razlogi za vpeljavo vsebin iz verjetnosti, statistike in kombinatorike (ki so med seboj močno povezane) v zgodnejše poučevanje so naslednji:

- neusklajenost z učnimi načrti večine držav (Italija, Francija, Velika Britanija, ...),
- priprava za abstraktno razumevanje,
- povezava z drugimi vsebinami,
- širjenje matematičnega obzorja,
- razvijanje matematičnega mišljenja,
- spodbujanje otrokovega kritičnega mišljenja o svetu (Cotič, Hodnik, 1995),
- računska pismenost,
- potrebe po poznavanju orodij za komuniciranje,
- dostopnost računskih orodij za obdelavo podatkov (Cotič, 1999).

V mednarodno raziskavo matematike in naravoslovja (TIMSS) so naloge iz verjetnosti vključene pri ugotavljanju znanja učencev osmega razreda (Japelj, Svetlik, 2005). Na vsebine iz verjetnosti se nanašajo trije cilji:

- sodijo o dogodku kot o gotovem, bolj verjetnem, enako verjetnem, manj verjetnem ali nemogočem;
- uporabijo podatke iz poskusov za oceno verjetnosti ugodnih dogodkov;
- glede na okoliščine uporabijo verjetnost posameznega dogodka za reševanje problemov ter določijo verjetnost možnih izidov (npr. pri metu kocke) (Japelj, Svetlik, 2005).

To kaže, da so vsebine iz verjetnosti vključene v učne načrte ostalih držav ter da znanje verjetnosti ni tako nepomembno. Potrebno je poudariti, da se le-te v TIMSS-ovi raziskavi preverjajo, ko so učenci v osmem razredu, po učnem načrtu pa se s temi vsebinami slovenski otroci seznanijo šele v devetem razredu.

Cotič (1999) vidi razloge za vpeljavo samih vsebin iz verjetnosti v pridobivanju konceptov, principov in sposobnosti predvidevanja pri slučajnih dogodkih, saj meni, da je to v današnjem svetu, ki je negotov in nepredvidljiv, zelo pomembno.

Tudi Unesco (1972, po Cotič, 1999) poudarja pomen nedeterminističnih shem razmišljanja, ki so v današnjem času vedno bolj potrebne in prisotne.

Fischbein (1984, po Cotič, 1999) za vpeljavo verjetnosti našteje naslednje razloge, in sicer znati:

- 'spopasti' se z negotovimi situacijami,
- predvideti,
- odločiti se med različnimi možnostmi (kritično interpretirati),
- rešiti problem (zavestno delovati) ter
- razvijati mišljenje, ki je drugačno od determinističnega.

S strani različnih avtorjev je izpostavljen nedeterminističen način mišljenja. Vsebine iz verjetnosti zagotovo razvijajo takšen način mišljenja, saj morajo otroci pri reševanju omenjenih nalog razmišljati na drugačen način. Te vsebine namreč niso podobne nobeni od vsebin, ki se jih otroci učijo. Fischbein (1984, po Cotič, 1999) je mnenja, da je v primeru, če želimo razviti mišljenje, ki se bistveno razlikuje od determinističnih shem razmišljanja, potrebno začeti s poučevanjem verjetnosti že na razredni stopnji (fazi konkretnih operacij), ko otroci še nimajo popolnoma izoblikovanega mišljenja.

3.2 NAČIN UČENJA VERJETNOSTI

Uradna in strokovna definicija učenja je: »Učenje je vsaka sprememba v vedenju, informiranosti, znanju, razumevanju, stališčih, spretnostih ali zmožnostih, ki je trajna, ki je ne moremo pripisati fizični rasti ali razvoju podedovanih vedenjskih vzorcev.« (UNESCO/ISCED, 1993, po Marentič Požarnik, 2000: 10.) Učenje matematičnih pojmov lahko poteka predvsem na dva načina:

- **behaviorističen** – programirano učenje, ki poteka počasi in zanesljivo skozi verigo v obliki vprašanje – odgovor, pri katerem je pomembna povratna informacija, ki (če je pozitivna) spodbudi željo po odgovoru na naslednje vprašanje;
- **kognitivističen** – učence se postavi v okolje, ki spodbuja učenje, v katerem lahko odkriva in s svojim prizadevanjem zgradi razumevanje matematičnega pojma (Hodnik Čadež, 2004).

Primernejši za obravnavo matematičnih pojmov je kognitiven način učenja, saj je pregled razumevanja večji, bolj upošteva predznanje, zrelost oz. pripravljenost za učenje (Hodnik Čadež, 2004).

Učenje, ki temelji na izhodiščih konstruktivizma, poteka takole:

- **ugotavljanje obstoječih pojmov** – na različne načine se ugotavlja otroške zamisli o nekem pojavu;
- **rekonstrukcija obstoječe ideje** − predznanje je izhodišče za načrtovanje učne ure, ki naj temelji na **kognitivnem konfliktu** (učenec naj bi ugotovil, da je njegovo znanje ali pojmovanje nepravilno);
- **ubeseditev nove opredelitve** – spremembe tudi dokumentirajo in primerjajo z začetno (Marentič Požarnik, 2000).

Konstruktivisti so v ospredje procesa učenja postavili izkušnje. Bruner (1966, po Plut Pregelj, 2000) pravi, da otrok prevaja izkušnje na tri načine:

- **z dejavnostjo (enactive**) – za nekatere dejavnosti nimamo predstave, besed in jih ne znamo opisati, lahko pa jih pokažemo. Na tej stopnji se pridobiva proceduralno znanje. Dejavnosti se uči s posnemanjem in vajo;
- **slikoven (grafičen, iconic)** – določajo ga čutne zaznave in pravila njihove organizacije, ki težijo ekonomičnosti predstavitve sveta in so podlaga za klasifikacijo in simboličen način predstavljanja sveta;
- **simboličen (symbolic)** – temelji na uporabi dogovorjenih simbolnih sistemov in njihovih pravil. Ta je središče intelektualnega razvoja.

Na podlagi teh treh načinov prevajanja izkušenj naj bi potekal kognitivni razvoj in na takšen način naj bi potekalo tudi učenje tako pri otrocih kot tudi pri odraslih – zagotovljena naj bi bila možnost za razvijanje in negovanje vseh načinov predstavljanja (konkretnega, grafičnega in simbolnega) (Bruner, 1966, po Plut Pregelj, 2000).

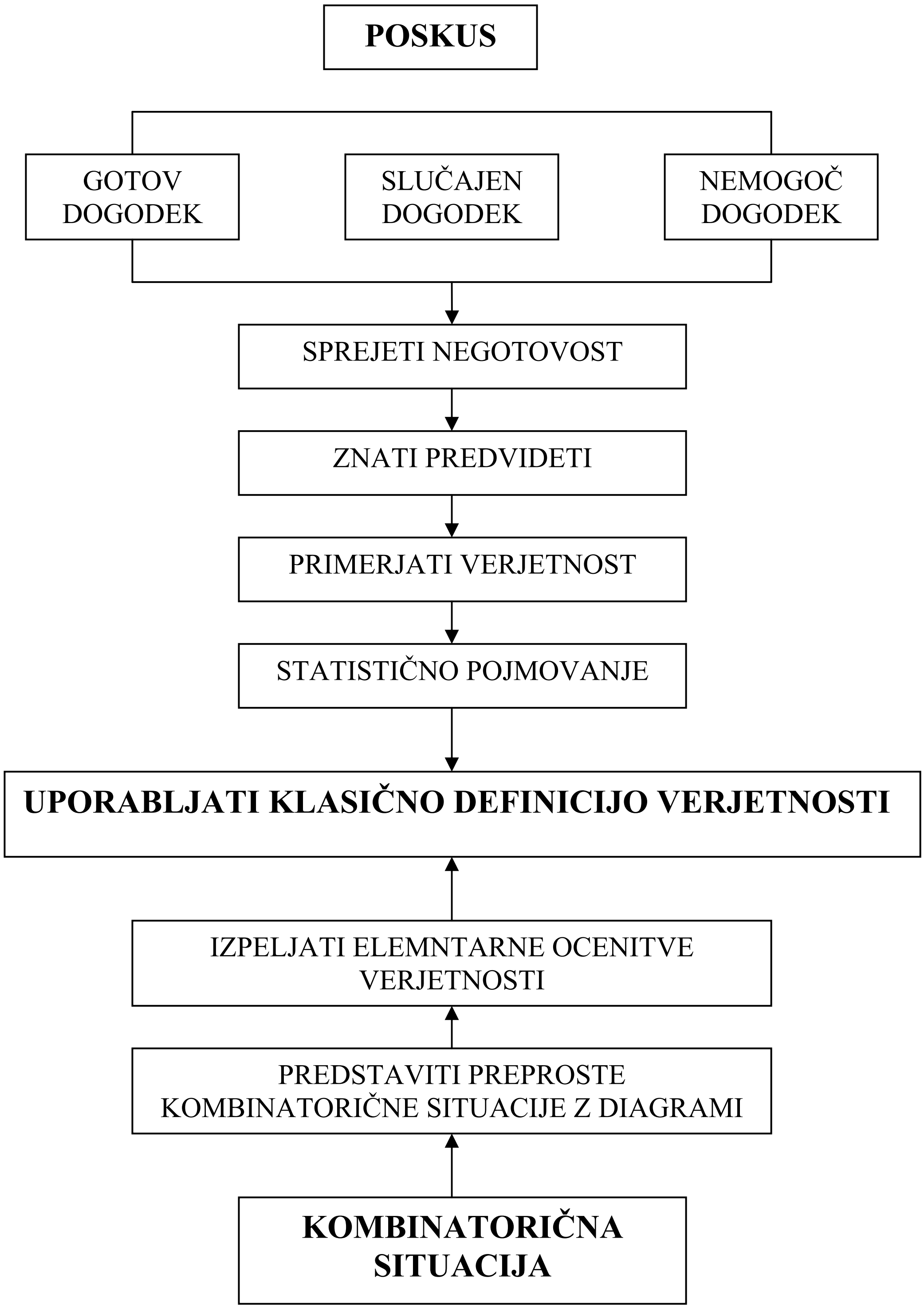
Ravno tako je na osnovi kostruktivizma razvijanje matematičnih pojmov natančno opredelil Dörfler (Kokolj-Voljč, 1996):

- **zastavitev izhodiščne problemske situacije** – izhodiščna situacija z motivom;
- **analiza izhodiščne problemske situacije** – ugotavljanje elementov situacije, njihovih medsebojnih odnosov in tega, katere dejavnosti se lahko z njimi izvajajo;
- **izvedba aktivnosti** – pozornost se usmeri na povezave in odnose med elementi dejavnosti, vzpostavljene z aktivnostjo;

- **opis dejavnosti in odnosov** – prva shematizacija (slikovno, verbalno, geometrijsko ...). S simboličnim opisom fiksiramo odnose in ločimo specifične elemente dejavnosti;
- **izvedba dejavnosti v različnih drugih situacijah** – osnovni odnosi ostajajo nespremenjeni;
- **shematizacija dejavnosti in ugotavljanje pogojev za izvedbo dejavnosti** – prehod iz aktivnosti v začetek operiranja s simboli. Vpelje se simbolični opis elementov in odnosov, s tem pa odkrijemo 'identične' dejavnosti;
- **opis dejavnosti v še splošnejši obliki** – ločitev oblike dejavnosti od vsebinskega pomena elementov. Postopno se nadomesti elemente dejavnosti s simboli in le-ta dobi značaj objekta;
- **vpeljava novih pojmov** – izvedba dejavnosti višjih stopenj vodi do novega simboličnega opisa, novega sredstva opisovanja, novih objektov, s katerimi so možne enake dejavnosti;
- **uporabnost novo razvitega pojma** – konkretiziranje shem.

Na takšen način naj bi se na podlagi konstruktivizma razvijalo vse matematične pojme, torej tudi pojme, ki se nanašajo na verjetnost. Učitelj naj bi torej pri razvijanju pojmov iz verjetnosti upošteval zgoraj zapisano.

Za učenje verjetnosti pa ni dovolj poznati le načina razvijanja matematičnih pojmov, temveč je potrebno med drugim poznati nivoje oz. korake učenja verjetnosti ter pri posameznem koraku upoštevati konstruktivističen način razvijanja pojmov. Nivoji oz. koraki učenja verjetnosti na osnovi katerih, naj bi učenci kasneje spoznali klasično in statistično definicijo verjetnosti, so: sprejeti negotov dogodek, znati predvideti, primerjati verjetnost, statistično pojmovanje verjetnosti, predstaviti preproste kombinatorične situacije z diagrami, izpeljati elementarne ocenitve verjetnosti ter uporabljati klasično definicijo verjetnosti (Valenti, 1987, po Cotič, 1999).



Shema 1: Nivoji učenja verjetnosti (Valenti, 1987, po Cotič, 1999)

Iz sheme je razvidno, da je otroka najprej potrebno pripraviti do tega, da **sprejme negotovost**. Sprejeti mora torej dejstvo, da se neka stvar lahko zgodi ali pa tudi ne – slučajen dogodek. Glede na raziskave Piageta 6- in 7-letni otroci kljub izkušnjam s takšnimi dogodki ne razlikujejo med slučajnim in neslučajnim dogodkom, saj tudi predmetom pripisujejo namernost, in menijo, da se nič ne zgodi slučajno, da je vse hoteno, načrtovano in določeno (Piager, Inhelder, 1951, po Cotič, 1999). V otrokov svet je torej potrebno vpeljati situacije, ko dogodki niso predvidljivi (npr. igre na srečo), da bo ugotovil, da so dogodki ne le gotovi in nemogoči, temveč tudi slučajni (Valenti, 1987, po Cotič, 1999). Otrok najprej joka in se jezi (če je premagan), saj meni, da je prevaran (Cotič, 1999). Sprejetje slučajnosti ni le kognitiven, ampak tudi afektiven problem, saj vsako negotovost sprejme s tesnobo (Cotič, 1999). Učitelji naj otrokom ponudijo igranje različnih iger na srečo, saj na podlagi teh izkušenj lažje in hitreje sprejmejo dejstvo, da se lahko zgodijo tudi slučajni dogodki.

O **znanju predvidevanja** Cotič napiše naslednje: »Sprejeti negotovost pomeni tudi sprejeti dejstvo, da se predvideni dogodek ni zgodil. Zato je nujno z učenci izvajati take dejavnosti, ki mu nudijo možnost, da napoveduje verjetnost dogodkov v negotovih slučajih in da nato svoje napovedi preveri ter ugotovi, da ni nujno, da se njegova napoved uresniči in da to, kar smo že rekli, sprejme brez razburjenja.« (Cotič, 1999: 74.) Na izkustvenem nivoju naj bi se srečal in pravilno ter dosledno uporabljal pojme: mogoče, morda, ne vem, zagotovo in nemogoče. Odraslim se to zdi preprosto, toda otroci pogosto enačijo nemogoče z narobe ter mogoče z zagotovo in prav. Iz tega je razvidno, da mora učitelj ne le nuditi ustrezne izkušnje, temveč otroke tudi naučiti uporabljati ustrezne izraze, jih ob napakah popravljati ter preverjati njihovo razumevanje. Glede pridobivanja izkušenj Prodi (1981, po Cotič, 1999) izpostavi, da je potrebno poskus pod enakimi pogoji večkrat ponoviti, saj se bo na ta način zavedal, da je možno oblikovati napovedi, ki niso subjektivne. Otroci namreč v operativno-konkretnem obdobju predvidevajo dogodke glede na dva kriterija, in sicer ponavljanja (če je zadnja izvlečena žogica rdeča, bo tudi naslednja rdeča) ter kompenzacije (barva izvlečene žogice mora biti take barve, ki še ni bila izvlečena), saj je imajo veliko potrebo po pravilnosti in redu ter dodelitvijo namernosti elementov (Piaget, Inhelder, 1951, po Cotič, 1999).

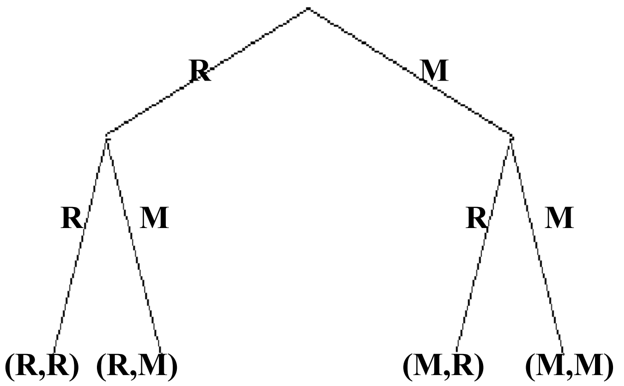
Preden lahko učenec **primerja verjetnost**, mora najprej sprejeti dejstvo, da so dogodki lahko slučajni, ločiti mora med gotovimi, slučajnimi in nemogočimi dogodki, šele nato pride na podlagi izkušenj do ugotovitve, da so nekateri dogodki bolj, drugi pa manj verjetni (Cotič, 1999). Na ta način je vpeljan v kvalitativno oceno verjetnosti slučajnega dogodka. Tudi v tem nivoju razvijanja verjetnosti so v ospredju konkretne izkušnje, ki jih mora učitelj nuditi učencem. Ponuditi jim mora igre, kjer imajo slučajni dogodki različne verjetnosti. Primer za takšno izkušnjo je: V vrečki sta dva čokoladna in pet sadnih bonbonov. Ali je bolj verjetno, da izvlečeš čokoladni ali sadni bonbon? Na podlagi takšnih iger pride do ugotovitev, kaj je bolj verjetno in kaj manj.

Naslednji korak pa že vsebuje **statistično poimenovanje verjetnosti**. Le-ta temelji na velikem številu poskusov, na podlagi katerih se izračuna statistično verjetnost poskusa, in sicer tako da število dogodkov (npr. kolikokrat je pri metu kocke padlo število 6) delimo s številom vseh poskusov.

Iz sheme 1 je razvidno, da je učenje verjetnosti močno povezano s kombinatoriko, saj naj bi tudi preko znanja kombinatorike v višjih razredih prišli do uporabe klasične definicije verjetnosti. Eden izmed nivojev znanja kombinatorike je **predstavitev preprostih kombinatoričnih situacij z diagrami**. Kombinatorika se v učnem načrtu pojavi že v drugem razredu. Cilj, da učenci predstavijo preproste kombinatorične situacije grafično, s preglednico in kombinatoričnim drevesom, pa se pojavi v tretjem razredu (Učni načrt: Matematika, 2005). To pomeni, da imajo učenci tretjega razreda že dovolj znanja pa tudi izkušnje, ki jim v višjih razredih pomagajo pri spoznavanju in uporabi klasične definicije verjetnosti.

O **izpeljavi elementarne ocenitve verjetnosti** Cotič napiše naslednje: »Ob koncu drugega in v tretjem triletju naj bi se srečali z že nekoliko zahtevnejšimi ocenitvami verjetnosti, kjer moramo najprej sistematično rešiti kombinatorični problem (kombinatorično drevo, preglednica), da lahko potem na podlagi analize diagramov napovemo izid oziroma izpeljemo ocenitev verjetnosti, ki že vodi h kvantitativni ocenitvi verjetnosti oziroma h klasičnemu pojmovanju verjetnosti.« (Cotič, 1999: 80.)

Primer: V vrečki je ena rumena in ena modra kroglica. S kombinatoričnim drevesom in preglednico prikaži izide, ki so možni, če kroglico izvlečemo dvakrat (kroglico vrnemo nazaj v vrečko). (S črko R je označena rumena kroglica, s črko M pa modra.)



Kombinatorično drevo možnih izidov

	M	**R**
M	(M,M)	(R,M)
R	(M,R)	(R,R)

Preglednica možnih izidov

Možni so štirje izidi. Verjetnost, da obakrat izvlečemo rumeni kroglici (R,R), je ena od štirih oziroma ena četrtina, kar pomeni, da se iz razpredelnice da **izpeljati elementarne ocenitve verjetnosti**. To se lahko preveri tudi praktično (empirično), in sicer, da se čim večkrat žreba in rezultat beleži. Iz tega pa izhaja statistično pojmovanje verjetnosti (število, ki se ob zadostnem številu ponovitev ustali).

Končni cilj vseh zgoraj opisanih nivojev oz. korakov je, da učenec **uporablja klasično definicijo verjetnosti** (P(A)=$\frac{m}{n}$).

Iz obrazložitve sheme 1, kjer so predstavljeni nivoji učenja verjetnosti, je v vsakem nivoju razviden poudarek na izkušnji, torej konkretnih dejavnosti učencev samih. Le-te učenec dobi, če mu jih učitelj ponudi. Cilji, ki se nanašajo na negotove situacije, predvidevanje, odločanje med različnimi možnostmi in reševanje problemov, so naslednji:

- opiše, kaj je zanj mogoče in nemogoče,
- razlikuje med gotovimi, slučajnimi in nemogočimi dogodki,
- smiselno in dosledno uporablja izraze: mogoče, nemogoče, ne vem, morda, je možno, ni možno, slučajno, manj verjetno, enako verjetno, bolj verjetno,

- primerja med seboj verjetnost raznih dogodkov,
- pri preprostih igrah na srečo postavlja smiselne hipoteze in jih skuša podpreti z izkušnjami,
- zapisuje izide slučajnih dogodkov v preglednico in histogram (Cotič, Hodnik, 1995).

3.3 PRISOTNOST VSEBIN IZ VERJETNOSTI V PRVEM TRILETJU

Na osnovi doseganje zgoraj zapisanih ciljev naj bi se učenci prvič in intuitivno seznanili z vsebinami iz verjetnosti. Na tem mestu se postavi vprašanje, v kakšni meri so omenjene vsebine vključene v potrjene učbenike oz. delovne zvezke, ki so namenjeni učenju matematike v prvem triletju. Ob pregledu 88% vseh potrjenih učbeniških gradiv (Osnovna šola: Katalog učbenikov za šolsko leto 2006/2007, 2006) je bilo ugotovljeno naslednje:

DELOVNI ZVEZKI OZ. UČBENIKI ZA MATEMATIKO	PRISOTNOST VSEBIN IZ VERJETNOSTI
1. razred	
En dva tri, odkrij jo ti	Niso prisotne.
Igraje in zares v svet matematičnih čudes	Niso prisotne.
Matematika 1	Niso prisotne.
Prva čarovniška matematika	Niso prisotne.
Prvi koraki v matematiko	Niso prisotne.
Računanje je igra 1	Niso prisotne.
Svet matematike 1	Niso prisotne.
Svet števil 1	Niso prisotne.
2. razred	
Do sto zanimivo bo	Niso prisotne.
Druga čarovniška matematika	Niso prisotne.
Drugi koraki v matematiko	Niso prisotne
Matematika 2	Niso prisotne.
Računanje je igra 2	**So prisotne.**
Svet matematičnih čudes 2	Niso prisotne.
Svet matematike 2	**So prisotne.**
Svet števil 2	Niso prisotne.
3. razred	
Dva krat tri, znamo vsi	Niso prisotne
Računanje je igra 3	**So prisotne.**
Svet matematičnih čudes 3	**So prisotne.**
Tretja čarovniška matematika	Niso prisotne.
Tretji koraki v matematiko	Niso prisotne.

Tabela 1: Prisotnost vsebin iz verjetnosti v učbeniških kompletih za prvo triletje

Iz tabele 1 je razvidno, da so v učbenikih in delovnih zvezkih, ki so namenjeni poučevanju matematike, vsebine iz verjetnosti vključene le v naslednjih učbeniških gradivih:

- Računanje je igra 2 (Osterman, 2005b),
- Svet matematike 2 (Ružič, Krese, 2004),
- Računanje je igra 3 (Osterman, 2005c) in
- Svet matematičnih čudes 3 (Cotič idr., 2004).

V delovnem zvezku Računanje je igra 2 (Osterman, 2005b) je le ena naloga, katere namen je napovedati dogodke. Narisani so trije baloni, ki jih je potrebno po zapisanem navodilu pobarvati s tremi različnimi barvami. Pod baloni je zapisanih pet trditev, ki jih morajo učenci povezati z ustrezno besedo (mogoče, nemogoče ali zagotovo). Cilj je torej, da učenci ločijo gotove, mogoče in nemogoče dogodke.

Zadnji dve strani v delovnem zvezku Svet matematike 2 (Ružič, Krese, 2004) sta namenjeni vsebinam iz verjetnosti, natančneje ločevanju gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov. Omenjeni delovni zvezek vsebuje nalogo, kjer so štiri posode z različnimi jedmi, nato so zastavljena štiri vprašanja o mogočih dogodkih. Med drugim je zapisan primer, ko trije dečki igrajo karte in Samu je ostala samo ena karta. Zmagal bo, če najde njen par. Pod besedilom je slika in pet vprašanj.

V delovnem zvezku Računanje je igra 3 (Osterman, 2005c) je le ena naloga, ki se v celoti nanaša na cilj iz verjetnosti, in sicer ločevanju gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov. Zapisano je eno vprašanje in tri trditve in učenci morajo ugotoviti, ali je zapisan dogodek gotov, mogoč ali nemogoč. Poleg tega so v eni izmed nalog tri vprašanja, ki sprašujejo, kaj lahko deček izbere, kaj je bolj verjetno, da bo izbral, in kaj je nemogoče, da izbere.

Tudi v delovnem zvezku Svet matematičnih čudes 3 (Cotič idr., 2004), ki je namenjen tretjemu razredu, so vsebine iz verjetnosti. Prisotne so na dveh straneh, kjer so štiri naloge, katerih cilj je napovedovanje gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov (prvi dve nalogi) ter napovedovanje verjetnosti dogodkov (tretja in četrta naloga).

V priročniku so ob temi z naslovom Mogoče predlagane naslednje dejavnosti:

- pogovor o tem, kaj je v vsakdanjem življenju mogoče in kaj ne;
- metanje igralne kocke in ugibanje izida ter
- napovedovanje, izvlečenje, beleženje, branje rezultatov ter ugotavljanje pravilnosti predvidevanj, ko je v eni vrečki več bonbonov različnih okusov ter pri metu kovanca (Cotič, Felda, 2001).

Iz tega je razvidno, da so vsebine iz verjetnosti v učbeniških gradivih prisotne le izjemoma in še to le v manjšem obsegu, tako da se lahko zgodil, da se nekateri otroci s temi vsebinami srečajo šele v drugem triletju ali še pozneje, saj je poučevanje verjetnosti v nižjih razredih neformalno (vsebine niso vključene v učni načrt). Učni načrt sicer pušča nekaj nerazporejenih ur (prvi in drugi razred 10 ur, tretji razred 15 ur) (Učni načrt, 2005), v okviru katerih lahko učitelj vključi tudi vsebine iz verjetnosti. In ravno zaradi tega je verjetnost v nekaterih učbeniških gradivih prisotna, saj že vsebujejo te nerazporejene ure. Ostali učbeniški kompleti pa teh nerazporejenih ur ne vsebujejo v obliki dodanih vsebin iz verjetnosti. Kako bo te ure izkoristil, je odvisno od učitelja. Lahko v okviru teh ur utrjuje učno snov ali pa preverjajo in ocenjujejo znanje, saj po izkušnjah učitelji obravnavajo le snov, ki je vključena v učbenike oz. delovne zvezke, ki jih uporabljajo.

4 SPOSOBNOSTI UČENCEV ZA REŠEVANJE NALOG IZ VERJETNOSTI

Razlog, da se vsebine iz verjetnosti formalno ne vpeljejo v učni načrt matematike, bi lahko bile sposobnosti učencev glede na njihovo razvojno stopnjo za dojemanje omenjenih vsebin. Postavi se vprašanje, ali so otroci v prvem triletju sploh sposobni npr. ločiti gotove, mogoče in nemogoče dogodke oz. napovedovati ter primerjati razne dogodke. V svetu je bilo opravljenih kar nekaj raziskav. Objavljene so bile tudi kritike na te raziskave. Ugotovljeno je bilo, da imajo različni avtorji o tem različna mnenja. V nadaljevanju so predstavljeni izsledki raziskav, ki so bile izvedene na tem področju.

Piaget (Marentič Požarnik, 2000) je na osnovi dela z otroki oblikoval naslednje stopnje otrokovega kognitivnega razvoja:

- **senzomotorična** (približno do 2. leta) – otroci sprejemajo in predelajo zaznane vtise, usklajujejo fizične aktivnosti, ugotovijo, da so predmeti stalni, niso sposobni predstavljanja, probleme rešujejo na osnovi praktičnega poskušanja, mišljenje je neverbalno, razvija se govor;
- **predoperativno mišljenje** (približno od 2. do 7. leta) – razvijajo predstave, hitro razvijajo govor, ki pomaga pri reševanju problemov, niso sposobni reverzibilnosti (miselni obrat zunanje akcije), v zavesti ne morejo obdržati spremembe dveh dimenzij hkrati, v mišljenju so egocentrični (presojajo z lastnega stališča);
- **konkretne operacije** (približno od 7. do 12. leta) – sposobni so reverzibilnosti, v mislih so sposobni obdržati dve ali več značilnosti hkrati, sposobni so konzervacije in klasifikacije (razporejanja predmetov po določenih značilnostih), pojmi so konkretni in tudi mišljenje je vezano na konkretne predmete in pojave;
- **formalne operacije** (približno od 12. leta dalje) – mišljenje ni vezano na konkretne izkušnje, sposobni so razmišljanja o odnosih med besedami in simboli, razvije se možnost hipotetičnega mišljenja in sklepanja, sposobni so razmišljati o lastnem mišljenju, pojme pridobivajo tudi na osnovi definicij.

Prvi nivo učenja verjetnosti je sprejeti negotovost. Glede na Piagetovo zgoraj zapisano teorijo so otroci tega sposobni šele po sedmem letu starosti, saj otroci na stopnji predoperativnega mišljenja presojajo z lastnega stališča (egocentričnost). Nič se ne zgodi slučajno, vse je hoteno, načrtovano, določeno (Piager, Inhelder, 1951, po Cotič, 1999). Pri igrah na srečo je otrok mnenja, da se mu je zgodila krivica. Med drugim Piaget in Inhelder (1951, po Cotič, 1999) zapišeta, da otrok, ki se nahaja v operativno – konkretnem obdobju, ni sposoben ločiti med gotovimi in slučajnimi dogodki in niti formulirati napovedi, upoštevajoč izkušnje prejšnjih analognih situacij. Po njunem mnenju se pojem verjetnosti prvič pojavi na stopnji konkretnih operacij in takrat prične ločevati med gotovim in mogočim dogodkom (Piaget, 1951, po Davies, 1965; Goldberg, 1966). Prav tako zabeležita, da se šele med 9. in 12. letom začenja sistematično razumevanje verjetnosti in celo takrat probleme rešujejo na podlagi intuicije in ne na osnovi formalnega sklepanja (Piaget, Inherder, 1951, po Falk Ru., Falk

Ra., Levin, 1980). Hipotetično mišljenje in sklepanje, sposobnost logičnega delovanja z abstraktnimi odnosi med elementi pa tudi njihovimi konkretnimi lastnostmi je po njunem mnenju potrebno za razumevanju sorazmerij (Piaget, Inhelder, 1958, po Chapman, 1975). Vse to otroci razvijejo šele na stopnji formalnih operacij, kar pomeni, da otroci pred to stopnjo niso sposobni razumevanja razmerij, kar pa je potrebno za napovedovanje verjetnosti (Piaget, Inhelder, 1958, po Chapman, 1975). Piaget (1964, po Cotič, 1999) tudi trdi, da se učenca na stopnji konkretnih operacija ne da naučiti koncepta razmerij in kombinatoričnih tehnik, ki sta potrebni za primerjanje verjetnosti.

Številni raziskovalci so njegovim zaključkom o sposobnostih otrok za dojemanje vsebin iz verjetnosti nasprotovali ter dokazovali nasprotno. Med njimi so Fischbein pa tudi Falk Ru., Falk Ra., Levin, Davies ter Yost, Siegel in Andrews. Yost, Siegel in Andrews (1962) kritizirajo Piagetovo raziskavo, ker:

- temelji na verbalnih sposobnostih otrok, saj morajo otroci poznati izraz najbolj verjetno, poleg tega morajo odgovor verbalizirati;
- se s to metodo otroke nehote zavede z najljubšo barvo od pričakovane, saj ko otrok reče, da bo potegnil rdečo, ker ima rad rdečo barvo, ni jasno, ali izraža napoved ali najljubšo barvo;
- je pred otroki enak komplet kroglic kot v vrečki, da jih spomni, kakšne kroglice so v vrečki, vendar le-te niso pomešane, kot so v vrečki. Na ta način lahko na izbor vpliva položaj videnih kroglic in otrok reče, da bo izbral rdečo, ker je prva oz. bližja;
- metoda ne vključuje spodbude za pravilen odgovor, otroci niso nagrajeni in zato niso motivirani in
- rezultati niso statistično obdelani. Zaključki so narejeni na osnovi neprimerljivih odgovorov in ne na osnovi frekvenc odgovorov.

Omenjeni raziskovalci so na osnovi zapisanih kritik razvili 'metodo odločanja'. Le-ta se od Piagetove metode razlikuje v tem:

- da otroci najprej izberejo svojo najljubšo barvo in ta je potem zaželena (njihov cilj je, da izvlečejo žeton te barve),
- otroci dobijo izbrano nagrado, če izvlečejo žeton izbrane barve,

- odločajo se med dvema prozornima škatlama (ni potrebe po še enem kompletu kroglic za opomnitev) in ne barvama (ni uporabljen izraz najbolj verjetno) (Yost, Siegel, Andrews, 1962).

Prednosti, ki jih vidijo v 'metodi odločanja', so naslednje:

- le v majhni meri se zanaša na verbalne sposobnosti, saj otrokom ni potrebno razumeti izraza najbolj verjetno, poleg tega mu odgovorov ni potrebno verbalizirati, saj lahko škatlo le pokaže;
- kontrolirana je najljubša barva, saj je ta hkrati zaželena, poleg tega je v obeh škatlah enako število elementov zaželene barve (število elementov nezaželene barve je različno);
- s prozornostjo škatel se izognemo temu, da bi morali imeti še en niz žetonov;
- z nagrado je zagotovljena visoka motivacija;
- večje število poskusov in ponovitev omogoča statistično obdelavo (Yost, Siegel, Andrews, 1962).

Yost je s sodelavci opravila raziskavo, v okviru katere so štiriletni otroci reševali naloge pod pogoji, ki jih je opravljal Piaget, pa tudi na osnovi 'metode odločanja'. Ugotovili so statistično pomembno razliko med obema načinoma spraševanja – z 'metodo odločanja' so otroci pokazali večje razumevanje verjetnosti ter na ta način dokazali, da imajo že štiri leta stari otroci nekaj razumevanja o verjetnosti in da tudi mlajši otroci pod določenimi pogoji pokažejo znanje iz verjetnosti (Yost, Siegel, Andrews, 1962).

Goldberg (1966) je opravila podobno raziskavo. Zanimala jo je razlika med Piagetovo metodo in metodo odločanja, razvito s strani Yost s sodelavci (1962), s tem da so bile zmanjšane razlike med obema metodama, in sicer:

- pri 'metodi odločanja' je ukinila nagrajevanje;
- pri Piagetovi metodi je spremenila to, da si je tudi pri tej metodi otrok izbral najljubšo barvo, ki je bila v nadaljevanju zaželena barva;
- poleg tega pred otroka ni postavila enakega komplet elementov, kot je bil v posodi − Piaget je namreč pred otroka postavil enak komplet žetonov, kot ga je dal v posodo, da otrok ne bi pozabil, kaj je v posodi (Goldberg, 1966).

Ostala je bistvena razlika, in sicer v številu posod, saj je Piaget uporabil le eno posodo (otrok se mora odločiti, katere barve žeton je najbolj verjetno, da bo izvlekel), medtem ko sta pri 'metodi odločanja' dve posodi in potrebno je izbrati pravo posodo (otrok se mora odločiti, iz katere posode naj vleče, da bo izvlekel žeton zelene barve) (Goldberg, 1966). Goldberg (1966) je prišla do naslednjih zaključkov:

- kljub zmanjšanim razlikam med obema metodama so bili otroci uspešnejši pri metodi odločanja, vendar je bila ta manjša glede na raziskavo, opravljeno s strani Yost s kolegi (1962);
- otroci so pri Piagetovi metodi naredili več napak, ko je bila večja verjetnost, da je žeton v barvi, ki otroku ni priljubljena, saj je otroke zmedla zaželena in pričakovana barva;
- otroci izbirajo posodo, kjer je več žetonov zelene barve, in ne posodo, kjer je razmerje žetonov v korist zelene barve (pri izbiri posod upoštevajo le to, v kateri posodi je več žetonov zelene barve, ne upoštevajo pa, koliko žetonov druge barve je v posodi);
- ko se je število žetonov večalo, se število napak ni povečevalo;
- število napak se je večalo, ko se je situacija približevala enaki verjetnosti.

Zgoraj opisani raziskavi, ki sta jo opravila Yost s sodelavci ter Goldberg, so kritizirali Falk Ru., Falk Ra. in Levin (1980), saj so otroci primerjali le škatle, kjer je bilo želenih barv v obeh škatlah vedno enako število (npr. štiri rdeče in ena modra ter štiri rdeče in tri modre). Na ta način otrok primerja le število elementov neželene barve, število elementov je bilo vedno manjše v škatli, ki je predstavljala pravilno rešitev (Falk Ru., Falk Ra., Levin, 1980). Falk je s sodelavci (1980) opravil raziskavo tako, da so morali 4 do 11 let stari otroci primerjati med seboj dve različni ponujeni možnosti, kjer vrednosti nista dopolnjujoči in je pri tem uporabljal različen material (posode s kroglicami, vrtavko in rulete). Ugotovili so, da:

- mlajši otroci izbirajo za pravilno možnost tisto, ki ima večje število zelenih elementov. Upoštevali so torej le eno lastnost, in sicer število elementov, ne pa tudi ostalih lastnosti (razmerja med elementi). Ravno tako otroci na predoperativnem nivoju, ki jih je spraševal Piaget in so morali primerjati količino vode, niso bili sposobni združiti več dimenzij v en matematični pojem (upoštevali so le eno prevladujočo kvantitativno dimenzijo);
- šest let stari otroci začnejo sistematično izbirati pravilno rešitev;

- je vsebine iz verjetnosti potrebno vnesti celo v prvi razred osnovne šole (Falk Ru., Falk Ra., Levin, 1980).

Z otrokovim razumevanjem pojmov iz verjetnosti sta se ukvarjala Heomann in Ross (1971), ki sta na podlagi raziskave prišla do naslednjih ugotovitev:

- znanje iz verjetnosti ne prispeva k pravilnim rešitvam. Do tega zaključka sta prišla, ker je bila skupina otrok, ki je dobila navodilo, naj pokaže barvo, ki prevladuje, uspešnejša od skupine, ki je morala pokazati, katera barva bo verjetno izbrana. Heomann in Ross sta namreč mnenja, da otroci odgovarjajo na osnovi napačnega razloga – primerjajo le število elementov, ne pa razmerja med elementi. Slednje je zanju bistvenega pomena za reševanje nalog iz verjetnosti;
- otroci dosežejo slabše rezultate, če izbirajo barvo, ki bo po njihovem mnenju izbrana (pri poskusu je bila uporabljena vrtavka, pobarvana z dvema barvama), kot pa če morajo izbirati med dvema vrtavkama in določiti vrtavko, pri kateri je bolj verjetno, da bo izbrana zelena barva. Njuna ugotovitev se ujema s trditvami Piageta in Inhelderjeve (1951, po Hoemenn, Ross, 1971), ki zapišeta, da je otroku težje izbrati barvo na vrtavki, ki je bolj verjetno, da bo izbrana, ker mora razstaviti in analizirati vse možne izide v cel niz ulomkov, ki predstavljajo vse različne izide. Pri izbiri vrtavke, kjer je bolj verjetno, da bo pri vrtenju izbrana zelena barva, pa ni potrebna razčlemba možnih izidov, v kolikor je števec ali imenovalec enak v obeh ulomkih (Piaget, Inhelder, 1951, po Hoemenn, Ross, 1971);
- rezultati se ponovijo tudi pri uporabi drugega materiala (uporabila sta posodi z barvnimi kroglicami);
- ni razlik v rezultatih med gluhimi in slušečimi otroki.
-

Raziskovalca sta s poskusi dokazovala, da vse naloge, ki naj bi se nanašale na verjetnost, ne zahtevajo uporabe znanja iz verjetnosti in se hkrati strinjata s Piagetovo trditvijo, da se razumevanje verjetnosti ne pojavi v predoprativnem obdobju (Hoemenn, Ross, 1971).

S Piagetovo teorijo se strinja tudi Chapman (1975) in hkrati kritizira raziskavo, opravljeno s strani Davies (1965) ter Yost s sodelavci (1962), ker naj bi zahtevala minimalno verbalno razumevanje (niso ugotovili, na kakšen način so otroci naloge reševali) in ker njun test ni veljaven test proporcionalnosti, saj je raziskava zahtevala od otroka le, da primerja število elementov, ne pa reševanje na osnovi primerjave razmerij. Po pisanju Piageta in Inhelderjeve (1958, po Chapman, 1975) je to namreč ključnega pomena za razumevanje verjetnosti. Zaradi tega je Chapman (1975) ugotavljal, ali otroci razvijajo koncepte proprocionalnosti že pred stopnjo formalnih operacij in prišel do naslednjih ugotovitev:

- objektivni odgovori in verbalne razlage dokazujejo majhen napredek in nekaj razumevanja razmerij na stopnji konkretnih operacij, vendar pa 10 in 11 let stari otroci ne razumejo razmerij in na ta način ne morejo reševati nalog z verjetnostnim sklepanjem;
- pri odločanju, iz katere posode naj izvlečejo, so otroci le primerjali število elementov zelene barve, ne pa tudi število elementov druge barve. Odločanje le na osnovi števila elementov se z leti zmanjšuje;
- opažene so bile velike težave pri primerjavi vsebine z enakim razmerjem, vendar neenakim številom elementov;
- pri odločanju med dvema posodama so bili pri dajanju verbalnih razlag uspešnejši dečki;
- sposobnost ravnanja z abstraktnimi razmerji se ne razvije pred stopnjo formalnih operacij, kar sta dokazala že Piaget in Inhelder.

Do nekoliko drugačnih ugotovitev glede tega, pri kateri starosti so otroci sposobni dojemanja razmerij med števili, sta prišla Ginsburg in Rapoport (1966). V njuni raziskavi so otrokom pokazali različno število kroglic in 6 ter 11 let stari otroci so brez štetja z risanjem različno dolgih črt morali določiti razmerje med kroglicami (Ginsburg, Rapoport, 1966). Ko je bilo predstavljeno 40 kroglic dveh različnih barv, sta zaključila naslednje:

- med spoloma ni bilo razlike;
- obe starostni skupini sta zelo natančno ocenili razmerje med kroglicami, ko je bilo razmerje med dvema barvama 60:40 oz. 50:50;
- pri razmerju med barvama 70:30 pa sta obe starostni skupini slabo ocenili razmerje;
- otroci dosegajo enake rezultate kot odrasli (Ginsburg, Rapoport, 1966).

Ob predstavitvi 60-ih kroglic treh različnih barv sta ugotovila:

- med spoloma ni razlike;
- tudi pri treh različnih barvah so otroci precenili majhna razmerje in podcenili visoka razmerja (kjer je bilo število elementov neke barve nizko, so zabeležili, da je le-teh zelo malo, poleg tega so, kjer je bilo število elementov neke barve visoko, menili, da je teh veliko več, kot jih je bilo v resnici);
- slabše so razmerja ocenili 6 let stari otroci;
- splošno gledano so bili natančni pri ocenjevanju razmerij med kroglicami (Ginsburg, Rapoport, 1966).

Na vprašanje, kako to, da so lahko določili razmerje, saj kroglic niso preštevali, odgovarjata, da so otroci ocenjevali na podlagi intuicije – na osnovi delnih informacij so nove informacije ponovno 'pregledali in popravili' ter na ta način oblikovali svoje mnenje o razmerju (Ginsburg, Rapoport, 1966). Iz raziskave je razvidno, da so imeli šestletniki težave z določanjem razmerja pri kroglicah treh različnih barv, saj naj bi imeli težave z operiranjem s številnejšimi informacijami hkrati (Ginsburg, Rapoport, 1966).

Iz zgoraj zapisanega je razvidno, da sta Ginsburg in Rapoport (1966) mnenja, da so otroci (brez štetja kroglic) sposobni določiti razmerje med elementi – ugotoviti, katerih je največ in katerih je najmanj.

Tudi o poučevanju verjetnosti je bilo narejenih nekaj raziskav. Med drugim jo je opravil Lecoutre (1981, po Fischbein, Gazit, 1984) in ugotovil, da so študenti, ki obiskujejo univerzo in so bili deležni učenja o vsebinah iz verjetnosti, dosegli slabše rezultate kot tisti študenti, ki učenja o vsebinah iz verjetnosti niso bili deležni. Poleg tega je ugotovil, da so bili najbolj uspešnejši tisti študenti, ki so imeli največ izkušenj z igrami na srečo (Lecoutre, 1981, po Fischbein, Gazit, 1984). Kako pa otroci na razredni stopnji na intuitivnem nivoju sprejemajo in usvajajo najosnovnejše koncepte verjetnosti, sta ugotavljala Ficshbein in Gazit (1984).

Ficshbein in Gazit (1984) sta raziskovala vpliv učenja verjetnosti na intuitivne verjetnostne sodbe. V raziskavo sta vključila 10, 11 in 12 let stare otroke in jih razdelila v kontrolno in eksperimentalno skupino. Slednja je bila deležna dvanajstih ur učenja, pri katerih so obravnavali:

- gotove, mogoče in nemogoče dogodke;
- primerjanje verjetnosti;
- postopek računanja verjetnosti dogodka, ko je verjetnost enaka;
- pojem relativne frekvence in njegovo zvezo z verjetnostjo;
- računanje izidov preprostih in sestavljenih dogodkov ter njihovih verjetnosti (Fischbein, Gazit, 1984).

Prišla sta do naslednjih zaključkov:

- za 10 let stare otroke je bilo večino vsebin prezahtevnih (sposobni so bili razumeti le gotove, mogoče in nemogoče dogodke), zato tudi ni bilo statistično pomembne razlike med tistimi otroki, ki so bili deležni učenja, in med tistimi, ki tega niso bili deležni;
- 60−70% 11 let in 80−90% 12 let starih otrok je bilo sposobnih razumeti in pravilno uporabiti večino naučenih vsebin;
- učenje verjetnosti je imelo pozitiven učinek na nekatere napačne intuicije, kot so: dogodek se bo ponovil (če določene številke enkrat zadenejo na lotu, bodo še enkrat, ker so to 'srečne' številke), ideja srečnega izbora in praznoverje, da na potek dogodka vpliva naše vedenje (npr. če vstopim v razred z desno nogo, bom imel boljše ocene);
- večja uspešnost 11 in 12 let starih poučevanih učencev je bila pri nalogi, ki se je nanašala na gotov dogodek (kljub temu je bil faktor starosti pomembnejši - nepoučevani 12-letniki so bili uspešnejši kot poučevani 11-letniki), pa tudi pri dveh nalogah, kjer je bilo potrebno ugotoviti, da verjetnost, da bodo izvlečena različna števila, ni odvisna od njihove strukture (zaporedja) ;
- pri nalogi, kjer je bilo vseeno, iz katere posode naj izvlečejo zeleno kroglico, se je po pričakovanju pravilnost odgovorov s starostjo stopnjevala. Poleg tega je kontrolna skupina, ki ni bila deležna učnih ur iz verjetnosti, odgovarjala pravilneje kot skupina, ki je bila tega deležna. Učenje verjetnosti je imelo negativen učinek. Vendar je bilo v kontrolni skupini več tistih otrok, ki so dali pravilno razlago, zakaj je verjetnost enaka;
- mlajši otroci izbirajo na osnovi števila elementov in ne na osnovi razmerij med elementi;

- prav tako so bili pri nalogi, kjer se je ugotavljalo, ali inteligenca in starost vplivata na rezultat vlečenja kroglic, uspešnejši otroci, ki niso bili deležni učenja vsebin iz verjetnosti (Fischbein, Gazit, 1984).

Žal Fischbein in Gazit (1984) o tem, kako je potekalo učenje, v svojem delu ne zapišeta ničesar.

Fischbein in Gazit (1984) sta ugotovila, da se da brez večjih težav poučevati verjetnost, kar pozitivno vpliva na otrokove predsodke in napačne predstave o zaporedju dogodkov in negotove situacije, hkrati pa ima to poučevanje negativen učinek na npr. ugotavljanje enake verjetnosti. Med drugim menita, da bi se dalo premagati težavo negativnega učinka učenja z oblikovanjem nalog, kjer bi se učenci seznanili z računanjem razmerij in verjetnostnih ocen (Fischbein, Gazit, 1984).

Fischbein je s sodelavci (1970) opravil še eno raziskavo, v okviru katere je ugotavljal vpliv različnega načina učenja pri otrocih, starih 5, 9 in 12 let, in sicer tako, da je vsako od treh starostnih skupin nadalje razdelil še na tri skupine. Razdelil jih je glede na način učenja (poučevanja oz. posredovanja navodil), ki so ga bili deležni pri reševanju nalog iz verjetnosti (odločiti so se morali med dvema škatlama, da izvlečejo kroglico zelene barve):

- v prvi skupini so bili prikazani le možni odgovori (iz desne, iz leve ali vseeno);
- druga skupina je bila deležna sistematičnih navodil načina reševanja problema, ki ni vseboval reševanja z ulomki. Prikazano je bilo, da se verjetnost ne ocenjuje le glede na število zelenih elementov, temveč je potrebno upoštevati vse elemente (celotni vsebini škatel). Učenje, kje je verjetnost enaka, je potekalo na konkretnem nivoju (žrebali so), spoznali so tudi tehniko grupiranja;
- v tretji skupini so bili podani primeri in namigi rešitev, za reševanje enake verjetnosti je bil prikazan postopek grupiranja (Fichbein, Pampu, Manzat, 1970).

Ugotovitve so naslednje:

- spol ne vpliva na reševanje takšnih nalog;
- s starostjo narašča število pravilnih odgovorov;
- na reševanje vpliva tudi poučevanje– uspešnejši so bili otroci druge in tretje skupine;
- majhno in veliko število elementov v škatli nima velikega vpliva na pravilnost odgovorov;
- velik vpliv ima tip nalog. Poskus je vseboval preproste naloge (vsebino se enostavno primerja − v prvi škatli 1 bela in 2 črni kroglici, v drugi škatli 5 belih in 2 črni kroglici), težje naloge (vsebine se ne da direktno primerjati − v prvi škatli 4 bele in 2 črni kroglici, v drugi škatli 5 belih in 3 črne kroglice) in naloge, kjer je verjetnost enaka (v prvi škatli 2 beli in 4 črne kroglice, v drugi škatli 1 bela in 2 črni kroglici). Pri preprostih nalogah so bili uspešni otroci vseh treh skupin, zato je bila razlika med skupinami majhna. Pri težjih nalogah pa je razlika med vsemi skupinami, ki so bile deležne različnega načina poučevanja, opazna. Razlika v reševanju med tremi skupinami, ki so bile deležne različnega načina poučevanja, je pri najmlajših pri težjih nalogah najmanj opazna, saj se tudi pri otrocih iz skupine, ki je spoznala postopek grupiranja, zaradi težavnosti naloge rezultat ni veliko izboljšal. Takšne naloge se za najmlajše zdijo pretežke. Po drugi strani pa je rezultat pri starejših otrocih tudi pri težjih nalogah veliko boljši v skupini, ki je bila deležna podrobnejših navodil in je spoznala tehniko grupiranja. Največ težav so imeli otroci vseh starosti pri enaki verjetnosti (Fichbein, Pampu, Manzat, 1970).

Tudi s to raziskavo je dokazal, da je mlajše otroke mogoče učiti pojmov iz verjetnosti (Fichbein, Pampu, Manzat, 1970). O razlogih za uvajanje verjetnosti v zgodnejše poučevanje Fischbein (1984, po Cotič, 1999) zapiše, da živimo v svetu, polnem negotovosti in nepredvidljivosti, ter da moramo učenca (bodočega odraslega) pripraviti na ta svet tako, da ga bo znal kritično interpretirati in zavestno delovati v njem. Deterministično vedenje se z vstopom v šolo stopnjuje zaradi vpliva avtoritarne atmosfere v šoli pa tudi zato, ker šola nakazuje, da negotovost in dvom nista prisotna pri znanstvenem mišljenju (Fischbein, 1975, po Falk Ru., Falk Ra., Levin, 1980). Poučevanje verjetnosti torej zahteva poseben, nedeterminističen način mišljenja, ki v naših šolah ne prevladuje (Cotič, 1999). Fischbein (1984, po Cotič, 1999) je po opravljeni raziskavi, v okviru katere je na konkretnem nivoju uvajal vsebine iz verjetnosti na razredno stopnjo, zapisal, da je, če želimo, da bo človek razvil nedeterministično mišljenje, potrebno uvesti omenjene vsebine že na nižjo stopnjo poučevanja, ne pa kasneje, ko je mišljenje človeka že bolj oblikovano. S tem se strinja tudi Falk s sodelavci (1980), saj menijo, da je potrebno že v prvem razredu vzpostaviti ravnotežje v prid indeterminizma ter da je potrebno otrokom dati jasno vedeti, da je v določenih situacijah možen različen izid, za katerega se lahko le poda ocena verjetnosti.

V zgoraj opisanih raziskavah je omenjena tudi verbalizacija, s katero se je še posebej ukvarjala raziskovalka Davies (1965). Otroci, stari od 3 do 9 let, so reševali besedni (na vprašanja so morali ustno odgovarjati) in nebesedni test (odgovorov ni bilo potrebno podati ustno), na podlagi katerih je prišla do naslednjih zaključkov:

- usvajanje pojmov iz verjetnosti je povezano z razvojno stopnjo;
- nebesedno delovanje je v predoperativnem obdobju povezano z uspešnostjo napovedovanja verjetnosti, saj število otrok, ki so oba testa pravilno rešili, s starostjo narašča. Od šestega leta starosti dalje so vsi otroci opravili nebesedni test, saj jim ni bilo potrebno utemeljevati odločitev, kar nakazuje povezavo med otrokovim delovanjem in napovedovanjem dogodkov, saj pet let stari otroci niso sposobni ubesediti svojega znanja, vezanega na verjetnost;
- otrokovo napovedovanje verjetnosti se najprej pojavi na nebesednem nivoju, šele nato na besednem – nihče od otrok ni opravil verbalnega testa, če ni bil uspešen na nebesednem;
- med deklicami in dečki ni statistično pomembnih razlik, toda deklice so bile nekoliko uspešnejše pri besednem testu (Davies, 1965).

Tudi Goldberg je v že opisani raziskavi dokazala, da so otroci pri metodi odločanja, kjer za razliko od metode, razvite s strani Piageta, ni v ospredju verbalizacija, uspešnejši (Goldberg, 1966).

Tudi to raziskavo je Falk s sodelavci (1980) z enakimi argumenti kritiziral, kot je kritiziral raziskavo, ki jo je opravila Yost s sodelavci (1962), in sicer, da je bilo žetonov zelene barve v obeh škatlah vedno enako število, in da je bilo v škatli, kjer je bila večja verjetnost, da izvlečejo žeton zelene barve, vedno manjše število elementov. Hkrati pa je ugotovil, da so otroci najprej sposobni pravilno izbrati pravo verjetnost in šele kasneje se razvijejo verbalne sposobnosti, ki se nanašajo na ta problem, saj so otroci, ki so pravilno napovedovali verjetnost, imeli velike težave pri razlagi njihove odločitve (Falk Ru., Falk Ra., Levin, 1980).

5 INTUICIJA

Ob prebiranju literature o verjetnosti se pogosto pojavi izraz intuicija. Pri nalogah, kjer je verjetnost enaka, šestletniki izberejo tisto možnost, kjer je večje število želenih elementov (Fischbein, Grossman, 1997). Takšen odgovor otrok je podan direktno, brez obotavljanja, in zaključek je za otroke očiten, kar pomeni, da gre za sklepanje na osnovi intuicije (Fischbein, Grossman, 1997). Z intuicijo se je veliko ukvarjal izraelski didaktik matematike Efraim Fischbein (1987), ki zapiše, da različni avtorji različno definirajo, kaj je to intuicija in ji pripisujejo različen pomen. Tako intuicija nekaterim avtorjem pomeni osnovni vir določenega znanja, drugim pa predstavlja posebno metodo za razumevanje resnice oz. bistva resnice (Fischbein, 1987). Omenjeni avtor intuicijo opredeli kot posebno vrsto znanja, ki ima naslednje značilnosti:

- **samoumevnost in neposrednost**, kar pomeni, da se intuitivno znanje posamezniku pojavi subjektivno in nemudoma sprejemljivo;
- **notranja gotovost**, ki je močno povezana s samoumevnostjo, vendar ne pomenita eno in isto, saj ima lahko gotovost tudi zunanji vpliv (učiteljeva avtoriteta, dokaz) in je lahko sprejeta z dvomi;
- **stanovitnost** – intuicije so stalno pridobljene in so odporne na alternativne interpretacije;
- **prisilnost** – intuicija ima prisilni učinek na posameznikovo strategijo mišljenja in na njegovo izbiro hipotez in rešitev, hkrati pa pogosto vpliva na napačne interpretacije in lahko vpliva na napačno kognitivno védenje kljub temu, da je bilo dokazano nasprotno;
- **ima status teorije** – intuicija je teorija, ne pa spretnost ali zaznavanje, izraža splošno karakteristiko zaznanega skozi posamezno izkušnjo;
- **sklepanje na osnovi posrednih informacij** − z intuicijo se neposredno sklepa iz omejenega števila informacij, ki gredo preko našega direktnega razumevanja;

- **globalnost** – intuicija je stukturirano mišljenje, ki ponuja enoten globalen pogled, pridobljen skozi selektiven proces, ki izloči neustrezne indkatorje oz. namige ter organizira ostale v ustrezen in enoten pomen;
- **implicitnost** – intuicija temelji na kompleksnem mehanizmu selekcije, globalizacije in sklepanja, toda ta aktivnost je nezavedna, zato se posameznik zaveda le končnega produkta (samoumevnega, notranjega in doslednega znanja), kar onemogoča kontrolo in vpliv (Fischbein, 1987).

Po mnenju Fischbeina (1987) je intuicija podobna zaznavanju na simbolnem nivoju, saj ima isto vedenjsko nalogo kot zaznavanje (pripraviti in voditi naše miselne in praktične aktivnosti), zato mora intuitivno pojmovanje imeti številne značilnosti, podobne zaznavanju, zaradi katerih je intuicija sposobna trdno in spodbujajoče inspirirati in voditi naše intelektualno prizadevanje tudi v negotovih situacijah in ob pomanjkljivih informacijah.

Intuicijo lahko delimo glede na več kriterijev. Eden izmed njih se nanaša na razmerje med intuicijo in rešitvijo, zato ločimo:

- **pritrdilne intuicije** predstavljajo ali interpretirajo različna dejstva, ki so sprejeta kot gotova, samoumevna in dosledna;
- **verjetne intuicije** so predpostavke, povezane z občutkom gotovosti;
- **prenagljene intuicije** so verjetne intuicije, vendar so klasificirane posebej, ker spadajo izrecno k reševanju problemov, so pripravljalen, globalen pogled na rešitev problema, ki predhodno zahteva analitičen pristop in temu ustrezno rešitev;
- **končne intuicije** povzemajo bistvene ideje rešitve problema in ta popoln, globalen pogled doda občutek prave, notranje gotovosti (Fischbein, 1987).

Poleg zgoraj naštetih vrst intuicij Fischbein (1987) loči še:

- **primarne intuicije**, ki se pri posamezniku razvijejo brez sistematičnega poučevanja in se glede na Piagetove razvojne stopnje ločijo na predoperativne in operativne intuicije. Slednje se razvijejo, ko je otrok na stopnji konkretnih operacij in celo življenje ostanejo kot stalne pridobitve. Med stopnjo formalnih operacij ne pride do bistvenih sprememb na intuitivni ravni. V tem obdobju intuicija pridobi na natančnosti in jasnosti, toda v bistvu ostanejo enake;

- **sekundarne intuicije, ki** naj bi se razvijale pod vplivom sistematičnega učenja. Takšen proces nakazuje na aktivno vpletenost učenca. Pomembne so izkušnje.

Intuicija se razvije na osnovi izkušenj, praktičnih situacij, kjer je posameznik sistematično udeležen, zato se jo lahko opiše kot skupek pričakovanj do določenih situacij (Fischbein, 1987). V procesu razvijanja intuicije so prisotni:

- **pretirana samozavest** – posameznik mora preceniti verjetnost, da ima prav zato, da stabilizira intuitivno znanje in lahko odločno deluje v negotovi situaciji. Pretirano samozavest se doseže s ugotavljanjem pomembnosti različnih informacij (prezrejo se nepomembne in prednost se da pomembnim);
- **dramatizacija** – za povečanje verodostojnost intuitivne interpretacije je posameznik nagnjen k pretiravanju, da lahko predstavi logično sprejemljive odvisnosti;
- **prenagljen zaključek** – posameznik pri iskanju novih informacij in ob pregledu argumentov konča hitreje, kot bi bilo objektivno upravičeno;
- **prvi izbor** – posameznik pogosto favorizira prvo sprejemljivo interpretacijo. Izogne se ostalim interpretacijam, ker bi porušilo pridobljeno ravnotežje;
- **takojšen faktor** – intuicija je takojšnje, samoumevno znanje, k čemur prispeva: vizualizacija (vizualna podoba se prikaže simultano in na relativno strukturiran način), razpoložljivost (rešitev je sprejemljiva zato, ker je lahko dostopna, in ne zato, ker je objektivno ustrezna zahtevam), očitnost (posameznik lahko sprejme tisto interpretacijo, ki najbolj izstopa, in ne tisto, ki je najbolj objektivna) in ustreznost (na sprejetje vpliva tudi površna, navidezna ustreznost);
- **faktor globalnosti** – intuicija je globalen pogled, toda to je posledica dopolnitve, saj domišljija doda očitno odsotne dele, da zapolni celoto (Fischbein, 1987).

Fischbein (1987) je v svojem delu pokazal, da obstaja 'svet' pričakovanj in prepričanj, ki močno vpliva na dojemanje in uporabnost matematičnega znanja, zato je za učitelje matematike ključnega pomena, da prepoznajo te intuitivne vplive ter jih v procesu poučevanja upoštevajo.

Omenjeni avtor zabeleži šest vidikov:

- V matematiki obstajajo aksiomi in definicije, vendar pa delo z njimi zahteva miselno védenje, ki se bistveno razlikuje od empirične realnosti. Ko nekdo razume določeno stvar, se zaveda, da je to le približno znanje te kategorije. Učenec se mora naučiti razumeti in uporabljati matematične koncepte v popolnem soglasju s pripadajočimi aksiomi in definicijami, kar je zelo težko.
- Učenec se mora naučiti analizirati in dokončno oblikovati primarno pridobljene intuicije. To vključuje učenje, kako povzeti formalne strukture iz realnosti in intuitivne interpretacije, ter kako te povzetke jasno opisati.
- Ker prihaja do konfliktov med formalno in intuitivno interpretiranimi pojmi, je potrebno ustvariti didaktično situacijo, da se bo učenec tega konflikta zavedal. Potrebna je torej rekonstrukcija obstoječih pojmov, ki temelji na kognitivnem konfliktu – učenec naj bi sam ugotovil, da je njegovo pojmovanje nepravilno. Otrokom je potrebno ponuditi aktivnost, na osnovi katere bodo prišli do pravih zaključkov, na čemer sloni konstruktivizem.
- Pri obravnavi matematičnih pojmov se v prvih letih šolanja uporablja intuitivne načine poučevanja (aritmetične operacije se vežejo na praktične aktivnosti, pojmi iz geometrije temeljijo na konkretnih prostorskih lastnostih), ker so v skladu z razvojno stopnjo otrok, saj se predpostavlja, da se bodo abstraktni pomeni in definicije vpeljali v višjih razredih. Toda opravljene raziskave so pokazale, da so te prvotne intuitivne interpretacije močno zasidrane na določen koncept, zato je težko ubežati njihovemu vplivu. Zaradi napisanega se je v zgodnjem poučevanju potrebno izogniti intuitivnemu načinu poučevanja, saj si otroci na podlagi takšnega načina poučevanja pogosto oblikujejo napačne prestave in pridobijo napačno znanje. Učence je potrebno pripraviti na formalen pomen in formalen koncept učnih pojmov. To se naredi s prikazom odnosov med koncepti in operacijami. Poleg tega je potrebno učencem podati jasne strukture konceptov in operacij. Na ta način se učence nauči ločiti matematično operacijo od posameznega intuitivnega modela in učenec vidi to operacijo v splošnem formalnem kontekstu.
- Učiteljeva naloga je med drugim učencem pokazati, da matematični dokaz ni neuporaben, saj se mnoge matematične trditve zdijo samoumevne in takrat se jim dokaz zdi odvečen. V takem primeru intuicija pomaga sprejeti trditev, prepreči pa sprejeti potreben dokaz. Pri učencih je potrebno razvijati

sposobnost ločevanja med intuitivnimi občutki, intuitivnimi prepričanji ter formalno podprtimi prepričanji, saj nas lahko intuicija zavaja. Hkrati pa je narobe, če uničimo učenčevo prepričanje v svojo intuicijo, zato je potrebno učence prepričati, da so njihove intuicije uporabne pa tudi, da lahko intuicije kontroliramo s prilagajanjem z ustreznimi formalnimi strukturami.

- Zaradi možnosti oblikovanja prenagljene intuicije bi bilo potrebno pri učencih razvijati občutek za prepoznavanje podobnosti, identificirati izomorfijo, opisovati podobne strukture in jih naučiti vrednotiti verodostojnost rešitev.
- Pri poučevanju matematike naj ne bi izločali intuicije, kar je tudi nemogoče, temveč naj bi razvijali nove, ustrezne intuitivne interpretacije kolikor se le da skupaj z razvijanjem formalnih struktur in logičnim mišljenjem. To pa naj bi se razvijalo preko konkretnih aktivnosti oz. izkušenj in ne z razlaganjem, saj je intuicija po funkciji in naravnem delovanju praktično naravnana (Fischbein, 1987).

Ponovno je poudarjena aktivnost oz. konkretne izkušnje učencev, ki pa niso pomembne le pri razvijanju intuicije in poučevanju verjetnosti, temveč tudi pri poučevanju ostalih matematičnih in drugih vsebinah.

Potrebno je razlikovati med slučajnim ugibanjem in intuitivnim ugibanjem (oceno, rešitvijo oz. napovedjo). Razlika med njima je ta, da intuitivno ugibanje temelji na neki informaciji oz. mentalni operaciji, saj ima splošno vedenjsko spremenljive napovedovalne funkcije, so neposredne in imajo globalno funkcijo (Fischbein, Grossman, 1997). Razlikovati je potrebno tudi med shemo in intuicijo. Fischbein in Grossman (1997) sta zapisala, da je shema program, ki vodi proces in omogoča asimilacije, interpretacije informacij in primerne reakcije, medtem ko intuicija izraža globalna kognitivna vedenja. Shema in intuicija imata veliko skupnih značilnosti, kot je visoka stabilnost, fleksibilnost, prilagodljiva funkcionalnost, splošnost (Fischbein, Grossman, 1997). Intuicija je odvisna od shem, saj temelji na nekaterih implicitnih pravilih oz. nekaterih implicitnih izračunih (Fischbein, Grossman, 1997). Če želimo vplivati na intuicijo, je potrebno identificirati strukturo sheme, še posebej tiste sheme, ki se nanaša na določeno intuicijo (Fischbein, Grossman, 1997).

Iz zapisanega je razvidno, da intuicija temelji na pravilih. Stavy in Tirosh (1999) sta oblikovala termin 'intuitivna pravila' in oblikovala teorijo intuitivnih pravil za analizo nepravilnih rešitev za številne matematične in znanstvene naloge.

Po njunem mnenju učenci pri reševanju problemov reagirajo na številne nepovezane naloge na osnovi dveh intuitivnih pravil:

- **več A-več B** – pri primerjavi različnih predmetov z izstopajočimi količinami A otroci intuitivno sklepajo na večjo količino B (enakostranični petkotnik in enakostranični šestkotnik imata enako dolge stranice, zato imata enako velike kote);
- **enak A-enak B** – pri primerjavi enakih predmetov z izstopajočimi količinami A otroci intuitivno sklepajo na enako količino B (ko se v dve enaki skodelici da enako količino sladkorja, je voda enako sladka, ne glede na količino vode) (Stavy, Tirosh, 1999).

Ta pravila so intuitivna, ker imajo značilnosti Fischbeinovega intuitivnega znanja (Stavy, Tirosh, 1999).

Kritiki teorije, ki sta jo oblikovala Stavy in Tirosh, so van Dooren, de Bock, Weyers in Verschafeel (2004), ki so se spraševali:

- Ali na miselne procese učencev, ki odgovarjajo na osnovi intuitivni pravil, vplivajo pravila, ki sta jih zapisala Stavy in Tirosh, ali kakšne druge napačne predstave?;
- Ali so učenci dosledni pri svoji izbiri intuitivnih pravil, ko so soočeni z različnimi, pomensko nepovezanimi nalogami?

Z raziskavo so na osnovi računov, ki so jih zapisali otroci, in na osnovi obrazložitve otrok našli bistveno drugačne napačne predstave in napake, kar pomeni, da na otrokove odgovore niso vplivala intuitivna pravila (van Dooren idr, 2004). Ugotovili so tudi, da posamezniki, ki so naredili veliko napak, niso bili dosledni, saj niso odgovarjali sistematično – niso se nanašali le na eno od dveh intuitivnih pravil, temveč so podali različne razlage k njihovim odgovorom (van Dooren idr, 2004).

Da bi učenci v višjih razredih osnovne šole in v srednji šoli imeli manj težav z razumevanjem statistične in klasične definicije verjetnosti ter drugih vsebin, bi bilo smiselno vsebine iz verjetnosti formalno vključiti v učni načrt za prvo triletje. Otrokom bi bilo v nižjih razredih potrebno ponuditi razne izkušnje, na osnovi katerih bi znali ločiti gotove, mogoče in nemogoče dogodke, naučili bi se sprejeti negotovost, znali bi predvideti razne dogodke ter primerjati njihovo verjetnost. Nekateri raziskovalci temu nasprotujejo, saj so mnenja, da otroci te starosti še niso sposobni za učenje vsebin iz verjetnosti. Po drugi stani pa so številni tudi tisti raziskovalci, ki jim nasprotujejo in menijo, da je potrebno z učenjem vsebin iz verjetnosti začeti že v zgodnjem obdobju, saj rezultati njihovih raziskav kažejo na to, da so že na stopnji konkretnih operacij otroci sposobni dojemanja vsebin iz verjetnosti. V spodnji preglednici so kratko povzeti izsledki raziskav, ki so bile predstavljene, in sicer glede na mnenje raziskovalcev, ali so otroci v prvem triletju sposobni reševati naloge iz verjetnosti ali ne.

SO SPOSOBNI	NISO SPOSOBNI
Fischbein s sodelavci	Piaget in Inhelder
Falk Ru., Falk Ra. in Levin	Heomann in Ross
Davies	Chapman
Goldberg	
Yost, Siegel in Andrews	
Ginsburg in Rapoport	

Tabela 2: Raziskovalci, ki menijo, da so, in tisti, ki menijo, da otroci v prvem triletju niso sposobni reševati naloge iz verjetnosti

Iz tabele 2 je razvidno, da so mnenja o sposobnosti otrok za dojemanje vsebin iz verjetnosti različna. Da otroci v prvem triletju še niso sposobni razumeti nalog iz verjetnosti se med drugim strinja Piaget (Piaget, Inhelder, 1951, po Cotič, 1999). Po drugi strani pa, se je s tem veliko ukvarjal Fischbein (1984, po Cotič, 1999), ki meni, da je potrebno vsebine iz verjetnosti vpeljati na razredno stopnjo.

6 EMPIRIČNI DEL

6.1 OPREDELITEV PROBLEMOV IN CILJEV RAZISKAVE

Z uvedbo devetletke so se v matematične vsebine neformalno in implicitno uvrstile nekatere vsebine iz verjetnosti. Ker pa te vsebine niso vključene v vsa učbeniška gradiva, nas zanima mnenje učiteljev ter tudi vzgojiteljev o izbranih vsebinah s tega področja in ali so te vsebine po mnenju učiteljev primerne za prvo triletje.

Kot je bilo prikazano v teoretičnem delu, so različni avtorji pri ugotavljanju sposobnosti otrok za reševanje nalog iz verjetnosti prišli do različnih ugotovitev. Nas pa zanima, pri kateri starosti so otroci na grafičnem nivoju sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter napovedati verjetnost raznih dogodkov. Spodobnosti za dosego zgoraj zapisanih ciljev smo ugotavljali na osnovi reševanja preizkusa znanja 1 (glej prilogo 1), in sicer pri 4-5 let starih otrocih ter učencih, ki obiskujejo prvi, drugi in tretji razred.

Ker smo pričakovali, da otroci ne bodo znali napovedati dogodkov, kjer je verjetnost enaka, smo za učence prvega razreda oblikovali učni pristop za poučevanje enake verjetnosti in ugotavljali njegovo učinkovitost. Učinkovitost učnega pristopa smo ugotavljali na podlagi doseganja učnih ciljev, ki smo jih pri učencih prvega razreda preverili s preizkusom znanja 2 (glej prilogo 2).

6.2 RAZISKOVALNA VPRAŠANJA

Glede na tri različne probleme smo raziskovalna vprašanja razdelili na tri sklope. V prvem sklopu so vprašanja, ki se navezujejo na mnenje učiteljev in vzgojiteljev o vsebinah iz verjetnosti, drugi sklop se navezuje na sposobnosti otrok, tretji pa na učenje enake verjetnosti.

6.2.1 PRVI SKLOP VPRAŠANJ

Kakšna stališča imajo učitelji in vzgojitelji do izbranih vsebin iz verjetnosti?

Ali so vsebine primerne za obravnavo v skupini otrok oz. učencev, s katerimi delajo, ali so vsebine zanimive, v katero triletje spadajo, kakšno mišljenje razvijajo, na kaj se navezujejo, ali so smiselne in ali naloge iz priloženega preizkusa znanja preverjajo izbrana cilja, ki se nanašata na verjetnost ipd. Skušali smo ugotoviti mnenje učiteljev in vzgojiteljev o tem, pri kateri starosti so otroci sposobni reševati izbrane naloge iz verjetnosti. Ugotavljali smo razlike med odgovori učiteljev in vzgojiteljev ter ali na mnenje vpliva delovna doba, izobrazba, starost vprašanih oz. starost otrok, ki jih poučujejo.

6.2.2 DRUGI SKLOP VPRAŠANJ

Kako uspešni so različno stari otroci pri reševanju nalog iz verjetnosti, ki se navezujejo na gotove, mogoče in nemogoče dogodke, ter primerjavo različnih verjetnosti na grafičnem nivoju (preizkus znanja 1) (glej prilogo 1)?

Ali obstajajo statistično pomembne razlike v reševanju med starostnimi skupinami ter med spoloma pri posameznih nalogah?

6.2.3 TRETJI SKLOP VPRAŠANJ

Ali bo učni pristop za poučevanje enake verjetnosti v prvem razredu osnovne šole učinkovit z vidika doseganja učnih ciljev (preizkus znanja 2) (glej prilogo 2)?

Ali med spoloma obstaja razlika pri reševanju preizkusa znanja 2?

Ali se usvojeno znanje ohrani (preizkus znanja 3) (glej prilogo 3)?

6.3 METODE DELA

6.3.1 VZOREC

Da bi dobili odgovore na vse tri sklope vprašanj, so vzorec predstavljali vzgojitelji, učitelji ter učenci.

6.3.1.1 VZOREC ZA UGOTAVLJANJE MNENJA UČITELJEV IN VZGOJITELJEV O POUČEVANJU VERJETNOSTI

Za ugotavljanje mnenja učiteljev in vzgojiteljev o vsebinah iz verjetnosti je vzorec priložnosten, saj so ga reševali učitelji in vzgojitelji predvsem iz primorskih, notranjskih in gorenjskih šol oz. vrtcev. Na 18 različnih šol in vrtcev je bilo razdeljeno 200 vprašalnikov (glej prilogo 4). Vrnjenih in izpolnjenih jih je bilo 141. Podrobnejše značilnosti so predstavljene v spodnjih tabelah.

STAROST	ODSTOTEK
do 30 let	25,2
od 31 do 40 let	26,6
od 41 do 50 let	43,2
nad 50 let	5,0

Tabela 3: Starost anketiranih

Največji delež (43,2%) je bilo anketirancev, starih od 41 do 50 let, najmanj (5%) pa tistih, ki so stari nad 50 let, kar se da razbrati v tabeli 3.

SPOL	ODSTOTEK
moški	1,5
ženski	98,5

Tabela 4: Spol anketiranih

Iz tabele 4 je razvidno, da so v raziskavi sodelovale večinoma ženske, saj je njihov delež 98,5%.

DELOVNA DOBA	ODSTOTEK
do 5 let	19,4
od 6 do 10 let	10,8
od 11 do 20 let	24,5
nad 20 let	45,3

Tabela 5: Delovna doba anketiranih

Tabele 5 prikazuje, da je skoraj polovica (45,3%) sodelujočih zaposlena nad dvajset let, najmanjši odstotek (10,8%) pa je tistih, ki so zaposleni od 6 do 10 let.

DOKONČANA STOPNJA IZOBRAZBE	ODSTOTEK
srednja	26,2
višja	31,2
visoka	42,6
drugo	0,0

Tabela 6: Dokončana stopnja izobrazbe anketiranih

Največ respondentov (42,6%) ima končano visoko stopnjo izobrazbe, nekaj manj (31,2%) višjo, najmanj (26,2%) pa srednjo. To je razvidno iz tabele 6.

POKLIC, KI GA OPRAVLJAJO	ODSTOTEK
vzgojitelj	27,7
učitelj	72,3

Tabela 7: Poklic, ki ga anketirani opravljajo

Iz tabele 7 je razvidno, da je anketni vprašalnik izpolnilo 72,3% učiteljev. Ostale vprašalnike so izpolnili vzgojitelji.

6.3.1.2 VZOREC ZA UGOTAVLJANJE SPOSOBNOSTI OTROK ZA REŠEVANJE NALOG IZ VERJETNOSTI

Vzorec je bil priložnosten, saj so preizkus znanja 1 (glej prilogo 1) izpolnjevali otroci predvsem iz primorskih, notranjskih in gorenjskih šol oz. vrtcev. Vključenih je bilo 623 otrok iz skupno šestnajstih slovenskih šol in vrtcev. Več podatkov o vzorcu je zabeleženo v spodnji tabeli.

		starost oz. razred				skupaj
		4−5 let	1. razred	2. razred	3. razred	
spol	deček	57,8%	48,7%	46,0%	52,6%	50,7%
	deklica	42,2%	51,3%	54,0%	47,4%	49,3%
skupaj	število	110	155	175	183	623
skupaj	odstotek	17,7%	24,9%	28,1%	29,4%	100%

Tabela 8: Starost otrok glede na spol

Iz tabele 8 se vidi, da je bilo najmanj sodelujočih otrok starih od 4−5 let (17,7%). Delež ostalih starostnih skupin je približno enako velik. Razmerje glede na spol celotnega vzorca je skoraj enako. Največje odstopanje med spoloma je pri najmlajših (57,8% : 42,2%) v korist dečkov.

6.3.1.3 VZOREC ZA UGOTAVLJANJE USPEŠNOSTI UČNEGA PRISTOPA

Za ugotavljanje učinkovitosti učnega pristopa so vzorec sestavljali štirje oddelki prvih razredov. Ker je učenje potekalo v okviru štirih učnih ur pouka, se je število otrok spreminjalo. Preizkus znanja 2 (glej prilogo 2) so rešili le tisti učenci, ki so bili prisotni pri vseh štirih urah učenja vsebin iz verjetnosti, in sicer je bilo to 68 otrok (31 dečkov in 37 deklic). Ali se osvojeno znanje ohrani, smo ugotovili tako, da je 32 otrok, ki so bili deležni učenja enake verjetnosti, čez pol leta reševalo preizkus znanja 3 (glej prilogo 3).

6.3.2 POSTOPEK ZBIRANJA PODATKOV

Da bi ugotovili stališče učiteljev do izbranih vsebin iz verjetnosti, smo na slovenske šole odnesli anketni vprašalnik (glej prilogo 4) in ravnatelji so ga razdelili učiteljem oz. vzgojiteljem. Reševanje je potekalo anonimno, in sicer meseca novembra in decembra 2006.

Za ugotavljanje uspešnosti različno starih otrok pri reševanju nalog iz verjetnosti smo učiteljem drugega in tretjega razreda (po predhodnem soglasju staršem) razdelili preizkus znanja 1 (glej prilogo 1), ki vsebuje naloge iz verjetnosti. Navodila za učitelje so bila enotna. Tudi vzgojitelji ter učitelji prvih razredov so dobili enotna navodila. Ti so otrokom brali naloge, kazali sličice in beležili njihove odgovore. Reševanje preizkusa znanja 1 oz. ustno odgovarjanje na vprašanja je potekalo anonimno, in sicer od meseca novembra 2006 do meseca marca 2007.

Učinkovitost oblikovanega učnega pristopa za poučevanje enake verjetnosti v prvem razredu smo ugotavljali tako, da smo učiteljici dveh prvih razredov izobraževali za poučevanje enake verjetnosti z oblikovanim učnim pristopom. V drugih dveh prvih razredih pa je poučevanje izvajala raziskovalka. Poučevanje enake verjetnosti je potekalo aprila 2007 na dveh osnovnih šolah in kot že rečeno v štirih oddelkih prvih razredov tekom štirih učnih ur matematike. Ugotavljanje ohranjanja usvojenega znanja pa se je ugotovilo tako, da se je po pol leta (oktober 2007) učencem dalo v reševanje preizkus znanja 3 (glej prilogo 3).

6.3.3 MERSKI INSTRUMENTARIJ

Za pridobitev mnenja učiteljev in vzgojiteljev smo oblikovali anketni vprašalnik (glej prilogo 4). Ugotavljali smo starost, spol, delovno dobo, dokončano stopnjo izobrazbe ter poklic, ki ga anketiranci opravljajo in starost oz. razred, ki ga poučujejo. Zanimalo nas je, ali naloge iz priloženega preizkusa znanja 1 preverjajo izbrana cilja, ki se nanašata na verjetnost. Anketirani so izrazili mnenje, kdaj so po njihovem mnenju otroci sposobni doseči izbrana cilja. Za ugotovitev mnenja učiteljev in vzgojiteljev o uvajanju vsebin, ki se nanašajo na verjetnost, smo oblikovali in uporabili petstopenjsko ocenjevalno lestvico, sestavljeno iz 20-ih trditev. Učitelji in vzgojitelji so ga reševali tako, da so pri šestih odgovorih obkrožili enega od ponujenih odgovorov. Nato so s križcem označili stopnjo strinjanja z zapisanimi trditvami ter utemeljili odgovor na zadnjo trditev.

Zbiranje podatkov za ugotavljanje uspešnosti različno starih otrok pri reševanju nalog iz verjetnosti je potekalo na osnovi preizkusa znanja 1 (glej prilogo 1), sestavljenega iz šestih nalog, ki so ga reševali učenci drugega in tretjega razreda. Učencem prvega razreda ter otrokom, ki bodo v naslednjem šolskem letu obiskovali prvi razred, so učitelji oz. vzgojitelji naloge prebrali, jim pokazali slike, podali možne odgovore ter jih zabeležili. Otroci oz. sprševalci so med drugim morali označiti starost oz. razred ter spol reševalca. Pri večini nalog je potrebno le obkrožiti izbrano rešitev. Pri tretji nalogi je potrebno nadaljevati poved, pri peti dokončati povedi, pri zadnji pa utemeljiti oba odgovora. Zaradi nepoznavanja števil in barv pri mlajših otrocih so se razlikovale druga, tretja in šesta naloga (glej prilogi 1 in 5), saj so namesto števil in barv uporabljene različne vrste živali oz. sadje.

Ugotavljanje učinkovitosti oblikovanega učnega pristopa za poučevanje enake verjetnosti v prvem razredu je ravno tako potekalo na podlagi preizkusa znanja 2 (glej prilogo 2), ki so ga prvošolci rešili ob zaključku zadnje, četrte šolske ure učenja enake verjetnosti. Na podlagi rezultatov preizkusa znanja smo ugotavljali, ali je bil učni pristop uspešen ali ne. Ohranjanje usvojenega znanja smo ugotavljali s preizkusom znanja 3 (glej prilogo 3).

6.3.4 MERSKE KARAKTERISTIKE

6.3.4.1 MERSKE KARAKTERISTIKE ANKETNEGA VPRAŠALNIKA

OBJEKTIVNOST

Vsi ravnatelji, ki so razdeljevali vprašalnike, so dobili enotna navodila, prav tako pa je bilo navodilo enotno za vse anketirance, saj je bilo napisano na listu, kamor so beležili svoja stališča. Zagotovljena je bila anonimnost.

ZANESLJIVOST

Za mnenje učiteljev in vzgojiteljev je bilo uporabljenih 22 trditev. Izmerila se je zanesljivost merskega instrumenta. Izračunan koeficient zanesljivosti Crombach alfa znaša 0,615. Vrednosti na lestvici je bilo pri štirih spremenljivkah potrebno obrniti, saj so bili korelacijski koeficienti negativni. S tem se je doseglo, da najnižja vrednost pomeni najbolj pozitivno mnenje. Koeficient zanesljivosti Crombach alfa zato znaša 0,624, kar pomeni, da je merski instrument zanesljiv.

6.3.4.2 MERSKE KARAKTERISTIKE PREIZKUSA ZNANJA 1

OBJEKTIVNOST

Vsi učitelji in vzgojitelji so dobili enaka navodila, kako naj otroke sprašujejo, beležijo oz. jim pomagajo pri reševanju učnega lista. Poleg tega so bile naloge, možni odgovor ter dodatna navodila za spraševalce napisani. Zagotovljena je bila anonimnost.

VELJAVNOST

Veljavnost pove, ali v tem primeru preizkus znanja res preverja tisto, čemur je namenjen. Veljavnost nalog na preizkusu znanja 1 smo preverili s pomočjo anketnega vprašalnika za učitelje in vzgojitelje, ki so podali svojo oceno o tem, v kolikšni meri posamezna naloga ustreza zapisanemu cilju, ki je za nalogo predviden. Podrobnejši rezultati so predstavljeni v nadaljevanju. Ugotovili smo, da naloge iz preizkusa znanja 1 preverjajo zabeležena cilja.

6.3.5 POSTOPKI OBDELAVE PODATKOV

Podatke, pridobljene na osnovi anketnega vprašalnika, smo analizirani z računalniškim programom SPSS 12. Uporabili smo:

- deskriptivne statistike;
- T-test;
- analiza variance;
- Mann-Whitney U test, ki testira enakost mediane med dvema skupinama;
- Kruskal-Wallisov test za primerjavo rangov v več skupinah.

Zgoraj naštete postopke (poleg kontingenčnih tabel s χ^2 statistiko) smo uporabili tudi pri analizi preizkusa znanja 1, s katerim smo ugotavljali, kako uspešni so (na grafičnem nivoju) različno stari otroci pri reševanju nalog iz verjetnosti, ki se nanašajo na izbrana cilja iz verjetnosti (razlikujejo gotove, mogoče in nemogoče dogodke; primerjajo verjetnost raznih dogodkov).

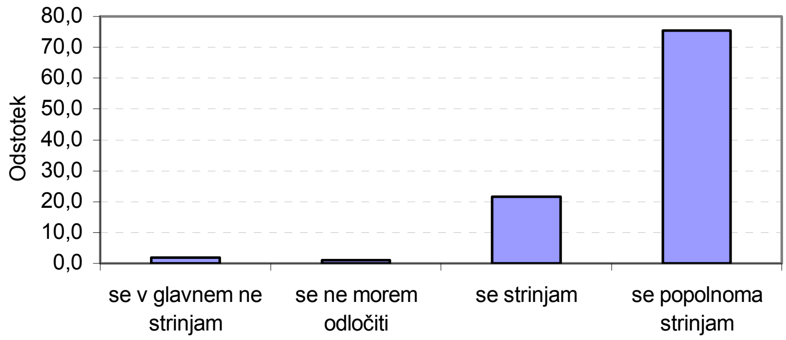
Za obdelavo podatkov, ki smo jih pridobilo za ugotavljanje uspešnosti učnega pristopa, smo uporabili deskriptivne statistike. Ravno tako smo uporabili program SPSS 12. Za primerjavo uspešnosti reševanja posameznih nalog glede na starost otrok in glede na spol smo naredili kontingenčne tabele s χ^2 statistiko.

6.4 REZULTATI

6.4.1 REZULTATI ANKETNEGA VPRAŠALNIKA

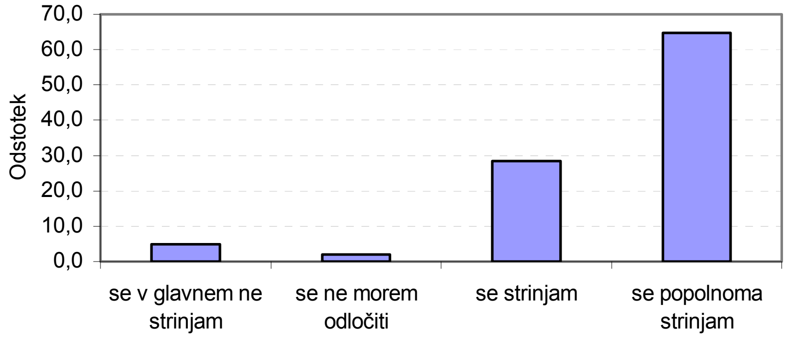
6.4.1.1 MNENJE ANKETIRANCEV, ALI NALOGE IZ PREIZKUSA ZNANJA 1 (priloga 1) PREVERJAJO ZAPISANA CILJA − šesto vprašanje

Anketirani so morali najprej podati mnenje o tem, ali naloge iz preizkusa znanja 1 (glej prilogo 1) preverjajo dva zapisana cilja (razlikujejo gotove, mogoče in nemogoče dogodke; primerjajo verjetnost raznih dogodkov). S tem smo želeli ugotoviti, ali naloge dejansko preverjajo zapisana cilja. Predstavljeno je le mnenje učiteljev. Učitelji so morali zabeležiti stopnjo strinjanja, ali 1.a, 2., 3., 4.a in 4.b naloga preverjajo cilj, da učenci razlikujejo gotove, mogoče in nemogoče dogodke. Zabeležili so naslednje odgovore.



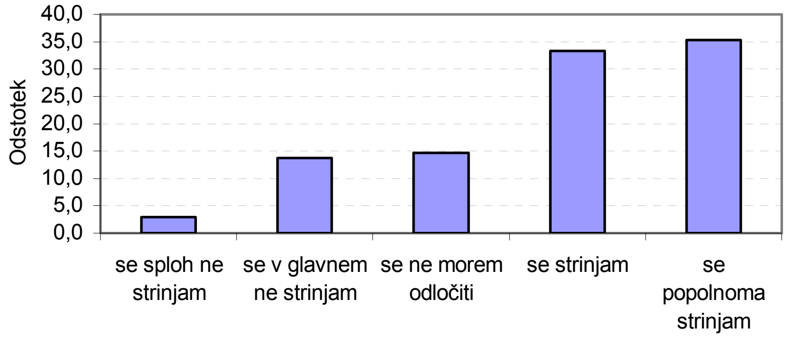
Graf 1: 1.a naloga preverja razlikovanje gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov

Iz grafa 1 je razvidno, da se tri četrtine učiteljev (75,5%) popolnoma strinja, da 1.a naloga preverja razlikovanje gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov. Zelo majhen delež je tistih (3%), ki se v glavnem ne strinjajo oz. se ne morejo odločiti. Da se s tem sploh ne strinja, ni označil nihče od učiteljev.



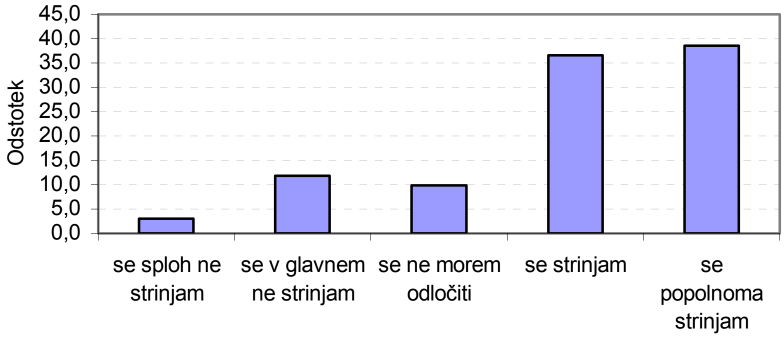
Graf 2: 2. naloga preverja razlikovanje gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov

Največji delež (64,7%) je tistih, ki se popolnoma strinja, da 2. naloga preverja zapisani cilj, kar je razvidno iz grafa 2. Najmanj (6,9%) pa jih je zabeležilo, da se v glavnem ne strinja oz. se ne more odločiti. Nihče od učiteljev se s tem sploh ne strinja.



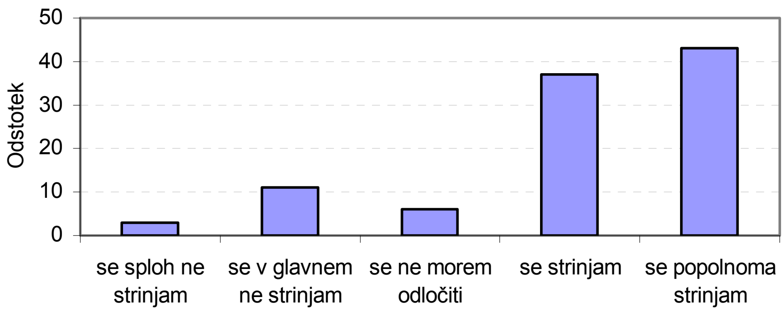
Graf 3: 3. naloga preverja razlikovanje gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov

Odgovori učiteljev so se pri tej nalogi bolj razlikovali, kar se da razbrati iz grafa 3. Še vedno je največ tistih (68,6%), ki so podali pozitivno mnenje, medtem ko se jih skoraj 15% ni moglo odločiti, le nekoliko manj (13,7%) se jih v glavnem ni strinjalo, 3% pa se sploh ni strinjalo, da 3. naloga preverja cilj, da otroci razlikujejo gotove, mogoče in nemogoče dogodke.



Graf 4: 4.a naloga preverja razlikovanje gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov

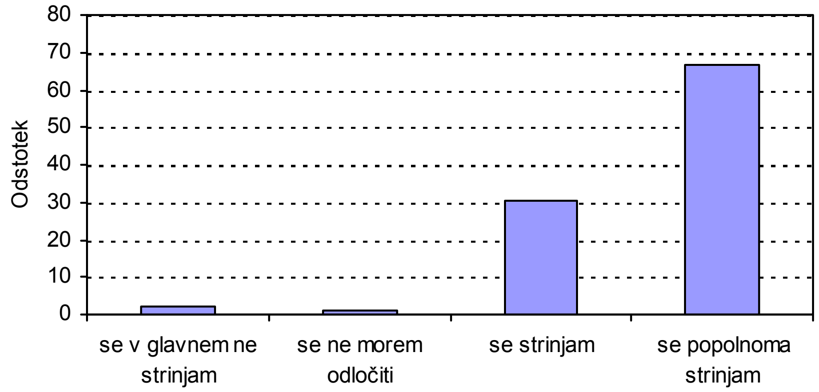
Graf 4 prikazuje mnenje učiteljev, ali 4.a naloga preverja razlikovanje gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov. Tri četrtine učiteljev (75,2%) je podalo pozitivno mnenje glede preverjanja zabeleženega cilj. S tem se ne strinja 15% učiteljev, 10% pa se jih ni moglo odločiti.



Graf 5: 4.b naloga preverja razlikovanje gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov

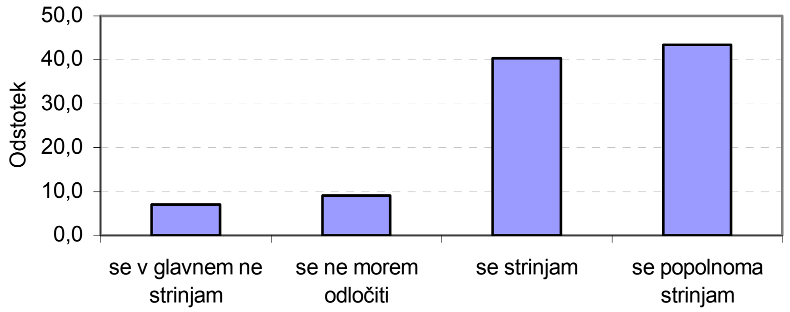
Iz grafa 5 je razvidno, da se največ učiteljev (43%) popolnoma strinja, nekaj manj (37%) se jih strinja, negativno mnenje o strinjanju je dalo 14% učiteljev, 6% pa je bilo tistih, ki se niso mogli odločiti, ali 4.b naloga preverja razlikovanje gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov.

Učitelji so morali v okviru šestega vprašanja tudi označili, v kolikšni meri se strinjajo, da 1.b, 4.a, 4.b, 4.c, 4.d, 4.e, 5. in 6. naloga preverjajo cilj, ki se glasi: Učenec primerja med seboj verjetnost raznih dogodkov. Rezultati so sledeči.



Graf 6: 1.b naloga preverja znanje primerjanja verjetnosti raznih dogodkov

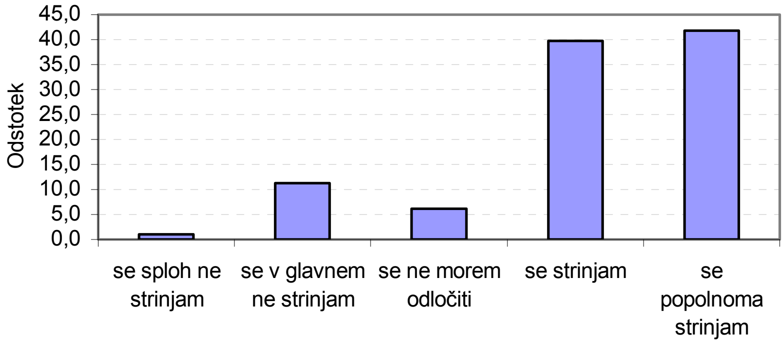
Iz grafa 6 lahko preberemo, da se skoraj vsi učitelji (97%) strinjajo ali popolnoma strinjajo, da 1.b naloga preverja cilj, da učenci primerjajo med seboj verjetnost raznih dogodkov. Da se s tem sploh ne strinja, ni označil nihče od učiteljev.



Graf 7: 4.a naloga preverja znanje primerjanja verjetnosti raznih dogodkov

Pozitivno mnenje glede preverjanja zapisanega cilja (učenci primerjajo med seboj verjetnost raznih dogodkov) pri 4.a nalogi je dala večina učiteljev (83,8%), kar je vidno v grafu 7. Odločiti se ni moglo skoraj 9%, medtem ko se s tem v glavnem ni strinjalo 7% vprašanih učiteljev.

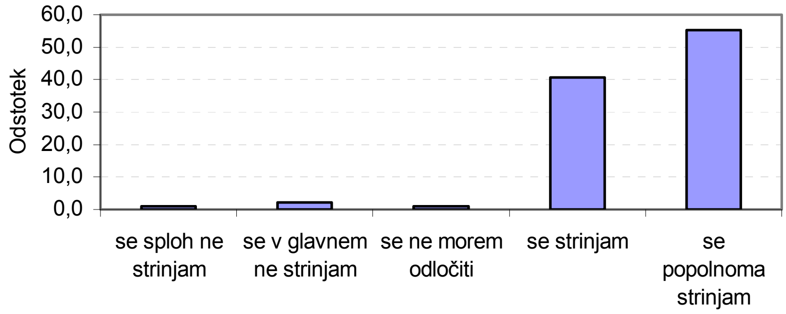
Zanimalo nas je mnenje učiteljev, ali 4.a naloga preverja cilj, da učenci razlikujejo gotove, mogoče in nemogoče dogodke (glej graf 4), ali ta naloga preverja primerjanje verjetnost raznih dogodkov (graf 7). Če se primerja grafa 4 in 7, se ugotovi, da je nekoliko več učiteljev (8,5%) podalo pozitivno mnenje, da 4.a naloga preverja primerjanje verjetnosti raznih dogodkov. Učitelji se niso mogli natančno opredeliti, katerega od ciljev preverja 4.a naloga oz. so zabeležili, da preverja oba cilja, vendar smo v nadaljevanju upoštevali njihovo mnenje in 4.a nalogo uvrstilo med naloge, ki preverjajo drugi cilj (primerjajo verjetnost raznih dogodkov).



Graf 8: 4.b naloga preverja znanje primerjanja verjetnosti raznih dogodkov

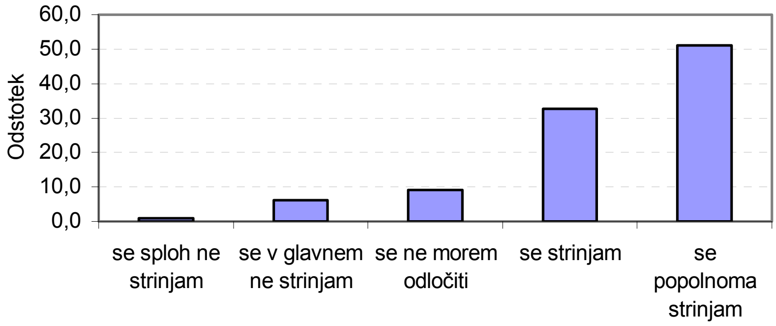
Da 4.b naloga preverja primerjavo verjetnosti raznih dogodkov, je zabeleženo v grafu 8. Največ učiteljev (81,6%) je o tem podalo pozitivno mnenje. 6% se jih ni moglo odločiti, medtem ko so ostali podali negativno mnenje.

Učitelji so ravno tako kot pri 4.a tudi pri 4.b nalogi zabeležili, da preverja oba cilja. Da 4.b naloga preverja razlikovanje gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov, je 80% učiteljev podalo pozitivno mnenje (glej graf 5), da 4.b naloga preverja primerjavo verjetnosti raznih dogodkov, se strinja ali popolnoma strinja le malce več 81,6% vprašanih učiteljev (glej graf 8). Tudi tu je razlika minimalna, vendar smo kljub temu upoštevali mnenje učiteljev in smo 4.b nalogo uvrstili med naloge, ki preverjajo drugi cilj (primerjajo verjetnost raznih dogodkov).



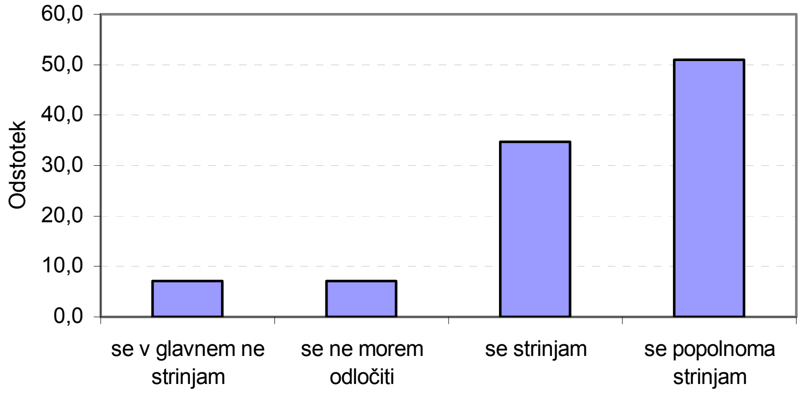
Graf 9: 4.c naloga preverja znanje primerjanja verjetnosti raznih dogodkov

Strinjanje, ali 4.c naloga preverja znanje primerjanja verjetnosti raznih dogodkov, je zabeleženo v grafu 9. Anketirani učitelji menijo, da 4.c naloga preverja znanje primerjanja raznih dogodkov, saj jih je le 3% zabeležilo, da se s tem sploh ne strinja, se v glavnem ne strinja ali pa se ne more odločiti. Vsi ostali (95,8%) se s tem strinjajo oz. popolnoma strinjajo.



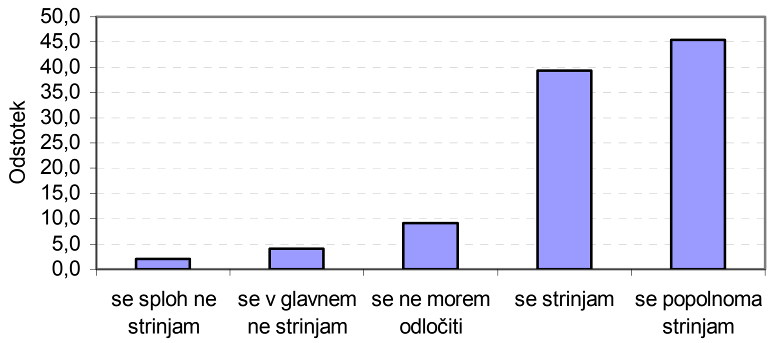
Graf 10: 4.d naloga preverja znanje primerjanja verjetnosti raznih dogodkov

Iz grafa 10 je razvidno, da se nekaj več kot polovica učiteljev (51%) popolnoma strinja, da 4.d naloga preverja znanje primerjanja verjetnosti raznih dogodkov. Približno tretjina (32,7%) se s tem strinja, ostali (9,2%) se niso mogli odločiti, še manj (7,1%) pa jih je o tem podalo negativno mnenje.



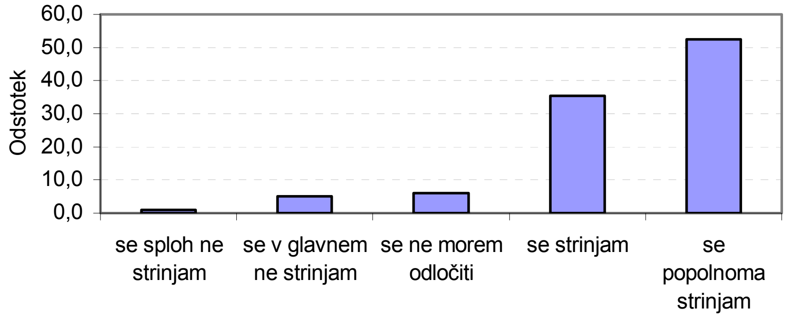
Graf 11: 4.e naloga preverja znanje primerjanja verjetnosti raznih dogodkov

Za 4.e nalogo se polovica (51%) anketiranih popolnoma strinja, da preverja zabeleženi cilj, nekaj manj (34,7%) se jih strinja, 7,1% se jih ni moglo odločiti in ravno toliko (7,1%) se jih s tem v glavnem ne strinja, kar se da razbrati iz grafa 11.



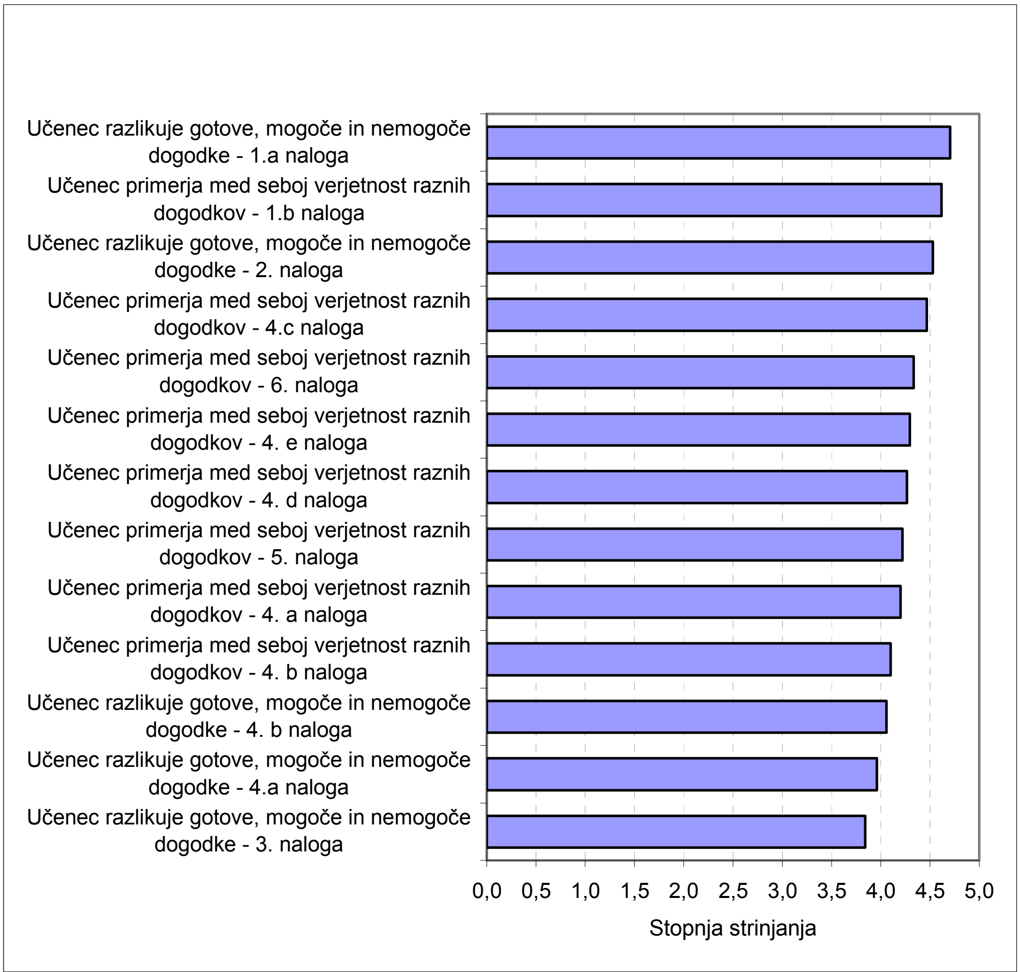
Graf 12: 5. naloga preverja znanje primerjanja verjetnosti raznih dogodkov

Iz grafa 12 je razvidno, da je ponovno velika večina (84,9%) podala pozitivno mnenje o tem, da 5. naloga preverja cilj, ki je zapisan. 9% se jih ni moglo odločiti, ostali (6%) pa se s tem ne strinjajo.



Graf 13: 6. naloga preverja znanje primerjanja verjetnosti raznih dogodkov

Graf 13 prikazuje strinjanje, ali zadnja naloga preverja zapisani cilj. S strani vprašanih učiteljev je večina podala pozitivno mnenje, saj se jih je 87,9% odločilo, da ta naloga preverja primerjanje verjetnosti raznih dogodkov. Le majhen delež (6,1%) je bilo tistih, ki se niso mogli odločiti, ter ravno tolikšen (6,1%), ki so o tem podali negativno mnenje.



Graf 14: Povprečne vrednosti strinjanja glede predlaganih ciljev za izbrane naloge iz verjetnosti

Graf 14 predstavlja povprečne vrednosti strinjanja, ali posamezne naloge preverjajo zapisana cilja. Razvidno je, da se učitelji najbolj strinjajo, da 1.a naloga preverja razlikovanje mogočih, gotovih in negotovih dogodkov. Najmanj pa se jih strinja, da 3. naloga preverja isti cilj kot 1.a naloga. Pri prvi nalogi morajo ob ogledu sličic otroci obkrožiti eno od zapisanih besed (zagotovo, mogoče, nemogoče) ter na ta način odgovoriti, ali bi lahko izvlekli avtomobilček. Tretja naloga od učencev zahteva, da nadaljuje povedi (Mogoče je izvlekla ..., Nemogoče je, da je izvlekla ...). Zapisano je število rutic in njihove barve. Kljub temu, da je strinjanje pri tej nalogi najmanjše, je povprečna vrednost 3,8. Iz grafa 3 je poleg tega razvidno, da je skoraj 70% vprašanih podalo pozitivno mnenje o tem, da 3. naloga preverja zapisani cilj. Na osnovi tega lahko sklepamo, da se učitelji strinjajo s tem, da naloge iz preizkusa znanja 1 (glej prilogo 1) preverjajo cilja:

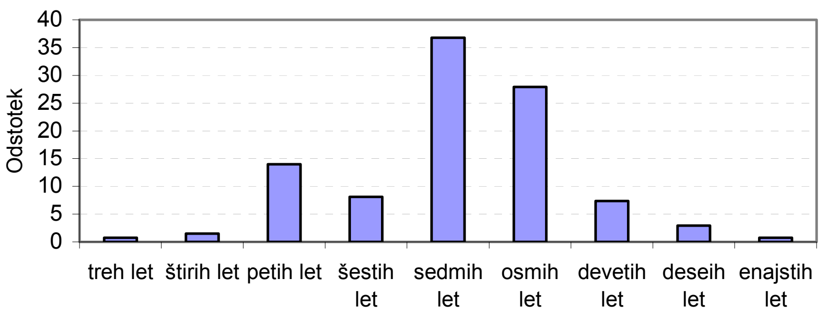
- razlikujejo gotove, mogoče in nemogoče dogodke;

- primerjajo med seboj verjetnost raznih dogodkov.

V zgornjih grafih so predstavljeni le rezultati, ki so jih zabeležili učitelji, vendar so to izpolnjevali tudi vzgojitelji. Zanimiv je podatek, da obstaja statistično pomembna razlika v odgovorih učiteljev in vzgojiteljev. Med drugim smo ugotovili, da se pri vseh nalogah iz preizkusa znanja 1 učitelji bolj strinjajo, da le-te preverjajo zastavljena cilja, kot se strinjajo vzgojitelji. To se nakazuje tudi s tem, da se z višanjem izobrazbe strinjanje pri vseh vprašanjih narašča, saj se za učitelje zahteva višja izobrazba kot za vzgojitelje.

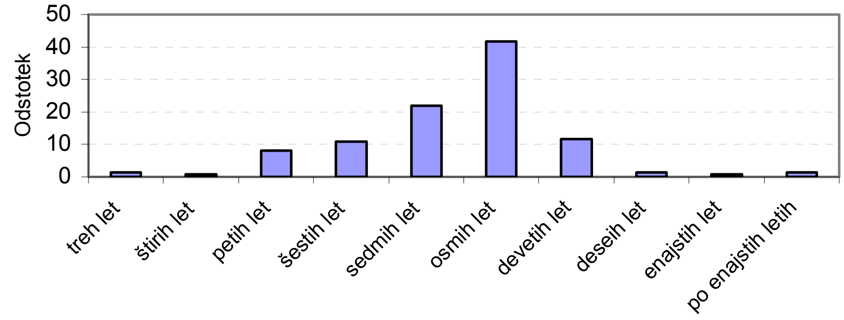
6.4.1.2 STAROST OTROK IN UČENJE VSEBIN IZ VERJETNOSTI – sedmo vprašanje

Mnenje učiteljev in vzgojiteljev o tem, pri kateri starosti so otroci sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke, je razvidno iz spodnjega grafa.



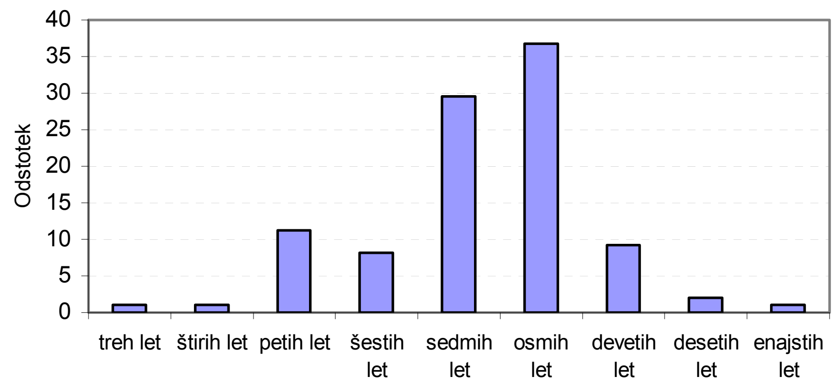
Graf 15: Starost (po mnenju vseh anketiranih), pri kateri so učenci sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke

Dobra tretjina (36,8%) vseh anketiranih je mnenja, da so otroci pri starosti sedmih let sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke, kar se da razbrati iz grafa 15. Nekaj manj (27,9%) jih meni, da so to sposobni pri starosti osmih let. Kar 14% je označilo starost petih let, 8,1% starost šestih let, 7,4% pa starost devetih let.



Graf 16: Starost (po mnenju vseh anketiranih), pri kateri so učenci sposobni primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov

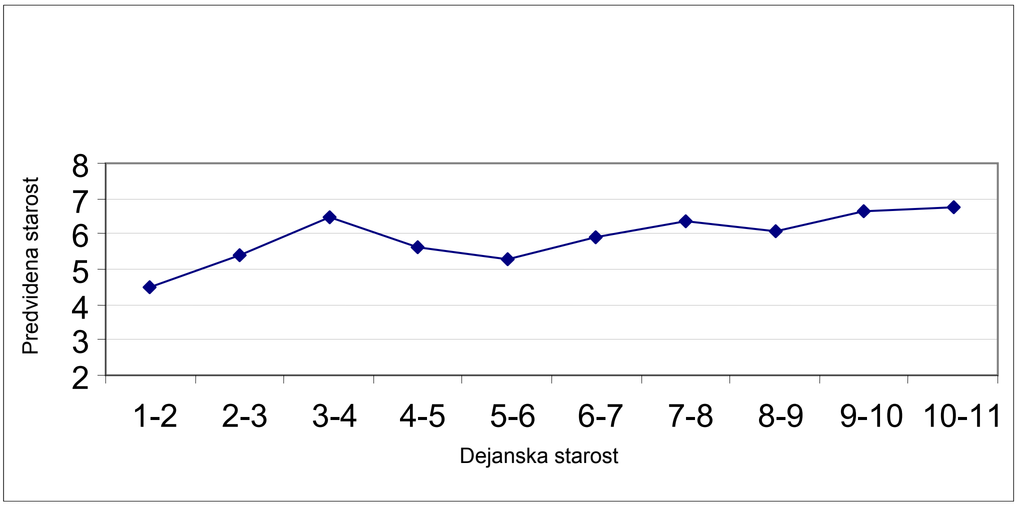
Anketirance smo med drugim spraševali, pri kateri starosti so učenci sposobni primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov. Njihovi odgovori so razvidni iz grafa 16. Vprašani so mnenja, da je sposobnost primerjati verjetnost raznih dogodkov kompleksnejša od razlikovanja gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov, saj je največ (41,6%) vprašanih mnenja, da so tega otroci sposobni pri starosti osmih let. Skoraj 22% jih je zabeležilo starost sedmih let, nekaj čez 11% pa starost devetih oz. šestih let.



Graf 17: Starost (po mnenju učiteljev), pri kateri so učenci sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke

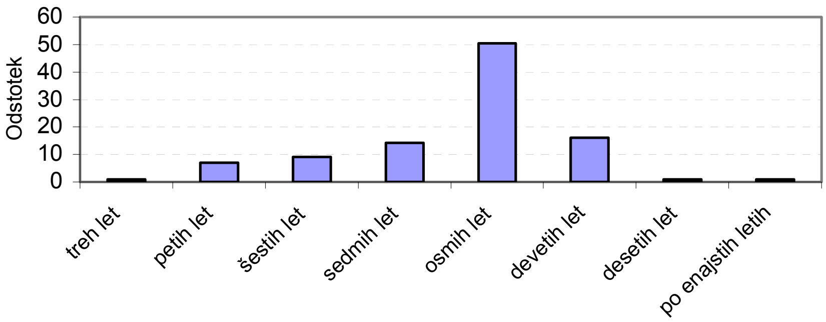
V grafu 17 je predstavljeno mnenje učiteljev, pri kateri starosti so otroci sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke. Največ učiteljev (36,7%) je mnenja, da so otroci šele pri starosti osmih let sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke. Tretjina vprašanih učiteljev (29,6%) meni, da so tega sposobni pri starosti sedmih let.

Ugotovili smo statistično pomembno razliko med odgovori učiteljev in odgovori vzgojiteljev (Z=-2,953, p<0,03). Vzgojitelji so mnenja, da so otroci pri nižji starosti sposobni napovedovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke, kar je razvidno v grafu 18, kjer so predstavljeni odgovori vzgojiteljev in učiteljev, in sicer glede na starost otrok, s katerimi vprašani delajo.



Graf 18: Odgovori vseh anketiranih o starosti otrok, pri kateri so sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke, v primerjavi s starostjo otrok, ki jih anketirani poučujejo

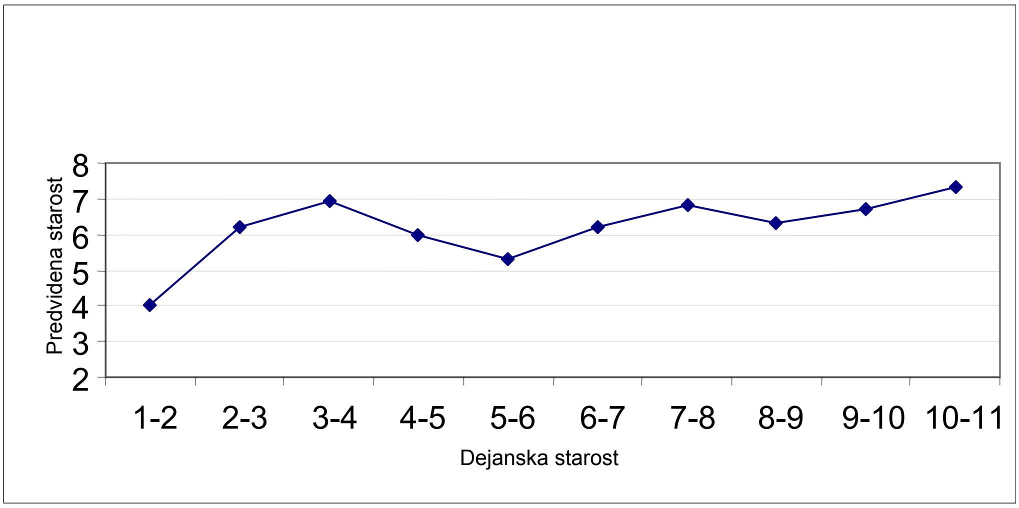
Iz grafa 18 se vidi, da so vprašani, ki poučujejo 1-2 leti stare otroke, mnenja, da so otroci sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke pri najnižji starosti. Da so tega sposobni pri petih letih menijo vprašani, ki poučujejo pet let stare otroke ter tisti, ki delajo z 2-3 leta starimi otroki, medtem ko so učitelji, ki poučujejo 10-11 let stare otroke, mnenja, da so tega sposobni šele okrog sedmega leta starosti.



Graf 19: Starost (po mnenju učiteljev), pri kateri so učenci sposobni primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov

Iz grafa 19 je razvidno, da je polovica učiteljev (50,5%) mnenja, da so otroci pri starosti osmih let sposobni med seboj primerjati verjetnost raznih dogodkov, medtem ko jih je le 16,2% označilo devet, 14,1% pa sedem let.

Tudi glede mnenja o starosti, pri kateri so otroci sposobni napovedovati verjetnost raznih dogodkov, obstaja statistično pomembna razlika v odgovorih učiteljev in vzgojiteljev ($Z=-3,603$, $p<0,01$). Vzgojitelji so označili nižjo starost, kar pomeni, da učitelji menijo, da so otroci tega sposobni pri višji starosti, kot to menijo vzgojitelji. To se vidi v grafu 20.



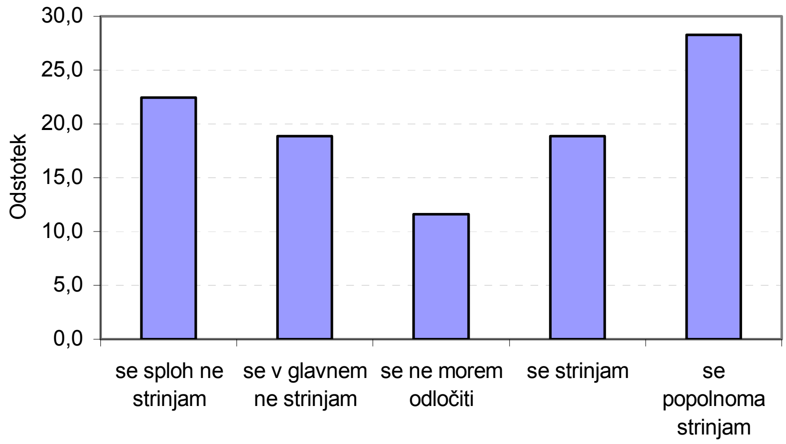
Graf 20: Odgovori vseh anketiranih o starosti otrok, pri kateri so sposobni primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov, v primerjavi s starostjo otrok, ki jih anketirani poučujejo

Podobno kot pri mnenju glede doseganja prvega cilja so najnižjo starost označili vzgojitelji najmlajših otrok, najvišjo starost pa učitelji najstarejših otrok, kar se da razbrati tudi iz grafa 20.

Ugotovili smo, da delovna doba in starost vprašanih ne vplivajo na mnenje, pri kateri starosti so otroci sposobni reševati naloge iz verjetnosti. Pri odgovarjanju na vprašanje, pri kateri starosti so otroci sposobni primerjati verjetnost raznih dogodkov, se je ugotovila statistično pomembna razlika med različno izobraženimi anketiranci (χ^2=6,679, p<0,035). Anketiranci z višjo stopnjo izobrazbe so mnenja, da so otroci pri višji starosti sposobni primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov, medtem ko so anketiranci z dokončano srednjo izobrazbo mnenja, da so otroci tega sposobni pri nižji starosti. To ugotovitev se lahko poveže z ugotovitvijo, da so tudi vzgojitelji mnenja, da so otroci tega sposobni pri nižji starosti, saj se zanje zahteva nižja stopnja izobrazbe kot za učitelje.

6.4.1.3 STRINJANJE S TRDITVAMI – osmo vprašanje

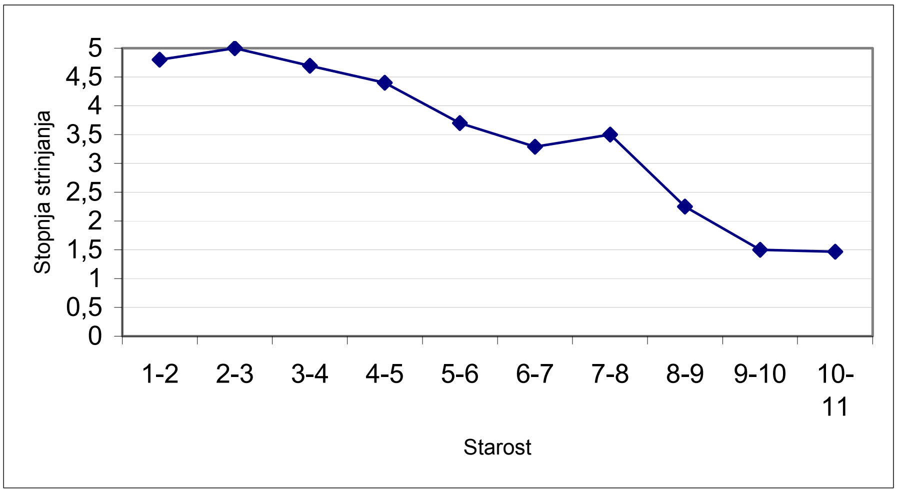
Zapisanih je bilo 22 trditev (glej prilogo 4), ki se nanašajo na verjetnost, ter priložene naloge iz verjetnosti (glej prilogo 1). Anketiranci so morali na petstopenjski lestvici označiti stopnjo strinjanja z njimi. V nadaljevanju so iz grafov razvidni odgovori na trditve, ki so napisane pod posameznim grafom.



Graf 21: Vsebine iz verjetnosti so prezahtevne za skupino, v kateri delam − prva trditev

Vsebine iz verjetnosti so prezahtevne za skupino, v kateri delam, je bila prva trditev, o kateri so anketiranci podali svoje mnenje. Njihovi odgovori so zabeleženi v grafu 21. Mnenje vprašanih se je pri prvi trditvi zelo razlikovalo. Največ (28,3%) vprašanih se popolnoma strinja, da so vsebine iz verjetnosti prezahtevne za skupino, v kateri dela. Le malo manj (22,5%) pa je tistih, ki se s tem sploh ne strinja. Za mnenje o tej trditvi se mi moglo odločiti več kot desetina (11,6%) sodelujočih. Enako število (18,8%) anketiranih pa se s tem strinja oz. se v glavnem ne strinja.

Različne odgovore smo pričakovali, saj se starost otrok, ki jih vprašani poučujejo, razlikuje. Zaradi premajhnega števila enot v posamezni podskupini so rezultati predstavljeni le pisno oz. grafično. Več o stopnji strinjanja s to trditvijo je razvidno v spodnjem grafu, ki prikazuje starost otrok, ki jih vprašani poučujejo.

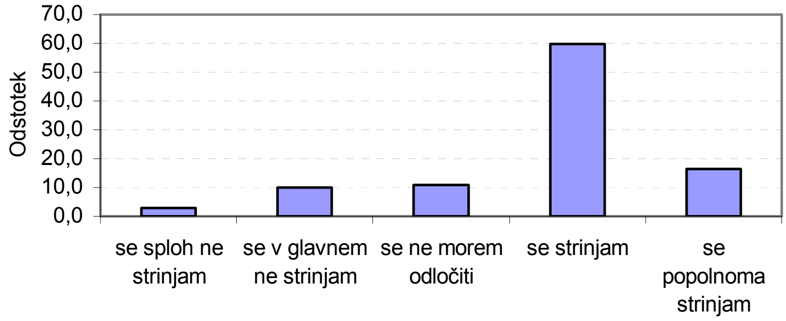


Graf 22: Povprečje stopenj strinjanja s prvo trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

S starostjo otrok, ki jih poučujejo anketirani, povprečje stopnje strinjanja s trditvijo pada. Iz zgornjega grafa je natančneje razvidno, da se vzgojitelji, ki poučujejo mlajše otroke (od prvega do petega leta) s trditvijo popolnoma strinjajo ter da se s tem ne strinjajo učitelji, ki poučujejo četrti in peti razred. Črta se lomi pri starosti sedmih oz. osmih let, kar pomeni, da te vsebine po mnenju anketiranih nekje pri osmih letih niso več prezahtevne.

Ugotovili smo, da na to trditev vpliva še poklic ($t=8,740$, $p<0,01$), delovna doba ($F=3,894$, $p<0,02$), izobrazba ($F=27,405$, $p<0,01$) ter starost vprašanih ($F=5,741$, $p<0,01$). S to trditvijo se bolj strinjajo vzgojitelji, kar je logično, saj delajo z mlajšimi učenci. Glede na delovno dobo se s to trditvijo najbolj strinjajo tisti, ki so zaposleni nad 20 let, medtem ko se najmanj strinjajo tisti, ki imajo delovno dobo med 11 in 20 let. S tem je povezano strinjanje glede na starost zaposlenih, saj se najbolj strinjajo vprašani, ki so starejši od 40 let, najmanj pa tisti, ki so stari med 31 in 40 let.

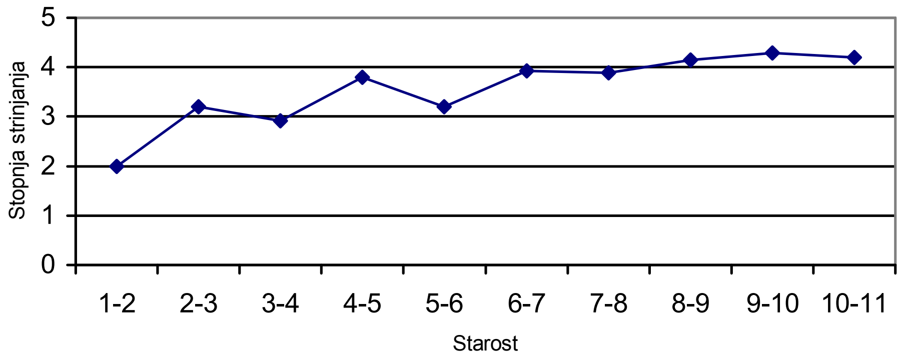
Zapisali smo že, da se s prvo trditvijo bolj strinjajo vzgojiteljice, kar je povezano z izobrazbo vprašanih, saj z višino izobrazbe strinjanje s prvo trditvijo pada – najbolj se strinjajo tisti z dokončano srednjo izobrazbo, najmanj pa tisti s končano visoko izobrazbo. Zanimivo pa je dejstvo, da strinjanje s to trditvijo pada z izobrazbo samih učiteljev (F=5,842, p<0,01). Strinjanje učiteljev s prvo trditvijo pa ne pada z delovno dobo oz. starostjo učiteljev, saj ima več starejših učiteljev nižjo stopnjo izobrazbe kot mlajši učitelji.



Graf 23: Vsebine iz verjetnosti bi učence zanimale − druga trditev

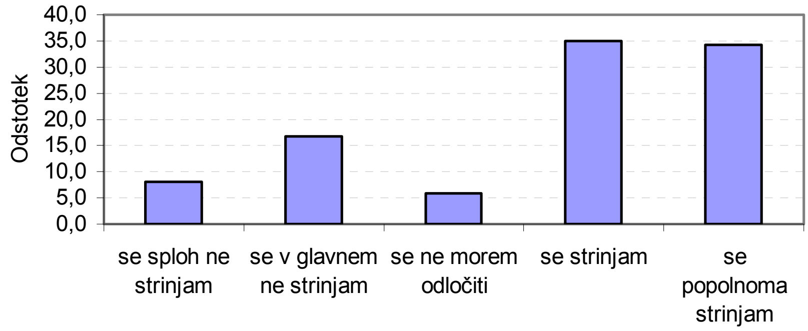
Iz grafa 23 je razvidno strinjanje z drugo trditvijo. Več kot tri četrtine (76,2%) učiteljev in vzgojiteljev je podalo pozitivno mnenje o zanimivosti teme verjetnosti za otroke. Odločiti se ni moglo 10,8%, skoraj toliko (10,1%) se jih v glavnem ne strinja. Zelo malo (2,9%) pa je tistih, ki se s tem sploh ne strinjajo.

S to trditvijo se bolj strinjajo učitelji kot vzgojitelji (t=-5,111, p<0,01). Poleg tega strinjanje s to trditvijo z izobrazbo sodelujočih narašča (F=10,203, p<0,01). Hkrati pa na odgovarjanje vpliva starost vprašanih (F=3,203, p<0,04), saj se z drugo zapisano trditvijo najbolj strinjajo tisti anketiranci, ki so stari med 31 in 40 let, najmanj pa tisti, stari nad 40 let. Delovna doba ne vpliva na podajanje strinjanja s to trditvijo. Logično je, da s starostjo otrok, s katerimi respondenti delajo, strinjanje narašča, kar se vidi v nadaljevanju.



Graf 24: Povprečje stopenj strinjanja z drugo trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

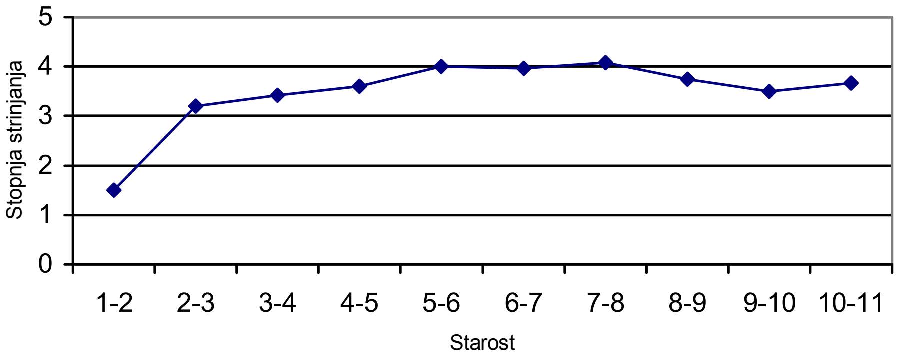
Najnižje povprečje stopnje strinjanja z drugo trditvijo so zabeležili vzgojitelji 1-2 let starih otrok. Veliko bolj se strinjajo vzgojitelji 2-3 let starih otrok. Velika razlika je tudi med slednjimi in 4-5 let starimi otroki. Zanimanje učencev razredne stopnje za vsebine iz verjetnosti se po mnenju učiteljev bistveno ne spremeni.



Graf 25: Vsebine iz verjetnosti bi zanimale sposobnejše učence − tretja trditev

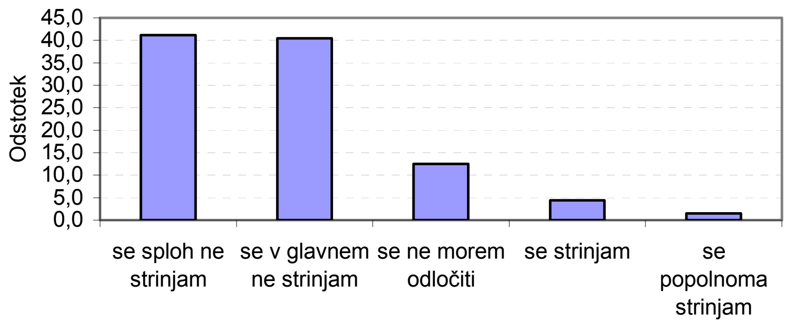
Vsebine iz verjetnosti bi zanimale sposobnejše učence je bila tretja trditev. Strinjanje vprašanih s to trditvijo je mogoče razbrati v grafu 25. Tudi na to zapisano poved je skoraj tri četrtine (69,3%) vprašanih podalo pozitivno mnenje. Najmanj (5,8%) pa se jih ni moglo odločiti. Kar nekaj (16,8%) se z njo v glavnem ne strinja, ostali (8,5%) pa se s tem sploh ne strinja. Iz grafa 25 se da razbrati, da so vprašani mnenja, da so te vsebine zahtevne, zato bi zanimale sposobnejše učence.

Rezultati nakazujejo, da se s tretjo trditvijo bolj strinjajo učitelji kot vzgojitelji ($t=-1{,}955$, $p<0{,}053$). Ugotovljeno je tudi, da pri učiteljih strinjanje s tem z izobrazbo pada ($F=4{,}848$, $p<0{,}01$). Najbolj se torej strinjajo učitelji z dokončano srednjo izobrazbo, najmanj pa tisti s končano visoko izobrazbo. Po pričakovanju so med sodelujočimi razlike v odgovorih glede na starost otrok, ki jih vprašani poučujejo.



Graf 26: Povprečje stopenj strinjanja s tretjo trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

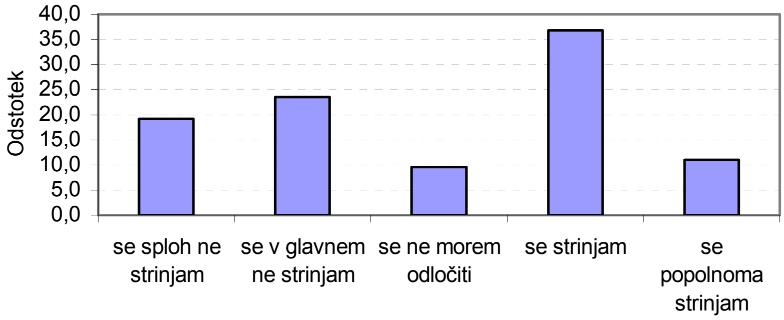
Očitno je, kar je razvidno tudi iz grafa 26, da so vzgojitelji najmlajših otrok mnenja, da te vsebine ne bi zanimale tudi sposobnejših otrok. Povprečje stopenj strinjanja se glede na starost otrok, s katerimi vprašani delajo, stopnjuje in je najvišja okrog vstopa otrok v šolo oz. v prvem triletju. Povprečje stopenj strinjanja učiteljev drugega triletja je nekoliko nižja od učiteljev prvega triletja, vendar je kljub temu visoka.



Graf 27: Vsebine iz verjetnosti bi bile za učence dolgočasne – četrta trditev

Nestrinjanje, da bi bile omenjene vsebine dolgočasne, je podala velika večina (81,6%) respondentov. Zelo malo je takih (4,4%), ki se strinjajo s tem, da so te vsebine za otroke dolgočasne, le 1,5% je takih, ki se s tem popolnoma strinjajo, kar 12,5% vprašanih se ni moglo odločiti. Zgoraj zapisano se da prebrati tudi iz grafa 27.

To, da bi bile te vsebine dolgočasne, se vzgojitelji bolj strinjajo (t=2,916, p<0,01), saj bi bile naloge lahko za otroke, ki obiskujejo vrtec, verjetno prezahtevne in zaradi tega lahko dolgočasne. Mnenje je povezano tudi z izobrazbo. Ugotovili smo, da strinjanje sodelujočih z izobrazbo pada – najbolj se strinjajo tisti z dokončano srednjo izobrazbo, najmanj pa tisti s končano visoko izobrazbo (F=8,219, p<0,01).

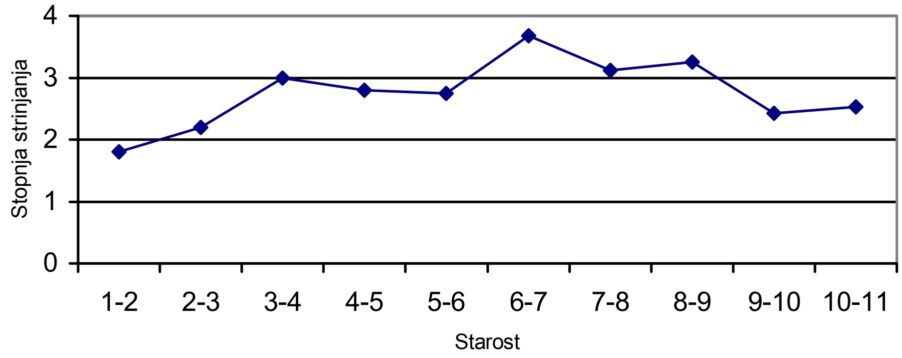


Graf 28: Vsebine iz verjetnosti bi obravnavali pri dodatnem pouku − peta trditev

O obravnavi verjetnosti pri dodatnem pouku imajo anketirani različna mnenja, kar je razvidno iz grafa 28. Največ respondentov (36,8%) se s peto trditvijo strinja, slaba četrtina (23,5%) se s tem v glavnem ne strinja, 19,1% se s tem sploh ne strinja, nekaj manj (11%) se jih popolnoma strinja, ostali (9,6%) pa se niso mogli odločiti.

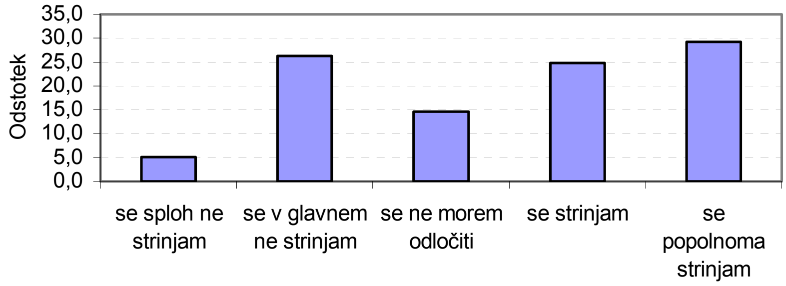
Zanimiv je podatek, da na vključevanje teh vsebin vpliva izobrazba učiteljev (F=4,346, p<0,02). Strinjanje s to trditvijo z izobrazbo učitelja pada, saj se najbolj strinjajo učitelji s končano srednjo izobrazbo, najmanj pa tisti s končano visoko stopnjo izobrazbe.

Anketiranci poučujejo različno stare otroke, zato so različni odgovori pričakovani. Starost poučevanih otrok tudi pri tej trditvi vpliva na odgovore, vendar pa se zaradi premajhnega števila enot v posamezni podskupini ne da sklepati na statistično pomembno razliko. Kljub temu so rezultati predstavljeni grafično.



Graf 29: Povprečje stopenj strinjanja s peto trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

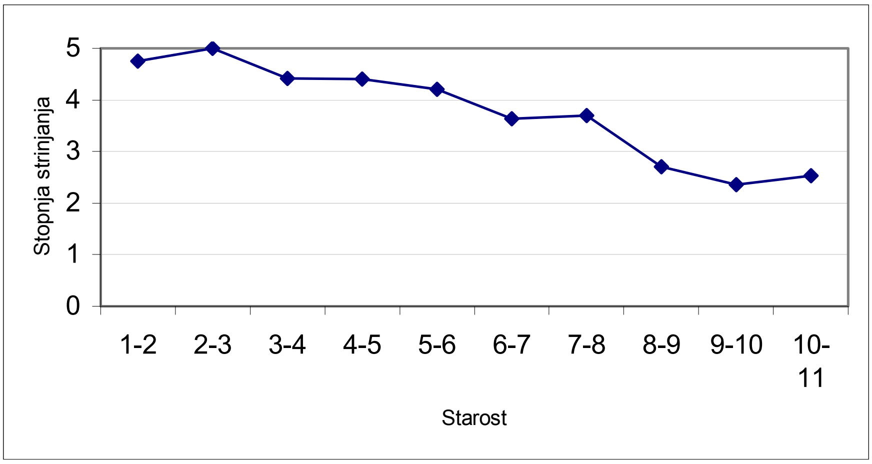
Povprečje stopenj strinjanja s peto trditvijo glede na starost otrok, ki jih anketirani poučujejo, je zabeleženo v grafu 29. Predvidljivo je, da se s tem najmanj strinjajo vzgojitelji. Zanimivo je, da se najbolj strinjajo učitelji drugega razreda, kar pomeni, da se jim zdijo vsebine iz verjetnosti primerne za obravnavo pri dodatnem pouku. Nekoliko manj se s tem strinjajo učitelji tretjega razreda, očitno manj pa se s tem strinjajo učitelji četrtega in petega razreda, saj bi bile priložene naloge za učence, ki obiskujejo dodatni pouk, prelahke in nezanimive.



Graf 30: Otroci, s katerimi delam, bi imeli pri reševanju nalog iz verjetnosti (preizkusa znanja 1) težave – šesta trditev

Rezultati šeste trditve so razvidni iz grafa 30. Tudi pri tej trditvi imajo vprašani zelo različno mnenje, saj delajo z različno starimi otroki in le-ti imajo različne sposobnosti, zato pri nekaterih starostih pričakujejo težave, pri drugih pa ne. S tem, da bi otroci imeli težave, se popolnoma strinja skoraj tretjina vprašanih (29,2%), le malo manj (26,3%) se jih s tem v glavnem ne strinja, še malo manj (24,8%) pa se jih s tem strinja. Kar 14,6%

vprašanjih se pri tej trditvi ni moglo odločiti. Ostali se sploh ne strinjajo. Na označitev odgovorov je vplivala starost poučevanih otrok. V grafu 31 je prikazano povprečje stopenj strinjanja glede težav pri vsebinah iz verjetnosti glede na starost otrok, s katerimi vprašani delajo.

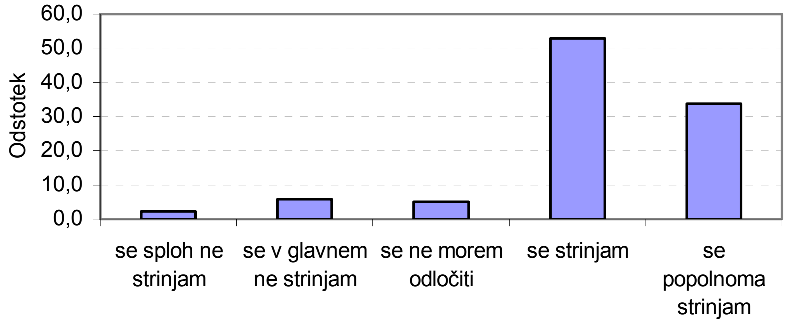


Graf 31: Povprečje stopenj strinjanja s šesto trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

Iz grafa 31 je razvidno, da povprečje stopenj strinjanja glede na starost otrok, s katerimi anketirani delajo, pada. Ob podrobnem pregledu se vidi, da se vzgojitelji, ki delajo z otroki, starimi do šest let, popolnoma strinjajo, da bi imeli le-ti težave. Učitelji prvega in drugega razreda se v glavnem strinjajo, da bi njihovi učenci imeli težave. Za učence tretjega, četrtega in petega razreda njihovi učitelji niso prepričani, da ne bi imeli težav.

Po pričakovanju se s šesto trditvijo bolj strinjajo vzgojitelji ($t=7,481$, $p<0,01$), poleg tega stopnja strinjanja z izobrazbo pada ($F=17,102$, $p<0,01$) (najbolj se strinjajo tisti, ki imajo končano srednjo izobrazbo, najmanj pa tisti, ki imajo končano visoko izobrazbo). Na odgovarjanje vpliva še starost vprašanih ($F=7,893$, $p<0,01$) in delovna doba ($F=7,252$, $p<0,01$). Natančneje rečeno, najbolj se strinjajo respondenti, stari nad 40 let, najmanj pa tisti, ki so stari med 31 in 40 let. Glede na delovno dobo pa se najbolj strinjajo tisti, ki so zaposleni več kot 20 let, najmanj pa tisti, katerih delovna doba znaša od 11 do 20 let.

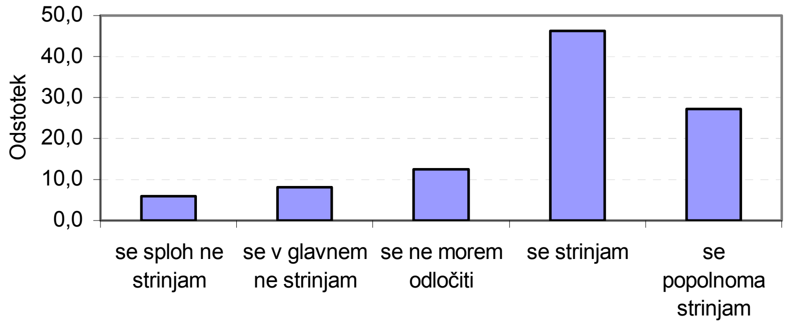
Če se obravnava le odgovore učiteljev, vpliva nanje delovna doba ($F=3,442$, $p<0,04$) (najbolj se strinjajo učitelji, ki poučujejo nad 20 let, najmanj pa tisti, ki poučujejo med 11 in 20 let) ter vezano na to njihova starost ($F=4,589$, $p<0,01$). (Najbolj se strinjajo učitelji, ki so stari nad 40 let, najmanj pa tisti, stari od 31 do 40 let.)



Graf 32: Vsebine iz verjetnosti so v življenju potrebne − sedma trditev

Iz grafa 32 se da razbrati, da se dobra polovica (52,9%) vprašanih strinja, da so vsebine iz verjetnosti v življenju potrebne, dobra tretjina (33,8%) pa se s tem popolnoma strinja. Negativno mnenje o tem ima manj kot desetina (8,1%) respondentov. Vprašanim se vsebine zdijo koristne, uporabne, kar bi lahko bil eden izmed razlogov za uvedbo le-teh v učni načrt prvega triletja.

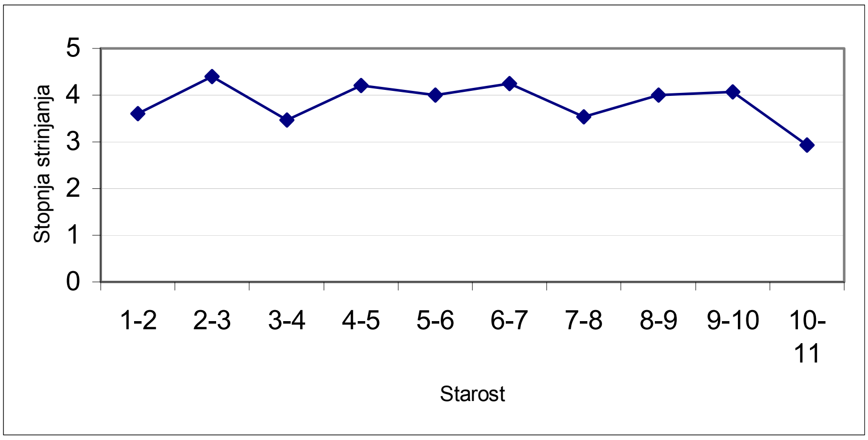
Bolj potrebne se zdijo te vsebine učiteljem kot vzgojiteljem ($t=-2,566$, $p<0,02$).



Graf 33: Vsebine iz verjetnosti spadajo v prvo triletje OŠ − osma trditev

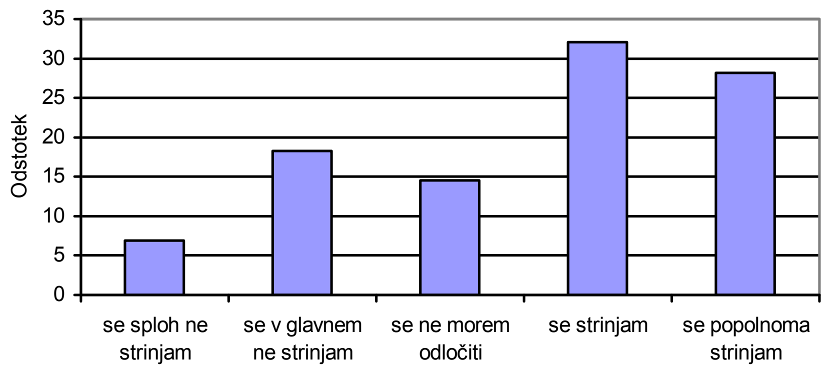
Skoraj polovica anketirancev (46,3%) se strinja, da te vsebine spadajo že v prvo triletje OŠ, skoraj tretjina (27,2%) se s tem popolnoma strinja, 12,5% vprašanih se ni moglo odločiti, ostali pa se s tem sploh ne strinjajo (5,9%) ali pa se v glavnem ne strinjajo (8,1%). Ti podatki so razvidni iz grafa 33.

Razlika v mnenju učiteljev in vzgojiteljev glede tega, v katero triletje spadajo vsebine iz verjetnosti, ni statistično pomembna. Različno pa so odgovarjali anketiranci, ki poučujejo različno stare otroke, kar je razvidno tudi iz spodnjega grafa.



Graf 34: Povprečje stopenj strinjanja z osmo trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

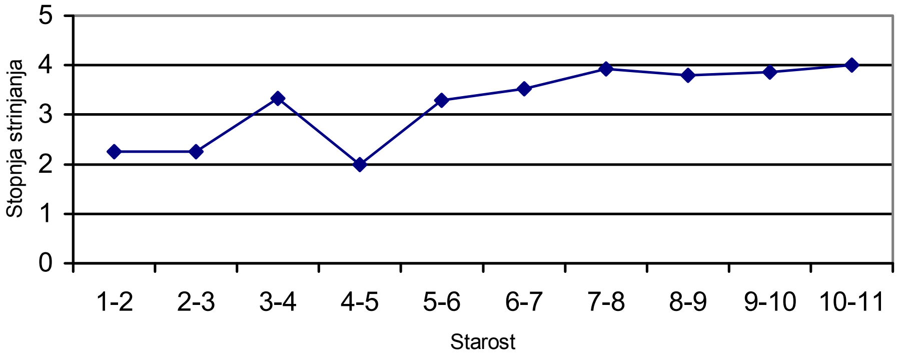
Graf 34 prikazuje povprečje stopenj strinjanja z osmo trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani. Najmanj se s to trditvijo strinjajo učitelji, ki poučujejo peti razred, saj le-ti menijo, da te vsebine spadajo v drugo triletje, kar je razvidno iz nadaljevanja. Najbolj pa se strinjajo vzgojitelji, ki delajo z dve do tri leta starimi otroki. Učitelji prvega triletja se strinjajo oz. popolnoma strinjajo s tem, da te vsebine spadajo v prvo triletje.



Graf 35: Vsebine iz verjetnosti spadajo v drugo triletje OŠ − deveta trditev

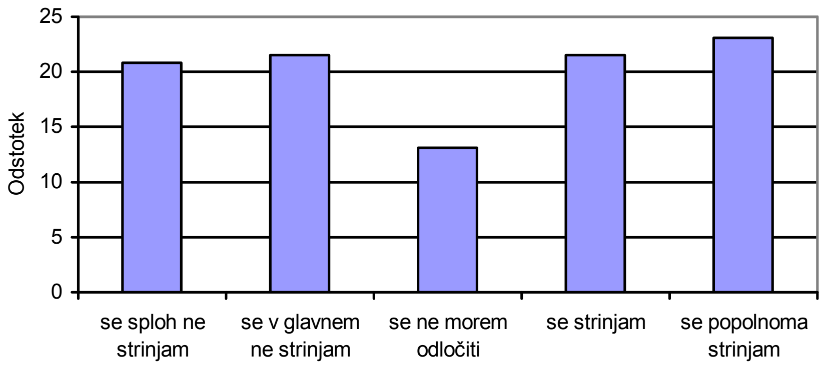
Iz grafa 35 se vidi, da se tretjina vprašanih (32,1%) strinja, da te vsebine spadajo v drugo triletje, medtem ko se skoraj polovica strinja, da spadajo v prvo triletje (glej graf 33). Število tistih, ki se popolnoma strinjajo, da te vsebine spadajo v drugo triletje (graf 35) se skoraj ujema s številom tistih, ki se popolnoma strinjajo, da spadajo v prvo triletje (graf 33). Več jih torej meni, da vsebine iz verjetnosti spadajo v prvo triletje, ne pa v drugo triletje. Zdi se, da so anketiranci trditev razumeli kot vprašanje, v katerem obdobju naj se prične obravnava verjetnosti.

Izrazila se je statistično pomembna razlika pri podajanju mnenja o deveti trditvi, in sicer glede na poklic, ki ga anketiranci opravljajo (t=-3,652, p<0,01) in glede na njihovo izobrazbo (F=3,279, p<0,04). Tudi s to trditvijo se bolj strinjajo učitelji kot vzgojitelji, bolj se strinjajo tudi tisti anketiranci, ki imajo višjo izobrazbo. Odgovori glede na starost otrok so prikazani v grafu 36.



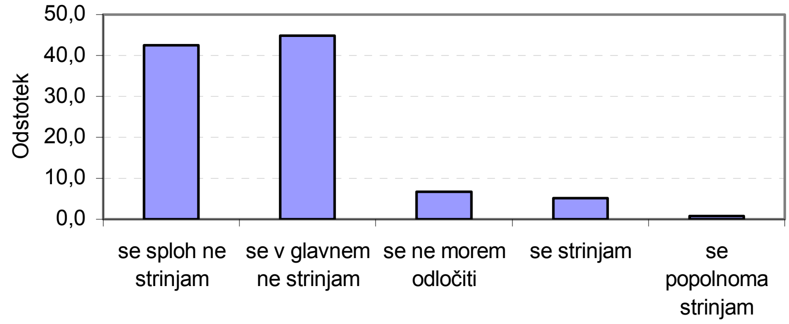
Graf 36: Povprečje stopenj strinjanja z deveto trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

Povprečje stopenj strinjanja z deveto trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani, je predstavljeno v grafu 36. Vzgojitelji, ki delajo z otroki, starimi do pet let, menijo, da te vsebine ne spadajo v drugo triletje. Zabeležili so odgovor, da spadajo v prvo triletje. S tem, da te vsebine spadajo v drugo triletje, se strinjajo predvsem učitelji, ki v drugem triletju tudi poučujejo.



Graf 37: Vsebine iz verjetnosti spadajo v tretje triletje OŠ − deseta trditev

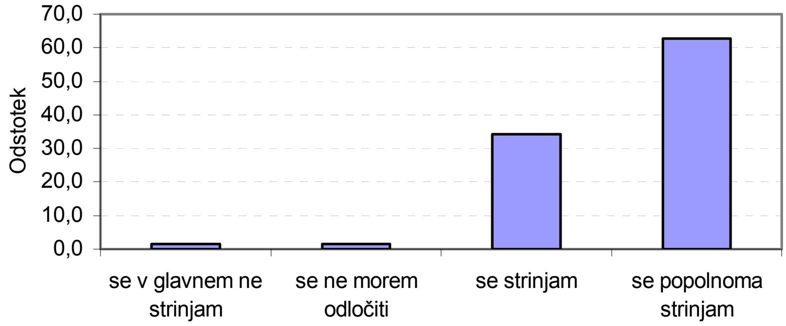
Odgovori, ali vsebine iz verjetnosti spadajo v tretje triletje, so prikazani v grafu 37. Vprašani so imeli glede te trditve zelo različno mnenje, saj je skoraj enak odstotek tistih, ki se s to trditvijo sploh ne strinjajo (20,8%), v glavnem ne strinjajo (21,5%), strinjajo (21,5%) ali pa popolnoma strinjajo (23,1%). Le tistih, ki se niso mogli odločiti, je malo manj (13,1%). Tudi pri tej trditvi se zdi, da so anketiranci mislili, da so spraševani, v katerem triletju naj se učenje verjetnosti prične, saj se jih veliko več strinja s tem, da te vsebine spadajo v prvo triletje kot v tretje.



Graf 38: Vsebine iz verjetnosti se navezujejo samo na matematiko − enajsta trditev

Iz grafa 38 je razvidno, da je velika večina anketiranih (87,3%) mnenja, da se te vsebine ne navezujejo le na matematiko, temveč tudi na ostale predmete ter druge vsebine. Skoraj 7% se jih ni moglo opredeliti, 6% pa se jih strinja s tem, da se te vsebine navezujejo le na matematiko.

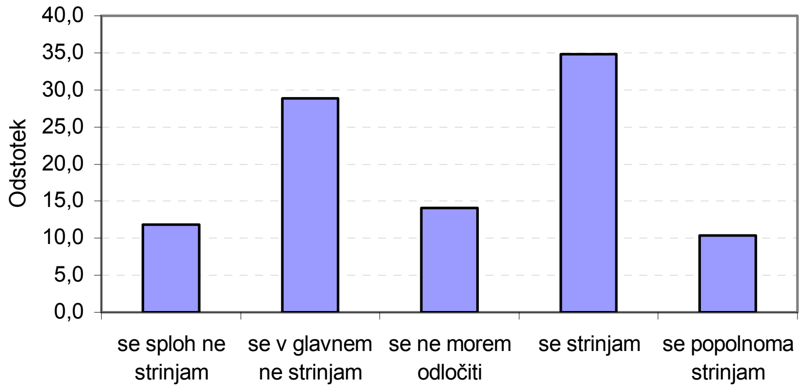
Na stopnjo strinjanja na enajsto vprašanje ni vplival poklic, delovna doba, starost vprašanih, izobrazba niti starost otrok, s katerimi vprašani delajo.



Graf 39: Vsebine iz verjetnosti razvijajo logično mišljenje − dvanajsta trditev

Vprašani so bili pri tem vprašanju zelo enotni, saj se kar 97,1% respondentov strinja ali popolnoma strinja s tem, da te vsebine razvijajo logično mišljenje, kar se vidi iz grafa 39. 3% vprašanih se ne more odločiti oz. se v glavnem ne strinja. Nihče se s tem sploh ne strinja.

Na odgovarjanje, ali te vsebine razvijajo logično mišljenje, vpliva delovna doba ($F=3{,}274$, $p<0{,}04$) ter s tem povezana starost vseh vprašanih ($F=5{,}304$, $p<0{,}02$) pa tudi starost vprašanih učiteljev ($F=3{,}597$, $p<0{,}03$). Z delovno dobo oz. s starostjo strinjanje pada. Mlajši se s tem bolj strinjajo kot starejši.

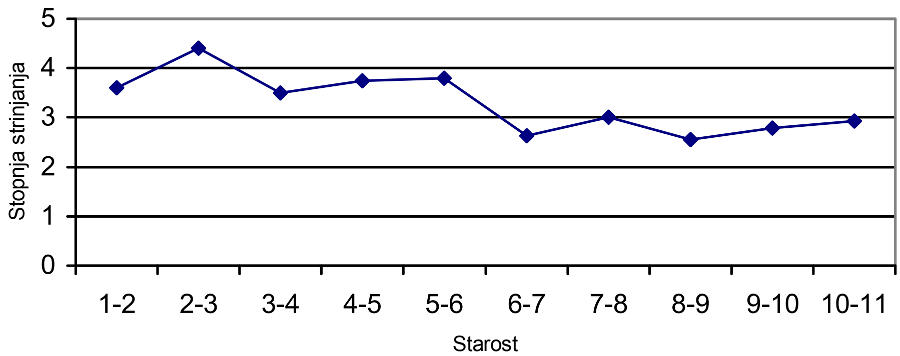


Graf 40: Za reševanje vsebin iz verjetnosti je potrebno predznanje − trinajsta trditev

Za razliko od prejšnje trditve imajo vprašani zelo raznoliko mnenje o trditvi, da je za reševanje vsebin iz verjetnosti potrebno predznanje, kar je predstavljeno v grafu 40.

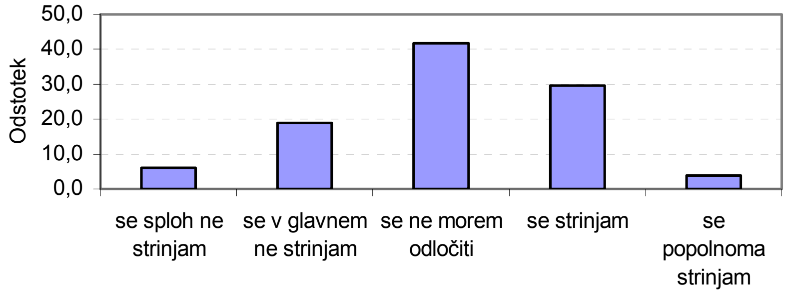
Dobra tretjina (34,8%) se jih s tem popolnoma strinja, slaba tretjina (28,9%) se jih v glavnem ne strinja. 14,1% se jih ni moglo odločiti, približno desetina (11,9%) pa se jih s tem sploh ne strinja, le malo manj (10,4%) pa se jih popolnoma strinja.

Na označitev strinjanja vpliva kar nekaj dejavnikov, in sicer poklic, ki ga opravljajo ($t=4,256$, $p<0,01$), delovna doba ($F=3,685$, $p<0,03$), starost vprašanih ($F=3,508$, $p<0,03$) in izobrazba ($F=10,145$, $p<0,01$). Ugotovljeno je, da se bolj strinjajo vzgojiteljice kot učiteljice, starejši oz. tisti z višjo delovno dobo. Poleg tega stopnja strinjanja z izobrazbo pada, kar je ponovno vezano na poklic (za vzgojitelja se zahteva nižja izobrazba kot za učitelja). Kako na trditev, da je za reševanje nalog iz verjetnosti pomembno predznanje, vpliva starost otrok, s katerimi anketirani delajo, je razvidno v grafu 41.



Graf 41: Povprečje stopenj strinjanja s trinajsto trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

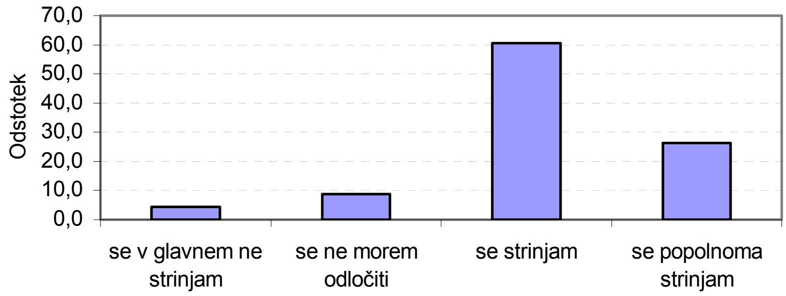
Grobo gledano se s starostjo otrok, ki jih poučujejo anketirani, povprečje stopenj strinjanja s trinajsto trditvijo zmanjšuje, kar kaže graf 41. Črta se lomi pri starosti šestih let. Učitelji starejših otrok se torej manj strinjajo s tem, da je predznanje potrebno, mogoče tudi zato, ker ga zagotovo imajo več kot mlajši otroci.



Graf 42: Za učenje vsebin iz verjetnosti je potreben poseben (nedeterminističen) način mišljenja − štirinajsta trditev

Graf 42 predstavlja mnenje vprašanih, ali je za učenje vsebin iz verjetnosti potreben poseben (nedeterminističen) način mišljenja. Največji delež respondentov (41,7%) se glede štirinajste trditve ni mogel odločiti. Slaba tretjina (29,5%) se jih s tem strinja, še manjši delež (18,9%) je tistih, ki se s tem v glavnem ne strinjajo. Ostali se sploh ne strinjajo (6,1%) ali pa popolnoma strinjajo (3,8%).

Na odločitev je vplival poklic ($t=-2,239$, $p<0,03$), saj so učitelji bolj naklonjeni tej trditvi kot vzgojitelji.

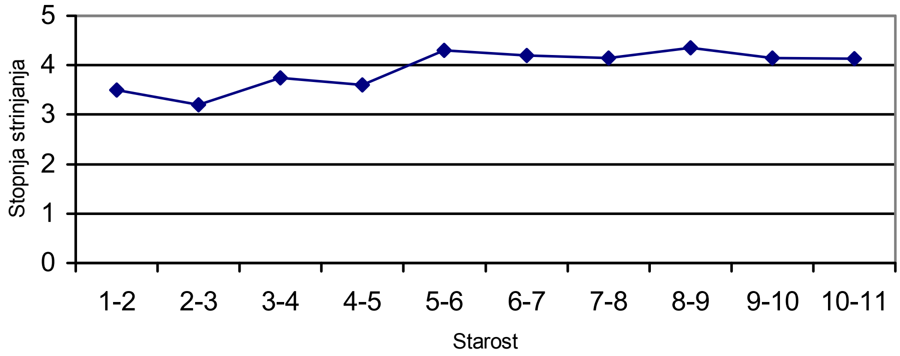


Graf 43: Znanje vsebin iz verjetnosti učencem pomaga pri reševanju problemov v vsakdanjem življenju − petnajsta trditev

Odgovarjajoči so bili dokaj enotni v mnenju o tem, da učenje verjetnosti pomaga učencem reševati probleme v vsakdanjem življenju, saj jih je velika večina (86,9%)

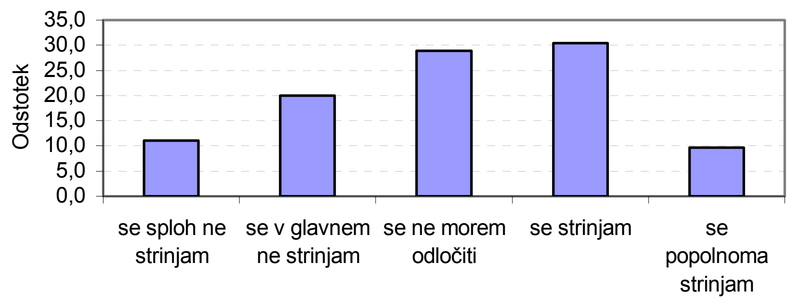
podala o tem pozitivno mnenje, kar se da razbrati iz grafa 43. Nihče se s tem sploh ne strinja.

Kljub dokaj enotnemu mnenju je razlika med učitelji in vzgojitelji ($t=-2,953$, $p<0,05$). Slednji se s petnajsto trditvijo bolj strinjajo. Razlika je tudi med odgovori anketiranih glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani, vendar se zaradi (kot je že zapisano) premajhnega števila v posamezni podskupini ne da sklepati na statistično pomembnost.



Graf 44: Povprečje stopenj strinjanja s petnajsto trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

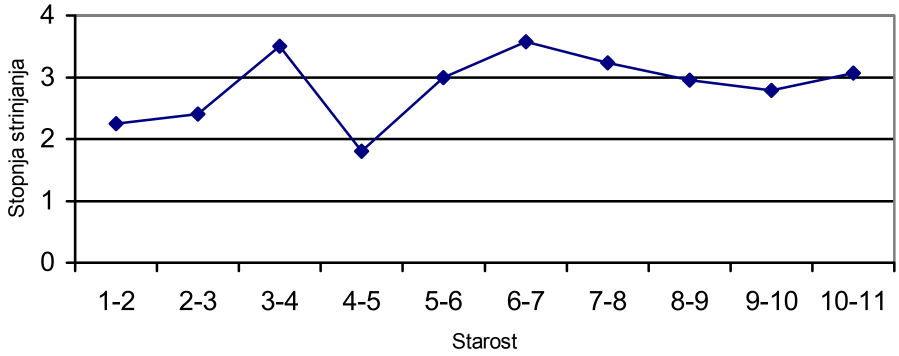
Iz grafa 44 se da razbrati, da obstajajo razlike v odgovorih glede na starost otrok, ki jih vprašani poučujejo. Stopnja strinjanja s starostjo otrok nekoliko narašča nekje do vstopa v šolo, nato pa stopnja strinjanja učiteljev, ki poučujejo različno stare otroke, ostaja enaka. Stopnja strinjanja je pri učiteljih zelo visoka. Iz tega je razvidno tudi, da učitelji vidijo v teh vsebinah večji smisel oz večjo koristnost.



Graf 45: Učenci prvega triletja se lažje naučijo teh vsebin kot starejši otroci, ki imajo že oblikovano mišljenje – šestnajsta trditev

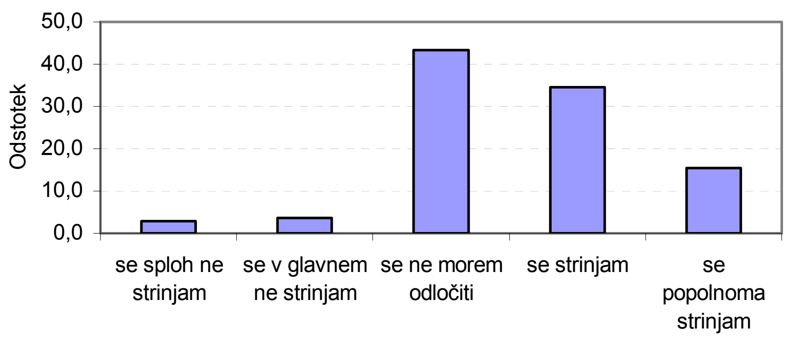
Vprašani so izrazili zelo različna mnenja o tem, ali se učenci prve triade lažje naučijo vsebin iz verjetnosti kot starejši otroci, ki imajo že oblikovano mišljenje, kar je zabeleženo v grafu 45. Skoraj tretjina (30,4%) se jih s tem strinja, le malo manj (28,9%) anketirancev se ni moglo odločiti, še nekoliko manj (20%) pa se jih s tem v glavnem ne strinja. Ostalih 20% se jih s trditvijo sploh ne strinja ali pa se popolnoma strinja.

Zanimivo je, da so respondenti odgovarjali različno, in sicer glede na starost otrok, s katerimi delajo.



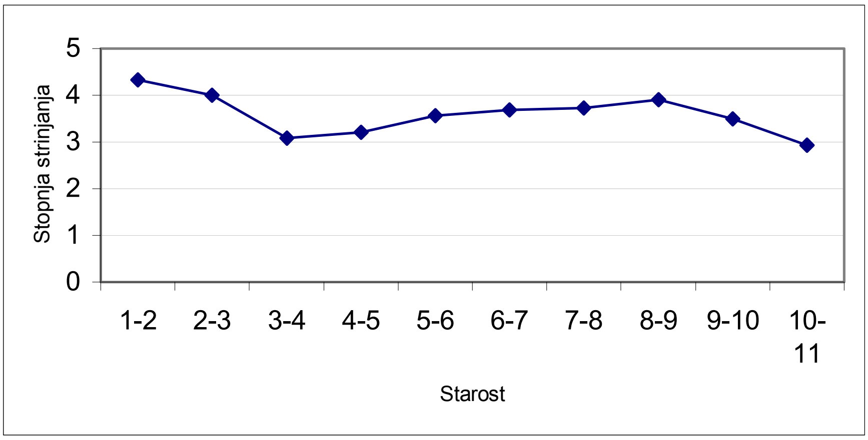
Graf 46: Povprečje stopenj strinjanja s šestnajsto trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

Odgovori respondentov so bili zelo različni, če se gleda starost otrok, ki jih poučujejo anketirani, kar se lahko razbere iz grafa 46. Najmanj se s šestnajsto trditvijo strinjajo vzgojitelji 4-5 let starih otrok, najbolj pa učitelji, ki poučujejo 6-7 let stare otroke, vendar pa se tudi vzgojitelji, ki delajo s 3-4 let starimi otroki, zelo strinjajo.



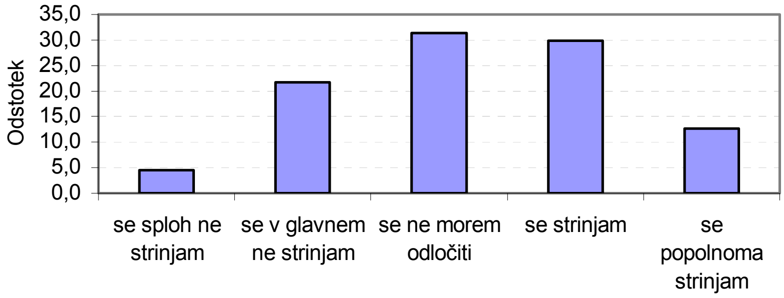
Graf 47: Vsebin iz verjetnosti je v prvem triletju premalo – sedemnajsta trditev

Iz grafa 47 je razvidno, da se največ vprašanih (43,4%) ni moglo odločiti, medtem ko se jih dobra tretjina (34,6%) s tem strinja, polovico manj (15,4%) se jih popolnoma strinja, ostali (6,6%) pa se ne strinjajo oz. se v glavnem ne strinjajo, da je teh vsebin v prvem triletju premalo. Ker je veliko takih, ki se niso mogli odločiti, se lahko sklepa, da ne poznajo učnega načrta in ne vedo, da vsebin iz verjetnosti v učnem načrtu za prvo triletje pravzaprav ni. Zanimivo je, da razlike med učitelji in vzgojitelji niso opazne, kar pomeni, da tudi anketirani učitelji ne poznajo najbolje učnega načrta. Opazne pa so razlike glede na delovno dobo ($F=4,142$, $p<0,02$), saj se najbolj strinjajo tisti, ki so zaposleni več kot 40 let, najmanj pa tisti, ki so zaposleni 11 do 20 let. V nadaljevanju so predstavljene razlike glede na starost otrok, ki jih anketirani poučujejo.



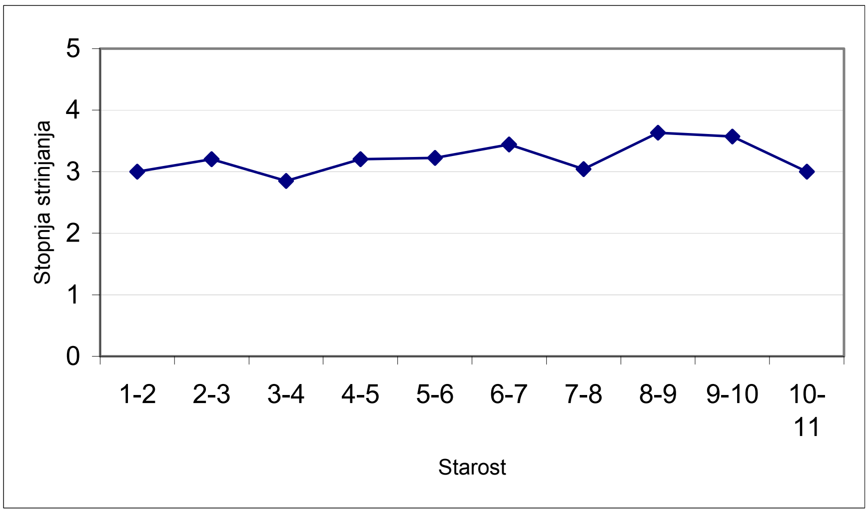
Graf 48: Povprečje stopenj strinjanja s sedemnajsto trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

Povprečje stopenj strinjanja s sedemnajsto trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani, je prikazano v grafu 48. Zanimivo je, da se s to trditvijo najbolj strinjajo vzgojitelji najmlajših otrok, ne pa učitelji prvega triletja, ki bi morali vedeti, da te vsebine formalno niso vključene v učni načrt. Najmanj se strinjajo učitelji petih razredov.



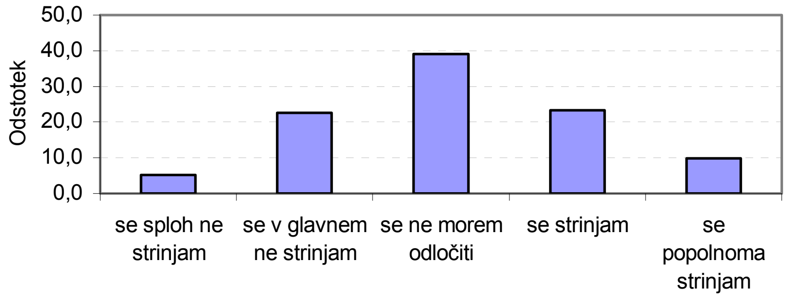
Graf 49: Učenci prvega razreda so sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke − osemnajsta trditev

Različna mnenja so tudi glede trditve, da so učenci prvih razredov sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke, kar je zabeleženo v grafu 49. Skoraj tretjina (31,3%) se jih ni mogla odločiti, le malce manjši odstotek (29,9%) se jih s tem strinja, 21,6% se jih v glavnem ne strinja. Najmanj (4,5%) pa se jih sploh ne strinja. Največ vprašanih ni moglo določiti sposobnosti učencev prvega razreda glede razlikovanja gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov. Zaslediti je mogoče statistično pomembne razlike v odgovorih vprašanih glede na njihovo starost ($F=3,333$, $p<0,04$). Učitelji in vzgojitelji, stari od 31 do 40 let, se najbolj strinjajo s tem, da so učenci prvega razreda sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke. Temu najbolj nasprotujejo učitelji, stari nad 40 let.



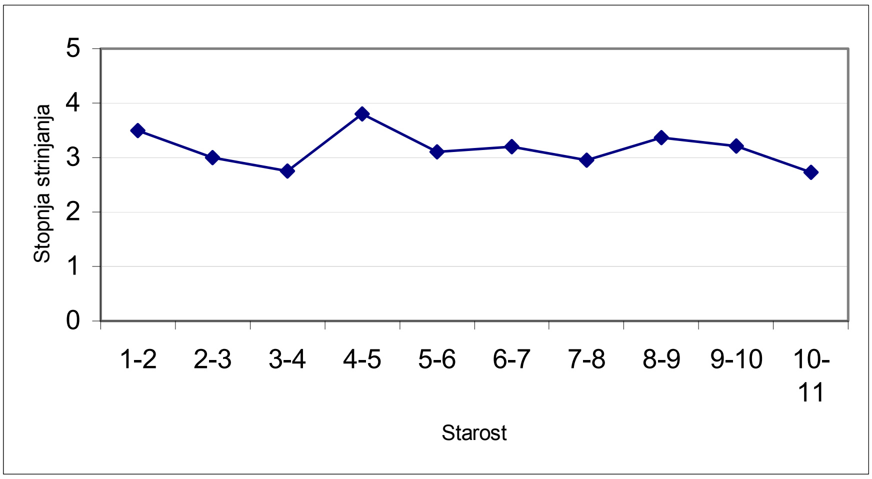
Graf 50: Povprečje stopenj strinjanja z osemnajsto trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

Iz grafa 50 je razvidno, da starost otrok, s katerimi anketiranci delajo, ni vplivala na določanje sposobnosti učencev prvega razreda glede zapisanega cilja. Težave pri določanju sposobnosti so imeli tudi učitelji prvega razreda.



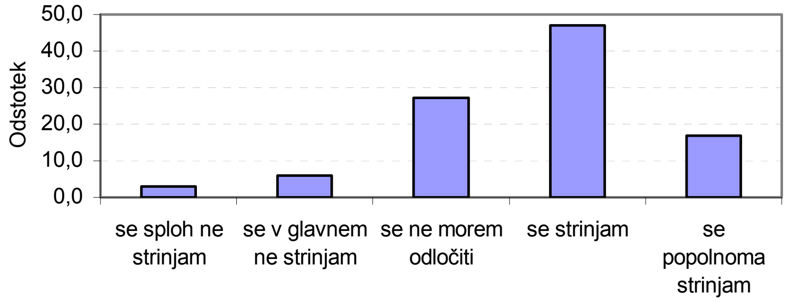
Graf 51: Učeni prvega razreda so sposobni primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov − devetnajsta trditev

Tudi glede tega, ali so učenci prvega razreda sposobni primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov, največ vprašanih (39,1%) ni znalo odgovoriti oz. se ni moglo opredeliti, kar se da razbrati iz grafa 51. Približno enako je tistih, ki se s tem strinjajo (23,3%) in tistih, ki se s tem v glavnem ne strinjajo (22,6%). Najmanj (5,3%) pa se jih s to trditvijo sploh ne strinja. Ostali (9,8%) se popolnoma strinjajo z devetnajsto trditvijo.



Graf 52: Povprečje stopenj strinjanja z devetnajsto trditvijo glede na starost otrok, ki jih poučujejo anketirani

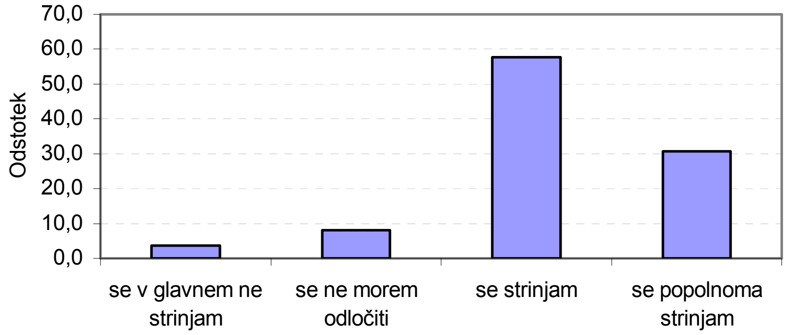
Med učitelji in vzgojitelji ni razlike, kar pomeni, da se ne le vzgojitelji, temveč tudi številni učitelji niso mogli odločiti. Iz grafa 52 je med drugim razvidno, da so se pri tej trditvi najlažje opredelili vzgojitelji, katerih otroci so stari od 4 do 5 let.



Graf 53: Učenci, ki se v prvem triletju učijo o verjetnosti, bodo v srednji šoli imeli pri teh vsebinah manj težav − dvajseta trditev

V grafu 53 je zabeleženo, da se skoraj polovica vprašanih (47,1%) strinja s tem, da bodo učenci, ki se že v prvi triadi učijo o verjetnosti, imeli v srednji šoli manj težav pri obravnavi teh vsebin. Skoraj tretjina (27,2%) jih glede tega ni podala mnenja. Še manj anketiranih (16,9%) se s tem popolnoma strinja. Večina je o tej trditvi izrazila pozitivno mnenje.

Tudi z dvajseto trditvijo se bolj strinjajo učitelji (t=-2,194, p<0,03). Le-ti vidijo pozitiven učinek zgodnjega učenja verjetnosti v kasnejših letih šolanja. Izkušnje se jim zdijo pomembne.

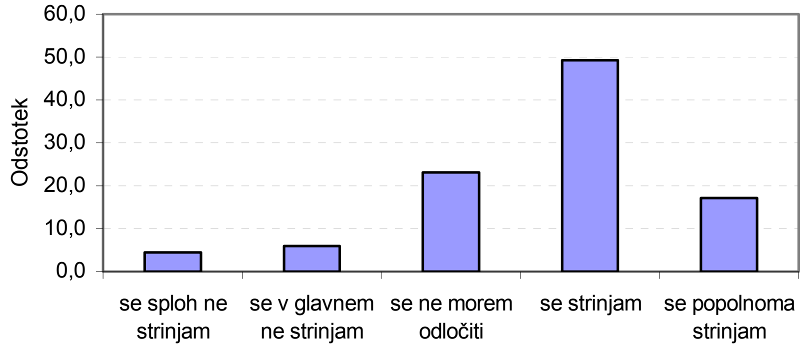


Graf 54: Vsebine iz verjetnosti razvijajo divergentno ('odprto') mišljenje − enaindvajseta trditev

Graf 54 predstavlja odgovore vprašanih, ali vsebine iz verjetnosti razvijajo divergentno ('odprto') mišljenje. O tej trditvi imajo vprašani zelo enotno mnenje. Dobra polovica

(57,7%) se s to trditvijo strinja, skoraj tretjina (30,7%) se popolnoma strinja, 8% se jih ni moglo odločiti, le 3,6% pa se jih s to trditvijo ni strinjalo. Nihče od vprašanih se s to trditvijo sploh ne strinja.

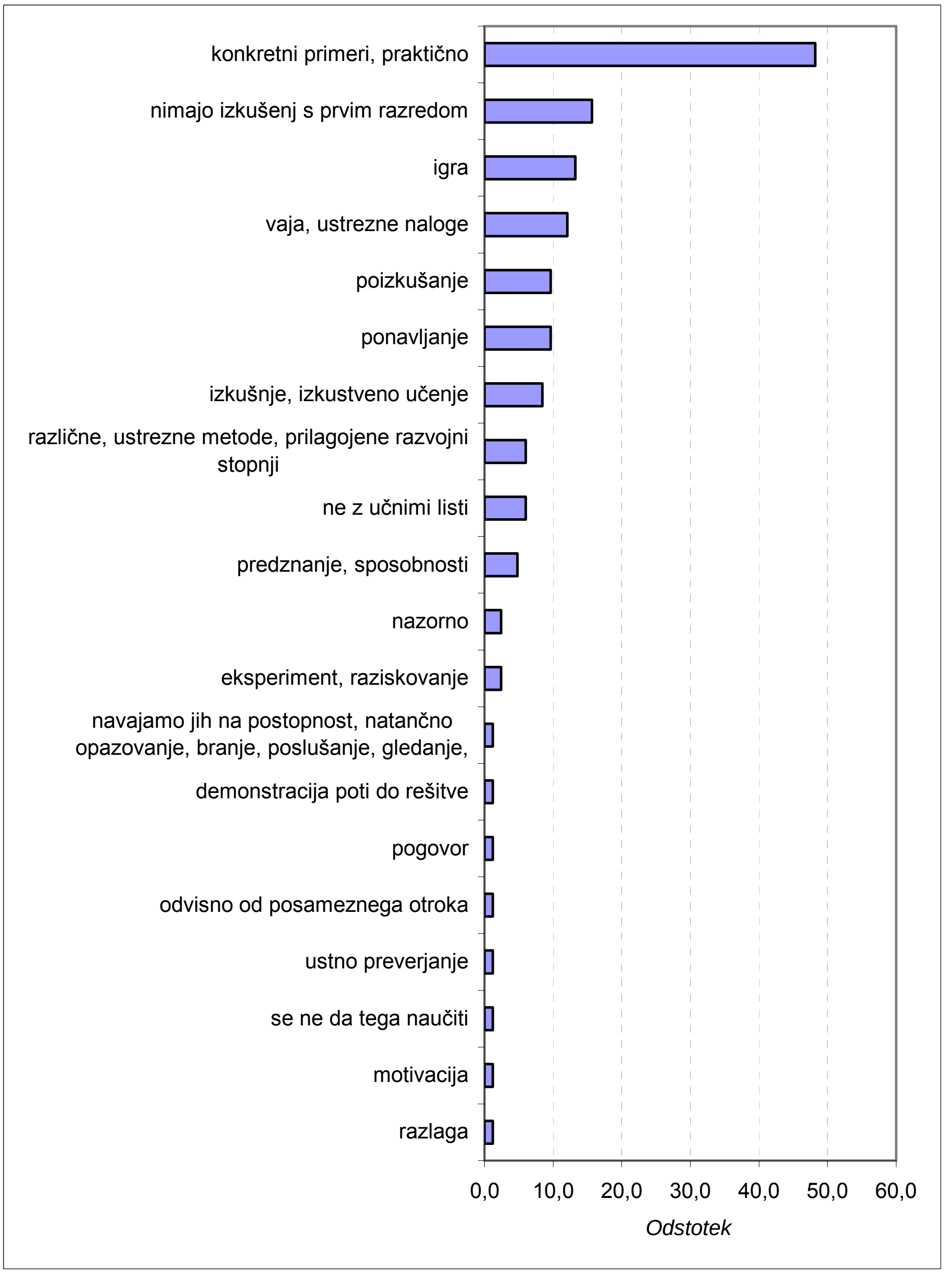
Odgovori spraševanih so se razlikovali glede na poklic in ($t=-2{,}332$, $p<0{,}02$) izobrazbo ($F=3{,}062$, $p<0{,}05$). S tem, da vsebine iz verjetnosti razvijajo divergentno mišljenje, se bolj strinjajo učitelji. Ravno tako stopnja strinjanja z izobrazbo narašča, kar je med drugim povezano s poklicem, ki ga anketiranci opravljajo.



Graf 55: Z ustreznim učnim pristopom je mogoče učence prvega razreda naučiti določenih vsebin iz verjetnosti − dvaindvajseta trditev

Mnenje o dvaindvajseti trditvi je predstavljeno v grafu 55. Skoraj polovica učiteljev in vzgojiteljev (49,3%) se strinja, da je mogoče otroke prvega razreda z ustrezno učno metodo naučiti določenih vsebin iz verjetnosti. 17,2% se jih s tem popolnima strinja. Nekaj več (23,1%) se jih ni moglo odločiti. Le 10,5% anketirancev je o tem podalo negativno mnenje. V odgovorih ni zaznati razlik glede na poklic, ki ga opravljajo vprašani, delovno dobo, njihovo starost, izobrazbo ali starost otrok, s katerimi delajo.

Vprašani so morali utemeljiti zadnjo trditev. Anketiranci so podali več različnih načinov oz. metod učenja verjetnosti v prvem razredu. Na kakšen način bi to naredili, je razvidno v grafu 56.



Graf 56: Utemeljitve dvaindvajsete trditve

Iz grafa 56 je razvidno, da je največ (48,2%) vprašanih predlagalo učenje s konkretnimi primeri, se pravi praktično. 13,3% bi jih učilo z igro in otroci bi si na ta način pridobivali izkušnje z verjetnostjo. Nekaj (12%) manj jih je predlagalo vaje in ustrezne naloge. Enako število (9,6%) je bilo tistih, ki bi to počeli s poskušanjem in ponavljanjem, kar bi tudi lahko uvrstili med konkretne načine učenja vsebin iz verjetnosti. Izpostavljene so še izkušnje. Nekaj bi jih to počelo z različnimi metodami, prilagojenimi razvojni stopnji, katerih pa niso našteli. Respondenti so opozorili, da tega ne bi izvajali s pomočjo učnih listov. Med drugim so zabeležili, da na učenje verjetnosti vplivajo predznanje in sposobnosti učencev. Skoraj 16% vprašanih ni utemeljilo odgovora na zadnjo trditev, ker nimajo izkušenj s poučevanjem učencev prvega razreda.

Vprašani so našteli kar nekaj pristopov, pri večini so v ospredju konkretne izkušnje. Otrokom je torej potrebno pripraviti situacije, kjer bodo sami aktivni in na osnovi katerih bodo v nadaljevanju šolanja lažje in hitreje dojemali še zahtevnejše vsebine, ki se nanašajo na verjetnost.

6.4.2 INTERPRETACIJA

Iz dobljenih podatkov je razvidno, da vse naloge iz preizkusa znanja 1 po mnenju učiteljev preverjajo oba zapisana cilja. To pomeni, da rezultati reševanja učnega lista pokažejo, ali so otroci sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter med seboj primerjati verjetnost raznih dogodkov.

Zanimivo je, da imajo vzgojitelji drugačno mnenje o tem (glede na predstavljene izsledke raziskave), pri kateri starosti so otroci sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov, saj jih je veliko več izbralo nižjo starost, kot so to naredili učitelji.

Ugotovili smo, da imajo anketirani pozitiven odnos do vsebin iz verjetnosti. V njih vidijo številne pozitivne lastnosti, kot je razvijanje logičnega in divergentnega mišljenja. Poleg tega menijo, da predstavljajo temelj za nadaljne učenje verjetnosti. Zdijo se jim smiselne ter uporabne v vsakdanjem življenju, saj se po njihovem mnenju ne navezujejo le na matematiko. Velika večina je mnenja, da bi bilo učenje verjetnosti za učence zanimivo. Vprašani ne poznajo sposobnosti učencev prvega razreda za doseganje ciljev, ki se nanašajo na verjetnost, vendar pa so mnenja, da se jih nekatere stvari da naučiti. Razvidno je slabo poznavanje učnega načrta za prvo triletje, vendar pa skoraj vsi zabeležijo, da te vsebine spadajo že v prvo triletje.

Med učitelji in vzgojitelji so opazne razlike v njihovem mnenju o vsebinah iz verjetnosti. Logične so te, da se vzgojitelji bolj strinjajo s tem, da so te vsebine za otroke, s katerimi delajo, prezahtevne in da jih ne bi zanimale ter bi jim bile dolgočasne. Vendar pa je opazno, da učitelji vidijo v učenju verjetnosti več prednosti oz. več pozitivnih lastnosti kot vzgojitelji. Vzrok v tem je verjetno ta, da če bi vzgojitelji poučevali otroke vsebine iz verjetnost, ne bi (zaradi razvojne stopnje otrok) dosegli enakega učinka kot učitelji. Mogoče je vzrok tudi v tem, da vzgojitelji v vsebinah iz verjetnosti ne prepoznajo številnih pozitivnih lastnosti, kot jih vidijo učitelji, čeprav med cilji kurikuluma za vrtce, ki se nanašajo na matematično področje, najdemo cilj, da se otroci seznanijo z verjetnostjo dogodkov in rabijo izraze za opisovanje verjetnosti dogodka (Kurikulum za vrtce, 1999).

Ob pregledu vpliva delovne dobe ter starosti anketiranih je bilo opaženo, da starejši anketiranci (in tisti z daljšo delovno dobo) menijo, da so te vsebine za učence prezahtevne in bi pričakovali večje težave kot mlajši sodelavci. Do teh zaključkov so verjetno prišli na osnovi dolgoletnih izkušenj. Bolj izkušen poleg tega menijo, da je vsebin iz verjetnosti v prvem triletju dovolj, kar kaže na njihovo nepoznavanje učnega načrta, saj teh vsebin v prvem triletju pravzaprav ni.

Različno izobraženi anketiranci so podajali različna mnenja. Le-to je povezano s poklicem, ki ga opravljajo, saj je za učitelje zahtevana višja stopnja izobrazbe. Tako je logično, da se tisti z nižjo stopnjo izobrazbe (vzgojitelji) bolj strinjajo, da so te vsebine za njihovo skupino prezahtevne, jih ne bi zanimale, bi bile dolgočasne, otroci bi imeli težave. Menijo tudi, da učenje verjetnosti zahteva predznanje, torej izkušnje, ki jih mlajši otroci nimajo. Na takšno mnenje vpliva tudi starost otrok, s katerimi vzgojitelji delajo, oz. izkušnje z njimi.

Ob zaključku lahko zapišemo, da imajo vprašani zelo pozitivno mnenje o vsebinah iz verjetnosti, poleg tega v njih vidijo številne prednosti. Na osnovi tega lahko sklepamo, da ne bi nasprotovali vključitvi teh vsebin v učne načrte in bi jih učili brez večjih zadržkov, če bi se lahko prepričali, da so otroci sposobni reševanja takšnih nalog.

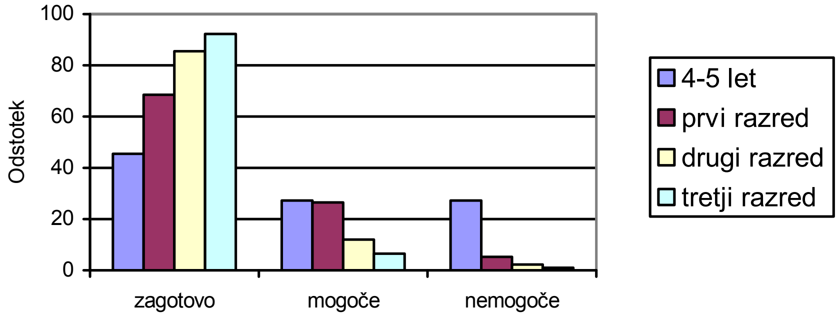
6.4.3 REZULTATI PREIZKUSA ZNANJA 1

V nadaljevanju so predstavljeni rezultati reševanja preizkusa znanja 1 (glej prilogo 1).

6.4.3.1 PRVA NALOGA

V škatlah so medvedki in avtomobilčki. Predstavljaj si, da zamižiš in iz vsake škatle izvlečeš eno igračo. Ali bi lahko izvlekel avtomobilček? Obkroži pravilen odgovor.

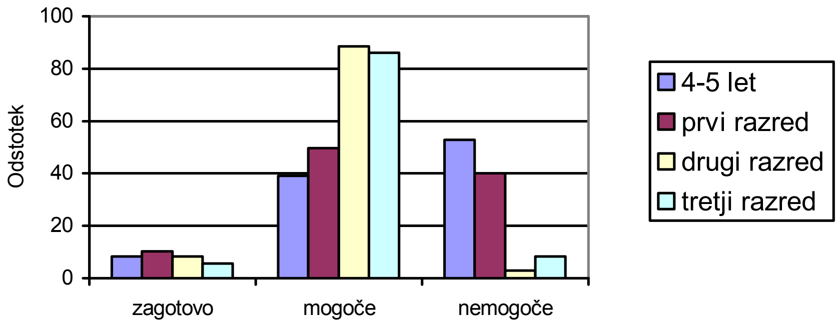
Pod besedilom so štiri sličice z igračami (primer 1, 2, 3 in 4), pod vsako sličico so napisane besede *zagotovo, mogoče in nemogoče*. Otroci so morali izbrati ustrezno besedo in jo obkrožiti.



Graf 57: Rezultati reševanja 1.a naloge – 1. primer

Pri 1.a nalogi so na sličici štirje avtomobilčki (1. primer), kar pomeni, da je pravilen odgovor **zagotovo**, saj lahko izvleče le avtomobilček. Kako so otroci reševali to nalogo, je prikazano v grafu 57. Pravilno je rešilo ta primer večina (92,3%) tretješolcev, medtem ko je manj kot polovica (45,5%) 4-5 let starih otrok pravilno rešila to nalogo. Veliko (27,2%) otrok, ki bodo prihodnje šolsko leto sedlo v šolske klopi, je mnenja, da je iz te škatle nemogoče izvleči avtomobilček. V povprečju je kar dobre tri četrtine (76,1%) vprašanih obkrožilo pravilno besedo.

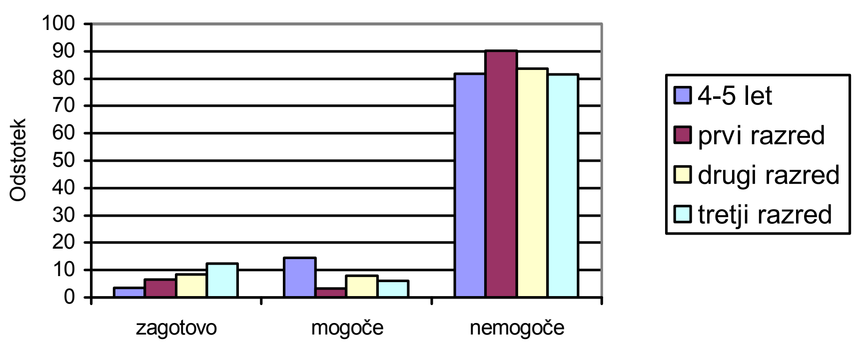
Uspešnost pri reševanju naloge glede na starost otrok narašča iz leta v leto (χ^2=131,154, p<0,01). Učenci drugega razreda so bili bistveno boljši od učencev prvega razreda (χ^2=13,784, p<0,01), slednji pa so bili uspešnejši od 4-5 let starih otrok (χ^2=27,701, p<0,01).



Graf 58: Rezultati reševanja 1.a naloge – 2. primer

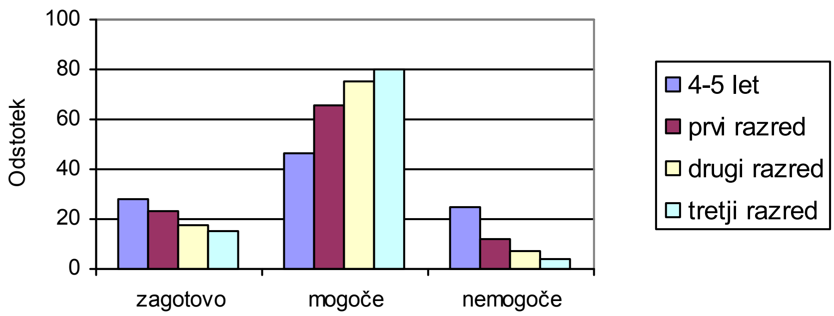
Na drugi sličici (2. primer) je bil en avtomobilček in trije medvedki, kar pomeni, da je bilo potrebno obkrožiti besedo **mogoče**. Graf 58 predstavlja rešitve otrok. Največ (88,6%) je bilo učencev iz drugega razreda, ki so pravilno rešili drugi primer prve naloge. Le malo manj (86,1%) pravilnih odgovorov je bilo pri učencih tretjega razreda. Po pričakovanju so ta primer najslabše reševali otroci, ki še obiskujejo vrtec (39,1%). Le-teh je več kot polovica (52,7%) rekla, da je nemogoče izvleči avtomobilček. Skupno gledano je nalogo rešilo pravilno 69,1% otrok.

Z leti se pravilnost reševanja naloge stopnjuje (χ^2=150,176, p<0,01), poleg tega so nalogo učenci drugega razreda uspešnejše reševali kot učenci prvega razreda (χ^2=70,681, p<0,01). Zanimiv je še podatek, da so bile pri tej nalogi uspešnejše deklice (χ^2=8,414, p<0,02).



Graf 59: Rezultati reševanja 1.a naloge – 3. primer

Iz grafa 59 je razvidno, kako so otroci reševali 1.a nalogo – 3. primer. Večini otrok vseh starostnih skupin je bilo jasno, da je iz škatle, kjer so sami medvedki (3. primer), **nemogoče** izvleči avtomobilček, kljub temu pa med razredi obstaja statistično pomembna razlika (χ^2=19,633, p<0,01). Zanimiv je podatek, da je največ prvošolcev (90,3%) pravilno rešilo ta primer in da so bili najslabši tretješolci (81,6%) in le malce uspešnejši (81,8%) 4-5 let stari otroci. Statistično pomembna razlika je tudi med učenci prvega razreda in tistimi, ki bodo to prihodnje leto (χ^2=11,905, p<0,01) v korist starejših otrok. V povprečju je nalogo pravilno rešilo 84,4% otrok.



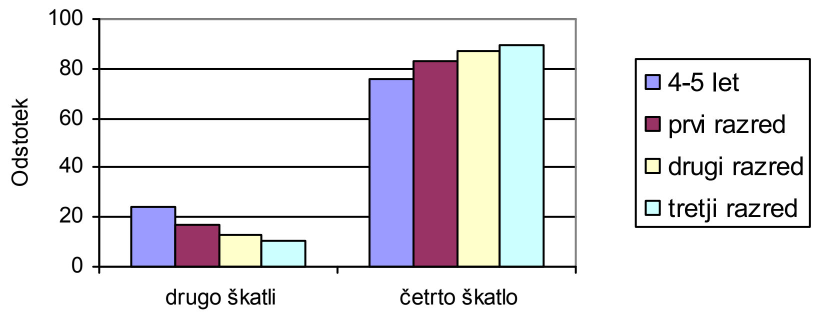
Graf 60: Rezultati reševanja 1.a naloge – 4. primer

Pri četrtem primeru je bilo potrebno obkrožiti besedo **mogoče**, ker so bile na sliki štirje avtomobilčki in dva medvedka. V grafu 60 so zabeleženi rezultati reševanja omenjene naloge. Pravilnost reševanja naloge se je s starostjo stopnjevala (χ^2=49,591, p<0,01). Najuspešnejši so bili najstarejši (80,4%), malce slabši so bili drugošolci (75,4%), nekaj manj kot polovica (46,8%) 4-5 letnikov pa ni pravilno odgovorila. Med učenci prvega razreda in najmlajšimi je bila tudi pri tem primeru statistično pomembna razlika (χ^2=10,86, p<0,01) v prid učencem prvega razreda. Po pričakovanju so bili uspešnejši učenci drugega razreda. Slabe tri četrtine (69,2%) otrok je izbralo pravilno besedo.

1.b naloga se je glasila:

V katero škatlo bi segel: drugo ali četrto, da bi bolj verjetno izvlekel avtomobilček?

Otroci so si morali ogledati sličice ter ugotoviti, da je večja verjetnost, da izvlečejo avtomobilček, če vlečejo iz **četrte** škatle. Da otroci pri 1.b nalogi niso imeli težav in so bili uspešni, je razvidno iz grafa 61.



Graf 61: Rezultati reševanja 1.b naloge

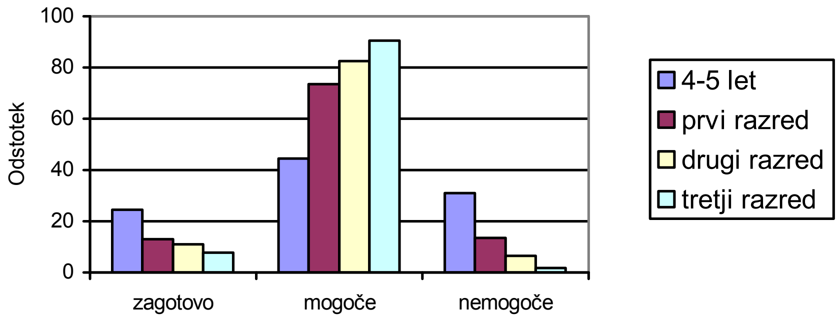
Reševanje naloge 1.b prikazuje graf 61. Uspešnost se je z leti enakomerno stopnjevala (χ^2=10,974, p<0,01). Najuspešnejši so bili tretješolci, najslabše so reševali najmlajši. Nalogo je pravilno rešilo kar 84,9% otrok. Skoraj 90% tretješolcev je obkrožilo pravilno rešitev, najslabše (76,1%) pa so pravilno besedo izbrali otroci, ki še ne obiskujejo šole.

6.4.3.2 DRUGA NALOGA

Naloga za učence drugega in tretjega razreda: *Domen meče igralno kocko, na kateri so zapisana števila od 1 do 6. Ob vsaki povedi obkroži ustrezno besedo.*

Naloga za učence prvega razreda ter 4-5 let stare otroke: *Janez enkrat vrže igralno kocko, na kateri niso števila, ampak živali. Pokažite slike živali, ki so na kocki, in povejte naslednje trditve in tri možne odgovore.* (To so navodila, ki jih vzgojitelj oz. učitelj otrokom prebere.)

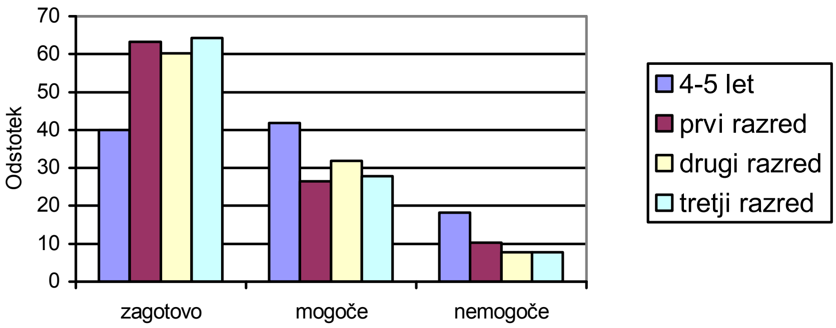
Naloga se je nadaljevala tako, da je bilo napisano šest povedi (2.a, 2.b, 2.c, 2.d in 2.e), poleg katerih so bile ravno tako kot pri prvi nalogi zapisane besede zagotovo, mogoče, nemogoče. Otroci so morali izbrati ustrezno besedo, jo obkrožiti oz. povedati spraševalcu.



Graf 62: Rezultati reševanja 2.a naloge

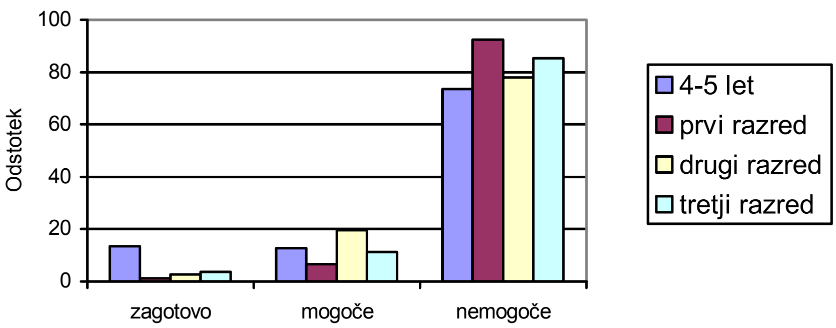
Prva poved se je glasila: Na kocki bo padlo število 6 (kača). Pravilnem odgovor je bila beseda **mogoče**. Pravilnost se z leti stopnjuje (χ^2=92,861, p<0,01). Naloga otrokom ni delala težav. To se da razbrati iz grafa 62, ki prikazuje uspešnost pri reševanju 2.a naloge. Kar 90,5% učencev tretjega razreda je izbralo ustrezno besedo. Takšnih drugošolcev je bilo malo manj (82,5%), še manj je bilo učencev prvega razreda (73,5%). Kar precej manj (44,5%) 4-5 let starih otrok se je odločilo za pravilno besedo. Skupno gledano je nalogo pravilno rešilo 75,8% vseh otrok.

Statistično pomembna razlika je bila med učenci tretjega in drugega razreda (χ^2=6,508, p<0,04), pa tudi med učenci prvega razreda in najmlajšimi otroki (χ^2=23,059, p<0,01). Pri obeh statistično pomembnih razlikah so bili po pričakovanju uspešnejši starejši učenci. Ugotovljena je bila razlika med dečki in deklicami (χ^2=9,66, p<0,01), kjer so bile uspešnejše deklice.



Graf 63: Rezultati reševanja 2.b naloge

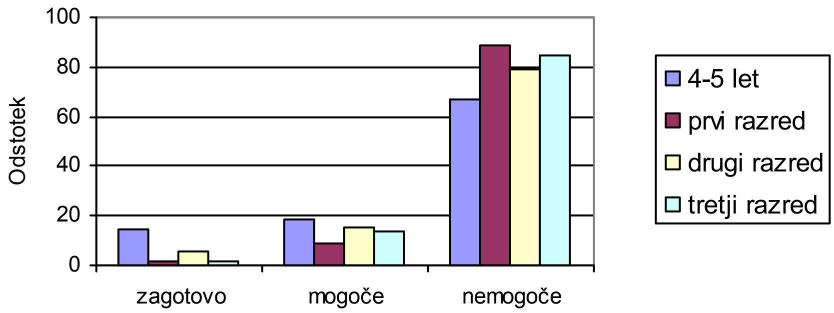
Pri drugi povedi: Na kocki bo zagotovo padlo število, manjše od 7 (žival), je pravilna rešitev beseda **zagotovo**. Rešitve so zabeležene v grafu 63. Razlika med starostnimi skupinami obstaja (χ^2=22,525, p<0,01), vendar pa razlika s starostjo ne narašča enakomerno. Najuspešnejši so bili tretješeolci (64,2%), drugi po uspešnosti so bili prvošolci (63,2%), ki so bili malce uspešnejši od drugošolcev (60,2%). Najslabši so bili najmlajši s 40% pravilnih odgovorov. Slednjih je bilo največ (41,8%) mnenja, da bo na kocki mogoče padla žival. Statistično pomembna je razlika le med učenci prvega razreda in 4-5 let starimi otroki (χ^2=14,03, p<0,01). Slednji so bili pri tej nalogi slabši. Povprečna uspešnost otrok vseh starosti je bila le nekaj čez polovico (58,5%).



Graf 64: Rezultati reševanja 2.c naloge

Nemogoče je, da pade število 7 (slika jabolka), saj tega števila oz. slike ni na kocki. Iz grafa 64 se da razbrati, da je največji (92,3%) odstotek otrok, ki so pravilno rešili nalogo, iz prvega razreda, sledi odstotek učencev tretjega razreda (85,2%), najslabši so bili ponovno najmlajši (73,6%). Otrokom naloga ni predstavljala težav, saj jo je pravilno rešilo kar 83% vseh sodelujočih otrok.

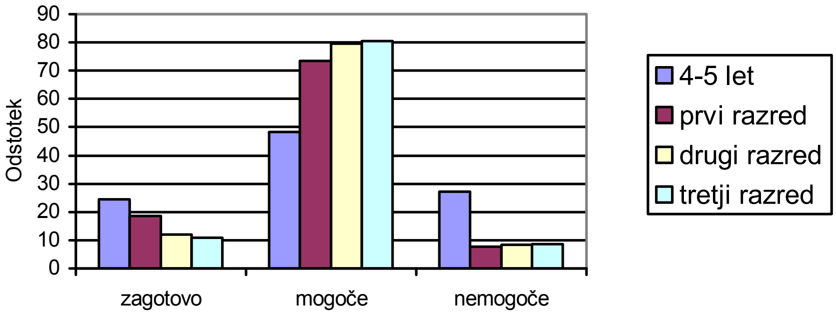
Obstaja razlika med starostnimi skupinami (χ^2=39,178, p<0,01), ki pa se glede na starost ne stopnjuje, saj so bili učenci prvega razreda statistično uspešnejši od drugošolcev (χ^2=12,675 p<0,01). Statistično pomembna razlika je bila med prvošolci in najmlajšimi, (χ^2=20,725, p<0,01) (uspešnejši so bili prvošolci) pa tudi med spoloma, če se gleda celoten vzorec (χ^2=9,473, p<0,01). Če pa se gleda razlika med spoloma po posameznih razredih, je statistično pomembna razlika le pri 2.c nalogi, in sicer pri učencih drugega razreda (χ^2=9,926, p<0,01). V obeh primerih so bili uspešnejši dečki.



Graf 65: Rezultati reševanja 2.d naloge

Naslednji primer je bil podoben predhodnemu, saj je bila tudi tu pravilna rešitev beseda **nemogoče** (ne more pasti število večje od 7 oz. sadje), zato so rezultati podobni. Le-te se da razbrati iz grafa 65. Pravilno je nalogo rešilo 80,9% vseh otrok. Ponovno so bili najuspešnejši učenci prvega razreda (89%), sledijo tretješolci (84,3%) ter drugošolci (78,9%). Spet so se najslabše odrezali 4-5 let stari otroci (67,3%).

Obstaja statistično pomembna razlika med različno starimi otroki (χ^2=34,252, p<0,01), vendar pa rezultati te naloge (graf 65) kažejo, da se uspešnost z leti ne stopnjuje, saj so bili najuspešnejši prvošolci. Ravno tako obstaja statistično pomembna razlika med prvošolci in drugošolci (χ^2=6,448, p<0,04) ter prvošolci in najmlajšimi (χ^2=22,275, p<0,01) ter dečki in deklicami (χ^2=6,165, p<0,05). Prvošolci so bili uspešnejši od drugošolcev, prvošolci od najmlajših, dečki pa od deklic.



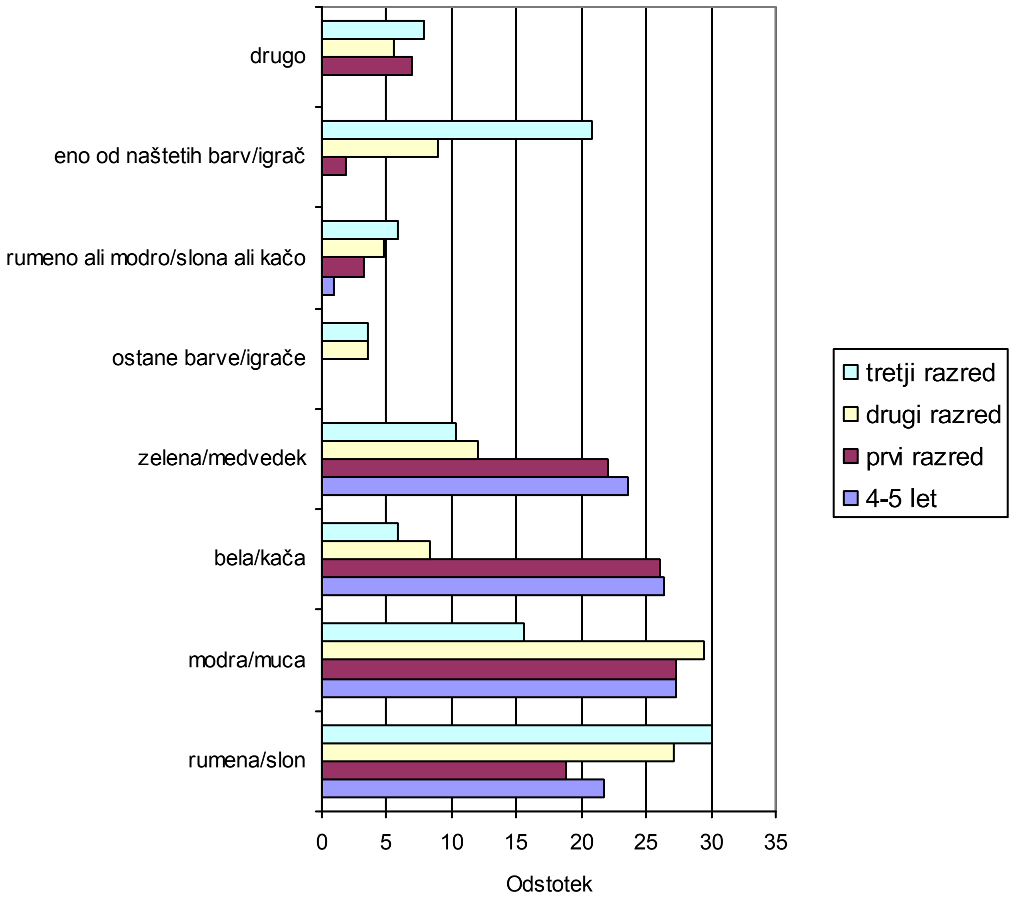
Graf 66: Rezultati reševanja 2.e naloge

Uspešnost pri nalogi 2.e (Na kocki je padlo število 3 oz. medved) prikazuje graf 66. Pravilen odgovor je bila beseda **mogoče**. Najuspešnejši so bili tretješolci (80,5%), le malce slabši so bili drugošolci (79,6%), sledijo prvošolci (73,5%), precej slabši so bili pri reševanju (48,2%) otroci, ki še obiskujejo vrtec. Manj kot tri četrtine (72,5%) otrok je izbralo pravo besedo. Razvidno je, da je uspešnost reševanja naloge z leti naraščala (χ^2=49,519, p<0,01) – najuspešnejši so najstarejši, najslabši pa so najmlajši. Otroci, ki prvo leto obiskujejo šolo, so bili statistično uspešnejši od tistih, ki bodo prvošolci naslednje šolsko leto (χ^2=23,092, p<0,01).

6.4.3.3 TRETJA NALOGA

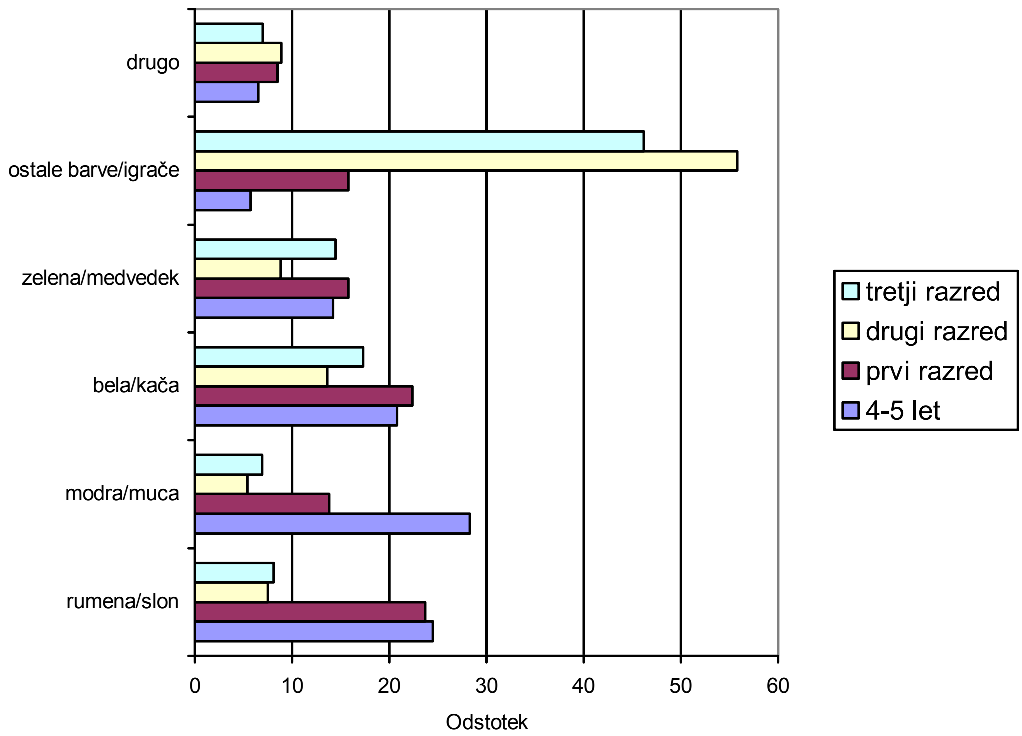
Mojca ima v torbi šest barvnih rutk. Od teh sta dve rumeni, dve modri, ena bela in ena zelena rutka. Iz torbe je vzela rutko, ne da bi pogledala, katere barve je. Kaj lahko ti poveš o rutki, ki jo je Mojca izvlekla? Nadaljuj povedi.

Pri najmlajših so uporabljene igrače (dva slona, dve muci, medvedek in kača) Prva poved se je začela takole: Mogoče je izvlekla ... (3.a naloga). Druga poved pa: *Nemogoče je, da je izvlekla ...* (3.b naloga).



Graf 67: Rezultati reševanja 3.a naloge

Rezultati reševanja 3.a naloge so prikazani v grafu 67. Kot pravilen rezultat se lahko šteje, če so napisali (povedali oz. pokazali) eno od barv/igrač, ki so v torbi, ali pa so napisali (povedali ali pokazali), da je izvlekla rumeno ali modro ruto oz. slona ali muco. Kot pravilen odgovor se ni upoštevalo, če so otroci napisali barve vseh prisotnih rutk oz. vse igrače, saj je to gotov dogodek. Iz grafa je razvidno, da je kar 20,8% tretješolcev napisalo vse naštete barve, kar je napačen odgovor. Zaradi tega je pravilno odgovorilo le 67,7% tretješolcev. Drugošolcev je pravilno odgovorilo nekaj več (81,8%). Še nekoliko uspešnejši so bili prvošolci (97,4%). Presenetljiv pa je podatek, da so čisto vsi (100%) 4-5 let stari otroci pravilno nadaljevali poved. Ugotovljeno je, da pri 3.a nalogi s starostjo pravilnost reševanja pada (χ^2=145,368, p<0,01) pa tudi, da bo bili učenci prvega razreda uspešnejši od učencev drugega razreda (χ^2=41,447, p<0,01).



Graf 68: Rezultati reševanja 3.b naloge

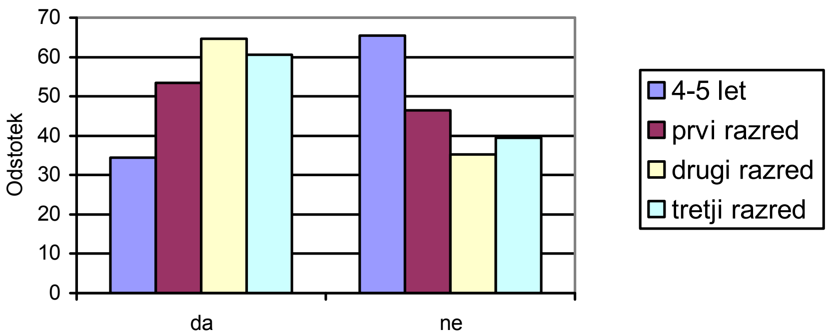
Kot nadaljevanje druge povedi (Nemogoče je, da je izvlekla ...) se za pravilen odgovor šteje naštete barve rutk oz. igrače, ki jih deklica nima v torbi (ostale barve/igrače). Ob upoštevanju le-tega pravilnega odgovora jih je le 33,2% sodelujočih to naredilo, kar se med drugim da razbrati iz grafa 68. Največ (55,8%) jih je bilo iz drugega razreda, malo manj iz tretjega (46,2%). 15,8% prvošolcev je poimenovalo igračo, ki ni prisotna v torbi, medtem ko je to storilo le 5,7% otrok, ki še obiskujejo vrtec. Mlajši otroci so pogosteje izbrali slona ali muco, kljub temu da sta po dve igrači v torbi, kar kaže na nerazumevanje naloge.

Obstaja statistično pomembna razlika pri reševanju 3.b naloge med odgovori in starostjo otrok (χ^2=138,057, $p<0,01$), ki govori v prid starejšim otrokom. Opazno uspešnejši so bili drugošolci glede na prvošolce (χ^2=78,271, $p<0,01$), pa tudi prvošolci glede na najmlajše otroke (χ^2=23,185, $p<0,04$).

6.4.3.4 ČETRTA NALOGA

Gregor ima tri vrečke z bonboni. V vsaki je po en čokoladni bonbon, ostali bonboni so sadni. Ne da bi gledal, poskuša iz vrečke potegniti čokoladni bonbon.

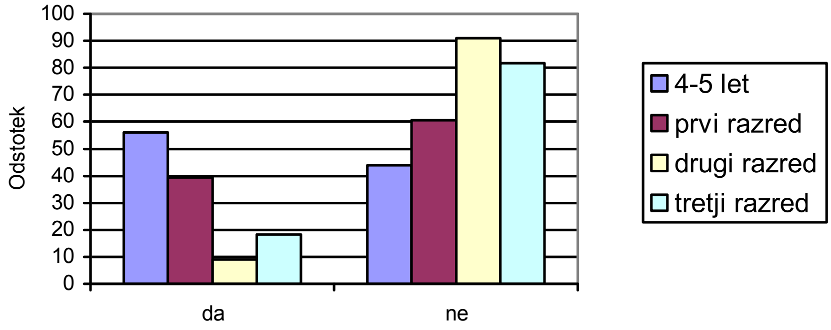
Pri četrti nalogi je več primerov (4.a, 4.b, 4.c, 4.d, in 4.e), ki se med seboj bistveno razlikujejo. Otroci so se morali odločiti za enega od možnih odgovorov, ga obkrožiti oz. povedati ali pokazati spraševalcu.



Graf 69: Rezultati reševanja 4.a naloge

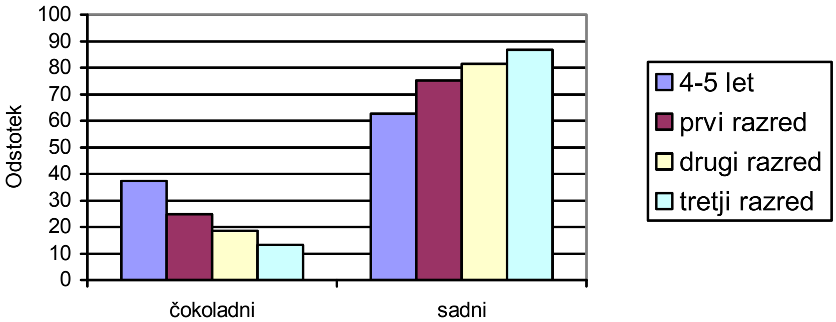
Vprašanje se je glasilo: *Ali lahko že v prvem poskusu izvlečeš iz katerekoli vrečke čokoladni bonbon?* Pravilen odgovor je **da**, saj je v vsaki vrečki po en čokoladni bonbon, medtem ko se število sadnih bonbonov povečuje. Uspešnost reševanja 4.a naloge prikazuje graf 69. Otroci so imeli velike težave, saj jih je le dobra polovica (55,3%) pravilno odgovorila. Pri tem so bili najuspešnejši drugošolci, saj jih je pravilno ogovorilo 64,7%, nekaj manj (60,6%) je bilo tretješolcev, ki so pravilno odgovorili. Le dobra tretjina (34,5%) 4-5 let starih otrok je izbrala pravilen odgovor.

Drugošolci so bili očitno uspešnejši od eno leto mlajših otrok (χ^2=4,185, p<0,04), slednji pa od 4-5 letnikov (χ^2=9,364, p<0,01). Ugotovljena je statistično pomembna razlika glede na starost otrok (χ^2=27,455, p<0,01), vendar pa se uspešnost z leti ne stopnjuje enakomerno, saj so bili drugošolci uspešnejši od leto starejših otrok.



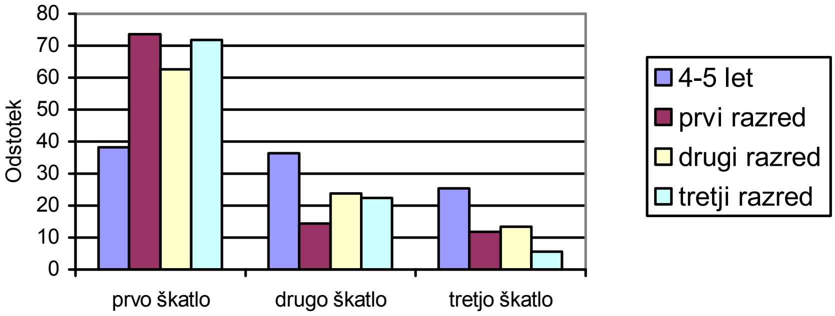
Graf 70: Rezultati reševanja 4.b naloge

Na vprašanje: *Ali je mogoče, da iz tretje vrečke izvlečeš mlečni bonbon?* je pravilen odgovor **ne**, saj je v tej vrečki le en sadni in 21 čokoladnih bonbonov. Iz grafa 70 se lahko razbere, da je skoraj tri četrtine (72,1%) vprašanih izbralo pravilno rešitev. Kar 91% drugošolcev se je pravilno odločilo, tretješolcev 10% manj (81,7%). Ostali dve starostni skupini sta reševali veliko slabše. Prvošolcev je pravilno odgovorili 60,6%, leto mlajših otrok pa je 44%. Razlika med njimi je statistično pomembna (χ^2=7,102, p<0,01). Obstaja pa tudi razlika med učenci drugega in prvega razreda (χ^2=40,774, p<0,01). Zanimivo je, da so bili drugošolci uspešnejši od tretješolcev (χ^2=6,247, p<0,01) in deklice od dečkov (χ^2=8,091, p<0,01). Obstaja tudi statistično pomembna razlika pri reševanju 4.b naloge glede na starost otrok (χ^2=90,401, p<0,01). Grobo gledano z leti uspešnost pri reševanju 4.b naloge narašča.



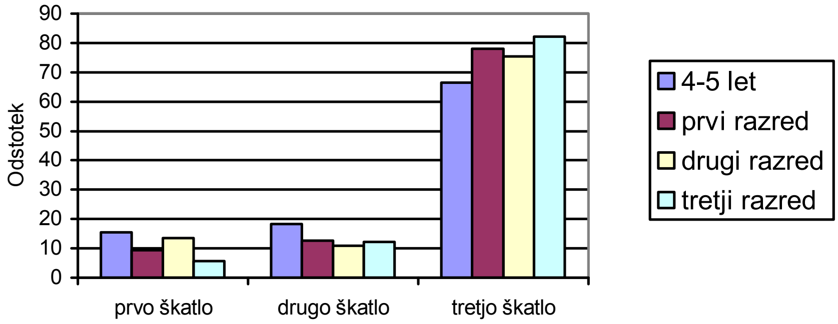
Graf 71: Rezultati reševanja 4.c naloge

Ali je bolj verjetno, da iz druge vrečke izvlečeš čokoladni ali sadni bonbon? je bilo tretje vprašanje pri četrti nalogi. Ker je v drugi vrečki veliko več sadnih bonbonov, je pravilen odgovor torej **sadni** bonbon. Kako so to nalogo reševali otroci prikazuje, graf 71. Z leti se pravilnost odgovorov stopnjuje (χ^2=24,883, p<0,01). Po pričakovanju so se najslabše odrezali najmlajši z 62,7% pravilnimi odgovori, najboljše pa najstarejši z 86,7% pravilnih odgovorov. Dobre tri četrtine vseh reševalcev je pravilno rešilo nalogo. Statistično pomembna razlika med razredi je le med 4-5 letniki ter otroki, ki obiskujejo prvi razred v korist slednjih (χ^2=4,856, p<0,03).



Graf 72: Rezultati reševanja 4.d naloge

Na vprašanje *V katero vrečko boš segel, da boš najverjetneje izvlekel čokoladni bonbon?* je pravilen odgovor v **prvo**, ker je tam najmanj sadnih bonbonov (šest sadnih in en čokoladni bonbon). Že iz grafa 72 je razvidna velika razlika v številu pravilnih odgovorov med najmlajšimi in prvošolci (χ^2=33,342, p<0,01), pa tudi med tretješolci in drugošolci (χ^2=6,478, p<0,04), v obeh primerih v korist starejših otrok. Zanimiva je ugotovitev, da so bili najuspešnejši učenci prvega razreda (73,7%). Velike težave pa so imeli najmlajši (38,2%), katerih odgovori so bili neenotni. Ta primer je pravilno rešilo le 63,6% v raziskavo vključenih otrok, med katerimi pa je glede na starost in podane odgovore pomembna razlika (χ^2=48,99, p<0,01). Že ob pogledu na graf 72 je razvidno, da najstarejši niso bili najuspešnejši, kar pomeni, da uspešnost s starostjo ne narašča.



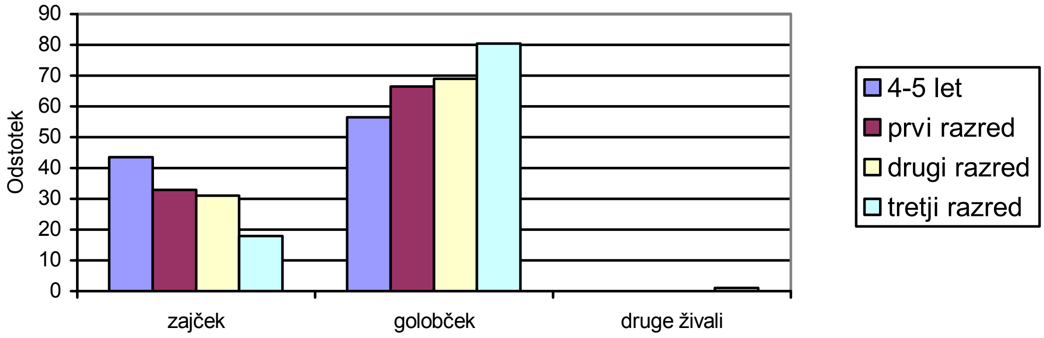
Graf 73: Rezultati reševanja 4.e naloge

Zadnje vprašanje je bilo: *V katero vrečko boš segel, da boš najverjetneje izvlekel sadni bonbon?* Tokrat je bil pravilen odgovor v **tretjo** škatlo, saj je tam največ sadnih bonbonov (21 sadnih in 1 čokoladni bonbon). Statistično pomembna razlika med starostnimi skupinami obstaja (χ^2=13,588, p<0,04). Rečemo lahko, da se s starostjo število pravilnih odgovorov stopnjuje. Tako so najmlajši dosegli najslabši rezultat (66,4% pravilnih odgovorov), najstarejši pa najboljši rezultat (82,2% pravilnih odgovorov), kar med drugim prikazuje graf 73. Obstaja razlika v rezultatih drugošolcev in tretješolcev (χ^2=6,379, p<0,04), in sicer v prid tretješolcev. Razlika pa je tudi med deklicami in dečki (χ^2=6,133, p<0,05). Slednji so bili pri odgovarjanju na zadnje vprašanje četrte naloge uspešnejši.

6.4.3.5 PETA NALOGA

Čarovnik je dal v svoj klobuk 10 zajčkov in jih začaral tako, da jih je spremenil v golobe. Sedem zajčkov se je spremenilo v golobe, trije zajčki pa so ostali zajčki. Jaka je na slepo izvlekel eno žival. Dokončaj povedi.

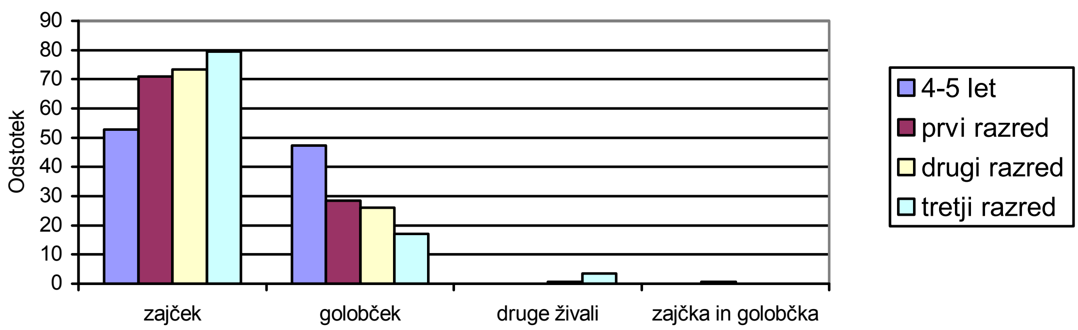
Prva poved se je začela takole: *Najverjetneje je, da bo Jaka izvlekel ...* (5. a naloga)



Graf 74: Rezultati reševanja 5.a naloge

Pravilen odgovor je, da bo verjetneje izvlekel **golobčka**, ker jih je več. Reševanje 5.a naloge prikazuje graf 74. Pravilnost odgovorov se je s starostjo enakomerno stopnjevala (χ^2=28,668, p<0,01). Največji odstotek (80,4%) pravilnih odgovorov so dosegli tretješolci, najnižji (56,4%) pa 4-5 let stari otroci. Skoraj tri četrtine sodelujočih otrok (69,4%) je pravilno rešilo 5.a nalogo. Statistično pomembna razlika je ugotovljena med učenci tretjega in drugega razreda (χ^2=10,606, p<0,01), in sicer v korist starejših.

Druga poved se je začela: *Najmanj verjetno je, da bo Jaka izvlekel* …(5.b naloga)



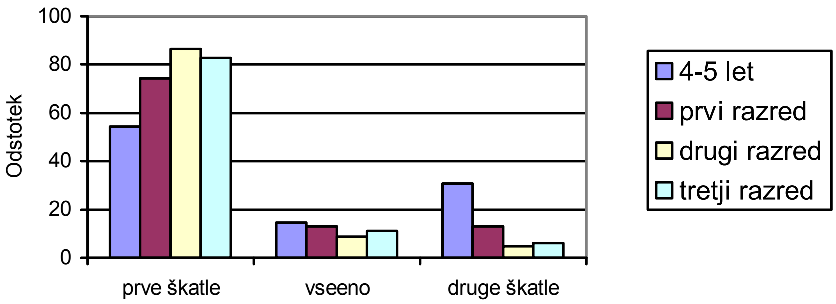
Graf 75: Rezultati reševanja 5.b naloge

Otroci so morali dopisati, da je najmanj verjetno, da bo izvlekel **zajčka**. Kolikšen odstotek otrok je izbral pravilen odgovor, prikazuje graf 75. Rezultati te naloge kažejo na to, da število pravilnih odgovorov glede na starost otrok (χ^2=43,35, p<0,01) narašča (najslabši so bili najmlajši, najuspešnejši pa najstarejši). Povprečje uspešnosti otrok je podobno kot pri 5.a nalogi in znaša 70,8%. Ravno tako so bili najboljši najstarejši (79,5% pravilnih odgovorov) ter najmlajši najslabši (52,7% pravilnih odgovorov). V prid starejših obstaja statistično pomembna razlika med drugim in tretjim razredom (χ^2=6,443, p<0,04) ter med prvim razredom in tistimi, ki bodo to postali prihodnje šolsko leto (χ^2=10,421, p<0,01). Razlika med spoloma ni razvidna.

6.4.3.6 ŠESTA NALOGA

6.a naloga: *V prvi škatli je 7 belih in 3 črne kroglice, v drugi škatli pa 5 belih in 5 črnih kroglic. Sabina bo dobila darilo, če potegne belo kroglico. Iz katere škatle naj Sabina vzame kroglico? Obkroži pravilen odgovor.*

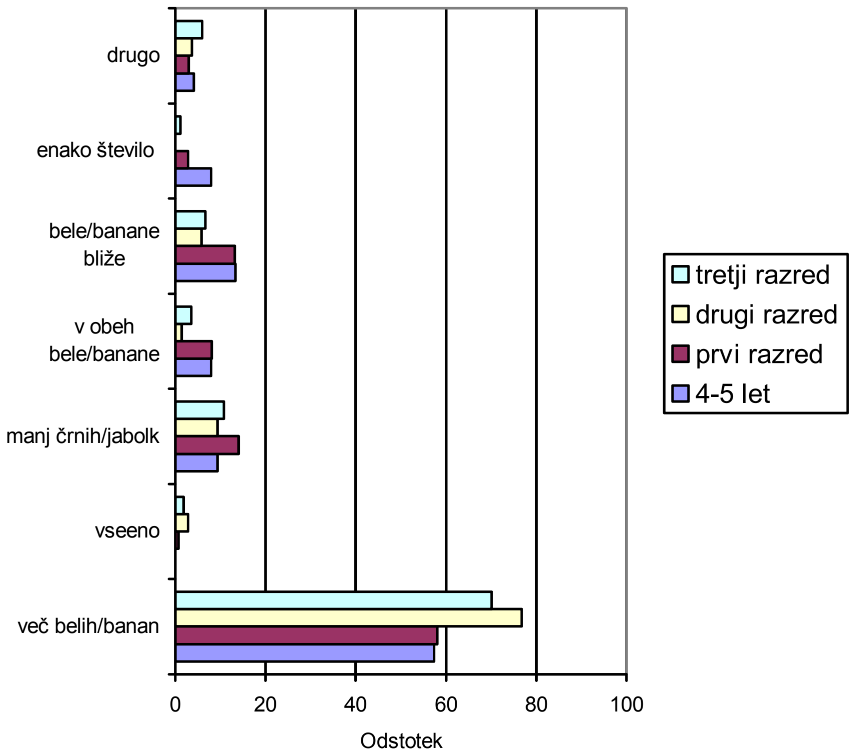
Ponujene so bile tri možnosti: iz prve škatle, vseeno, iz katere škatle in iz druge škatle. Naloga za mlajše otroke se je glasila enako, le da so namesto različnih barv uporabljene različne vrste sadja.



Graf 76: Rezultati reševanja 6.a naloge

Ker je v **prvi** škatli več želenih kroglic oz. sadja, je to pravilen odgovor. Graf 76 predstavlja uspešnost otrok pri reševanju te naloge. Glede na starost otrok obstajajo statistično pomembne razlike (χ^2=58,569, p<0,01), vendar pa najstarejši otroci niso bili najboljši. Boljši od prvošolcev so bili drugošolci (χ^2=9,235, p<0,01), ki so imeli 86,5% pravilnih odgovorov. Drugi po uspešnosti so bili tretješolci (82,7%). Razlika je tudi med prvošolci in najmlajšimi (χ^2=14,126, p<0,01). Slednji so imeli najmanjši odstotek (54,5%) pravilnih rešitev. V povprečju je kar tri četrtine (76,6%) otrok pravilno odgovorilo na 6.a nalogo.

Otroci so morali svoj odgovor obrazložiti in njihovi najpogostejši odgovori so zabeleženi v grafu 77.



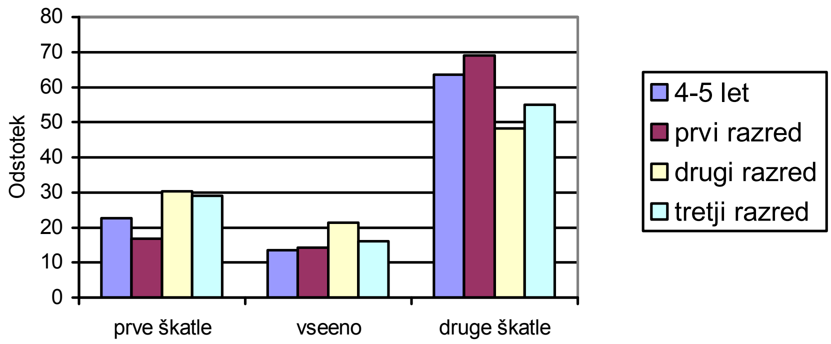
Graf 77: Utemeljitve 6.a odgovora

Kot pravilno utemeljitev se lahko upošteva, da je v prvi škatli več belih kroglic oz. banan, pa tudi, da je v drugi škatli manj črnih kroglic oz. jabolk. Na osnovi rezultatov se lahko sklepa, da so skoraj vsi, ki so pravilno odgovorili na zastavljeno vprašanje, ne samo ugibali, temveč nalogo pravilno rešili, saj se odstotki ujemajo. Tako tudi pri pravilni obrazložitvi odgovora najvišji odstotek pripada drugošolcem (86,2%), sledijo tretješolci z 80,9%, prvošolci z 72,1%. Po pričakovanju so se najslabše odrezali najmlajši (66,6%), katerih je kar 13,3% dejalo, da je razlog v tem, da je banana bliže. Zaznana je statistično pomembna razlika med starostnimi skupinami (χ^2=80,001, p<0,01) ter med učenci prvega in drugega razreda (χ^2=29,929, p<0,01). Če primerjamo rezultate učencev prvega in drugega razreda, so bili uspešnejši slednji, če pa primerjamo rezultate vse starostnih skupin, ne moremo zapisati, da so bili najuspešnejši najstarejši, temveč drugošolci.

6.b naloga:

V prvi škatli je 5 kroglic, od teh 4 bele in 1 črna. V drugi škatli je 10 kroglic, od teh 8 belih in 2 črni. Sabina bo dobila darilo, če potegne belo kroglico. Iz katere škatle naj Sabina vzame kroglico? Obkroži pravilen odgovor.

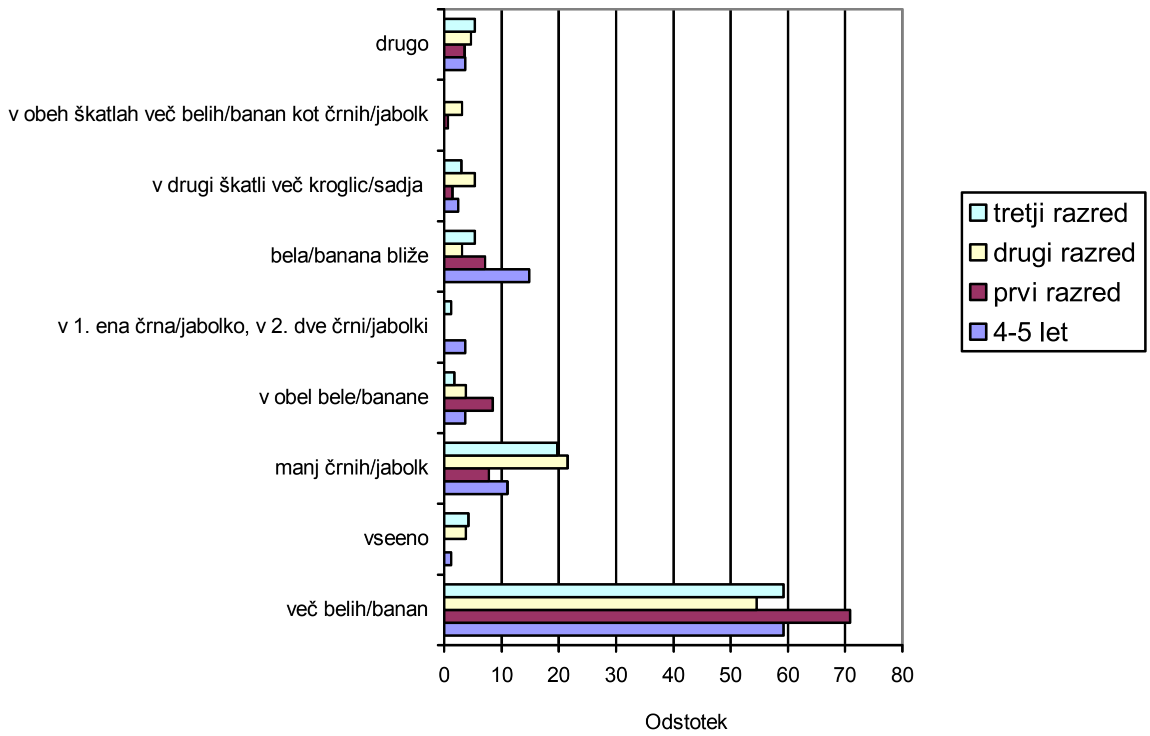
Otroci so imeli pri tej nalogi enako izbiro možnih odgovorov kot pri 6.a nalogi in tudi tu je pri mlajših uporabljeno sadje in ne barve.



Graf 78: Rezultati reševanja 6.b naloge

Zadnja naloga je učencem povzročala največ težav, saj jo je pravilno rešilo le 16,6% vseh otrok, ki so bili vključeni v raziskavo. Pravilna rešitev je namreč **vseeno** je, iz katere škatle vleče. Iz grafa 78 lahko preberemo, da največ učencev (21,4%), ki so pravilno odgovorili, prihaja iz drugega razreda, najmanj pa je najmlajših (13,6%). Po pričakovanju je največ (58,2%) otrok trdilo, da naj vleče iz druge škatle, saj je v tej večje število želenih elementov. Med temi je bilo največ učencev iz prvega razreda (69%). Statistično pomembna razlika je opazna, če gledamo na vse starostne skupine hkrati (χ^2=17,909, p<0,01), pa tudi če se gleda rezultate drugošolcev in tistih, ki to leto prvič sedijo v šolskih klopeh (χ^2=14,592, p<0,01). Kot najuspešnejši izstopajo drugošolci, kar pomeni, da najstarejši otroci niso bili najuspešnejši. Ravno tako so bili drugošolci uspešnejši od prvošolcev.

Tudi odgovor na 6.b nalogo je bilo potrebno utemeljiti. Kot je že zapisano, je le 16,6% otrok pravilno rešilo zgornjo nalogo. Iz grafa 79 je razvidno, da je tistih otrok, ki so pri reševanju te naloge pravilno razmišljali, še veliko manj.



Graf 79: Utemeljitve 6.b odgovora

Najpogostejši odgovor (61,3%) pri vseh starostnih skupinah je bil: Ker je v škatli več belih kroglic oz. banan. Vendar pa to ni pravilen odgovor, saj so le-ti mislili, da jo naj vleče iz druge škatle. Opazne so bile težave z verbalizacijo. Ta je bila opazna pri mlajših, kateri so najpogosteje (14,8%) rekli, da bi izvlekla banano zato, ker je bliže. Kljub opozorilu, da deklica sadje premeša, je bil odgovor isti. Pravilno je utemeljilo svoj odgovor le 1,8% vprašanih. Le-ti so dejali, da je vseeno, iz katere naj vleče, da potegne zeleno kroglico oz. sadje, njihove utemeljitve pa so razvidne v spodnji tabeli.

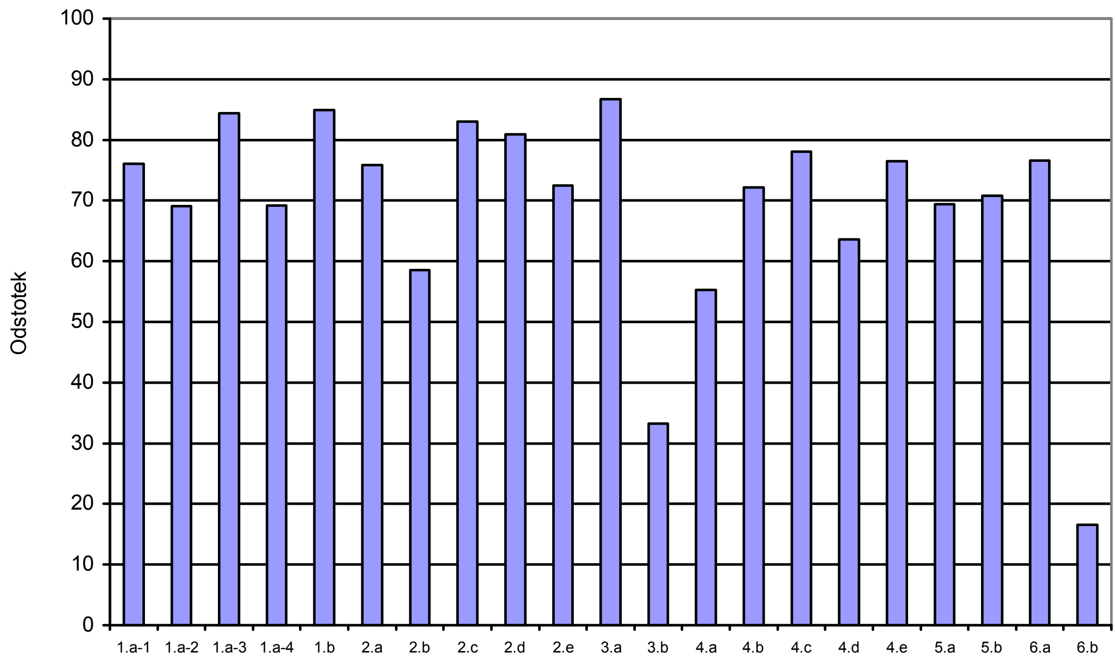
UTEMELJITVE	4-5 let	prvi razred	drugi razred	tretji razred	skupaj
V prvi škatli je ena črna in več belih, v drugi škatli pa več belih. Skupaj so tri črne.	0,0%	0,0%	0,0%	0,6%	0,2%
V drugi škatli je več črnih kroglic kot v prvi.	0,0%	0,7%	3,1%	0,0%	1,0%
V prvi škatli je eno jabolko in štiri banane, v drugi škatli pa dve jabolki in osem banan.	0,0%	0,7%	0,0%	0,0%	0,2%
V prvi škatli so štiri banane, v drugi pa osem.	0,0%	0,7%	0,0%	0,0%	0,2%
Škatli sta skoraj enaki.	1,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,2%
Skupaj	1,2%	2,1%	3,1%	0,6%	1,8%

Tabela 9: Pravilne utemeljitve 6.b odgovora

Iz tabele 9 se da razbrati zelo nizek odstotek pravilnih utemeljitev 6.b naloge. Nobena od starostnih skupin ne izstopa. Presenetljivo je dejstvo, da je najmanj pravilnih utemeljitev zabeležila najstarejša starostna skupina.

6.4.4 INTERPRETACIJA

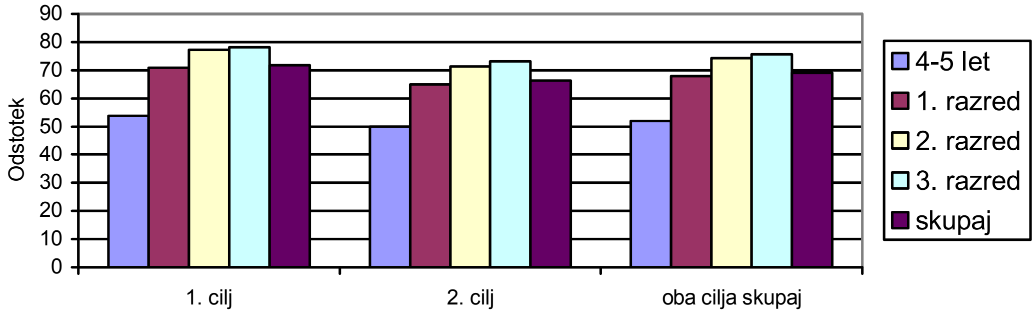
Z zgoraj predstavljeno raziskavo se je ugotavljalo, pri kateri starosti so otroci sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter napovedati verjetnost raznih dogodkov, in sicer ne na osnovi konkretnih predmetov oz. dejavnosti, temveč na podlagi slik oz. opisa.



Graf 80: Odstotek pravilno rešenih nalog (preizkus 1)

Večino nalog je več kot polovica sodelujočih otrok pravilno rešila, kar se dobro vidi iz grafa 80. Največ napak so naredili pri 3.b (potrebno je bilo dokončati poved, kaj je nemogoče, da Mojca izvleče iz svoje torbe) in 6.b nalogi (verjetnost je bila enaka). Odstotek pravilno rešene 3.b naloge je nizek predvsem zaradi mlajših učencev. Le majhen delež (10,8%) predšolskih otrok in prvošolcev je poimenovalo kakšno drugo igračo, ki ni bila prisotna, medtem ko je več drugošolcev in tretješolcev poimenovalo drugo barvo rutke. Razlika je lahko zaradi različne vsebine torbe (igrače, barvne rutke). Mogoče bi več mlajših poimenovalo drugo barvo kot pa igračo. Ta naloga je zahtevala divergentno mišljenje, saj so morali pomisliti ne druge stvari in ne le na tiste, ki so bile prisotne v torbi. Otroci so namreč razmišljali, za katerega od elementov je najmanj verjetno, da bi deklica izvlekla, ne pa za katerega je nemogoče.

Še slabši rezultati so bili doseženi pri 6.b nalogi, kje je le 16,6% otrok reklo, da je vseeno, iz katere škatle naj deklica vleče. Ta naloga je bila težavna za vse starostne skupine, kar pomeni, da otroci od četrtega pa do osmega leta ne znajo pravilno napovedovati dogodkov, ko je verjetnost enaka. Še več težav so imeli z razlaganjem oz. verbalizacijo svojih utemeljitev.



Graf 81: Povprečna uspešnost pri reševanju nalog

Iz grafa 81 lahko razberemo, da 71,8% vseh sodelujočih loči gotove, mogoče in nemogoče dogodke (1. cilj). Največji odstotek med njimi je tretješolcev (78,1%), le malo manj je drugošolcev (77,3%). Dobro takšne dogodke razločujejo tudi prvošolci (70,8%). Nekoliko slabši so otroci, ki še zadnje leto obiskujejo vrtec (53,8%), vendar se tudi zanje lahko reče, da je več kot polovica tega sposobna. Slednjim je največ težav predstavljala beseda zagotovo, saj je obe nalogi, ki sta se nanašali na gotove dogodke, pravilno rešilo skupaj 42,8% predšolskih otrok. Pokazalo se je težje razumevanje mogočih dogodkov, saj je bila povprečna uspešnost pri štirih nalogah, ki so ne nanašale na mogoče dogodke, 52,2%, medtem ko je 54,5% najmlajših pravilno napovedala nemogoče dogodke. Največje težave so v razumevanju gotovih dogodkov oz. besede zagotovo. Te težave so opazne tudi pri ostalih starostnih skupinah, vendar ne v tolikšni meri.

Za 5,4% slabši so otroci pri primerjavi raznih dogodkov (2. cilj) kot pri ločevanju gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov. Skupaj je 66,4% sodelujočih otrok pravilno napovedalo dogodke. Ponovno so bili najuspešnejši tretješolci s 73,2% pravilnih odgovorov, sledijo drugošolci (71,3%) ter prvošolci (65%). Le polovica (49,9%) 4-5 let starih otrok je pravilno primerjalo razne dogodke. Kot je že zapisano, so imele vse starostne skupine največ napak pri napovedovanju dogodkov, kjer je verjetnost enaka. Ugotovljeno je bilo, da so otroci, ki obiskujejo šolo sposobni napovedovati razne dogodke.

Ob pregledu celotnega preizkusa znanja 1 lahko sklepamo, da so otroci vseh starostnih skupin sposobni reševati naloge iz verjetnosti, saj je v vseh skupinah odstotkov pravilno rešenih nalog več kot polovica. Najslabši so bili najmlajši (51,9%), kar precej boljši so bili prvošolci (67,9%), sledijo drugošolci (74,3%) ter malce uspešnejši tretješolci (75,7%). Povprečna uspešnost celotnega preizkusa znanja 1 vseh vključenih otrok je 69,1%, kar ponovno kaže, da so otroci sposobni reševati vključene naloge iz verjetnosti. Največja razlika je med najmlajšima starostnima skupinama. To razberemo iz števila nalog, kjer je bila statistično pomembna razlika v reševanju med najmlajšima starostnima skupinama. Vsega skupaj je bilo 23 različnih nalog in od tega so bili kar pri 15-ih nalogah statistično uspešnejši prvošolci od tistih otrok, ki bodo to postali prihodnje šolsko leto. Razlika med tema starostnima skupinama je lahko zaradi razvojne stopnje, saj je to po Piagetu prehod med predoperativnim mišljenjem in stopnjo konkretnih operacij ter zaradi tega, ker so prvošolci navajeni podobnega dela (reševanja in izpolnjevanja preizkusa znanja, pozornega poslušanja, sodelovanja z učiteljem, odgovarjanja, daljše koncentracije).

Statistično pomembna razlika med prvošolci in drugošolci je bila 12-krat, od tega so bili učenci prvega razreda vsakič uspešnejši od starejših vrstnikov. Ta razlika je lahko posledica dveh različnih preizkusov znanja, saj sta ti dve starostni skupini zaradi neznanja branja in pisanja učencev prvega razreda ter morebitnega nepoznavanja števil ali barv reševali nekoliko različna preizkusa znanja.

Pri šestih nalogah je bila statistično pomembna razlika med učenci drugega in tretjega razreda. Od tega so bili v enem primeru uspešnejši drugošolci. Statistično pomembne razlike glede na starost otrok so bile ugotovljene čisto pri vseh nalogah in pri večini se je s starostjo pravilnost nalog stopnjevala.

Vpliv spola na reševanje verjetnosti je opazen pri šestih nalogah. Pri treh nalogah so bile uspešnejše deklice, ravno tako so bili pri treh uspešnejši dečki. Od tega so bile deklice uspešnejše pri dveh nalogah, ko je bila verjetnost mogoča, dečki pa pri dveh nalogah, ko je bil dogodek nemogoč. Razlika med spoloma pa ni opazna po posameznih razredih. Izjema je 2.c naloga, kjer so bili dečki drugega razreda uspešnejši od deklic.

Če rezultate primerjamo z mnenjem anketiranih učiteljev in vzgojiteljev, se vidi, da imajo le-ti napačne predstave o sposobnostih reševanja nalog iz verjetnosti otrok, s katerimi delajo. Največ vprašanih je namreč mnenja, da so otroci šele pri starosti sedih (36,8%) oz. osmih let (27,9%) sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke. Da so tega sposobni pri starosti petih let se je odločilo le 14% sodelujočih. Še nekoliko slabše mnenje imajo o sposobnostih glede primerjanja verjetnost raznih dogodkov med seboj, saj jih največ meni, da so tega sposobni pri osmih letih (41,6%). Za starost šest let se je odločilo 21,9%, za starost pet let pa 8%. Otroci so veliko bolj zgodaj sposobni doseči oba cilja, kot pa so to napovedali anketiranci. Na podlagi tega lahko sklepamo, da vprašani takšnih vsebin ne vnašajo v svoje delo z otroki, saj bi v nasprotnem primeru lažje ocenili njihove sposobnosti, vezane na omenjene vsebine.

Glede na prebrano literaturo ter rezultate opravljene raziskave se lahko strinjamo s tistimi raziskovalci, ki menijo, da so otroci že pri starosti štiri in pet let sposobni reševati naloge iz verjetnosti, natančneje razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov.

6.4.5 UČENJE ENAKE VERJETNOSTI

V zgoraj predstavljeni raziskavi smo ugotovili, da so imeli otroci največ težav pri ugotavljanju enake verjetnosti, saj je pravilno odgovorilo le 16,6% otrok in le 1,8% jih je svoj odgovor ustrezno utemeljilo. Na tem mestu se nam je postavilo vprašanje, ali je mogoče učence prvega razreda naučiti pravilno napovedati dogodek, ko je verjetnost enaka. Da bi dobili odgovor na zastavljeno vprašanje, smo oblikovali in testirali učni pristop ter na osnovi tega dobili odgovor na zgornje vprašanje. Vzorec je predstavljalo 68 učencev.

Za ugotavljanje, ali so bili cilji posamezne ure doseženi, so učenci rešili tri različne učne liste. Prvega od njih (glej prilogo 6) so reševali ob zaključku prve učne ure. Drugega je bilo treba rešiti tekom tretje učne ure (glej prilogo 7), medtem ko so zadnji učni list (preizkus znanja 2) (glej prilogo 2) reševali le tisti, ki so bili prisotni pri vseh štirih urah učenja vsebin iz verjetnosti, na osnovi katerega se je ugotavljalo, ali je bil učni pristop učinkovit.

Pri pouku matematike smo izvedli štiri učne ure ter učence z oblikovanim učnim pristopom skušali naučiti primerjati dogodke, kjer je verjetnost enaka. Cilj prve učne ure je bil, da učenci napovedo verjetnost raznih dogodkov, kjer verjetnost ni enaka. Namen druge učne ure je bil ugotoviti, kdaj je verjetnost enaka. Pri tretji učni uri so se učenci učili pravično deliti. Zadnja ura pa je bila namenjena spoznavanju tehnike reševanja nalog, kjer je verjetnost enaka, ter preverjanje osvojenega znanja.

6.4.5.1 PRVA UČNA URA

Kot glavni cilj prve učne ure smo izbrali cilj, da učenci napovedo verjetnost raznih dogodkov, kjer verjetnost ni enaka. Med drugim pa je bil namen, da žrebajo in beležijo izide slučajnih dogodkov.

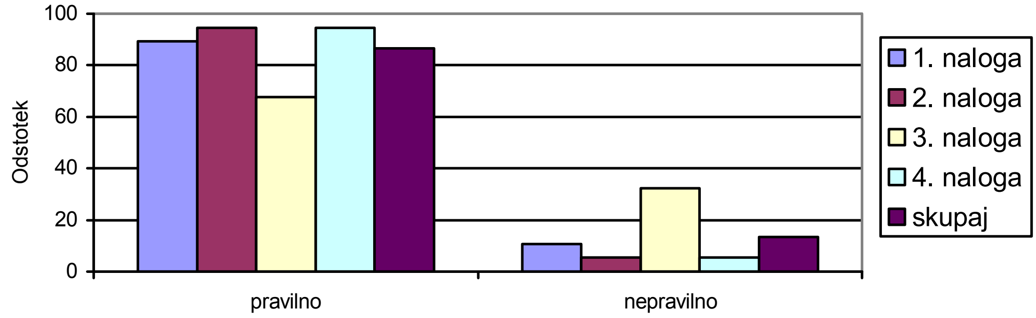
Za uvodno motivacijo je bila kratka zgodbica (glej prilogo 8), ki se je končala z matematičnim problemom in je hkrati pomenila uvod oz. pripravljanje na učno snov. Zgodbica je otroke zelo motivirala, saj so želeli pomagati dečku, da bi rešil svojo mamico. Na vprašanje, v katero vrečko naj sežejo, da bi izvlekli pravo kocko, je velika večina pravilno odgovorila.

Pri žrebanju kock, beleženju in branju rezultatov otroci niso imeli težav, saj vsebine iz obdelave podatkov najdemo že v učnem načrtu za prvi razred, v okviru katerih morajo prikazati in brati razne podatke s preglednico in stolpci (Učni načrt, 2005). Rezultati prvega izvlečenja so bili pričakovani, saj so vse skupine izvlekle več modrih kock. Tudi pri drugem izvlečenje je bil rezultat pričakovan, tako da je bilo iz rezultatov dobro razvidno, da naj deček vleče iz prve škatle, če želi izvleči modro kocko. Učence je bilo potrebno pogosto opozarjati na poštenost vlečenja kock in jih opazovati, ker so na vsak način želeli izvleči modro kocko ter na ta način pomagati dečku rešiti mamico. Učenci so rezultate znali prebrati ter jih primerjati s prvim izvlečenjem. Sami so na podlagi žrebanja prišli do potrditve njihove napovedi, da naj deček vleče iz prve škatle, da bi izvlekel modro kocko. Učiteljica je na tabli obkrožila pravilno rešitev (sliko prve škatle) ter na ta način nakazala način reševanja učnega lista ob zaključku ure.

Reševanje drugega primera je potekalo po učni pripravi. Učenci niso imeli težav z razumevanjem navodil, izvlečenjem, beleženjem ali pa branjem rezultatov.

Ob zaključku učne ure so morali učenci rešiti učni list (glej prilogo 6), s katerim smo preverili pridobljeno znanje. Pri reševanju učnega lista učenci niso imeli težav z razumevanjem navodil za reševanje, ki se je glasilo: *Če mislite, da je potrebno seči v prvo škatlo, da bi izvlekli črno kocko, obkrožite prvo škatlo. Če mislite, da je potrebno* *seči v drugo škatli, da bi izvlekli črno kocko, obkrožite drugo škatlo. Če mislite, da je vseeno, v katero škatlo sežete, da bi izvlekli črno kocko, potem obkrožite obe škatli.*

Rezultati reševanja so naslednji:



Graf 82: Uspešnost reševanja prvega učnega lista

Uspešnost reševanja prvega učnega lista prikazuje graf 82. Velika večina vključenih otrok (86,5%) je pravilno rešila vse naloge iz prvega učnega lista. Enako uspešni (94,6%) so bili pri reševanju druge in četrte naloge. Le malce slabše (89,3%) so se odrezali pri prvi nalogi. Največ težav jim je povzročala tretja naloge, saj so bile v obeh škatlah enake kocke, kar pomeni, da je bila verjetnost enaka. Kljub temu jih je pravilno odgovorilo 67,6%. Otroci večjih težav niso imeli, saj jih niti ni bilo pričakovati, ker je že bilo ugotovljeno, da otroci te starosti znajo primerjati verjetnosti, ko je število elementov v obeh škatlah enako. Ugotovljeno je bilo, da so otroci na podlagi le malo (ene učne ure) izkušenj bili uspešnejši kot pri predhodni raziskavi. Šesto a nalogo (preizkus znanja 1), ki je podobna nalogam iz prvega učnega lista, je pravilno rešilo 77% otrok, ki so se sistematično učili o enaki verjetnosti, medtem ko je povprečje uspešnosti prvega učnega lista 86,5%. Kljub temu pa razlika med reševanjem 6.a naloge iz preizkusa znanja 1 in prvim učnim listom, ki so ga otroci reševali po prvi učni uri, ni statistično pomembna.

Učna ura je trajala 40 minut in je potekala po zadani učni pripravi. Učenci so bili ves čas motivirani in delavni. Snov se jim je zdela zanimiva, mogoče zato, ker se razlikuje od drugih vsebin, ki jih obravnavajo pri pouku matematike.

Da je bil drugi cilj ure dosežen je bilo razvidno že med učno uro, saj učenci niso imeli težav pri žrebanju, beleženju in branju rezultatov. Dosego drugega cilja pa potrjujejo rezultati učnega lista, ki so prikazani v grafu 82.

6.4.5.2 DRUGA UČNA URA

Druga učna ura je bila osredotočena na enako verjetnost. Glavni cilj ure je bil, da na podlagi konkretnih izkušenj ugotovijo, kdaj je verjetnost dogodkov enaka. To se jih je skušalo naučiti z oblikovanim učnim pristopom.

V uvodu so učenci obnovili zgodbo prejšnje učne ure in učiteljica je zgodbo nadaljevala (glej prilogo 9). Tudi v tej zgodbi zaključek postavlja problem, v katero vrečko naj seže deček, da bi izvlekel modro kocko ter s tem rešil mamico. Večina učencev je mnenje, da je vseeno, v katero seže, saj so v vseh treh vrečkah enake kocke (ena modra in tri bele). To so dokazali z izvlečenjem kock. Pravilo rešitev učiteljica pokaže tako, da na tabli obkroži slike vseh treh vrečk. Tudi v tem primeru je učiteljica morala opozarjati in opazovati na poštenost izvlečenja.

Sledilo je zastavljanje novega problema izvlečenja, ki so ga skoraj vsi učenci narobe napovedali. Učiteljica je eno od treh vrečk stresla v eno darilno vrečko, ostali dve vrečki pa v drugo darilno vrečko. Po zastavljenem vprašanju, v katero naj deček seže, da bi izvlekel modro kocko, je večina vprašanih po pričakovanju odgovorila, naj seže v drugo, ker je v njej več modrih kock. Po delitvi oddelka v dve skupini, razdelitvi eni skupini prvo darilno vrečko, drugi skupini pa drugo, izvlečenju, beleženju rezultatov in poročanju so ugotovili, da je verjetnost enaka. Tudi tokrat je učiteljica na tabli obkrožila obe sliki. Učiteljica pove pravilo: Če imamo tri vrečke, v katerih so enake kocke, in eno vrečko stresemo v eno škatlo, ostali dve vrečki pa v drugo, je vseeno, iz katere škatle vlečemo. Učence opozori, da si ga morajo zapomniti. Učenci pri ponovitvi pravila niso imeli težav. Po enakem postopku so rešili še en primer in prišli do enakega rezultata. Ob zaključku ure je učiteljica še enkrat preverila pomnjenje pravila ter ugotovila, da so si ga učenci zapomnili.

Tudi ta učna ura je trajala 40 minut in je potekala po začrtani učni pripravi. Učenci so z zanimanjem sledili dogajanju. S konkretnimi izkušnjami so ugotovili, kdaj je verjetnost enaka, ter si zapomnili dano pravilo.

6.4.5.3 TRETJA UČNA URA

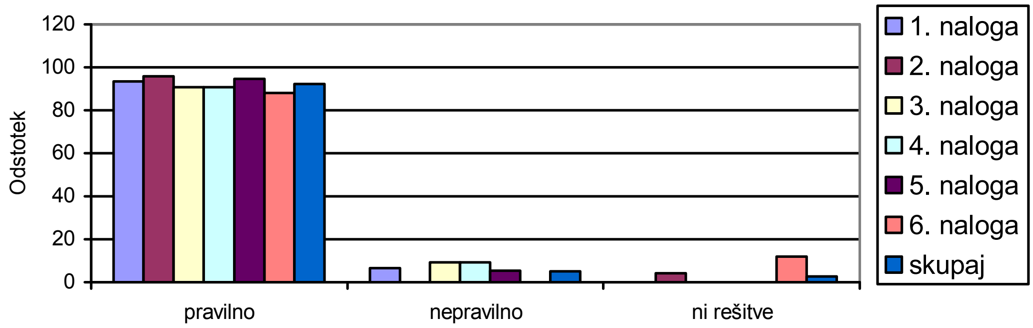
Učni načrt za matematiko v prvem razredu še ne vsebuje deljenja ali obravnave delov celote in s tem polovice (Učni načrt: Matematika, 2005), zato je bila ena šolska ura namenjena učenju pravičnega deljenja na polovico.

Učence je učiteljica povabila, naj s stoli naredijo krog in sedejo nanje. Učenci so sedeli na stolih in ne na blazinah, ker iz izkušenj vemo, da na tak način dlje ohranijo pozornost, lažje sedijo in s premikanjem ne motijo drugih.

Ura se je začela z matematičnim problemom, kako pravično razdeliti na dva dela, in sicer na dva modra in štiri rdeče žetone (glej prilogo 10). Deljenje predmetov na konkretnem nivoju ni predstavljalo težav. Nekaj več so jih imeli, ko so morali z obkrožanjem na listu pravično razdeliti naslikane predmete. Takrat so si vzeli nekaj več časa za premislek. Tudi pri deljenju predmetov četrte naloge (pravično je bilo treba razdeliti štiri rdeče in tri modre žetone) so poklicani učenci nekaj časa razmišljali, kaj naj naredijo, ko en predmet ostane. Skupaj smo ugotovili, da se v tem primeru predmetov ne da pravično razdeliti. Sliko teh predmetov smo prečrtali ter na ta način prikazali način reševanja učnega lista, načrtovanega za reševanje ob zaključku učne ure. Pri nadaljevanju pravičnega deljenja ni bilo težav.

V fazi ponavljanja so vsi učenci želeli ponoviti pravilo, ki so si ga morali pri prejšnji uri zapomniti in pri tem niso imeli težav. Učiteljica je na prvi list položila en moder in tri rdeče žetone, na drugi list pa dva modra in šest rdečih žetonov. Postavila je vprašanje, iz katere škatle naj vleče deček, če bi želel imeti moder žeton. Kljub poznavanju pravila je večina učencev menila, naj vleče iz druge, kjer je več modrih žetonov. Učiteljica je nato žetone iz prvega lista stresla v eno vrečko, eden izmed učencev pa je pravično razdelil žetone iz drugega lista v dve vrečki. Ko so si učenci ogledali tri vrečke in jih je učiteljica spomnila na pravilo, so ugotovili, da je vseeno, od kod bi potegnili žeton. Brez težav so na enak način rešili še en primer. Težava je ponovno nastala, ko so bile v prvi škatli ena modra in tri rdeče, v drugi pa ena modra in šest rdečih žetonov. Brez razmišljanja je nekaj učencev trdilo, naj sežejo v drugo škatlo. Šele ob izvlečenju (brez beleženja) so ugotovili, da je večja verjetnost, če bi vlekli iz prve škatle.

Za zaključek so morali rešiti učni list (glej prilogo 7) in z obkrožanjem pravično razdeliti bele in črne kroglice na dva dela. Učenci pri tem niso imeli večjih težav, kljub temu jim je pomagala učiteljica pa tudi učenci so si med seboj pomagali. Zanimivo je, da so imeli največ težav s pravično delitvijo štirih črnih kroglic. Vzrok je bil verjetno v tem, da takšne naloge niso rešili skupaj z učiteljico.



Graf 83: Uspešnost reševanja drugega učnega lista

Že ob hitrem pogledu na graf 83 se vidi, da so bili učenci zelo uspešni, saj je pravilnost nalog med 88 in 95%. Po rezultatu nobena od nalog ni izstopala, vendar je bilo pri reševanju opazno, da so imeli učenci težave pri četrti nalogi, kjer so bile štiri črne kroglice in nobene bele. Naloga sama ni težka, kot že rečeno, so težave nastale verjetno zato, ker tekom učne ure ni bilo takšnega primera, vendar jim je bilo po ob kratkem pogovoru s posameznimi učenci ter po pogovoru med učenci med jasno, kako se pravično razdeli štiri črne kroglice na dva enaka dela. Med spoloma ni statistično pomembne razlike.

Po zaključku 40-ih minut so torej skoraj vsi učenci (nekateri s pomočjo učiteljice ali sošolcev) pravilno rešili učni list ter dokazali, da znajo pravično deliti. Učenci so bili pri delu motivirani, vendar je bila motiviranost v primerjavi s prejšnjima urama nekoliko nižja, saj so pri prejšnjih dveh urah zelo uživali.

6.4.5.4 ČETRTA UČNA URA

Namen četrte učne ure je usvojiti začetni cilj, ki se glasi, naj učenci pravilno rešijo naloge, kjer je verjetnost enaka. Ta ura je osredotočena na spoznavanju tehnike reševanja nalog, kjer je verjetnost enaka, ter na preverjanje usvojenega znanja.

Učna ura je brez težav potekala po načrtovani učni uri (glej prilogo 11). Zaradi lažjega poteka ure in boljše izrabe časa so se učenci posedli v polkrog pred tablo.

Učiteljica pokaže vrečki in pritrdi na tablo sliki, kjer sta v prvi vrečki dve rdeči in tri bele kocke, v drugi vrečki pa štiri rdeče in šest belih kock. Približno polovica učencev je pravilno napovedala, da je vseeno, iz katere vrečke naj vlečemo, da bi izvlekli rdečo kocko. Učenci so pošteno vlekli, hkrati pa navijali in se razveselili vsake rdeče izvlečene kocke. Vsak je moral iz vsake vrečke izvleči dve kocki, da je bila razvidna ustrezna rešitev. Na tabli je učiteljica obkrožila sliki obeh vrečk ter ponovno nakazala način reševanja učnega lista. Med drugim so učenci znali razložiti, zakaj je vseeno, iz katere vrečke se vleče (kocke lahko pravično razdelimo v tri enake vrečke). To so naredili tudi na konkretnem (delitev kock na tri enake dele) in slikovnem nivoju (z obkrožanjem kock na slikah).

Na enak način so rešili drugi in tretji primer. Pri tem učiteljica poda navodilo, ki ga bodo morali upoštevati pri reševanju učnega lista. *Navodilo se glasi: Najprej obkroži vse kroglice iz škatle, kjer jih je manj, potem pa s pravičnim obkrožanjem razdeli kroglice iz škatle, kjer jih je več. Če ugotoviš, da so povsod obkrožene enake kroglice, je verjetnost enaka in takrat obkrožiš sliki obeh škatel.*

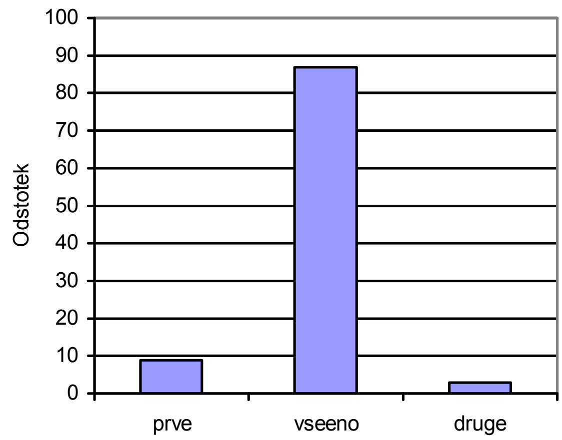
Tako kot zgornje naloge so začeli reševati tudi četrti in peti primer (glej prilogo 11), vendar so pri pravičnem deljenju ugotovili, da se kroglic (kjer jih je več) ne da pravično razdeliti, ali pa kroglice, ki so obkrožene, niso številčno in barvno enake neobkroženim kroglicam, zato je učiteljica dopolnila zgoraj napisano pravilo: *Ko se ne da pravično razdeliti ali pa kroglice, ki so obkrožene, niso enake, dobro poglej obe škatli in premisli, v katero škatlo bi segel.*

Učenci, ki so hodili k tabli, so razumeli navodila in jih upoštevali. Nekaj jih je imelo težave, ko je bilo potrebno z obkrožanjem pravično razdeliti večje število kroglic.

Nekateri niso vedeli, kaj naj naredijo, ko so ugotovili, da se kroglic ne da pravično razdeliti.

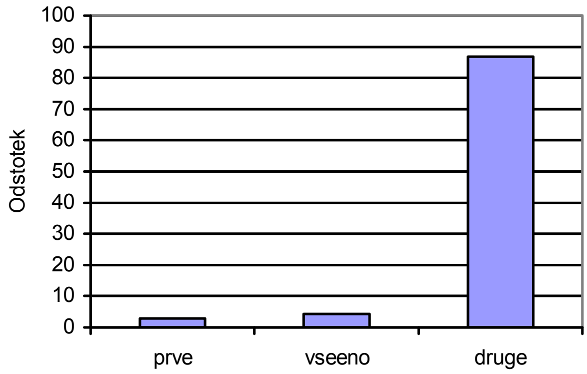
Po rešeni deveti nalogi so se učenci posedli za svoje mize, učiteljica jim je ponovno podala navodilo in sledilo je reševanje preizkusa znanja 2 (glej prilogo 2). Brez večjih težav so učenci po navodilu obkrožali kroglice, potem pa niso obkrožili škatel, zato je morala nekatere učence na to opozoriti učiteljica.

Učenci so po štirih urah matematike, v okviru katerih so spoznavali vsebine iz verjetnosti, reševali preizkus znanja 2 (glej prilogo 2). Navodilo za reševanje vseh štirih nalog je enako, kot je bilo navodilo za reševanje primerov, ki so jih reševali tekom učne ure. Rezultati reševanja tega učnega lista so prikazani v naslednjih grafih.



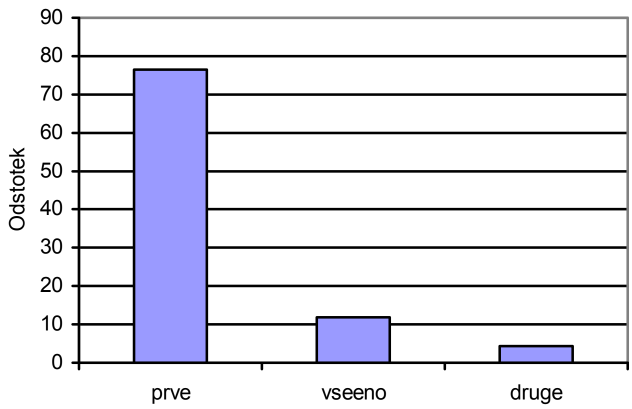
Graf 84: Rezultati reševanja 1. naloge

V prvi škatli sta bili narisani dve beli in dve črni kroglici, v drugi škatli pa ena črna in ena bela. **Vseeno** je torej, iz katere škatle naj deček vleče, da bi potegnil črno kroglico. Kolikšen odstotek otrok je nalogo rešilo pravilno, je razvidno iz grafa 84. Velika večina otrok (86,8%) je nalogo pravilno rešila, saj so obkrožili obe škatli (pred sistematičnim učenjem enake verjetnosti jih je nalogo pravilno rešilo 14,9%). Le 8,8% otrok se je odločilo za prvo škatlo in le 2,9% za drugo. Po pričakovanju se jih je več odločilo za prvo kot za drugo, saj je kroglic v prvi škatli več in so upoštevali to, da je v njej več črnih kroglic, ne pa tudi razmerja belih kroglic.



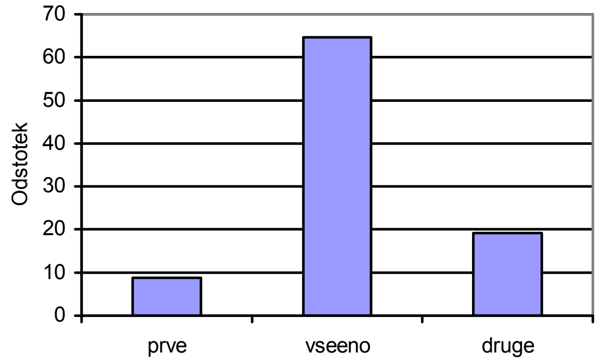
Graf 85: Rezultati reševanja 2. naloge

Iz grafa 85 se vidi, da je enak odstotek (86,8%) otrok pravilno rešil tudi drugo nalogo, kjer je bila pravilna rešitev **druga** škatla, v kateri sta bila dve črni kroglici in štiri bele, v prvi škatli pa se bile le štiri bele kroglice. Za prvo škatlo se je odločilo 2,9% otrok, da je vseeno, pa 4,4% otrok. Na tem mestu je potrebno omeniti podatek, da je pri prvi raziskavi kar 39,2% otrok teh štirih razredov menilo, da lahko iz vrečke, kjer je en čokoladen in 21 sadnih bonbonov, izvlečejo mlečni bonbon (4.b naloga). Znanje otrok se je tudi s tega stališča izboljšalo.



Graf 86: Rezultati reševanja 3. naloge

Prva škatla tretje naloge je vsebovala eno črno in dve beli kroglici, medtem ko je druga škatla vsebovala eno črno in šest belih kroglic. Pravilna rešitev je **prva** škatla, za katero se je odločilo 76,5% sodelujočih otrok, kar je med drugim razvidno iz grafa 86. Dobra desetina otrok (11,8%) je trdila, da je vseeno, iz katere škatle vleče. Najmanj (4,4%) je bilo tistih, ki so prepričani, da naj bi deček vlekel iz druge škatle.



Graf 87: Rezultati reševanja 4. naloge

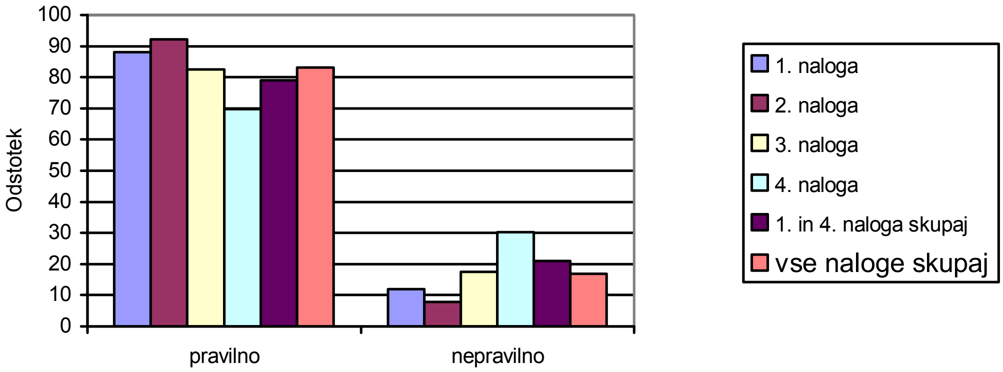
Pravilna rešitev zadnje naloge je bila, da je **vseeno**, iz katere škatle vleče, saj je bila v prvi škatli ena črna in dve beli kroglici, medtem ko sta bili v drugi škatli dve črni in štiri bele kroglice. Uspešnost reševanja 4. naloge je predstavljena v grafu 87. Ponovno je največ učencev (64,7%) pravilno rešilo to nalogo (pred sistematičnim učenjem 14,9%). Skoraj 20% jih je obkrožilo drugo škatlo, še manj (8,8%) pa prvo. Ponovno se jih je več (od tistih, ki so nalogo rešili napačno) odločilo za škatlo, kjer je bilo več črnih kroglic. Rezultati četrte naloge so v primerjavi s prvo, kjer je bila verjetnost izvlečenja črne kroglice ravno tako enaka, nekoliko slabši, saj je prvo nalogo pravilno rešilo 86,8% otrok. Razlog za to bi lahko bilo večje število elementov ter njihova postavitev na sliki. Pri prvi nalogi so bile kroglice postavljene tako, da je bilo že iz slike hitro razvidno, kako se pravično razdeli kroglice. V drugi škatli četrte naloge pa so bile kroglice bolj 'razmetane', zato so imeli učenci težave s pravično razdelitvijo kroglic.

Učna ura je trajala 40 minut. Učenci so se veselili napovedanega preverjanja znanja. Zelo so si želeli pokazati pridobljeno znanje. Kar nekaj učencev je izrazilo to željo že drugo učno uro, saj se jim je zdelo, da že vse znajo in razumejo.

6.4.6 INTERPRETACIJA

Skoraj polovica učiteljev (48%), ki poučujejo prvi razred je mnenja, da so otroci šele pri starosti osmih let sposobni napovedati razne dogodke. Ugotovili smo, da so le-tega sposobni že mlajši otroci. Poleg tega se ena tretjina učiteljev prvega razreda popolnoma strinja, da so vsebine iz verjetnosti prezahtevne za njihove učence, 26% se jih s tem strinja, vendar pa skoraj vsi menijo, da te vsebine spadajo v prvo triletje.

Iz prve raziskave je ugotovljeno, da prvošolci res niso sposobni pravilno napovedati dogodkov, kjer je verjetnost enaka, vendar se je ugotovilo, da so tega sposobni le po štirih učnih urah učenja teh vsebin. Na to kaže spodnji graf.



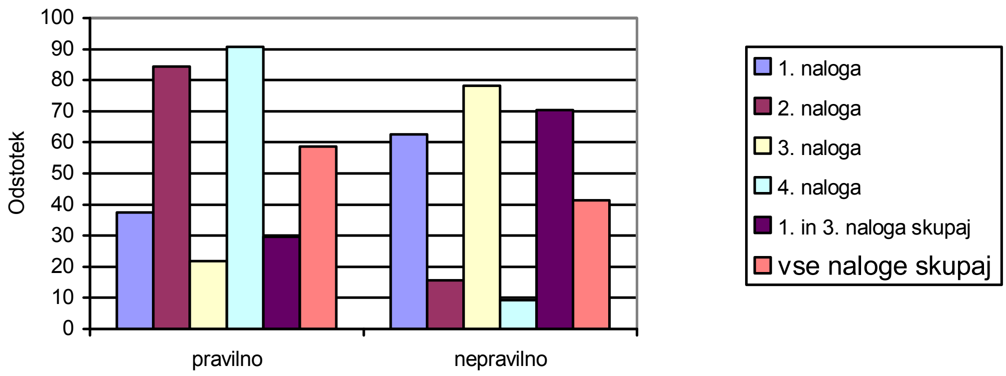
Graf 88: Uspešnost reševanja preizkusa znanja 2

Ob ponovnem pregledu odstotkov pravilno rešenih nalog smo ugotovili, da so učenci, ki so sodelovali v raziskavi, dosegli cilj ter se naučili pravilno napovedovati dogodke, kjer je verjetnost enaka. Iz grafa 88 se da razbrati, da je skoraj 80% otrok pravilno rešila prvo in četrto nalogo, kjer je bila verjetnost enaka, celoten preizkus znanja 2 pa je pravilno rešilo 83,2% sodelujočih učencev.

Če primerjamo rezultata 1. naloge preizkusa znanja 2 ter 6.a nalogo s preizkusa znanja 1, je razlika očitna in statistično pomembna (χ^2=75,358, p<0,01), saj je pri prvem merjenju le 14,9% otrok, ki so sodelovali tudi v nadaljnji raziskavi, pravilno rešilo nalogo, kjer je bila verjetnost enaka. Tudi ob primerjavi 4. naloge preizkusa znanja 2 in 6.b naloge iz preizkusa znanja 1 je razlika statistično pomembna (χ^2=42,802, p<0,01). V obeh primerih gre za statistično pomembnost v korist preizkusa znanja 2, kar pomeni, da so bili učenci po štirih učnih urah sistematičnega učenja enake verjetnosti uspešnejši kot pri reševanju preizkusu znanja 1 (pred sistematičnim učenjem enake verjetnosti). Ugotovili smo tudi, da med spoloma ni statistično pomembnih razlik.

Iz predstavljenih rezultatov lahko sklepamo, da je bila oblikovana metoda uspešna. Bila je posebej oblikovana za to starostno skupino, upoštevala je predznanje in sposobnosti učencev, jih motivirala za delo in bila je tudi časovno prilagojena. Dokazali smo torej, da je mogoče tudi mlajše otroke naučiti določene vsebine iz verjetnosti. Torej je tudi mlajšim otrokom smiselno ponuditi ustrezne izkušnje, izbrati primerno motivacijo in dejavnosti prilagoditi njihovim sposobnostim. Na ta način bi si pridobili znanje in ustrezne izkušnje, ki imajo številne pozitivne učinke in bi jim pomagale v nadaljnjem izobraževanju.

Zanimalo nas je tudi, ali se znanje, ki so ga učenci usvojili v teh štirih učnih urah, ohrani. Zaradi tega smo dali 32 učencem, ki so se učili o enaki verjetnosti, čez pol leta reševati preizkusa znanja 3 (glej prilogo 3).



Graf 89: Uspešnost reševanja preizkusa znanja 3

Iz grafa 89 je mogoče razbrati, da je najnižji odstotek pravilno rešenih nalog, kjer je bila verjetnost enaka (1. in 3. naloga). Prvo nalogo je pravilno rešilo 37,5% otrok, tretjo pa 21,9%. Skupaj je prvo in tretjo nalogo pravilno rešilo 29,7% otrok, kar pomeni, da večina otrok znanja ni ohranila, kljub temu pa je znanje boljše, kot je bilo pri preizkusu znanja 1, kjer je nalogo pravilno rešilo le 16,6% otrok, ki je v nadaljevanju sodelovalo v raziskavi. Na tem mestu je potrebno povedati, da se tem otrokom v teh šestih mesecih v šoli vsebine iz verjetnosti niso niti omenile, kaj šele, da bi se z vsebinami iz verjetnosti kaj ukvarjali. Če bi se v šoli tem vsebinah namenilo več časa, temu zagotovo ne bi bilo tako.

6.5 POVZETEK UGOTOVITEV

Glede prvega sklopa vprašanj lahko rečemo, da imajo učitelji in vzgojitelji pozitiven odnos do izbranih vsebin iz verjetnosti. Pri nekaterih trditvah se odgovori razlikujejo glede na poklic, ki ga anketiranci opravljajo, delovno dobo, njihovo starost, izobrazbo in starost otrok, s katerimi delajo. Med drugim smo ugotovili, da vse naloge iz preizkusa znanja 1 preverjajo navedena cilja, da je največ anketiranih mnenja, da so otroci pri starosti sedmih let sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter da največ vprašanih meni, da so otroci pri starosti osmih let sposobni primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov.

O uspešnosti reševanja nalog iz verjetnosti, ki se navezujejo na gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter primerjavo različnih verjetnosti na grafičnem nivoju, lahko povzamemo, da je večino nalog več kot polovica sodelujočih otrok pravilno rešila. Otroci so bili nekoliko uspešnejši pri razlikovanju gotovih, mogočih in nemogočih dogodkov kot pri primerjavi različnih verjetnosti. Največ težav jim je prestavljala naloga, kjer je bila verjetnost enaka. Opazne so razlike v uspešnosti reševanja med različnimi starostnimi skupinami, ki pa se s starostjo manjšajo, ter v manjši meri tudi med spoloma.

Tretji sklop vprašanj se je nanašal na učinkovitost učnega pristopa. Potrdimo lahko, da je oblikovani učni pristop učinkovit z vidika doseganja zastavljenih učnih ciljev. Žal pa se usvojeno znanje ne ohrani. Ugotovili smo tudi, da pri uspešnosti reševanja preizkusa znanja 2 ne obstaja razlika med spoloma.

7 ZAKLJUČEK

Verjetnost je stara matematična disciplina, za katero so značilni trije osnovni pojmi, in sicer poskus, dogodek in verjetnost dogodka. Statistična definicija verjetnosti se razlikuje od klasične definicije verjetnosti, saj se statistična definicija nanaša na konkretne ponovitve, medtem ko se klasična definicija nanaša na teorijo.

Vsebine iz verjetnosti v prvem triletju osnovne šole v učni načrt niso formalno in ekspilcitno vključene, kljub temu pa so prisotne v nekaterih potrjenih učbeniških kompletih. Razlogi za vpeljavo teh vsebin v učne načrte so številni, med drugim naj bi si učenci pridobili izkušnje tudi z dogodki, ki niso le gotovi ali nemogoči, temveč so bolj ali manj verjetni. V vsakdanjem življenju so takšni dogodki najpogostejši, zato je smiselno, da se otroci s takšnimi dogodki srečajo tudi pri pouku matematike, saj bodo na ta način lažje sprejeli negotovost in se z njo spopadali iz dneva v dan.

Učenje verjetnosti naj bi poteklo najprej na konkretnem nivoju. Na osnovi izkušenj morajo otroci sprejeti negotove dogodke, čemur sledi predvidevanje in primerjava. Prek statistične definicije verjetnosti ter kombinatoričnih situacij naj bi v višjih razredih osnovne šole oz. v srednji šoli prišli do klasične definicije verjetnosti.

Kdaj naj bi se pričelo poučevanje verjetnosti, je odvisno predvsem od tega, pri kateri starosti so otroci pravzaprav sposobni za razumevanje takšnih vsebin. Po svetu je bilo opravljenih kar nekaj raziskav, ki pa niso pokazale enakih rezultatov, saj so bile opravljene z različnimi metodami, pod različnimi pogoji, z različno starimi otroki ter z različno zahtevnostjo. Te raziskave so bile narejene predvsem na osnovi konkretnega materiala. Zato smo opravili raziskavo, ki je pokazala sposobnosti učencev za reševanje nalog iz verjetnosti na osnovi slik ter napisanih oz. prebranih nalog, brez konkretnih materialov. Še prej smo učitelje vprašali, ali naloge iz preizkusa znanja 1 preverjajo cilja iz verjetnosti. Le-ti so potrdili, da zastavljene naloge resnično preverjajo vsebine iz verjetnosti. Poleg tega so učitelji in vzgojitelji podali napačno oceno, kdaj so otroci sposobni pravilni reševati naloge, ki preverjajo zapisana cilja. Vprašani so, kot se je kasneje izkazalo, podcenili otrokove sposobnosti.

Iz ankete je razviden pozitiven odnos učiteljev in vzgojiteljev do vsebin iz verjetnosti, saj so mnenja, da spadajo v prvo triletje. Takrat naj bi se postavile osnove za kasnejšo nadgradnjo. Zdijo se jim življenjske in koristne. V nekaterih pogledih je prišlo do razhajanja mnenj med učitelji in vzgojitelji, različno starimi, izkušenejšimi ter med različno izobraženimi anketiranci. Opazili smo različne odgovore sodelujočih tudi glede na starost otrok, s katerimi delajo.

Na podlagi reševanja preizkusa znanja 1 smo ugotovili, da so učenci vseh treh razredov sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov, medtem ko je tega sposobna le polovica 4−5 let starih otrok. Pri najmlajših so opazne težave pri razlikovanju gotovih dogodkov. Največja razlika je med otroki, ki bodo prihodnje leto sedli v šolske klopi, in prvošolci, najmanjša pa med učenci drugega in tretjega razreda, kar pomeni, da se razlike v sposobnostih za reševanje nalog iz verjetnosti z leti manjšajo. Spol le v manjši meri vpliva na reševanje nalog iz verjetnosti.

Z opravljeno raziskavo smo med drugim ugotovili, da imajo otroci največ težav pri napovedovanju dogodkov, ko je vseeno, iz katere vlečejo škatle (ko je verjetnost enaka). Vendar pa se je ugotovilo, da je učence prvega razreda v štirih šolskih urah matematike z ustreznim učnim pristopom tudi to možno naučiti. Le-ta je bil primeren otrokovi razvojni stopnji in je temeljil na konkretnem delu. Otroci so bili pri delu zelo motivirani. Uspešnost reševanja takšnih nalog med drugim dokazuje, da so vsebine iz verjetnosti primerne za otroke prvega triletja.

Poudariti je potrebno, da se rezultatov mlajših in starejših starostnih skupin ne da neposredno primerjati, saj smo zaradi neznanja branja in pisanja najmlajših ter morebitnega nepoznavanja števil in barv oblikovali dve različici preizkusa znanja 1. Tekom raziskave ni bilo večjih težav. Delo pa je bilo dolgotrajno, saj je bilo treba 4-5 let stare otroke ter učence prvega razreda vsakega posebej spraševati, kar je vzelo veliko časa.

Informacije, ki smo jih z raziskavo pridobili, so za učitelje in vzgojitelje pokazatelj, kakšne so sposobnosti otrok pri posamezni starosti za reševanje nalog iz verjetnosti, kaj jim povzroča težave ter podlaga za načrtovanje učenja vsebin iz verjetnosti.

Učinkovitost učnega pristopa je pokazala, da je mogoče že v prvem razredu poučevati težje vsebin iz verjetnosti, seveda pa je za to potreben ustrezen pristop, ki temelji predvsem na konkretnih izkušnjah. Med drugim je potrebno izkoristiti motiviranost ter samo igro mlajših otrok, saj pogosto sami sežejo po igrah s kockami in kartami, kar jim omogoča prvi stik z verjetnostjo. Učitelji bi morali omogočiti otrokom čim več različnih izkušenj z verjetnostjo, predvsem preko igre, saj je to tudi učenje.

8 LITERATURA

- Bočkor Starc B. idr. (2001a): *Druga čarovniška matematika. Delovni zvezek za matematiko v 2. razredu devetletne osnovne šole, 1., 2. in 3. del*. Ljubljana. DZS.
- Bočkor Starc B. idr. (2001b): *Prva čarovniška matematika. Delovni zvezek za matematiko v 1. razredu devetletne osnovne šole, 1. in 2. del.* Ljubljana. DZS.
- Bočkor Starc B. idr. (2001c): *Tretja čarovniška matematika. Delovni zvezek za matematiko v 3. razredu devetletne osnovne šole, 1., 2. in 3. del*. Ljubljana. DZS.
- Chapnam, R. (1975): The development of childern's understanding of proportions. *Child development*, št. 46, str. 141–148.
- Cotič, M. (1999): *Obdelava podatkov pri pouku matematike 1-5. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Ljubljana. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Cotič, M. idr. (2004): *Svet matematičnih čudes 3. Delovni zvezek za matematiko v 3. razredu, 2. zvezek*. Ljubljana. DZS.
- Cotič, M. idr. (2002a): *Igraje in zares v svet matematičnih čudes. Kako poučevati matematiko v 2. razredu devetletne osnovne šole*. Ljubljana. DZS.
- Cotič, M. idr. (2002b): *Svet matematičnih čudes 2. Delovni zvezek za matematiko v 2. razredu, 1., 2., in 3. zvezek*. Ljubljana. DZS.
- Cotič, M., Felda, D. (2001): *Svet matematičnih čudes 3. Kako poučevati matematiko v 3. razredu devetletne osnovne šole, 1.del*. Ljubljana. DZS.
- Cotič, M., Hodnik, T. (1995): Delovni zvezek in metodični priročnik Igrajmo se matematiko (Prvo srečanje z verjetnostnim računom in statistiko) na prvi preizkušnji. *Matematika v šoli*, 3, št. 2, str. 65–78.
- Čibej, J. A. (1996): *Matematika. Kombinatorika, verjetnostni račun, statistika*. Ljubljana. DZS.
- Davies, C. M. (1965): Development of the probability concept in children. *Child development*, št. 36, str. 779–788.
- Falk, Ru., Falk, Ra., Levin, I. (1980): A potential for learning probability in young children. *Educational studies in mathematics*, št. 11, str. 181–204.
- Fischbein, E. (1987): *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. Holland. D. Reidel Publisching Company.

- Fischbein, E., Grossman, A. (1997): Schemata and ituitions in combinatorial reasoning. *Educational studies in mathematisc*, št. 34, str. 27–47.
- Fischbein, E., Gazit, A. (1984): Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational studies in mathematics*, št. 1, str. 1–24.
- Fischbein, E., Pampu, I., Manzat, I. (1970): Comparison of ratios and the chance concept in children. *Child development*, št. 41, str. 377−389.
- Ginsburg, H., Rapoport, A. (1966): Children's estimates of proportons. *Child development*, 37, str. 205–212.
- Goldberg, S. (1966). Probability judgements by preschool children: Task conditions and preformence. *Child development*, št. 37, str. 157−167.
- Hernja, S., Lovše, L. (2005): *Matematika 1. Delovni zvezek za matematiko v 1. razredu devetletne osnovne šole*. Ljubljana. Mladinska knjiga.
- Hodnik Čadež, T. (2004): Vloga konstruktivizma pri oblikovanju matematičnih pojmov na razredni stopnji. V: Marentič Požarnik, B. (ur.). *Konstruktivizem v šoli in izobraževanju učiteljev*. Ljubljana. Center za pedagoško izobraževanje Filozofske fakultete, str. 321–336.
- Hoemann, H. W., Ross, B. M. (1971): Children's understanding of probability concepts. *Child development*, št. 42, str. 221−236.
- Japelj Pavešić, B. (ur.), Svetlik, K. (ur.). (2005): *Izhodišča raziskave TIMSS 2007*. Ljubljana. Pedagoški inštitut.
- Kokol-Voljč, V. (1996): Razvoj matematičnih pojmov kot kognitivne procesne sheme. V: Kmetič, S. (ur.). *Prispevki k poučevanju matematike. The improvement of mathematisc education in secondary schools: A tempus project*. Maribor. Založba Rotis, str. 213–218.
- Krese, M., Ružič, N. (2003): *Svet matematike 1. Učbenik za matematiko z elementi delovnega zvezka v 1. razredu devetletne osnovne šole*. Ljubljana. Jutro.
- *Kurikulum za vrtce.* (1999): Ljubljana. Ministrstvo za šolstvi in šport, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Manfreda Kolar, V., Urbančič Jelovšek, M. (2006): *Matematika 2. Delovni zvezek za matematiko v drugem razredu osnovne šole*. Ljubljana. Mladinska knjiga.
- Marentič Požarnik, B. (2000): *Psihologija učenja in pouka*. Ljubljana. DZS.
- Mulec, I. idr. (2002): *Dva krat tri, znamo vsi. Matematika za 3. razred devetletne osnovne šole. Priročnik za učitelje*. Ljubljana. Modrijan.

- Mulec, I. idr. (2000): *Do sto zanimivo bo. Matematika za 2. razred devetletne osnovne šole. Priročnik za učitelje*. Ljubljana. Modrijan.
- Mulec, I. idr. (1999): *En dva tri, odkrij jo ti. Matematika za 1. razred devetletne osnovne šole. Priročnik za učitelje*. Ljubljana. Modrijan.
- *Osnovna šola. Katalog učbenikov za šolsko leto 2006/2007*. (2006): Ljubljana. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Osterman, S. (2005a): *Računanje je igra 1. Zbirka nalog za 1. razred devetletne osnovne šole*. Jesenice. Antus.
- Osterman, S. (2005b): *Računanje je igra 2. Zbirka nalog za 2. razred devetletne osnovne šole*. Jesenice. Antus.
- Osterman, S. (2005c): *Računanje je igra 3. Zbirka nalog za 3. razred devetletne osnovne šole, 1. in 2. del*. Jesenice. Antus.
- Plut Pregelj, L. (2000): Analitično-logično in pripovedno mišljenje: nujni sestavini izobraževalno vzgojne dejavnosti (Pomen znanstvenega dela Jeroma S. Brunerja za teorijo in prakso učenja in poučevanja). *Sodobna pedagogika*, 51, št. 2, str. 138–156.
- Rajšp, M., Šafarič, J. (2002): *Tretji koraki v matematiko. Priročnik za matematiko v 3. razredu devetletne osnovne šole*. Ljubljana. Rokus.
- Rajšp, M., Šafarič, J. (2000): *Drugi koraki v matematiko. Priročnik za matematiko v 2. razredu devetletne osnovne šole*. Ljubljana. Rokus.
- Rajšp, M., Šafarič, J. (1999): *Prvi koraki v matematiko. Priročnik za matematiko v 1. razredu devetletne osnovne šole*. Ljubljana. Rokus.
- Rinkens, H., Konisch, K. (2000): *Svet števil 2. Priročnik za učitelje*. Ljubljana. Tuma.
- Rinkens, H., Konisch, K. (1999): *Svet števil 1. Priročnik za učitelje*. Ljubljana. Tuma.
- Ružič, N., Krese, M. (2004): *Svet matematike 2. Delovni zvezek za matematiko v 2. razredu devetletne osnovne šole*. Ljubljana. Jutro.
- *Učni načrt. Program osnovnošolskega izobraževanja. Matematika*. (2005): Ljubljana. Ministrstvo za šolstvi in šport, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Van Dooren, M. idr. (2004): The predictive power of intuitive rules: A critical analysis of the impact of 'more A – more B' and 'same A – same B. *Educational studies in mathematics*, 56, str. 179–207.

- Tirosh, D., Stavy, R. (1999): Intuitive rules: A way to explatin and predict students' reasoning. *Educational studies in mathematics*, 38, str. 51–66.
- Yost, P. A., Siegel, A. E., Andrews, J. M. (1962): Nonverbal probability judgmenents by young children. *Child development*, št. 33, str. 769–780.

9 PRILOGE

Priloga 1: Preizkus znanja 1

Priloga 2: Preizkus znanja 2

Priloga 3: Preizkus znanja 3

Priloga 4: Anketni vprašalnik za učitelje in vzgojitelje

Priloga 5: Preizkus znanja 1 za 4-5 let stare otroke in prvi razred

Priloga 6: Prvi učni list

Priloga 7: Drugi učni list

Priloga 8: Priprava za prvo učno uro

Priloga 9: Priprava za drugo učno uro

Priloga 10: Priprava za tretjo učno uro

Priloga 11: Priprava za četrto učno uro

Priloga 1: Preizkus znanja 1

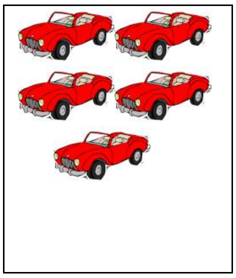
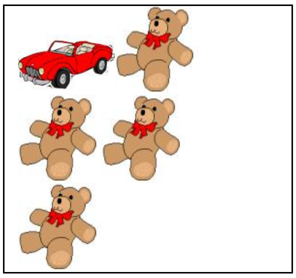
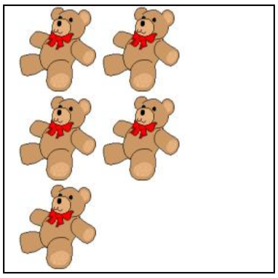
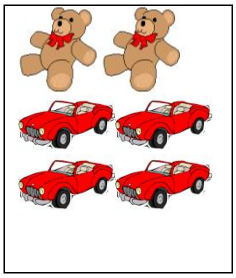
OBKROŽI. **2. RAZRED 3. RAZRED**

SEM DEČEK SEM DEKLICA

VERJETNOST

1. V ŠKATLAH SO MEDVEDKI IN AVTOMOBILČKI. PREDSTAVLJAJ SI, DA ZAMIŽIŠ IN IZ VSAKE ŠKATLE IZVLEČEŠ ENO IGRAČO.

a) ALI BI LAHKO IZVLEKEL AVTOMOBILČEK? OBKROŽI PRAVILEN ODGOVOR.

ZAGOTOVO	**ZAGOTOVO**	**ZAGOTOVO**	**ZAGOTOVO**
MOGOČE	**MOGOČE**	**MOGOČE**	**MOGOČE**
NEMOGOČE	**NEMOGOČE**	**NEMOGOČE**	**NEMOGOČE**

b) V KATERO ŠKATLO BI SEGEL, V DRUGO ALI V ČETRTO, DA BI BOLJ VERJETNO IZVLEKEL AVTOMOBILČEK?

DRUGO ČETRTO

2. DOMEN MEČE IGRALNO KOCKO, NA KATERI SO ZAPISANA ŠTEVILA OD 1 DO 6. OB VSAKI POVEDI OBKROŽI USTREZNO BESEDO.

a) NA KOCKI BO PADLO ŠTEVILO 6.	ZAGOTOVO	MOGOČE	NEMOGOČE
b) NA KOCKI BO PADLO ŠTEVILO, KI JE MANJŠE OD 7.	ZAGOTOVO	MOGOČE	NEMOGOČE
c) NA KOCKI BO PADLO ŠTEVILO 7.	ZAGOTOVO	MOGOČE	NEMOGOČE
d) NA KOCKI BO PADLO ŠTEVILO, KI JE VEČJE OD 7.	ZAGOTOVO	MOGOČE	NEMOGOČE
e) NA KOCKI BO PADLO ŠTEVILO 3.	ZAGOTOVO	MOGOČE	NEMOGOČE

Priloga 1: Preizkus znanja 1

3. MOJCA IMA V TORBI ŠEST BARVNIH RUTK. OD TEH STA DVE RUMENI, DVE MODRI, ENA BELA IN ENA ZELENA RUTKA. IZ TORBE JE VZELA RUTKO, NE DA BI POGLEDALA, KATERE BARVE JE.

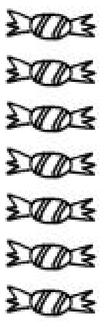
KAJ LAHKO TI POVEŠ O RUTKI, KI JO JE MOJCA IZVLEKLA?

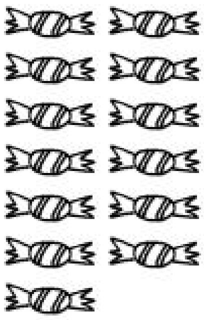
NADALJUJ POVEDI:

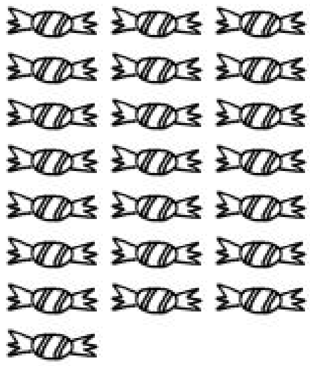
a) MOGOČE JE IZVLEKLA ____

b) NEMOGOČE JE, DA JE IZVLEKLA ___________________________________

4. GREGOR IMA TRI VREČKE Z BONBONI. V VSAKI JE PO EN ČOKOLADNI BONBON, OSTALI BONBONI SO SADNI. NE DA BI GLEDAL, POSKUŠA IZ VREČKE POTEGNITI ČOKOLADNI BONBON. OBKROŽI PRAVILEN ODGOVOR.







PRVA VREČKA DRUGA VREČKA TRETJA VREČKA

a) ALI LAHKO ŽE V PRVEM POSKUSI IZVLEČE IZ KATEREKOLI VREČKE ČOKOLADNI BONBON?

DA **NE**

b) ALI JE MOGOČE, DA IZ TRETJE VREČKE IZVLEČE MLEČNI BONBON?

DA **NE**

c) ALI JE BOLJ VERJETNO, DA IZ DRUGE VREČKE IZVLEČE ČOKOLADNI ALI SADNI BONBON?

ČOKOLADNI **SADNI**

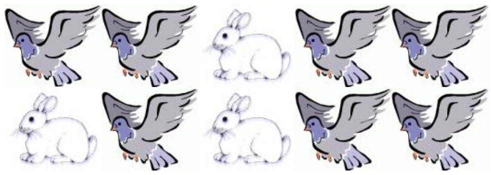
d) V KATERO VREČKO BO SEGEL, DA BO NAJVERJETNEJE IZVLEKEL ČOKOLADNI BONBON?

PRVO **DRUGO** **TRETJO**

e) V KATERO VREČKO BO SEGEL, DA BO NAJVERJETNEJE IZVLEKEL SADNI BONBON?

PRVO **DRUGO** **TRETJO**

5. ČAROVNIK JE DAL V SVOJ KLOBUK 10 ZAJČKOV IN JIH ZAČARAL TAKO, DA JIH JE SPREMENIL V GOLOBE. SEDEM ZAJČKOV SE JE SPREMENILO V GOLOBE, TRIJE ZAJČKI PA SO OSTALI ZAJČKI.



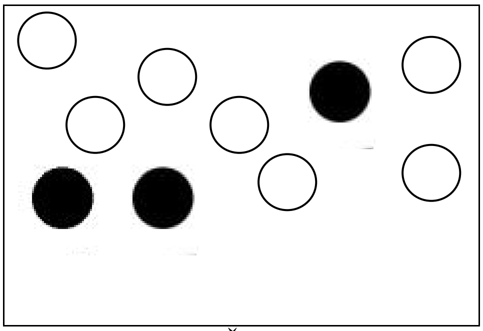
JAKA JE NA SLEPO IZVLEKEL ENO ŽIVAL.

DOKONČAJ POVEDI.

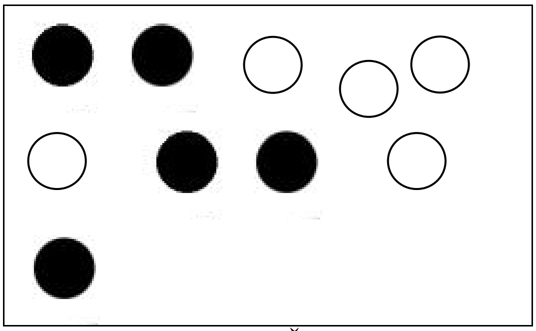
a) NAJBOLJ VERJETNO JE, DA BO JAKA IZVLEKEL _______________________.

b) NAJMANJ VERJETNO JE, DA BO JAKA IZVLEKEL ______________________.

6. a) V PRVI ŠKATLI JE 7 BELIH IN 3 ČRNE KROGLICE, V DRUGI ŠKATLI PA 5 BELIH IN 5 ČRNIH KROGLIC.
SABINA BO DOBILA DARILO, ČE POTEGNE BELO KROGLICO. IZ KATERE ŠKATLE NAJ SABINA VZAME KROGLICO? OBKROŽI PRAVILEN ODGOVOR.



PRVA ŠKATLA



DRUGA ŠKATLA

A) IZ PRVE ŠKATLE.

B) VSEENO JE, IZ KATERE.

C) IZ DRUGE ŠKATLE.

ZAKAJ?

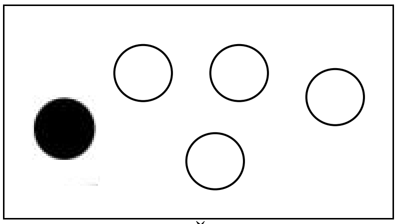
____

____

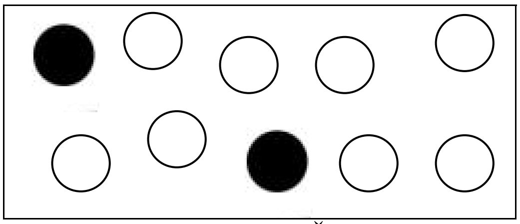
Priloga 1: Preizkus znanja 1

b) V PRVI ŠKATLI JE 5 KROGLIC, OD TEH 4 BELE IN 1 ČRNA. V DRUGI ŠKATLI JE 10 KROGLIC, OD TEH 8 BELIH IN 2 ČRNI.

SABINA BO DOBILA DARILO, ČE POTEGNE BELO KROGLICO. IZ KATERE ŠKATLE NAJ SABINA VZAME KROGLICO? OBKROŽI PRAVILEN ODGOVOR.



PRVA ŠKATLA



DRUGA ŠKATLA

A) IZ PRVE ŠKATLE.

B) VSEENO JE, IZ KATERE.

C) IZ DRUGE ŠKATLE.

ZAKAJ?
____

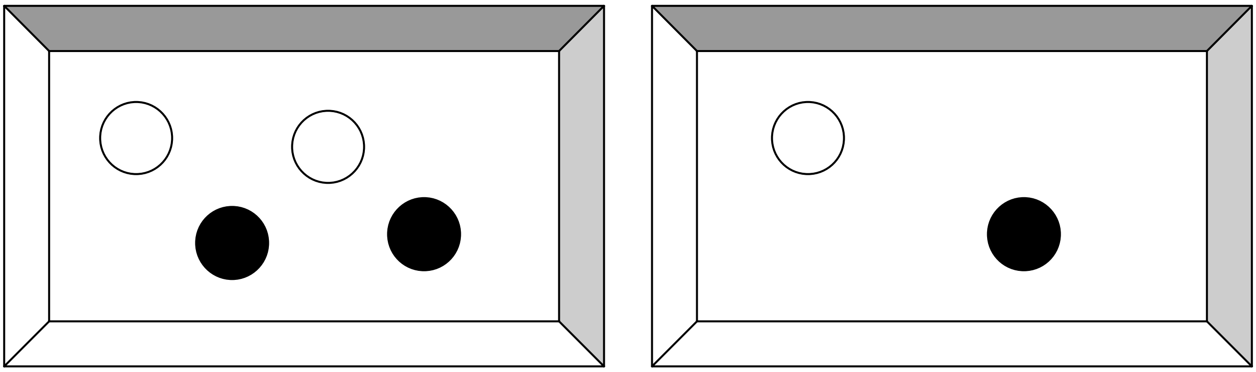
____

Priloga 2: Preizkus znanja 2

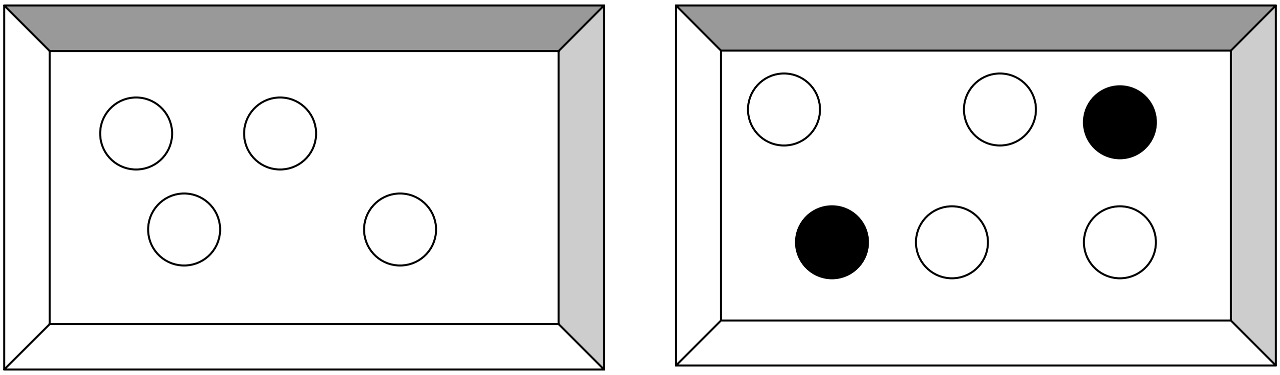
VAJA

OBKROŽI ŠKATLO, IZ KATERE NAJ DEČEK VLEČE, DA BI IZVLEKEL ČRNO KROGLICO.

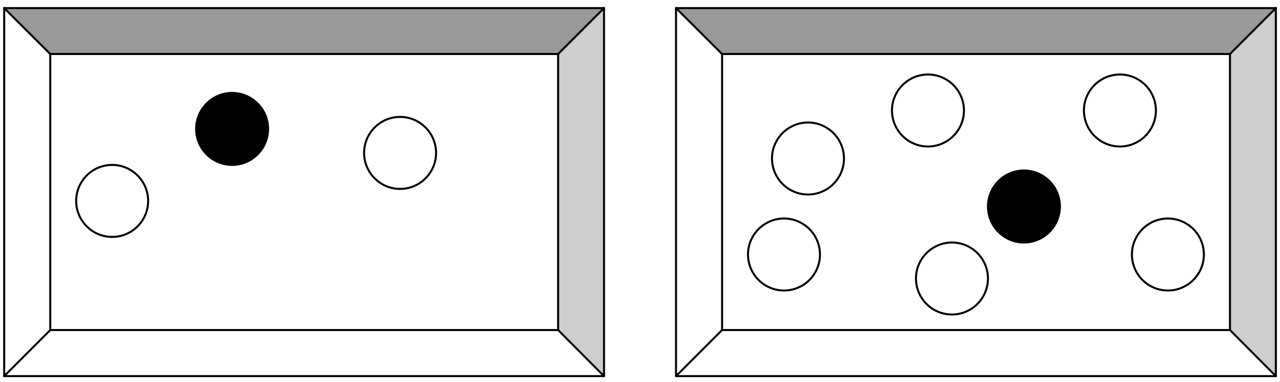
1. NALOGA



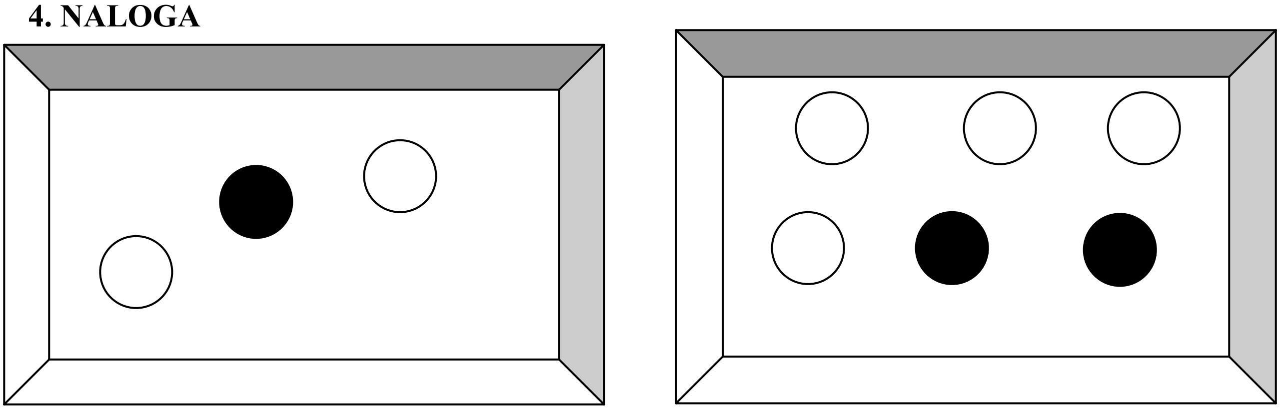
2. NALOGA



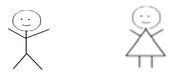
3. NALOGA



4. NALOGA



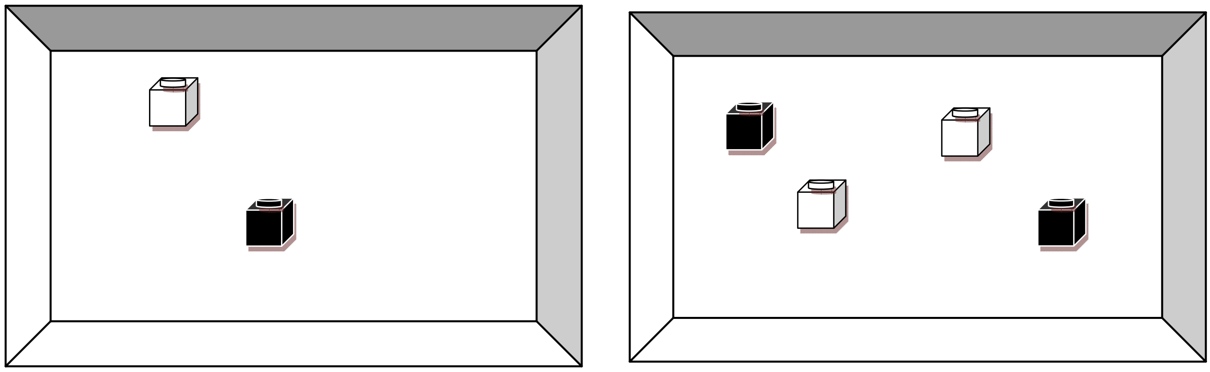
Priloga 3: Preizkus znanja 3



VAJA

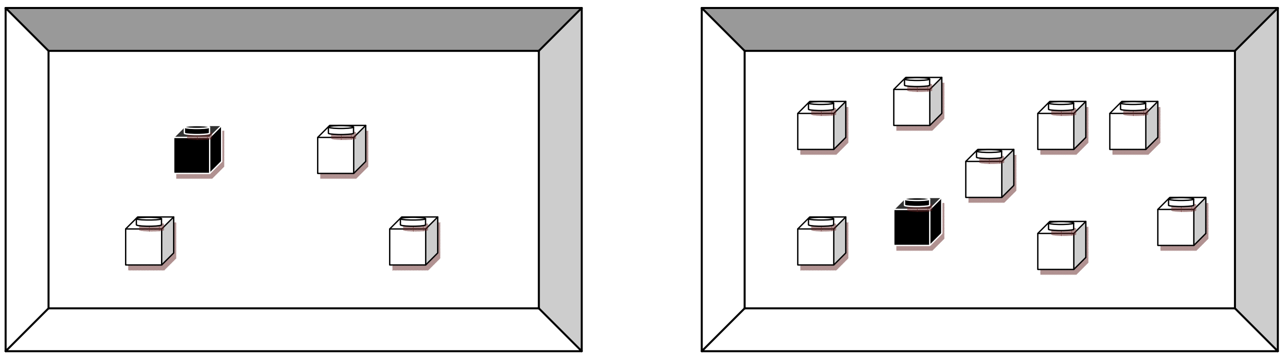
OBKROŽI ŠKATLO, IZ KATERE NAJ DEČEK VLEČE, DA BI IZVLEKEL ČRNO KOCKO.

1. NALOGA



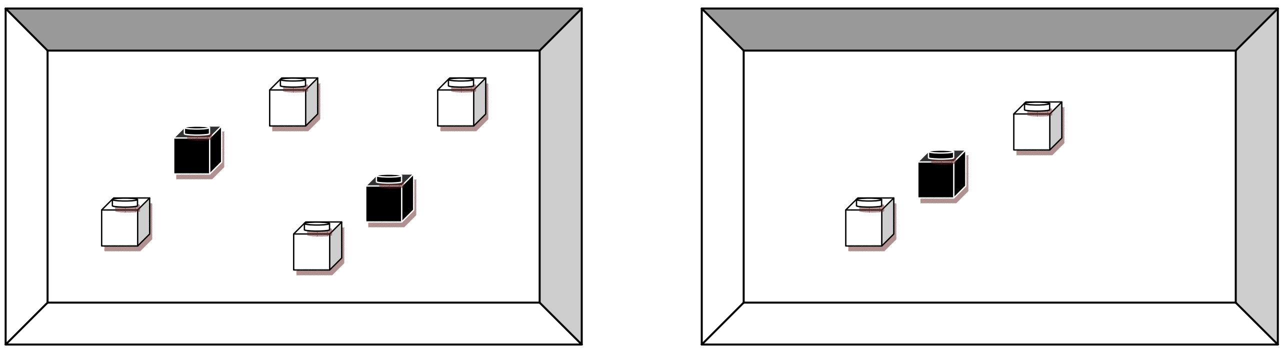
---

2. NALOGA



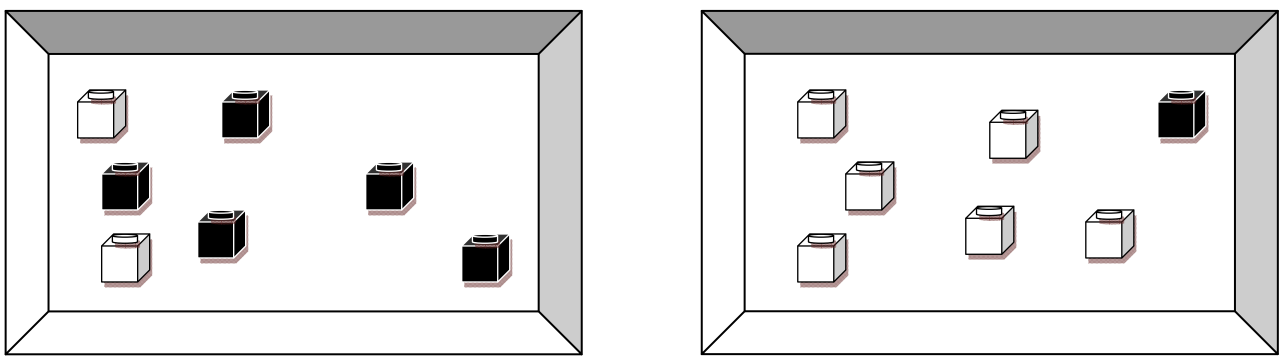
---

3. NALOGA



---

4. NALOGA



Priloga 4: Anketni vprašalnik za učitelje in vzgojitelje

ANKETNI VPRAŠALNIK VERJETNOST

Navodilo: Obkrožite črko pred ustreznim odgovorom.

1. STAROST:
   a) do 30 let
   b) 31 do 40 let
   c) 41 do 50 let
   d) nad 50 let

2. SPOL:
   a) moški
   b) ženski

3. DELOVNA DOBA:
   a) do 5 let
   b) 6 do 10 let
   c) 11 do 20 let
   d) nad 20 let

4. DOKONČANA STOPNJA IZOBRAZBE:
   a) srednja
   b) višja
   c) visoka
   d) drugo (navedite): _______________

5. OBKROŽITE POKLIC, KI GA PORAVLJATE, IN **NA ČRTO NAPIŠITE STAROST OTROK OZ. RAZRED**, KI GA POUČUJETE:
   a) varuhinja – starost otrok: _____________ let
   b) vzgojiteljica v vrtcu – starost otrok: _____________ let
   c) pomočnica učiteljice v prvem razredu – 1. razred
   d) učiteljica v razredu ___________ razred
   e) učiteljica v podaljšanem bivanju ___________ razred
   f) drugo (navedite): ____
   starost otrok: ______________ oz. ___________ razred

Priloga 4: Anketni vprašalnik za učitelje in vzgojitelje

<u>OGLEJTE SI PRILOŽENI UČNI LIST</u> IN ODGOVORITE NA NASLEDNJA VPRAŠANJA.

6. Ali mislite, da navedene naloge preverjajo sledeča cilja? S križcem označite ustrezen odgovor.

Cilj: Učenec razlikuje gotove, mogoče in nemogoče dogodke.

Naloga	se popolnoma strinjam	se strinjam	se ne morem odločiti	se v glavnem ne strinjam	se sploh ne strinjam
1a					
2					
3					
4a					
4b					

Cilj: Učenec primerja med seboj verjetnost raznih dogodkov.

Naloga	se popolnoma strinjam	se strinjam	se ne morem odločiti	se v glavnem ne strinjam	se sploh ne strinjam
1b					
4a					
4b					
4c					
4d					
4e					
5					
6					

7. Kaj mislite, pri kateri starosti so učenci sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke (pravilno reševati naloge iz učnega lista, ki se nanašajo na ta cilj)? Obkrožite.

Pri starosti
a) do treh let.
b) treh let.
c) štirih let.
d) petih let.
e) šestih let (prvi razred).
f) sedmih let (drugi razred).
g) osmih let (tretji razred).
h) devetih let (četrti razred).
i) desetih let (peti razred).
j) enajstih let (šesti razred).
k) po starosti enajstih let.

Priloga 4: Anketni vprašalnik za učitelje in vzgojitelje

Kaj mislite, pri kateri starosti so učenci sposobni primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov (pravilno reševati naloge iz učnega lista, ki se nanašajo na ta cilj)? Obkrožite.

Pri starosti
- a) do treh let.
- b) treh let.
- c) štirih let.
- f) petih let.
- g) šestih let (prvi razred).
- f) sedmih let (drugi razred).
- g) osmih let (tretji razred).
- h) devetih let (četrti razred).
- i) desetih let (peti razred).
- j) enajstih let (šesti razred).
- k) po starosti enajstih let.

8. S križcem označite, v kolikšni meri se strinjate z naslednjimi trditvami, ki se nanašajo na verjetnost (naloge iz priloženega učnega lista).

TRDITVE	**se popolnoma strinjam**	**se strinjam**	**se ne morem odločiti**	**se v glavnem ne strinjam**	**se sploh ne strinjam**
Te vsebine so prezahtevne za skupino, v kateri delam.					
Te vsebine bi učence zanimale.					
Te vsebine bi zanimale sposobnejše učence.					
Te vsebine bi bile za učence dolgočasne.					
Te vsebine bi obravnavali pri dodatnem pouku.					
Otroci, s katerimi delam, bi imeli pri reševanju učnega lista težave.					
Te vsebine so v življenju potrebne.					
Te vsebine spadajo v prvo triado OŠ.					
Te vsebine spadajo v drugo triado OŠ.					
Te vsebine spadajo v tretjo triado OŠ.					
Te vsebine se navezujejo samo na matematiko.					
Te vsebine razvijajo logično mišljenje.					
Za reševanje teh vsebin je potrebno predznanje.					
Za učenje teh vsebin je potreben poseben (nedeterminističen – neoblikovan, nedoločen) način mišljenja.					
Znanje teh vsebin učencem pomaga pri reševanju problemov v vsakdanjem življenju.					
Učenci prve triade se lažje naučijo teh vsebin kot starejši otroci, ki imajo že oblikovano mišljenje.					

Priloga 4: Anketni vprašalnik za učitelje in vzgojitelje

Teh vsebin je v prvi triadi premalo.					
Učenci prvega razreda so sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke.					
Učenci prvega razreda so sposobni primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov.					
Učenci, ki se v prvi triadi učijo o verjetnosti, bodo v srednji šoli imeli pri teh vsebinah manj težav.					
Te vsebine razvijajo 'odprto' mišljenje.					
Z ustrezno učno metodo je mogoče učence prvega razreda naučiti omenjenih vsebin.					

Prosim, če utemeljite odgovor na zadnjo trditev. ________________________________

____

____

Priloga 5: Preizkus znanja 1 za 4−5 let stare otroke in prvi razred

Napišite STAROST:_______ ali RAZRED: ________, ki ga otrok obiskuje.

Odgovarja: DEČEK DEKLICA

VERJETNOST

Otrokom podajte zapisane možne odgovore. Če otrok odgovori kaj drugega, to zapišite na črto.

1.a V štirih škatlah so medvedki in avtomobilčki. (*Pokažete slike.*) Predstavljaj si, da zamižiš in iz vsake škatle izvlečeš eno igračo. Ali bi lahko izvlekel avtomobilček?

1. SLIKA: 5 avtomobilčkov:	zagotovo	mogoče	nemogoče
2. SLIKA: 1 avtomobilček in 4 medvedki:	zagotovo	mogoče	nemogoče
3. SLIKA: 5 medvedkov:	zagotovo	mogoče	nemogoče
4. SLIKA: 4 avtomobilčki in 2 medvedka:	zagotovo	mogoče	nemogoče

b) Ali bi segel v drugo ali četrto (*Pokažite sliki obeh škatel.*) škatlo, da bi bolj verjetno izvlekel avtomobilček?

DRUGO ČETRTO ________________________________

2. Janez enkrat vrže igralno kocko, na kateri niso števila, ampak živali. *Pokažite slike živali, ki so na kocki, in povejte naslednje trditve in tri možne odgovore.*

a) Na kocki bo padla kača.	zagotovo	mogoče	nemogoče
b) Na kocki bo padla žival.	zagotovo	mogoče	nemogoče
c) Na kocki bo padlo jabolko.	zagotovo	mogoče	nemogoče
d) Na kocki bo padlo sadje.	zagotovo	mogoče	nemogoče
e) Na kocki bo padel medved.	zagotovo	mogoče	nemogoče

3. Mojca ima v svoji torbi šest igrač. (*Pokažite jim sliko.)* Od teh sta dva slona, dve muci, en medvedek in ena kača. Nagajivi škrat je Mojci premešal igrače. Mojca je vzela iz torbe igračo, ne da bi pogledala, katera je.
Kaj mi lahko ti poveš o igrači, ki jo je Mojca izvlekla? (*Nadaljujejo naj povedi.)*

a) Mogoče je izvlekla ____

b) Nemogoče je, da je izvlekla _____________________________________

4. Gregor ima tri vrečke z bonboni. (*Pokažite jim slike.*) V vsaki je po en čokoladni bonbon, ostali bonboni so sadni. Ne da bi gledal, poskuša iz vrečke potegniti čokoladni bonbon.
V prvi je 6 sadnih in en čokoladni bonbon.
V drugi je 12 sadnih in en čokoladni bonbon.
V tretji je 20 sadnih in en čokoladni bonbon.

a) Ali lahko že v prvem poskusi izvlečeš iz katerekoli vrečke čokoladni bonbon?

DA NE ____________________________________

b) Ali je mogoče, da iz tretje vrečke izvlečeš mlečni bonbon?

DA NE ____________________________________

c) Ali je bolj verjetno, da iz druge vrečke izvlečeš čokoladni ali sadni bonbon?

ČOKOLADNI SADNI ____________________________________

Priloga 5: Preizkus znanja 1 za 4−5 let stare otroke in prvi razred

d) V katero vrečko boš segel, da boš najverjetneje izvlekel čokoladni bonbon?

PRVO DRUGO TRETJO ______________________________

e) V katero vrečko boš segel, da boš najverjetneje izvlekel sadni bonbon?

PRVO DRUGO TRETJO ______________________________

5. Čarodej je dal v svoj klobuk 10 zajčkov in jih začaral tako, da jih je spremenil v golobe. (*Pokažite jim sliko*.) Sedem zajčkov se je spremenilo v golobe, trije zajčki pa so ostali zajčki.
Jaka je na slepo izvlekel eno žival.

a) Najbolj verjetno je, da bo Jaka izvlekel: ZAJČKA GOLOBA ____________

b) Najmanj verjetno je, da bo Jaka izvlekel: ZAJČKA GOLOBA ___________

6.a V prvi škatli je 7 banan in 3 jabolka, v drugi škatli pa 5 banan in 5 jabolk. (*Pokažite sliki*.)

Sabina bo dobila darilo, če izvleče banano. Iz katere škatle naj Sabina vzame sadež?

IZ PRVE VSEENO JE, IZ KATERE IZ DRUGE __________________

Zakaj?

____

____

b) V prvi škatli je 5 sadežev, od teh 4 banane in 1 jabolko. V drugi škatli je 10 sadežev, od teh 8 banan in 2 jabolki. *(Pokažite sliki.)*

Sabina bo dobila darilo, če izvleče banano. Iz katere škatle naj Sabina vzame sadež?

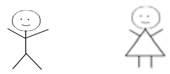
IZ PRVE VSEENO JE, IZ KATERE IZ DRUGE ___________________

Zakaj?

____

____

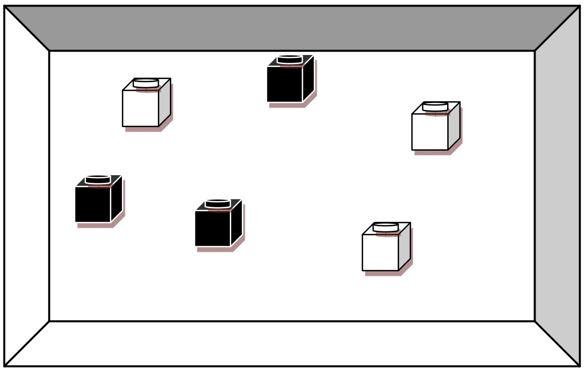
Priloga 6: Prvi učni list

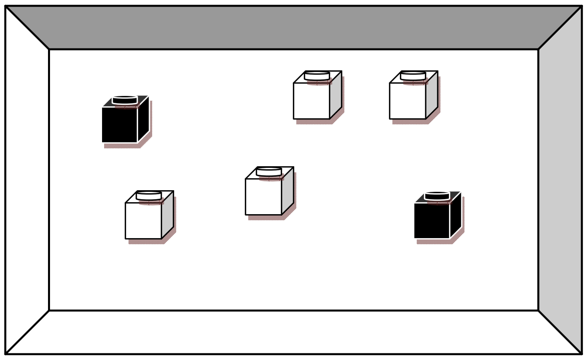


VAJA

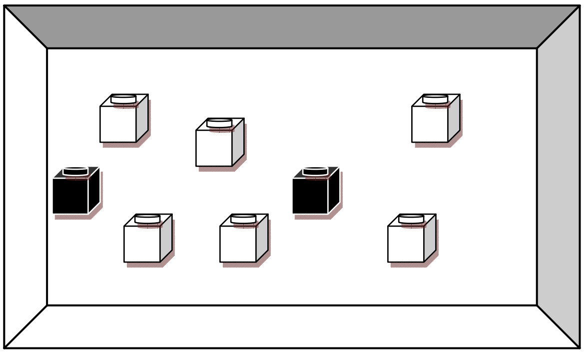
OBKROŽI ŠKATLO, IZ KATERE NAJ DEČEK VLEČE, DA BI IZVLEKEL ČRNO KOCKO.

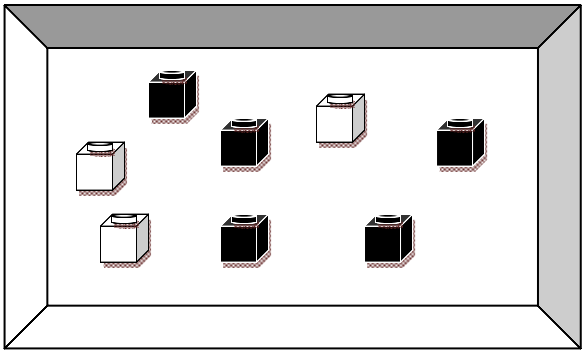
1. NALOGA



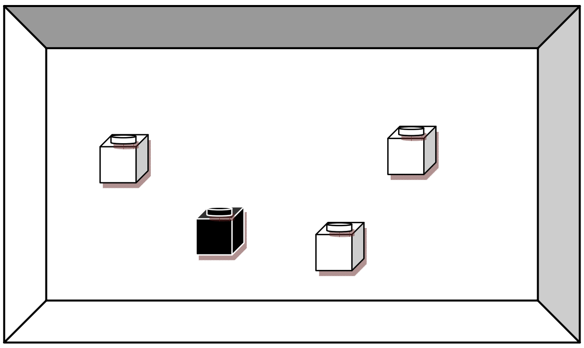


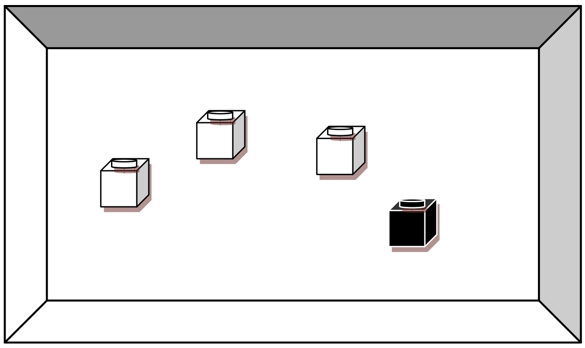
2. NALOGA



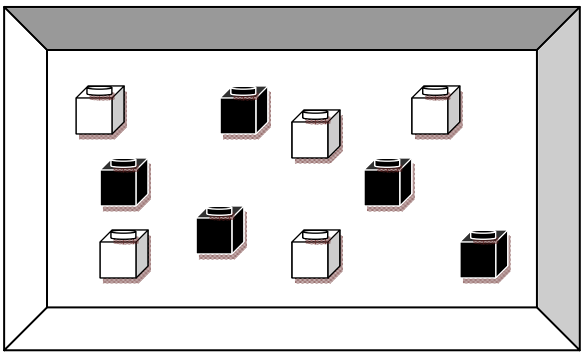


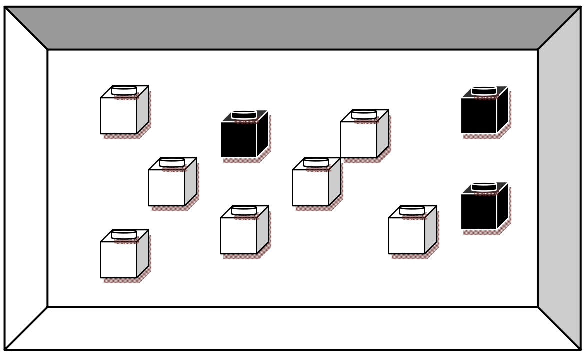
3. NALOGA



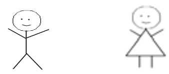


4. NALOGA



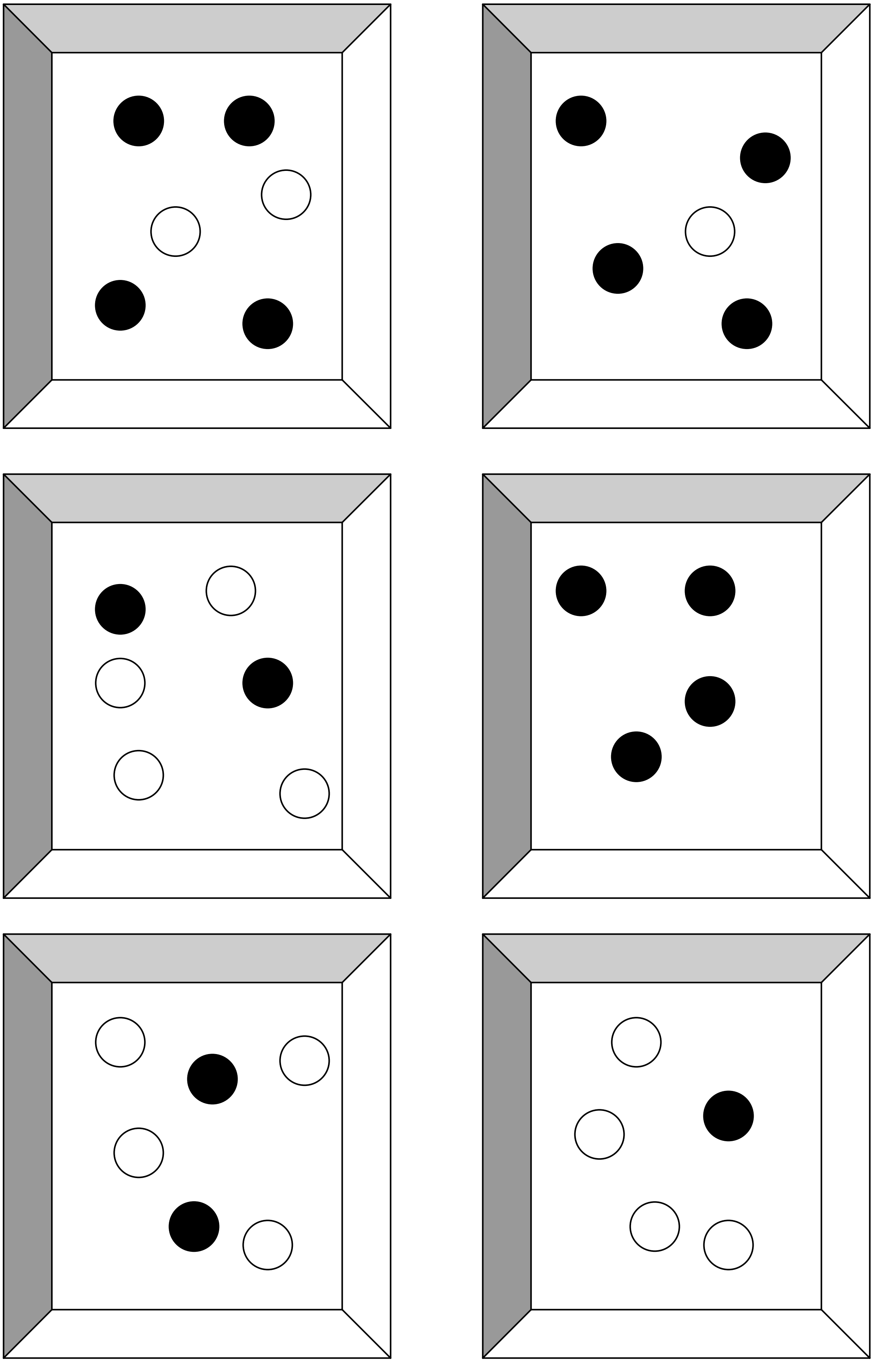


Priloga 7: Drugi učni list



VAJA

PREČRTAJ ŠKATLI, KJER SE ŽOG NE DA PRAVIČNO RAZDELITI.



Priloga 8: Priprava za prvo učno uro

PRIPRAVA ZA UČNO URO (1. ura)

Šola: ____
Datum:________________
Razred: 1. ___
Učiteljica: ________________________
Predmet: matematika
Število ur: 1
Učna tema: obdelava podatkov
Učna enota: verjetnost
Tip učne ure: obravnava nove snovi
Učni cilji
Funkcionalni: - Učenec primerja med seboj verjetnost raznih dogodkov.
Operativni: - Učenec žreba in beleži izide slučajnih dogodkov.
- Učenec napoveduje verjetnost raznih dogodkov.
Učne oblike: frontalna, delo v dvojicah, individualna
Učne metode: verbalno-tekstualne, demonstracijsko-ilustrativne
Učna sredstva in pripomočki: slike s kockami, link kocke, darilne vrečke, list za beleženje, učni listi

POTEK UČNE URE		
ETAPE	UČITELJICA	UČENCI
PRIPRAVLJANJE, UVAJANJE	Pove naslednjo zgodbico: Nekoč je v neki vasici živel deček po imenu Samo. V majhni, revni hišici je živel skupaj s svojo mamico. Nedaleč pa je živel nesramen čarovnik, ki je rad nagajal ljudem. In ko se nekega večera Samova mami ni vrnila domov, jo je začel deček iskati. Iskal jo je in iskal, vendar je ni mogel najti. Takrat ga je obiskal nesramni čarovnik in mu povedal, da je zaklenjena v njegovem stolpu za modrimi vrati, ki jih odklene čarobna modra kocka. Deček je hitro stekel tja, vendar so bila vrata zaklenjena. Poleg vrat sta bili dve zaprti škatli. Spet se je prikazal čarovnik in mu rekel, da so v prvi škatli **tri** čarobne **modre** kocke, ki odklenejo vrata, in **ena bela** kocka, v drugi pa **ena** čarobna **modra** kocka, ki odklene vrata, in **tri bele** kocke *(učiteljica na tablo pritrdi sliki dveh škatel s kockami*). Čarovnik pove še to, da deček lahko iz škatel vleče le miže. Iz katere škatle naj deček vzame kocko? Iz prve, druge, ali je vseeno, iz katere? Zakaj?	Poslušajo zgodbo. Odgovorijo na vprašanja (napovedujejo dogodek).

Priloga 8: Priprava za prvo učno uro

OBRAVNAVA NOVE UČNE SNOVI	Učiteljica napove, da bodo danes poizkušali, če to, kar so povedali, drži, in poda navodilo: »Delali boste v paru. Vsak par bo dobil vrečko, v kateri so tri modre kocke in ena bela kocka. En učenec v paru bo mižal, kocke vedno pomešal in ven potegnil po eno kocko ter jo potem nazaj vrnil v vrečko. Drugi učenec pa bo beležil, kaj je izvlekel. Če bo izvlekel npr. belo kocko, bo v vrsti, kjer je narisana bela kocka, prekrižal en kvadratek. Če pa bo izvlekel modro kocko, bo moral prekrižati kvadratek v tisti vrsti, kjer je narisana modra kocka. Potem se bosta zamenjala.« Učiteljica to tudi demonstrira ter opozori na poštenost vlečenja.	Poslušajo napoved in navodilo.
	Razdelitev vrečk in tabel za beleženje. Sledi izvajanje dejavnosti in učitelj poda dodatna navodila, če je to potrebno. Vlečejo toliko časa, dokler ne izpolnijo ene od vrstic, namenjene beleženju.	Vlečejo in beležijo rezultate.
	Pregled rezultatov: Katerih kock ste izvlekli največ in katerih najmanj? Ali je bolj verjetno, da bi deček iz prve škatle izvlekel belo ali modro kocko?	Poročajo in napovedujejo.
	Učiteljica pove, da si bosta učenca v paru zamenjala vlogi ter ponovno poda že zgoraj napisano navodilo, le da bodo sedaj v vrečki tri bele in ena modra kocka.	Poslušajo.
	Učiteljica zamenja kocke v vrečki in razdeli list za beleženje. Vlečejo toliko časa, dokler ne izpolnijo ene od vrstic, namenjene beleženju.	Vlečejo in beležijo rezultate.
	Pregled rezultatov: Katerih kock ste izvlekli največ in katerih najmanj? Ali je bolj verjetno, da bi deček iz druge škatle izvlekel belo ali modro kocko? Iz katere škatle naj torej deček vleče, da bi potegnil modro kocko? Iz prve, druge, ali vseeno, iz katere? Učiteljica na tabli obkroži sliko prve škatle.	Poročajo in napovedujejo.

Priloga 8: Priprava za prvo učno uro

VADENJE IN PONAVLJANJE	Iz katere škatle pa bi moral vleči deček, če bi imel čarovnik v prvi škatli **4 bele in 2 modri**, v drugi pa **2 beli in 4 modre** kocke? *(Učiteljica na tablo pritrdi sliki dveh škatel s kockami.)* Iz prve, druge, ali je vseeno, iz katere bi vlekel? Zakaj? Učiteljica napove, da bodo še vedno delali v paru ter da bodo tekmovali in na ta način ugotovili, iz katere vrečke naj deček vleče. Polovica parov dobi vrečko, ki predstavlja prvo škatlo, druga polovica parov pa dobi vrečko, ki predstavlja drugo škatlo. Začeli bodo hkrati, vleči morajo pošteno in en član para mora rezultate beležiti. Izvlečenje traja toliko časa, dokler učiteljica ne ugotovi, da bo iz rezultatov razvidna pravilna rešitev. Pregled rezultatov obeh skupin. Katerih so izvlekli več? Iz katere škatle naj torej deček vleče, da bi potegnil modro kocko? Iz prve, druge, ali vseeno, iz katere? Učiteljica na tabli obkroži sliko druge škatle.	Poslušajo in napovedujejo. Poslušajo navodila. Vlečejo in beležijo rezultate. Poročajo in napovedujejo.
PREVERJANJE	Poda navodila za reševanje učnega lista: Najprej morate označiti, ali učni list rešuje deček ali deklica. Če si deček obkroži prvi znak *(pokaže na listu, ki ga pritrdi na tablo*), če si deklica, obkroži drugi znak (*pokaže na listu*) Če mislite, da je potrebno seči v prvo škatlo, da bi izvlekli črno kocko, obkrožite prvo škatlo. Če mislite, da je potrebno seči v drugo škatli, da bi izvlekli črno kocko, obkrožite drugo škatlo. Če mislite, da je vseeno, v katero škatlo sežete, da bi izvlekli črno kocko, potem obkrožite obe škatli. Razdelitev učnega lista.	Poslušajo navodila. Rešujejo učni list.

Priloga 9: Priprava za drugo učno uro

PRIPRAVA ZA UČNO URO (2. ura)

Šola: ____
Datum:________________
Razred: 1. ___
Učiteljica: ________________________
Predmet: matematika
Število ur: 1
Učna tema: obdelava podatkov
Učna enota: enaka verjetnost
Tip učne ure: obravnava nove snovi
Učni cilji
Funkcionalni: - Učenec primerja med seboj verjetnost raznih, tudi enako verjetnih dogodkov.
Operativni: - Učenec žreba in beleži izide slučajnih dogodkov.
- Učenec napoveduje verjetnost raznih, tudi enako verjetnih dogodkov.
Učne oblike: frontalna, delo v dvojicah, individualna
Učne metode: verbalno-tekstualne, demonstracijsko-ilustrativne
Učna sredstva in pripomočki: slike s kockami, link kocke,vrečke, darilne vrečke, list za beleženje

POTEK UČNE URE		
ETAPE	UČITELJICA	UČENCI
PRIPRAVLJANJE, UVAJANJE	Učiteljica poda povratno informacijo o učnem listu, ki so ga reševali prejšnjo uro. Učiteljica vpraša učence, o kom je govorila zgodba, ki jo je povedala pri zadnji uri matematike. Zgodba se je končala, ko se je moral deček odločiti, iz katere škatle naj vleče kocko, ki bo odklenila vrata, za katerimi je skrita njegova mami. Deček se je pravilno odločil za drugo škatlo in izvlekel pravo kocko, odklenil vrata, vendar v sobi ni bilo njegove mamice. Spet se je pojavil čarovnik in mu obljubil, da mu ne bo več nagajal, če še zadnjič izbere pravo vrečko in potegne iz nje modro kocko, katere so čarobne in odklenejo zaklenjena vrata. Povedal mu je, da je v prvi vrečki **ena modra** in **tri bele** kocke, v drugi **ena modra** in **tri bele** kocke in v tretji ravno tako **ena modra** in **tri bele** kocke. Opozoril ga je, da mora med žrebanjem mižati. *Učiteljica na tablo pritrdi sliki treh vrečk s kockami in pokaže tri prozorne vrečke s kockami.* Iz katere vrečke naj deček vzame kocko? Iz prve, druge, tretje vrečke, ali je vseeno, iz katere? Zakaj?	Poslušajo, odgovarjajo na vprašanja in napovedujejo dogodek.

Priloga 9: Priprava za drugo učno uro

OBRAVNAVA NOVE UČNE SNOVI	Napove, da bodo preizkusili, kdo (ali) ima(jo) prav. Pripravili bodo tekmovanje parov. Tretjina parov dobi darilno vrečko, ki predstavlja prvo vrečko, tretjina parov pa dobi vrečko, ki predstavlja drugo vrečko in ostala tretjina tisto, ki predstavlja tretjo vrečko. Začeli bodo hkrati, vleči morajo **POŠTENO** in en član para mora rezultate beležiti. Izvlečenje traja toliko časa, dokler učiteljica ne ugotovi, da bo iz rezultatov razvidna pravilna rešitev (*vseeno je, iz katere vrečke se vleče*). Pregled rezultatov obeh skupin. Katerih so izvlekli več? Koliko je bilo modrih?	Poslušajo navodila. Vlečejo in beležijo rezultate.
	Iz katere vrečke naj torej deček vleče, da bi potegnil modro kocko? Iz prve, druge, tretje, ali vseeno, iz katere? Učiteljica na tabli obkroži slike vseh treh škatel.	Poročajo in napovedujejo.
	Iz katere škatle pa bi moral vleči deček, če bi mu čarovnik v prvo škatlo stresel eno vrečko z **eno** čarobno **modro** in **tremi belimi** kockami, v drugo škatlo pa ostali dve vrečki, kjer sta tudi po **ena modra** in **tri bele** kocke. Koliko in katere kocke bi bile v drugi škatli? (**Dve modri** in **šest belih** kock). Naj vleče iz prve, druge, ali je vseeno, iz katere? *Učiteljica strese eno vrečko v eno darilno vrečko, drugi dve pa e drugo darilno vrečko. To predstavi tudi s slikami, ki jih pritrdi na tablo, ter vrečke s puščicami poveže s škatlami.*	Poslušajo in napovedujejo dogodek.
	Napove, da bodo preizkusili, kdo ima prav. Pripravili bodo tekmovanje parov. Polovica parov dobi darilno vrečko, ki predstavlja prvo škatlo, druga polovica pa vrečko, ki predstavlja drugo škatlo. Začeli bodo hkrati, vleči morajo pošteno in en član para mora rezultate beležiti. Izvlečenje traja toliko časa, dokler učiteljica ne ugotovi, da bo iz rezultatov razvidna pravilna rešitev (*vseeno je, iz katere se vleče*). Pregled rezultatov obeh skupin. Katerih so izvlekli več? Koliko je bilo modrih? Iz katere škatle naj torej deček vleče, da bi potegnil modro kocko? Iz prve, druge, ali vseeno, iz katere? Razlaga, zakaj je vseeno: Če imamo tri vrečke, v katerih so enake kocke, in eno vrečko stresemo v eno škatlo, ostali dve vrečki pa v drugo, je vseeno, iz katere škatle vlečemo. *Učiteljica na tablo pritrdi slike, ki to ponazarjajo,* in obkroži sliki obeh škatel.	Poslušajo navodila. Vlečejo in beležijo rezultate. Poročajo in napovedujejo. Poslušajo razlago. Nekaj učencev ponovi pravilo.

Priloga 9: Priprava za drugo učno uro

VADANJE IN PONAVLJANJE	Napoved, da bodo poskušali še enkrat ugotoviti, ali to res drži. V treh vrečkah ima učiteljica po **eno modro** in **štiri bele** kocke. Eno vrečko strese v eno darilno vrečko, ostali pa v drugo darilno vrečko. Na tablo tudi pritrdi slike treh vrečk in dveh škatel ter stresanje prikaže s puščicami. Učenci dobijo nove vrečke. Izvlečenje poteka na enak način kot prejšnje. Ob zaključku poskušanja sledi pogovor o rezultatih. Učiteljica na tabli obkroži sliki obeh škatel.	Poslušajo navodila. Vlečejo in beležijo rezultate. Poročajo in napovedujejo.
PREVE-RJANJE	Učiteljica ustno preveri, ali so si učenci zapomnili, kdaj je verjetnost pri vlečenju enaka.	**Več** učencev ponovi, kdaj je verjetnost pri vlečenja enaka.

Priloga 10: Priprava za tretjo učno uro

PRIPRAVA ZA UČNO URO (3. ura)

Šola: ____
Datum:________________
Razred: 1. ___
Učiteljica: _________________________
Predmet: matematika
Število ur: 1
Učna tema: *deli celote*
Učna enota: polovica
Tip učne ure: obravnava nove snovi
Učni cilji
Funkcionalni: - Učenec razdeli celoto na dva enaka dela.
Učne oblike: frontalna, individualna
Učne metode: verbalno-tekstualne, demonstracijsko-ilustrativne
Učna sredstva in pripomočki: žetoni, slike žetonov, vrvice, barvice, slike barvic, flumastri, slike žog, velika lista, vrečke, učni list

POTEK UČNE URE		
ETAPE	UČITELJICA	UČENCI
PRIPRAVLJANJE, UVAJANJE	Povabi učence, naj sedejo v krog. Simona ima **dva modra in štiri rdeče** žetonov. Obiskala jo je prijateljica Kaja, zato je želela pravično razdeliti žetone na dva enaka dela. Pomagajmo ji razdeliti žetone. Koliko in katere žetone dobi vsaka? Učiteljica da žetone na tla in z vrvicama obkroži ter na ta način pravično razdeli žetone na dva dela. Pogovorijo se o številu rumenih in rdečih žetonov. Nato delitev učiteljica obkroži še na listu. Nato učiteljica še napačno razdeli (obkroži) magnete, in sicer pravilno razporedi po številu, ne pa tudi po barvi. Tudi o tem se pogovorijo.	Sedijo v krogu. Poslušajo. Eden izmed učencev skuša s premikanjem žetone pravično razdeliti in odgovoriti na vprašanji. Poslušajo učiteljičino razlago.

Priloga 10: Priprava za tretjo učno uro

OBRAVNAVA NOVE UČNE SNOVI	2. naloga Sledi pravično deljenje **štirih modrih** in **šestih rdečih** žetonov. Najprej jih nekdo pravično razdeli s premikanjem. Potem jih nekdo razdeli tako, da so žetoni na tleh in jih obkroži z vrvico, nato pa jih nekdo z obkrožanjem razdeli še na sliki. Na enak način razdelijo še: 3. naloga: **dva rdeča** in **štiri modre** žetone 4. naloga: **štiri rdeče** in **tri modre** žetone. Ali se jih da pravično razdeliti? 5. naloga Deklica je želela pravično razdeliti tudi **dve rdeči in pet modrih** barvic. Tudi to razdelijo po zgornjem postopku, najprej nekdo s premikanjem. Ali se jih da pravično razdeliti? 6.naloga Na enak način razdelijo še **dve modri in sedem rdečih** žog, vendar brez konkretnega deljenja žog. Ali se da pravično razdeliti? 7. naloga Kaj pa, če bi bilo žog osem?	Poklicani učenci s premikanjem ter obkrožanjem pravično razdelijo predmete in odgovorijo na vprašanje. Ker se jih ne da, list prečrtajo. Ker se jih ne da, list prečrtajo. Ker se jih ne da, list prečrtajo.

Priloga 10: Priprava za tretjo učno uro

VADANJE IN PONAVLJANJE	Ali se še kdo spomni, katero pravilo so si morali včeraj zapomniti? Učiteljica na tla položi dva lista in pove, da lista predstavljata dve škatli. Na prvi list položi **en moder** in **tri rdeče** žetone, na drugi list pa **dva modra** in **šest rdečih** žetonov. Iz katere škatle naj vleče deček, če bi želel imeti moder žeton? Iz prve, druge, ali je vseeno, iz katere? Navodilo: (*Eden izmed učencev*) najprej strese vse žetone v vrečko iz škatle, kjer jih je manj. Nato pravično razdeli žetone v škatli, kjer jih je več, v dve vrečki. Koliko modrih žetonov je v vsaki vrečki? Koliko pa je rdečih? Ali jih je posod enako? Kaj to pomeni? Na podoben način rešijo še primer, kjer sta v prvi škatli **dva modra** in **štirje rdeči**, v drugi škatli pa **en moder** in **dva rdeča** žetona, le da tokrat učenec žetonov ne deli s premikanjem in dajanjem v vrečke, temveč z obkrožanjem z vrvico. Najprej z vrvico obkroži vse žetone v škatli, kjer jih je manj. Nato z obkrožanjem z vrvico pravično razdeli žetone v škatli, kjer jih je več. Koliko je modrih znotraj vsake vrvice? Koliko pa je rdečih? Ali jih je posod enako? Kaj to pomeni? Na enak način rešijo še primer, kjer so v prvi škatli **en moder** in **trije rdeči**, v drugi pa **en moder** in **šest rdečih** žetonov. Ali se jih da pravično razdeliti? Ali je vseeno, iz katere škatle vleče? Iz katere naj torej vleče?	Ponovijo pravilo. Poslušajo, napovedujejo in obkrožajo. Razdeli žetone. Odgovarjajo na vprašanja.
PREVERJANJE	Napoved, sedaj boste sami pravično delili. Učenci se usedejo svoja mesta. Najprej morajo označiti, ali list rešuje deček ali deklica (ponovijo, kaj pomeni posamezen simbol). Na listu so slike žog in vi jih morate pravično razdeliti na dva dela tako, da žoge obkrožite. Če se žog ne da pravično razdeliti, prečrtajte škatlo. Razdeljevanje učnega lista in nudenje pomoči učencev, ki to potrebujejo. Preverjanje učnega lista.	Poslušajo navodila. Pravično razdeljujejo. Pregledujejo rešitev.

Priloga 11: Priprava za četrto učno uro

PRIPRAVA ZA UČNO URO (4. ura)

Šola: ____
Datum:________________
Razred: 1. ___
Učiteljica: ________________________
Predmet: matematika
Število ur: 1
Učna tema: obdelava podatkov
Učna enota: enaka verjetnost
Tip učne ure: obravnava nove snovi
Učni cilji
Funkcionalni: - Učenec primerja med seboj verjetnost raznih, tudi enako verjetnih dogodkov.
Operativni: - Učenec žreba in beleži izide slučajnih dogodkov.
- Učenec napoveduje verjetnost raznih, tudi enako verjetnih dogodkov.
Učne oblike: frontalna, delo v dvojicah, individualna
Učne metode: verbalno-tekstualne, demonstracijsko-ilustrativne
Učna sredstva in pripomočki: slike s kockami in kroglicami, link kocke, vrečke, darilne vrečke, flumastri, učni listi

POTEK UČNE URE		
ETAPE	UČITELJICA	UČENCI
PRIPRAVLJANJE, UVAJANJE	Učiteljica pove, da ima dve darilni vrečki. V prvi sta **dve rdeči in tri bele** kocke, v drugi vrečki pa **štiri rdeče in šest belih** kock. *Pritrditev slik na tablo*. Vsak bo prišel k tabli in povedal, v katero vrečko bi segel, da bi izvlekel rdečo kocko. Bi segel v prvo, drugo vrečko, ali je vseeno, v katero bi segel, da bi izvlekel rdečo kocko? Zakaj? Vsak učenec naj pove, v katero vrečko bi segel, potem pa mora iz vsake vrečke potegniti eno kocko. Učiteljica na tablo beleži rezultate, učenci pa si podajajo vrečko. Če ustrezen rezultat ni razviden, učenci vlečejo dvakrat. Učiteljica ponovi začetno vprašanje. Zakaj je vseeno, v katero vrečko sežemo? (Ponovijo, da je verjetnost enaka takrat, ko imamo tri vrečke in eno vrečko stresemo v eno škatli, ostali dva pa v drugo.) Ali bi lahko naredili tri enake vrečke? Učiteljica položi dva lista na mesto (na tla), kjer bodo delitev dobro videli vsi učenci, in strese eno darilno vrečko na en list, drugo darilno vrečko na drugi list. Kocke iz prvega lista strese v eno prozorno vrečko, kocke iz drugega lista pa pravično razdeli v dve vrečki. Kaj ugotovite? Učiteljica še z obkrožanjem na sliki razdeli kocke v škatli, kjer jih je več, na dva enaka dela, nato pa obkroži še kocke v škatli, kjer jih je manj. Ugotovijo, da sta ta dva dela iz druge škatle enaka prvi škatli in je zato verjetnost enaka. Učiteljica na tabli obkroži sliki obeh škatel.	Učenci se posedejo v polkrogu pred tablo. Poslušajo, napovejo in žrebajo. Sodelujejo v pogovoru.

Priloga 11: Priprava za četrto učno uro

OBRAVNAVA NOVE UČNE SNOVI	2. naloga V katero darilno vrečko naj sežem, da bi izvlekla rdečo kocko? V prvo, drugo, ali je vseeno, v katero? 1. darilna vrečka: **dve beli, štiri rdeče** kocke 2. darilna vrečka: **ena bela, dve rdeči** kocki Zakaj? K tabli prideta učenca, ki (na enak način kot zgoraj) z obkrožanjem razdelita kocke. Učiteljica pove, da bodo na enak način konec ure reševali učni list. **Najprej <u>obkroži vse kocke iz škatle, kjer jih je manj</u>, potem pa pravično z <u>obkrožanjem razdeli kocke iz škatle, kjer jih je več</u>**. Sledi primerjava obkroženih kock. Ali jih je povsod enako? Kaj to pomeni? Iz katere vrečke naj torej vlečem, da bi potegnila rdečo kocko? Iz prve, druge, ali vseeno, iz katere? Zakaj? Učiteljica na tabli obkroži sliki obeh škatel.	Poslušajo učiteljico, napovedujejo, odgovarjajo na vprašanja, razlagajo in pravično delijo.

Priloga 11: Priprava za četrto učno uro

<table>
<tr>
<td>VADANJE IN PONAVLJANJE</td>
<td>3. naloga
V katero darilno vrečko naj sežem, da bom izvlekla črno kroglico? V prvo, drugo, ali je vseeno, v katero?
1. darilna vrečka: ena črna, tri bele kroglice
2. darilna vrečka: dve črni, šest belih kroglic
Kako to ugotovimo? Učiteljica k tabli pokliče enega od učencev, ki z učiteljičino pomočjo: Najprej obkroži vse kocke iz škatle, kjer jih je manj, potem pa pravično z obkrožanjem razdeli kocke iz škatle, kjer jih je več.
Sledi primerjava obkroženih kock.
Iz katere škatle naj torej vlečem, da bi potegnila rdečo kocko? Iz prve, druge, ali vseeno, iz katere?
Zakaj?
Učiteljica na tabli obkroži sliki obeh škatel.

4. naloga
V katero darilno vrečko naj sežem, da bi izvlekla črno kroglico? V prvo, drugo, ali je vseeno, v katero?
1. darilna vrečka: ena črna, dve beli kroglici
2. darilna vrečka: ena črni, šest belih kroglic
Zakaj? Ali bi lahko naredili tri enake vrečke?
Učenec skuša razdeliti drugo vrečko na dva enaka dela, vendar mu to ne uspe. Ugotovijo, da se druge škatle ne da razdeliti na enaka dela.
Ali bi dobili tri enake vrečke? Ali je tudi tu verjetnost enaka? Zakaj ne? Ko se ne da pravično razdeliti, dobro poglej obe škatli in premisli, v katero škatlo naj torej sežem.
Učiteljica na tabli obkroži prvo škatlo.

Vse ostale naloge se rešujejo na enak način kot tretja oz. četrta (ko se škatle ne da pravično razdeliti).
5. naloga 1. vrečka: ena črna, ena bela kroglica
2. vrečka: dve črni, šest belih kroglic
6. naloga 1. vrečka: dve črni, dve beli kroglici
2. vrečka: štiri črne, štiri bele kroglice
7. naloga: 1. vrečka: ena črna, ena bela kroglica
2. vrečka: ena črna, tri bele kroglice
8. naloga: 1. vrečka: dve črni, dve beli kroglici
2. vrečka: ena črna, ena bela kroglica
9. naloga 1. vrečka: dve črni, osem belih kroglic
2. vrečka: ena črna, štiri bele kroglice</td>
<td>Poslušajo.

Od tretje naloge dalje pride k tabli en učenec in s pomočjo učiteljice (z njenimi navodili oz. razlago) rešuje naloge. Ostali učenci mu pomagajo.</td>
</tr>
</table>

Priloga 11: Priprava za četrto učno uro

PREVERJANJE	Učiteljica poda navodila za reševanje učnega lista. Obkrožiti je treba, ali učni list rešuje deček ali deklica (ponovitev simbolov). **Najprej obkroži vse kocke iz škatle, kjer jih je manj, potem pa pravično z obkrožanjem razdeli kocke iz škatle, kjer jih je več. Če so obkrožene kroglice povsod enake, obkroži obe škatli. Če pa kroglice niso povsod enake, potem dobro poglej obe škatli in premisli, v katero škatlo naj torej deček seže.** Če mislite, da je potrebno seči v prvo škatlo, da bi izvlekel črno kroglico, obkrožite prvo škatlo. Če mislite, da je potrebno seči v drugo škatlo, da bi izvlekel črno kroglico, obkrožite drugo škatlo. Razdelitev učnega lista.	Poslušanje navodil. Reševanje učnega lista.