

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



PODIPLOMSKI ŠTUDIJ
GRADBENIŠTVA

DOKTORSKI ŠTUDIJ

Kandidat:

DANIEL KOZELJ, univ. dipl. inž. vod. in kom. inž.

**VEČKRITERIJSKA OPTIMIZACIJA UMERJANJA
HIDRAVLIČNIH MODELOV VODOOSKRBNIH
SISTEMOV**

Doktorska disertacija štev.: 242

**MULTI-OBJECTIVE CALIBRATION OF WATER
DISTRIBUTION SYSTEMS HYDRAULIC MODELS**

Doctoral thesis No.: 242

Soglasje k temi doktorske disertacije je dala Komisija za doktorski študij UL
na 20. seji 9. aprila 2009.

Za mentorja je bil imenovan prof. dr. Franc Steinman, za somentorja prof. dr. Zoran
Kapelan, University of Exeter in doc. dr. Nataša Atanasova.

Ljubljana, 17. oktober 2014

Ta stran je namenoma prazna.

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



Komisijo za oceno ustreznosti teme doktorske disertacije v sestavi:

- prof. dr. Franc Steinman,
- prof. dr. Boris Kompare,
- prof. dr. Brane Širok, UL FS,
- izr. prof. dr. Roman Klasinc, TU Graz,

je imenoval Senat Fakultete za gradbeništvo in geodezijo na 22. redni seji 26. novembra 2008.

Poročevalce za oceno doktorske disertacije v sestavi:

- izr. prof. dr. Jože Panjan,
- prof. dr. Brane Širok, UL FS,
- prof. dr. Renata Jecl, UM FG,

je imenoval Senat Fakultete za gradbeništvo in geodezijo na 10. redni seji 7. maja 2014.

Komisijo za zagovor doktorske disertacije v sestavi:

- prof. dr. Matjaž Mikoš, dekan UL FGG, predsednik,
- prof. dr. Franc Steinman, mentor,
- prof. dr. Zoran Kapelan, University of Exeter, somentor,
- doc. dr. Nataša Atanasova, somentorica,
- izr. prof. dr. Jože Panjan,
- prof. dr. Brane Širok, UL FS,
- prof. dr. Renata Jecl, UM FG,

je imenoval Senat Fakultete za gradbeništvo in geodezijo na 13. seji 24. septembra 2014.

Ta stran je namenoma prazna.

Univerza
v Ljubljani

*Fakulteta za
gradbeništvo in
geodezijo*



IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani **Daniel KOZELJ**, univ. dipl. inž. vod. in kom. inž., izjavljam, da sem avtor doktorske disertacije z naslovom **Večkriterijska optimizacija umerjanja hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov**.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, 17. oktober 2014

.....
(podpis)

Ta stran je namenoma prazna.

STRAN ZA POPRAVKE

Stran z napako	Vrstica z napako	Namesto	Naj bo

Ta stran je namenoma prazna.

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK	519.61:532.57(043)
Avtor	Daniel Kozelj
Mentor	prof. dr. Franci Steinman
Somentor	prof. dr. Zoran Kapelan, doc. dr. Nataša Atanasova
Naslov	Večkriterijska optimizacija umerjanja hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov
Obseg in oprema	200 str., 36 pregl., 80 sl., 145 en., 13 pril.
Ključne besede	hidravlično modeliranje, numerične simulacije, umerjanje, večkriterijska optimizacija, metahevristični algoritmi, Bayesovo sklepanje, metoda Monte Carlo z Markovskimi verigami, apriorne porazdelitve, posplošena funkcija verjetja, vodooskrbni sistem

Izvleček

Določitev negotovosti modelnih parametrov in njihovih modelnih odzivov je ključna za verodostojno uporabo kateregakoli modela. Pri hidravličnem modeliranju vodooskrbnih modelov so koeficienti hrapavosti najmanj znani od modelnih parametrov. Pristop večkriterijskega umerjanja uporablja več ciljnih funkcij, ki minimizirajo odstopanja med meritvami in modelnimi odzivi ter s tem določijo kombinacije parametrov, ki hkrati izpolnjujejo vse ciljne funkcije. Uporaba več ciljnih funkcij za različne vrste meritev na ta način ne zahteva predhodnega določanja preference, temveč je mogoče v enem optimizacijskem poskusu raziskati vse optimalne rešitve večkriterijskega umerjanja, ki so zbrane na Pareto optimalnih frontah. Za določitev negotovosti parametrov in modelnih odzivov je bila uporabljena FOSM (angl. First-Order-Second-Moment method). Pri reševanju večkriterijskega umerjanja je bil uporabljen metahevristični algoritem AMALGAM. Poleg navedenih metod umerjanja in določevanja negotovosti je bil uporabljen tudi pristop Bayesovega sklepanja, ki omogoča istočasno iskanje najustrežnejših parametrov modela in oceno njihove negotovosti. Uporabljene so bile različne apriorne porazdelitve za opis vrednosti parametrov v kombinaciji s posplošeno funkcijo verjetja (angl. Generalized likelihood), da se določijo posteriorne porazdelitve neznanih parametrov. Reševanje Bayesovega pristopa k umerjanju se izvaja z metodami Monte Carlo z Markovskimi verigami (MCMC), uporabljenimi v algoritmu DREAM_(ZS). Metodologiji, uporabljeni na hipotetičnem in realnem hidravličnem modelu vodooskrbnih sistemov, sta se izkazali za uspešni in učinkoviti. Predlagan je tudi pristop z vključevanjem predhodnih informacij o modelnih parametrih, saj omogoča kakovostnejše umerjanje modelov in zmanjševanje negotovosti modelnih odzivov.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT

UDC	519.61:532.57(043)
Author	Daniel Kozelj
Supervisor	Prof. Franci Steinman, Ph.D.
Co-advisor	Prof. Zoran Kapelan, Ph.D., Assist. Prof. Nataša Atanasova, Ph.D.
Title	Multi-objective calibration of water distribution systems hydraulic models
Notes	200 p., 36 tab., 80 fig., 145 eq., 13 app.
Key words	hydraulic modelling, numerical simulations, calibration, multi-objective optimization, metaheuristic algorithms, Bayesian inference, Markov Chain Monte Carlo methods, prior distribution, generalized likelihood, water distribution system

Abstract

Uncertainty analysis of model parameters and associated model predictions are of paramount importance for reliable application of models. Pipe roughness coefficients are the most uncertain parameters in water distribution modelling. A multiobjective approach to model calibration uses different objective functions to minimize the differences between observed data and model predictions which leads to a set of model parameters that satisfies all criteria. Using multiple objective functions for different measurement types does not require definition of weighting preferences because in one optimization run all optimal solutions are identified and represented by the Pareto optimal front. Uncertainties are elaborated using the First-Order-Second-Moment method (FOSM). The multi-objective calibration problem is solved by the metaheuristic AMALGAM algorithm. In addition to the calibration and uncertainty estimation methods, a Bayesian inference approach is used which allows finding optimal solutions and estimating uncertainties in a single run. Different prior distributions were used to provide additional information of unknown parameter values in combination with a generalized likelihood function to assess the posterior distribution of model parameters. The Bayesian inference approach is solved using Monte Carlo Markov Chains implemented in an algorithm called DREAM_(ZS). Both methodologies proved to be efficient and effective when applied to a hypothetical and a real-world case water distribution case study. An approach was proposed to incorporate prior information of model parameters to identify parameters more accurately and reduce model prediction uncertainty.

ZAHVALA

Za pomoč in podporo pri nastajanju doktorske disertacije se iskreno zahvaljujem mentorju prof. dr. Francu Steinmanu in somentorjema prof. dr. Zoranu Kapelanu in doc. dr. Nataši Atanasovi.

Hvala tudi vsem bivšim sodelavcem Katedre za mehaniko tekočin na UL FGG: Gašperju R., Karin, Tomu, Sašu, Mateju, Gorazdu, Gašperju Z., Andreji in Andreju za dobro vzdušje in za podporo pri nastajanju naloge.

Hvala tudi sodelavcem prof. dr. Zorana Kapelana, Edwardu, Josefu in Marku, iz Center for Water Systems na Univerzi v Exetru (VB), ki so mi nudili podporo pri optimizacijskih algoritmih in programiranju. Zahvala tudi prof. dr. Jasperju A. Vrugtu iz Univerze v Kaliforniji, Irvine (ZDA) za uporabo algoritmov AMALGAM in DREAM_(ZS). Zahvala gre tudi finančni podpori CMEPIUSa, ki mi je preko finančnih sredstev programa Leonardo da Vinci, omogočil mednarodno strokovno usposabljanje na tujih univerzah.

Velika zahvala gre mojima staršema, ki sta mi omogočila šolanje in odraščanje v lepem okolju ter za zgled odgovornosti in poštenosti. Hvala tudi sestri Karin, možu Luki in nečakinji Evi, za vse prijetne trenutke in spodbude.

Velika zahvala gre tudi moji partnerki Nevi, ki me je ves čas raziskovalnega dela spodbujala in mi stala ob strani pri vseh preizkušnjah.

Ta stran je namenoma prazna.

KAZALO

Bibliografsko-dokumentacijska stran in izvleček	iii
Bibliographic-doCumentalistic information and abstract	iv
Zahvala.....	v
Kazalo preglednic.....	xi
Kazalo slik.....	xiii
Kazalo prilog.....	xvii
Index of tables	xviii
Index of figures	xx
Index of appendices.....	xxiv
1 UVOD.....	1
1.1 Delovna hipoteza, cilji in pričakovani rezultati	2
1.2 Struktura naloge	4
2 TEORETIČNA IZHODIŠČA	6
2.1 Dinamika realne tekočine v cevovodih.....	6
2.1.1 Zakon o ohranitvi mase	7
2.1.2 Zakon o ohranitvi energije	8
2.1.3 Režim toka	13
2.1.4 Energijske izgube	15
2.1.4.1 Linijske energijske izgube	15
2.1.4.2 Lokalne energijske izgube	21
2.1.4.3 Dodana energija – črpalke.....	22
2.1.5 Enostavni sestavljeni cevovodi	24
2.1.5.1 Zaporedno sestavljeni cevovodi.....	25
2.1.5.2 Vzporedni cevovodi	25
2.2 Hidravlično modeliranje cevovodnih sistemov	26
2.2.1 Splošno.....	26
2.2.2 Matematična formulacija hidravličnega modela cevovodnega sistema	29

2.2.3	Reševanje sistema nelinearnih enačb cevovodnega sistema.....	32
2.2.4	Reševanje razširjene časovne simulacije v cevovodnih sistemih	35
2.2.5	Vzpostavitev hidravličnega modela vodooskrbnih sistemov.....	36
3	UMERJANJE HIDRAVLIČNIH MODELOV CEVOVODNIH SISTEMOV.....	44
3.1	Splošno	44
3.2	Večkriterijsko umerjanje hidravličnih modelov	48
3.2.1	Formulacija večkriterijskega umerjanja.....	49
3.2.2	Vključevanje predhodnih ocen o parametrih umerjanja.....	51
3.3	Bayesovo sklepanje	54
3.3.1	Bayesov teorem	54
3.3.2	Bayesovo sklepanje za ocenjevanje parametrov	56
3.3.2.1	Apriorne porazdelitve	59
3.3.2.2	Verjetje	61
3.3.2.3	Posteriorna porazdelitev in ocena intervalov verjetnosti.....	65
3.4	Analiza umerjanja.....	67
3.4.1	Določljivost, enoličnost in stabilnost umerjanja	67
3.4.2	Ocena stopnje ujemanja modela	70
3.4.3	Ocena negotovosti parametrov umerjanja	72
3.4.4	Ocena negotovosti modelnih napovedi.....	75
3.4.5	Diagnostična orodja in analize	77
4	ANALIZE GRADNIKOV PRI UMERJANJU HIDRAVLIČNIH MODELOV CEVOVODNIH SISTEMOV	81
4.1	Meritve na vodooskrbnih sistemih	81
4.2	Kriteriji natančnosti umerjanja glede na namen modela.....	86
4.3	Analiza senzitivnosti elementov hidravličnega modela.....	90
4.4	Razčlenitev elementov hidravličnega modela in grupiranje spremenljivk umerjanja ..	91
5	OPTIMIZACIJSKE METODE	96
5.1	Splošno	96
5.2	Večkriterijska optimizacija na podlagi evolucijskega računanja.....	101

5.2.1	Funkcija uspešnosti, raznolikost populacije in robni pogoji	102
5.2.2	Izbor osebkov, elitizem in populacije.....	104
5.2.3	Kodiranje kromosomov, evolucijski operatorji in zaustavitveni pogoji.....	104
5.2.4	Algoritem NSGA-II	107
5.3	Metahevristični algoritem – AMALGAM	110
5.4	Metode Monte Carlo z Markovskimi verigami.....	113
5.4.1	Algoritem DREAM _(ZS)	116
6	PRIMER 1: HIPOTETIČNI HIDRAVLICNI MODEL VODOOSKRBNEGA SISTEMA	119
6.1	Opis	119
6.1.1	Opravljeni izračuni drugih avtorjev na testnem primeru	121
6.2	Primer Anytown – umerjanje za hidravlični model stalnega toka »SS«	123
6.2.1	Večkriterijsko umerjanje – primer »MO-Kalib-SS«	127
6.2.2	Umerjanje z Bayesovim sklepanjem – primer »BAY-Kalib-SS«.....	136
6.3	Primer Anytown – umerjanje za hidravlični model razširjene časovne simulacije »EPS«.....	143
6.3.1	Večkriterijsko umerjanje – primer »MO-Kalib-EPS«	145
6.3.2	Umerjanje z Bayesovim sklepanjem – primer »BAY-Kalib-EPS«	152
6.4	Ugotovitve.....	158
7	PRIMER 2 – REALNI HIDRAVLICNI MODEL VODOOSKRBNEGA SISTEMA.....	160
7.1	Opis	160
7.2	Primer realni VS – umerjanje za hidravlični model stalnega toka »SS«.....	161
7.2.1	Večkriterijsko umerjanje – primer »MO-Kalib-SS«	162
7.2.2	Umerjanje z Bayesovim sklepanjem – primer »BAY-Kalib-SS«.....	169
7.3	Primer realni VS – umerjanje za hidravlični model razširjene časovne simulacije »EPS«.....	175
7.3.1	Večkriterijsko umerjanje – primer »MO-Kalib-EPS«	176
7.3.2	Umerjanje z Bayesovim sklepanjem – primer »BAY-Kalib-EPS«	184
7.4	Ugotovitve in sinteza za realni vodooskrbni sistem	188
8	ZAKLJUČEK.....	190

9 VIRI	194
---------------------	------------

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 2.1:	Oznake in enote ekstenzivnih (snovnih) in intenzivnih (sprememb) veličin v ohranitvenih zakonih (Boulos, 2006).....	7
Preglednica 2.2:	Opis členov v energijski enačbi (2.17) (Boulos, 2006).....	11
Preglednica 2.3:	Režimi toka tekočine in pripadajoče vrednosti Reynoldsovih števil (Steinman, 2010) 14	
Preglednica 2.4:	Colebrooke-Whitove enačbe za določitev Darcy-Weisbachovega koeficienta hrapavosti λ za turbulentni režim toka (Colebrook, 1939)	19
Preglednica 2.5:	Enačbe za določitev Darcy-Weisbachovega koeficienta hrapavosti λ za prehodno območje turbulentnega režima toka.....	20
Preglednica 4.1:	Smernice natančnosti umerjanja po ECAC (1999)	87
Preglednica 4.2:	Kriteriji grupiranja cevovodov (de Schaetzen, 2000).....	94
Preglednica 6.1:	Obtežni primeri ob zajemu meritve tlakov in pretokov na cevovodnem sistemu Anytown	123
Preglednica 6.2:	Robni pogoji ob zajemu meritve tlakov in pretokov na cevovodnem sistemu Anytown	124
Preglednica 6.3:	Prave vrednosti skupin parametrov za pridobitev sintetičnih meritev tlakov in pretokov	124
Preglednica 6.4:	Sintetične »prave« meritev tlakov in pretokov na cevovodnem sistemu Anytown – SS	125
Preglednica 6.5:	Združitev cevovodov v 6 skupin parametrov umerjanja (PG)	126
Preglednica 6.6:	MO-Kalib-SS Rezultati parametrov umerjanja	130
Preglednica 6.7:	MO-Kalib-SS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov	131
Preglednica 6.8:	MO-Kalib-SS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike	131
Preglednica 6.9:	MO-Kalib-SS Povzetek rezultatov večkriterijskega umerjanja.....	133
Preglednica 6.10:	BAY-Kalib-SS Koeficienti apriornih porazdelitve (pdf) za 6 skupin parametrov umerjanja	137
Preglednica 6.11:	BAY-Kalib-SS Rezultati parametrov umerjanja (modelni in GL) za štiri sheme apriornih porazdelitev (pdf).....	138
Preglednica 6.12:	BAY-Kalib-SS Statistike ujemanja modelnih napovedi in meritev za štiri apriorne porazdelitve	141
Preglednica 6.13:	Sintetične »prave« meritev tlakov in pretokov na cevovodnem sistemu Anytown – EPS	144
Preglednica 6.14:	MO-Kalib-EPS Rezultati parametrov umerjanja.....	148
Preglednica 6.15:	MO-Kalib-SS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov	148
Preglednica 6.16:	MO-Kalib-EPS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike	149
Preglednica 6.17:	MO-Kalib-EPS Povzetek rezultatov večkriterijskega umerjanja	151
Preglednica 6.18:	BAY-Kalib-EPS Rezultati parametrov umerjanja.....	154

Preglednica 6.19:	BAY-Kalib-SS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov.....	155
Preglednica 6.20:	MO-Kalib-EPS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike.....	156
Preglednica 6.21:	BAY-Kalib-EPS Povzetek rezultatov Bayesovega sklepanja.....	157
Preglednica 7.1:	MO-Kalib-SS Rezultati parametrov umerjanja	165
Preglednica 7.2:	MO-Kalib-SS Povzetek rezultatov večkriterijskega umerjanja.....	168
Preglednica 7.3:	BAY-Kalib-SS Apriorne porazdelitve in njihovi parametri za različne materiale cevovodov	169
Preglednica 7.4:	BAY-Kalib-SS Rezultati parametrov umerjanja za šest parametrov različnih materialov	172
Preglednica 7.5:	BAY-Kalib-SS Povzetek rezultatov Bayesovega sklepanja.....	174
Preglednica 7.6:	MO-Kalib-EPS Rezultati parametrov umerjanja.....	179
Preglednica 7.7:	MO-Kalib-EPS Povzetek rezultatov večkriterijskega umerjanja	183
Preglednica 7.8:	BAY-Kalib-EPS Povzetek rezultatov Bayesovega sklepanja	187

KAZALO SLIK

Slika 2.1 Grafični prikaz zakona o ohranitvi energije za primer odseka cevi – energijske izgube	12
Slika 2.2 Grafični prikaz zakona o ohranitvi energije – energijske izgube in mehansko delo.....	12
Slika 2.3 Hitrostni profil v cevi in hitrosti tekočine v odvisnosti od časa (Munson, 1999)	14
Slika 2.4 Moodyjev diagram (Moody, 1944).....	18
Slika 2.5 (a) Določitev črpalne višine centrifugalne črpalke, (b) karakteristične krivulje črpalke (Munson, 1999)	22
Slika 2.6 Določitev točke obratovanja črpalke kot presečišča krivulje sistema in črpalne krivulje.....	23
Slika 2.7 (a) Točka obratovanja pri zaporedni in (b) vzporedni konfiguraciji dveh različnih črpalk	24
Slika 2.8 (a) Zaporedno in (b) vzporedno sestavljeni cevovodi	24
Slika 2.9 Shematski prikaz sestavnih elementov hidravličnega modela vodooskrbnega sistema	29
Slika 2.10 Določevanje velikosti in lokacije rabe na vozliščne porabe	41
Slika 3.1 Proces umerjanja cevovodnih sistemov	45
Slika 3.2 Zelnerjev diagram Bayesovega sklepanja (Savchuk, 2011).....	59
Slika 3.3 Informativne apriorne verjetnostne porazdelitve $p(\theta I_a)$	60
Slika 3.4 Posteriorna verjetnostna porazdelitev $p(\theta y, I_a)$	66
Slika 4.1 Meritev tlaka na hidrantu in izpust pri izvedbi požarnega preizkusa (Walski in sod., 2003)	82
Slika 4.2 Krivulja normalne gostote verjetnostne porazdelitve $p(x)$	85
Slika 4.3 (levo) Neskeletiziran model in (desno) minimalno skeletiziran model (Walski in sod., 2003)	92
Slika 4.4 (levo) Običajno skeletiziran model in (desno) maksimalno skeletiziran model (Walski in sod., 2003)	93
Slika 5.1 Prednostni pristop k postopku večkriterijske optimizacije (Deb, 2002)	98
Slika 5.2 Idealni pristop k postopku večkriterijske optimizacije (Deb, 2002)	99
Slika 5.3 Pareto optimalna fronta in dominirane rešitve večkriterijske optimizacije (Goh in Tan, 2009)	100
Slika 5.4 Razvrščanje osebkov glede na kriterija rang osebka in metrika nakopičenosti za izbor naslednje generacije (Deb, 2002)	103
Slika 5.5 Vrste kodiranja osebkov pri evucijskih optimizacijskih problemih.....	105
Slika 5.6 Eno točkovno križanje starševskih osebkov in njihovi potomci.....	106
Slika 5.7 Dvotočkovno križanje starševskih osebkov in njihovi potomci.....	106
Slika 5.8 Prikaz evucijskega operatorja mutacije.....	107
Slika 6.1 Shematski prikaz cevovodnega omrežja »Anytown« (Walski in sod., 1987).....	120
Slika 6.2 Prikaz merilnih mest tlaka (rdeče) in pretoka (modro) na cevovodnem omrežju »Anytown«	125
Slika 6.3 MO-Kalib-SS (levo) Primerjava uteženih modelnih odzivov in uteženih opazovanih podatkov ter (desno) območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)	129
Slika 6.4 MO-Kalib-SS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev večkriterijskega umerjanja.....	130

Slika 6.5 MO-Kalib-SS Osnovne statistične vrednosti uteženih pogreškov (levo) za vsako merilno mesto in (desno) za vse obtežne primere	132
Slika 6.6 MO-Kalib-SS Primerjava pogreškov v odvisnosti od modelnih odzivov	132
Slika 6.7 MO-Kalib-SS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve.....	133
Slika 6.8 MO-Kalib-SS AMALGAM algoritem – porazdelitev osebkov (n=200) med posameznimi podalgoritmi.....	135
Slika 6.9 MO-Kalib-SS AMALGAM algoritem – (levo) Konvergenca vrednosti za občutljivi parameter PG3 brez uporabe predhodne ocene in (desno) za manj občutljivi PG6 z uporabo predhodne ocene parametra	135
Slika 6.10 BAY-Kalib-SS Funkcije gostote verjetnosti za enakomerno zvezno, normalno in gama porazdelitev	136
Slika 6.11 BAY-Kalib-SS Kvantilni diagram umerjenih parametrov ekvivalentne hrapavosti za 4 tipe apriornih porazdelitev	139
Slika 6.12 BAY-Kalib-SS Robne posteriorne gostote verjetnosti za šest modelnih parametrov in 4 hiperparametre v primeru predlagane sheme zvezne enakomerne in gama apriorne porazdelitve.....	140
Slika 6.13 BAY-Kalib-SS Histogrami robnih posteriornih porazdelitev (diagonalno) in korelacijska matrika šestih modelnih parametrov (grafično in številčne vrednosti).....	140
Slika 6.14 BAY-Kalib-SS (levo) Primerjava modelnih odzivov in opazovanih podatkov ter (desno) območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)	141
Slika 6.15 BAY-Kalib-SS Prikaz pogreškov v odvisnosti od modelnih odzivov	142
Slika 6.16 BAY-Kalib-SS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve.....	142
Slika 6.17 BAY-Kalib-SS DREAM(ZS) algoritem – (levo) Konvergenca Markovske verige za občutljivi parameter PG3 z zvezno enakomerno apriorno pdf in (desno) za manj občutljiv PG6 z gama apriorno pdf	143
Slika 6.18 MO-Kalib-EPS (levo zgoraj) Primerjava uteženih modelnih odzivov in uteženih opazovanih podatkov ter (desno zgoraj in spodaj) območje 95 % negotovosti modelnih napovedi (sivo) in meritev (rdeče pike) za merilno mesto tlaka J140, pretoka P78 in gladine v vodohranu B.....	146
Slika 6.19: MO-Kalib-EPS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev večkriterijskega umerjanja	147
Slika 6.20 MO-Kalib-EPS Osnovne statistične vrednosti pogreškov (levo) za vsako merilno mesto in (desno) za vse obtežne primere.....	149
Slika 6.21 MO-Kalib-EPS Primerjava uteženih pogreškov v odvisnosti od uteženih modelnih odzivov.....	150
Slika 6.22 MO-Kalib-EPS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve.....	151
Slika 6.23 BAY-Kalib-EPS (levo) Primerjava uteženih modelnih odzivov in uteženih opazovanih podatkov ter (desno) območje 95 % negotovosti modelnih napovedi (sivo) in meritev (rdeče pike) za merilno mesto tlaka J140.....	153
Slika 6.24 BAY-Kalib-EPS Območje 95 % negotovosti modelnih napovedi (sivo) in meritev (rdeče pike) za merilno mesto (levo) pretoka P78 in (desno) gladine v vodohranu B.....	154

Slika 6.25 BAY-Kalib-EPS Robne posteriorne gostote verjetnosti za šest modelnih parametrov in šest hiperparametrov v primeru predlagane sheme zvezne enakomerne in gama apriorne porazdelitve	155
Slika 6.26 BAY-Kalib-EPS Primerjava uteženih pogreškov v odvisnosti od uteženih modelnih odzivov	156
Slika 6.27 BAY-Kalib-EPS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve	157
Slika 7.1 MO-Kalib-SS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev večkriterijskega umerjanja.....	163
Slika 7.2 MO-Kalib-SS Primerjava uteženih modelnih odzivov in uteženih opazovanih podatkov ...	164
Slika 7.3 MO-Kalib-SS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)	164
Slika 7.4 MO-Kalib-SS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)	165
Slika 7.5 MO-Kalib-SS Osnovne statistične vrednosti pogreškov (zgoraj) za vsako merilno mesto in (spodaj) za vse obtežne primere	166
Slika 7.6 MO-Kalib-SS Primerjava uteženih pogreškov v odvisnosti od uteženih modelnih odzivov	167
Slika 7.7 MO-Kalib-SS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve	167
Slika 7.8 BAY-Kalib-SS Robne posteriorne gostote verjetnosti modelnih parametrov	170
Slika 7.9 BAY-Kalib-SS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)	171
Slika 7.10 BAY-Kalib-SS Osnovne statistične vrednosti pogreškov za vsako merilno mesto.....	172
Slika 7.11 BAY-Kalib-SS Osnovne statistične vrednosti pogreškov za vse obtežne primere.....	173
Slika 7.12 BAY -SS (levo) Primerjava modelnih odzivov in opazovanih podatkov ter (desno) pogreškov v odvisnosti od modelnih odzivov	173
Slika 7.13 BAY-Kalib-SS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve	174
Slika 7.14 MO-Kalib-EPS Primerjava uteženih modelnih odzivov in uteženih opazovanih podatkov	177
Slika 7.15 MO-Kalib-EPS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev večkriterijskega umerjanja.....	177
Slika 7.16 MO-Kalib-EPS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev večkriterijskega umerjanja.....	178
Slika 7.17 MO-Kalib-EPS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)	178
Slika 7.18 MO-Kalib-EPS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)	179
Slika 7.19 MO- EPS Osnovne statistične vrednosti pogreškov za vsako merilno mesto.....	180
Slika 7.20 MO- EPS Osnovne statistične vrednosti pogreškov za vse obtežne primere.....	181
Slika 7.21 MO-Kalib-EPS Primerjava pogreškov v odvisnosti od modelnih odzivov	181

Slika 7.22 MO-Kalib-EPS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve.....	182
Slika 7.23 BAY- EPS Robne posteriorne gostote verjetnosti modelnih parametrov	185
Slika 7.24 BAY - EPS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)	185
Slika 7.25 BAY - EPS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)	186
Slika 7.26 MO- EPS (levo) Primerjava modelnih odzivov in opazovanih podatkov ter (desno) pogreškov v odvisnosti od modelnih odzivov.....	186
Slika 7.27 MO- EPS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve.....	187

KAZALO PRILOG

Priloga 1:	Podatki hipotetičnega hidravličnega modela Anytown	1
Priloga 2:	Primer Anytown »MO-Kalib-SS« - Rezultati prvo-stopenjskega večkriterijskega umerjanja po metodi najmanjših kvadratov	4
Priloga 3:	Primer Anytown »MO-Kalib-SS« - Rezultati drugo-stopenjskega večkriterijskega umerjanja po metodi uteženih najmanjših kvadratov	11
Priloga 4:	Primer Anytown »MO-Kalib-EPS« - Rezultati prvo-stopenjskega večkriterijskega umerjanja po metodi najmanjših kvadratov	18
Priloga 5:	Primer Anytown »MO-Kalib-EPS« - Rezultati drugo-stopenjskega večkriterijskega umerjanja z vključitvijo predhodnih ocen parametrov umerjanja po metodi uteženih najmanjših kvadratov	26
Priloga 6:	Podatki hidravličnega modela stvarnega vodooskrbnega sistema	34
Priloga 7:	Primer stvarni VS »MO-Kalib-SS« - Rezultati prvo-stopenjskega večkriterijskega umerjanja po metodi najmanjših – »celotni« parametri	35
Priloga 8:	Primer stvarni VS »MO-Kalib-SS« - Rezultati prvo-stopenjskega večkriterijskega umerjanja po metodi najmanjših	40
Priloga 9:	Primer stvarni VS »MO-Kalib-SS« - rezultati metode uteženih najmanjših kvadratov	47
Priloga 10:	Primer stvarni VS »MO-Kalib-EPS« - Rezultati prvo-stopenjskega večkriterijskega umerjanja po metodi najmanjših – »celotni« parametri	49
Priloga 11:	Primer stvarni VS »MO-Kalib-EPS« - Rezultati prvo-stopenjskega večkriterijskega umerjanja po metodi najmanjših	54
Priloga 12:	Primer stvarni VS »MO-Kalib-EPS« - Rezultati metode uteženih najmanjših kvadratov	61
Priloga 13:	Preglednica ekvivalentne hrapavosti za industrijsko izdelane cevi	63

INDEX OF TABLES

Table 2.1: Expressions of extensive and intensive properties of property conservations (Boulos, 2006)	7
Table 2.2: Description of terms in the energy equation (2.17) (Boulos, 2006):.....	11
Table 2.3: Flow regimes and their Reynolds numbers (Steinman, 2010)	14
Table 2.4: Colebrooke-White equations of the Darcy-Weisbach friction factor λ for turbulent flow (Colebrook, 1939).....	19
Table 2.5: Equations of the Darcy-Weisbach friction factor λ for the transition zone of turbulent flow	20
Table 4.1: Guidelines of calibration accuracy according to ECAC (1999).....	87
Table 4.2: Pipe grouping criteria (de Schaetzen, 2000)	94
Table 6.1: Loading conditions at pressure and flow measurements on the Anytown WDS	123
Table 6.2: Boundary conditions at pressure and flow measurements on the Anytown WDS.....	124
Table 6.3: True parameter group values for synthetic measurement generation	124
Table 6.4: Synthetic »true« pressure and flow measurements on the Anytown WDS – SS	125
Table 6.5: Aggregation of pipes into 6 pipe groups (PG) of calibration parameters	126
Table 6.6: MO-Kalib-SS Parameter calibration results.....	130
Table 6.7: MO-Kalib-SS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix	131
Table 6.8: MO-Kalib-SS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix	131
Table 6.9: MO-Kalib-SS Summary of multi-objective calibration results.....	133
Table 6.10: BAY-Kalib-SS Coefficients of prior pdf for 6 calibration parameter groups.....	137
Table 6.11: BAY-Kalib-SS Results of calibration parameters (model and GL) for four prior pdf schemes	138
Table 6.12: BAY-Kalib-SS Statistics of model fit for four prior parameter distributions	141
Table 6.13: Synthetic »true« pressure and flow measurements on the Anytown WDS - EPS	144
Table 6.14: MO-Kalib-EPS Parameter calibration results	148
Table 6.15: MO-Kalib-SS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix	148
Table 6.16: MO-Kalib-EPS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix	149
Table 6.17: MO-Kalib-EPS Summary of multi-objective calibration results	151
Table 6.18: BAY-Kalib-EPS Parameter calibration results	154
Table 6.19: BAY-Kalib-SS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix	155
Table 6.20: BAY-Kalib-EPS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix	156
Table 6.21: BAY-Kalib-EPS Summary of Bayesian inference results	157
Table 7.1: MO-Kalib-SS Parameter calibration results.....	165
Table 7.2: MO-Kalib-SS Summary of multi-objective calibration results.....	168

Table 7.3: BAY-Kalib-SS Prior distributions and their parameters for different pipe materials.....	169
Table 7.4: BAY-Kalib-SS Parameter calibration results for six parameters of different materials...	172
Table 7.5: BAY-Kalib-SS Summary of Bayesian inference results	174
Table 7.6: MO-Kalib-EPS Parameter calibration results.....	179
Table 7.7: MO-Kalib-EPS Summary of multi-objective calibration results.....	183
Table 7.8: BAY-Kalib-EPS Summary of Bayesian inference results.....	187

INDEX OF FIGURES

Figure 2.1 Illustration of conservation of energy principle – energy losses.....	12
Figure 2.2 Illustration of conservation of energy principle – energy losses and mechanical work.....	12
Figure 2.3 Velocity profile in pipe and time dependence of fluid velocity (Munson, 1999)	14
Figure 2.4 Moody's chart (Moody, 1944).....	18
Figure 2.5 (a) Determining pump head gain of centrifugal pump, (b) pump characteristic curves of a pump (Munson, 1999).....	22
Figure 2.6 Determining the pump operating point at the intersection of the system and pump curve ..	23
Figure 2.7 (a) Pump operation point at two different pumps in series and (b) in parallel configuration	24
Figure 2.8 (a) Pipes in series and (b) parallel pipes.....	24
Figure 2.9 Schematic drawing of the constituent elements of a water distribution system.....	29
Figure 2.10 Determination and allocation of junction demand	41
Figure 3.1 Process of calibration of pipe systems	45
Figure 3.2 Zelner's diagram of Bayesian inference (Savchuk, 2011).....	59
Figure 3.3 Informative prior probability distributions $p(\theta I_a)$	60
Figure 3.4 Prosterior probability distributions $p(\theta y, I_a)$	66
Figure 4.1 Pressure measurements on a hydrant and execution of fire flow tests (Walski et al., 2003)	82
Figure 4.2 Graph of a normal probability density functions $p(x)$	85
Figure 4.3 (left) Nonskeletonized model and (right) minimally skeletonized model (Walski et al., 2003)	92
Figure 4.4 (left) Ordinary skeletonized model and (right) maximally skeletonized model (Walski et al., 2003)	93
Figure 5.1 Preference-based multi-objective optimization procedure (Deb, 2002).....	98
Figure 5.2 Ideal multi-objective optimization procedure (Deb, 2002)	99
Figure 5.3 Pareto optimal front and dominated solution of multi-objective optimization (Goh and Tan, 2009).....	100
Figure 5.4 Pareto optimal front and dominated solution of multi-objective optimization	103
Figure 5.5 Coding types of individuals in evolutionary optimization problems	105
Figure 5.6 One point crossover of parent individuals and their offspring.....	106
Figure 5.7 Two point crossover of parent individuals and their offspring	106
Figure 5.8 Evolutionary mutation operator	107
Figure 6.1 Layout of the »Anytown« network (Walski et al., 1987).....	120
Figure 6.2 Layout of pressure (red) and flow (blue) measurement locations of the »Anytown« network	125
Figure 6.3 MO-Kalib-SS (left) Comparison of weighted model predictions against weighted observation and (right) 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)	129
Figure 6.4 MO-Kalib-SS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of multi-objective calibration results	130

Figure 6.5 MO-Kalib-SS Basic weighted residual statistics (left) for each monitoring location and (right) for each loading condition	132
Figure 6.6 MO-Kalib-SS Correlation of residuals against model predictions	133
Figure 6.7 MO-Kalib-SS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution.....	133
Figure 6.8 MO-Kalib-SS AMALGAM algorithm – distribution of individuals (n=200) between the different subalgorithms	135
Figure 6.9 MO-Kalib-SS AMALGAM algorithm – (left) Convergence parameter values for a sensitive parameter PG3 without parameter estimation and (right) for a less sensitive PG6 with parameter estimation	135
Figure 6.10 BAY-Kalib-SS Probability density functions for continuous uniform, normal and gamma distributions.....	136
Figure 6.11 BAY-Kalib-SS Box plot of calibration parameters of equivalent roughness for 4 types of prior distributions	139
Figure 6.12 BAY-Kalib-SS Marginal densities of six model and 4 hyperparameters in the case of the proposed uniform and gamma prior pdf scheme	140
Figure 6.13 BAY-Kalib-SS Box plot of calibration parameters of equivalent roughness for 4 types of prior distributions	140
Figure 6.14 BAY-Kalib-SS (left) Comparison of model predictions against observation and (right) 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)	141
Figure 6.15 BAY-Kalib-SS (left) Correlation of residuals against model predictions	142
Figure 6.16 BAY-Kalib-SS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution.....	142
Figure 6.17 BAY-Kalib-SS DREAM(ZS) algorithm – (left) Convergence of Markov chain for a sensitive parameter PG3 with uniform prior pdf and (right) for a less sensitive PG6 with gamma prior pdf	143
Figure 6.18 MO-Kalib-EPS (upper left) Comparison of weighted model predictions against weighted observation and (upper right and below) 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots) for pressure measurement location J140, flow P78 and tank level B	146
Figure 6.19: MO-Kalib-EPS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of multi-objective calibration results	147
Figure 6.20 MO-Kalib-EPS Basic residual statistics (left) for each monitoring location and (right) for each loading condition	149
Figure 6.21 MO-Kalib-EPS Comparison of weighted residuals against weighted model predictions	150
Figure 6.22 MO-Kalib-EPS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution.....	151
Figure 6.23 BAY-Kalib-EPS (left) Comparison of weighted model predictions against weighted observation and (right) 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots) for pressure measurement location J140	153
Figure 6.24 BAY-Kalib-EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots) for pressure measurement location (left) flow P78 and (right) tank level B.....	154

Figure 6.25 BAY-Kalib-EPS Marginal densities of six model parameters and six hyperparameters in the case of the proposed uniform and gamma prior pdf scheme.....	155
Figure 6.26 BAY-Kalib-EPS Comparison of weighted residuals against weighted model predictions.....	156
Figure 6.27 BAY-Kalib-EPS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution	157
Figure 7.1 MO-Kalib-SS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of multi-objective calibration results	163
Figure 7.2 MO-Kalib-SS Comparison of weighted model predictions against weighted observation	164
Figure 7.3 MO-Kalib-SS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)	164
Figure 7.4 MO-Kalib-SS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)	165
Figure 7.5 MO-Kalib-SS Basic residual statistics (up) for each monitoring location and (below) for each loading condition.....	166
Figure 7.6 MO-Kalib-SS Comparison of weighted residuals against weighted model predictions	167
Figure 7.7 MO-Kalib-SS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution	167
Figure 7.8 BAY-Kalib-SS Marginal posterior densities of model parameters.....	170
Figure 7.9 BAY-Kalib-SS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots).....	171
Figure 7.10 BAY-Kalib-SS Basic residual statistics for each monitoring location.....	172
Figure 7.11 BAY-Kalib-SS Basic residual statistics for each loading condition	173
Figure 7.12 BAY -SS (left) Comparison of model predictions against observation and (right) of residuals against model predictions	173
Figure 7.13 BAY-Kalib-SS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution	174
Figure 7.14 MO-Kalib-EPS Comparison of weighted model predictions against weighted observation.....	177
Figure 7.15 MO-Kalib-EPS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of multi-objective calibration results	177
Figure 7.16 MO-Kalib-EPS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of multi-objective calibration results	178
Figure 7.17 MO-Kalib-EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots).....	178
Figure 7.18 MO-Kalib-EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots).....	179
Figure 7.19 MO- EPS Basic residual statistics for each monitoring location	180
Figure 7.20 MO- EPS Basic residual statistics for each loading condition.....	181
Figure 7.21 MO-Kalib-EPS Comparison of residuals against model predictions.....	181
Figure 7.22 MO-Kalib-EPS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution	182

Figure 7.23 BAY- EPS Marginal posterior densities of model parameters	185
Figure 7.24 BAY - EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)...	185
Figure 7.25 BAY - EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)...	186
Figure 7.26 MO- EPS (left) Comparison of model predictions against observation and (right) of residuals against model predictions	186
Figure 7.27 MO- EPS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution.....	187

INDEX OF APPENDICES

Appendix 1: Data of the hypothetical hydraulic model of Anytown.....	1
Appendix 2: Case Anytown »MO-Kalib-SS« – Results of first-state multi-objective calibration by ordinary least-squares	4
Appendix 3: Case Anytown »MO-Kalib-SS« – Results of second-state multi-objective calibration with incorporation of parameter estimation by weighted least-squares.....	11
Appendix 4: Case Anytown »MO-Kalib-EPS« – Results of first-state multi-objective calibration by ordinary least-squares	18
Appendix 5: Case Anytown »MO-Kalib-EPS« – Results of second-state multi-objective calibration with incorporation of parameter estimation by weighted least-squares.....	26
Appendix 6: Data of the hydraulic model of a real-life water distribution system.....	34
Appendix 7: Case Real-life WDS »MO-Kalib-SS« – Results of first-state multi-objective calibration by ordinary least-squares – »Full« parameters	35
Appendix 8: Case Real-life WDS »MO-Kalib-SS« – Results of first-state multi-objective calibration by ordinary least-squares	40
Appendix 9: Case Real-life WDS »MO-Kalib-SS« – Results of the weighted least squares method.....	47
Appendix 10: Case Real-life WDS »MO-Kalib-EPS« - Results of first-state multi-objective calibration by ordinary least-squares – »Full« parameters	49
Appendix 11: Case Real-life WDS »MO-Kalib-EPS« – Results of first-state multi-objective calibration by ordinary least-squares	54
Appendix 12: Case Real-life WDS »MO-Kalib-EPS« – Results of the weighted least squares method.....	61
Appendix 13: Equivalent sand grain roughness for commercial pipes.....	63

1 UVOD

Izraz »umerjanje« opisuje širok nabor postopkov, s katerimi se pri vseh oblikah modeliranja (tj. pri matematičnih in fizičnih modelih) zagotovi, da model ponazarja dejanske razmere v naravi ali na prototipu. Primerjava modela temelji na zbranih opazovanjih (tj. meritvah) na sistemu. Šele ko se model ustrezno odzove na dejanske razmere, lahko pričakujemo, da bo ustrezno simuliral tudi dogodke, ki se še niso zgodili (seveda še vedno z neko merilno oz. računsko negotovostjo).

Vse to velja tudi za hidravlične matematične modele vodooskrbnih sistemov. Ena od natančnejših definicij umerjanja navaja, da je umerjanje (oz. s tujko kalibracija) postopek prilagajanja posameznih neznanih parametrov hidravličnega modela tako, da se minimizirajo razlike med meritvami, opravljenimi na realnem vodooskrbnem sistemu, in napovedmi hidravličnih veličin modela.

Pred izvedbo samega postopka kalibracije je treba najprej izvesti postopek verifikacije hidravličnega modela, s katerim se zagotovi, da model pravilno opiše topologijo omrežja. Hkrati se preveri pravilna vključenost vseh gradnikov (npr. objekti, naprave, zaporne armature ipd.), ki so nujno potrebni za pravilno ponazoritev obratovalnih stanj. Po opravljenem umerjanju modela je treba še preveriti ali je model tudi širše uporaben, npr. v drugačnih pogojih obratovanja (tj. validacija). Vsi trije postopki – verifikacija, umerjanje, validacija – tvorijo zaokrožen proces priprave hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov, ki se jih nato lahko uporabi v druge namene, kot npr. iskanje najprimernejšega upravljanja, rekonstrukcije ali optimizacije vodooskrbnih sistemov itd.

Pomen in nujnost poznavanja sistema ter uveljavljanja hidravličnih modelov pri upravljanju vodooskrbnih sistemov in zagotavljanju storitev javnih služb je tudi v slovenski prostor vpeljala zakonodaja. Tako je v Pravilniku o oskrbi s pitno vodo predpisana obveznost, da mora upravljavec javnega vodooskrbnega sistema zagotoviti občasno hidravlično modeliranje vodooskrbnih sistemov in občasno modeliranje kakovosti vode v vodooskrbnih sistemih. Hidravlično modeliranje in modeliranje kakovosti vode v vodooskrbnih sistemih je nujno, da se lahko določi natančnejši vpogled v delovanje vodooskrbnega sistema (tj. razporeditev pretokov in tlakov v omrežju). S hidravličnimi modeli je nato mogoče izvajati različne poizvedbe in analize, ki lahko odgovorijo na mnogokatera vprašanja: ali je obratovanje vodooskrbnega sistema ustrezno; kakšne bodo razmere ob širitvi sistema in vključevanju novih oskrbovalnih območij; kje se nahajajo območja s povečanim deležem vodnih izgub; kakšna je starost vode v omrežju; lahko časovno sledimo vode iz posameznih virov; kolikšno je znižanje stroškov oskrbe s pitno vodo ob optimizaciji obratovanja črpalk in drugih naprav; idr.

Podlaga za celovit pristop k hidravličnemu modeliranju vodooskrbnih sistemov in njihovemu uveljavljanju je v zadnjih letih aplikativni raziskovalni projekt »Modeliranje in optimiranje življenjskega cikla vodooskrbnih omrežij«, ki so ga sofinancirali Agencija RS za raziskovalno dejavnost in trije upravljavci vodooskrbnih sistemov. Cilj projekta je bil razvoj postopkov za ustrezno vodenje evidenc vodooskrbnih sistemov, ki bi omogočili neposredno vzpostavljanje hidravličnega modela. Kasnejše raziskave pa so proces umerjanja razdelile v dve fazi, tj. v makrokalibracijo (verifikacijo) in mikrokalibracijo (umerjanje). V prvem postopku naj bi se preverili vsi bistveni elementi hidravličnega modela, dokler le-ta ne bi izkazoval določene stopnje ujemanja z meritvami. Temu pa sledi mikrokalibracija, kjer se posamezni neznani, nemerljivi parametri hidravličnega modela določajo do stopnje, ki zagotavlja največje možno ujemanje odziva modela z meritvami. Postopek mikrokalibracije je bil opravljen z optimizacijsko metodo genetskih algoritmov.

Postopek umerjanja je po eni strani nujno potreben, po drugi pa (npr. pri večjem številu cevi) postaja zelo zahteven. Zato potekajo raziskave o načinu in možnih metodah, ki bi na podlagi umerjanja zagotovili ustrezno stopnjo zaupanja v rezultate modeliranja. Tu se pojavljajo novi pristopi in orodja, ki temeljijo na večkriterijskem umerjanju hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov. Na podlagi pregleda stanja tehnike je mogoče raziskovalno delo, ki prinaša nova znanja. Le-ta pa je treba najprej preizkušati na dovolj enostavno konstruiranih sistemih, kjer je mogoče v nadzorovanih pogojih analizirati odziv in rezultate novih postopkov umerjanja. Šele na dovolj testiranih orodjih je mogoč preizkus primernosti novih pristopov in orodij na primeru stvarnega vodooskrbnega sistema, z različnimi obratovalnimi stanji in posebnostmi sistemov.

Umerjanje hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov v tujini daleč presega razvojno stopnjo oz. stanje v Sloveniji. Zato je prvi cilj raziskav, kako prenesti to znanje v naše razmere, in analiza, kakšne so posebnosti naših sistemov. Pomembnejši cilj pa je uveljavljati celovit pristop k umerjanju hidravličnih modelov ter razviti nove pristope in znanja, s katerimi bi zagotovili zadostno stopnjo zaupanja v rezultate modelov, na podlagi katerih se sprejemajo odločitve o prihodnjih investicijah v infrastrukturo in zagotavljanje standarda oskrbe z vodo kot osnovnega pogoja za razvoj družbe.

1.1 Delovna hipoteza, cilji in pričakovani rezultati

Umerjanje hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov ima v sistemu upravljanja javne gospodarske infrastrukture, njenega načrtovanja, razvoja in obratovanja pomembno vlogo, saj vzpostavlja zaupanje v odločitve, ki se sprejemajo na podlagi napovedi posameznih hidravličnih modelov. Zato je treba pri orodjih za podporo odločanju, kamor spadajo tudi hidravlični modeli vodooskrbnih sistemov, podati

oceno stopnje negotovosti oziroma zagotoviti čim večjo istovetnost z razmerami v realnih vodooskrbnih sistemih.

Zato se postavlja glavno vprašanje: ali lahko z večkriterijsko (multikriterijsko) optimizacijo v postopku umerjanja, ki ločeno obravnava sistemske spremenljivke hidravličnih modelov, in z informacijami prostorske analize ter soodvisnosti posameznih komponent vodooskrbnega omrežja zagotovimo višjo stopnjo zaupanja in manjšo negotovost pri napovedih hidravličnih veličin ter tudi posameznih vrednosti optimizacijskih spremenljivk? Da bi lahko raziskali to vprašanje ali pa osvetlili njegove najpomembnejše sestavine, je bilo treba obravnavati še nekatera spremljevalna raziskovalna vprašanja.

Prikazane raziskave so testirale delovno hipotezo, da je mogoče z večkriterijsko analizo umerjanja, razvojem učinkovitih optimizacijskih metod in uvajanjem predhodnih informacij o modelnih prametih vodooskrbnega omrežja zagotoviti višjo stopnjo zaupanja v napovedi hidravličnih modelov, potrebne za učinkovito upravljanje z vodooskrbnimi sistemi.

Da bi lahko hipotezo potrdili ali ovrgli, so bila obravnavana različna raziskovalna vprašanja. Največji prispevek opravljenih raziskav se nanaša na vprašanje, ali večkriterijska analiza oz. optimizacija zagotavlja povečanje stopnje zaupanja v napovedi hidravličnih modelov in s tem tudi zmanjšanje negotovosti pri vrednostih posameznih kalibracijskih spremenljivk. Drugo vprašanje, ki je bilo oblikovano na začetku raziskav, se je nanašalo na postopke in metode prostorske razčlenitve komponent vodooskrbnega omrežja. V času raziskav za potrebe te naloge pa je pregled novejšje literature pokazal, da raziskave drugih raziskovalcev niso potrdile prednosti uporabe teorije grafov pri pridobivanju kakovostnejših informacij za postopek kalibracije hidravličnih modelov, zato to vprašanje v nadaljevanju ni bilo več obravnavano. Tako je bilo mogoče več raziskovalnega dela nameniti analizi že uveljavljenih metod in izdelavi novih pristopov, ki lahko zagotovijo uspešno in učinkovito kalibracijo hidravličnih modelov. V tem sklopu je bila obravnavana metoda Bayesovega sklepanja z uporabo posplošene funkcije verjetja, ki temelji na metodah Monte Carlo z Markovskimi verigami in daje najbolj natančne rezultate pri analizi negotovosti.

Doseženi rezultati imajo teoretični in praktični pomen. Tako je najprej podana opredelitev večkriterijske kalibracije kot novega postopka za izboljšanje zaupanja v napovedi hidravličnih modelov ter zbran je obsežen pregled stanja tehnike na področju umerjanja hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov in literature s sorodnih področij. Predstavljene so teoretične podlage za uporabo večkriterijskih optimizacijskih metod in analizirana področja njihove uporabe ter prednosti in pomanjkljivosti in potrebni podatki (meritve). Na teh izhodiščih je nastalo novo znanje, tj. razvoj

metodologije, ki omogoča večkriterijsko umerjanje na hidravličnem modelu vodooskrbnega sistema. Temeljni doprinos k razvoju znanosti je bil najprej preizkušen na hipotetičnem sistemu naselja Anytown, nato pa na hidravličnem modelu realnega vodooskrbnega sistema. Rezultati testiranja so pokazali uspešnost večkriterijske optimizacije. S tem je bil opravljen tudi pomemben prenos znanja in izkušenj iz tujine o umerjanju hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov v slovensko stroko. S predstavljenimi metodami večkriterijskega umerjanja in drugimi naprednimi metodami podpore pri odločanju, tj. evolucijskimi algoritmi in metodami Monte Carlo z Markovskimi verigami, naj bi se povečala njihova nadaljnja uporaba na področju hidravličnega modeliranja vodooskrbnih sistemov ter drugih strokovnih in raziskovalnih področjih.

1.2 Struktura naloge

Glede na uveljavljen način znanstveno raziskovalnega dela je naloga razdeljena na tri dele. V uvodnem delu je opravljen pregled stanja tehnike na področju hidravličnega modeliranja vodooskrbnih sistemov in pregled drugih naprednih metod oz. orodij za podporo pri odločanju. Ta del prinaša teoretične podlage, izpeljave in razlage, potrebne za spremljanje stanja tehnike oz. prispevek novih znanj. Za natančnejšo ponazoritev predlaganih optimizacijskih metod so podrobneje opisane globalne optimizacijske metode, ki so najprimernejše za visoko kombinatorične in nelinearne razmere umerjanja hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov. Nato sledijo rezultati lastnih raziskav s prikazi v tej nalogi razvite metodologije oz. pristopov, ki so v nadaljevanju testirani in nadgrajeni ter predstavljajo nov prispevek k znanju.

Preizkus uporabnosti predlagane metodologije večkriterijskega umerjanja je opravljen na dveh vrstah testnih omrežij. Prvo testiranje je opravljeno na hidravličnem modelu teoretično zasnovanega primera vodooskrbnega sistema naselja Anytown, ki je v literaturi odlično dokumentiran in se je pri raziskovalcih uveljavil kot referenčni sistem za različne analize. Za verifikacijo novo razvite metodologije je bil nato uporabljen še hidravlični model realnega vodooskrbnega sistema, tj. sistema na območju Ljubljana – Šentvid. Testiranje na razmerah v tem sistemu je pokazalo uporabnost predlagane metodologije v realnih pogojih.

V zadnjem sklopu so prikazani rezultati testiranja predlagane metodologije večkriterijskega umerjanja hidravličnih modelov, v katerem so prikazane predhodne analize postopka umerjanja in oblikovanje optimizacijskega problema, tj. ciljnih funkcij, spremenljivk umerjanja in načinov upoštevanja robnih pogojev. Obsežne analize prikazujejo uporabnost različnih pristopov in razvitih algoritmov ter pojasnjujejo cenilke oz. rezultate, ki opisujejo ustreznost posameznih izračunov in analiz.

Predstavljene so ugotovitve posebej za teoretični in za dejanski vodooskrbni sistem, nato pa še sinteza, s katero se potrjuje veljavnost postavljenih delovnih hipotez.

Obsežno delo z različnimi pristopi, npr. z metodo Monte Carlo z Markovskimi verigami, metodami, zasnovanimi na Bayesovem sklepanju, itd., odpira pot za nadaljnje raziskave na različnih področjih, zato so v zaključnem poglavju, razen prikaza dosežkov tukajšnjih raziskav, navedene tudi nekatere usmeritve za nadaljnje raziskovalno delo. Za slednje pa je dobra podlaga obsežen seznam uporabljenih virov.

2 TEORETIČNA IZHODIŠČA

Prikazana so teoretična izhodišča za vsebine naloge in podlage, ki so bile uporabljene za razvoj novih znanj. V prvem delu bo podan povzetek hidravličnih zakonitosti dinamike toka realne tekočine v cevovodih, saj so te vsebine dovolj znane oz. publicirane. V drugem delu pa bo poudarek na enačbah in algoritmihi, ki se uporabljajo pri hidravličnem modeliranju cevovodnih sistemov tako za reševanje nelinearnih enačb sistema cevovodov kot za razširjene časovne simulacije tokov v sistemu.

Napredne analize vodooskrbnih sistemov, vključno z Bayesovim postopkom umerjanja in večkriterijskimi optimizacijskimi metodami, pri katerih so navedeni razvojni prispevki znanosti, so predstavljene v samostojnih poglavjih.

2.1 Dinamika realne tekočine v cevovodih

Izhajajoč iz mehanike kontinuov se za opazovani hidrodinamski volumen lahko privzame veljavnost naslednjih ohranitvenih (fizikalnih) zakonov (Podgornik, 2002):

- zakon o ohranitvi mase,
- zakon o ohranitvi gibalne količine,
- zakon o ohranitvi vrtilne količine in
- zakon o ohranitvi energije.

Ker se bo področje uporabe v tej nalogi nanašalo na tok vode, bosta neposredno uporabljena dva od navedenih ohranitvenih zakonov, in sicer a) zakon o ohranitvi mase, znan tudi kot kontinuitetna enačba, in d) zakon o ohranitvi energije oziroma energijska enačba, saj se druga dva v sistemih cevovodov uporabljata redkeje, v posebnih primerih (npr. hipnih sprememb). Izpeljava obeh ohranitvenih zakonov bo sledila načinu, kot so ga prikazali Boulos in sod. (2006).

Z uporabo Eulerjevega opisa gibanja tekočine je mogoč splošen zapis ohranitvenih zakonov za izbrano (stacionarno, hidrodinamsko) kontrolno prostornino tekočine za opazovano veličino v naslednji obliki:

$$\Delta B_{KV} = B_{vtok} - B_{iztok} + \Delta B_{sistem} \quad (2.1)$$

Opisno izražena enačba (2.1) povezuje spremembo opazovane veličine v kontrolnem volumnu (ΔB_{KV}) kot količino opazovane veličine na vtoku in iztoku v kontrolni volumen ($B_{vtok} - B_{iztok}$) in količino opazovane veličine, dovedene v kontrolni volumen brez dodatne tekočine (B_{sistem}) (Boulos, 2006).

Preglednica 2.1: Oznake in enote ekstenzivnih (snovnih) in intenzivnih (sprememb) veličin v ohranitvenih zakonih (Boulos, 2006)

Table 2.1: Expressions of extensive and intensive properties of property conservations (Boulos, 2006)

Veličina	Ekstenzivna veličina (B)	Intenzivna veličina (β)
Masa	$m_v = [kg]$	$dm_v/dm_v = 1 = []$
Energija	$E = [J]$	$dE/dm_v = e_T = [J/kg]$

Vrednost B_{KV} v kontrolnem volumnu je v splošnem določena kot seštevek količine opazovane veličine znotraj kontrolne prostornine (Boulos, 2006):

$$B_{KV} = \int_{KV} \beta \rho dV \quad (2.2)$$

Pri izpeljavi ohranitvenih zakonov gibanja tekočine se znotraj kontrolne prostornine upošteva stopnja spremembe opazovane veličine DB_{KV}/Dt namesto njene vrednosti B_{KV} . Pretvorbo vrednosti B_{KV} v stopnjo spremembe DB_{KV}/Dt v kontrolni prostornini je mogoče opraviti z uporabo Reynoldsovega transportnega teorema. Za podrobno razlago oziroma vpogled v izpeljavo Reynoldsovega transportnega teorema bralca usmerjamo k delom s področja mehanike tekočin, npr. Munson (1999) ali Yamaguchi (2008). Po uporabi Reynoldsovega transportnega teorema je (Boulos, 2006) izraz za splošno obliko ohranitvenega zakona naslednji:

$$\frac{D}{Dt} \int_{KV} \beta \rho dV = \sum_{vtok} \beta \rho Q - \sum_{iztok} \beta \rho Q + \frac{dB_{sistem}}{dt} \quad (2.3)$$

Členi enačbe (2.3) podajajo enake veličine, kot so v enačbi (2.1).

2.1.1 Zakon o ohranitvi mase

Zakon o ohranitvi mase oziroma kontinuitetno enačbo lahko izpeljemo iz splošnega izraza ohranitvenega zakona, podanega z enačbo (2.3), če v njej simbola B in β zamenjamo z izrazi za maso, kot so navedeni v Preglednica 2.1, torej z $B = m$ in $\beta = 1$. Vrednost člena $dB_{sistem}/dt = 0$, saj se masa tekočine ne more spremeniti, če se ne dodaja oziroma odvzema tekočina (Boulos, 2006).

$$\frac{D}{Dt} \int_{KV} \rho dV = \sum_{vtok} \rho Q - \sum_{iztok} \rho Q \quad (2.4)$$

Ker bomo v nadaljevanju obravnavali sisteme z vodo, lahko v primeru običajnih vodooskrbnih sistemov privzamemo, da je voda nestisljiva tekočina, tj. $\rho = konst.$ Tedaj se enačba (2.4) poenostavi v obliko, ki obravnava pretok tekočine namesto masnega pretoka:

$$\frac{D}{Dt} \int_{KV} dV = \sum_{vtok} Q - \sum_{iztok} Q \quad (2.5)$$

Kadar se obravnavajo sistemi, kjer lahko privzamemo časovno nespremenljiv (stalni) pretok in se zato veličine po času ne spreminjajo, velja $D \dots / Dt = 0$. Upoštevajmo, da je volumetrični pretok Q enak skalarnemu produktu vektorja kontrolne ploskve in vektorja hitrosti toka tekočine v njem, tj. skalarni vrednosti $(S \cdot v)$ enačba. Tako dobi enačba (2.4) naslednjo obliko:

$$\sum_{vtok} Q - \sum_{iztok} Q = S_{vtok} v_{vtok} - S_{iztok} v_{iztok} = 0 \rightarrow S_{vtok} v_{vtok} = S_{iztok} v_{iztok} \quad (2.6)$$

2.1.2 Zakon o ohranitvi energije

Za potrebe te naloge bomo predstavili le obliko zakona o ohranitvi energije (znanega tudi kot prvi zakon termodinamike), ki zajema razmere pri stalnem toku (oz. v časovnih korakih stalnem toku) in se nanaša na kontrolni volumen z le enim vtokom in iztokom, kar velja za odsek vodotesne cevi. Kot izhaja iz Bernoullijeve enačbe za idealno tekočino, ima energija tekočine lahko tri pojavne oblike: potencialno, kinetično in notranjo energijo (Munson, 1999). Potencialna energija mgz je povezana z višino kontrolnega volumna tekočine v težnostnem polju, medtem ko kinetična energija $\frac{1}{2} m \bar{v}$ predstavlja energijo tekočine ob povprečni hitrosti $\bar{v}$ v preseku kontrolnega volumna. Notranja energija E_u je energija, ki jo ima tekočina zaradi svojega stanja. Skupna energija, izražena v ekstenzivni obliki, je podana z naslednjim izrazom (Boulos, 2006):

$$E = mgz + \frac{1}{2} m \bar{v}^2 + E_u \quad (2.7)$$

Njena intenzivna oblika (t. i. specifična energija) pa je podana z:

$$e_T = gz + \frac{1}{2} \bar{v}^2 + u \quad (2.8)$$

Prvi zakon termodinamike pravi, da je sprememba energije v tekočinskem sistemu enaka dovedeni oziroma odvedeni toploti ΔQ_T in energiji, ki je sistemu dovedena oziroma odvzeta zaradi opravljenega mehanskega dela ΔA (Steinman, 2010). Če zopet za obravnavo neke cevi predpostavimo le en dotok in en iztok ter se omejimo na razmere stalnega toka v kontrolni prostornini, je matematični zapis zakona o ohranjanju energije naslednji (Boulos, 2006):

$$E_2 - E_1 = \Delta Q_T - \Delta A \quad (2.9)$$

Če splošni izraz ohranitvenega zakona (enačba (2.3)) uporabimo za določitev stopnje spremembe energije v kontrolni prostornini (Boulos, 2006), dobimo:

$$\frac{D}{Dt} \int_{KV} e_T \rho dV = \sum_{vtok} e_T \rho Q - \sum_{iztok} e_T \rho Q + \frac{dE_{sistem}}{dt} \quad (2.10)$$

Zadnji člen desne strani v enačbi (2.10), tj. dE_{sistem}/dt , predstavlja spremembo energije v kontrolni prostornini, kot jo navaja enačba (2.9). Pri stalnem toku se veličine s časom ne spreminjajo, zato je leva stran enačbe (2.10) enaka nič:

$$0 = (e_T \rho Q)_{vtok=1} - (e_T \rho Q)_{iztok=2} + \frac{dQ_T}{dt} - \frac{dA}{dt} \quad (2.11)$$

V enačbi (2.11) se lahko člen e_T nadomesti z izrazom iz enačbe (2.8):

$$\left(\left(gz + \frac{1}{2} \bar{v}^2 + u \right) \rho Q \right)_{vtok=1} - \left(\left(gz + \frac{1}{2} \bar{v}^2 + u \right) \rho Q \right)_{iztok=2} + \frac{dQ_T}{dt} - \frac{dA}{dt} = 0 \quad (2.12)$$

V inženirskih risbah potrebujemo veličine, izražene v dolžinskih enotah, zato se enačba (2.12) deli z ρQ in g . Takšna oblika izraža energijo na enoto teže tekočine in da dolžinske enote [*meter*]:

$$\left(z_1 + \frac{\bar{v}_1^2}{2g} + \frac{u_1}{g}\right) - \left(z_2 + \frac{\bar{v}_2^2}{2g} + \frac{u_2}{g}\right) + \frac{1}{\gamma Q} \frac{dQ_T}{dt} - \frac{1}{\gamma Q} \frac{dA}{dt} = 0 \quad (2.13)$$

Pri sistemih za oskrbo z vodo pri običajnih zunanjih temperaturah je delež toplote Q_T , ki je sicer lahko sistemu dovedena ali odvedena prek izmenjave z okolico, zanemarljiv. Pri toku vode sprememba mehanske energije v toplotno energijo nastane zaradi lokalnih in trenjskih izgub v tekočini oz. na ostenju cevovoda. Ta pretvorba je nepovračljiva in se zaradi povišanja temperature v sistemu upošteva kot energijska izguba ($u_2 - u_1 > 0$). Različni viri spremembe toplote in notranje energije v sistemu se v splošnem opisu združijo v enovit člen energijskih izgub h_L . Ker se mehanska energija v smeri toka tekočine vedno izgublja, se notranja energija sistema v smeri toka povečuje ($u_2 > u_1$). Enačba, ki opisuje člene posameznih energijskih izgub sistema, je podana kot (Boulos, 2006):

$$h_L = -\left(\frac{u_1}{g} - \frac{u_2}{g}\right) + \frac{1}{\gamma Q} \frac{dQ_T}{dt} \quad (2.14)$$

Mehansko delo A (zadnji desni člen v enačbi (2.13)) je lahko sistemu dovedeno (negativni predznak) ali odvzeto (pozitivni predznak) v različnih oblikah, kot delo normalnih napetosti, tj. tlakov A_p , delo strižnih sil A_{tr} in mehansko delo A_m . Komponenti A_p in A_{tr} predstavljata delo, ki ga tekočina odda okolici (na meje sistema) zaradi toka tekočine. Skupaj ti komponenti predstavljata delo normalnih in strižnih sil na meje sistema pri gibanju tekočine vzdolž odseka cevi, tj. kontrolne prostornine, na razdalji Δl v času Δt . Opravljeno delo na vtoku v kontrolni volumen je podano kot $\Delta A_1 = p_1 S_1 \Delta l_1$ in na iztoku kot $\Delta A_2 = p_2 S_2 \Delta l_2$ (Boulos, 2006). Mehansko delo A_m pa je delo, ki ga tekočina na nek npr. rotirajoči element v sistemu prejema ali pa ga preko osi prenaša ven iz sistema (Rajar, 1986). Z zapisom vrednosti posameznih komponent mehanskega dela tekočine se enačba (2.13) spremeni v naslednjo obliko (Boulos, 2006):

$$\begin{aligned} \left(z_1 + \frac{\bar{v}_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{\bar{v}_2^2}{2g}\right) + \left(\frac{u_1}{g} - \frac{u_2}{g} + \frac{1}{\gamma Q} \frac{dQ_T}{dt}\right) - \frac{1}{\gamma Q} \frac{(p_2 S_2 \Delta l_2)}{\Delta t} + \frac{1}{\gamma Q} \frac{(p_1 S_1 \Delta l_1)}{\Delta t} \\ + \frac{1}{\gamma Q} \frac{\Delta A_m}{\Delta t} = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Enačba (2.15) je zapisana z veličinami, ki omogočajo poenostavitev posameznih členov kontinuitetne enačbe. Veličini $\Delta l / \Delta t = \bar{v}$ in $(A \Delta l) / \Delta t = A \bar{v} = Q$ namreč lahko zapišemo kot povprečno hitrost toka v prerezu in kot pretok tekočine v sistemu. Z vpeljavo člena energijskih izgub h_L (enačba (2.14))

in z označbo členov mehanskega dela s h_m (enačba (2.15)) pa se izraz preoblikuje v naslednjo obliko (Boulos, 2006):

$$\left(z_1 + \frac{\bar{v}_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{\bar{v}_2^2}{2g}\right) + (-h_L) - \frac{p_2}{\gamma} + \frac{p_1}{\gamma} + h_m = 0 \quad (2.16)$$

Preureditev členov v enačbi (2.16) podaja znano obliko energijske enačbe (zakona o ohranitvi energije) za tok v cevovodnih sistemih, vzdolž osi cevovoda, kot enodimenzionalni tok vzdolž snopa tokovnic (Steinman, 2010). Gre za tri izmenljive oblike energije, za zadnji člen na levi, ki predstavlja dodano/odvzeto mehansko energijo, in za ireverzibilne spremembe energije (t. i. energijske izgube iz sistema) v zadnjem členu na desni strani enačbe:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{\bar{v}_1^2}{2g} + h_m = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{\bar{v}_2^2}{2g} + h_L \quad (2.17)$$

Preglednica 2.2 podaja opis posameznih členov energijske enačbe, ki je v tej obliki najpogosteje uporabljena v inženirski praksi. Prednost izkazane oblike energijske enačbe je v njeni dolžinski dimenziji, tj. v metrih vodnega stolpca (m VS), saj omogoča intuitivno razumevanje komponent energijske enačbe z vidika topografije in topologije v prostor umeščenega cevovodnega sistema.

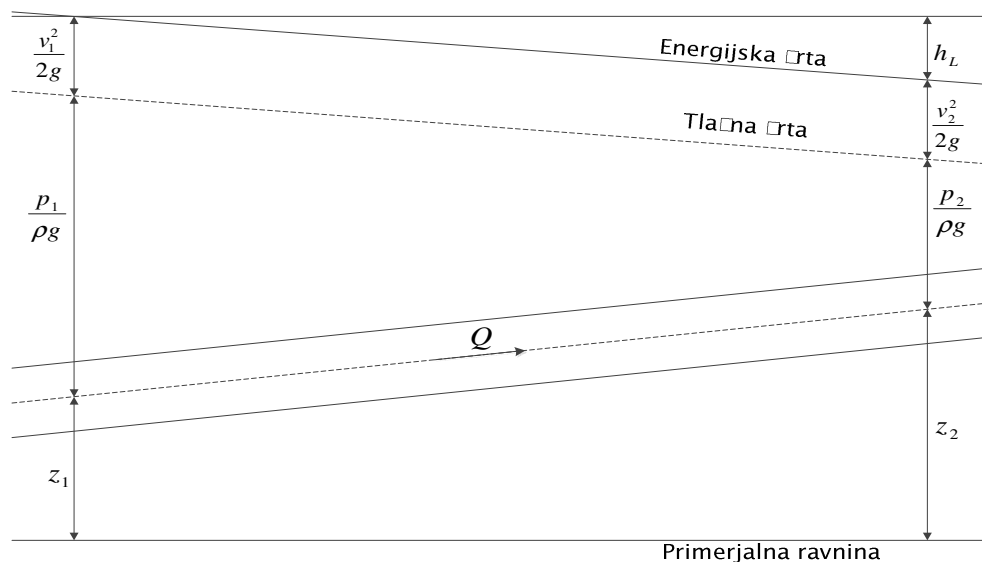
Preglednica 2.2: Opis členov v energijski enačbi (2.17) (Boulos, 2006)

Table 2.2: Description of terms in the energy equation (2.17) (Boulos, 2006):

Člen energijske enačbe	Opis
$\frac{p}{\rho \cdot g}$	Tlačna energija
z	Potencialna energija
$\frac{p}{\rho \cdot g} + z$	Statična energija (tlačna črta)
$\frac{\bar{v}^2}{2g}$	Kinetična energija
$\frac{p}{\rho \cdot g} + z + \frac{\bar{v}^2}{2g} = E$	Celotna energija (energijska črta)

Slika 2.1 podaja grafični prikaz členov v energijski enačbi (2.17). Energijska črta predstavlja vsoto višin, ki jih prispevajo potencialna, tlačna in kinetična energija v obravnavanem prerezu cevovodnega sistema. Tlačna črta pa predstavlja vsoto potencialne in tlačne energije sistema. Vsota potencialne in

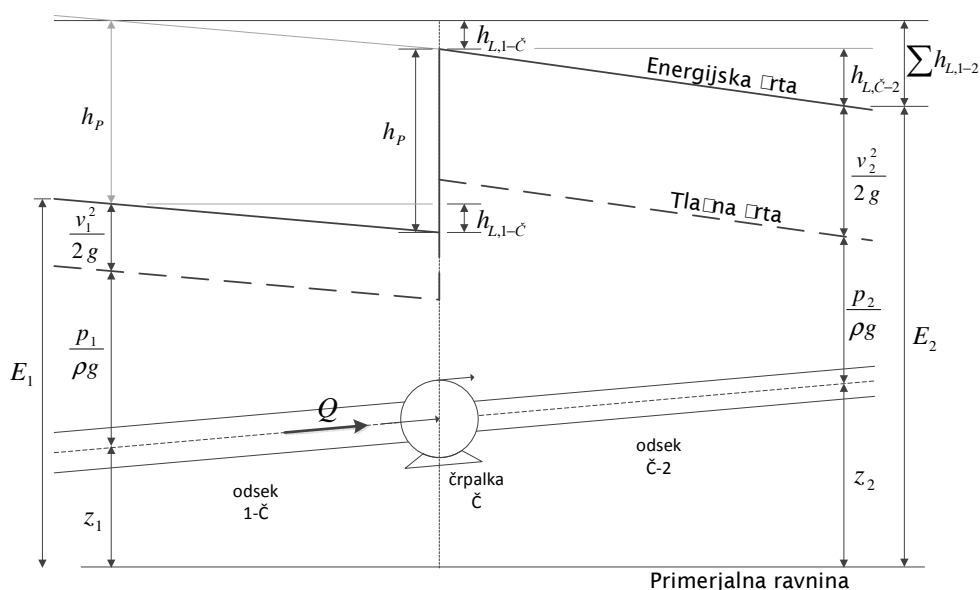
tlačne energije se poimenuje tudi kot piezometrična višina, saj je preko piezometra izmerljiva vrednost statične energije.



Slika 2.1 Grafični prikaz zakona o ohranitvi energije za primer odseka cevi – energijske izgube

Figure 2.1 Illustration of conservation of energy principle – energy losses

Slika 2.1 ne prikazuje člena mehanskega dela h_m iz enačbe (2.15), ki predstavlja od zunaj dodano oziroma sistemu odvzeto energijo. Kadar pa v sistemu nastopi takšen stroj, lokalno spremeni energijske razmere. Slika 2.2 prikazuje spremembo tlačne in energijske črte, če v vodooskrbni sistem vgradimo črpalko, ki ima na sesalnem delu večji premer cevi kot na tlačnem delu.



Slika 2.2 Grafični prikaz zakona o ohranitvi energije – energijske izgube in mehansko delo

Figure 2.2 Illustration of conservation of energy principle – energy losses and mechanical work

Dodana mehanska energija h_m , ki jo sistem prejme prek delovanja črpalke, je enaka razliki celotne energije ($E_2 - E_1$) in vsoti vseh energijskih izgub ($\sum h_{L,1-2}$), ki so nastale pri toku med mejama obravnavanega odseka sistema. Enačba (2.18) predstavlja matematično formulacijo opisane veličine, ki je, če se preuredijo posamezni členi, prepoznavna tudi v splošnejši obliki v enačbi (2.9):

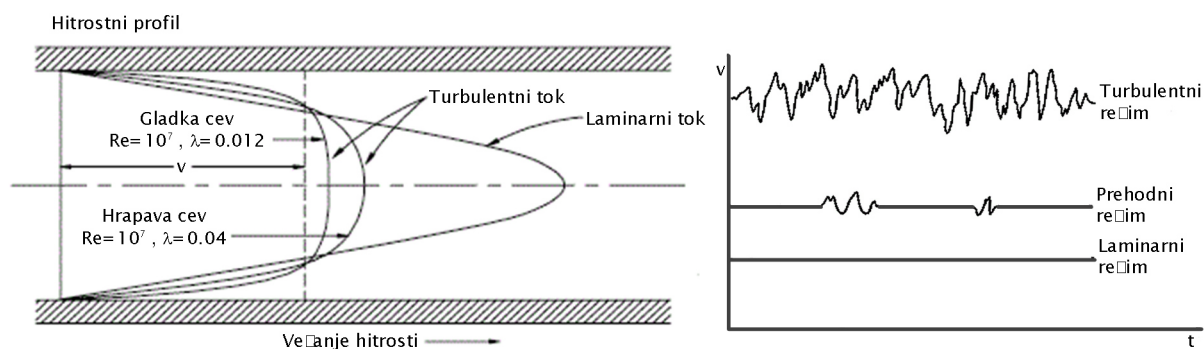
$$h_{\zeta} = E_2 - E_1 + \sum h_L \quad (2.18)$$

Energijske izgube in sistemu dovedena energija črpalk sta pomembna dejavnika, ki vplivata na tok realne tekočine v cevovodu. Poznavanje in določevanje energijskih izgub vplivata tako na dimenzioniranje cevovodov kot na zasnovo drugih objektov in armatur v cevovodnem sistemu (vodohrani, črpalke, ventili, raztežilniki ipd.).

2.1.3 Režim toka

Pojav energijskih izgub zaradi trenja je povezan s procesi, ki se jih poskuša opisati po teoriji mejne plasti. Glavna trditev tega pristopa je, da je hitrost tekočine, ki se giblje vzdolž mirujoče trdne površine (ostenja), enaka hitrosti te površine (tj. enaka nič), z odmikom od ostenja pa se postopno povečuje gradient hitrosti tekočine, kar povzroča strižne napetosti med posameznimi sloji tekočine. Strižne napetosti postopno padajo z odmikom od ostenja in so enake nič v središču cevi (Munson, 1999). V tem primeru se izoblikuje parabolična porazdelitev hitrostnega profila v prerezu cevi, kar je značilnost laminarnega toka. Z večanjem hitrosti tekočine pa se pojavijo še turbulentni procesi v tekočini, ki povzročajo mešanje prej laminarnih plasti tekočine. Ti turbulentni procesi se pojavijo zaradi nepravilnosti na ostenju cevi (t. i. tehnične hrapavosti), saj hrapavost ostenja povzroča vrtinčenje toka in pulzacije hitrosti. Poleg strižnih napetosti med sloji, ki se pojavljajo v laminarnem toku, se torej v turbulentnem toku zaradi mešanja tokov in pulzacij hitrosti pojavljajo dodatne strižne napetosti, imenovane tudi Reynoldsove napetosti (Steinman, 2010).

Britanski fizik Osborne Reynolds (1842–1912) je prvi določil razliko med dvema vrstama toka, tj. med laminarnim in turbulentnim tokom. Pri svojem eksperimentalnem delu (1883) je opazil, da pri manjših hitrostih vode tanek curek barvila, injiciranega v tekočino, ostane kompakten v isti plasti tekočine, saj se sloji med seboj ne mešajo. S počasnim povečevanjem hitrosti v cevi pa se curek barvila najprej rahlo deformira, ob še večjih hitrostih pa se pojavlja izrazito mešanje slojev preko prečnega prereza (Steinman, 2010).



Slika 2.3 Hitrostni profil v cevi in hitrosti tekočine v odvisnosti od časa (Munson, 1999)

Figure 2.3 Velocity profile in pipe and time dependence of fluid velocity (Munson, 1999)

Na podlagi poskusov je Reynolds razvil enačbo za brezdimenzijsko število, t. i. Reynoldsovo število (Re), s katerim je mogoče opisati, kdaj se spreminja režim toka:

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{v d}{\nu} \quad (2.19)$$

Reynoldsovo število je odvisno od gostote tekočine ρ , povprečne hitrosti v cevovodu v , premera cevovoda d in dinamične viskoznosti μ . Izraz pa se lahko zapiše tudi s kinematično viskoznostjo ν , ki je enaka vrednosti μ/ρ . Enačbo lahko razložimo tudi s tem, da Reynoldsovo število podaja razmerje med vztrajnostnimi in viskoznimi silami. Serija poskusov je pokazala, da vrednost Reynoldsovega števila določa prevladujoče fizikalne značilnosti posameznih režimov toka, saj se med območjem laminarnega in turbulentnega režima toka pojavlja še območje prehodnega režima. Vrednost Reynoldsovega števila, kjer se končuje območje laminarnega toka, je bila določena kot kritično Reynoldsovo število, katerega vrednost je $Re_{krit} \approx 2300$ (Steinman, 2010). Preglednica 2.3 podaja posamezne režime toka in pripadajoča območja vrednosti Reynoldsovega števila.

Preglednica 2.3: Režimi toka tekočine in pripadajoče vrednosti Reynoldsovih števil (Steinman, 2010)

Table 2.3: Flow regimes and their Reynolds numbers (Steinman, 2010)

Režim toka	Reynoldsovo število (Re)
Laminarni režim	$Re \leq 2300$
Prehodni režim	$2300 < Re \leq 4000$
Turbulentni režim	$4000 < Re$

2.1.4 Energijske izgube

Ireverzibilne spremembe energije vodnega toka imenujemo tudi »energijske izgube« h_L , saj jih ni mogoče tehnično izrabit. Delimo jih v dve skupini:

- linijske energijske izgube kot izgube energije na opravljeni poti, in
- lokalne energijske izgube kot izgube energije na lokacijah spreminjanja tokovne slike.

Gibanje tekočine skozi cev povzroča trenje tako med delci tekočine kot tudi med delci in ostenjem cevi. Odvisno je torej od upora tekočine tangencialnim silam, od hrapavosti ostenja in od viskoznosti tekočine. Te trenjske izgube nastajajo vzdolž obravnavanega odseka cevi in se jih zaradi tega poimenuje linijske izgube. Druga skupina izgub, t. i. lokalne izgube, nastanejo zaradi motenj v toku oziroma sprememb geometrije ostenja, kar povzroči spremembe tokovne slike. Te izgube nastajajo na posameznih lokacijah sprememb vektorjev hitrosti, kar povzroča povečane strižne napetosti, vrtnčenje oz. odlepljanje toka od ostenja in s tem dodatne energijske izgube (Steinman, 2010).

2.1.4.1 Linijske energijske izgube

Linijske izgube energije se pojavljajo pri vseh režimih toka, opisanih v predhodnem poglavju. Poskusi pa so pokazali, da se velikost linijskih energijskih izgub močno razlikuje glede na režim toka (laminarni ali turbulentni režim). Glavna razlika je, da so strižne napetosti pri turbulentnem toku funkcija gostote tekočine ρ , medtem ko strižne napetosti pri laminarnem toku niso odvisne od gostote tekočine, temveč od viskoznosti μ . Izpeljava izraza za izračun linijskih izgub je bila opravljena za stalni tok, tj. $\partial v / \partial t = 0$, v primeru polno razvitega toka, tj. za razmere, ko je prečni profil hitrosti že enak v vsakem prerezu cevovoda. V takšnih razmerah je gradient padca tlaka konstanten ($\partial p / \partial x = konst.$) (Munson, 1999).

Določitev linijskih izgub za laminarni režim toka izhaja iz Poiseuillovega zakona, ki ima za vodoravno cev naslednjo obliko:

$$Q = \frac{\pi d^4}{128\mu} \frac{\Delta h_L}{L} \quad \text{oziroma} \quad v = \frac{d^2}{32\mu} \frac{\Delta h_L}{L} \quad (2.20)$$

Enačba (2.20) se lahko preoblikuje z naslednjimi koraki: preureditvijo zapisa v izraz za spremembo energije $\Delta h_L = 32\mu L v / D^2$, deljenjem z dinamičnim tlakom $\rho v^2 / 2$ in uporabo Reynoldsovega števila $Re = \rho v D / \mu$. Rezultat teh operacij daje zapis v obliki naslednje enačbe:

$$\frac{\Delta h_L}{\frac{1}{2}\rho v^2} = \frac{(32\mu L v)}{\frac{1}{2}\rho v^2} = 64 \left(\frac{\mu}{\rho v d} \right) \left(\frac{L}{d} \right) = \frac{64}{Re} \left(\frac{L}{d} \right) \quad (2.21)$$

Enačba (2.21), zapisana v naslednji obliki, pa je znana kot Darcy-Weisbachova enačba:

$$\Delta h_L = \lambda \frac{L}{d} \frac{\rho v^2}{2} \quad (2.22)$$

Enačba (2.22), izražena v enotah energije na enoto teže tekočine (tj. deljenje z $1/\rho g$), pa predstavlja obliko energijskih izgub, kot je bilo podano v enačbi (2.17):

$$h_L = \frac{\Delta h_L}{\rho g} = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (2.23)$$

Za prehod med enačbama (2.21) in (2.22) je bil vpeljan brezdimenzijski koeficient λ , ki predstavlja koeficient trenja oziroma Darcy-Weisbachov koeficient trenja. Enačba za določitev koeficienta trenja λ je torej:

$$\lambda = \frac{\Delta h_L (d/L)}{\rho v^2 / 2} \quad (2.24)$$

Za laminarni tok, ki je bil obravnavan z enačbo (2.21), je koeficient trenja enak:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (2.25)$$

Koeficient trenja za laminarni režim toka je torej linearno obratno sorazmeren z Reynoldsovim številom.

Zveza med režimom toka in energijskimi izgubami pa je v turbulentnem režimu mnogo bolj zapletena. Izrazi za izračun energijskih izgub v turbulentnem režimu toka izhajajo iz eksperimentalnih raziskav, ki podajajo semiempirične zveze toka in energijskih izgub, saj analitična izpeljava ni mogoča. Avtorji so za določitev teh zvez običajno uporabljali različne koeficiente, ki pa pri starejših raziskavah niso brezdimenzijski. Gre za izraze, ki zajemajo fizikalne karakteristike, kot so lastnosti cevi (d, L, ε), lastnosti tekočine (μ, ρ) in pretočne razmere v cevi (v) (Munson, 1999).

Poskusi so za turbulentni režim pokazali, da so linijske energijske izgube h_L za stalni tok nestisljive tekočine izražene v naslednji funkcijski odvisnosti:

$$\Delta h_L = f(v, d, L, \varepsilon, \mu, \rho) \quad (2.26)$$

Enačbo (2.26) je mogoče deliti z dinamičnim tlakom $\rho v^2/2$ (kot v enačbi (2.21)) in jo izraziti v brezdimenzijski obliki, desno stran enačbe (2.26) pa je mogoče izraziti s tremi brezdimenzijskimi skupinami parametrov (Munson, 1999):

$$\frac{\Delta h_L}{\frac{1}{2}\rho v^2} = \tilde{f}\left(\frac{\rho v d}{\mu}, \frac{L}{d}, \frac{\varepsilon}{d}\right) \quad (2.27)$$

Prvo skupino že poznamo kot Reynoldsovo število $Re = \rho v d/\mu$, tretja pa hrapavost ostenja zajema z izrazom relativne hrapavosti ε/d . Ob predpostavki, da so energijske izgube oziroma padec tlaka Δp dejansko odvisni od razmerja L/d , se to brezdimenzijsko število izloči iz obstoječe funkcijske zveze in upošteva kot dejansko sorazmerno s padcem tlaka (Munson, 1999), desno pa ostane še kombinacija parametrov:

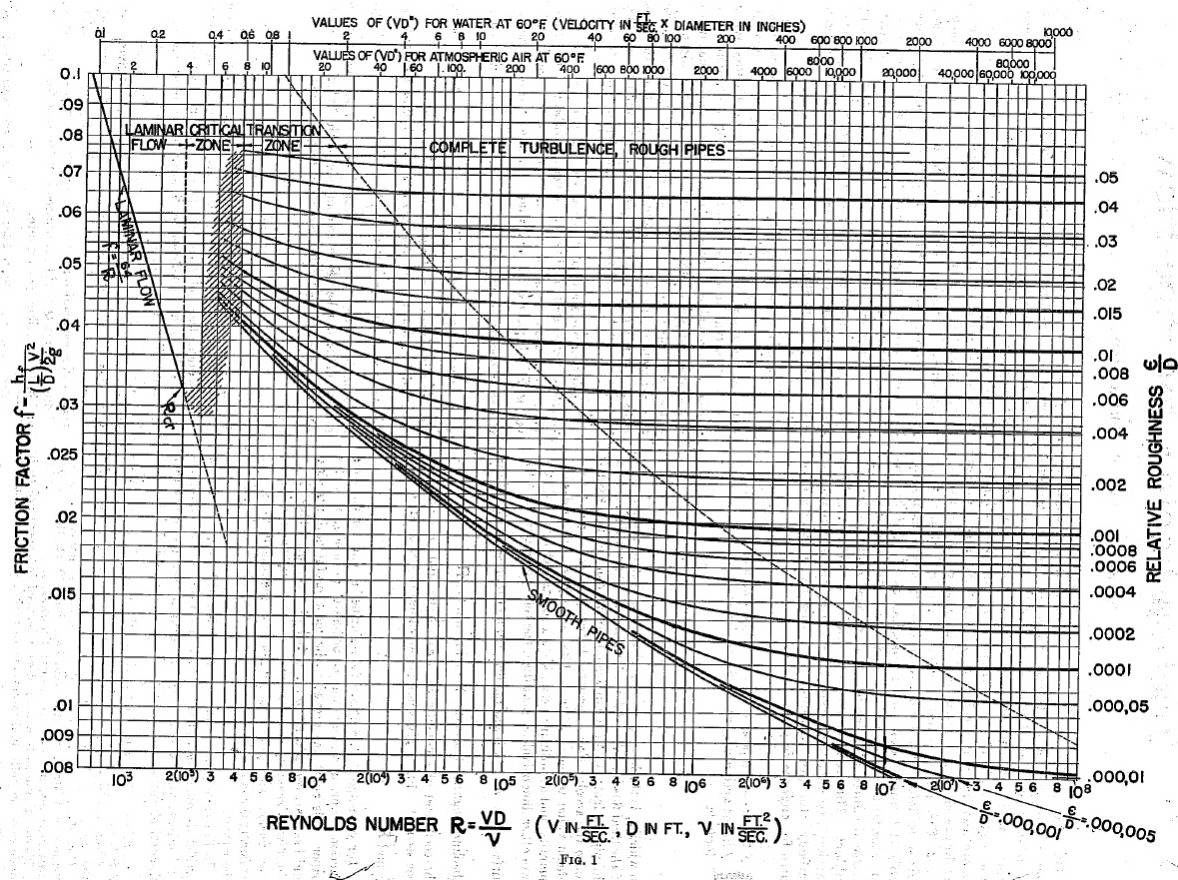
$$\frac{\Delta h_L}{\frac{1}{2}\rho v^2} = \frac{L}{d} \cdot f\left(\frac{\rho v d}{\mu}, \frac{\varepsilon}{d}\right) \quad (2.28)$$

Enako kot pri enačbi (2.21) se tudi zgornjo enačbo preuredi in dobimo izraz, podoben enačbi (2.22). Darcy-Weisbachov koeficient trenja λ ima v primeru turbulentnega režima drugačno funkcijsko zvezo:

$$\lambda = f\left(\frac{\rho v d}{\mu}, \frac{\varepsilon}{d}\right) \quad (2.29)$$

Drugače kot pri laminarnem režimu toka, kjer je bil koeficient trenja odvisen samo od Reynoldsovega števila ($\lambda = 64/Re$), pri turbulentnem režimu toka koeficienta trenja ni mogoče teoretično izraziti. Na podlagi številnih raziskav, kot npr. Nikuradseja (1932), Colebrooka in Whita (1937), raziskave Univerze Princeton (1998), Univerze Oregon (2002) in Univerze v Ljubljani (Uršič, 2009), so bile razvite enačbe in diagrami, ki dajejo zvezo med koeficientom trenja ter Reynoldsovim številom in relativno hrapavostjo (Uršič, 2009).

Na podlagi meritev so bila ugotovljena različna območja, ki se med seboj razlikujejo po vplivu, ki ga imata viskoznost tekočine (podano preko Re) in hrapavost ostenja cevi (podano preko ε/d). Slika 2.4 grafično prikazuje odvisnost Darcy-Weisbachovega koeficienta trenja λ od Re in ε/d . Imenuje se Moodyjev diagram in je grafični prikaz Colebrook-Whitove enačbe, ki bo podana v nadaljevanju. Na Moodyjevem diagramu je podanih 5 območij: laminarno ($Re < 2300$), kritično ($2300 < Re < 4000$) in še tri območja znotraj turbulentnega območja ($Re > 4000$), to so hidravlično gladke cevi, prehodno območje in območje hidravlično hrapavih cevi z izrazito turbulenco (Steinman, 2010).



Slika 2.4 Moodyjev diagram (Moody, 1944)

Figure 2.4 Moody's chart (Moody, 1944)

V laminarnem območju (enačba (2.25)) je λ odvisna le od Reynoldsovega števila in ima linearno zvezo. V kritičnem območju je nestabilno stanje, kjer tok preskakuje med laminarnim in turbulentnim režimom, zato je enolična določitev koeficienta trenja za to območje nemogoča. Kljub temu pa zaradi potreb pri numeričnem modeliranju toka v cevovodnih sistemov obstaja tudi za kritično območje neka kubična interpolacija, ki omogoča določitev parametra λ na celotnem območju Reynoldsovih števil do $Re < 10^8$ (Dunlop, 1999, cit. po Boulos, 2006).

V turbulentnem območju se pri velikih Reynoldsovih številih Re pojavi območje izrazite turbulence, kjer je koeficient trenja λ odvisen le od relativne hrapavosti ε/d in razmere na ostenju prevladajo nad vplivi viskoznosti tekočine (podano preko Re).

V prehodnem območju turbulentnega režima je koeficient trenja λ odvisen tako od Reynoldsovega števila kot tudi od relativne hrapavosti. V območju hidravlično gladkih cevi pa se na ovojnici združujejo vse posamezne krivulje razmerja relativne hrapavosti, zato ta ovojnica podaja najnižjo vrednost koeficienta hrapavosti λ , ki ga lahko zavzame v turbulentnem režimu (Steinman, 2010).

Mnogo avtorjev je razvilo enačbe, ki opisujejo odvisnosti Darcy-Weisbachovega koeficienta trenja. Preglednica 2.4 pa povzema le tiste enačbe, ki so kasneje v tej nalogi uporabljene. Za celovit pregled zgodovinskega poteka raziskav in enačb različnih avtorjev za določitev Darcy-Weisbachovega koeficienta hrapavosti bralca usmerjamo k Uršič (2009).

Preglednica 2.4: Colebrooke-Whitove enačbe za določitev Darcy-Weisbachovega koeficienta hrapavosti λ za turbulentni režim toka (Colebrook, 1939)

Table 2.4: Colebrooke-White equations of the Darcy-Weisbach friction factor λ for turbulent flow (Colebrook, 1939)

Območje turbulentnega toka	Enačba	Območje veljavnosti $Re_{max} < 10^8$
Hidravlično gladke cevi	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left(\frac{Re \sqrt{\lambda}}{2,51} \right)$	$Re > 4000$ in $\varepsilon \sim 0$
Prehodno območje	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$	$Re > 4000$
Območje izrazite turbulence	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left(\frac{3,7d}{\varepsilon} \right)$	$Re > 4000$

Zaradi implicitne oblike enačbe, navedene v Preglednica 2.4 (predvsem za prehodno območje in hidravlično gladke cevi), so različni avtorji podali tudi izraze, ki Darcy-Weisbachov koeficient trenja podajajo v eksplicitni obliki in predstavljajo aproksimacije Colebrooke-Whitove enačbe.

Preglednica 2.5: Enačbe za določitev Darcy-Weisbachovega koeficienta hrapavosti λ za prehodno območje turbulentnega režima toka

Table 2.5: Equations of the Darcy-Weisbach friction factor λ for the transition zone of turbulent flow

Enačba	Avtor
$\lambda = 0,005 \left(1 + \left(20000 \frac{\varepsilon}{d} + \frac{10^6}{Re} \right)^{\frac{1}{3}} \right)$	Moody (1944)
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\left(\frac{\varepsilon}{3,71d} \right) + \left(\frac{7}{Re} \right)^{0,9} \right)$	Churchill (1973)
$\lambda = \frac{1,325}{\ln^2 \left(\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right)}$	Swamee in Jain (1976)
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1,8 \log \left(\left(\frac{\varepsilon}{3,7d} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{Re} \right)$	Haaland (1983)

Poleg eksplicitnih enačb, katerih veljavnost je privzeta le v turbulentnem režimu toka, je Uršič (2009) podal še dve eksplicitni enačbi, ki opisujeta razmere na celotnem območju Reynoldsovih števil:

$$\lambda = \frac{64}{Re} (1 - \chi_1) + \left(\frac{5,776}{10,882 \log \left(\frac{2,756 \cdot 10^{-1}}{Re^{-9,316 \cdot 10^{-1}}} \right) - 1,592} \right)^2 (\chi_1 - \chi_2) + \left(2 \log \left(\frac{3,706 \cdot d}{\varepsilon} \right) \right)^{-2} \chi_2 \quad (2.30)$$

$$\lambda = \left(\frac{64}{Re} \right)^{\theta_1} \left(\frac{5,776}{10,882 \log \left(\frac{2,756 \cdot 10^{-1}}{Re^{-9,316 \cdot 10^{-1}}} \right) - 1,592} \right)^{2(1-\theta_1)\theta_2} \cdot \left(2 \log \left(\frac{3,706 \cdot d}{\varepsilon} \right) \right)^{-2(1-\theta_1)(1-\theta_2)} \quad (2.31)$$

V enačbah (2.30) in (2.31) so parametri preklonih funkcij med laminarnim in turbulentnim režimom (χ_1 in θ_1) ter prehodom iz hidravlično gladkega v hidravlično hrapavo območje (χ_2 in θ_2). Za podrobnejši opis enačbe in vrednosti parametrov preklonih funkcij naj bralec pogleda v Uršič (2009). Avtor navaja, da je univerzalni enačbi za Darcy-Weisbachov koeficient trenja dodana tudi nova oblika izraza za območje hidravlično gladkih cevi, dobljena iz lastnih meritev (Uršič, 2009).

2.1.4.2 Lokalne energijske izgube

Poleg linijskih energijskih izgub v cevovodnih sistemih nastajajo tudi lokalne izgube energije zaradi vgrajenih elementov cevovodnega omrežja, ki povzročajo lokalne motnje v toku oziroma spremenijo smeri tokovnic (Steinman, 2010). Spremembe tokovne slike se pojavijo pri toku skozi regulacijske armature (ventili, zasuni ipd.), kolena, razcepe in zaradi spremembe prerezov cevovodov. Zaradi zapletenih turbulentnih procesov v teh lokalnih motnjah toka je njihova teoretična analiza izredno zahtevna in za nekatere zapletene geometrijske elemente nemogoča (Munson, 1999). Izjema je primer hipne razširitve toka, kjer je mogoče ob določenih predpostavkah izpeljati ustrezen izraz za koeficient lokalnih izgub.

Pristop, s katerim se določajo lokalne energijske izgube, temelji na izmerjenem lokalnem padcu tlaka, kar je enako kot pri enačbah (2.23) in (2.27) (Munson, 1999):

$$\xi_{lok} = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho v^2} = \frac{h_L}{(v^2/2g)} \quad (2.32)$$

Iz enačbe (2.32) je mogoče izraziti člen energijskih izgub:

$$h_L = \xi_{lok} \frac{v^2}{2g} \quad (2.33)$$

Koeficient lokalnih izgub ξ_{lok} je v veliki meri odvisen od geometrije elementa, ki povzroča lokalno motnjo v toku, hkrati pa tudi od lastnosti tekočine $\xi_{lok} = \phi(\text{geometrija}, Re)$. V praksi je v večini primerov Reynoldsovo število dovolj veliko, da je vpliv viskoznih sil (strižne napetosti ob ostenju) zanemarljiv in imajo poglavitno vlogo vztrajnostne sile (strižne napetosti znotraj tekočine). V teh primerih se izkaže, da je padec energije, povzročen zaradi lokalne motnje, neodvisen od Reynoldsovega števila in ostane samo vpliv geometrijskih sprememb, tj. $\xi_{lok} = \phi(\text{geometrija})$ (Munson, 1999).

Za določitev lokalnih izgub je treba poznati vrednosti koeficienta lokalnih izgub ξ_{lok} , ki se običajno določa eksperimentalno. Njihove vrednosti so za tipske oblike pogosto podane tabelarično oziroma jih pri komercialnih produktih poda proizvajalec.

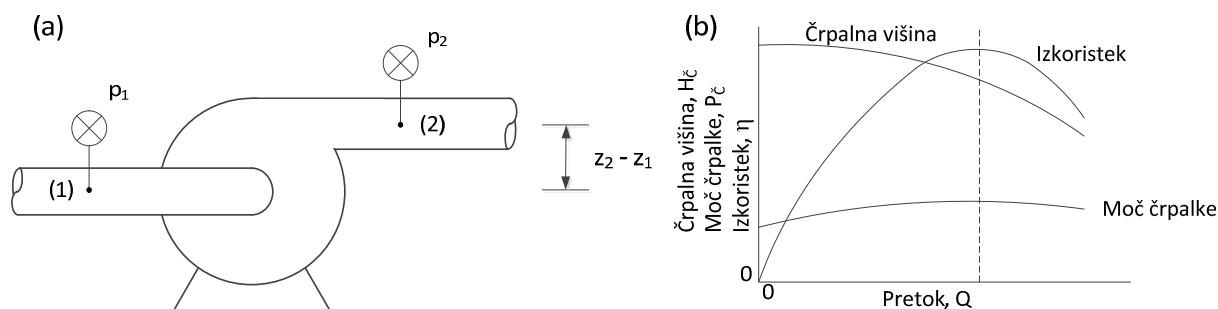
2.1.4.3 Dodana energija – črpalke

Iz enačbe (2.15) izhaja, da je člen mehanskega dela v sistemu enak delu, ki ga opravi tekočina na nek rotirajoči element v sistemu in ga preko osi odnaša iz sistema oziroma dovaja v sistem (Rajar, 1986).

$$h_m = \frac{A_m}{\rho g Q} \quad (2.34)$$

Kadar je dodajanje energije v sistem opravljeno prek črpalke, oznako mehanske energije h_m zamenja $h_{\check{c}}$ in velja relacija $h_{m\check{c}} = h_m$. V primeru odvzema energije prek uporabe turbine pa uporabimo oznako $h_T = h_m$. Glede na zapis energijske enačbe (2.17) je velikost dodane energije s črpalko enaka dodani mehanski energiji in izgubam ki se pojavljajo na obravnavanem odseku, tj. $h_{\check{c}} = (h_{m\check{c}} - h_{L\check{c}})_{\check{c}}$. Energija $h_{\check{c}}$ se poimenuje tudi kot črpalna višina. Podobno je pri odvzemu energije iz sistema, kjer tok tekočine prenaša energijo na turbino in skupaj z energijskimi izgubami tvori izraz $h_T = -(h_{mT} + h_{LT})_T$. Energijske izgube h_L , ki so vključene v izraze za energijo črpalke oz. turbine, so povezane samo z energijskimi izgubami znotraj elementa, tj. črpalke ali turbine, in ne celotnega odseka cevovodnega sistema (Munson, 1999).

Karakteristike črpalke se eksperimentalno določijo na merilnih stezah, kot prikazuje Slika 2.5 (a). Karakteristike črpalke, ki so prikazane na Slika 2.5 (b), pa so opisane v nadaljevanju.



Slika 2.5 (a) Določitev črpalne višine centrifugalne črpalke, (b) karakteristične krivulje črpalke (Munson, 1999)

Figure 2.5 (a) Determining pump head gain of centrifugal pump, (b) pump characteristic curves of a pump (Munson, 1999)

Na podlagi znanih geometrijskih karakteristik in izmerjenih tlakov se dodana mehanska energija črpalke oziroma črpalna krivulja za prereza (1) in (2) določi z naslednjim izrazom:

$$h_{\check{c}} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + z_2 - z_1 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \quad (2.35)$$

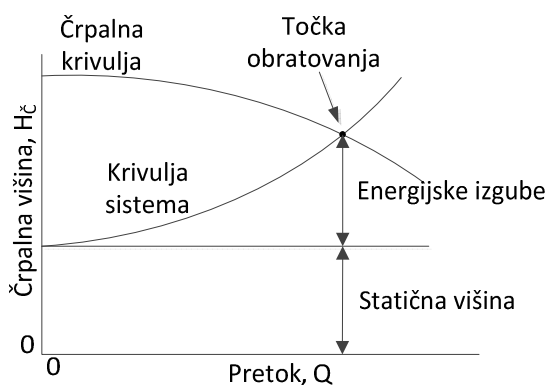
Moč P_{tek} , ki jo prejme tekočina prek dela črpalke, pa je:

$$P_{tek} = \rho g Q h_{\zeta} \quad (2.36)$$

Zaradi izgub na elementih črpalke $h_{L,\zeta}$ je prenos dejanske moči črpalke P_{ζ} na tekočino manjši, kar se podaja kot koeficient izkoristka črpalke η . Določi se kot razmerje med preneseno (tj. prejeto) močjo tekočine P_{tek} in vloženo močjo črpalke P_{ζ} , odvzeto iz omrežja ali drugega vira energije:

$$\eta = \frac{P_{tek}}{P_{\zeta}} = \frac{\rho g Q h_{\zeta}}{P_{\zeta}} \quad (2.37)$$

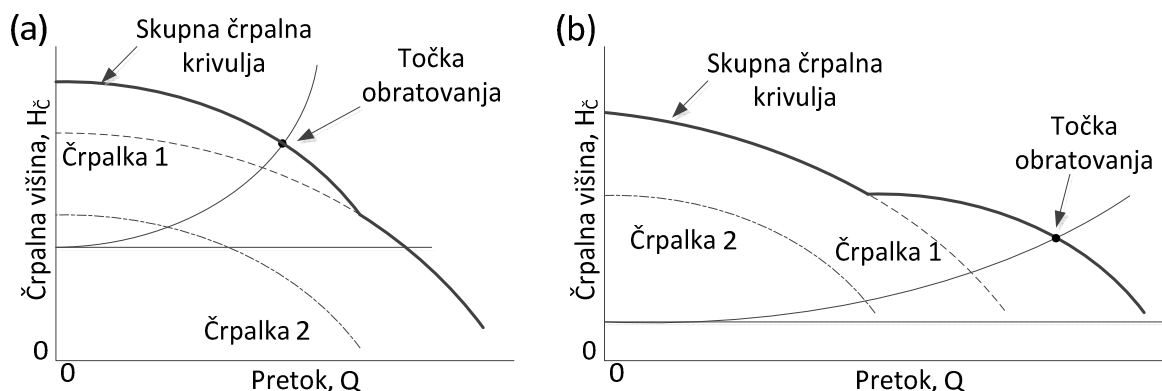
Črpalna, ki bo zagotavljala ustrezen dvig energije v cevovodnem sistemu, se izbere na podlagi energijske enačbe (2.17). Z njo je mogoče določiti vrednost dodanega mehanskega dela črpalke $h_m = h_{\zeta}$. Dodana energija prek dela črpalke mora zagotoviti premagovanje višinskih razlik v cevovodnem omrežju in pripadajočih energijskih izgub, da sta zagotovljena ustrezen tlak in pretok v cevovodnem sistemu. Geodetska višinska razlika dveh točk v sistemu je seveda neodvisna od pretoka črpalke in je konstantna ob nespremenljivih robnih pogojih sistema, zato se ta del imenuje statična višina (glej Slika 2.6). Nasprotno pa energijske izgube naraščajo s pretokom, zato skupna potrebna energija h_{ζ} narašča s pretokom. Ta krivulja se imenuje krivulja sistema. Krivulja sistema se časovno lahko tudi spreminja, in sicer v primeru višanja gladine v vodohranih, saj je presečišče črpalne krivulje in krivulje sistema podano s točko obratovanja črpalke. Obratovalna točka določa, s kolikšnim pretokom deluje črpalna in kolikšen je pripadajoči tlak oziroma črpalna višina, tj. dodana energija črpalke v sistemu. Dviganje ali spuščanje krivulje sistema določa območje obratovanja črpalke med celotnim ciklom obratovanja cevovodnega sistema.



Slika 2.6 Določitev točke obratovanja črpalke kot presečišča krivulje sistema in črpalne krivulje

Figure 2.6 Determining the pump operating point at the intersection of the system and pump curve

Pri zagotavljanju ustreznega pretoka in tlaka v cevovodnem omrežju je mogoče črpalke vezati v zaporedni in vzporedni konfiguraciji. Z zaporedno konfiguracijo črpalk se doseže povečanje črpalne višine, ki je potrebna, da se zagotovi ustrezna energija, ki jo zahteva pretok v cevovodnem sistemu preko krivulje sistema (glej Slika 2.7(a)). Z vzporedno konfiguracijo črpalk pa je mogoče povečanje pretoka (glej Slika 2.7(b)).

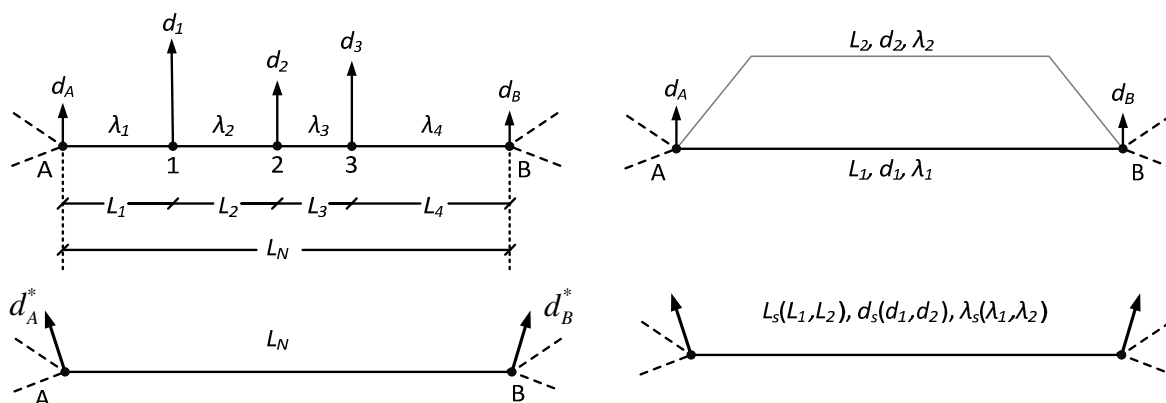


Slika 2.7 (a) Točka obratovanja pri zaporedni in (b) vzporedni konfiguraciji dveh različnih črpalk

Figure 2.7 (a) Pump operation point at two different pumps in series and (b) in parallel configuration

2.1.5 Enostavni sestavljeni cevovodi

Razporeditev cevovodov oziroma topologija omrežja je povezovalni člen med posameznimi fizikalnimi mehanizmi toka realne tekočine, zato bo določitev soodvisnosti podana v naslednjih podpoglavjih. Sestavljeni cevovodi, ki predstavljajo najosnovnejšo topologijo cevovodnega sistema, so lahko zaporedni in vzporedni cevovodi (Slika 2.8). Osnovne hidravlične zakonitosti, ki izhajajo iz teh dveh oblik združevanja posameznih cevi, so kasneje prenosljive tudi na kompleksnejše in velike cevovodne sisteme.



Slika 2.8 (a) Zaporedno in (b) vzporedno sestavljeni cevovodi

Figure 2.8 (a) Pipes in series and (b) parallel pipes

Odsek zaporedno oziroma vzporedno vezanih cevovodov ima isto skupno energijo na začetku obravnavanega odseka (tj. na razcepu), nato pa se s tokom tekočine po ceveh obravnavanega odseka energija znižuje do končne točke podanega odseka. Potek energijske izgube na obravnavanem odseku pa se razlikuje med zaporednim in vzporednim sistemom cevovodov.

2.1.5.1 Zaporedno sestavljeni cevovodi

Za zaporedno vezani odsek cevovodov (Slika 2.8(a)) se energijske izgube določajo z naslednjim izrazom:

$$H_A - H_B = h_L = \sum_{i=1}^{l_{cev}} h_{L,i} = \sum_{i=1}^{l_{cev}} K_i Q_i^n \quad (2.38)$$

$$K_i = \frac{1}{2g} \cdot \frac{\lambda_i L_i}{d_i S_i^2} \quad (2.39)$$

V enačbi (2.38) člen K_i predstavlja skupek koeficientov, ki predstavljajo karakteristike posameznih cevovodov za izračun energijskih izgub po enačbi (2.23), medtem ko indeks i predstavlja število cevi od $i = 1, \dots, l_{cev}$, kjer je l_{cev} število vseh cevi na obravnavanem odseku zaporednih cevovodov, n pa je eksponent pretoka za posamezni model energijskih izgub ($n = 2$ za Darcy-Weisbachov model).

Ob upoštevanju zakona o ohranitvi mase (enačba (2.4)) in predpostavki, da na obravnavanem odseku zaporednih cevovodov ni vmesnih odvzemov, velja, da je pretok po vseh ceveh obravnavanega sestava konstanten in enak $Q_i = konst. = Q$. Z uporabo ekvivalentnega koeficienta zaporednih cevovodov K_{ekv}^{zap} se lahko izrazi enačba (2.38) tudi v obliki:

$$h_L = \sum_{i=1}^{l_{cev}} K_i Q_i^n = Q^n \sum_{i=1}^{l_{cev}} K_i = K_{ekv}^{zap} Q^n \quad (2.40)$$

2.1.5.2 Vzporedni cevovodi

Za vzporedno vezane odseke cevovodov, ki tvorijo zankasto cevovodno omrežje (Slika 2.8(b)), so energijske izgube za vse cevovode enake in se določijo z naslednjim izrazom:

$$H_A - H_B = h_{L,1} = h_{L,2} = h_{L,3} = h_L \quad (2.41)$$

Za razliko od zaporednih se pri vzporednih cevovodih kontinuitetna enačba glasi:

$$Q_A = \sum_{i=1}^{l_{cev}} Q_i = Q_B \quad (2.42)$$

Tudi za vzporedno cevovodno omrežje je mogoče zapisati izraz za kontinuitetno enačbo (2.42), ki vključuje ekvivalentne (nadomestne) karakteristike cevovodov, pri čemer se souporabi še energijska enačba (2.38). Z vključitvijo in preureditvijo teh izrazov se enačba (2.38) sedaj glasi:

$$Q_A = \sum_{i=1}^{l_{cev}} Q_i = \sum_{i=1}^{l_{cev}} \left(\frac{h_L}{K_i} \right)^{1/n} = (h_L)^{1/n} \sum_{i=1}^{l_{cev}} \left(\frac{1}{K_i} \right)^{1/n} = \left(\frac{h_L}{K_{ekv}^{zap}} \right)^{1/n} \quad (2.43)$$

Podani izrazi so uporabni pri računu energijskih in pretočnih veličin v cevovodnih sistemih. Nadomestni (ekvivalentni) členi za določitev energijskih izgub pa so lahko učinkovita metoda za poenostavljanje cevovodnega omrežja, saj omogoča hitrejšo preračune in ohranjanje hidravlične istovetnosti cevovodnega omrežja.

2.2 Hidravlično modeliranje cevovodnih sistemov

Hidravlični modeli so pomembno orodje v procesu odločanja, ki omogočajo numerične simulacije delovanja realnega cevovodnega sistema. Na podlagi matematičnih formulacij fizikalnih zakonitosti toka vode je mogoče s podatki o fizikalnih karakteristikah sistema, obtežnih primerih in robnih pogojih simulirati delovanje cevovodnih sistemov, ki odraža stanje sistema v naravi. Za vzpostavitev hidravličnega modela se zahteva zajem fizikalnih in nefizikalnih lastnosti posameznih gradnikov cevovodnega sistema, katerih kakovost in razpoložljivost pa sta pogosto negotovi. Kakovost podatkov o gradnikih cevovodnega sistema pa seveda pogojuje končno zanesljivost napovedi modela in ponazarjanje dejanskih stanj v realnem cevovodnem sistemu.

2.2.1 Splošno

Hidravlični modeli so matematična formulacija dejanskega vodooskrbnega sistema, ki s pomočjo podatkov o fizikalnih karakteristikah sistema, obtežnih primerih in robnih pogojih simulirajo

delovanje realnih vodooskrbnih sistemov. Računalniški program uporablja navedene podatke o sistemu, da izoblikuje sistem enačb, ki se rešujejo z uporabo določene metode reševanja tega sistema.

Matematične formulacije hidravličnih modelov so razdeljene v štiri skupine modelov, ki se delijo po zajemu časovne spremenljivosti pretoka (Axworthy, 1997):

- stalni tok (ang. steady-state flow),
- razširjena časovna simulacija (kvazi) stalnega toka (ang. quasi-steady flow),
- nestalni nestisljivi tok (ang. unsteady incompressible flow),
- nestalni stisljivi tok oz. analiza vodnega udara (ang. unsteady compressible flow).

Najpogosteje uporabljeni simulaciji za analizo obsežnih cevovodnih sistemov, kot so npr. vodooskrbni sistemi, sta statična simulacija stalnega toka (ang. steady-state simulation) in razširjena časovna simulacija stalnega toka (ang. EPS – extended-period simulation). Uporabo enega ali drugega modela narekuje namen in zahtevana natančnost napovedi modela za analizo zastavljenih ciljev (npr. standarda oskrbe).

Statične simulacije prikazujejo časovni presek hidravličnih razmer v cevovodnem sistemu. Uporabnost statičnih simulacij izvira iz potrebe po enostavnem napovedovanju določenih obtežnih primerov, kot npr. ekstremnih hidravličnih razmer. Razširjene časovne simulacije pa se najpogosteje uporabljajo za poenostavljeno obravnavo dinamičnih hidravličnih razmer v vodooskrbnih sistemih in vključujejo časovno dimenzijo, ki daje vpogled v delovanje cevovodnega sistema za opazovano obdobje. Razširjene časovne simulacije so sestavljene iz velikega števila statičnih simulacij, ki si sledijo z izbranimi časovnimi koraki, pri tem pa se pri izračunih dveh zaporednih statičnih simulacij posodablja vse spremembe robnih pogojev sistema.

Uporaba hidravličnih modelov stalnega toka in razširjene časovne simulacije je na področju oskrbe s pitno vodo zelo široka in služi različnim analizam in raziskavam. V literaturi obstajajo različne razvrstitve namenov hidravličnih modelov, ki opredeljujejo njihovo uporabo. Ena od splošnejših opredelitev deli hidravlične modele po namenu v naslednjih šest skupin (Walski in sod., 2003):

- splošno dolgoročno načrtovanje razvoja in obnove vodooskrbnih sistemov,
- študije ustreznosti delovanja vodooskrbnega sistema kot hidrantnega omrežja za zagotavljanje požarne varnosti,
- raziskovanje kakovosti pitne vode v vodooskrbnem sistemu,
- upravljanje vodooskrbnih sistemov z vidika porabe energije,
- projektno načrtovanje hidravličnih razmer v vodooskrbnih sistemih in

- (dnevno) operativno upravljanje sistemov, vključujoč usposabljanje strokovnega kadra, načrt zaščite in reševanja na vodooskrbnih sistemih in odkrivanje napak na vodooskrbnih sistemih.

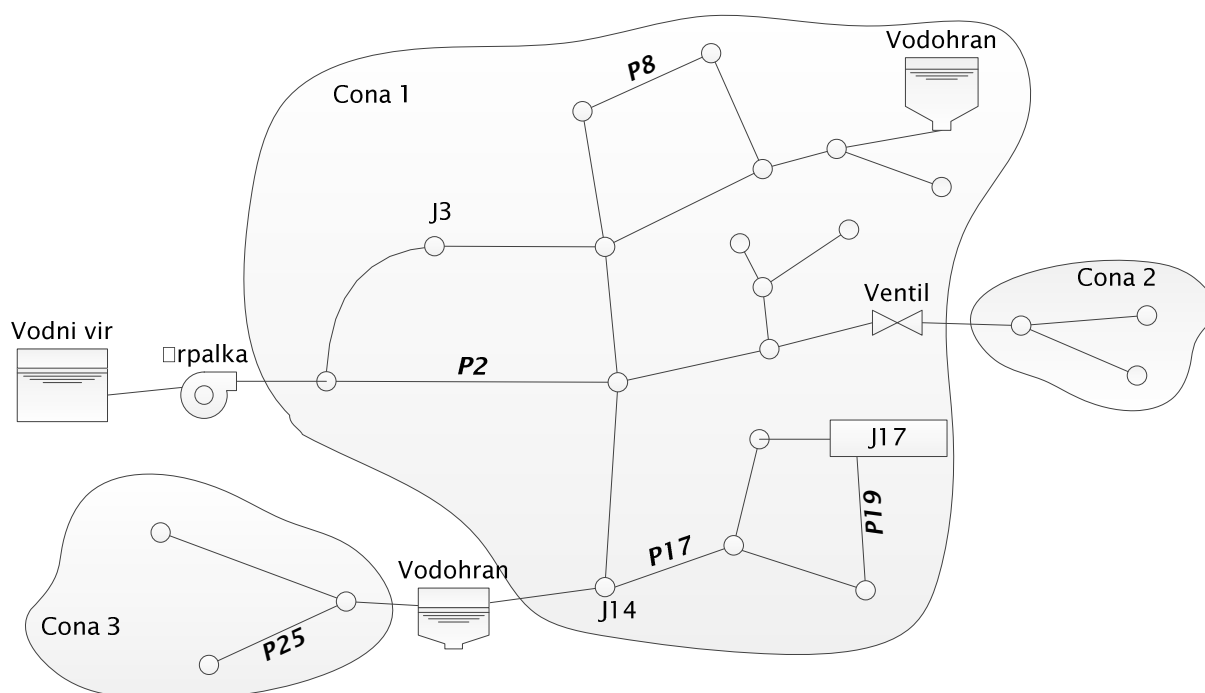
Navedene skupine namenov so pomembna izhodišča za opredeljevanje pristopa k izdelavi oziroma k izbiri hidravličnega modela. Splošno dolgoročno načrtovanje je vitalnega pomena za zagotavljanje zahtevanega nivoja standardov oskrbe s pitno vodo za planska obdobja od 5 do 20 let. Analize razvoja vplivajo tako na prostorski kakor tudi na gospodarski razvoj mesta, naselja ali širšega območja oskrbe.

Študije zagotavljanja ustreznosti vodooskrbnega sistema kot hidrantnega omrežja za zagotavljanje požarne varnosti se lahko izvajajo na dva načina: prek meritev tlaka na hidrantu ob obtežnem primeru odvzema zahtevanega požarnega pretoka oziroma s hidravličnim modelom, s katerim se lahko na hiter, poceni in varen način preveri ustreznost hidravličnih razmer ob obremenitvah s požarnim odvzemom. Navedena primera uporabe sta usmerjena v opredelitev hidravličnih lastnosti, saj njihove analize vključujejo le prostorsko in časovno analizo tlakov in pretokov v cevovodnem sistemu.

Analize hidravličnih razmer pa se lahko razširijo tudi z analizami preverjanja parametrov kakovosti vode v cevovodnem sistemu prek vključitve mehanizmov transporta masnih snovi in kinetičnih reakcijskih procesov snovi. Z njimi je mogoče določiti parametre kakovosti vode, kot so starost vode, sledenje snovi od vodnega vira prek celotnega distribucijskega sistema, mešanje in starost vode v vodohranih ter kemične reakcije v procesu transporta vode (Rosmann, 2000).

Poleg standardov oskrbe (tlaki, pretoki in kakovost vode) je za obratovanje vodooskrbnih sistemov zanimivo tudi spremljanje stroškov in racionalnosti obratovanja sistema, ki se lahko analizirajo tudi s hidravličnimi modeli. Vidiki porabe energije so vključeni s funkcijskimi zvezami med časovnim obratovanjem črpalk in porabljeno električno energijo med njihovim obratovanjem.

Optimiziranje obratovalnih razmer, tj. povezava med gladinami v vodohranih in obratovanjem črpalk, običajno privede do zmanjšanja stroškov električne energije. Tudi dnevne operativne naloge upravljavcev so podprte z uporabo hidravličnih modelov. Le-ti jim omogočajo zanesljivejšo presojo v procesu odločanja o uporabi posameznih ukrepov za izboljšanje razmer v sistemu. Hidravlični modeli pa se uporabljajo tudi za izobraževanje kadrov, ki hitreje, učinkovito in celovito spoznajo karakteristike in odzive vodooskrbnega sistema.



Slika 2.9 Shematski prikaz sestavnih elementov hidravličnega modela vodooskrbnega sistema

Figure 2.9 Schematic drawing of the constituent elements of a water distribution system

Hidravlični modeli so pomembno orodje v procesu odločanja, saj z njimi simuliramo delovanje vodooskrbnega sistema in preverjamo različne ukrepe, kot so sanacijski in razvojni posegi na sistemu. Ena najpomembnejših nalog pri izbiri matematične formulacije modela je zato določitev namena in opis problema, ki naj bi ga z modeliranjem reševali. V nalogi se bodo uporabljali le matematični modeli stalnega toka in razširjene časovne simulacije stalnega toka. Omenjena pristopa k modeliranju sta omogočena tudi v programski opremi EPANET 2.0, ki ga je razvila ameriška agencija za okolje in je brezplačno na voljo na internetu.

2.2.2 Matematična formulacija hidravličnega modela cevovodnega sistema

Glavni fizikalni mehanizmi toka realne tekočine, ki so bili predstavljeni v poglavju 2.1, tj zakon o ohranitvi mase (poglavje 2.1.1), zakon o ohranitvi energije (poglavje 2.1.2) in energijske izgube (poglavje 2.1.4), skupaj opisujejo razporeditev tlakov (p) in pretokov (Q) v cevovodnem sistemu. Ključen za razporeditev teh veličin pa je seveda opis geometrije cevovodnega omrežja, ki določa strukturo in medsebojno soodvisnost razporeditve toka ter seveda energijskih izgub, ki nastanejo zaradi toka tekočine. Hidravlično modeliranje kompleksnejših sistemov zahteva razširitev pristopa, ki je bil prikazan v poglavju 2.1.5. Sestavljanje zaporednih, predvsem pa vzporednih cevovodov, ki v cevovodnem omrežju tvorijo t.i. zanke, omogoča topološko predstavitev tudi najzahtevnejših in obširnejših omrežij.

Za matematično formulacijo cevovodnih sistemov stalnega toka, ki bo obravnavana v nadaljevanju naloge, bodo prikazani splošni izrazi za zapis zakona o ohranitvi mase, t. i. kontinuitetne enačbe, zakona o ohranitvi energije, t. i. energijske enačbe, in energijskih izgub. Uporabljeni bodo za določitev hidravličnih karakteristik različnih elementov cevovodnih sistemov (to so cevovodi, vozlišča, elementi s prosto gladino ipd.). Tvorijo sistem nelinearnih enačb, katerega rešitev predstavlja tudi rešitev hidravličnega modela cevovodnega sistema.

V opisu cevovodnega sistema bodo stičišča posameznih cevovodov upoštevana kot vozlišča sistema, v katerih bodo definirana razmerja zakona o ohranitvi mase (tj. kontinuitetne enačbe). Kontinuitetna enačba za vozlišča i pove, da je dovedeni ali odvzeti pretok q_i enak razliki med vsoto pretokov Q_l v ceveh l , kjer tekočina vteka J_{vt} , in vsoti pretokov v ceveh, kjer tekočina izteka J_{izt} .

$$\sum_{l \in J_{vt}} Q_l - \sum_{l \in J_{izt}} Q_l = q_i \quad (2.44)$$

Formulacija zakona o ohranitvi energije (t. i. energijska enačba) je podana v obliki, kjer je razlika med energijama na odseku med dvema vozliščema (H_A in H_B) enaka seštevku energijskih izgub $h_{L,l}$ v cevovodih l , ki so del obravnavanega odseka ($l \in J_{odsek}$). Členi za določitev energijskih izgub imajo enak pomen, kot je podano v enačbi (2.38):

$$H_A - H_B = \sum_{l \in J_{odsek}} h_{L,l} = \sum_{l \in J_{odsek}} K_l Q_l |Q_l|^{n-1} \quad (2.45)$$

Za vzporedne cevovode, ki tvorijo zanko, je seštevku energijskih izgub celotnega odseka zanke enak nič:

$$H_A - H_A = 0 = \sum_{l \in J_{odsek}} h_{L,l} = \sum_{l \in J_{odsek}} K_l Q_l |Q_l|^{n-1} = 0 \quad (2.46)$$

Nabor podanih enačb (2.44) do (2.46) za vsa vozlišča in vse odseke cevovodov je osnova za določitev nelinearnega sistema hidravličnega modela cevovodnega sistema, katerega rešitev daje informacije o neznanih pretokih Q v cevovodih in neznanih veličinah energije H v vozliščih. Skupno število neznank v sistemu je vsota vseh neznanih pretokov Q in neznanih energij v vozliščih H . Za reševanje tega nelinearnega sistema enačb je bilo razvitih več metod. Metode oziroma algoritmi se med seboj

razlikujejo po tem, kaj se v iteracijskem postopku izbere kot neznanke in kako iteracijsko rešujejo sistem enačb do konvergenčnega stanja, ki izpolnjuje lokalne kontinuitetne in energijske enačbe.

Različni pristopi se delijo glede na naslednje tipe enačb:

- enačbe zank (angl. Loop (ΔQ) equations): Neznanke so korekcijski faktorji pretokov ΔQ v zankah, ki se zapišejo v energijske enačbe za zankaste cevovode, pri katerih se upošteva začetna razporeditev pretokov Q , ki izpolnjujejo kontinuitetne pogoje. Število neznank ΔQ je enako številu zank N_{zank} v cevovodnem sistemu, za katere se išče ustrezni korekcijski faktor pretoka, da so izpolnjene še energijske enačbe ustrezne zanke (Cross, 1936), (Epp in Fowler, 1970).
- enačbe vozlišč in zank (angl. Node-loop (Q) equations): Neznanke so pretoki Q v cevovodih, za katere se vzpostavi sistem enačb, ki ga sestavljajo ena energijska enačba za vsako zanko in ena kontinuitetna enačba za vsako vozlišče. Število neznank Q je enako številu zank N_{zank} in številu vozlišč $N_{vozlišč}$. Sistem enačb sestavljajo linearne kontinuitetne in nelinearne energijske enačbe. Drugo poimenovanje za tak zapis cevovodnega sistema je enačbe pretokov (angl. flow (Q) equations) (Wood in Charles, 1972), (Wood in Rayes, 1981).
- enačbe vozlišč (angl. Node (H) equations): Neznanke so energijski nivoji H za vsako vozlišče, ki so dobljene z združitvijo energijske enačbe za vsako cev in kontinuitetno enačbo za vsako vozlišče. V energijski enačbi se izrazi člen pretoka Q , ki se potem vpelje v kontinuitetno enačbo. Število neznank H je enako številu zapisanih kontinuitetnih enačb za vozlišča $N_{vozlišč}$ (Shamir in Howard, 1968).
- enačbe cevi (angl. Pipe (Q, H) equations): Neznanke so hkrati pretoki Q in energijski nivoji H , kar se razlikuje od drugih pristopov, kjer so bile neznanke ali pretoki Q ali ΔQ oziroma energijski nivoji H . Za vse cevovode N_{cevi} so zapisane energijske enačbe z neznankami Q in H (skupaj N_{cevi} in $N_{vozlišč}$ neznank), ki so potem dopolnjene s kontinuitetnimi enačbami za vsa vozlišča $N_{vozlišč}$. Število neznank in število enačb $N_{cevi} + N_{vozlišč}$ je sicer veliko večje kot v drugih primerih zapisa sistema enačb hidravličnega modela cevovodnega sistema, vendar je reševanje sistema enačb učinkovitejše (Haman in Brameller, 1972), (Todini in Pilati, 1987).

Za reševanje zgornjih zapisov enačb cevovodnih sistemov so se uveljavile različne numerične metode.

2.2.3 Reševanje sistema nelinearnih enačb cevovodnega sistema

Ker je večina enačb (to so energijske enačbe) nelinearnih, se uporabljajo numerične metode, ki omogočajo reševanje teh sistemov enačb. Med najpogostejše uporabljenimi metodami so naslednje:

- Hardy-Crossova metoda: je prva metoda, ki se je uveljavila pri reševanju tega sistema enačb. Razvita je bila leta 1936 in je primerna za ročni izračun hidravličnih razmer v cevovodnem sistemu (Cross, 1936). Nabor enačb sestavljajo energijske enačbe zankastih odsekov (glej enačbo (2.46)), ki so zapisane za vsako zanko cevovodnega omrežja in za psevdo-zanke, ki povezujejo vozlišča z znanim energijskim nivojem. Po vzpostavitvi začetne razporeditve pretokov Q po cevovodih se iteracijsko računajo korekcije pretokov ΔQ za vsako zanko, pri katerih je izpolnjena še energijska enačba za vsako zanko. Ko ΔQ konvergira, je v končni fazi $Q + \Delta Q$ tudi rešitev razporeditve pretokov po posameznih cevovodih. Na podlagi energijske enačbe se nato določijo energijski nivoji v vseh vozliščih, pri čemer se izračun začne od vozlišča z znanim oziroma podanim energijskim nivojem. Konvergenčne lastnosti Hardy-Crossove metode so zelo slabe, zato sta Epp in Fowler (1970) podala algoritem, ki enako kot Hardy-Crossova metoda išče korekcijske faktorje pretoka ΔQ , vendar z razliko, da optimira (konvergira) korekcijske faktorje vseh zank hkrati. Z uporabo Newton-Raphsonove metode se pridobljeni sistem linearnih enačb reši za vse korekcijske faktorje pretoka ΔQ .
- Linearizacijska metoda (angl. Linear theory method): Wood in Charles (1972) sta predlagala reševanje enačb vozlišč in zank (angl. node-loop (Q) equations) z linearizacijo energijskih enačb, ki so odvisne od pretoka Q . Pridobljeni linearni sistem kontinuitetnih enačb za vozlišča in energijskih enačb za zanke omogoča iterativno reševanje za pretoke Q , kjer se v enačbah v vsaki iteraciji posodablja $Q_{l,k+1}$ in primerja s predhodno rešitvijo $Q_{l,k}$, dokler razlika med njima ne izpolnjuje tolerančnega kriterija. Avtorja predlagata, da se povprečna vrednost predhodnih dveh vrednosti ($Q_{l,k-1}$ in $Q_{l,k}$) uporabi za oceno naslednjega iteracijskega koraka $Q_{l,k+1}$. Po pridobljenih razporeditvah pretokov Q_l se določijo energijski nivoji v vseh vozliščih, pri čemer se izračun začne od vozlišča z znanim oziroma podanim energijskim nivojem. Kasneje sta Wood in Rayes (1981) predlagala modificirano linearizacijsko metodo (angl. Modified linear theory method), katere iteracijsko posodabljanje vrednosti pretokov Q_l temelji na Newton-Raphsonovi metodi. Tudi pri tej se po pridobljeni rešitvi pretokov Q_l določijo energijske višine v vozliščih.
- Newton-Raphsonova metoda: je zelo učinkovita numerična iterativna metoda in je ena najbolj uporabljenih za reševanje nelinearnih enačb (Ypma, 1995). Osnovna ideja metode je

linearizacija nelinearnih enačb (s t. i. tangentno metodo) na območju izhodiščne vrednosti spremenljivke, ki se v iterativnem postopku približuje končni rešitvi. Nova iteracijska vrednost je sestavljena iz predhodne ocene vrednosti spremenljivke in korekcijskega faktorja, ki je podan kot količnik med vrednostjo funkcije pri predhodni vrednosti in njenim odvodom (t. i. smerni koeficient tangente). Newton-Raphsonova metoda omogoča približevanje končni rešitvi sistema nelinearnih enačb s kvadratno konvergenco in je uporabna za reševanje vseh načinov zapisa sistema enačb hidravličnih modelov cevovodnih sistemov (Shamir in Howard, 1968), (Wood in Rayes, 1981), (Todini in Pilati, 1987).

Primerjava navedenih metod reševanja matematičnega zapisa cevovodnega sistema razkriva, da so nekatere bolj učinkovite pri določitvi pretokov in energij v elementih cevovodnega sistema, hkrati pa primerjalne analize ugotavljajo, da se razlikujejo med seboj tudi po stabilnosti konvergence oziroma pojavu divergence v nekaterih primerih (Jeppson, 1974), (Wood in Rayes, 1981), (Brkić, 2011).

Gradientna metoda (angl. Gradient method) je bila predlagana za reševanje sistema enačb cevi (angl. Pipe (Q , H) equations) (Todini in Pilati, 1987). Postala je zelo razširjena, saj je bila prevzeta v najbolj razširjen hidravlični simulacijski model EPANET (Rossman, 2000). Zapis algoritma gradientne metode bo v nadaljevanju izražen v matrični obliki. Za zapis sistema enačb cevi v matrični obliki bo naprej podan preoblikovan izraz za energijske (2.45) enačbe cevovodov:

$$K|Q_k|^{n-1}Q_{k+1} + (H_A - H_B) = 0 \quad (2.47)$$

V enačbi (2.47) se prek predhodne (izhodiščne) ocene vrednosti pretoka Q_k nelinearna energijska enačba linearizira in se v trenutnem iteracijskem koraku Q_{k+1} išče rešitev linearnega sistema enačb. Zapis matrične oblike energijskih enačb (2.47) je enak:

$$\mathbf{A}_{11}\mathbf{Q} + \mathbf{A}_{12}\mathbf{H} + \mathbf{A}_{10}\mathbf{H}\mathbf{h}_0 = 0 \quad (2.48)$$

Zapis matrične oblike kontinuitetnih enačb (2.44) pa je enak:

$$\mathbf{A}_{21}\mathbf{Q} - \mathbf{q}_i = 0 \quad (2.49)$$

V matričnem zapisu enačbe (2.48) je $\mathbf{A}_{11}$ diagonalna matrika linearizacijskih koeficientov $K|Q_k|^{n-1}$

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} K_1 |Q_{1,k}|^{n-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & K_l |Q_{l,k}|^{n-1} \end{bmatrix}, \quad (2.50)$$

matrika $\mathbf{A}_{12} = \mathbf{A}_{12}^T$ pa sta incidenčni matriki (tj. topološka oziroma povezovalna), katerih elementi lahko zavzemajo vrednosti -1, 0 in 1. Vrstice v incidenčni matriki $\mathbf{A}_{12}$ predstavljajo število vozlišč, stolpci pa število cevovodov v sistemu. Vrednosti v stolpcih incidenčne matrike $\mathbf{A}_{12}$ predstavljajo naslednje povezovalne karakteristike enega cevovoda v sistemu:

-1 – gorvodno vozlišče cevovoda,

0 – vozlišče ni povezano s cevovodom,

+1 – dolvodno vozlišče cevovoda.

Matrika $\mathbf{A}_{10}$ pa je incidenčna matrika, ki podaja povezave do vozlišč z znanim energijskim nivojem.

Z uporabo Newton-Raphsonove metode se enačbi (2.48) in (2.49) odvajata po dH oziroma dQ in dobita obliko:

$$\mathbf{N}\mathbf{A}_{11}d\mathbf{Q} + \mathbf{A}_{12}d\mathbf{H} + \mathbf{A}_{10}d\mathbf{H}_0 = -d\mathbf{E} \quad (2.51)$$

$$\mathbf{A}_{21}d\mathbf{Q} = -d\mathbf{q} \quad (2.52)$$

Skupaj se sistema enačb podata kot:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\mathbf{Q} \\ d\mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d\mathbf{E} \\ -d\mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

V enačbi (2.53) sta $d\mathbf{E}$ in $d\mathbf{q}$ ostanka rešitve sistema enačb, ki sta pridobljena v trenutnem iteracijskem koraku za $\mathbf{Q}_k$ in $\mathbf{H}_k$, $\mathbf{N}$ pa je diagonalna matrika eksponentov energijskih enačb. Z uporabo Newton-Raphsonove metode reševanja sistema se v iteraciji pretoki in energije posodablajo z izrazom:

$$\mathbf{Q}_{k+1} = \mathbf{Q}_k + d\mathbf{Q} \quad (2.54)$$

in

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + d\mathbf{H} \quad (2.55)$$

Konvergenca rešitev sistema enačb se preverja s podano tolerančno mejo za vrednost ostanka enačb $d\mathbf{E}$ in $d\mathbf{q}$. Posebnost gradientne metode, kot sta jo predlagala Todini in Pilati (1987), je v določitvi izrazov za iterativno posodabljanje rešitev. Najprej se določi nova vrednost za korekcijski faktor za $\mathbf{H}_{k+1}$ z naslednjim izrazom:

$$\mathbf{H}_{k+1} = -(\mathbf{A}_{21}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}_{11}^{-1}\mathbf{A}_{12})^{-1}\{\mathbf{A}_{12}\mathbf{N}^{-1}(\mathbf{Q}_k + \mathbf{A}_{11}^{-1}\mathbf{A}_{10}\mathbf{H}_0) + (\mathbf{q}_i - \mathbf{A}_{21}\mathbf{Q}_k)\} \quad (2.56)$$

in po določitvi $\mathbf{H}_{k+1}$ se določi še vrednost $\mathbf{Q}_{k+1}$:

$$\mathbf{Q}_{k+1} = (1 - \mathbf{N}^{-1})\mathbf{Q}_k - \mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}_{11}^{-1}(\mathbf{A}_{12}\mathbf{H}_{k+1} + \mathbf{A}_{10}\mathbf{H}_0) \quad (2.57)$$

Kadar je razmerje med vsoto absolutne spremembe pretoka na prehodu iz $k + 1$ -te iteracije v naslednjo iteracijo in med pretokom v vseh vozliščih večje od izbrane oz. predpisane tolerance, se matrična enačba (2.53) in enačba za izračun pretokov (2.57) ponovno rešujeta. Izračun se iterativno ponavlja, vse dokler to razmerje ne pade pod mejo tolerance.

2.2.4 Reševanje razširjene časovne simulacije v cevovodnih sistemih

Opisani matematični model se lahko razširi tudi za ugotavljanje delovanja sistema v določenem časovnem obdobju s spremenljivimi obtežnimi primeri. Razširjene časovne simulacije stalnega toka se izvajajo z izračunom stanja v posameznih časovnih korakih, v katerih se rešuje sistem enačb iz (2.53) za določanje neznanih pretokov in energijskih nivojev v cevovodnem sistemu, pri čemer se v vsakem časovnem koraku izvede še prilagoditev gladine vode v vseh vodohranih (to so vozlišča z znanim energijskim nivojem H_0) po enačbi:

$$\frac{d}{dt} \int_{KV} dV = \frac{d(A_T H_T)}{dt} = A_T \frac{dH_T}{dt} = Q_{T,vtok} - Q_{T,iztok} \quad (2.58)$$

V enačbi (2.58) je A_T prečni prerez vodohrana, H_T kota gladine v vodohranu, t čas časovnega koraka, $Q_{T,vtok}$ in $Q_{T,iztok}$ so pretoki cevovodov, priključenih na vodohran. Enačba (2.58) se najpogosteje rešuje z Eulerjevo metodo. Če privzamemo, da imajo vodohrani konstantne prečne prereze v odvisnosti od višine, lahko za vsak vodohran na sistemu zapišemo poenostavljeno enačbo za izračun nove kote gladine vode:

$$A_T \frac{H_{T,t+\Delta t} - H_{T,t}}{\Delta t} = Q_{T,vtok} - Q_{T,iztok} \Rightarrow H_{T,t+1} = H_{T,t} + (Q_{T,vtok} - Q_{T,iztok}) \frac{\Delta t}{A_T} \quad (2.59)$$

$H_{T,t}$ in $H_{T,t+\Delta t}$ sta gladini vodohranov ob začetku in ob koncu časovnega koraka Δt , pri čemer za reševanje enačbe (2.59) upoštevamo, da je kota gladine vode v vodohranu v začetnem časovnem koraku znana. Predpostavlja se, da so energijski nivoji (to so kote gladin) v rezervoarjih oziroma vodnih virih konstantni v celotnem času razširjene časovne simulacije.

2.2.5 Vzpostavitev hidravličnega modela vodooskrbnih sistemov

Hidravlično modeliranje vodooskrbnih sistemov zahteva veliko podatkov in informacij za vzpostavitev hidravličnega modela. Podatke o sistemu je mogoče pridobiti iz različnih podatkovnih virov, ki pričajo o stanju vodooskrbnega sistema. Poleg podatkov, ki opisujejo fizične in obratovalne lastnosti vodooskrbnega sistema, je treba pozornost nameniti tudi določanju in razporejanju porabe vode v sistemu, saj je ta informacija najpomembnejša in najbolj spremenljiva. Napakam, ki se pojavljajo pri obravnavi realnih sistemov, se ni mogoče izogniti. Ker pa lahko imajo napačne informacije nezanemarljiv vpliv že na postopek vzpostavitve hidravličnega modela, je treba podatke skrbno preveriti, saj so kasneje vzroki za neustreznost izračunov zelo težko določljivi.

Vzpostavitev hidravličnega modela realnega vodooskrbnega sistema je zahtevna naloga, saj zahteva poznavanje obnašanja realnih sistemov in izkušnje s področja matematičnega modeliranja. Podatki o vodooskrbnih sistemih so zabeleženi v različnih formatih in jih pridobimo iz različnih virov, ki opisujejo njihove fizične in obratovalne lastnosti. V procesu zbiranja podatkov je možnost vključevanja napačnih oziroma pomanjkljivih podatkov velika. Zato je pomembna presoja stopnje negotovosti oz. nenatančnosti pridobljenih podatkov, s katerimi se sestavlja hidravlični model, in zanesljivosti njihovih virov. Pred samo vzpostavitvijo modela se zahteva izločitev očitnih anomalij in napak v podatkih, ki bi v procesu modeliranja in v kasnejših simulacijah lahko privedle do večjih odstopanj.

Strukturiran seznam podatkovnih virov o vodooskrbnih sistemih je povzet po smernicah Water Research Centre (VB), ki navaja, da lahko podatke pridobimo iz (WRc, 1989):

- načrtov vodooskrbnih sistemov (grafični prikaz topologije sistema),
- podrobnih podatkov o vodnih virih in vodohranih,
- podatkov o cevovodih, črpalkah in črpalnih krivuljah, ventilih, itd.,
- podatkov o meritvah pretokov in tlakov na sistemu ter monitoringu objektov,
- podatkov o porabi, načrpani in prodani vodi,

- podatkov o številu odjemalcev,
- podatkov o starosti, materialu in stanju cevovodov,
- podatkov o predvideni porabi na sistemu v prihodnosti,
- podatkov o obratovanju sistema.

Pridobljene podatke je treba preoblikovati v obliko zapisa, ki se bo uporabljal v procesu modeliranja. Zahtevan format podatkov običajno narekuje programsko orodje, ki se uporablja v procesu modeliranja in je z vidika oblike zapisa podatkov za vsako programsko orodje specifičen. Vsebinski del preoblikovanja podatkov pa je večinoma poenoten, saj je vezan na matematično formulacijo modelov.

V sklop podatkovnih virov za vzpostavitev modela sodijo tudi izkušnje in ugotovitve upravljavcev vodooskrbnega sistema, ki se vključujejo, v kolikor so njihovi izsledki pomembni za poznavanje problematike modela. Če je po pregledu in ovrednotenju pridobljenih podatkov ugotovljen utemeljen sum o nepravilnostih, so potrebni terenski ogled in morebitne dodatne meritve na sistemu.

Fizične gradnike v matematični formulaciji hidravličnega modela vodooskrbnega sistema razdelimo na točkovne in linijske elemente. Prva skupina fizičnih lastnosti hidravličnih modelov se nanaša na točkovne elemente, ki so formulirani z izrazi zakona o ohranitvi mase (enačba (2.44)).

Točkovni elementi, opisani v tej skupini, so vozlišča, vodni vir (rezervoarji) in vodohrani. Za točkovne elemente je značilno, da se v njih spreminja masna bilanca medija, ki jo povzroča vtok ali iztok iz vozlišča, vodnega vira in vodohrana. Zastavljen sistem enačb vodooskrbnega sistema potrebuje specifične podatke o značilnostih vsakega elementa, zato bodo le-ti predstavljeni v nadaljevanju.

Linijski elementi predstavljajo fizične elemente, ki se jih v matematičnem modelu povzema z izrazom za določevanje energijskih razlik med dvema točkama (enačba (2.45)). Ta enačba združuje elemente, ki s svojimi lastnostmi povzročajo hidravlične izgube v odvisnosti od pretoka skozi njih. V to skupino štejemo cevi, v katerih nastopajo linijske izgube energije in tudi topografsko točkovni elementi, v katerih se dodaja oziroma odvzema energija in jih poimenujemo virtualne linije (oz. ekvivalentni odseki cevi). Z navidezno dolžino cevi, tj. virtualno linijo, opišemo črpalke, ki na takem odseku dodajajo energijo sistemu, in npr. ventile, ki sistemu na takem odseku odvajajo oziroma znižujejo energijo. Matematična formulacija obeh vrst linijskih elementov je podana v poglavju 2.1.2. Linijski elementi morajo vsebovati podatke za enolično identifikacijo posameznega elementa. Kot je že bilo navedeno, med linijske elemente štejemo cevi, črpalke in ventile. Cevnemu elementu moramo

določiti še naslednje podatke: premer cevi, dolžino cevi, začetno in končno vozlišče, lokalne izgube in status cevi.

Virtualne linije, ki predstavljajo črpalke, zahtevajo podatke o moči ali črpalni krivulji, ki opisuje zvezo med pretokom in dodano energijo sistemu, hitrosti črpalke, če imamo opravka z večstopenjsko črpalko, in vzorcu (načinu) obratovanja črpalke. Modeliranje ventilov pa potrebuje podatke o identifikaciji elementa, premeru ventila, tipu elementa (reducirni ventil tlaka, ventil za vzdrževanje tlaka, ventil za znižanje tlaka, ventil za kontrolo pretoka, priporni ventil, splošni ventil, s katerim določamo krivuljo energijskih izgub v odvisnosti od pretoka) in podatke o nastavitvi ventila.

Informacije o točkovnih elementih že predstavljajo značilnosti stičišč in koncev cevi. V realnem sistemu le-ti predstavljajo vozlišča, rezervoarje oziroma vodne vire in vodohrane. Vozlišča so podana z naslednjimi podatki: identifikacija vozlišča, nadmorska višina, poraba v vozlišču in vzorec nihanja porabe v vozlišču.

Rezervoarji oziroma vodni viri prav tako zahtevajo identifikacijo elementa in poleg tega tudi koto gladine vode, ki je običajno privzeta kot stalna gladina – v nasprotnem primeru se določi vzorec nihanja gladine glede na časovno spreminjanje dejanskega stanja. Za opis vodohrana pa so potrebni podatki o: identifikaciji elementa, nadmorski višini, začetni gladini v vodohranu, minimalni in maksimalni gladini v vodohranu, minimalni prostornini vodohrana in prostorninski krivulji vodohrana, če se horizontalni prerezi vodohrana spreminjajo z višino.

Ob vzpostavitvi modela vodooskrbnega sistema so poleg fizikalnih karakteristik sistema potrebni tudi opisi obratovalnih pogojev, pod katerimi vodooskrbni sistem deluje. Glavne skupine obratovalnih pogojev so prikazane s karakterističnimi krivuljami obratovanja posameznih objektov, vzorci in pravili obratovanja.

Karakteristične krivulje so skupina lastnosti objektov, ki opisujejo odvisnost delovanja določenega elementa vodooskrbnega sistema od drugega elementa. Tako poznamo črpalne krivulje črpalk, ki določajo zvezo med črpalno višino in pretokom, ki ga črpalka dostavlja ob normalni obratovalni hitrosti. Poleg tega je treba omeniti še, da za večstopenjske (večhitrostne) črpalke obstaja še dodatna povezava s črpalnimi krivuljami, ki so izražene z zvezami med pretokom (Q), črpalno višino (H) in hitrostmi črpalke N_1 in N_2 v obliki:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{in} \quad \frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \quad (2.60)$$

Naslednja iz skupine krivulj, povezanih s črpalkami, je krivulja izkoristka, ki podaja zvezo med izkoristkom črpalke in pretokom skozi njo. Uporaba te krivulje ni potrebna za samo vzpostavitev modela, vendar pa pri načrtovanju delovanja črpalke daje pomembne informacije o stroških obratovanja črpalke in možnemu optimiziranju njenega delovanja.

Volumske krivulje se uporabljajo v procesu modeliranja za opisovanje delovanja vodohranov s spremenljivim prečnim prerezom po višini (globini). Zveza, ki jo volumska krivulja opisuje, je torej prostornina v vodohranu v odvisnosti od kote gladine vode v vodohranu.

Krivulje energijskih izgub opisujejo obratovalne pogoje v vodooskrbnih sistemih. Uporabljajo se pri modeliranju ventilov, kjer opisujejo energijske izgube kot funkcijo pretoka. Z uporabo vseh opisanih krivulj lahko določamo posamezne hidravlične parametre toka v odvisnosti od hidravličnih veličin.

Poleg karakterističnih krivulj modeliranja vodooskrbnih sistemov so na razpolago še trije časovni vzorci delovanja posameznih elementov vodooskrbnega sistema. Časovni vzorci so zbirka množilnikov (koeficientov), ki opisujejo spreminjanje vrednosti parametrov sistema v določenih časovnih intervalih. Uporabljajo se časovni vzorci spreminjanja vozliščne porabe, nihanja nivoja gladine vodnega vira (rezervoarja), načina obratovanja črpalke in kvalitete vode vodnega vira.

Zadnja skupina podatkov o obratovanju vodooskrbnih sistemov pa obsega obratovalna pravila, s katerimi se določa delovanje posameznih elementov sistema glede na pogoje, ki vladajo v sistemu. Obstajata dve skupini obratovalnih pravil, in sicer enostavna (omejevalna) obratovalna pravila (simple controls) ter na nadzoru temelječa pravila (rule based controls). S prvo skupino pravil se spreminjajo stanja oziroma lastnosti linijskih elementov (cevi, črpalke, ventili) modela glede na nivo vode v vodohranu, tlak v vozliščih in časovno obdobje simulacije. Druga skupina pravil pa nam omogoča bolj kompleksno nadzorovanje modela, kjer se linijskemu elementu modela spremenijo stanje obratovanja oziroma njegove nastavitve z upoštevanjem večjega števila pogojev v sistemu. Ta pravila so lahko sestavljena iz para pogojnega stavka in akcijskega stavka ali pa iz več pogojnih in tudi akcijskih stavkov (Rossman, 2000).

Z uporabo opisanih obratovalnih lastnostih lahko zelo natančno obravnavamo delovanje realnega vodooskrbnega sistema.

Določevanju porabe je treba pri vseh postopkih modeliranja in umerjanja vodooskrbnih sistemov nameniti poseben poudarek, tudi določevanju in porazdelitvi (alokaciji) porabe v vozlišča. Pri

določevanju porabe je zelo pomembno, da se pridobijo čim bolj točni podatki o dejanskih porabah na sistemu. Te podatke je mogoče pridobiti pri upravljavcih vodooskrbnih sistemov, ki skrbijo tudi za zbiranje (merjenje) in vodenje podatkov o načrpani in prodani vodi.

Stroka obravnava 3 tipe porabe pitne vode na vodooskrbnih sistemih (Walski in sod., 2003):

- obračunana poraba (gospodinjstva, industrija, bolnice, ...),
- neobračunana poraba (izgube, čiščenje javnih površin, zalivanje parkov, ...),
- poraba za gašenje požarov.

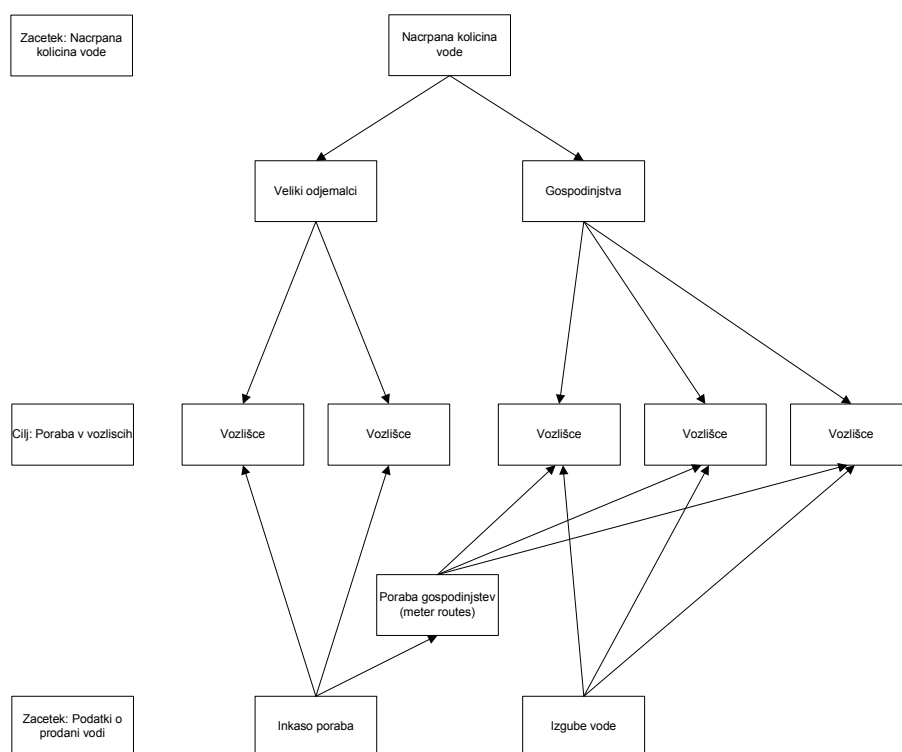
Pri določevanju vseh teh porab je treba odgovoriti na naslednja vprašanja (Walski in sod., 2003):

- Koliko vode je bilo porabljen?
- Kje se je voda porabljal?
- Kako se poraba spreminja v odvisnosti od časa?

Pri določevanju porabe je treba vse razpoložljive podatke o načrpani in obračunani vodi zbrati in jih preoblikovati v obliko, ki omogoča njeno razporeditev glede na prostorske oziroma druge kategorije podatkov. Oblike takih podatkov o porabi so lahko izražene v različnih enotah, kot so: l/preb/dan, l/priključek/dan oziroma druge porabe.

Alokacija porabe je postopek, s katero se poskuša ugotoviti prostorska razporeditev zgoraj določenih enot porabe v vozlišča hidravličnega modela. Postopki alokacije so različni glede na pridobljeni podatek oz. obliko enote porabe. Določevanje porabe v obliki l/preb/dan zahteva njeno navezavo na prostorske podatke o razporeditvi prebivalstva. Ker so prebivalci zelo mobilni, je ustrezneje indirektno povezati enote porabe s prebivalci prek objektov, priključenih na vodooskrbni sistem.

Na Sliki 3 je prikazan postopek določevanja porabe po vozliščih, ki se razlikujejo glede na izhodiščne podatke o porabljeni vodi (Blokker, 2010). Prvi pristop je določevanje porabe iz podatkov o načrpani vodi (na Slika 2.10 od zgoraj navzdol). S podatki o načrpani vodi in podatki o porabi velikih odjemalcev je mogoče določiti količino vode, ki se razporedi med gospodinjstva. Ob znanih lokacijah gospodinjstev in velikih odjemalcev je alokacija porabe v najbližja vozlišča zelo enostavna. Drugi pristop je določevanje porabe iz obračunane oziroma izmerjene (inkaso) porabe vode (na Slika 2.10 od spodaj navzgor). V tem primeru je alokacija obračunane porabe že prostorsko vezana na objekt oziroma priključek. Razporeditev te porabe v vozlišča ne predstavlja velikih težav.



Slika 2.10 Določevanje velikosti in lokacije rabe na vozliščne porabe

Figure 2.10 Determination and allocation of junction demand

Poleg obračunane porabe pa je treba po nekem »ključu« na vozlišča razporediti še izgube vode v vodooskrbnem sistemu, katerih količino je mogoče določiti iz razlike med načrpano in obračunano vodo. Kriteriji razporeditve izgub se pogosto določajo iz podatkov o starosti cevovodov, iz podatkov o okvarah vodooskrbenega sistema oziroma iz izkušenj upravljavca sistema.

Kakovost in napake podatkov o vodooskrbnem sistemu imajo pri modeliranju vodooskrbnih sistemov mnogo virov, ki vplivajo na napovedovanje hidravličnih razmer v vodooskrbnem sistemu. Zato se v procesu modeliranja upoštevajo različne negotovosti v povezavi z rezultati oz. napovedmi hidravličnega modela, povezanimi z napakami, stopnjo merilne negotovosti oziroma drugimi pomanjkljivostmi podatkov in informacij.

Napake podatkov se delijo v več skupin. Prva je skupina topografskih napak, kjer so napake povezane z negotovostjo izmer fizikalnih lastnosti elementov vodooskrbnega sistema (notranji premeri cevi, dolžina cevi, višina vozlišč, volumen vodohrana ali njegov premer, ...), ki jih je sicer mogoče enostavno odpraviti, vendar težko odkriti (Walski in sod., 2003).

Druge najpogostejše napake so povezane z delovanjem oziroma obratovanjem objektov na vodooskrbnih sistemih, kjer je verjetnost nepoznavanja oziroma nepopolnosti ter zastarelosti podatkov

največja. Problematično je predvsem modeliranje črpalk, ki zahtevajo precejšno natančnost pri določevanju njihovih obratovalnih lastnosti (problemi pri starih sistemih). Tudi ventili in zasuni predstavljajo velik vir napak, kjer se zastavlja vprašanje o njihovih nastavitvah v realnem času, npr. o stanju odprtosti ventilov in zasunov.

Zelo pogosto pa se pri modeliranju pojavi izvor napak zaradi postopka skeletizacije oziroma poenostavljanja omrežja, saj pri analizah večjih sistemov ni treba zajeti vseh, tudi najmanjših cevi. Te napake torej nastajajo zaradi kompromisa med preglednostjo in obvladljivostjo hidravličnega modela, zato mora izdelovalec modela presoditi, kateri cevovodi so bistveni za določevanje hidravličnih razmer v sistemu in katere cevovode je mogoče iz modeliranja izločiti.

Porazdelitev porabe v vozlišča predstavlja še eno skupino možnih napak v procesu modeliranja vodooskrbnih sistemov. Napake nastanejo zaradi prenosa porazdelitve porabe v vozlišča hidravličnega modela, medtem ko je na vodooskrbnem sistemu takšna poraba (npr. zaradi netesnosti) razporejena linijsko po cevovodih (majhen vpliv). Poleg omenjene aproksimacije porabe vode pa lahko napake nastanejo tudi pri določevanju velikosti porabe v vozliščih (velik vpliv) in pri porazdelitvi nihanja porabe v razširjenih časovnih simulacijah (največji vpliv).

Naslednja zelo pogosta skupina napak je človeška zmotljivost. Te napake se pojavljajo na vseh navedenih področjih, kot na primer pri: vnosu podatkov o omrežju, določevanju topologije omrežja, poenostavljanju omrežja, določevanju porabe, porazdelitvi porabe v razširjenih časovnih obdobjih, itd.

Različni avtorji in organizacije, ki se ukvarjajo z modeliranjem vodooskrbnih sistemov, so izdelali smernice za čim boljšo identifikacijo virov napak. Njihova prizadevanja so pripomogla k zanesljivejšemu modeliranju in kasnejšemu umerjanju hidravličnih modelov. Tako je organizacija ECAC (ang. Engineering Computer Applications Committee) v svoji publikaciji »Calibration Guidelines for Water Distribution System Modelling« (ECAC, 1999) poudarek namenila prav identifikaciji in vplivu virov napak na delovanje modela.

Pregled njihovega seznama virov napak priča o pomembnosti identifikacije vira napak. Razdeljen je na naslednje sklope (ECAC, 1999):

- napake v vhodnih podatkih zaradi topografskih in merilnih negotovosti na fizikalnih elementih sistema,
- napake zaradi neznanih koeficientov hrapavosti cevovodov,
- napake zaradi neznane vrednosti in porazdelitve porabe na vodooskrbnem sistemu,
- napake zaradi pomanjkljivih načrtov vodooskrbnih sistemov,

- napake zaradi določevanja nadmorskih višin vozlišč,
- napake zaradi izbire časovnega koraka hidravlične simulacije modela,
- napake zaradi poenostavitev v numeričnem opisu vodooskrbnega sistema (skeletizacija),
- napake zaradi vpliva zastarelih črpalnih krivulj in nastavitev regulacijskih ventilov,
- napake zaradi vpliva slabo umerjene merilne opreme, katere meritve so uporabljene v procesu umerjanja.

3 UMERJANJE HIDRAVLIČNIH MODELOV CEVOVODNIH SISTEMOV

Umerjanje oz. kalibracija oz. inverzno modeliranje so izrazi, s katerimi se opisuje recipročni proces modeliranja naravnih procesov. Modeliranje naravnih procesov je matematični opis delovanja nekega realnega sistema, rešitve pridobljene z modeliranjem pa dajejo modelne napovedi o delovanju obravnavanega sistema v pogojih, ki se še niso zgodili. Zaupanje v pravilne vrednosti modelnih napovedi glede na realni sistem je odvisno od stopnje negotovosti modeliranja. Sklepanje, da modelne napovedi ustrezno predstavljajo delovanje realnega sistema, je mogoče preveriti, če se modeliranje opravi za dogodke, ki so se že zgodili, in so bile opravljene meritve z ustrezno merilno opremo, za katero je znana stopnja merilne negotovosti, ali pa so zbrana opazovanja o stanju na realnem sistemu, za katera pa je stopnjo zanesljivosti treba tudi določiti.

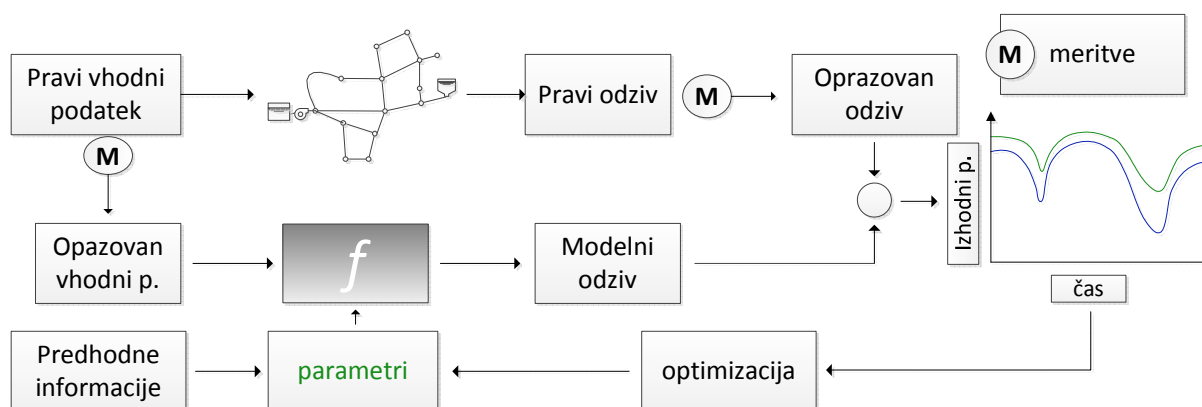
Na podlagi takšnih ugotovitev o obnašanju realnega sistema je mogoče ugotoviti, ali matematični model z vsemi svojimi spremenljivkami in parametri ustrezno predstavlja obnašanje opazovanega realnega sistema. Zaradi pomanjkanja oz. napak podatkov o realnem sistemu se pojavljajo negotovosti in posledično manjše zaupanje tudi v modelne napovedi. Vzroki za negotovost o pravih modelnih napovedih izhajajo iz kompleksnosti in velikega vira podatkov, ki opisujejo realni sistem. Prav tako pa lahko vir negotovosti predstavljata tudi (omejeno) teoretično znanje in pravilna numerična formulacija procesov v realnem sistemu.

3.1 Splošno

Inverzno modeliranje je postopek določanja parametrov zadevnega modela iz zbranih opazovanj oziroma opravljenih meritev, pri katerem se določijo vrednosti neznanim parametrom zato, da bi modelne napovedi ob drugih dogodkih čim bolj ponazarjale obnašanje realnega sistema. Manjše kot so razlike med modelnimi napovedmi in opazovanimi meritvami, večja je verjetnost, da so ocenjene vrednosti neznanih parametrov blizu njihovim pravih vrednostim. S tem postopkom se posledično zmanjšujeta tako negotovost ocenjenih vrednosti parametrov kot tudi negotovost modelnih napovedi. Inverzno modeliranje (oz. umerjanje) torej vključuje določanje sicer neznanih parametrov, oceno negotovosti vrednosti parametrov in oceno negotovosti modelnih napovedi.

Slika 3.1 prikazuje splošni proces umerjanja cevovodnega sistema, kjer se z zajemom pravega vhodnega podatka, ki vstopa v realni sistem, pridobi pravi odziv sistema, ki se zajame z meritvami, s čimer se pridobi opazovan odziv sistema. Popis realnega sistema (Slika 3.1 zgornji del) se združi s hidravličnim modelom, kjer se na podlagi opazovanega vhodnega podatka in nabora hidravličnih enačb izračuna odziv oziroma napoved hidravličnega modela, ki se primerja z opazovanim odzivom

realnega cevovodnega sistema. Primerjava meritev in napovedi modela vodi v optimizacijski postopek, kjer se prek iteracijskega določanja neznanih parametrov poskuša doseči čim večja skladnost modela in realnega sistema. Neznanim parametrom hidravličnega modela se pri tem prilagajajo vrednosti, ki so lahko povezane s predhodnimi informacijami o njihovih pričakovanih vrednostih. Vključitev predhodnih informacij, npr. o območju vrednosti parametrov na podobnih sistemih, ni neposreden pogoj za uspešno umerjanje, vendar pa takšne informacije lahko vodijo k boljši konvergenci in manjši negotovosti v ocenjene parametre.



Slika 3.1 Proces umerjanja cevovodnih sistemov

Figure 3.1 Process of calibration of pipe systems

Področju umerjanja cevovodnih sistemov je bilo namenjene veliko pozornosti in razvitih je bilo več pristopov in metod, ki izhajajo iz empiričnih in teoretičnih predpostavk. Walski (1983) je podal empirične izkušnje o umerjanju hidravličnih modelov, ki povzemajo postopek za ročno umerjanje neznanih parametrov in predvsem prikazujejo nabor ukrepov za upravljavce oziroma načrtovalce, ki želijo izboljšati natančnost svojih hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov. Podani so bili tudi kriteriji, kje in kako opravljati meritve na realnem sistemu, da se izboljša določljivost posameznih parametrov. Neznani parametri, ki jih je Walski obravnaval, so bile hrapavosti cevovodov. Predlagano je bilo, da se meritve tlakov izvajajo v vozliščih, ki so čim bolj oddaljena od vodnega vira in vodohranov, ter v vozliščih, ki so blizu vozlišč z visoko porabo vode. Podano je bilo tudi, da naj bi bil hidravlični model umerjen na podlagi meritev, zbranih ob vsaj treh različnih obtežnih primerih.

Z umerjanjem hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov se je ukvarjalo mnogo raziskovalcev, ki so razvili različne pristope. Vsi pristopi so iterativni, kar pomeni visoko časovno in delovno intenzivnost. Kljub raznovrstnosti pristopov pa jih lahko v splošnem razdelimo v tri skupine.

Pristop »poskusi in pogrěši« je prvi in najstarejši pristop, ki temelji na posebnem postopku, ki naj mu izdelovalec modela sledi, dokler ne doseže želene natančnosti napovedi hidravličnega modela. Take

pristope so razvili Rahal in sod. (1980), Walski (1983, 1987), Bhawe (1988), Ormsbee in Lingireddy (1997). Kot primer takega pristopa k umerjanju sta avtorja Ormsbee in Lingireddy (1997) podala postopek, ki je sestavljen iz sedmih korakov: identificirati namen in uporabo hidravličnega modela, določiti izhodišče ocene vrednosti parametrov umerjanja, zbrati podatke oziroma meritve na vodooskrbnem sistemu, ovrednotiti napovedi hidravličnega modela, opraviti »makrokalibracijo« oziroma grobe nastavitve (prilagoditve) parametrov, izdelati občutljivostne analize parametrov umerjanja in na koncu opraviti še »mikrokalibracije« oziroma fine nastavitve (prilagoditve) parametrov umerjanja.

Ključna pomanjkljivost pristopa »poskusi in pogreši« je časovna intenzivnost postopka. Poleg tega je s tem pristopom mogoče umerjati le zelo omejeno število neznanih parametrov in je njegova uporabnost vezana predvsem na manjše in manj zahtevne hidravlične modele. Omejitve predstavlja tudi zelo slaba konvergenca tega postopka (Bhawe, 1988). Začetni poskusi ročnega umerjanja po pristopu »poskusi in pogreši« in njihove metode reševanja problemov inverznega modeliranja so kasneje vplivali na razvoj bolj učinkovitih in uspešnejših metod umerjanja.

Eksplicitne metode umerjanja so druga skupina pristopov, ki temeljijo na neposrednem reševanju razširjenega nabora enačb hidravličnega modela, to so kontinuitetne in energijske enačbe (Ormsbee in sod., 1986), (Boulos in sod., 1990), (Ferreri in sod., 1994). Razširjeni nabor enačb nastane z zapisom dodatnih enačb, ki izhajajo iz zbranih meritev na realnem cevovodnem sistemu. Pri tem mora biti število meritev in posledično dodatnih hidravličnih enačb večje ali enako številu neznanih parametrov, ki se umerjajo. Razširjeni sistem hidravličnih enačb se nato rešuje z iterativnimi numeričnimi metodami. Eksplicitne metode umerjanja so se sicer izkazale kot uporabne in primerne za reševanje problema umerjanja, vendar so se nekatere njihove slabosti izkazale za preveč omejujoče. Pomanjkljivosti eksplcitnih metod so povezane z glavno lastnostjo teh metod, ki je, da mora biti število neznanih parametrov enako številu meritev oziroma dodatnemu naboru hidravličnih enačb. Poleg tega eksplcitne metode ne upoštevajo merilne negotovosti in meritve obravnavajo kot 100 % natančne, kar posledično privede do dodatne pomanjkljivosti, da z eksplcitnimi metodami ni mogoče določiti negotovosti umerjenih parametrov in modelnih napovedi (Kapelan, 2002). Navedene pomanjkljivosti so privedle do opustitve eksplcitnih metod kot optimalnega načina umerjanja in raziskave so se usmerile v nove implicitne metode umerjanja in vključevanja optimizacijskih orodij.

Implicitne metode so tretja skupina metod umerjanja, ki se rešujejo kot optimizacijski problemi. Umerjanje parametrov se izvaja prek optimizacijskega procesa, v katerem se prek ciljne funkcije omogoča identifikacija ustreznih parametrov, ki minimirajo razliko med meritvami in napovedmi modela. Glede na lastnosti implicitnih metod, ki so običajno optimizacijske, se je v zadnjih dveh

desetletjih mnogo avtorjev ukvarjalo z vzpostavitvijo optimizacijskih modelov za umerjanje, kar je v veliki meri pripomoglo k povečani natančnosti hidravličnih modelov. Implicitne metode so se izkazale za zelo uspešne, ker niso podvržene slabostim, ki so navedene pri eksplicitnih metodah, poleg tega pa omogočajo uporabo relativno enostavnih ciljnih funkcij, ki vrednotijo proces umerjanja in njegovo konvergenco.

V splošnem so implicitne metode sestavljene iz ciljne funkcije, ki vrednoti odstopanja napovedi hidravličnega modela od meritev na realnem sistemu, ter eksplicitnih in implicitnih robnih pogojev. Eksplicitni robni pogoji določajo zgornje in spodnje vrednosti parametrov umerjanja, kar omogoča določitev realnih vrednosti parametrov, medtem ko implicitni robni pogoji določajo izpolnitev pogojev iz zakona o ohranitvi mase in energije, ki določajo hidravlični sistem cevovodnega sistema. Implicitne metode umerjanja so uporabne za umerjanje statičnih (tudi večkratnih statičnih) in dinamičnih simulacij. Prve uporabe implicitnih metod v postopkih umerjanja so podali Ormsbee (1989), Lansey in Basnet (1991), Pudar in Liggett (1992), Datta in Sridharan (1994) ter Reddy in sod. (1996). Njihovi primeri zajemajo umerjanje koeficientov trenja tako za statične (angl. steady-state), kakor tudi za razširjene časovne simulacije (angl. extended period simulation). Optimizacijski algoritmi, ki so jih navedeni avtorji uporabljali za reševanje inverznih problemov, zajemajo metode iz skupine nelinearnega programiranja, kamor spadajo najpogostejše uporabljene gradientne metode. Druga skupina avtorjev, kot so Savic in Walters (1995), Lingireddy in Ormsbee (1999), Tucciarelli in sod. (1999), de Schaetzen (2000), Lansey in sod. (2001) ter Kapelan in sod. (2004), pa so implementirali metahevristične metode, med katerimi so bili najpogostejše uporabljeni genetski algoritmi, simulirano ohlajanje (angl. simulated annealing) in drugi globalni optimizacijski algoritmi. V zadnjem času se uveljavljajo optimizacijske metode, ki izhajajo iz metod Monte Carlo z Markovskimi verigami (angl. Markov Chain Monte Carlo), ki so jih različni avtorji uporabili v postopkih umerjanja cevovodnih sistemov. Med njih spadajo raziskave Kapelana in sod. (2007), Kanga in sod. (2009), Alvisija in Franchinija (2010) ter Seifollahi-Aghmiunija in Bozorg Haddada (2013).

Najbolj znana postopka za ocenjevanje neznanih parametrov sta ocenjevanje parametrov s statističnimi metodami in ocenjevanje parametrov z verjetnostnimi porazdelitvami, tj. Bayesovo sklepanje. Razlika med postopkoma sklepanja, da so ocenjeni parametri in posledično negotovosti v sprejemljivih mejah, je v načinu obravnavanja neznanih parametrov in opazovanih podatkov (meritev), ki dajejo podlago sklepanju. Prva razlika izhaja iz obravnavanja neznanih parametrov. Pri frekventističnem sklepanju so neznani parametri obravnavani kot konstante z neznanimi, a fiksnimi vrednostmi, ki se ne obravnavajo kot slučajne spremenljivke in nimajo pripadajočih verjetnostnih porazdelitev. Pri Bayesovem sklepanju pa so neznani parametri predstavljeni kot slučajne spremenljivke, ki se opišejo z verjetnostno porazdelitvijo. Druga razlika izhaja iz obravnave

opazovanih podatkov (npr. meritve). Pri frekventističnem sklepanju so opazovani podatki ponovljivi slučajni vzorci, ki imajo neko frekvenco pojava oziroma neko verjetnost. Pri Bayesovem sklepanju pa se opazovani podatki obravnavajo kot konstante in so zaradi tega fiksni.

3.2 Večkriterijsko umerjanje hidravličnih modelov

Formulacija modela umerjanja izhaja iz splošne metodologije analize negotovosti. Po splošni teoriji se odziv hidravličnega modela cevovodnega sistema izrazi kot funkcija slučajnih spremenljivk:

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) \quad (3.1)$$

pri čemer je $\mathbf{y}$ vektor odzivov modela z elementi $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_{N_{od}}]^T$, funkcija $f(\cdot)$ podaja zapis sistema linearnih kontinuitetnih in nelinearnih energijskih enačb hidravličnega modela, $\mathbf{x}$ je vektor znanih vhodnih podatkov modela z elementi $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_{vh}}]^T$ in $\boldsymbol{\theta}$ je vektor neznanih parametrov modela z elementi $\boldsymbol{\theta} = [\vartheta_1 \ \vartheta_2 \ \dots \ \vartheta_{N_\theta}]^T$. Oznake, ki podajajo število elementov v posameznih vektorjih pa so: N_{od} je število odzivov modela, N_{vh} je število vhodnih podatkov modela, N_θ je število parametrov modela. Za ponazoritev ustreznosti hidravličnega modela se ugotavlja, kako se računski odzivi modela skladajo z opazovanimi podatki oziroma meritvami. Vektor opazovanih podatkov $\tilde{\mathbf{y}}$, ki so pridobljeni na realnem sistemu, ima elemente $\tilde{\mathbf{y}} = [\tilde{y}_1 \ \tilde{y}_2 \ \dots \ \tilde{y}_{N_{op}}]^T$, kjer je N_{op} število opazovanih podatkov. Zapis o primerjani enakosti vektorja opazovanih podatkov $\tilde{\mathbf{y}}$ in vektorja modelnega odziva $\mathbf{y}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ je enak:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}) \quad (3.2)$$

kjer je $\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})$ vektor pogreškov oziroma rezidualov z elementi $\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}) = [e_1(\boldsymbol{\theta}) \ e_2(\boldsymbol{\theta}) \ \dots \ e_{N_r}(\boldsymbol{\theta})]^T$ in N_r je število pogreškov za podana opazovanja. Zapis nelinearnega regresijskega modela v enačbi (3.2) se preoblikuje tako, da se pogrešek $\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})$ izrazi kot razlika med determinističnimi komponentami odziva modela $\mathbf{y}$ in opazovanimi podatki $\tilde{\mathbf{y}}$:

$$\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{y}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) - \tilde{\mathbf{y}} \quad (3.3)$$

Pogrešek $\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})$ je definiran kot statistični model, ki podaja pričakovano porazdelitev pogreškov. Za definiranje statističnega modela pogreškov $\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})$ se običajno uporabita predpostavki, da imajo elementi vektorja pogreškov srednjo vrednost enako nič in jim pripada variančna-kovariančna matrika

C. Uporaba teh predpostavk vodi v formulacijo t. i. metode uteženih najmanjših kvadratov (angl. weighted least square method):

$$\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}) = [\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{y}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})]^T \mathbf{C}_e^{-1} [\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{y}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})] \quad (3.4)$$

Namesto inverzne kovariančne matrike pogreškov $\mathbf{C}_e$ se uvede v izraz (3.4) matrika utežnih koeficientov $\mathbf{W}$, ki je enaka $\mathbf{W} = \mathbf{C}_e^{-1}$.

$$\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}) = [\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{y}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})]^T \mathbf{W} [\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{y}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})] \quad (3.5)$$

Metoda uteženih najmanjših kvadratov uporablja utežne koeficiente, ki so podani s simetrično, pozitivno definitno matriko $\mathbf{W}$ (Seber in Wild, 2003). Uporaba utežnih koeficientov zmanjšuje vpliv manj natančnih opazovanih podatkov in povečuje vpliv opazovanih podatkov, ki imajo večjo natančnost. Hkrati pa se pogreški in tudi opazovanja ter modelni odzivi transformirajo v utežene pogreške, opazovanja in modelne odzive.

3.2.1 Formulacija večkriterijskega umerjanja

Podani zapis metode uteženih najmanjših kvadratov (3.5) je uporabljen v večkriterijskem optimizacijskem problemu umerjanja, kjer se minimizirajo razlike med meritvami (opazovanimi podatki), opravljenimi na realnem sistemu, in napovedmi hidravličnih veličin modela. Optimizacijski problem je sestavljen iz ciljne funkcije natančnosti umerjanja hidravličnega modela in iz robnih pogojev. Za nastavljen problem večkriterijskega umerjanja za hidravlične razmere stalnega toka se uporabi zapis transformirane ciljne funkcije v obliki, ki minimizira razlike uteženih najmanjših kvadratov (Madsen, 2000), (Mertens in sod., 2006), (Köhne in sod., 2011):

$$\min \hat{e}(\boldsymbol{\theta}) = \left[\begin{array}{c} \frac{e_1(\boldsymbol{\theta})}{\sigma_1} + \phi_1 \\ \frac{e_2(\boldsymbol{\theta})}{\sigma_2} + \phi_2 \end{array} \right] \quad (3.6)$$

kjer $e(\boldsymbol{\theta})$ predstavlja rešitev večkriterijskih ciljnih funkcij $e_m(\boldsymbol{\theta})$ ($m = 1, \dots, N_{CF}$), ki jo sestavljajo posamezne ciljne funkcije, izražene z metodo uteženih najmanjših kvadratov, ϕ_m je transformacijska konstanta ciljnih funkcij ($m = 1, \dots, N_{CF}$) in N_{CF} je število ciljnih funkcij. Posamezne ciljne funkcije predstavljajo modelne napovedi, s katerimi se izraža ujemanje z meritvami. Prva hidravlična veličina,

ki je uporabljena v večkriterijskem problemu umerjanja, je tlak v vozliščih hidravličnega sistema. Prva ciljna funkcija je tedaj podana kot:

$$e_1(\theta) = \sum_{l=1}^{N_L} \sum_{i=1}^{N_H} [\tilde{H}_{i,l} - H_{i,l}(\mathbf{x}|\theta)]^T w_{i,i}^H [\tilde{H}_{i,l} - H_{i,l}(\mathbf{x}|\theta)] \quad (3.7)$$

kjer so $\tilde{H}_{i,l}$ meritve tlaka v opazovanih vozliščih ($i = 1, \dots, N_H$), $H_{i,l}(\mathbf{x}|\theta)$ napovedi tlaka v modelu za opazovana vozlišča ($i = 1, \dots, N_H$), $w_{i,i}^H$ so utežni koeficienti za opazovana vozlišča ($i = 1, \dots, N_H$), N_L je število obtežnih primerov in N_H je število opazovanih merilnih mest tlaka na sistemu.

Druga hidravlična veličina je pretok v cevovodih hidravličnega sistema in je podana kot:

$$e_2(\theta) = \sum_{l=1}^{N_L} \sum_{j=1}^{N_Q} [\tilde{Q}_{j,l} - Q_{j,l}(\mathbf{x}|\theta)]^T w_{j,j}^Q [\tilde{Q}_{j,l} - Q_{j,l}(\mathbf{x}|\theta)] \quad (3.8)$$

kjer so $\tilde{Q}_{j,l}$ meritve pretoka v opazovanih cevovodih ($j = 1, \dots, N_Q$), $Q_{j,l}(\mathbf{x}|\theta)$ napovedi pretoka v modelu za opazovane cevovode ($j = 1, \dots, N_Q$), $w_{j,j}^Q$ so utežni koeficienti za opazovane cevovode ($j = 1, \dots, N_Q$) in N_Q je število opazovanih merilnih mest pretoka na sistemu. Transformacijska konstanta ϕ pretvori vrednosti ciljnih funkcij na način, da odražajo podobno oddaljenost od izhodišča (Mertens in sod., 2006). To omogoča boljšo primerjavo rezultatov posameznih ciljnih funkcij in njih nedominantnih rešitev Paretove fronte (podrobnosti o večkriterijskih algoritmi in Pareto optimalnih front so navedene v poglavju 5). Zapis transformacijske konstante je podan kot:

$$\phi_{m,j} = \max \left[\min \left(\frac{e_{m,i}(\theta)}{\sigma_i} \right), i = 1, \dots, N_{CF} \right] - \min \frac{e_{m,j}(\theta)}{\sigma_j} \quad (3.9)$$

kjer je indeks i tak, da se obravnavajo vse ciljne funkcije N_{CF} , in indeks j predstavlja transformacijsko konstanto trenutno obravnavane ciljne funkcije.

Pri večkriterijskem umerjanju za razširjene časovne simulacije stalnega toka pa se lahko formulacija ciljnih funkcij zapiše tudi v obliki, ki vključuje dodatno ciljno funkcijo. V tem primeru se lahko upošteva dodatna ciljna funkcija, npr. tudi za vključitev gibanja gladin v vodohranih.

$$\min \hat{e}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{e_1(\boldsymbol{\theta})}{\sigma_1} + \phi_1 \\ \frac{e_2(\boldsymbol{\theta})}{\sigma_2} + \phi_2 \\ \frac{e_3(\boldsymbol{\theta})}{\sigma_3} + \phi_3 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Z vključitvijo tretje hidravlične veličine, tj. gladine v vodohranih, je zapis te ciljne funkcije enak:

$$e_3(\theta) = \sum_{l=1}^{N_L} \sum_{k=1}^{N_G} [\tilde{G}_{k,l} - G_{k,l}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})]^T w_{k,k}^G [\tilde{G}_{k,l} - G_{k,l}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})] \quad (3.11)$$

kjer so $\tilde{G}_{k,l}$ meritve gladine vode v vodohranu ($k = 1, \dots, N_G$), $G_{k,l}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ napovedi gladine v modelu za opazovane vodohrane ($k = 1, \dots, N_G$), $w_{k,k}^G$ so utežni koeficienti za opazovane vodohrane ($k = 1, \dots, N_G$) in N_G je število opazovanih gladin vode v vodohranih na sistemu.

3.2.2 Vključevanje predhodnih ocen o parametrih umerjanja

Poleg opazovanj, ki so za potrebe umerjanja opravljena na izbranem realnem sistemu, se lahko v proces umerjanja vključijo tudi dodatna predhodna in neodvisna opazovanja, ki lahko izhajajo iz laboratorijskih raziskav, izkušenj strokovnjakov, preteklih postopkov umerjanja oziroma iz kombinacije vseh naštetih. Vključevanje predhodnih ocen (angl. Prior estimate) in informacij (angl. Prior information) je lahko pomemben vir informacij o vrednostih parametrov, ki omogoča zmanjšanje negotovosti v ocenjene vrednosti parametrov v postopku umerjanja. Predhodne ocene parametrov se pogosto imenujejo tudi »psevd« oziroma nepravne meritve, saj ne gre za dejansko merjene vrednosti odzivov realnega sistema (npr. meritve tlakov in pretokov v vodooskrbnem sistemu), temveč so njihove informacije vezane na same vrednosti parametrov umerjanja. Vključevanje predhodnih ocen parametrov je najpogosteje uporabljena metoda pri umerjanju.

Predhodne ocene o parametrih se lahko vključijo v formulacijo večkriterijskega umerjanja z oblikovanjem dodatne ciljne funkcije, ki je izražena v obliki metode uteženih najmanjših kvadratov z naslednjim izrazom:

$$e_P(\theta) = \sum_{m=1}^{N_P} [\tilde{P}_m - P_m(\boldsymbol{\theta})]^T w_{m,m}^P [\tilde{P}_m - P_m(\boldsymbol{\theta})] \quad (3.12)$$

kjer so $\tilde{P}_m$ predhodna ocena parametra ($m = 1, \dots, N_P$), $P_m(\theta)$ vrednost parametra v procesu umerjanja ($m = 1, \dots, N_P$), $w_{m,m}^P$ so utežni koeficienti za izbrane parametre umerjanja ($m = 1, \dots, N_P$) in N_P je število parametrov, za katere se vključijo predhodne ocene. Ta dodatna ciljna funkcija se lahko uporabi v podanih formulacijah (3.6) za modele stalnega toka in (3.10) za modele razširjene časovne simulacije.

Poznana sta dva tipa predhodnih ocen parametrov, ki se razlikujeta glede na način njihovega vključevanja v procesu umerjanja (Hill, 1998):

- Implicitne predhodne ocene so funkcijske zveze parametra θ , pri katerih se uporabljajo vrednosti funkcijskih odzivov namesto samih vrednosti parametra, saj se lahko npr. pri umerjanju vrednosti vozliščne porabe upošteva predhodna ocena teh parametrov tako, da je vsota modelnih odzivov (tj. funkcijska zveza parametra θ) enaka neki predhodni vrednosti, ki je bila določena za konkretni sistem (Walski in sod., 2003).
- Eksplicitne predhodne ocene so neposredno vezane na vrednosti parametrov θ , pri čemer se oblikuje določen kriterij oziroma mera za oceno ujemanja med vrednostjo predhodne ocene in vrednostjo, ki je generirana v procesu umerjanja, npr. predhodno znane oziroma ocenjene vrednosti koeficientov hrapavosti.

V nalogi so uporabljene predhodne ocene eksplicitnega tipa.

Utežna matrika, ki je uporabljena pri umerjanju z vključevanjem predhodnih ocen o parametrih hidravličnega modela, je diagonalna, simetrična, pozitivno definitna matrika $\mathbf{W}^P$, katere diagonalni elementi so utežni koeficienti, ki predstavljajo informacije o negotovosti v te predhodne ocene (Hill, 1998), (Kapelan in sod., 2004). Pri tem je lahko njihova vključena negotovost znana oziroma neznana. Slednjo je treba oceniti v procesu umerjanja in jo vključiti kot dodatno optimizacijsko spremenljivko.

V nalogi bodo uporabljene le utežne matrike z znano negotovostjo predhodno ocenjenih vrednosti koeficientov hrapavosti. Vključevanje predhodnih ocen o vrednostih parametrov θ je mogoče izvajati s postopkom, ki ga je predlagal Hill (1998):

- Reševanje optimizacijskega problema umerjanja samo z uporabo opazovanih pravih odzivov realnega sistema (meritve hidravličnih veličin) brez vključevanja predhodnih ocen parametrov.
- Vrednotenje pridobljenih optimizacijskih vrednosti parametrov, kjer se oceni občutljivost modela glede na parametre umerjanja in določi negotovost pridobljenih vrednosti.
- Identifikacija neobčutljivih in negotovih parametrov, med katerimi se izberejo kandidati za vključevanje predhodnih ocen njihovih vrednosti. Parametrom, katerih ocenjene vrednosti

niso bile določljive na podlagi zbranih meritev hidravličnih veličin, se lahko posreduje dodatne informacije v obliki predhodnih ocen, kar omogoči, da parametri meritev zagotovijo še dodatne informacije za njihovo umerjanje. Parametri, ki so občutljivi in imajo nerazumne ocenjene vrednosti parametrov, niso primerni za vključevanje predhodnih informacij, saj lahko nakazujejo, da ima model napako, ki jo je treba pred umerjanjem odpraviti.

- Zmanjšanje negotovosti pri ocenjenih vrednostih parametrov za identificirane neobčutljive parametre je mogoče z dodatnim opravljanjem meritev na realnem sistemu ali z vključevanjem predhodnih ocen v optimizacijskem postopku umerjanja ali s kombinacijo obeh pristopov. Ponovno se reši optimizacijski postopek umerjanja, pri čemer se tokrat vključijo predhodne ocene parametrov. Pri določitvi pripadajoče utežne matrike in vrednosti koeficientov je potrebna previdnost; najprej se upoštevajo nizke vrednosti utežnih koeficientov, ki odražajo večjo negotovost v predhodne ocene parametrov, in se potem lahko postopoma zvišujejo.

Navedeni postopek vključevanja predhodnih ocen je v nalogi uporabljen zaradi številnih prednosti, ki jih prinaša pri procesu umerjanja. Prva in glavna lastnost je zmanjšanje negotovosti v ocenjene vrednosti umerjanja parametrov θ , ki zaradi vključitve dodatnih informacij postanejo bolj določljivi. Kot drugo se izboljša določenost optimizacijskega problema umerjanja, saj se z vključitvijo dodatnih informacij poveča možnost določljivosti parametrov. Izboljšana pa je tudi konvergenca optimizacijskega procesa, saj dodatne informacije hitro zmanjšujejo območje iskanja optimizacijskih spremenljivk (Kapelan, 2002). Kljub vsem naštetim prednostim je potrebna pazljivost pri uporabi predhodnih ocen parametrov, saj napačne predhodne ocene lahko vodijo v vrednosti umerjenih parametrov, ki lahko izkazujejo pristranskost (angl. bias).

Poleg vseh navedenih delov večkriterijskega problema umerjanja se vključijo še dodatni robni pogoji. Optimizacijski problem umerjanja je tako za stalni tok (enačba (3.6)) kot tudi za razširjene časovne simulacije stalnega toka (enačba (3.7)) formuliran kot omejen optimizacijski problem (angl. constrained optimization problem), ki mora izpolnjevati dva tipa robnih pogojev.

Prvi tip so implicitni robni pogoji, ki zagotavljajo rešitev sistema enačb hidravličnega modela. Za primer hidravličnega modela stalnega toka mora biti zagotovljena rešitev nelinearnih (enačba (2.48)) in linearnih (enačba (2.49)) enačb, ki skupaj tvorijo sistem enačb (2.53). Za primer časovne simulacije stalnega toka pa se mora dodatno k prej navedenim enačbam hidravličnega sistema zagotoviti tudi rešitev izraza iz enačbe (2.59). V obeh primerih morajo biti določeni začetni robni pogoji, to so energijski nivoji/gladine v vodnih virih in vodohranih ter obratovalne nastavitve naprav cevovodnega sistema (črpalke/armature). Implicitni robni pogoji so zajeti z uporabo numeričnega modela

hidravličnih zakonitosti, ki ovrednotijo iskane optimizacijske parametre umerjanja prek opravljenih hidravličnih simulacij. V pričujočem primeru je hidravlično modeliranje opravljeno z algoritmom EPANET 2.0, ki je opisan v poglavju 2.2.3.

Drugi tip so eksplicitni robni pogoji, ki omejujejo območje iskanja parametrov umerjanja z minimalnimi in maksimalnimi vrednostmi, kar naj zagotovi iskanje le realnih vrednosti parametrov. Zaradi kompleksnosti in številčnosti parametrov, ki se obravnavajo v hidravličnih modelih cevovodnih sistemov, se parametrom umerjanja določijo zgornje in spodnje meje vrednosti glede na predhodna ekspertna znanja o vrednostih, ki jih lahko zavzamejo. Eksplicitni robni pogoji so podani kot:

$$\theta_{min} \leq \theta \leq \theta_{max} \quad (3.13)$$

kjer je θ_{min} spodnja meja parametra umerjanja in θ_{max} zgornja meja koeficienta hrapavosti.

3.3 Bayesovo sklepanje

Bayesov teorem, ki ga je razvil pastor Thomas Bayes (1701–61), je podlaga za uporabo Bayesovega sklepanja. Bayesov izrek je po njegovi smrti objavil Richard Price (1763) v delu »An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances« (Barnard po Bayes, 1958). Po objavi Bayesovega dela je francoski matematik Pierre-Simon Laplace leta 1774 objavil podobno delo, v katerem je reproduciral in nadgradil originalne Bayesove rezultate. Leta 1959 pa je R.A. Fisher (1959) podal obliko Bayesovega teorema v sedanji rabi (Savchuk, 2011).

3.3.1 Bayesov teorem

Bayesov postopek izhaja iz definicije pogojne verjetnosti, kadar sta v istem poskusu možna dogodka A in B . Pogojna verjetnost $P(A|B)$ dogodka A glede na dogodek B je verjetnost dogodka A ob pogoju, da se je hkrati zgodil tudi dogodek B . Izraz za določitev pogojne verjetnosti je podan kot:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (3.14)$$

Pogojna verjetnost $P(A|B)$ v enačbi (3.14) je produkt (presek) dogodkov A in B , kar se zgodi, ko se hkrati zgodita dogodka A in B . S preoblikovanjem izraza pogojne verjetnosti (3.14) se lahko zapiše produkt oziroma presek dogodkov A in B :

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) \quad (3.15)$$

Ob upoštevanju, da je produkt dogodkov $P(A \cap B)$ enak produktu $P(B \cap A)$, je mogoče zapisati nov izraz, ki navedena produkta dogodkov enači.

$$P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A) \quad (3.16)$$

V enačbi (3.14) je verjetnost $P(B)$ imenovana robna verjetnost (angl. marginal probability), ki se izračuna kot vsota vseh pogojnih verjetnosti dogodka B pri vseh možnih dogodkih A_i . Izraz se glasi:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i) \quad (3.17)$$

Namesto celotnega prostora dogodkov B se enačba (3.17) preoblikuje na način, da se izrazi le vzročni prostor dogodkov A in B , zato se uvede dogodek $\bar{A}$, ki je nasprotni dogodek dogodku A . Novi izraz se poda z naslednjo enačbo:

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A}) \quad (3.18)$$

Z upoštevanjem navedenih predpostavk in izpeljav se lahko v izraz (3.16) vpelje izraz (3.18) ter na ta način pridobi končna oblika Bayesovega teorema za en sam dogodek:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A})} \quad (3.19)$$

V dvofaznih (dvostopenjskih) poskusih se pogosto uporablja Bayesov zapis (enačba (3.19)), ki pravi, da v prvi fazi nastopi natanko en dogodek iz popolnega sistema dogodkov oziroma hipotez $H_1, \dots, H_n$ in glede na to, kateri se je pripetil, so odvisni pogoji drugega poskusa, v katerem se opazuje dogodek A . Pri tem se privzameta naslednji predpostavki: poznane so verjetnosti vseh hipotez $P(H_1), \dots, P(H_n)$, in pogojne verjetnosti dogodka A glede na posamezne hipoteze $P(A|H_1), \dots, P(A|H_n)$.

Na podlagi podanih predpostavk je mogoče zapisati izraz za popolno verjetnost dogodka A , ki se glasi:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P(A|H_i) \quad (3.20)$$

Enačba (3.20) podaja način, kako izračunati popolno verjetnost dogodka A ob upoštevanju vseh možnih načinov, tj. hipotez H_i . Uporaba Bayesovega pristopa za statistične modele je uporabna, če se namesto popolne verjetnosti dogodka A upošteva obratni vrstni red dvofaznega poskusa. Tako se preizkušanje domnev v dvofaznem poskusu glasi: če se je dogodek A v drugi fazi zgodil, kolikšna je verjetnost, da se je v prvi fazi zgodila hipoteza H_i , kjer je $i = 1, \dots, n$? Vpeljava Bayesovega teorema omogoča odgovor na postavljeno vprašanje, saj omogoča zamenjavo dogodkov v pogojni verjetnosti:

$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{\sum_{i=1}^n P(A|H_i)P(H_i)} \quad (3.21)$$

Z vpeljavo izraza (3.20) v enačbo pogojne verjetnosti (3.21) se izraz glasi:

$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{P(A)} \quad (3.22)$$

V podanem izrazu Bayesovega teorema (enačba (3.22)) posamezni členi predstavljajo naslednje verjetnosti: $P(H_i)$ je apriorna verjetnost (angl. prior probability) hipoteze, $P(A|H_i)$ je verjetje (angl. likelihood), $P(A)$ je robna verjetnost (angl. marginal probability) in $P(H_i|A)$ je posteriorna verjetnost (angl. posterior probability) hipoteze.

V enačbi (3.22) je robna verjetnost $P(A)$ v imenovalcu neodvisna od številčnosti i in je pri vseh hipotezah enaka. Robna verjetnost $P(A)$ je normalizacijski člen, ki posteriorne verjetnosti $P(H_i|A)$ vseh hipotez H_n sešteje v skupno vrednost 1.

3.3.2 Bayesovo sklepanje za ocenjevanje parametrov

Bayesovo sklepanje, ki je bilo podano z Bayesovim teoremom za točkovne verjetnosti (tj. dogodkov), se v postopkih ocenjevanja parametrov običajno podaja z verjetnostnimi porazdelitvami. Idejna izhodišča ostajajo enaka kot pri preverjanju hipotez, ki je bilo podano z izrazom (3.22), vendar se členi v tem izrazu nadomestijo z verjetnostnimi porazdelitvami. Apriorna verjetnost hipoteze $P(H_i)$ se nadomesti z apriorno porazdelitvijo $p(\theta)$ za ocenjevani parameter θ . Verjetje oziroma pogojno verjetnost $P(A|H_i)$ nadomesti porazdelitvena funkcija verjetja $p(\tilde{y}|\theta)$ opazovanih podatkov $\tilde{y}$ glede na

fiksno vrednost parametra θ . Robno verjetnost $P(A)$ nadomesti robna verjetnostna porazdelitev $p(\tilde{y})$ opazovanih podatkov $\tilde{y}$, posteriorno verjetnost $P(H_i|A)$ pa posteriorna porazdelitev $p(\theta|\tilde{y})$ parametra θ . Novi Bayesov izraz se torej glasi:

$$p(\theta|\tilde{y}) = \frac{p(\theta)p(\tilde{y}|\theta)}{p(\tilde{y})} \quad (3.23)$$

Imenovalac v izrazu (3.23) predstavlja robno porazdelitev podatkov $p(\tilde{y})$, števec pa je normalizacijska konstanta produkta apriorne porazdelitve $p(\theta)$ in verjetja $p(\tilde{y}|\theta)$, ki se izračuna z integralom po celotnem vzorčnem območju in je podan z naslednjim izrazom:

$$p(Y) = \int p(\theta)p(Y|\theta) d\theta \quad (3.24)$$

Robna porazdelitev $p(\tilde{y})$ je neodvisna od parametroa θ in se zaradi tega običajno zanemari v postopku ocenjevanja parametrov. Preostali izraz enačbe (3.23) se torej glasi:

$$p(\theta|\tilde{y}) \propto p(\theta)p(\tilde{y}|\theta) \quad \text{oziroma} \quad p(\theta|\tilde{y}) \propto p(\theta)\mathcal{L}(\theta|\tilde{y}) \quad (3.25)$$

V zapisu enačbe (3.25) je namesto oznake člena verjetja uvedena oznaka $\mathcal{L}(\theta|\tilde{y})$, ki se običajno uporablja v literaturi za zapis verjetja. Poenostavljeno pa se izraz (3.25) lahko zapiše kot:

$$\text{posteriorna porazdelitev} \propto \text{apriorna porazdelitev} \times \text{verjetje} \quad (3.26)$$

Iz podanega izraza (3.26) je mogoče razbrati osnovni princip Bayesovega sklepanja. Z upoštevanjem apriorne negotovosti modelnih parametrov, ki je podana z verjetnostno porazdelitvijo, je mogoče opisati modelni parameter kot slučajno spremenljivko, katere vrednost ni znana, negotovost v njeno vrednost pa je podana s porazdelitveno funkcijo. Z združitvijo apriorne porazdelitve (tj. predpostavljene negotovosti) modelnih parametrov in verjetja, ki podaja oceno, da opazovani podatki in modelne napovedi izkazujejo čim boljše usklajevanje, je mogoče pridobiti posteriorno porazdelitev parametrov, katere negotovost je manjša od negotovosti, ki je bila podana apriorno. Na osnovi Bayesovega principa se z uporabo modela verjetja apriorna porazdelitev modelnih parametrov preoblikuje glede na opazovane podatke (to je na rezultate meritev).

Krovna načela Bayesove metodologije se lahko povzamejo v naslednjih treh točkah (Savchuk, 2011):

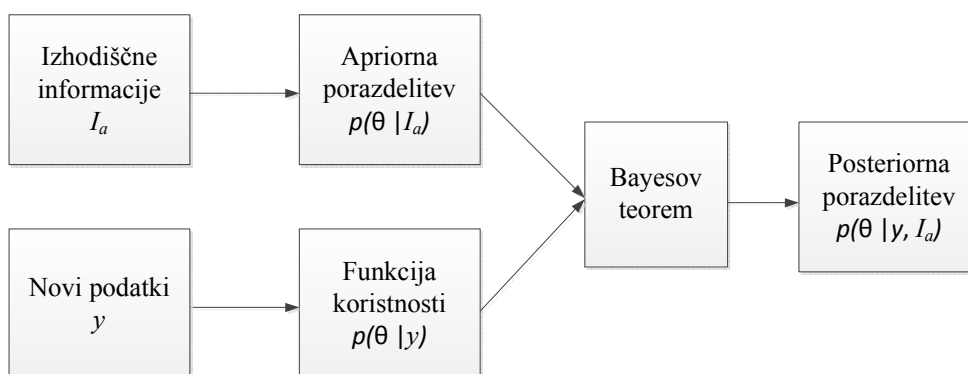
- Neznani parametri θ so slučajne spremenljivke in se podajajo s porazdelitvenimi funkcijami, ki hkrati opisujejo tudi negotovost parametrov v najširšem pomenu. Vsakemu parametru θ pripada ustezna apriorna porazdelitev $p(\theta)$.
- Vsi opazovani podatki Y in apriorne porazdelitve parametrov $p(\theta)$ se prek Bayesovega teorema združijo in s tem tvorijo posteriorno porazdelitev $p(\theta|\tilde{y})$ parametra θ .
- Statistična ustreznost rezultatov je določena z maksimumom vrednosti funkcije koristnosti (angl. utility function), ki se običajno podaja kot funkcija minimiranja razlik prek verjetja $\mathcal{L}(\theta|\tilde{y})$.

Naključni mehanizem slučajnih spremenljivk, prek katerih so podani parametri θ , pomeni slučajnost v smislu, da je parameter θ generiran prek nekega realnega mehanizma, katerega lastnosti so znane oziroma jih je mogoče določiti iz pripadajočih podatkov. V tem pogledu je Bayesova metodologija vedno verjetnostne narave, ker se slučajnost parametra podaja predvsem kot negotovost njegove vrednosti. Verjetnostna presoja apriorne porazdelitve $p(\theta)$ lahko izhaja iz (Savchuk, 2011):

- določitve na podlagi objektivne verjetnostne interpretacije parametra;
- določitve na podlagi racionalnih nivojev negotovosti, podanih prek matematičnih formulacij brez predhodnega znanja o parametru, in
- določitve na podlagi subjektivnih nivojev negotovosti, ki povzemajo predhodno znanje osebe o procesu, ki ga raziskuje.

Uporaba Bayesovega teorema omogoča združitev predhodnih informacij o parametrih θ (tj. apriorna porazdelitev) in informacij, ki so zbrane prek opazovanih podatkov $\tilde{y}$ (tj. verjetje). Zbiranje informacij o opazovanem sistemu in prenos na posteriorno porazdelitev parametrov je trajni proces, ki ob vsakem dodatnem eksperimentu na obravnavanem sistemu povečuje kakovost predhodnih informacij v naslednjem eksperimentu. Na ta način preučevalec sistema z vsakim eksperimentom ponovno ovrednoti oz. dopolni svoje predhodno znanje, ki ga v Bayesovi metodologiji podaja z apriorno porazdelitvijo $p(\theta)$.

Slika 3.2 prikazuje Zelnerjev diagram za postopek Bayesovega sklepanja (Savchuk, 2011). Izhodiščne informacije o neznanih parametrih θ so podane z oznako I_a . Na podlagi izhodiščnih informacij se oblikuje apriorna porazdelitev parametra $p(\theta|I_a)$. Vsi empirični podatki opazovanega sistema so preizkušeni s funkcijo, ki podaja verjetje $\mathcal{L}(\theta|\tilde{y})$. Verjetje podaja verjetnostno porazdelitev empiričnih podatkov opazovanj, ki je zapisano v odvisnosti od parametrov θ .



Slika 3.2 Zelnerjev diagram Bayesovega sklepanja (Savchuk, 2011)

Figure 3.2 Zelner's diagram of Bayesian inference (Savchuk, 2011)

Z Bayesovim teoremom se torej pridobi posteriorna porazdelitev parametrov $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$, ki je odvisna od predhodnih informacij I_a in opazovanih empiričnih podatkov $\tilde{y}$.

3.3.2.1 Apriorne porazdelitve

Apriorne porazdelitve parametrov $p(\theta|I_a)$ umerjanja so pomemben del Bayesovega sklepanja in predstavljajo informacije o negotovem parametru θ . Glavni vprašanja pri vzpostavitvi apriornih porazdelitev sta:

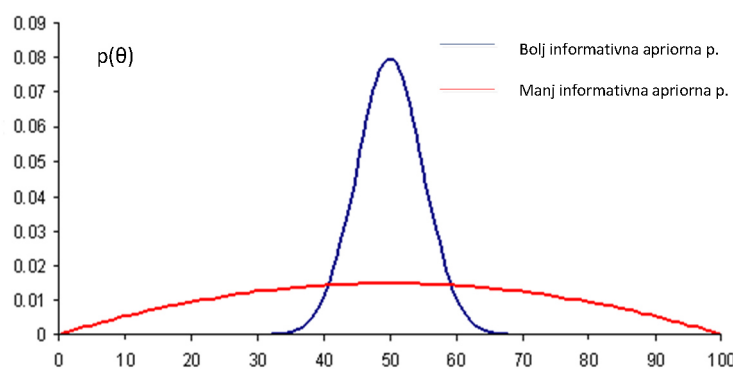
- katere informacije bodo uporabljene za vzpostavitev apriorne porazdelitve in
- kakšne lastnosti bodo imele posteriorne porazdelitve parametrov.

Pri dobro definiranih parametrih θ in velikem številu opazovanih podatkov N_{op} imajo apriorne porazdelitve $p(\theta|I_a)$ majhen vpliv na oblikovanje posteriorne porazdelitve parametra $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$. Določitev, kateri parametri so dobro definirani oziroma ali je na razpolago dovolj veliko število opazovanih podatkov, je mogoča prek senzitivnostne analize parametrov θ . V nasprotnem primeru, ko je na razpolago malo opazovanih podatkov in informacije o parametrih podajajo le okvirna območja njihovih vrednosti, postane apriorna porazdelitev $p(\theta|I_a)$ pomembna pri oblikovanju posteriorne porazdelitve $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$. Apriorne porazdelitve se običajno delijo v skupine konjugiranih, informativnih in neinformativnih apriornih porazdelitev $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$. Zadnji dve skupini se pogosto poimenujeta tudi kot subjektivne in objektivne apriorne porazdelitve. Ti skupini se nato še podrobneje delita glede na lastnosti, ki izhajajo predvsem iz razpoložljivosti in virov informacij I_a (Savchuk, 2011).

Kadar posteriorna porazdelitev $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$ pripada enaki družini kot apriorna porazdelitev, potem sta apriorna in posteriorna porazdelitev konjugirani in se apriorna porazdelitev $p(\theta|I_a)$ imenuje

konjugirana porazdelitev podanega verjetja. Če je apriorna porazdelitev $p(\theta|I_a)$ konjugirana glede na funkcijo verjetja $\mathcal{L}(\theta|\tilde{y})$, potem se oblika oziroma družina apriorne porazdelitve ne spremeni v postopku določanja posteriorne porazdelitve $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$. Na primer, normalna apriorna porazdelitev je konjugirana z verjetjem $\mathcal{L}(\theta|\tilde{y})$, katera je izražena kot normalna porazdelitev, in posledično bo tudi posteriorna porazdelitev normalno porazdeljena. Ker konjugirana apriorna porazdelitev $p(\theta|I_a)$ spada v isto družino in parametrizacijo porazdelitve kot posteriorna porazdelitev $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$, se v tem primeru prek funkcije verjetja posodablajo le vrednosti parametrov apriorne porazdelitve. Parametri porazdelitvenih funkcij se imenujejo hiperparametri, da se ločijo od običajnih parametrov θ . Običajno se daje prednost konjugiranim apriornim porazdelitvam, saj porazdelitve spadajo v isto družino in omogočajo lažjo interpretacijo posteriorne porazdelitve kot pri nekonjugiranih porazdelitvah. Kadar informacije o parametru θ podajajo drugačno porazdelitev, kot bi jo opisala konjugirana, se uporabijo nekonjugirane apriorne porazdelitve.

Kadar apriorne porazdelitve parametrov θ niso dominantne prek funkcije verjetja $\mathcal{L}(\theta|\tilde{y})$, se imenujejo informativne apriorne porazdelitve $p(\theta|I_a)$ (Slika 3.3). Njihov vpliv prevladuje nad vplivi funkcije verjetja (prispevki opazovanih podatkov $\tilde{y}$) in imajo ključni vpliv na oblikovanje posteriorne porazdelitve parametrov $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$. Pri izbiri informativnih apriornih porazdelitev $p(\theta|I_a)$ je treba biti pazljiv in posredovati le natančno znane informacije za določitev apriornih porazdelitev. Po drugi strani pa je ravno vključevanje informativnih apriornih porazdelitev $p(\theta|I_a)$ ključna lastnost Bayesovega sklepanja, ki prispeva k natančnejšemu umerjanju in bolj realni oceni parametrov umerjanja θ . Informacije, ki se prenesejo v informativne apriorne porazdelitve, lahko izhajajo iz laboratorijskih raziskav, izkušenj strokovnjakov, preteklih postopkov umerjanja oziroma iz kombinacije vseh naštetih.



Slika 3.3 Informativne apriorne verjetnostne porazdelitve $p(\theta|I_a)$

Figure 3.3 Informative prior probability distributions $p(\theta|I_a)$

Neinformativne apriorne porazdelitve $p(\theta|I_a)$ zajemajo širok nabor definicij in podkategorij, ki opisujejo njihove lastnosti. Pojem neinformativne apriorne porazdelitve je pogosto zavajajoč, saj je vsaka informacija, ki se vključi v postopke Bayesovega sklepanja, po svoje informativna. Najbolj znan primer neinformativne porazdelitve je zvezna enakomerna porazdelitev, po kateri je vsaka vrednost parametra θ na nekem območju enako verjetna. Torej je tudi zvezna enakomerna porazdelitev parametra θ že informativna porazdelitev. Iz tega razloga se pojavlja več različnih definicij teh neinformativnih apriornih porazdelitev, kot npr. objektivne, enakomerne, nedoločene, šibko informativne ipd. Skupna lastnost vseh je, da je vpliv apriorne porazdelitve $p(\theta|I_a)$ majhen na posteriorno porazdelitev $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$. Torej je taka apriorna porazdelitev relativno ravna oziroma ploska glede na funkcijo verjetja $\mathcal{L}(\theta|\tilde{y})$. Posamezne oblike neinformativnih apriornih porazdelitev se pogosto uporabljajo v strokovni literaturi, saj naj bi bile objektivne in naj ne bi vnašale preference glede vpliva parametrov umerjanja. Kljub tej objektivnosti pa uporaba ravnih oziroma ploskih apriornih porazdelitev prinaša izzive, saj lahko vodijo v oblikovanje neprimernih (angl. improper) posteriornih porazdelitev $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$.

Tako uporaba neomejene enakomerne zvezne verjetnostne porazdelitve $\theta \sim U(-\infty, \infty)$ predstavlja zelo objektivno apriorno porazdelitev, ki nima nikakršnega vpliva na posteriorno porazdelitev $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$, vendar hkrati lahko vodi v neprimerne posteriorne porazdelitve. Apriorna verjetnostna porazdelitev, katere integral je $\int p(\theta|I_a) d\theta = \infty$, se imenuje neprimerna apriorna porazdelitev. Ta lahko vodi do neprimerne posteriorne porazdelitve $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$, zato je pri Bayesovem sklepanju neveljavna. Določitev, ali je posteriorna porazdelitev neveljavna, se opravi z integriranjem normalizacijske konstante $\int p(\theta)p(\tilde{y}|\theta) d\theta$ (enačba (3.24)), ki mora imeti končno vrednost. Primer zvezne enakomerne apriorne verjetnostne porazdelitve, ki reši zgornji primer pojava neprimernih posteriornih porazdelitev, je Jeffreysova apriorna porazdelitev (angl. Jeffreys' prior). Ta porazdelitev zagotavlja enakomerno zveznost verjetnostne porazdelitve na območju, kjer je funkcija verjetja najbolj vplivna in ne daje velike verjetnosti parametrom θ izven tega območja. Jeffreysova apriorna porazdelitev sloni na Fisherjevi informacijski matriki $I(\theta)$ in je izražena z $p(\theta) \propto |I(\theta)|^{1/2}$, pri čemer je izraz $|\dots|$ determinanta Fisherjeve informacijske matrike (Hoff, 2009). Na ta način je Jeffreys vzpostavil lokalno neinformativno apriorno verjetnostno porazdelitev za nekatere funkcije verjetja, ki je poleg tega tudi nespremenljiva ob različnih transformacijah parametrov θ .

3.3.2.2 Verjetje

Verjetje $\mathcal{L}(\theta|\tilde{y})$ je izraz, ki v statistiki pomeni nasprotje verjetnosti. S pojmom verjetnosti se opisuje zmožnost opisati neznane odvisne spremenljivke $\tilde{y}$ na podlagi znanih parametrov θ , medtem ko verjetje opisuje oceno neznanih parametrov θ glede na znane opazovane podatke $\tilde{y}$. Kot je bilo

opisano z izrazom (3.25), se verjetje lahko zapiše kot $\mathcal{L}(\theta|\tilde{y}) = p(\tilde{y}|\theta)$, kar je ravno nasprotno od pogojne verjetnosti, ki je podana kot $p(\theta|\tilde{y})$. Funkcija verjetja je združena verjetnostna porazdelitev (angl. joint probability distribution) opazovanih podatkov, ki je funkcija parametrov glede na podana opazovanja. Funkcija verjetja torej podaja statistični model, na podlagi katerega se ocenjuje, ali nabor določenih parametrov θ in njihovih modelnih odzivov pravilno opisuje opazovane podatke $\tilde{y}$.

Pri Bayesovem sklepanju ima verjetje funkcijo opisa statističnega modela oziroma porazdelitve pogreškov $e(\theta)$ (enačba (3.3)). Ob predpostavki, da so pogreški $e(\theta)$ neodvisni (nekorelirani) in enako porazdeljeni (angl. independent and identically distributed) s pričakovano vrednostjo $\mu = 0$ in konstantno varianco σ_e^2 (t. i. homoskedastičnost, angl. homoscedasticity), potem se statistični model funkcije verjetja zapiše v obliki normalne verjetnostne porazdelitve $e(\theta) \sim N(0, \sigma_e^2)$:

$$\mathcal{L}(\theta, \sigma_e^2|\tilde{y}) = \prod_{i=1}^{N_{op}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_e^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\sigma_e^{-2}(y_i(\theta|x) - \tilde{y}_i)\right] \quad (3.27)$$

kjer je σ_e^2 varianca regresijske napake (pogreška), $y_i(\theta|x)$ modelni odziv ($i = 1, \dots, N_{op}$), $\tilde{y}_i$ opazovani podatki (meritve) ($i = 1, \dots, N_{op}$) in N_{op} število opazovanih podatkov. Zaradi algebrائية enostavnosti in numerične stabilnosti se pogosto uporablja logaritem verjetja $\mathcal{L}(\theta, \sigma_e^2|\tilde{y})$, ki izraz (3.27) preoblikuje v:

$$\ell(\theta, \sigma_e^2|\tilde{y}) = -\frac{N_{op}}{2} \ln(2\pi) - \frac{N_{op}}{2} \ln(\sigma_e^2) - \frac{1}{2}(\sigma_e^2) \sum_{i=1}^{N_{op}} (y_i(\theta|x) - \tilde{y}_i)^2 \quad (3.28)$$

Varianca regresijske napake oziroma pogreška σ_e^2 je neznanka in jo je treba v postopku Bayesovega sklepanja tudi oceniti. Kot že omenjeno v predhodnem podpoglavju 3.3.2.1, je σ_e^2 parameter porazdelitve verjetja oziroma hiperparameter. Če varianca regresijske napake σ_e^2 ni zanimiva in je ni treba oceniti, pa se izraz (3.27) lahko še dodatno poenostavi. Pogosto se predpostavi, da je varianca regresijske napake σ_e^2 porazdeljena kot Jeffreysova apriorna verjetnostna porazdelitev $p(\sigma_e^2) \propto 1/\sigma_e^2$ in se lahko izloči iz funkcije verjetja, kar po dodatni izpeljavi privede do izraza za verjetje, ki je proporcionalen izrazu pri metodi najmanjših kvadratov (Box in Tiao, 1992), (Kapelan in sod., 2007), (Scharnagl in sod., 2011):

$$\mathcal{L}(\theta|\tilde{y}) \propto \left(\sum_{i=1}^{N_{op}} (y_i(\theta|x) - \tilde{y}_i)^2 \right)^{-\frac{N_{op}}{2}} \quad (3.29)$$

Vse tri funkcije verjetja (enačbe (3.27), (3.28) in (3.29)) veljajo ob predpostavkah, da so pogreški $e(\theta)$ neodvisni (nekorelirani) in enakomerno porazdeljeni, s pričakovano vrednostjo $\mu = 0$ in konstantno varianco σ_e^2 . Predpostavljeni statistični model pogreškov $e(\theta)$ je treba po postopku Bayesovega sklepanja tudi preveriti z ustreznimi statističnimi metodami, ki potrdijo ali zavržejo normalno porazdelitev pogreškov. Če se gornje predpostavke ovržejo, je treba izbrati drug, ustrežnejši statistični model funkcije verjetja.

Primer splošnejšega modela verjetja sta podala avtorja Schoups in Vrugt (2010), ki sta predlagala formalno posplošeno funkcijo verjetja (angl. formal generalized likelihood function), ki lahko zajema vplive, kadar so pogreški $e(\theta)$ korelirani, heteroskedastični (varianca pogreškov ni konstantna) in niso normalno porazdeljeni ter imajo različne stopnje sploščenosti (angl. kurtosis) in koeficientov simetrije (angl. skewness). Predlagani pristop sloni na natančnejšem opisu statističnega modela opazovanih podatkov $\tilde{y}$ in pogreškov $e(\theta)$, ne da bi se ločevali različni vplivi virov napak. Formalna posplošena funkcija verjetja je podana kot logaritemska funkcija verjetja:

$$\ell(\theta, \theta_e|\tilde{y}) = N_{op} \ln \frac{2\sigma_\xi \omega_\beta}{\xi + \xi^{-1}} - \sum_{st=1}^{N_{op}} \ln(\sigma_{y,st}) - c_\beta \sum_{st=1}^{N_{op}} |a_{\xi,y,st}|^{2/(1+\beta)} \quad (3.30)$$

kjer so θ_e hiperparametri statističnega modela pogreškov, ξ koeficient simetrije, β koeficient sploščenosti, σ_{st} standardna deviacija pri opazovanem podatku ter parametri σ_ξ , c_β , ω_β in a_ξ , ki se določijo na podlagi vrednosti koeficient simetrije ξ , koeficient sploščenosti β (Schoups in Vrugt, 2010). Posamezni parametri, ki nastopajo v posplošeni funkciji verjetja, so razdeljeni na različne vplive, ki se lahko upoštevajo pri splošni formulaciji regresijske napake in so določeni na način, opisan v nadaljevanju.

Vpliv odstopanja oziroma pristranskosti (angl. bias) se upošteva pri izrazu modelnih odzivov (enačba (3.1)), ki se dopolni s členom za vpliv odstopanj $y_{st} = f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) \cdot \mu_{st}$, pri čemer je μ_{st} faktor odstopanj (angl. bias factor), ki lahko prostorsko in časovno variira. Faktor odstopanj μ_{st} se določi z izrazom:

$$\mu_{st} = \exp(\mu_h \cdot y_{st}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})) \quad (3.31)$$

kjer je μ_h faktor ostopanj, ki se določi z umerjanjem.

Statistični model pogreškov $e_{st}(\theta_e)$ vključuje vplive koreliranosti, heteroskedastičnosti in porazdelitve, ki ni opisana z normalno porazdelitvijo. Statistični model pogreškov $e_{st}(\theta_e)$ je podan kot:

$$\Phi_B(B) \cdot e_{st}(\theta_e) = \sigma_{e,st} a_{st} \quad (3.32)$$

kjer je $a_{st} \sim SEP(0,1,\beta,\xi)$ nekoreliran in enakomerno porazdeljen naključni pogrešek s pričakovano vrednostjo $\mu_{a,st} = 0$ in standardno deviacijo $\sigma_{a,st} = 1$, ki je porazdeljen z nesimetrično eksponentno porazdelitvijo (angl. skew exponential power (SEP) density function), $\Phi_B(B) = 1 - \sum_{i=1}^p \phi_i B^i$ je avtoregresijski model s p avtoregresijskimi parametri ϕ_i , B je zakasnitveni operator (angl. backshift operator), ki je določen kot $B^i e_{st} = e_{st-i}$. Ta avtoregresijski model p -te stopnje zagotavlja upoštevanje odvisnosti in korelacije med pogreški $e_{st}(\theta_e)$.

Heteroskedastičnost (angl. heteroscedasticity) pogreškov $e_{st}(\theta_e)$ pa je določena z izrazom:

$$\sigma_{e,st} = \sigma_0 + \sigma_1 \cdot y_{st} \quad (3.33)$$

kjer je $\sigma_{e,st}$ standardna deviacija pogreškov ter sta σ_0 in σ_1 hiperparametra, ki se določita z umerjanjem. Standardna deviacija pogreškov $\sigma_{e,st}$ se linearno povečuje z večanjem odvisne spremenljivke oziroma modelnega odziva y_{st} . Z izrazom (3.33) se zajamejo vplivi heteroskedastičnosti modela pogreškov, ki vključujejo pogreške opazovanih podatkov, vhodnih podatkov in strukturnih napak modela (Schoups in Vrugt, 2010).

Zadnja komponenta posplošene funkcije verjetja omogoča določitev nekoreliranega in enakomerno porazdeljenega naključnega pogreška a_{st} . Kot je bilo podano v izrazu (3.32), je ta porazdeljen z nesimetrično eksponentno porazdelitvijo $p(a_{st}|\beta,\xi) \sim SEP(0,1,\beta,\xi)$, ki je podana z naslednjim izrazom:

$$p(a_{st}|\beta,\xi) = \frac{2\sigma_\xi}{\xi + \xi^{-1}} \omega_\beta \exp \left\{ -c_\beta |a_{\xi,st}|^{2/(1+\beta)} \right\} \quad (3.34)$$

kjer je $a_{\xi,st}$ določen kot:

$$a_{\xi,st} = \xi^{-\text{sign}(\mu_{\xi} + \sigma_{\xi} a_{st})} (\mu_{\xi} + \sigma_{\xi} a_{st}) \quad (3.35)$$

in so parametri μ_{ξ} , σ_{ξ} , c_{β} ter ω_{β} določeni na podlagi koeficienta simetrije ξ in koeficienta sploščenosti β . Za dodatna pojasnila, kako se določajo vsi podani parametri, se bralca usmerja na Prilogo A v članku avtorjev Schoups in Vrugt (2010).

3.3.2.3 Posteriorna porazdelitev in ocena intervalov verjetnosti

Posteriorna porazdelitev $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$ jasno prikazuje negotovost parametrov θ v obravnavanem sistemu. Za opis in oceno vrednosti neznanih parametrov θ se pogosto uporabljajo točkovne cenilke parametrov θ in Bayesove meje zanesljivosti (angl. Bayesian confidence limits). Razlika med pravo vrednostjo parametra, ki je izražena na podlagi empiričnih podatkov opazovanj $\tilde{y}$, in njeno cenilko (tj. ocenjeno vrednostjo) je podana prek funkcije verjetja, katere oblika matematičnega zapisa je običajno izražena na način, da minimira pričakovano vrednost prek izgubne funkcije (angl. loss function). Ta formulacija Bayesovega sklepanja je splošna in uporabna na vseh področjih uporabe ocenjevanja parametrov. Doslej so bile že podane različne oblike funkcij verjetja (glej enačbe (3.27), (3.28), (3.29) in (3.30)).

Slika 3.4 prikazuje združitev apriorne porazdelitve modelnih parametrov $p(\theta|I_a)$ in verjetja $\mathcal{L}(\theta|\tilde{y})$, s katero se pridobi posteriorna porazdelitev parametrov $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$. Na sliki je prikazana tudi cenilka maksimalne posteriorne verjetnosti (angl. maximum posterior estimation – MAP), ki je določena kot:

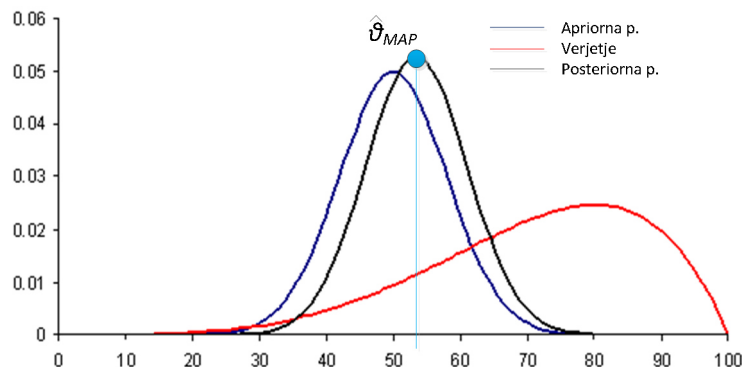
$$\hat{\theta}_{MAP} = \arg \max_{\theta} p(\theta|\tilde{y}) = \arg \max_{\theta} p(\theta) \mathcal{L}(\theta|\tilde{y}) \quad (3.36)$$

Cenilka maksimalne posteriorne verjetnosti pri logaritemski funkciji verjetja pa je enaka:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{MAP} &= \arg \max_{\theta} \ln p(\theta|Y) = \arg \max_{\theta} \ln p(Y|\theta)p(\theta) \\ &= \arg \max_{\theta} \sum_{y_i} \{\ln p(y_i|\theta)\} + \ln p(\theta) \end{aligned} \quad (3.37)$$

Kot je bilo navedeno že v podpoglavju 3.3.2.1, je najpomembnejša pravilna določitev apriorne verjetnostne porazdelitve parametrov $p(\theta)$. Izbira nepravilne apriorne porazdelitve lahko negativno vpliva na določitev cenilke $\hat{\theta}_{MAP}$ in vodi v pristranske rezultate modelnih napovedi. Slika 3.4 nazorno

prikazuje, kako se apriorna porazdelitev preoblikuje glede na funkcijo verjetja, ki vnaša informacije, zbrane na podlagi opazovanih podatkov oziroma meritev.



Slika 3.4 Posteriorna verjetnostna porazdelitev $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$

Figure 3.4 Posterior probability distributions $p(\theta|\tilde{y}, I_a)$

Cenilka $\hat{\theta}_{MAP}$ podaja le točkovno vrednost posamezne posteriorne verjetnostne porazdelitve parametra θ . Za določitev ocene negotovosti se pri Bayesovem sklepanju določajo Bayesove meje zanesljivosti oziroma verodostojni intervali (angl. credible intervals). Bayesovi verodostojni intervali določajo, da obstaja npr. 95 % verjetnost, da se bo prava vrednost parametra θ nahajala znotraj podanih meja verjetnostnega intervala (tj. spodnje in zgornje meje).

Na podlagi enačbe (3.25), ki pravi, da je $p(\theta|\tilde{y}) \propto p(\theta)\mathcal{L}(\theta|\tilde{y})$ oziroma posteriorna porazdelitev proporcionalna apriorni porazdelitvi krat verjetju, se z metodami Monte Carlo z Markovskimi verigami določijo robne posteriorne porazdelitve parametrov $p(\theta|\tilde{y})$. Metoda Monte Carlo z Markovskimi verigami bo opisana v poglavju 5.

Določitev Bayesove meje zanesljivosti za modelne napovedi $\hat{y}$ je podana podobno kot pri intervalih zaupanja, opisanih v podpoglavju 3.4.4. Tudi pri Bayesovih verodostojnih intervalih se določi vrednost intervala $1 - \alpha$, ki podaja verjetnost, da se modelne napovedi nahajajo znotraj podanih percentilov $\hat{y}_\alpha$. Verjetnost, da se modelne napovedi nahajajo znotraj Bayesovih verodostojnih intervalov oziroma Bayesove meje zanesljivosti $P(\mathbf{y} \leq \mathbf{y}_\alpha|\mathbf{x})$, je podana z izrazom (Schoups in Vrugt, 2010):

$$P(\mathbf{y} \leq \mathbf{y}_\alpha|\mathbf{x}) = P([\mathbf{y}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})]_{1 \dots N_{op}} \leq \mathbf{y}_\alpha|\mathbf{x}) = \alpha \quad (3.38)$$

kjer je α stopnja tveganja oziroma stopnja signifikantnosti (angl. significance level) in je $\mathbf{y}_\alpha$ meja modelnih napovedi pri določeni stopnji tveganja. V primeru določitve 95 % Bayesove meje

zanesljivosti se uporabita stopnji tveganja $\alpha = 0,025$ in $\alpha = 0,975$, kar predstavlja 97,5 % in 2,5 % percentile modelnih napovedi.

3.4 Analiza umerjanja

V tem podpoglavju bodo obravnavane vsebine, ki se nanašajo tako na določenost optimizacijskega problema umerjanja kakor tudi na statistično analizo kakovosti umerjenosti modela in pridobljenih ocenjenih vrednosti parametrov. Predstavljene vsebine so uporabljene v poglavjih 6 in 7, kjer je predlagani postopek večkriterijskega umerjanja uporabljen za hipotetičen in stvaren vodooskrbni sistem.

3.4.1 Določljivost, enoličnost in stabilnost umerjanja

Opraviti je treba preverjanje optimizacijskega problema umerjanja z vidika določljivosti parametrov umerjanja θ , enoličnosti modelnih odzivov glede na parametre umerjanja in stabilnosti optimizacijskega procesa umerjanja z vidika konvergence parametrov. Ker so problemi umerjanja z velikim številom parametrov pogosto slabo določeni (angl. ill-posed), se lahko pojavijo težave, kot so npr., da ni rešitve, da ni edinstvene rešitve ali da je rešitev nestabilna (Kapelan, 2002). V nadaljevanju bodo predstavljeni kriteriji, ki določajo zgornje pojme.

Določljivost problema umerjanja je povezana z vprašanjem, ali različni vektorji parametrov θ dajejo skoraj identične vrednosti vektorjev modelnih odzivov $\mathbf{y}(\mathbf{x}|\theta)$, ki so blizu vektorju opazovanj $\tilde{\mathbf{y}}$. Informacije, ki so potrebne za oceno določljivosti problema umerjanja, so pridobljene na podlagi občutljivostne (Jacobijeve) matrike $\mathbf{J}$. Verodostojna občutljivostna matrika $\mathbf{J}$, ki predstavlja pravilno numerično aproksimacijo (glej enačbo (3.51)), mora biti izračunana v bližini pravega vektorja opazovanj $\tilde{\mathbf{y}}$. Pri tem nastopi težava, da se vektorji parametrov θ , ki generirajo dobre modelne odzive $\mathbf{y}(\mathbf{x}|\theta)$ (tj. so blizu vektorju opazovanj $\tilde{\mathbf{y}}$), lahko določijo šele po postopku umerjanja (Kapelan, 2002). Zato je mogoče šele po izhodiščnem postopku umerjanja oceniti, kateri parametri θ so določljivi.

Problem umerjanja je določljiv, če je izpolnjen kriterij, da je rang občutljivostne matrike $\mathbf{J}$ enak številu parametrov umerjanja:

$$\text{rang}(\mathbf{J}) = N_{\theta} \quad (3.39)$$

kjer je $\mathbf{J}$ občutljivostna matrika, sestavljena iz prvih odvodov $\frac{\partial y_i(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j}$ ($i = 1 \dots N_{op}, j = 1 \dots N_{\theta}$), $\text{rang}(\)$ matrični operator, N_{op} je število opazovanih podatkov in N_{θ} je število parametrov umerjanja. Rang matrike se najlažje določi s singularnim razcepom (angl. singular values decomposition) občutljivostne matrike, ki je podan z izrazom:

$$\mathbf{J} = \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{V}^T \quad (3.40)$$

kjer so $\mathbf{U}$ leva ortogonalna matrika dimenzije $N_{op} \times N_{\theta}$, $\boldsymbol{\Sigma}$ diagonalna matrika singularnih vrednosti dimenzije $N_{\theta} \times N_{\theta}$ in $\mathbf{V}$ desna ortogonalna matrika dimenzije $N_{\theta} \times N_{\theta}$. Singularne vrednosti občutljivostne matrike $\mathbf{J}$ so enake kvadratnemu korenu lastnih vrednosti $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$. Če občutljivostna matrika ni polnega ranga, ima problem umerjanja defekten rang. Primer (skoraj) defektnega ranga nastopi, ko je vsaj ena singularna vrednost občutljivostne matrike (skoraj) nič (Hill, 1998). Pripadajoči parametri občutljivostne matrike, ki imajo defekten rang, niso določljivi.

Prvi razlog za nastop defektnega ranga je, da je problem umerjanja nedoločen ($\max(\text{rang}(\mathbf{J})) = N_{op} < N_{\theta}$), v drugem primeru pa je lahko problem določen ali celo predoločen, vendar informacije, ki jih nosijo opazovani podatki $\tilde{\mathbf{y}}$, ne zadoščajo za določitev celotnega nabora parametrov $\boldsymbol{\theta}$.

Za zagotovitev določljivosti in ustreznega ranga občutljivostne matrike se lahko zmanjša število parametrov umerjanja N_{θ} , uporabijo druge parametrizacije vektorja $\boldsymbol{\theta}$ ali pa se poveča število opazovanih podatkov $\tilde{\mathbf{y}}$.

Enoličnost je zelo povezana s pojmom določljivosti, vendar je vprašanje, ki se zastavlja pri enoličnosti problema umerjanja ravno nasprotno pojmu določljivosti. Odgovoriti je namreč treba na vprašanje, ali različni vektorji $\boldsymbol{\theta}$ izvirajo iz enakega vektorja opazovanj $\tilde{\mathbf{y}}$. Določljivost je sicer potreben, vendar ne zadosten pogoj za obstoj enoličnosti problema umerjanja. Zadosten pogoj enoličnosti je namreč, da je ciljna funkcija umerjanja $e(\boldsymbol{\theta})$ konveksna na območju definiranosti parametrov $\boldsymbol{\theta}$ (Carrera in sod., 1986). Zapis, s katerim se lahko določa enoličnost problema umerjanja, je podan z:

$$\mathbf{H} = \nabla_{\boldsymbol{\theta}}^2 e(\boldsymbol{\theta}) = 2(\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J} - \mathbf{r}^T \mathbf{W} \mathbf{Z}) \quad (3.41)$$

kjer je $\mathbf{H}$ generalizirana Hessian-ova matrika, sestavljena iz drugih odvodov ciljne funkcije $\frac{\partial^2 e(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j}$ ($i = 1 \dots N_{\theta}, j = 1 \dots N_{\theta}$), $\mathbf{J}$ občutljivostna matrika dimenzije $N_{op} \times N_{\theta}$, $\mathbf{W}$ utežna matrika dimenzije $N_{\theta} \times$

N_θ , $\mathbf{r}$ generaliziran vektor pogreškov ($\mathbf{r} = \tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{y}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$) in $\mathbf{Z}$ je matrika drugih odvodov $\frac{\partial^2 y_i(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j \partial \theta_k}$ ($i = 1 \dots N_{op}, j = 1 \dots N_\theta, k = 1 \dots N_\theta$). Kapelan (2002) navaja, da je v enačbi (3.41) prvi člen v oklepaju vedno pozitivna (semi)definitna matrika, medtem ko je drugi člen lahko pozitivno ali negativno definitna matrika. Enačba (3.41) velja tako za opazovane podatke kakor tudi za vključitev predhodnih ocen parametrov (t. i. »psevdo« oziroma nepravih meritev), kjer pa je pri eksplicitnem vključevanju le-teh generalizirana Hessianova matrika vedno pozitivna definitna. Na ta način eksplicitni tip predhodnih ocen parametrov za ciljno funkcijo problema umerjanja povečuje možnost, da bo skupna Hessianova matrika pozitivno definitna in s tem zmanjšuje tveganje za slabo določen problem umerjanja.

Pri določevanju enoličnosti bi bilo idealno izračunati Hessianovo matriko in opraviti preverjanje njene pozitivne definitnosti. Ker pa je natančno določevanje elementov te matrike računsko zelo zahtevno, se enoličnost lahko preverja s primerjavo večkratnih izračunov problema umerjanja, npr. z zagonom optimizacijskega algoritma iz različnih začetnih pogojev in preverjanjem, ali so rezultati vedno enaki oziroma enolični, ali pa z grafično primerjavo vrednosti ciljnih funkcij v odvisnosti od modelnih parametrov.

Stabilnost optimizacijskega problema umerjanja nastopi, ko majhne napake opazovanih podatkov in njihovi pogreški povzročijo občutno povečanje negotovosti v modelne parametre umerjanja θ . Natančna definicija in formalni matematični zapis je podan v Carrera in Neuman (1986). Določljivost in stabilnost problema umerjanja sta močno povezani, saj parametri, ki so težko določljivi, običajno povzročajo tudi težave s stabilnostjo optimizacijskega procesa umerjanja. Pri uporabi različnih optimizacijskih metod so tej nestabilnosti najbolj podvrženi gradientni tipi algoritmov, saj se pri njih nestabilnost odraža z oscilacijo vrednosti parametrov umerjanja v območjih, ki so npr. določena z eksplicitnimi robnimi pogoji (glej enačbo (3.13)).

Pri drugih tipih optimizacijskih algoritmov, npr. genetskih algoritmov in drugih evlucijsko zasnovanih algoritmov, ti pojavi oscilacije in nestabilnosti niso tako močno izraženi (Kapelan, 2002). Razlog za pojav nestabilnosti izhaja iz zelo ravne oblike ciljne funkcije v območju prave vrednosti parametra umerjanja, kar onemogoča natančno določitev »prave« vrednosti in zaradi česar je iskanje ocenjene vrednosti optimizacijskega algoritma zelo raztreseno. Podobno kot je vključevanje predhodnih ocen parametrov umerjanja izboljšalo določljivost in enoličnost optimizacijskega problema umerjanja, se tudi pri stabilnosti izkažejo pozitivni učinki. Prostor rešitev, kjer so definirani parametri umerjanja, se zgladi, kar omogoča enostavnejše iskanje neznanih vrednosti parametrov (Kapelan, 2002).

3.4.2 Ocena stopnje ujemanja modela

Ob optimizacijskem problemu umerjanja je treba odgovoriti na vprašanje, kakšno stopnjo ujemanja izkazuje umerjeni hidravlični model. V literaturi se pojavljajo različne regresijske statistike, na podlagi katerih je mogoče podati oceno ujemanja. (Cooley in Naff, 1990), (Hill, 1998). Osnovna statistična mera, ki je uporabljena tudi v samem optimizacijskem procesu umerjanja modela in določevanja vrednosti parametrov umerjanja, je ciljna funkcija, kot je bila zapisana npr. z enačbo (3.6) oziroma (3.10). V navedenih ciljnih funkcijah se pojavlja pogosteje uporabljena metoda uteženih najmanjših kvadratov (enačba (3.5)), ki je transformirana na način, da rešitve večkriterijskega optimizacijskega problema izkazujejo enako oddaljenost od izhodišča. Vse ciljne funkcije se uporabljajo za podajanje ocene o splošnem ujemanju modela. Njihova uporabnost je omejena na neformalno ocenjevanje ujemanja, saj se te ciljne funkcije običajno izboljšujejo z vključevanjem dodatnega števila parametrov, ne da bi upoštevali negativne vidike, ki jih prinašajo (Hill, 1998). Zaradi tega se uporabljajo statistične mere, ki upoštevajo navedene pomanjkljivosti.

Pogosto uporabljena regresijska statistika, ki upošteva tudi število uporabljenih parametrov v problemu umerjanja, je varianca regresijske napake:

$$s^2 = \frac{e(\boldsymbol{\theta})}{\nu} \quad (3.42)$$

kjer je $e(\boldsymbol{\theta})$ vrednost ciljne funkcije metode uteženih najmanjših kvadratov v enačbi (3.5) in ν je število prostostnih stopenj modela umerjanja ($\nu = N_{op} + N_p - N_{\theta}$). V primeru večkriterijskega umerjanja se določi ena sama vrednost vseh uporabljenih ciljnih funkcij, pri čemer se uporabijo netransformirane vrednosti ciljnih funkcij (tj. uteženi najmanjši kvadrati) in njihova evklidska metrika kot mera oddaljenosti od koordinatnega izhodišča. Namesto same variance se lahko splošno ujemanje umerjenega modela izrazi tudi s standardno regresijsko napako s , ki je kvadratni koren variance v izrazu (3.42). Nižje vrednosti obeh statistik izkazujejo dobro ujemanje modela. V primeru uporabe uteženih najmanjših kvadratov sta s^2 in s enaki 1, če uporabljena shema utežnih koeficientov pravilno predstavlja ocenjeno natančnost opazovanih podatkov (Hill, 1998). Če so vrednosti s^2 večje od 1, so prisotne merilne in modelne napake, ki so večje od uporabljene sheme utežnih koeficientov, v obratnem primeru pa so prisotne napake, ki so manjše od pričakovanih. Za primere, ko se uporabi metoda najmanjših kvadratov, je utežna matrika $\mathbf{W} = \mathbf{I}$, tj. enaka enotski matriki.

Dodatno se lahko za varianco s^2 in standardno regresijsko napako s uporabijo tudi druge mere, ki odražajo ujemanje modela ob upoštevanju števila parametrov. Dva od najpogostejše uporabljenih sta Akaike (AIC) in Bayesovski (BIC) informacijski kriterij. AIC je podan z izrazom (Hill, 1998):

$$AIC = S(\theta) + 2N_\theta \quad (3.43)$$

in BIC z izrazom:

$$BIC = S(\theta) + N_\theta \cdot \ln(N_\theta) \quad (3.44)$$

kjer je $S(\theta)$ ciljna funkcija metode največjega verjetja, ki je bila ob predpostavki neodvisnih in enako porazdeljenih pogreškov $e(\theta)$ s pričakovano vrednostjo $\mu = 0$ in konstantno varianco σ_e^2 podana z izrazom (3.27). Pri uporabi metode uteženih najmanjših kvadratov pa sta Carrera in Neuman (1986) podala izraz $S(\theta)$ v obliki:

$$S(\theta) = -2 \cdot \ln \mathcal{L} = (N_{op} + N_\theta) \cdot \ln(2\pi) - \ln[\det(\mathbf{W}^{op})] - \ln[\det(\mathbf{W}^P)] + e(\theta) \quad (3.45)$$

kjer je $\det(\)$ determinanta matrike, $\mathbf{W}^{op}$ in $\mathbf{W}^P$ pa sta utežni matriki za opazovanje meritve in predhodne ocene parametrov. Nižje vrednosti AIC in BIC kriterijev odražajo boljše ujemanje modela z opazovanimi podatki. Pri obeh kriterijih pa velja vodilo, da se v primeru dveh modelov, ki imata skoraj enake vrednosti AIC ali BIC kriterijev, izbere tisti model, ki ima manjše število parametrov (Ghosh in sod., 2006).

Poleg predstavljenih statističnih mer se lahko modelno ujemanje tudi grafično oceni s primerjavo uteženih opazovanih podatkov ($\mathbf{W}^{1/2}\tilde{\mathbf{y}}$) z uteženimi modelnimi napovedmi modela ($\mathbf{W}^{1/2}\mathbf{y}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$). V idealnem primeru naj bi na podanem grafu raztrosa premica najboljšega prileganja imela naklon 1 in izhodišče v koordinatnem izhodišču 0. Pripadajoča statistika grafa raztrosa med uteženimi opazovanji in modelnimi napovedmi je korelacijski koeficient R , ki je podan z izrazom (Cooley in Naff, 1990):

$$R = \frac{(\mathbf{W}^{1/2}\mathbf{y} - \mathbf{m}_y)^T (\mathbf{W}^{1/2}\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{m}_{\tilde{y}})}{\left[(\mathbf{W}^{1/2}\mathbf{y} - \mathbf{m}_y)^T (\mathbf{W}^{1/2}\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{m}_{\tilde{y}}) (\mathbf{W}^{1/2}\mathbf{y} - \mathbf{m}_y)^T (\mathbf{W}^{1/2}\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{m}_{\tilde{y}}) \right]^{1/2}} \quad (3.46)$$

kjer je $\mathbf{m}_y$ vektor, katerega elementi so enaki povprečnim vrednostim vseh uteženih modelnih napovedi $\mathbf{y}$, in je $\mathbf{m}_{\tilde{y}}$ vektor povprečnih vrednosti uteženih opazovanj $\tilde{\mathbf{y}}$. Členi teh dveh vektorjev se določijo z naslednjima izrazoma:

$$\mathbf{m}_{y_i} = \sum_{k=1}^{N_{op}} \frac{w_k^{1/2} y_k}{N_{op}} \quad (3.47)$$

$$\mathbf{m}_{\tilde{y}_i} = \sum_{k=1}^{N_{op}} \frac{w_k^{1/2} \tilde{y}_k}{N_{op}} \quad (3.48)$$

V idealnem primeru je vrednost korelacijskega koeficienta R enaka 1, pri čemer Cooley in Naff (1990) navajata, da že vrednost 0,9 nakazuje dobro ujemanje modela z opazovanimi podatki.

3.4.3 Ocena negotovosti parametrov umerjanja

Ocena vrednosti neznanih parametrov v postopku optimizacijskega umerjanja se vrši z uporabo različnih optimizacijskih algoritmov. Najbolj popularni so globalni optimizacijski algoritmi, ki večinoma temeljijo na populacijskih mehanizmi in bodo podrobneje predstavljeni v poglavju 5. Rezultati optimizacije omogočajo tudi preverjanje obsega raztrosa neznanih parametrov, na podlagi katerega je mogoče oceniti stopnjo negotovosti pri izračunu teh neznanih parametrov.

V postopku umerjanja neznanih parametrov hidravličnega modela in ocenjevanja, katere vrednosti najbolj odražajo delovanje realnega cevovodnega sistema, se negotovosti opazovanih oziroma merjenih hidravličnih veličin in negotovosti podatkov, na podlagi katerih je bil vzpostavljen hidravlični model, prenesejo na same vrednosti ocenjenih (neznanih) parametrov. Posledično se negotovosti ocen parametrov prenesejo tudi na napovedi modelnih odzivov.

Za ocenjevanje negotovosti v postopku večkriterijskega umerjanja bo uporabljena metoda prvega reda drugega momenta (angl. First-order-second-moment). Metoda prvega reda drugega momenta (v nadaljevanju FOSM) je približna metoda za določevanje pričakovane vrednosti in variance parametrov umerjanja, ki se določi z zapisom variance v obliki Taylorjeve vrste okoli nominalnih vrednosti ocenjenih parametrov. Uporaba metode FOSM predpostavlja, da so parametri umerjanja in napovedi modelnih odzivov slučajne spremenljivke, ki so porazdeljene z normalno porazdelitvijo, kar pomeni, da se prek pričakovane vrednosti in variančne-kovariančne matrike (v nadaljevanju kovariančna matrika) parametrov umerjanja oziroma modelnih odzivov lahko zadovoljivo popiše porazdelitev

slučajne spremenljivke. Pri metodi FOSM se upoštevajo le linearni členi Taylorjeve vrste, njena uporaba in točnost pa sta pogosto omejeni, saj se predpostavlja linearno spreminjanje neznanih parametrov modela. Kljub omejitvi pa je uporaba metode FOSM dovolj dobra aproksimacija tudi pri nelinearnih modelih, če so nelinearnost modela in ocenjene negotovosti parametrov oziroma modelnih odzivov dovolj majhne (Kapelan in sod., 2003).

Alternativni metodi določevanja negotovosti parametrov in napovedi modelnih odzivov sta metodi Monte Carlo simulacij (angl. Monte Carlo simulations) in metoda vzorčenja v latinskih hiperkockah (angl. Latin Hypercube Sampling). Metoda FOSM je bila uporabljena v več primerih ocenjevanja negotovosti in se je izkazala za uporabno ter dovolj natančno metodo za potrebe ocenjevanja parametrov hidravličnih modelov. Približno metodo FOSM so avtorji Araujo in Lansey (1991) ter Xu in Goulter (1998) primerjali z rezultati Monte Carlo simulacij in ugotovili, da podaja dovolj natančne rezultate glede na natančnejšo metodo Monte Carlo simulacij. Poleg navedenih avtorjev so metodo FOSM na področju hidravličnega modeliranja cevovodnih sistemov uporabili tudi Reddy in sod. (1996), Bush in Uber (1998), Lansey in sod. (2001), Mallick in sod. (2002), Kapelan in sod. (2003), Kang in sod. (2009), (2011).

Negotovost parametrov umerjanja je določena na podlagi kovariančne matrike, katere diagonalni elementi predstavljajo varianco posameznega ocenjenega parametra. Aproksimacija prvega reda kovariančne matrike $\mathbf{Cov}_\theta$ je podana kot (Cooley in sod., 1990), (Kapelan in sod., 2003):

$$\mathbf{Cov}_\theta = \sigma_e^2 \cdot (\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{J}) \quad (3.49)$$

kjer je σ_e^2 varianca regresijske napake, $\mathbf{J}$ je Jacobijeva oziroma senzitivnostna matrika in $\mathbf{W}$ je matrika utežnih koeficientov. Varianca regresijske napake je določena z izrazom:

$$\sigma_e^2 = \frac{e(\theta)}{\nu} \quad (3.50)$$

kjer je $e(\theta)$ vrednost ciljne funkcije in $\nu = N_{op} - N_\theta$ je število prostostnih stopenj (razlika med številom opazovanih podatkov N_{op} in neznanih parametrov N_θ). Jacobijeva matrika podaja približke lineariziranega sistema nelinearnih enačb in se lahko uporabi za določevanje občutljivosti hidravličnih veličin glede na spremembe fizikalnih parametrov hidravličnega modela. V tem primeru Jacobijeva matrika postane občutljivostna oziroma senzitivnostna matrika. Jacobijeva matrika $\mathbf{J}$ zajema vrednosti parcialnih odvodov prvega reda, ki so podani kot:

$$\frac{\partial y_i(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \quad \forall (i = 1, \dots, N_{op}; j = 1, \dots, N_{\theta}) \quad (3.51)$$

Za določitev parcialnih odvodov prvega reda Jacobijeve matrike $\mathbf{J}$ bodo uporabljeni približki vrednosti glede na izhodiščno ocenjene vrednosti parametrov umerjanja. Numerični približek vrednosti elementov (i, j) Jacobijeve matrike $\mathbf{J}$ je mogoče določiti z naslednjim izrazom:

$$\left| \frac{\partial y_i(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \right| = \left| \frac{y_{j,\Delta}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) - y_j^*(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})}{(\theta_j + \Delta\theta) - \theta_j} \right| \quad \forall (i = 1, \dots, N_{op}; j = 1, \dots, N_{\theta}) \quad (3.52)$$

kjer je $y_{j,\Delta}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ velikost modelnega odziva pri spremembi parametra umerjanja, $y_j^*(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ je velikost modelnega odziva pri izhodiščni vrednosti parametra umerjanja, $\Delta\theta$ predpostavljena sprememba vrednosti parametra umerjanja in θ_j izhodiščna vrednost parametra umerjanja. Za izračun numerične aproksimacije členov Jacobijeve matrike $\mathbf{J}$ po enačbi (3.52) je potrebnih $N_{\theta} + 1$ hidravličnih simulacij.

Diagonalni elementi kovariančne matrike $\mathbf{Cov}_{\theta}$ (enačba (3.49)) predstavljajo varianco posameznih parametrov umerjanja. K -ta varianca $\sigma_{\theta,k}^2$, pri čemer gre ($k = 1, \dots, N_{\theta}$), je določena z izrazom:

$$\sigma_{\theta,k}^2 = Cov_{\theta,kk} \quad (3.53)$$

Standardna deviacija $\sigma_{\theta,k}$ za k -ti parameter umerjanja pa je enaka:

$$\sigma_{\theta,k} = \sqrt{Cov_{\theta,kk}} \quad (3.54)$$

Dodatna statistična mera za ocene negotovosti parametrov umerjanja so koeficienti variacije $CV_{\theta,k}$ posameznih parametrov, ki predstavljajo relativno negotovost k -tega parametra:

$$CV_{\theta,k} = \frac{\sigma_{\theta,k}}{\theta_k} \quad (3.55)$$

Intervali zaupanja za parametre umerjanja θ_k so ocenjeni z naslednjim izrazom (Härdle, 2012):

$$\theta_k - t(n, 1 - \alpha/2) \cdot \sigma_{\theta,k} \leq \theta_k \leq \theta_k + t(n, 1 - \alpha/2) \cdot \sigma_{\theta,k} \quad (3.56)$$

kjer je $t(n, 1 - \alpha/2)$ Studentova t porazdelitev z n prostostnimi stopnjami, $1 - \alpha$ je stopnja zaupanja in $\sigma_{\theta,k}$ je standardna deviacija k -tega parametra (enačba (3.54)). Običajno je izbran 95 % interval zaupanja in s tem stopnja tveganja $\alpha = 0,05$. Pri večjem številu prostostnih stopenj (torej večjem številu meritev) Studentova t porazdelitev postaja podobna normalni porazdelitvi in pri 95 % intervalu zaupanja je $t = 1,96$. Le-ta izhaja tako iz predpostavljene normalne porazdelitve v modelu pogreškov (enačba (3.5)), kakor tudi iz same metode FOSM. Iz interpretacija 95 % intervala zaupanja za parametre umerjanja izhaja, da se prava vrednost parametra nahaja s 95 % verjetnostjo znotraj podanega intervala zaupanja. Skupna ocena negotovosti parametrov umerjanja pa je določljiva z uporabo različnih norm za kovariančno matriko $\mathbf{Cov}_{\theta}$, pri čemer se najpogosteje uporabljata ali determinanta $\det(\mathbf{Cov}_{\theta})$ (Mallick in Lansey, 1994), (Bush in Uber, 1998), (Kapelan in sod., 2003) ali sled (angl. trace) $\text{tr}(\mathbf{Cov}_{\theta})$ kovariančne matrike (Lansey in sod., 2001).

3.4.4 Ocena negotovosti modelnih napovedi

Z metodo FOSM se določijo tudi ocene negotovosti modelnih napovedi. Pridobljene so z določitvijo kovariančne matrike modelnih napovedi $\mathbf{Cov}_y$ v obliki (Lansey in sod., 2001), (Kapelan in sod., 2003):

$$\mathbf{Cov}_y = \mathbf{J}_y \cdot \mathbf{Cov}_{\theta} \cdot \mathbf{J}_y^T \quad (3.57)$$

kjer je $\mathbf{Cov}_{\theta}$ kovariančna matrika, podana z enačbo (3.49), in je $\mathbf{J}_y$ Jacobijeva matrika parcialnih odvodov prvega reda, ki so podani za stanje ocenjenega parametra:

$$\frac{\partial y_i(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})}{\partial \hat{\theta}_j} \quad \forall (i = 1, \dots, N_{op}; j = 1, \dots, N_{\theta}) \quad (3.58)$$

Za določitev parcialnih odvodov Jacobijeve matrike $\mathbf{J}_y$ je ponovno uporabljena numerična aproksimacija (enačba (3.52)) elementov (i, j) , ki se določijo za ocenjeni parameter $\hat{\theta}_j$ z naslednjim izrazom:

$$\left| \frac{\partial y_i(\mathbf{x}|\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\theta}_j} \right| = \left| \frac{y_{j,\Delta}(\mathbf{x}|\hat{\boldsymbol{\theta}}) - y_j^*(\mathbf{x}|\hat{\boldsymbol{\theta}})}{(\hat{\theta}_j + \Delta\theta) - \hat{\theta}_j} \right| \quad \forall (i = 1, \dots, N_{op}; j = 1, \dots, N_{\theta}) \quad (3.59)$$

kjer je $\hat{\theta}_j$ ocenjena vrednost parametra umerjanja. Za izračun numerične aproksimacije členov Jacobijeve matrike $\mathbf{J}_y$ je treba ponovno opraviti $N_{\theta} + 1$ hidravličnih simulacij.

Diagonalni elementi kovariančne matrike $\mathbf{Cov}_y$ (enačba (3.57)) predstavljajo varianco posameznih modelnih napovedi, pri čemer je i -ta varianca $\sigma_{y,i}^2$, kjer je ($i = 1, \dots, N_{op}$), podana kot:

$$\sigma_{y,i}^2 = Cov_{y,ii} \quad (3.60)$$

in je standardna deviacija $\sigma_{y,i}$ za i -to modelno napoved enaka:

$$\sigma_{y,i} = \sqrt{Cov_{y,ii}} \quad (3.61)$$

koeficient variacije $CV_{y,i}$ pa predstavlja relativno negotovost i -te modelne napovedi:

$$CV_{y,i} = \frac{\sigma_{y,i}}{y_i} \quad (3.62)$$

Podobno kot je bilo določeno za intervale zaupanja za parametre umerjanja θ_k , so tudi ocenjeni intervale zaupanja za modelne napovedi podani z normalno porazdelitvijo v modelu pogreškov. Ti intervale zaupanja so podani kot:

$$y_i - t(n, 1 - \alpha/2) \cdot \sigma_{y,i} \leq y_i \leq y_i + t(n, 1 - \alpha/2) \cdot \sigma_{y,i} \quad (3.63)$$

kjer je $t(n, 1 - \alpha/2)$ Studentova t porazdelitev z n prostostnimi stopnjami, $1 - \alpha$ je stopnja zaupanja in $\sigma_{y,i}$ je standardna deviacija i -te modelne napovedi, podane z enačbo (3.61). Ponovno velja, da je pri večjem številu prostostnih stopenj Studentova t porazdelitev podobna normalni porazdelitvi in da za stopnjo tveganja $\alpha = 0,05$ znaša $t = 1,96$.

Določitev 95 % intervala zaupanja pri $\alpha = 0,05$ in $t = 1,96$ ob upoštevanju normalno porazdeljenih pogreškov pomeni, da se prava vrednost modelne napovedi nahaja s 95 % verjetnostjo znotraj podanega intervala zaupanja. Za določitev skupne ocene negotovosti modelnih napovedi pa se ponovno predvidi uporaba ene od matričnih norm kovariančne matrike $\mathbf{Cov}_y$, to sta ali determinanta $\det(\mathbf{Cov}_y)$ ali sled $\text{tr}(\mathbf{Cov}_y)$ kovariančne matrike (Mallick in Lansey, 1994), (Bush in Uber, 1998), (Lansey in sod., 2001), (Kapelan in sod., 2003).

3.4.5 Diagnostična orodja in analize

V podpoglavju 3.4.1 so bili predstavljeni kriteriji za identifikacijo in vzpostavitev dobro določenega (angl. well-posed oziroma well-conditioned) problema umerjanja. Ključne analize izhajajo iz singularnega razcepa občutljivostne matrike **J**, saj singularne vrednosti dajejo informacije o splošni določljivosti parametrov umerjanja (tj. kriterij iz enačbe (3.39)). Podobno je mogoče določljivost oceniti tudi iz kovariančne matrike parametrov umerjanja **Cov_θ** (enačba (3.49)), katerih pripadajoče lastne vrednosti in lastni vektorji so tudi uporabni za oceno določljivosti. Namesto opisanega singularnega razcepa se lahko za oceno določljivosti uporabi tudi korelacijska matrika parametrov umerjanja **Cor_θ**, ki izhaja iz kovariančne matrike **Cov_θ**. Izračun korelacijske matrike je računsko enostavnejši in učinkovitejši kot račun singularnega razcepa, predvsem pri zelo velikih občutljivostnih matrikah. Členi korelacijske matrike se imenujejo korelacijski koeficienti in so določeni kot razmerje med kovarianco dveh parametrov in produktom njunih standardnih deviacij. Izračunajo se z izrazom (Hill, 1998):

$$Cor_{\theta,ij} = \frac{Cov_{\theta,ij}}{(Cov_{\theta,ij} \cdot Cov_{\theta,ij})^{1/2}} \quad (3.64)$$

Korelacijska matrika parametrov je simetrična matrika, katere diagonalni elementi imajo vrednost 1 (tj. korelacija med samim seboj). Nediagonalni elementi zajemajo vrednosti med -1 in 1, pri čemer vrednost 0 pomeni, da ni nobene korelacije, medtem ko -1 in 1 izkazuje popolno korelacijo med parametroma.

Naslednja pomembna diagnostična mera je merilna občutljivost (angl. scaled sensitivity), ki je brezdimenzijska veličina, s katero se ocenjuje pomembnost različnih opazovanih podatkov za določevanje posameznega parametra umerjanja. Na drugi strani pa tudi daje vpogled v to, kateri parametri imajo pomemben vpliv na določene modelne napovedi. Merilna občutljivost je določena z izrazom (Hill, 1998):

$$SS_{ij} = \sum_{k=1}^{N_{op}} J_{kj} \theta_j W_{ik}^{1/2} \quad (3.65)$$

oziroma v primeru diagonalne utežne matrike je le-ta enaka:

$$SS_{ij} = J_{ij} \theta_j W_{ii}^{1/2} \quad (3.66)$$

kjer je SS_{ij} element i -te vrstice in j -tega stolpca merilne občutljivostne matrike ($i = 1 \dots N_{op}, j = 1 \dots N_{\theta}$).

Iz merilne občutljivostne matrike je mogoče dobiti zelo dober indikator kakovosti opazovanih informacij, tako opazovanih podatkov oziroma meritev kot tudi predhodnih informacij. Ta diagnostična mera je kot združena merilna občutljivost za posamezen parameter umerjanja θ_j določena kot (Hill, 1998):

$$CSS_j = \left[\left(\sum_{i=1}^{N_{op}} SS_{ij}^2 \right) / N_{op} \right]^{1/2} \quad (3.67)$$

Združena merilna občutljivost se lahko uporabi le kot indikativna mera, saj je njena vrednost odvisna od ocenjene vrednosti parametra θ_j , kar pomeni, da se za različne nabore umerjenih parametrov tudi vrednosti CSS_j spreminjajo. V idealnem primeru naj bi bile vrednosti CSS_j enake vrednosti za vse parametre, običajno pa se vrednosti med seboj lahko bistveno razlikujejo. Glede na izbrane parametre oziroma grupiranje parametrov se priporoča, da naj razmerje med minimalno in maksimalno vrednostjo CSS_j ne preseže količnika 100 (Hill, 1998). Na ta način je zagotovljena dobra določljivost problema umerjanja.

Podobno, kot je določena merilna občutljivost parametrov umerjanja glede na opazovane informacije, se lahko tudi določi merilna občutljivost modelnih napovedi (angl. prediction scaled sensitivity). Pri tem se element PSS_{ij} merilne občutljivostne matrike modelnih napovedi določi na naslednji način:

$$PSS_{ij} = \frac{\partial y_i}{\partial \hat{\theta}_j} \cdot \frac{\hat{\theta}_j}{y_i} \quad (3.68)$$

Za vsak parameter $\hat{\theta}_j$ je torej mogoče določiti relativni vpliv na spremembo vrednosti napovedi modela glede na relativno spremembo parametra umerjanja (podobno kot v enačbi (3.67)). Za razliko od izračuna SS_{ij} se v tem primeru elementi občutljivostne matrike $\partial y_i / \partial \hat{\theta}_j$ računajo za umerjene vrednosti vektorja $\hat{\theta}$.

Analiza pogreškov oziroma uteženih pogreškov je naslednja pomembna analiza, ki je nujna za preverbo predpostavk, ki izhajajo iz izbrane ciljne funkcije. Pri metodi najmanjših kvadratov in tudi uteženih najmanjših kvadratov je bilo predpostavljeno, da so pogreški $e(\theta)$ nekorelirani, tj. neodvisni in enako porazdeljeni s pričakovano vrednostjo $\mu = 0$ in konstantno varianco σ_e^2 . Analiza pogreškov, ki bo prikazana za primer metode uteženih najmanjših kvadratov, velja tudi za metode najmanjših kvadratov, pri čemer je utežna matrika enaka enotski matriki ($\mathbf{W} = \mathbf{I}$).

Za analizo uteženih pogreškov se izvajajo naslednji izračuni (Hill, 1998), (Kapelan, 2002):

- Povprečni uteženi pogrešek (μ_r) oziroma pristranskost je vrednost, ki naj bi imela v idealnem primeru, če so pogreški neodvisni in normalno porazdeljeni, aritmetično sredino enako 0. Pri realnih sistemih in dobrem ujemanju modela z opazovanimi podatki se običajno pojavlja manjše odstopanje.
- Maksimalni ($\mu_{r,max}$) in minimalni ($\mu_{r,min}$) uteženi pogrešek sta vrednosti, ki označujeta točki največjega odstopanja oziroma ekstremnih vrednosti (angl. outliers), katerih vrednosti naj bili blizu 0.
- Varianca uteženih pogreškov (σ_r^2) je mera za oceno razpršenosti pogreškov in se uporablja tudi kot mera za določitev natančnosti ujemanja.
- Povprečni kvadratni pogrešek (angl. mean squared error – MSE) je indikator natančnosti umerjanja, ki je seštevek variance in kvadratne vrednosti pristranskosti.
- Relativna pristranskost (μ_r/σ_r^2) podaja relativno natančnost ujemanja, ki naj bi bila v idealnem primeru enaka 0 in je pri realnih sistemih običajno magnitude 10^{-1} .

Naštete mere se lahko uporabijo za analizo uteženih pogreškov in se lahko opravijo za ločene podskupine pogreškov, kot npr. pogreške glede na posamezno merilno mesto, za posamezno vrsto modelne napovedi, posamezni obtežni primer itd.

Naslednja analiza se nanaša na prisotnost avtokorelacije med uteženimi pogreški. Prisotnost avtokorelacije je treba preveriti v časovni in prostorski razsežnosti (Kapelan, 2002). Časovna avtokorelacija se preverja samo pri razširjenih časovnih simulacijah (EPS), in sicer z računom avtokorelacijskih koeficientov (Seber in Wild, 2003) in preverjanjem njihovih vrednosti za različne vrednosti časovnih odlogov ali pa z grafičnim preverjanjem, kjer se uteženi pogreški za posamezno merilno mesto prikažejo v časovni seriji. Če se pri grafičnem prikazu izkaže periodičnost oziroma, da uteženi pogreški dalj časa ne spremenijo predznaka, sta to znamenji, da se pojavlja avtokorelacija (Kapelan, 2002). Ob prisotnosti znatne avtokorelacije med uteženimi pogreški je treba uporabiti neko transformacijo uteženih modelnih napovedi, pri čemer sta najpogosteje uporabljena avtoregresijski model prvega reda (AR(1)) oziroma avtoregresijski model drsečega povprečja (ARMA model).

Prostorska korelacija se preveri z navzkrižno korelacijo (angl. cross correlation), pri čemer se preverja korelacija med dvema merilnima mestoma za različne odloge. Ob prisotnosti navzkrižne korelacije je običajno treba spremeniti parametrizacijo modela, ki se umerja.

Ugotavljanje konstantne variance oziroma heteroskedastičnosti uteženih pogreškov se opravi z grafičnim prikazom uteženih pogreškov ($\mathbf{W}^{1/2}(\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{y}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}))$) proti uteženim modelnim napovedim ($\mathbf{W}^{1/2}\mathbf{y}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$) (Hill, 1998). Če so uteženi pogreški heteroskedastični, je njihova razporeditev enakomerna okoli horizontale z vrednostjo 0 oziroma okoli abscise ne glede na vrednosti uteženih modelnih napovedi. Če grafična analiza izkazuje izrazito heteroskedastičnost uteženih pogreškov, je treba transformirati utežene modelne napovedi s potenčno transformacijo oziroma z Box-Cox transformacijo (Seber in Wild, 2003).

Preverjanje normalne porazdeljenosti uteženih pogreškov se lahko opravi tudi grafično, in sicer s primerjavo empirične porazdelitve uteženih pogreškov proti teoretični normalni kumulativni porazdelitvi (Hill, 1998). Podobne grafične predstavitve se lahko dobijo z grafično primerjavo empirične proti teoretični kumulativni verjetnostni porazdelitvi (angl. normal probability plot) oziroma s kvantil-kvantil grafikonom, kjer se primerjajo kvantili empirične proti teoretični normalni porazdelitvi.

4 ANALIZE GRADNIKOV PRI UMERJANJU HIDRAVLIČNIH MODELOV CEVOVODNIH SISTEMOV

4.1 Meritve na vodooskrbnih sistemih

Meritve, opravljene na cevovodnem sistemu, omogočajo umerjanje njegovega hidravličnega modela in s tem verodostojnost in zanesljivost napovedi na podlagi modeliranja. Glede na glavne namene monitoringov se tudi izbor merilnih mest v splošnem opravi po kriterijih za naslednje skupine (Loaiciga in sod., 1992):

- monitoring, ki daje informacije o karakteristikah sistema,
- monitoring za odkrivanje virov problemov na cevovodnih sistemih,
- monitoring za vzdrževanje nadzora, ki zagotavlja ohranjanje ustreznega delovanja sistema,
- monitoring za ciljno raziskovanje.

Opravljanje meritev in izbira lokacij meritev sta za potrebe modeliranja zelo pomembna, saj ustrezen izbor lokacij za zbiranje meritev narekuje kakovost umerjanja in zanesljivost identifikacije neznanih (tj. merjenih) parametrov modela. Zbrane meritve so potrebne za potrditev istovetnosti hidravličnega modela z realnim sistemom. Proces določanja lokacij in vsebine meritev na merilnih mestih je zato optimizacijski problem, katerega cilj je maksimirati kakovost meritev za čim večjo natančnost umerjanja (de Schaetzen, 2000).

Meritve tlakov

Zbiranje podatkov iz izvedenih meritev na realnem cevovodnem sistemu je sestavni del procesa hidravličnega modeliranja, s katerim se omogoči dokazovanje istovetnosti oz. skladnosti delovanja cevovodnega sistema in njegovega hidravličnega modela. Podatki tako o tlakih kot tudi pretokih se odčitavajo na določenih strateških (kritičnih) lokacijah oziroma merilnih mestih in tudi neposredno na objektih sistema. Slednji predstavljajo robne pogoje (razmere) za delovanje sistema v nekem časovnem obdobju, a se hkrati lahko uporabljajo tudi v procesu umerjanja hidravličnega modela. Tlaki, ki se merijo v vozliščih, in pretoki, ki se merijo v ceveh, se zbirajo istočasno, da se zajamejo informacije o delovanju cevovodnega sistema v določenem času oz. obtežnem primeru. Poleg pridobivanja meritev tlakov in pretokov je treba zbrati tudi podatke o količini in dinamiki porabe velikih odjemalcev, delovanju in krmiljenju črpalk, ventilov, rezervoarjev in vodohranov.

V praksi se običajno uporabljata dva pristopa za pridobivanje podatkov iz meritev, ki se razlikujeta glede na namen uporabe hidravličnega modela. Prvi obsega zbiranje podatkov iz meritev v normalnih

obtežnih primerih (oz. pogojih delovanja) za dinamične časovne simulacije delovanja sistema in vključuje naslednje naloge (de Schaetzen, 2000):

- izdelava načrta merilnih mest oziroma izbora merilnih mest, s katerim se določa kje, kdaj in v kakšnih okoliščinah se bodo zbirale meritve tlakov in/ali pretokov,
- obravnavajo se le posamezne tlačne cone,
- izvedejo se meritve tlakov in/ali pretokov na lokacijah izbranih merilnih mest cevovodnega sistema v obdobju nekaj dni.

Poleg omenjenih merilnih mest je treba meriti tudi pretoke v vseh točkah vstopa in izstopa vode v cevovodnem sistemu (vodni viri, črpališča, vodohrani, pomembni oziroma veliki odjemalci). Ob poznavanju pretokov vode na robnih točkah cevovodnega sistema se nato pozornost nameni hidravličnim razmeram v notranjosti sistema, ki jih je mogoče spremljati npr. z merilci tlaka. Njihova razporeditev je običajno določena subjektivno, kar pa lahko zmanjša kakovost pridobljenih informacij.

Drugi pristop temelji na zbiranju podatkov iz meritev v izrednih obtežnih primerih, npr. pri simuliranih razmerah ob požaru s požarnimi testi (Slika 4.1), ki so uporabni za umerjanje fizičnih karakteristik hidravličnega modela ob statičnih hidravličnih simulacijah.



Slika 4.1 Meritev tlaka na hidrantu in izpust pri izvedbi požarnega preizkusa (Walski in sod., 2003)

Figure 4.1 Pressure measurements on a hydrant and execution of fire flow tests (Walski et al., 2003)

Z odpiranjem hidrantov se v cevovodnem sistemu vzbudijo povečani pretoki, ki povzročijo večje hidravlične izgube. Iz večjih vrednosti hidravličnih izgub se lahko zelo zanesljivo določijo dejanske, hidravlične hrapavosti cevovodov, zato se tudi najpogosteje uporabljajo ravno za te vrste raziskav. Enako kot pri prvem pristopu zbiranja meritev je treba tudi pri požarnih testih poznati robne pogoje in vrednosti pretokov v sistem in iz sistema. Kakovost zbranih meritev je ravno tako odvisna od razporeditve merilnih mest, ki pa je odvisna od strukture parametrov umerjanja.

Požarni testi so lahko stroškovno zahtevnejši od zbiranja meritev v normalnih razmerah, saj se iz sistema izpustijo velike količine vode. Tudi kakovost vode ob požarnih testih se lahko poslabša zaradi luščenja oblog na cevovodu ob nastopu ekstremnih pretokov oz. hitrosti v ceveh (Walski in sod., 2003). Zato je treba pred izvajanjem teh vrst testov obvestiti javnost in jo opozoriti na morebitne nevarnosti. Poleg omenjenega je pri požarnih testih potrebna previdnost pri nekontroliranem odpiranju hidrantov v bližini relevantnih regulacijskih ventilov, saj lahko le-ti povzročijo izpad sistema. Glede na vse navedeno se pogosteje uporabljajo metode zbiranja meritev v normalnih razmerah, ki sicer ne dajejo veliko informacij glede hidravličnih izgub in hrapavosti cevovodov, imajo pa druge prednosti, vezane na časovno obratovanje sistema in določevanje porabe v sistemu.

Uporabljena merilna oprema mora biti ustrezno izbrana in predhodno umerjena, da zagotovimo njeno pravilno delovanje in ustrezno natančnost njenih rezultatov. Slabo umerjena merilna oprema bo privedla do slabih rezultatov meritev in posledično do slabo umerjenega hidravličnega modela, v napovedi katerega ne bo mogoče dovolj zaupati. Zaradi tega je treba merilno opremo redno vzdrževati in jo tudi redno umerjati. Water Research Centre (WRc, 1989) je za vodooskrbne sisteme izdal smernice glede mejnih merilnih negotovosti uporabljene merilne opreme:

- meritve pretokov v ceveh: $\pm 5 \%$,
- meritve tlakov v vozliščih: ± 250 mm vodnega stolpca (VS),
- meritve nivoja gladin vodohranov, rezervoarjev: ± 100 mm VS,
- meritve pretokov vodohranov, rezervoarjev: $\pm 5 \%$.

Z ustrezno umerjeno merilno opremo in meritvami znotraj tolerančnih meja se poveča zanesljivost umerjanja hidravličnega modela cevovodnega sistema.

Merilna negotovost

Meritve se izvajajo za pridobitev informacij, ki so potrebne oziroma bi bile lahko koristne pri sprejemanju odločitev. Če je odgovor oz. odziv sistema že vnaprej znan, se meritve ne izvajajo (ali le kot kontrolno dejanje), saj je njihovo izvajanje relativno veliko finančno breme. Meritve morajo biti dovolj kakovostne, da so njihove merilne napake sorazmerno majhne v primerjavi z učinkom, ki ga vrednotimo. Ker podatki o merilnih napakah niso znani, jih ni mogoče neposredno in natančno določiti. Tehnike, ki se uporabljajo za določevanje stopnje zaupanja v izvedene meritve, izhajajo s področja statistike. S statističnimi metodami se analizirajo nizi izvedenih meritev, da se lahko ocenijo pričakovane meje merilnih napak oz. negotovosti. Uporabljajo se predvsem štiri uveljavljeni pristopi, to so povprečenje, ugotavljanje razpršenosti okoli povprečja, verjetnostne porazdelitve in vzorčenja (ISO-5168, 2005).

Povprečenje je najpogostejše uporabljena tehnika, ki se uporablja pri statističnih analizah. Aritmetična sredina, tj. povprečna vrednost, se določi s seštevanjem vrednosti meritev $x_1, x_2, \dots, x_N$, dobljena vsota pa se deli s številom opravljenih meritev n . Aritmetična sredina je izražena na naslednji način:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{n} \quad \text{oziroma} \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (4.1)$$

Izračun povprečja z izrazom za aritmetično sredino je sicer dokaj enostaven, vendar v njem nastopa močan vpliv ekstremnih vrednosti meritev. Drug način določevanja povprečja je geometrijska sredina, ki ima dobro lastnost, da ni podvržena vplivom ekstremnih vrednosti. Geometrijska sredina je definirana kot:

$$x_g = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_N} \quad (4.2)$$

Medtem ko povprečje predstavlja srednjo vrednost nekega niza meritev, nam **razpršenost okoli povprečja** podaja območja, znotraj katerih se nahajajo meritve. Za določevanje razpršenosti okoli povprečja se uporablja veličina, imenovana standardna deviacija. Standardna deviacija n meritev z rezultati $x_i (i = 1, \dots, n)$ je definirana kot (Jeglič, 1981):

$$\sigma = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \right)^n \quad (4.3)$$

Z vrednostjo standardne deviacije se lahko ugotavlja, kako razpršena je porazdelitev relativno na srednjo vrednost, zato ta predstavlja tudi mero za ocenjevanje zanesljivosti (ponovljivosti) meritev.

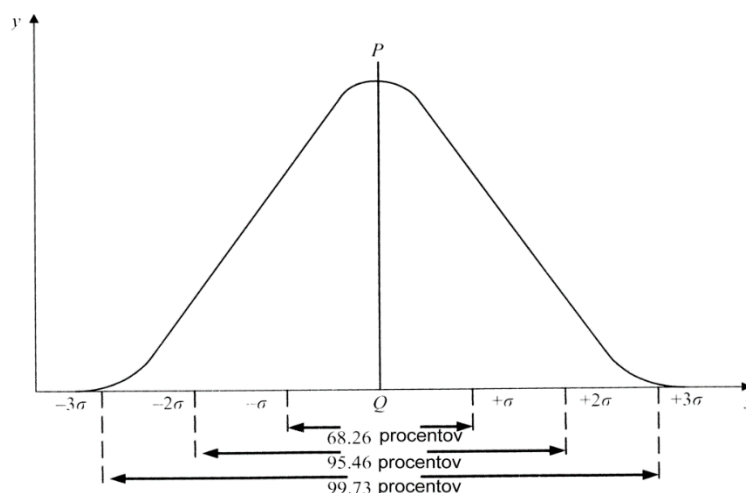
Verjetnostna porazdelitev napak je način, s katerim se določa verjetnost, da se bo napaka pojavila. Če se dogodek A , tj. napaka, zgodi n -krat v m poskusih, potem je verjetnost pojava napake:

$$p(A) = \frac{n}{m} \quad (4.4)$$

Za določevanje pričakovane meje oziroma porazdelitve napak pri meritvah se lahko uporabi funkcija normalne porazdelitve, ki je izražena na naslednji način:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}(x_i - \bar{x})^2 / \sigma^2} \quad (4.5)$$

kjer je x vhodna spremenljivka, $\bar{x}$ povprečje populacije spremenljivke x in je σ standardna deviacija. Grafični prikaz funkcije normalne porazdelitve je podan na Sliki 10.



Slika 4.2 Krivulja normalne gostote verjetnostne porazdelitve $p(x)$

Figure 4.2 Graph of a normal probability density functions $p(x)$

Vzorčenje je v praksi pomembna sestavina določevanja statistik meritev. Običajno je razpoložljivost celotne populacije meritev iz objektivnih razlogov nemogoča, zato je treba opraviti potrebne analize na končno velikem vzorcu, ki obsega N meritev. V tem primeru se prek vzorčne standardne deviacije S_x oceni σ_x , torej pričakovane meje obravnavane napake. Če se S_x deli z vrednostjo $\sqrt{N}$, se dobi izhodišče za oceno intervala zaupanja za povprečje $\bar{x}$. Pri določevanju velikih vzorcev, ki imajo vsaj 30 prostostnih stopenj, lahko uporabimo enačbo v naslednji obliki (JCGM 100:2008, 2008):

$$S_{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 / N - 1}}{\sqrt{M}} = \frac{S_x}{\sqrt{M}} \quad (4.6)$$

kjer je $S_{\bar{x}}$ standardna deviacija povprečja, S_x standardna deviacija vzorca, $\bar{x}$ povprečje vzorca, x_i i -ti podatek pri izračunu standardne deviacije vzorca, N število podatkov vzorca, $(N - 1)$ število prostostnih stopenj $S_{\bar{x}}$ in S_x , M število podatkov za dobljen rezultat povprečja. Število podatkov vzorca N ni nujno enako številu M . Vrednost standardne napake vzorca S_x je lahko določljiva z uporabo preteklih meritev z mnogimi stopnjami prostosti ($N - 1 > 30$), medtem ko poskus za izbran

proces izvedemo le M -krat. V nekaterih primerih se lahko namesto normalne porazdelitve uporablja tudi t. i. enakomerna porazdelitev, katere izraz za standardno deviacijo vzorca je izražen kot:

$$S_x = \frac{L}{\sqrt{3}} \quad (4.7)$$

kjer je L predhodno znana (že določena) meja enakomerne porazdelitve za obravnavano napako. V tej analogi se podrobneje z napakami pri meritvah nismo ukvarjali, temveč smo privzeli, da imajo izmerjene vrednosti običajne (statistične) lastnosti, kot se pojavljajo v praksi pri dobro opravljenih meritvah.

4.2 Kriteriji natančnosti umerjanja glede na namen modela

Namen hidravličnega modela ima znaten vpliv tudi na sam proces umerjanja, saj namen določa, katere parametre modela je treba podrobneje umeriti in kakšna mora biti natančnost napovedi modela glede na dejansko stanje cevovodnega sistema, da lahko hidravlični model štejemo za umerjenega (Walski, 1995). Slednje je načrtovalcem in upravljavcem povzročalo veliko preglavic, saj niso obstajale smernice, ki bi opredeljevale, do katere stopnje mora biti hidravlični model umerjen. Danes na tem področju obstaja troje smernic, ki postavljajo meje umerjenosti modela, ki nam zagotavljajo zadostno natančnost napovedi modela glede na njegov namen. Vse smernice navajajo svoje kriterije umerjenosti v relativni oziroma absolutni obliki razlik med napovedmi hidravličnega modela in meritvami na cevovodnem sistemu. Smernice so objavili:

- Water Research Center (WRc, 1989), Velika Britanija,
- American Engineering Computer Applications Committee (ECAC, 1999), ZDA, in
- Haestad Methods (Walski in sod., 2003), ZDA.

WRc (1989) je objavil numerične vrednosti, izražene tako v relativni kot v absolutni obliki odstopanj med napovedmi modela in meritvami na sistemu, ki določajo stopnje umerjenosti tlakov in pretokov pri statičnih simulacijah, poleg omenjenega pa pri dinamičnih simulacijah obravnava tudi odstopanja pri meritvah oziroma simulaciji gladin v vodohranih. Vrednosti odstopanj tlakov in pretokov so odvisne od obsega meritev oziroma od tega, do kakšne mere smo pokrili možni nabor vseh meritev. WRc je svoje smernice podal brez upoštevanja namena uporabe hidravličnega modela, kar je zagotovo pomanjkljivost, zato si pogledjmo preostale smernice, ki upoštevajo še namen modeliranja.

Smernice natančnosti umerjanja po WRc (1989):

- Napovedi modela: pretoki
 - $\pm 5 \%$ odstopanja pretokov, če meritve obsegajo več kot 10 % vseh pretokov,
 - $\pm 10 \%$ odstopanja pretokov, če meritve obsegajo manj kot 10 % vseh pretokov.
- Napovedi modela: tlaki
 - $\pm 0,5$ m oz. $\pm 5 \%$ odstopanja tlakov, 85 % vseh meritev tlakov,
 - $\pm 0,75$ m oz. $\pm 7.5 \%$ odstopanja tlakov, 95 % vseh meritev tlakov,
 - $\pm 2,0$ m oz. $\pm 15 \%$ odstopanja tlakov, 100 % vseh meritev tlakov.
- Napovedi modela: delovanje vodohranov (razširjena časovna simulacija – EPS)
 - $\pm 5 \%$ odstopanja delovne prostornine vodohrana (dotok v vodohran in iz njega) med dvema časovnima korakoma.

ECAC je razvil smernice za štiri kategorije, ki se razlikujejo glede na namen uporabe hidravličnih modelov. Ti nameni so: dolgoročno planiranje, načrtovanje posegov v sistem, analiza obratovanja in analiza spreminjanja kakovosti vode. Natančnost modelov narašča v enakem vrstnem redu. Podana so odstopanja za vrednosti tlakov in pretokov glede na namen in uporabo vrste hidravličnega modela (Preglednica 4.1).

Preglednica 4.1: Smernice natančnosti umerjanja po ECAC (1999)

Table 4.1: Guidelines of calibration accuracy according to ECAC (1999)

Uporaba modela	Odstopanje tlakov	Odstopanje pretokov
Dolgoročno planiranje	$\pm 3,5$ m za 100 % meritev	$\pm 10 \%$
Načrtovanje	$\pm 1,4$ m za 100 % meritev	$\pm 5 \%$
Analiza obratovanja	$\pm 1,4$ m za 100 % meritev	$\pm 5 \%$

Najnovejše in najpodrobnejše smernice so predstavili pri Haestad Methods, ki pozna 12 kategorij uporabe hidravličnih modelov, za katere so podane zgornje in spodnje vrednosti odstopanj glede na velikost in kompleksnost cevovodnih sistemov. Kljub temu mejne vrednosti odstopanj niso strogo definirane, saj so odvisne tudi od kakovosti meritev. Hidravlični model naj bi bil v območju natančnosti meritev, s katerimi je bil umerjen.

Smernice natančnosti hidravličnih modelov glede na namen njihove uporabe, ki so jih pripravili pri Haestad Methods, so naslednje (Walski in sod., 2003):

- Splošno dolgoročno načrtovanje majhnih cevovodnih sistemov s cevovodi manjših dimenzij (do 600 mm) – tlaki naj bi bili umerjeni v mejah $\pm 1,5$ do 3 m vodnega stolpca (v nadaljevanju VS) za meritve, pridobljene s požarnimi odvzemi vode in ob normalnih obtežnih primerih v

območju natančnosti podatkov o nadmorski višini vozlišč in meritev. Za razširjene časovne simulacije stalnega toka v cevovodih naj bi ujemanje nihanja nivojev vode v vodohranih bilo v mejah 1 do 2 m VS in pretoki na črpalkah v mejah 10 do 20 odstotkov.

- Splošno dolgoročno načrtovanje večjih cevovodnih sistemov s cevovodi večjih dimenzij (od 600 mm) – tlaki naj bi bili umerjeni v mejah $\pm 1,5$ do 3 m VS v obdobju velikih pretokov, v sistemu in ob normalnih obtežnih primerih v območju natančnosti podatkov o nadmorski višini vozlišč in meritev. Za razširjene časovne simulacije stalnega toka v cevovodih naj bi ujemanje nihanja nivojev vode v vodohranih bilo v mejah 1 do 2 m VS in pretoki na črpalkah v mejah 10 do 20 odstotkov.
- Pri dimenzioniranju cevovodov naj bi se tlaki ujemali v območju $\pm 1,5$ do 3 m VS v primeru požarnega odvzema vode na mestu načrtovanja novega cevovoda in v območju natančnosti podatkov o nadmorski višini vozlišč in meritev ob normalnih obtežnih primerih. Če novi cevovod vpliva na delovanje vodohrana naj bi ujemanje nihanja nivojev vode v vodohranih bilo v mejah 1 do 2 m VS in pretoki na črpalkah v mejah 10 do 20 odstotkov.
- Pri analizah zagotavljanja vode za gašenje požarov naj bi model odražal ujemanje tlakov v območju $\pm 1,5$ do 3 m VS v primeru požarnega odvzema vode v karakterističnih mestih vsake tlačne cone oziroma v vsaki soseski, ki jo ščitimo pred požarom, in v območju natančnosti podatkov o nadmorski višini vozlišč ter meritev ob normalnih obtežnih primerih.
- Pri načrtovanju širitve vodooskrbnega sistema za oskrbovanje nove soseske naj bi se tlaki ujemali v območju $\pm 1,5$ do 3 m VS v primeru požarnega odvzema vode na mestu načrtovanja novega cevovoda in v območju natančnosti podatkov o nadmorski višini vozlišč ter meritev ob normalnih obtežnih primerih.
- Pri ruralnih vodooskrbnih sistemih, kjer ni zagotovljene vode za gašenje požarov, naj bi model odražal ujemanje tlakov v območju ± 3 do 6 m VS v oddaljenih mestih vodooskrbnih sistemov ob najvišjih dnevnih obtežnih primerih in v območju natančnosti podatkov o nadmorski višini vozlišč ter meritev ob normalnih obtežnih primerih.
- Pri študijah rehabilitacije vodooskrbnih sistemov naj bi se statični in dinamični tlaki ujemali v območju $\pm 1,5$ do 3 m VS v primeru požarnega odvzema vode na mestu načrtovanja novega cevovoda in v območju natančnosti podatkov o nadmorski višini vozlišč ter meritev ob normalnih obtežnih primerih.
- Pri analizah izdatnosti hidrantov naj bi se pretoki ujemali z dejanskimi iztoki iz hidranta oziroma naj bi se kapaciteta vodooskrbnega sistema ujemala v območju 10 do 20 odstotkov opazovanega pretoka.
- Pri študijah energijske porabe sistema naj bi model izkazoval ujemanje porabe energije v obdobju 24 ur v mejah 5 do 10 odstotkov, ujemanje v obdobju ene ure v mejah 10 do 20 odstotkov in ujemanje pri najvišji porabi energije v mejah 5 do 10 odstotkov.

- Pri analizah obratovalnih problemov cevovodnega sistema naj bi model odražal pojavljanje analiziranih problemov do take stopnje, da se model lahko uporabi za podporo pri odločanju.
- Pri načrtovanju nezgodnih primerov na sistemu naj bi model izkazoval ujemanje tlakov v območju ± 3 do 6 m VS za posamezne primere nezgodnih dogodkov (havarije, npr. požar, izpad elektrike oziroma črpalk, izpad/lom cevovoda).
- Pri analizah dezinfekcijskih modelov naj bi uporabljeni model izkazoval ujemanje z vzorcem koncentracij dezinfekcijskega sredstva v obdobju zajema meritev s povprečno napako 0,1 do 0,2 mg/l, odvisno od kompleksnosti cevovodnega sistema.

Po končanem umerjanju na podlagi zbranih nizov meritev lahko umerjevalec hidravličnega modela potrdi delovanje in napovedi modela z dodatnim nizom meritev. Takšen postopek je znan kot validacija. Z validacijo se lahko ugotovijo pomanjkljivosti umerjenega modela v spremenjenih obtežnih pogojih in robnih pogojih. Pri preverjanju oziroma potrjevanju napovedi hidravličnega modela je treba robne pogoje delovanja cevovodnega sistema, kot so obtežni primeri porabe, izhodiščne vrednosti vodohranov in obratovalna pravila, prilagoditi hidravličnim razmeram, ob katerih so bile zbrane meritve.

Hidravlični model, ki je bil umerjen z meritvami ob požarnih odvzemih vode iz sistema, se lahko validira z meritvami drugih obtežnih primerov, npr. ob povprečni dnevni ali pa minimalni (nočni) porabi vode. Če hidravlični model v takšnih pogojih še vedno zagotavlja napovedi hidravličnih veličin, ki so v mejah dovoljenih (priporočenih) odstopanj, se njegova uporaba za analize širših hidravličnih razmer upošteva kot zanesljiva.

Učinkovit pristop je tudi zbiranje validacijskih meritev v spremenjenih hidravličnih karakteristikah cevovodnega sistema, kot je npr. simuliranje nastopa ekstremnih oziroma nezgodnih primerov. Tako se lahko simulirajo izpadi cevovodov, požarni odvzemi vode iz sistema, izpad črpalk itd.

Pri izboru obtežnih primerov za postopek validacije je treba upoštevati tudi namen osnovnega hidravličnega modeliranja, zaradi katerega je bil model vzpostavljen. Kljub temu, da je validacija dodatna stroškovna obremenitev, se priporoča njeno izvajanje za potrditev ustreznosti napovedi hidravličnega modela. Za validacijo modela ni treba zbrati enakega števila meritev kot za samo umerjanje, kar finančno obremenitev znatno zmanjša. Vsekakor pa validacija spada v celoten proces modeliranja cevovodnih sistemov.

4.3 Analiza senzitivnosti elementov hidravličnega modela

Cilj umerjanja, tj. ocenjevanja vrednosti neznanih parametrov, je identificiranje fizičnih karakteristik cevovodnega sistema, ki jih ni mogoče neposredno izmeriti oziroma jih natančno določiti. Ker je motivacija v procesu umerjanja izdelava oziroma vzpostavitev čim bolj natančnega hidravličnega modela, je prvi cilj optimizirati natančnost in stopnjo zaupanja v napovedi hidravličnega modela. Teoretično vsak izdelovalec modelov želi z optimizacijo lokacij merilnih mest maksimirati kakovost informacij, pridobljenih z meritvami. Število meritev oziroma informacij ima velik vpliv na natančnost modela in večje število informacij daje tudi večjo stopnjo zaupanja v model. Hidravlični model, ki je umerjen z omejenim številom meritev, bo posledično izkazal slabše ocene neznanih parametrov in s tem tudi nižjo stopnjo zaupanja v dobljene parametre in napovedi modela (Lansey in Basnet, 1991).

Pri določanju stopnje oziroma intervalov zaupanja se uporabijo lastnosti Newtonove metode, uporabljene za reševanje sistemov nelinearnih enačb (Ormsbee in Wood, 1986). Navedena lastnost oziroma komponenta Newtonove metode je Jacobijeva matrika, ki se pri reševanju sistema nelinearnih enačb uporablja za določevanje približkov v vsaki iteraciji (Bohte, 1993). Lastnost Jacobijeve matrike, da določa približke lineariziranega sistema nelinearnih enačb, se lahko uporabi za določevanje občutljivosti hidravličnih veličin (pretok, tlak) glede na spremembe fizičnih parametrov hidravličnega modela. V tem primeru Jacobijeva matrika postane občutljivostna oziroma senzitivnostna matrika, ki nam služi kot podlaga za določevanje stopnje oziroma intervalov zaupanja (Bargiela in Hainsworth, 1989). Jacobijeva oziroma občutljivostna matrika zajema vrednosti parcialnih odvodov prvega reda, ki so podani kot:

$$\frac{\partial y_i}{\partial \theta_j} \quad (i = 1, \dots, N_{op}; j = 1, \dots, N_{\theta}) \quad (4.8)$$

kjer je ∂y sprememba hidravličnih veličin (pretoki, tlaki), $\partial \theta$ sprememba hidravličnega parametra modela, N_{op} število meritev oziroma opazovanj, N_{θ} število hidravličnih parametrov. Za določevanje koeficientov Jacobijeve matrike bodo uporabljeni približki vrednosti glede na izhodiščno ocenjene vrednosti parametrov umerjanja. Predhodne ocene vrednosti parametrov bodo določene z vključevanjem razpoložljivih podatkov o parametrih, pridobljenih s pomočjo strokovnega znanja. Koeficienti Jacobijeve matrike so parcialni odvodi izrazov hidravličnih veličin glede na parametre modela. Vsak element (i, j) Jacobijeve matrike je mogoče določiti z numerično aproksimacijo (Lansey in sod., 2001), (Press in sod., 2007):

$$\left| \frac{\partial y_i}{\partial \theta_j} \right| = \left| \frac{y_i(\theta_j^*) - y_i(\theta_j)}{\theta_j^* - \theta_j} \right| \quad \text{za vsak } (i = 1, \dots, N_{op}; j = 1, \dots, N_\theta) \quad (4.9)$$

kjer je $y_i(\theta_j^*)$ vrednost hidravlične veličine pri predpostavljenem parametru umerjanja, $y_i(\theta_j)$ vrednost hidravlične veličine pri spremembi parametra umerjanja, θ_j^* vrednost predpostavljenega parametra umerjanja, θ_j vrednost spremenjenega parametra umerjanja.

Za rešitev izraza (4.9) je potrebno $N_\theta + 1$ hidravličnih simulacij, pri čemer je dodatna simulacija pridobljena s predhodno oceno vrednosti hidravličnih parametrov (de Schaetzen, 2000). Jacobijeva matrika je zelo pomembna karakteristika hidravličnega modela, saj je večinoma sestavni del analiz, ki se opravijo po postopku umerjanja modela. Tako nastopa v postopkih identifikacije oziroma določljivosti ter enoličnosti rešitev umerjanja modela. Nastopa pa tudi pri določevanju negotovosti oziroma stopnje zaupanja v parametre umerjanja in napovedi modela (Kapelan, 2002), (Yeh, 1986).

Glavni cilj umerjanja hidravličnega modela je določevanje neznanih parametrov modela, da bi se zmanjšale razlike med meritvami, opravljenimi na sistemu, in rezultati modeliranja, s tem pa tudi izboljšale napovedi modela. V zgornjem odstavku so bile omenjene metode post-umerjevalnih analiz. Določevanje oziroma izbor merilnih mest je v tesni povezavi s ciljem umerjanja. Posplošena ideja je identificirati najboljše lokacije za zbiranje meritev na cevovodnem sistemu glede na občutljivost teh lokacij, kar privede do določevanja občutljivosti napovedi hidravličnega modela glede na spremembe parametrov hidravličnega modela (Bush in Uber, 1998).

4.4 Razčlenitev elementov hidravličnega modela in grupiranje spremenljivk umerjanja

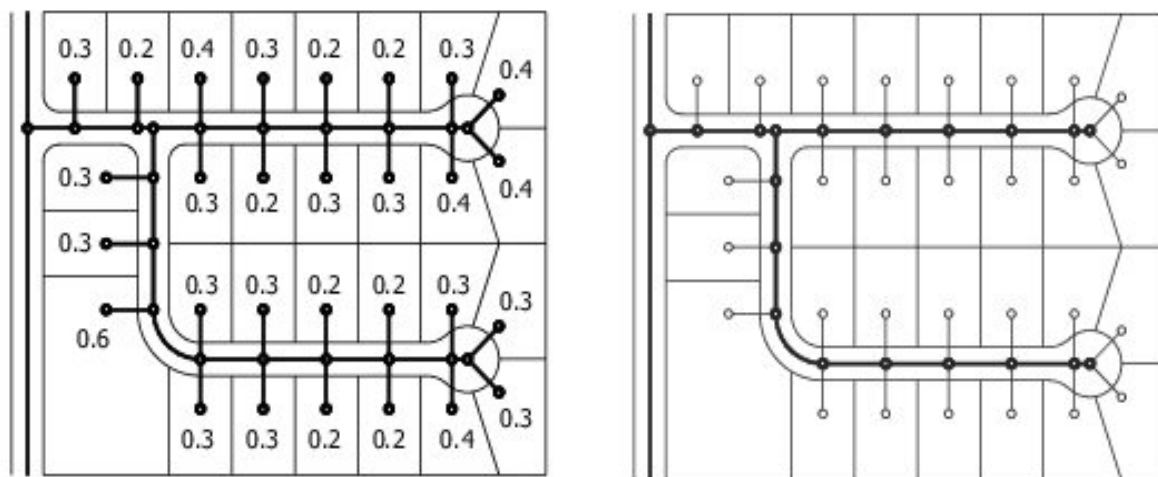
Vodooskrbni sistemi so lahko sestavljeni iz več sto oziroma tisoč cevi, ki se razlikujejo po premeru, materialu in starosti. Vključevanje vseh cevi ob vzpostavitvi hidravličnega modela bi pomenilo preveliko breme za racionalno opravljanje simulacij in ravnanje s hidravličnim modelom. Smotrno upravljanje vodooskrbnih sistemov zato vodi do poenostavljanja hidravličnih modelov z izključevanjem in združevanjem cevovodov (npr. v nadomestni cevovod), s čimer se doseže zmanjšanje števila računskih cevovodnih elementov.

V praksi so se uveljavila načela, da se cevi premera, manjšega od 100 mm oziroma včasih pri velikih vodooskrbnih sistemih celo pod 150 mm, izključijo iz modela, v kolikor niso potrebne za ohranjanje topologije omrežja. Ključno je, da takšni manjši cevovodi ne vplivajo bistveno na hidravlične razmere celotnega sistema, kar omogoča njihovo izključitev. Če topologija vodooskrbnega sistema ne omogoča

izključevanja cevovodov, se cevovodi združujejo z določevanjem ekvivalentnih (nadomestnih) dolžin cevi. Ta proces poenostavljanja hidravličnega modela je poimenovan kot »skeletizacija« hidravličnih modelov. Prednosti skeletiziranega modela so v zmanjšanih, obvladljivih količinah podatkov, v lažjem odkrivanju in odpravljanju napak v podatkih in obratovalnih informacijah, v lažjem umerjanju sistema itd.

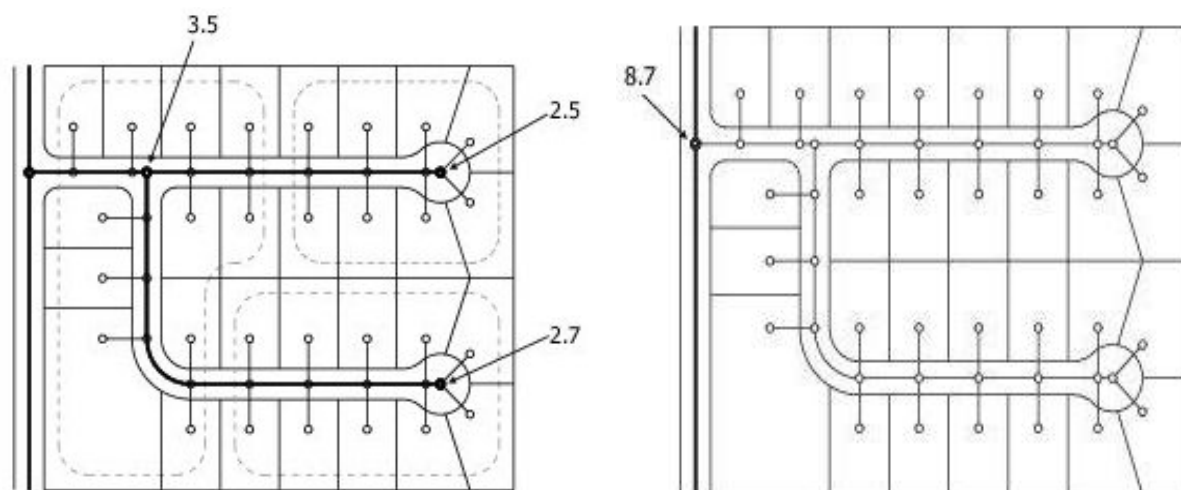
Proces skeletizacije je podvržen principu uravnoteženja (angl. »Trade-off«) med stopnjo poenostavitve modela in zahtevano natančnostjo hidravličnega modela. Izključevanje prevelikega števila cevovodov bi privedlo do nezaželene posledice nenatančnosti modela glede na dejanske razmere v obstoječem vodooskrbnem sistemu. Literatura ne navaja enotnih smernic za skeletizacijo, razen ugotovitve, da ima pri odločitvah največjo vlogo izkušnost osebe, ki vzpostavlja hidravlični model.

Načela in merila za zmanjševanje števila cevi, tj. za proces skeletiziranja, si vsak načrtovalec pripravi sam in je tudi odgovoren za njih. Stopnja skeletizacije je neločljivo povezana z namenom uporabe modela. Zato je v nadaljevanju, na Slika 4.3 in Slika 4.4, le konceptualno prikazano, kakšne različne stopnje skeletizacije modelov vodooskrbnih sistemov so mogoče (ni pa opisano oz. pojasnjeno, kdaj je kateri obseg skeletizacije potreben oz. zaželen).



Slika 4.3 (levo) Neskeletiziran model in (desno) minimalno skeletiziran model (Walski in sod., 2003)

Figure 4.3 (left) Nonskeletonized model and (right) minimally skeletonized model (Walski et al., 2003)



Slika 4.4 (levo) Običajno skeletiziran model in (desno) maksimalno skeletiziran model (Walski in sod., 2003)

Figure 4.4 (left) Ordinary skeletonized model and (right) maximally skeletonized model (Walski et al., 2003)

Glavno načelo skeletizacije je torej ohranitev tistih elementov hidravličnega modela, ki pomembno vplivajo na opis delovanja oz. na hidravlične razmere v vodooskrbnem sistemu. Pri skeletizaciji je praviloma zaželeno, da se poišče neka srednja pot med čim bolj poenostavljenim modelom in še zadostnim ohranjanjem celovite podobe obravnavanega sistema glede na namen modeliranja.

Pomembno področje umerjanja je izbira parametrov hidravličnega modela, ki se bodo umerjali. V procesu umerjanja se iščejo le podatki o sistemu, ki jih ni mogoče neposredno izmeriti, zato so ti podatki v procesu umerjanja osnovne neznanke hidravličnega modela. Parametri hidravličnega modela, ki se najpogosteje umerjajo, so koeficienti hidravlične hrapavosti cevi, dejanski notranji premer cevi (zmanjšan npr. zaradi oblog na ostenju), vzdolžna poraba in tudi (porazdelitev) izgube na vodooskrbnem sistemu.

V nadaljevanju bodo umerjeni le parametri hidravlične hrapavosti, saj njihovih vrednosti ni mogoče neposredno meriti (je pa mogoče izmeriti tehnično hrapavost površin). Poleg že omenjenih parametrov umerjanja pa lahko v primeru velike stopnje negotovosti pridobljenih podatkov umerjamo tudi način obratovanja, tj. preverjamo delovanje oziroma krmiljenje črpalk in ventilov. Ta dva parametra nista običajni komponenti procesa umerjanja hidravličnega modela, vendar ju je mogoče obravnavati v primerih, ko se obravnava delovanje črpalk in regulacija tlačnih con posameznih delov omrežja.

Pri umerjanju hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov običajno ni na razpolago zadostnega števila meritev, da bi se umerjali vsi neznani parametri. Pri umerjanju koeficientov hrapavosti cevovodov to še posebej velja glede na izjemno veliko število cevovodov, ki sestavljajo hidravlični model kljub predhodni skeletizaciji.

Glede na število meritev in število neznanih parametrov poznamo naslednja stanja določenosti sistema: predoločen sistem enačb, določen sistem enačb in nedoločen sistem enačb.

Ker ima nedoločen sistem enačb več neznank oz. parametrov kot meritev, umerjanje njihovih vrednosti vodi v nedoločljivost sistema oziroma v možnost, da se parametrom določijo nerealne vrednosti. Če je na razpolago enako število meritev in parametrov, je formalno zadoščeno pogoju določljivosti sistema, vendar se zaradi prostorske razporeditve meritev in parametrov ter zaradi nelinearne zveze med izmerjenimi tlaki in koeficienti hrapavosti njihovo umerjanje izkaže za nedoločljivo, vrednosti parametrov pa lahko dosežejo nerealne vrednosti podobno kot pri poddoločenem sistemu enačb. Tudi pri predoločenem sistemu enačb in neznank, ko je na razpolago več meritev kot parametrov umerjanja, ni zagotovljena enoznačnost rešitev sistema iz enakih razlogov kot pri predhodnem primeru. Zato je zaželeno, da je za umerjanje na razpolago skoraj polovico več meritev kot pa neznanih parametrov (Kapelan, 2002).

Ker je povečanje števila meritev veliko stroškovno breme, se predoločen sistem enačb doseže z grupiranjem neznank, tj. s tvorjenjem skupin, glede na določene skupne lastnosti neznank oz. kriterije. Tako se npr. koeficienti hrapavosti običajno grupirajo, če imajo cevovodi podobne (oz. enake) nazivne karakteristike:

- starost in material cevi,
- premer cevi,
- relativno podobno lokacijo vgradnje in
- občutljivost opravljenih meritev tlaka glede na spremembe koeficientov hrapavosti.

Na podlagi raziskav o vplivu grupiranja koeficientov hrapavosti je de Schaetzen (2000) podal kriterije grupiranja v obliki, ki je navedena v Preglednica 4.2.

Preglednica 4.2: Kriteriji grupiranja cevovodov (de Schaetzen, 2000)

Table 4.2: Pipe grouping criteria (de Schaetzen, 2000)

Kriterij grupiranja cevovodov	Opis
»British all pipes« kriterij	Cevovodi so grupirani, če imajo enake karakteristike, ki so neposredno povezljive.
»American all pipes« kriterij	Cevovodi so grupirani, če imajo enake karakteristike.

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 4.2

»British sensitive pipes only« kriterij	Grupirani so le senzitivni (odzivni) cevovodi, če imajo enake karakteristike, ki so neposredno povezljive.
»American sensitive pipes only« kriterij	Grupirani so le senzitivni (odzivni) cevovodi, če imajo enake karakteristike.

Upoštevanje navedenih kriterijev je prepuščeno izdelovalcu hidravličnega modela, saj ne obstajajo toga pravila, kako grupirati parametre. Kljub temu pa je smiselno upoštevati določljivost parametrov umerjanja in najti kompromis med številom parametrov in številom opravljenih/načrtovanih meritev. Podrobneje so to področje raziskali avtorji Mallick in sod. (2002).

5 OPTIMIZACIJSKE METODE

Optimizacija je proces iskanja in medsebojnega primerjanja možnih rešitev optimizacijskega problema, vse dokler nove rešitve niso boljše kot že identificirane rešitve problema (Deb, 2002). Možne rešitve optimizacijskega problema se med seboj primerjajo glede na vnaprej določene ciljne funkcije, ki so izražene kot matematične preslikave iskanih rešitev (t. i. spremenljivke) v numerične vrednosti in omogočajo presojo učinkov optimizacijskih spremenljivk. Optimalne rešitve optimizacijskih problemov predstavljajo ekstremne vrednosti rešitev ciljnih funkcij, ki jih pod danimi pogoji ni mogoče izboljšati, pri čemer se ciljne funkcije ali minimirajo ali maksimirajo.

5.1 Splošno

Optimizacijski problem sestavljajo naslednji deli:

- ciljne funkcije (funkcija, ki se minimira oziroma maksimira),
- vektor optimizacijskih spremenljivk (to so spremenljivke, ki imajo neposreden vpliv na vrednosti ciljne funkcije) in
- robni pogoji (spremenljivkam določajo meje območja, v katerih se lahko nahajajo njihove vrednosti, in izključujejo rešitve, ki se nahajajo izven vnaprej določenih območij).

Optimizacijski problem je sestavljen tako, da išče vrednosti optimizacijskih spremenljivk oziroma neznank, ki minimizirajo oziroma maksimirajo ciljno funkcijo, pri tem pa izpolnjujejo robne pogoje. Kljub temu, da večina formulacij optimizacijskega problema uporablja eno ciljno funkcijo za iskanje najbolj primernih rešitev, se lahko uporabljata naslednji izjemi:

- ni ciljne funkcije: tedaj iščemo sklop vrednosti spremenljivk, ki izpolnjujejo robne pogoje – to imenujemo problem možnih rešitev;
- uporaba več ciljnih funkcij: pri tem optimizacijskem problemu sočasno iščemo rešitve, ki izpolnjujejo več ciljnih funkcij hkrati in so si mnogokrat nasprotne – tedaj je treba uporabiti še načine vrednotenja več ciljnih funkcij, kot so: a) samostojne ciljne funkcije, ki jim dodamo uteži glede na pomembnost; b) pretvorba nekaterih ciljnih funkcij v robne pogoje; c) Pareto nabor optimalnih rešitev.

Rešitve, ki jih iščemo za optimiziranje ciljnih funkcij, se nahajajo v množici (prostoru) možnih rešitev. Ta množica je zelo velika, zato uporabljamo metode iskanja najboljših rešitev v tej množici. Kot primer navajamo dve metodi:

- naključno iskanje rešitev iz podanega nabora (ang. enumerated search): rešitve iz množice možnih rešitev izbiramo ali naključno ali sistematično in jih ovrednotimo s ciljno funkcijo; ta metoda je zelo učinkovita in jo zato pogosto kombiniramo z drugimi metodami;
- gradientne metode: gradient rešitev ciljne funkcije se uporablja zato, da iščemo v pravo smer; vendar pa te metode dajejo dobre rezultate le v primeru uniformnih funkcij, v drugih primerih pa se lahko ujamejo v past lokalnega optimuma.

Prva metoda je ugodna za globalno iskanje rešitev v množici možnih rešitev, medtem ko je druga uporabna za iskanje lokalnega optimuma. Ker ima vsaka dobre in slabe lastnosti, so ju različni avtorji združili v enotni algoritem in s tem izkoristili njune dobre lastnosti (najprej iščemo globalni optimum in nato lokalni).

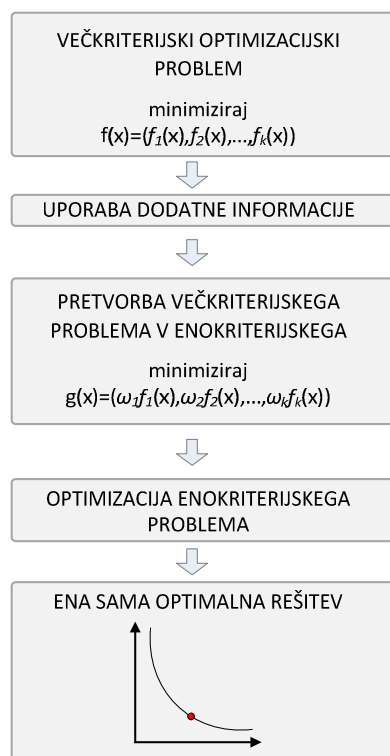
V praksi se velikokrat izkaže, da so ravno večkriterijski optimizacijski problemi tisti, ki celoviteje rešujejo težavne inženirske probleme. Pogosto pa nasprotujoči si kriteriji povzročajo, da se ob izboljšanju enega kriterija drugi oziroma ostali (ob več kot dveh ciljnih funkcijah) kriteriji poslabšajo. V tem primeru je zaželeno, da bo iskana rešitev zagotavljala kompromis, ki bo zadovoljivo izpolnjeval vse ciljne funkcije. Kompromisne rešitve, ki se oblikujejo v procesu večkriterijskega optimizacijskega problema, predstavljajo nabor množice optimalnih rešitev, ki je poimenovana kot vodilni sloj po Pareto oziroma Pareto fronta. Poznavanje posameznih kriterijev, ki so bili preoblikovani in matematično zapisani v posamezne ciljne funkcije, omogoča da se na podlagi pridobljenega Pareto optimalnega nabora rešitev izbere tista, ki izpolnjuje subjektivne kriterije odločevalca. Prednost izbora preferenčne rešitve iz Pareto optimalnega nabora omogoča pregled vseh možnih stanj, ki jih ponuja večkriterijski optimizacijski problem, in dopušča, da se pri izboru upoštevajo tudi informacije, ki niso bile zajete v samo formulacijo optimizacijskega problema.

Na splošno se metode za reševanje večkriterijskih problemov delijo glede na čas odločitve, ko mora odločevalec izbrati eno rešitev iz Pareto optimalnega nabora. Pri tem sta poznana dva pristopa:

- prednostni pristop in
- idealni pristop.

Pri prednostnem pristopu se predhodno določi pomembnost posameznih kriterijev glede na druge kriterije in se izbrana preferenca poda z utežmi. V primeru minimiziranja kriterijev je treba določiti tak nabor uteži ciljnih funkcij, ki zagotavlja, da bo optimizacijski algoritem našel rešitve, ki se nahajajo blizu območja želenega odziva. Pri uporabi metode z utežnimi koeficienti se večkriterijski optimizacijski problem preoblikuje v enokriterijskega, ki je rešljiv z metodami enokriterijske optimizacije. S preoblikovanjem ciljnih funkcij se vnaprej določi smer iskanja minimuma ciljnih

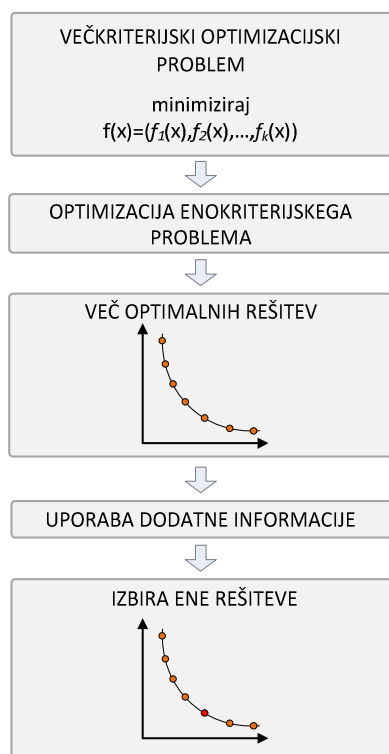
funkcij. Določitev pravega izbora utežnih koeficientov, ki bodo zagotavljali identifikacijo želenega nabora odločitvenih spremenljivk, je težavna, saj mora odločevalec brez podrobnejših informacij o pravem odzivu optimizacijskega problema izbrati preferenco svojih kriterijev. Na podlagi tako pomanjkljivih informacij je vprašljivo, ali je mogoče določiti najustreznejši nabor utežnih koeficientov. Alternativno se lahko opravi več enokriterijskih optimizacij, ki vključujejo različne nabore utežnih koeficientov, s čimer se omogoči raziskovanje območja Pareto optimalnih rešitev. Izbira prednostnega pristopa ima očitne pomanjkljivosti, ki izhajajo tako iz sprejemanja odločitev na podlagi pomanjkljivih informacij kot iz dolgega računskega časa, ki ga zahteva alternativni postopek iskanja več enokriterijskih rešitev. Slika 5.1 prikazuje postopek prednostnega pristopa v postopku večkriterijske optimizacije z utežnimi koeficienti.



Slika 5.1 Prednostni pristop k postopku večkriterijske optimizacije (Deb, 2002)

Figure 5.1 Preference-based multi-objective optimization procedure (Deb, 2002)

Drugi pristop, t. i. idealni pristop, ne zahteva predhodne izbire najprimernejše rešitve optimizacijskega problema. Pri idealnem pristopu se najprej poišče celoten nabor optimalnih rešitev, ki so podane s Pareto fronto, in se odločevalec šele naknadno in na podlagi dodatnih spoznanj iz optimizacije odloči ter izbere eno rešitev, ki najbolj ustreza tudi morebitnim drugim subjektivnim kriterijem. Idealni pristop je bolj pregleden in objektivni od prednostnega pristopa. Slika 5.2 podaja shematski prikaz postopka idealnega pristopa k večkriterijski optimizaciji.



Slika 5.2 Idealni pristop k postopku večkriterijske optimizacije (Deb, 2002)

Figure 5.2 Ideal multi-objective optimization procedure (Deb, 2002)

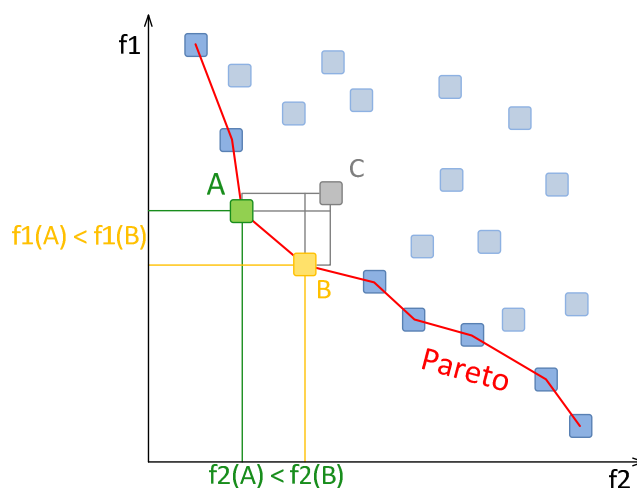
Večkriterijska optimizacija, ki izhaja iz idealnega pristopa, daje torej kompromisne rešitve, ki predstavljajo Pareto optimalne rešitve. Te rešitve so nedominirane, kar pomeni, da ni nobena druga rešitev boljša glede na vse ciljne funkcije in da izbor naslednje Pareto optimalne rešitve pomeni izboljšanje rešitve enega kriterija pri hkratnem poslabšanju drugega oziroma drugih ciljnih funkcij. Dominirane rešitve pa so tiste, za katere obstaja neka druga rešitev, ki ima vsaj eno boljšo rešitev ciljnih funkcij in hkrati nobene slabše glede na preostale ciljne funkcije.

Večkriterijska optimizacija, pri kateri se obe ciljni funkciji minimizirata ($k = 2$), je lahko podana z vektorjem dopustnih spremenljivk $\mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_p]$, ki predstavlja rešitev, definirano na prostoru $\mathbf{D}$. Ciljna funkcija $f: \mathbf{D} \mapsto \mathbf{Y}$ preslika vektor dopustnih rešitev v vektor ciljnih funkcij $\mathbf{y} = [y_1, y_2]$, ki predstavlja vrednosti ciljnih funkcij. Pareto koncept dominiranosti pravi, da vektor ciljnih funkcij $\mathbf{y}^1$ dominira vektor $\mathbf{y}^2$ (oznaka $\mathbf{y}^1 > \mathbf{y}^2$), če sta izpolnjeni naslednji zahtevi:

- $\mathbf{y}^1$ ni slabša od $\mathbf{y}^2$ pri nobenem kriteriju $y_i^1 \geq y_i^2$ za vse $i \in \{1, 2\}$ in
- $\mathbf{y}^1$ je boljša od $\mathbf{y}^2$ pri vsaj enem kriteriju $y_i^1 > y_i^2$ za vsaj en $i \in \{1, 2\}$.

Posledično je mogoče sklepati, da je rešitev $\mathbf{d}^1$ boljša od rešitve $\mathbf{d}^2$, če je $f(\mathbf{d}^1) > f(\mathbf{d}^2)$. Nedominiran nabor rešitev, ki predstavlja najboljši kompromis med dvema ciljnim funkcijama, je Pareto optimalni nabor rešitev, $\mathbf{D}^* \subseteq \mathbf{D}$. Večkriterijski optimizacijski algoritmi izvajajo optimizacijski

proces glede na omejitve računskega spomina in z omejitvijo končnega računskega časa. Njihove rešitve torej ne morejo zagotoviti, da najdejo prave Pareto optimalne rešitve problema. Pridobljene večkriterijske rešitve predstavljajo le aproksimacijo pravega Pareto optimalnega nabora rešitev, zato je ključni cilj razvijalcev optimizacijskih algoritmov določiti dobro aproksimacijo Pareto optimalnih rešitev, $A^* \subseteq D^*$.



Slika 5.3 Pareto optimalna fronta in dominirane rešitve večkriterijske optimizacije (Goh in Tan, 2009)

Figure 5.3 Pareto optimal front and dominated solution of multi-objective optimization (Goh and Tan, 2009)

Različni algoritmi lahko določijo različne aproksimacije pravega Pareto optimalnega nabora. Pri reševanju prvih večkriterijskih problemov so se uporabljale metode, ki so posamezne ciljne funkcije preoblikovale z utežnim združevanjem v eno ciljno funkcijo ali pa je bila izvedena zamenjava ciljnih funkcij z robnimi pogoji. Te metode spadajo med prednostne pristope večkriterijske optimizacije, katerih pomanjkljivosti so lahko povezane z nekonveksnostjo Pareto fronte, zahtevno določitvijo utežnih koeficientov glede na pomembnost ciljnih funkcij in seveda potrebo po dolgem računskem času (Walski, 2003). Moderne metode uporabljajo pristope nedominiranega razvrščanja rešitev glede na vrednosti ciljnih funkcij. Eden najbolj znanih in razširjenih predstavnikov takega optimizacijskega algoritma je NSGA-II (Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm) (Deb in sod., 2002). Ključna prednost teh algoritmov je identifikacija več nedominiranih rešitev v enem optimizacijskem postopku (Fonseca in Fleming, 1997).

NSGA-II in tudi druge populacijske metode optimizacije se uvrščajo v skupino metahevrističnih optimizacijskih metod, kamor spadajo tudi algoritmi, kot so npr.: optimizacija s kolonijami mravelj, evolucijsko računanje, lokalno iskanje, simulirano ohlajanje in tabu-iskanje. Metahevristične metode se lahko na splošno opišejo kot algoritmična ogrinja, ki se lahko uporabljajo pri različnih optimizacijskih problemih in zahtevajo relativno malo prilagoditev za reševanje posameznega

problema (Korošec, 2004). Razvrščanje metahevrstičnih algoritmov je odvisno od njihovih lastnosti in poteka algoritma za iskanje rešitev, kot so npr. algoritmi, navdihnjeni iz naravnih procesov, kamor spadajo tudi genetski algoritmi. Poleg klasičnih metahevrstičnih metod v zadnjem času prihajajo v ospredje tudi hiperhevrstične metode, ki poskušajo ohranjati čim večjo stopnjo splošnosti v optimizacijskem procesu in so se izkazale kot robustne metode optimizacije. V disertaciji bo uporabljen metahevrstični algoritem AMALGAM (angl. A meta-metaheuristic or multi-algorithm), ki bo opisan v poglavju 5.3.

5.2 Večkriterijska optimizacija na podlagi evolucijskega računanja

Za populacijske metode je značilno, da pri vsaki ponovitvi delujejo nad množico (tj. populacijo) rešitev, in ne nad eno samo rešitvijo. Končna učinkovitost algoritma je zelo odvisna od načina upravljanja populacije (Korošec, 2004). Metode evolucijskega računanja pa se uporabljajo za reševanje zahtevnih in obsežnih optimizacijskih problemov. Dandanes obstajajo številni algoritmi evolucijskega računanja, ki s svojimi specifičnimi lastnostmi pripomorejo k uspešnemu reševanju najrazličnejših nalog. Genetski algoritmi so eno od prvih optimizacijskih orodij, ki temeljijo na procesu simuliranja naravne evolucije (selekcije). Prvi avtor, ki je menil, da je proces evolucije in naravne selekcije učinkovito optimizacijsko orodje, je bil John Holland, ki je v sedemdesetih letih razvil prvo zasnovo genetskih algoritmov. Sledili so mu avtorji, ki so njegov pristop izboljšali in s tem potrdili njihovo smotrnost (Kapelan in sod., 2003). Podrobnejši opis genetskih algoritmov na področju načrtovanja vodooskrbnih sistemov vsebuje tudi slovenska literatura (Steinman in sod., 2001), (Banovec in sod. 2006).

Genetski algoritmi so v preteklih letih že dokazali svojo uporabnost na različnih znanstvenih področjih. Uporaba genetskih algoritmov na področju optimizacije cevovodnih sistemov je dobila pomembno vlogo tudi v optimiziranju različnih zastavljenih problemov. Ena od pomembnejših področij rabe genetskih algoritmov na področju vodooskrbnih sistemov je formulacija optimizacijskih problemov optimalnega načrtovanja, obratovanja in umerjanja vodooskrbnih sistemov. V zadnjih dveh desetletjih je bilo razvitih mnogo tipov genetskih algoritmov, ki se razlikujejo predvsem glede na vzpostavitev novih osebkov in zamenjavo starih med procesom evolucije. Najpogostejši tipi genetskih algoritmov uporabljajo neprekrivajoče se populacije kromosomov in so pogosto uporabljeni v kombinaciji z elitizmom. Prva lastnost pomeni, da se v vsaki generaciji celotna populacija kromosomov vzpostavi na novo. Ob vsaki generaciji se iz obstoječe populacije izberejo starševski kromosomi za razmnoževanje, ki v postopku križanja in mutiranja kromosomov zamenjajo celotno populacijo starševskih kromosomov in vzpostavijo populacijo njihovih potomcev. Ta proces se nadaljuje, dokler ni izpolnjen kriterij za prekinitev (ustavitev) genetskih algoritmov. Funkcija elitizma

pa je pomembna, da se iz generacije v generacijo prenaša kromosom (informacije), ki je bil v postopku evolucije najboljše ocenjen in je s tega stališča superioren nad ostalimi kromosomi. Če se funkcija elitizma ne uporablja, se lahko zgodi, da se v novo vzpostavljeno populacijo potomcev ne ohrani noben od najboljših kromosomov iz starševske populacije.

Če so kriteriji večkriterijske optimizacije med seboj konfliktni, obstaja več optimalnih rešitev. Ti primeri se rešujejo kot večkriterijski optimizacijski problemi, za katere so prav tako bili razviti algoritmi, ki uspešno in učinkovito najdejo nabor optimizacijskih parametrov ob izpolnjevanju kriterija, da je zagotovljena optimalna rešitev vsaj za eno ciljno funkcijo. Za ponazoritev delovanja in razumevanja metod evolucijskega računanja v postopkih večkriterijskega umerjanja bodo v nadaljevanju opisani mehanizmi, ki evolucijskemu računanju oziroma natančneje genetskim algoritmom omogočajo učinkovito iskanje in reševanje večkriterijskih problemov. Najpomembnejši mehanizmi in metode se nanašajo na: funkcije uspešnosti in robne pogoje, raznolikost populacije, izbor osebkov, elitizem in populacije ter evolucijske operatorje in kodiranje kromosomov.

5.2.1 Funkcija uspešnosti, raznolikost populacije in robni pogoji

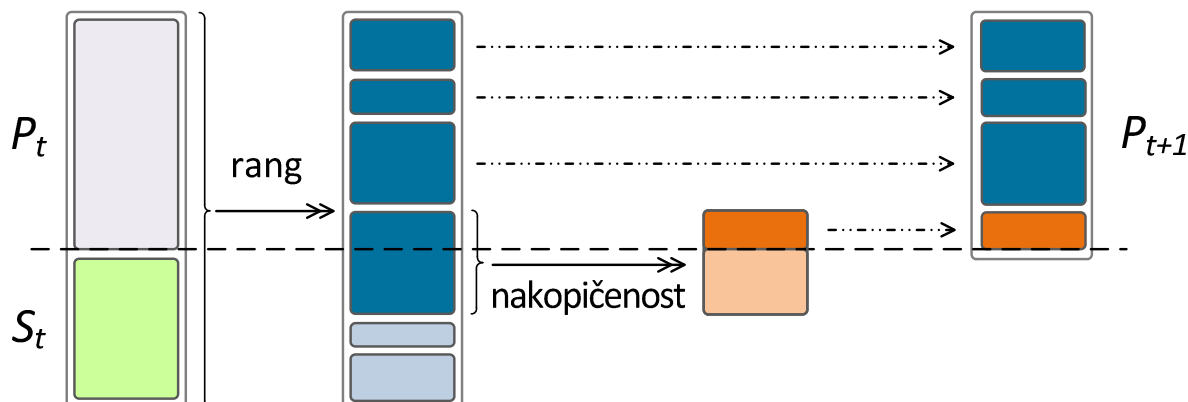
Za nadaljnje delo bo uporabljen NSGA-II, ki je elitistični evolucijski algoritem, ki osebkke razvršča glede na nedominirane fronte in glede na kopičenje osebkov znotraj ene nedominirane fronte. Torej algoritem najprej raziskuje globino prostora možnih rešitev in nato še širino prostora oziroma razpršenost osebkov. Določitev funkcije uspešnosti je primarni princip evolucijskega računanja, ki zagotavlja preživetje najuspešnejših osebkov.

V večkriterijskih pristopih dodeljevanje ocene uspešnosti posameznim osebkom temelji na strategiji Pareto dominacije, pri čemer se uspešnost osebkke določa glede na uspešnost vseh ostalih osebkov v populaciji. Metrika za določitev uspešnosti je podana s Pareto rangiranjem. Nedominirana fronta je podmnožica odločitvenih spremenljivk, ki ji je dodeljen rang glede na ostale podmnožice odločitvenih spremenljivk. Nedominirana fronta ranga 1 je enaka fronti Pareto optimalnih rešitev. Razvrščanju osebkov v nedominirane fronte sledi določitev metrike nakopičenosti, kjer se podobne rešitve znotraj iste nedominirane fronte ocenjujejo slabše, s čimer se daje prednost raznolikosti osebkov. Metrika nakopičenosti se pri NSGA-II določi s pomočjo normiranih dolžin vseh robov s skupnim vozliščem v hiperkocki, ki ga določajo osebki najbližji osebkki (glede na posamezne kriterije). Normiranje vrednosti metrike nakopičenosti je podano z razliko med najmanjšo in največjo rešitvijo k -te kriterijske funkcije f_k problema. Večje vrednosti metrike nakopičenosti pomenijo bolj osamljen osebek in posledično boljše rešitev z vidika raznolikosti populacije.

Rang osebka in metrika nakopičenosti, ki se označi z $y^1 \succsim^n y^2$, in se določita kot:

- $y_{rank}^1 < y_{rank}^2$ ali
- $y_{rank}^1 = y_{rank}^2$ in $y_{nakopičenost}^1 \geq y_{nakopičenost}^2$.

Za osebke istega ranga se zapiše $y^1 \succ^n y^2$, če velja $y^1 \succsim^n y^2$ in $y_{nakopičenost}^1 > y_{nakopičenost}^2$.



Slika 5.4 Razvrščanje osebkov glede na kriterija rang osebka in metriko nakopičenosti za izbor naslednje generacije (Deb, 2002)

Figure 5.4 Pareto optimal front and dominated solution of multi-objective optimization

Pri evolucijski optimizaciji se robni pogoji določajo prek kazenskih funkcij (angl. penalty function), ki se eksplicitno vključijo v postopku optimizacije. Njihova naloga je kaznovati oz. zmanjšati izračunano uspešnost osebkov, ki kršijo z robnimi pogoji določene kriterije. Ti kriteriji lahko vključujejo robne pogoje na odločitvenih spremenljivkah, npr. prekoračitev določenega parametra oziroma vrednosti posamezne ciljne funkcije (Kapelan, 2002). Formulacija kazenske funkcije se lahko poda v naslednji obliki:

$$p_f = \begin{cases} pc_1(d_{min} - d) & d < d_{min} \\ pc_2(d - d_{max}), \text{ če je} & d > d_{max} \\ 0 & d_{min} \leq d \leq d_{max} \end{cases}$$

kjer je d odločitvena spremenljivka, d_{min} in d_{max} njena minimalna in maksimalna robna pogoja, pc_1 in pc_2 pa utežna koeficienta kazenske funkcije. Uporabljena kazenska funkcija je neposredno merilo, ali se spremenljivka nahaja znotraj vnaprej določenega dopustnega prostora rešitev.

5.2.2 Izbor osebkov, elitizem in populacije

Po določitvi uspešnosti in raznolikosti osebkov v dani populaciji se za vsako generacijo izvaja izbor osebkov, ki bodo uporabljeni v procesu križanja in mutacije. V dani generaciji so nekateri osebki boljši, zato jim je dana večja možnost, da postanejo starševski osebki. Boljše ocenjeni starševski osebki imajo torej večjo verjetnost, da bodo izbrani (Goldberg, 1989). Dopustno pa je ohranjanje tudi slabše ocenjenih osebkov, ki se jim z manjšo verjetnostjo omogoči, da bi bili izbrani, saj so njihovi genotipi zanimivi za raznolikost nabora odločitvenih spremenljivk. Izključitev slabše ocenjenih osebkov bi lahko vodila v prehitro konvergenco, nato pa bi se rešitev lahko znašla v lokalnem ekstremu. Najpogostejše se pri izboru osebkov za mehanizme reprodukcije (tj. križanja) uporablja izmenjava genskega zapisa med dvema osebkom, čeprav je z matematičnega vidika mogoče tudi križanje med več starševskimi osebki. Najpogostejše metode izbora starševskih kromosomov so: bitno tekmovanje (angl. bit tournament: izbere se boljši osebek iz tekmovanja dveh naključno izbranih osebkov iz ene generacije), konstanten naključen izbor (angl. uniform random: popolnoma naključen izbor starševskih osebkov), pristransko rangiranje (angl. rang-biased: verjetnost izbora osebkov je sorazmerna rangi osebka v generaciji, kamor spada tudi znana metoda »ruletnega kolesa« (angl. roulette wheel)) (de Schaetzen, 2000).

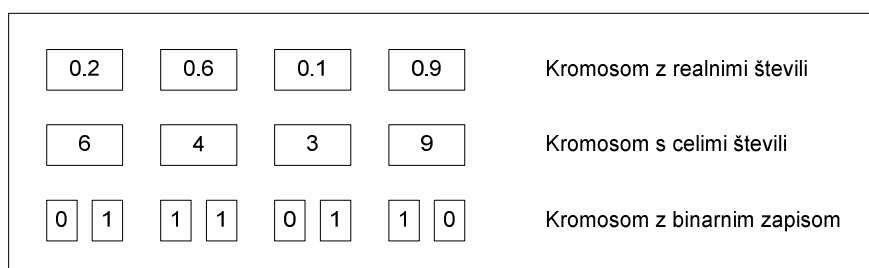
Algoritem NSGA-II uporablja kot metodo za izbor starševskih osebkov bitno tekmovanje, kjer je osebek z nižjim Pareto rangom izbran kot starševski osebek. Če imata osebka v bitnem tekmovanju enak rang, se preveri njuna metrika razpršenosti, kjer ima prednost osebek z večjo vrednostjo metrike. NSGA-II algoritem po izboru starševskih osebkov in njihove reprodukcije potomcev ponovno preveri Pareto rang in razpršenost združene populacije staršev in potomcev. Izbor najboljših osebkov iz nove populacije se določi na elitistični način, kjer se najprej izberejo vsi osebki Pareto ranga 1, nato jim sledijo osebki ranga 2 in tako naprej. Izbor osebkov iz zadnjega upoštevanega Pareto ranga, ki popolnoma nadomestijo velikost začetne starševske populacije, se opravi na podlagi kriterija razpršenosti, kjer imajo prednost izbora v novo generacijo osebki z večjo vrednostjo metrike nakopičenosti.

5.2.3 Kodiranje kromosomov, evolucijski operatorji in zaustavitveni pogoji

Izrazi, povezani z evolucijskimi algoritmi, izhajajo s področij računalništva in genetike. Dopustna rešitev določenega osebkov je podana z njegovim fenotipom. Vsakemu fenotipu ustreza določen genotip, ki predstavlja zapis odločitvenih spremenljivk osebkov. Pri genetskih algoritmih so genotipi določeni kot kromosomi, katerih sestavne enote so geni. Struktura kromosomov predstavlja niz genov oziroma odločitvenih (tj. optimizacijskih) spremenljivk, ki nosijo informacije o eni ali več lastnostih. Vsakemu genu, ki je sestavni del kromosoma, se lahko določi njegovo mesto v kromosomu, kar se

imenuje lokus oziroma gensko mesto, in vrednost gena, imenovana alel. Celotni skupek vseh lastnosti, ki so zapisane v kromosomu, se imenuje tudi gensko kodiranje oziroma genotip. Vsak kromosom predstavlja eno rešitev optimizacijskega problema, zato genetski algoritmi kot populacijska optimizacijska metoda uporabljajo nabore več kromosomov, ki predstavljajo populacijo. V procesu izbora kromosomov, njihovega križanja in mutiranja se ustvarjajo nove oblike kromosomov, katerih posamezna evolucijska razvojna stopnja se imenuje generacija.

Genetski algoritmi ponujajo več načinov kodiranja kromosomov, ki se razlikujejo glede na vrednosti, ki jih predstavljamo v genih. Najenostavnejši in prvi način, ki se je uveljavil v aplikacijah (Goldberg, 1989), je binarno kodiranje. Vrednosti v kromosomu so podane z binarnim zapisom 0 in 1, ki v nekodirani obliki predstavljajo rešitve optimizacijskega problema. Poleg binarnega kodiranja se danes vse pogosteje uporabljajo tudi drugi načini, kot na primer uporaba celih in realnih števil. Zapis vseh treh tipov kodiranja je prikazan na Slika 5.5, ki omogoča lažjo predstavbo, kako je kromosom sestavljen in kakšne vrednosti lahko nosi. Prikazani so kromosomi s štirimi geni.

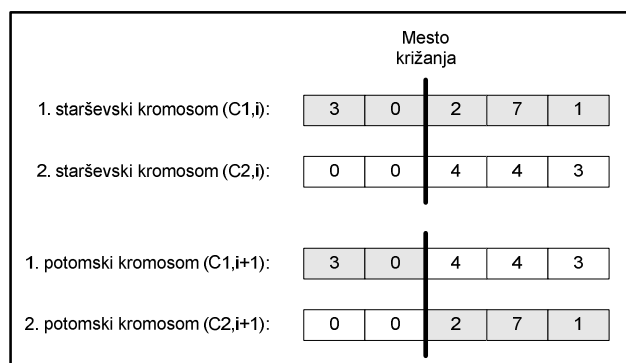


Slika 5.5 Vrste kodiranja osebkov pri evolucijskih optimizacijskih problemih

Figure 5.5 Coding types of individuals in evolutionary optimization problems

Pomembna lastnost, ki izhaja iz kodiranja optimizacijskih spremenljivk, je način predstavljanja vrednosti spremenljivk. Če se uporablja kodiranje s celimi in realnimi števili, vsaka vrednost ustreza eni spremenljivki, medtem ko lahko pri binarnem kodiranju ena ali več vrednosti genov predstavlja rešitev ene spremenljivke. Predstavitev osebkov je odvisna od problema, ki se rešuje, in od izbranega križanja ter mutacije. Operatorji in predstavitev spremenljivk morajo biti izbrani previdno, saj poljubna kombinacija le-teh ne zagotavlja konvergence algoritma.

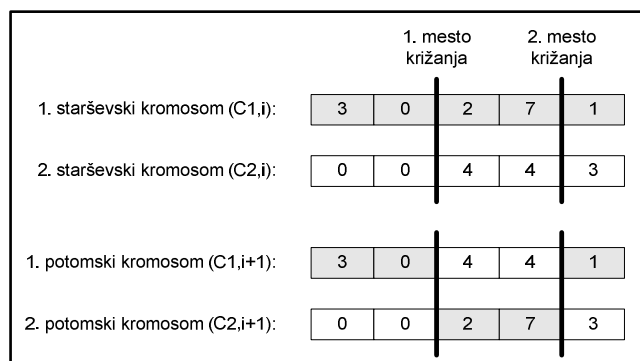
Po uspešno izvedenem izboru starševskih osebkov se izvede proces križanja, pri katerem se na predhodno izbranem mestu zamenjata dela kromosomov s svojimi genskimi informacijami in se ustvarita dva potomca. Poznanih je več načinov križanja, ki se razlikujejo po številu in načinu izbora mest zamenjave genskega materiala. Najenostavnejša metoda je zamenjava genskega materiala dveh starševskih kromosomov v eni naključno izbrani točki, kot prikazuje Slika 5.6.



Slika 5.6 Eno točkovno križanje starševskih osebkov in njihovi potomci

Figure 5.6 One point crossover of parent individuals and their offspring

Rezultat križanja sta torej dva potomca, ki se lahko bistveno razlikujeta od svojih starševskih kromosomov, kljub temu da imata oba potomca en identičen del genetskega materiala, prejetega od svojih staršev. V skrajnem primeru se lahko zgodi, da sta potomca enaka starševskim kromosomom, vendar le v primeru, če imata že starševska kromosoma enake genske lastnosti. Ta primer se lahko pojavi v zrelejšem obdobju evolucije. Slika 5.7 prikazuje primera križanja z dvotočkovnim križanjem starševskih osebkov in njihovih potomcev.

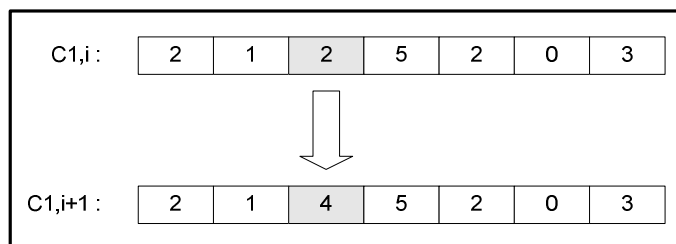


Slika 5.7 Dvotočkovno križanje starševskih osebkov in njihovi potomci

Figure 5.7 Two point crossover of parent individuals and their offspring

Drugi mehanizem spreminjanja populacije je mutacija, pri kateri se naključno izbranemu osebk naključno spremenijo vrednosti v posameznem genu (Slika 5.8). Mutacija je stohastični evolucijski operator, ki neki populaciji doda več raznolikih spremenljivk. Potomci, ki so nastali v procesu križanja, so torej produkt procesa mutacije. Iz nabora potomcev se naključno izbere osebek, ki bo podvržen mutaciji. Verjetnosti nastopa mutacije so zelo majhne in neodvisne od vrednosti funkcije uspešnosti potomcev.

Mutacija je dvostopenjski postopek, kjer se najprej izbere osebek iz nabora potomcev in nato naključno izbere lokacija zamenjave spremenljivke. Ključna razlika v primerjavi z operatorjem križanja je, da se pri mutaciji osebki ne ločujejo po njihovi uspešnosti. Za razliko od križanja pa mutacija tudi ne ustvarja novih potomcev, ampak le spreminja obstoječe. Operator mutacije je precej preprostejši od križanja. Pri izbiri operatorja mutacije in verjetnosti njenega nastopa je treba biti pazljiv, saj se lahko pojavi izguba konvergence algoritma.



Slika 5.8 Prikaz evolucijskega operatorja mutacije

Figure 5.8 Evolutionary mutation operator

Zadnja faza genetskih algoritmov se nanaša na vrednotenje zaustavitvenih pogojev, s katerimi se doseže prenehanje izvajanja iterativnega procesa optimizacije. Poznanih je več načinov oblikovanja zaustavitvenega pogoja:

- fiksno število generacij: ko je doseženo predpisano maksimalno število generacij,
- mejne vrednosti ciljne funkcije: ko je dosežena izbrana vrednost ciljne funkcije,
- konvergenca: ko se vrednosti ciljnih funkcij ne izboljšujejo več iz generacije v generacijo,
- čas izvajanja: ko se algoritem izvaja dlje kot čas, ki je bil izbran/določen.

5.2.4 Algoritem NSGA-II

Algoritem NSGA-II (angl. Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm) so razvili Deb in sod. (2000) za izboljšanje učinkovitosti NSGA algoritma. Jedro NSGA-II algoritma predstavlja razvrščanje rešitev glede na nedominantnost (angl. Fast Non-dominated Sorting Algorithm – FNSA), kjer se rešitve rangirajo po frontah, in glede na določevanje gostote rešitev v prostoru kriterijev. NSGA-II uporablja tudi princip elitizma, kjer se najboljše rešitve iz predhodne generacije prenesejo v trenutno računsko generacijo. Gostota rešitev na posameznih frontah se definira za vsako rešitev posebej s pomočjo metrike nakopičenosti. NSGA-II je učinkovit algoritem za večkriterijsko optimizacijo, katerega glavne prednosti so majhno število optimizacijskih parametrov in zelo učinkovit algoritem za sortiranje nedominiranih rešitev, zato še vedno pomeni enega najučinkovitejših in najbolj priljubljenih večkriterijskih optimizacijskih algoritmov.

Optimizacijski postopek je sestavljen iz vzpostavitve začetne populacije osebkov P_0 (inicializacije), razvrščanja osebkov glede na nedominiranost rešitev (selekcija) in ustvarjanja nove populacije osebkov R_t na podlagi križanja izbranih starševskih osebkov P_0 in njihovih potomcev Q_0 ter mutacije (rekombinacija). Po inicializaciji populacije P_0 se izvede križanje starševske populacije in ustvarjanje potomcev, ki skupaj tvorijo nabor $R_t \leftarrow P_t \cup Q_t$ osebkov. S pomočjo algoritma nedominiranega razvrščanja se osebki sortirajo po i frontah. Rešitve na prvi fronti predstavljajo nedominirane oziroma Pareto optimalne rešitve, ki jim je bil določen rang 1. Po postopku razvrščanja se osebkom določi še metrika nakopičenosti, ki predstavlja mero razpršenosti posameznih osebkov oziroma oddaljenosti med seboj po vseh kriterijih. Ocenjena oddaljenost med osebki je sekundarni kriterij pri izboru osebkov iz populacije nove generacije. Zaželena je čim večja razpršenost osebkov, kar pomeni višjo vrednost metrike nakopičenosti.

Z določitvijo ranga osebkov in metrike nakopičenosti se izberejo novi starševski osebki, ki bodo tvorili novo populacijo P_{t+1} . Izbor se opravi po vrstnem redu tako, da se najprej prenesejo osebki iz front z nižjih rangov, dokler ni doseženo število osebkov iz začetne populacije. Če katere od front ni bilo mogoče prenesti v celoti v novo generacijo (to so osebki enakega ranga), se uporabi sekundarni kriterij, tj. metrika nakopičenosti, prek katerega se izberejo osebki s čim večjo razpršenostjo. Nova populacija P_{t+1} postane starševska populacija, iz katere se z uporabo turnirske selekcije določijo osebki, ki so primerni za križanje.

Kriteriji, ki so uporabljeni za določitev boljšega starševskega osebkov v procesu turnirske selekcije, so enaki kot pri izboru osebkov za prehod v novo generacijo. Najprej se preverja rang fronte, na kateri se nahajata starševska osebka, in v primeru enakega ranga še kriterij metrike nakopičenosti. Zmagovalci turnirske selekcije si z mehanizmom križanja izmenjajo dele svojega zapisa rešitev in s tem se ustvarita dva nova potomca. Nova populacija potomcev Q_{t+1} je podvržena drugemu rekombinativnemu procesu, tj. mutaciji, kjer se naključno izbranemu potomcu spremeni vrednost v njegovem zapisu rešitev, pri čemer je verjetnost, da se pojavi mutacija, zelo majhna. Na ta način je vzpostavljen nov nabor osebkov $R_{t+1} \leftarrow P_{t+1} \cup Q_{t+1}$, ki se ponovno oceni s pomočjo algoritma nedominiranega razvrščanja (določitev fronte in metrike nakopičenosti osebkov). Iterativni proces se zaključi, ko je izpolnjen zaustavitveni kriterij. Algoritem 1 predstavlja psevdokodo algoritma NSGA-II.

Algoritem 1 NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II) (Deb, 2002)

Input: Vektor odločitvenih spremenljivk $\mathbf{x}$, velikost populacije N , število ciljnih funkcij M , vektor vrednosti ciljnih funkcij $\mathbf{y}$, maksimalno število generacij G_{max} .

```

1: Naključno se ustvari začetna populacija rešitev  $\mathbf{P}_0$  velikosti  $N$ .
2: Rangira in razvrsti se  $\mathbf{P}_0$  z nedominiranim razvrščanjem (FNISA algoritem)
3: Določi se metrika nakopičenosti za  $\mathbf{P}_0$ 
4: Ustvari se populacija potomcev  $\mathbf{Q}_0$  velikosti  $N$  iz  $\mathbf{P}_0$  (izbor osebkov, križanje, mutacija)
5:  $t \leftarrow 0$ 
6: while  $t < G_{max}$  do
7:    $\mathbf{R}_t \leftarrow \mathbf{P}_t \cup \mathbf{Q}_t$ 
8:   Nedominirano razvrščanje  $\mathbf{R}_t$  v fronte  $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots)$ 
9:    $\mathbf{P}_{t+1} \leftarrow \emptyset$  in  $i \leftarrow 0$ 
10:  while  $|\mathbf{P}_{t+1}| < N$  do
11:    if  $|\mathcal{F}_i| + |\mathbf{P}_{t+1}| \leq N$  then
12:       $\mathbf{P}_{t+1} \leftarrow \mathbf{P}_{t+1} \cup \mathcal{F}_i$ 
13:    else if  $|\mathcal{F}_i| + |\mathbf{P}_{t+1}| > N$  then
14:      Določi se metrika nakopičenosti za  $\mathcal{F}_i$ 
15:      Razvrsti se  $\mathcal{F}_i$  padajoče glede na metriko nakopičenosti
16:       $\mathbf{P}_{t+1} \leftarrow \mathbf{P}_{t+1} \cup \{\text{prvi } (N - |\mathbf{P}_{t+1}|) \text{ elementi } \mathcal{F}_i\}$ 
17:    end if
18:     $i \leftarrow i + 1$ 
19:  end while
20:  Določi se metrika nakopičenosti za vsak  $x \in \mathbf{P}_{t+1}$ 
21:  Ustvari  $\mathbf{Q}_{t+1}$  velikosti  $N$  iz  $\mathbf{P}_{t+1}$  (izbor osebkov, križanje, mutacija)
22:   $t \leftarrow t + 1$ 
23: end while
24:  $\mathbf{A}^* = \mathbf{P}_{G_{max}}$ 

```

Output: Aproksimacija nabora Pareto optimalnih rešitev $\mathbf{A}^*$.

Genetski algoritmi so pogosto opisani kot (celostna) stohastična metoda, ki se posebej dobro izkaže pri reševanju velikih in kompleksnih problemov z mnogimi lokalnimi minimumi in maksimumi, in so se izkazali kot orodje, ki skoraj vedno najde rešitve blizu optimalnih rezultatov (Savic in Walters, 1997). Seveda pa tudi najboljša orodja niso brez napak, zato moramo poznati prednosti in pomanjkljivosti vsake metode.

5.3 Metahevristični algoritem – AMALGAM

Metahevristične metode so visokonivojske strategije za raziskovanje prostora iskanih rešitev z uporabo različnih metod. Ključni značilnosti metahevrističnih metod sta dinamično ravnotežje med preiskovanjem (angl. exploration) ter izkoriščanjem (angl. exploitation). Prvi izraz se nanaša na preiskovanje prostora iskanih rešitev in hitrost premikanja po njem, medtem ko drugi izraz predstavlja izkoriščanje informacij pridobljenih z že preiskanih območij. Izkoriščanje teh informacij namreč vodi iteracije preiskovanja, ki iskanje osredotoča predvsem na neka manjša območja, ki so že dajala visokokakovostne rešitve. Doseganje ravnotežja med preiskovanjem in izkoriščanjem je zelo pomembno, saj vpliva na uspešnost in učinkovitost optimizacijskega algoritma (Korošec, 2004). Omogoča, da lahko v iskalnem prostoru hitro najdemo območja z visokokakovostnimi rešitvami in ne zapravljamo časa na že preiskanih območjih, ki ne dajejo oz. ne obetajo visokokakovostnih rešitev.

Vrugt in Robinson (2007) sta predlagala nov pristop za reševanje večkriterijskih optimizacijskih problemov z algoritmom AMALGAM (angl. A Multialgorithm Genetically Adaptive Multiobjective Method). Ta algoritem združuje pristopa simultane iskanja rešitev z več metodami in samo prilagoditvenega koncepta ustvarjanja potomcev, s čimer se zagotovi zanesljiv in računsko učinkovit pristop za reševanje večkriterijskih optimizacijskih problemov. AMALGAM je generični meta-algoritmični okvir, v katerega se lahko vključi več podalgoritmov. Znotraj enega splošnega optimizacijskega okvira se uporabljajo različne optimizacijske metode, ki sočasno uporabljajo nabor N osebkov za razvoj populacije in iskanje Pareto optimalnih rešitev. Udeležba posameznih optimizacijskih metod v času razvoja generacij se prilagaja glede na vrednost uspešnih reprodukcij posameznih algoritmov. Algoritmi, katerih potomci uspešno prehajajo v naslednjo generacijo, imajo prednost pri procesu selekcije in rekombinacije. AMALGAM torej podaja okvir, znotraj katerega je omogočena globalna izmenjava informacij, kar pomeni, da ima vsak algoritem v celotnem času izvajanja optimizacije dostop do osebkov in s tem možnost ustvarjanja potomcev. Ključna ideja, ki jo vsebuje algoritem AMALGAM, je povezovanje in izkoriščanje dobrih lastnosti posameznih metahevrističnih metod, kar naj bi zagotavljajo robustnejše iskanje rešitev, kot bi jih imel vsak posamezni algoritem sam.

AMALGAMov generični meta-algoritmični okvir temelji na NSGA-II algoritmu (Deb in sod., 2002), od katerega si izposoja koncept uspešnosti glede na Pareto rang, metrike nakopičenosti, algoritem hitrega nedominiranega razvrščanja (angl. Fast Non-Dominated Sorting Algorithm) in elitizma. Osnovni metahevristični algoritmi, ki sta jih uporabila avtorja (Vrugt in Robinson, 2007), so bili: NSGA-II, prilagodljiv Metropolis algoritem (angl. Adaptive Metropolis, Haario in sod., 2001), optimizacija z rojem delcev (angl. Particle Swarm Optimization) in algoritem diferencialne evolucije

(angl. Differential Evolution). Avtorja v svojem članku navajata rezultate, ki za znane sintetične zvezne optimizacijske probleme iz literature prikazujejo do desetkratno izboljšanje učinkovitosti algoritma glede na uporabo vsakega algoritma posamezno. Pomembna lastnost, ki jo ponuja generični meta-algoritmčni okvir, je tudi ta, da se lahko vključijo tudi druge optimizacijske metode, s čimer se optimizacijskemu problemu ustrezno prilagodi nabor algoritmov.

Metahevristični algoritem AMALGAM najprej inicializira rešitve odločitvenih spremenljivk populacije $\mathbf{P}_0$ velikosti N , za katero je uporabljena metoda stratificiranega vzorčenja LHS (angl. Latin Hypercube Samplig), za katero je značilno, da zelo dobro generira slučajne spremenljivke v vzorcu z enakomerno porazdelitvijo na intervalu (0,1) (Camacho in Martin, 2013). V naslednjem koraku se populacija osebkov rangira z algoritmom nedominiranega razvrščanja, ki vsakemu osebk priredi rang Pareto fronte. Vsak od k podalgoritmov nato generira N/k potomcev, ki tvorijo novo populacijo potomcev $\mathbf{Q}_0$. Algoritem se nadaljuje z iterativnim postopkom iskanja optimalnih rešitev do izpolnitve zaustavitvenega kriterija maksimalnega števila iteracij G_{max} . V iterativnem postopku se zaporedno vzpostavljajo populacije starševskih osebkov in potomcev $\mathbf{R}_t \leftarrow \mathbf{P}_t \cup \mathbf{Q}_t$, iz katerih se izbirajo najprimernejše rešitve za oblikovanje nove populacije. Ponovno se pri izboru osebkov upoštevajo na novo določene vrednosti Pareto ranga in metrike nakopičenosti, ki jih prispeva algoritem nedominiranega razvrščanja. Pri izboru N osebkov iz populacije $\mathbf{R}_t$ se najprej upoštevajo osebki z rangom $\mathcal{F}_1$ ter nadaljuje vse do ranga $\mathcal{F}_i$, v katerem lahko nastopi selekcija preostalih osebkov, ki bodo dopolnili populacijo do števila N . Izbor osebkov znotraj istega ranga $\mathcal{F}_i$ se opravi na podlagi kriterija metrike nakopičenosti, ki določa, da se izberejo le prvi $N - |\mathbf{P}_{t+1}|$ osebki iz $\mathcal{F}_i$, ki izkazujejo večjo razpršenost. V okviru tega postopka je zagotovljen tudi princip elitizma, saj se vedno v naslednjo generacijo prenesejo nedominirani osebki z rangom $\mathcal{F}_1$, ki so najboljše trenutne rešitve v iteraciji.

V naslednjem koraku metahevristični algoritem AMALGAM opravi vrednotenje posameznih podalgoritmov na osnovi njihovega doprinosa h generiranju nove populacije osebkov $\mathbf{P}_{t+1}$. Kriterij, ki ocenjuje doprinos k razvoju optimalnih rešitev, določa, da se vodi evidenca osebkov S_{t+1}^j podalgoritmov j , ki jim je uspelo priti v naslednjo generacijo osebkov $\mathbf{P}_{t+1}$. Razmerje med izbranimi osebki S_{t+1}^j podalgoritma j in njegovim skupnim številom potomcev N_t^j , ki jih je v generaciji t ustvaril, ter razmerje celotnega števila izbranih osebkov S_{t+1}^h/N_t^h vseh k podalgoritmov določa, da posamezni podalgoritem j v naslednjem procesu selekcije sodeluje z N_{t+1}^j potomci. Uporaba algoritma AMALGAM predvideva, da je minimalno število generiranja potomcev $N_t^j = 5$, ne glede na učinek in doprinos, ki ga ima podalgoritem za izboljšanje rešitev optimizacijskega procesa (Vrugt in Robinson, 2007). S tem se zagotovi, da noben podalgoritem ne postane neaktiven in da lahko v zrelejši fazi

optimizacije morebitno ponovno prispeva k izboljšanju optimizacijskega procesa. Na podlagi združitve potomcev N_{t+1}^j vsakega od podalgoritmov $j = 1, \dots, k$ se vzpostavi nabor Q_{t+1} potomcev, ki se združijo v nabor $R_t \leftarrow P_t \cup Q_t$ osebkov. Iterativni postopek se izvaja do izpolnitve zaustavitvenega kriterija G_{max} . Algoritem 2 predstavlja psevdokodo metahevrstičnega algoritma AMALGAM.

Algoritem 2 AMALGAM (Vrugt in Robinson, 2007)

Input: Vektor odločitvenih spremenljivk x , velikost populacije N , število ciljnih funkcij M , vektor vrednosti ciljnih funkcij y , maksimalno število generacij G_{max} .

```

1: Naključno se ustvari začetna populacija rešitev  $P_0$  velikosti  $N$  z uporabo LHS
2: Rangira in razvrsti se  $P_0$  z nedominiranim razvrščanjem (FNSEA algoritem)
3: Ustvari se populacija  $Q_0$  z uporabo  $k$  podalgoritmov, kjer vsak prispeva  $N/k$  potomcev
4:  $t \leftarrow 0$ 
5: while  $t < G_{max}$  do
6:    $R_t \leftarrow P_t \cup Q_t$ 
7:   Nedominirano razvrščanje  $R_t$  v fronte  $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots)$ 
8:    $P_{t+1} \leftarrow \emptyset$  in  $i \leftarrow 0$ 
9:   while  $|P_{t+1}| < N$  do
10:    if  $|\mathcal{F}_i| + |P_{t+1}| \leq N$  then
11:       $P_{t+1} \leftarrow P_{t+1} \cup \mathcal{F}_i$ 
12:    else if  $|\mathcal{F}_i| + |P_{t+1}| > N$  then
13:      Določi se metrika nakopičenosti za  $\mathcal{F}_i$ 
14:      Razvrsti se  $\mathcal{F}_i$  padajoče glede na metriko nakopičenosti
15:       $P_{t+1} \leftarrow P_{t+1} \cup \{\text{prvi } (N - |P_{t+1}|) \text{ elementi } \mathcal{F}_i\}$ 
16:    end if
17:     $i \leftarrow i + 1$ 
18:  end while
19:  Določi se metrika nakopičenosti za vsak  $x \in P_{t+1}$ 
20:  Določi se število potomcev  $S_{t+1}^j$ , ki jih je vsak podalgoritem  $j$  prispeval k  $P_{t+1}$ 
21:   $j \leftarrow 1$ 
22:  while  $j \leq k$ 
23:    Določi  $N_{t+1}^j = N(S_{t+1}^j/N_t^j)/\sum_{h=1}^k S_{t+1}^h/N_t^h$ 
24:     $j \leftarrow j + 1$ 
25:  end while

```

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Algoritma 2

26: Ustvari se $\mathbf{Q}_{t+1}$ z vzpostavitvijo N_{t+1}^j potomcev z vsakim algoritmom $j = 1, \dots, k$

27: $t \leftarrow t + 1$

28: **end while**

29: $\mathbf{A}^* = \mathbf{P}_{G_{max}}$

Output: Aproksimacija nabora Pareto optimalnih rešitev $\mathbf{A}^*$.

5.4 Metode Monte Carlo z Markovskimi verigami

Metode Monte Carlo z Markovskimi verigami (angl. Markov Chain Monte Carlo methods) so metode vzorčenja posteriorne porazdelitve $p(\theta|\tilde{y})$ (enačba (3.25)), ki se uporabljajo pri izvajanju različnih Bayesovih statističnih pristopov. Izhodišče metode Monte Carlo z Markovskimi verigami (MCMC) je definiranje Markovske verige, ki predstavlja stohastični proces, pri čemer je porazdelitev stanja $\mathbf{x}'_t$ glede na že vzorčena stanja $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{t-1}$, odvisna le od predhodnega stanja $\mathbf{x}_{t-1}$. To trditev je mogoče podati z naslednjim izrazom:

$$P(\mathbf{x}'_t|\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{t-1}) = P(\mathbf{x}'_t|\mathbf{x}_{t-1}) = q(\mathbf{x}'_t|\mathbf{x}_{t-1}) \quad (5.1)$$

in predstavlja ključno lastnost Markovske verige. Verjetnostna porazdelitev trenutnega stanja $\mathbf{x}'_t$; $t \geq 0$, $q(\mathbf{x}'_t = j|\mathbf{x}_{t-1} = i)$, se imenuje verjetnost prehoda (angl. transition probability), kjer je $\mathbf{x}$ predhodno in $\mathbf{x}'$ novo stanje v Markovski verigi. Ob predpostavki, da je verjetnost prehoda neodvisna od časa t , se Markovska veriga obravnava kot časovno homogena. Na podlagi izhodiščne verjetnosti $P(\mathbf{x}_0) = \pi_o(\mathbf{x})$ in uporabe verjetnosti prehoda $q(\mathbf{x}'_t = j|\mathbf{x}_{t-1} = i)$ se Markovski verigi lahko za poljubno izbran čas t določi stanje na naslednji način:

$$\pi_t(\mathbf{x}') = \sum_{\mathbf{x}} \pi_{t-1}(\mathbf{x}) q(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}') \quad \text{za vse } \mathbf{x}' \quad (5.2)$$

Lastnost Markovskih verig, ki se izkoriščajo v MCMC algoritmi, je, da ob napredovanju časa Markovska veriga navsezadnje pozabi na svoje izhodiščno stanje $\mathbf{x}_0$ in verjetnostno porazdelitev $\pi_o(\mathbf{x})$ ter konvergira k stacionarni porazdelitvi $\pi(\mathbf{x})$ (angl. stationary distribution), tj. ko gre čas $t \rightarrow \infty$, Markovska veriga konvergira k stacionarni porazdelitvi. Ob tem morajo za Markovske verige veljati naslednji pogoji:

- nerazcepnost (vsa stanja v Markovski verigi so med seboj povezana, kar pomeni, da lahko veriga preide iz kateregakoli stanja v katerokoli drugo stanje in nazaj) in
- acikličnost (stanja v Markovski verigi niso periodična in imajo periodo 1, kar pomeni, da se veriga v že obiskana stanja ne vrača v periodičnih korakih).

Markovska veriga, ki izpolnjuje kriterije stacionarnosti, nerazcepnosti in acikličnosti, je ergodična. Ergodičnost je zadosten pogoj za obstoj stacionarne porazdelitve $\pi(\mathbf{x})$, ki je neodvisna od izhodiščne porazdelitve začetnega stanja.

Zadostni pogoj za obstoj stacionarne porazdelitve $\pi(\mathbf{x})$ je izpolnjevanje enačbe podrobnega ravnotežja (angl. detailed balance equation):

$$\pi(\mathbf{x})q(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}') = \pi(\mathbf{x}')q(\mathbf{x}' \rightarrow \mathbf{x}) \quad \text{za vse } \mathbf{x} \text{ in } \mathbf{x}' \quad (5.3)$$

Obstoj podrobnega ravnotežja pomeni hkrati obstoj stacionarnosti, kar se lahko preveri s seštevanjem vseh stanj:

$$\sum_{\mathbf{x}} \pi(\mathbf{x})q(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}') = \sum_{\mathbf{x}} \pi(\mathbf{x}')q(\mathbf{x}' \rightarrow \mathbf{x}) = \pi(\mathbf{x}') \sum_{\mathbf{x}} q(\mathbf{x}' \rightarrow \mathbf{x}) = \pi(\mathbf{x}') \quad (5.4)$$

Metode (MCMC), ki iterativno simulirajo porazdelitev π , morajo zagotoviti ergodičnost Markovskih verig, katerih končna porazdelitev π je stacionarna. Ena najstarejših in najbolj popularnih metod Monte Carlo z Markovskimi verigami (MCMC) je algoritem Metropolis-Hastings (Metropolis in sod., 1953), (Hastings, 1970), ki omogoča vzorčenje večdimenzionalnih posteriornih porazdelitev najzahtevnejših problemov. Algoritem Metropolis-Hastings je bil pogosto uporabljen na področju fizike, preden so ga začeli uporabljati tudi na področju statistike (Tierney, 1994) in kasneje še na mnogo drugih področjih. Obstaja veliko variacij algoritma Metropolis-Hastings, predstavljen pa bo osnovnejši algoritem za določitev ciljne porazdelitve $\pi(\mathbf{x})$ (Richey, 2010).

Algoritem Metropolis-Hastings je MCMC metoda, ki ustvari nerazcepne in aciklične Markovske verige, katerih stacionarna porazdelitev je enaka posteriorni porazdelitvi iskanega problema. Hastings (1970) je osnovni Metropolis algoritem razširil, kar je omogočalo, da verjetnost prehoda (enačba (5.3)) ne zahteva več simetrične porazdelitve, ampak omogoča uporabo nesimetrične porazdelitve verjetnosti prehoda, tj. $q(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}') \neq q(\mathbf{x}' \rightarrow \mathbf{x})$, pri čemer verjetnost prehoda v predlagano novo stanje $q(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}')$ nima enake verjetnosti kot verjetnost prehoda iz $q(\mathbf{x}' \rightarrow \mathbf{x})$. Ob predpostavki, da je cilj algoritma Metropolis-Hastings raziskovanje posteriorne porazdelitve $p(\theta|\tilde{y})$ v smislu Bayesovega sklepanja, se

na začetku algoritma inicializira izhodiščno stanje $\mathbf{x}_0$ in vzpostavi pravilo za vzorčenje v časovnem koraku t , pri čemer se predpostavlja, da je vrednost stanja $\mathbf{x}'_t$ odvisna od vrednosti stanja v Markovski verigi $\mathbf{x}_{t-1}$. To pravilo je sestavljeno iz predlagane porazdelitve, ki generira nova (predlagana) stanja $\mathbf{x}'_t$ in izračuna stopnje sprejetja. Predlagano novo stanje $\mathbf{x}_t$ v Markovski verigi je sprejeto ali zavrženo glede na verjetnost:

$$\mathbf{x}'_t = \begin{cases} \mathbf{x}'_t & \text{z verjetnostjo } \alpha(\mathbf{x}'_t, \mathbf{x}_{t-1}) \\ \mathbf{x}_{t-1} & \text{z verjetnostjo } 1 - \alpha(\mathbf{x}'_t, \mathbf{x}_{t-1}) \end{cases} \quad (5.5)$$

pri čemer je:

$$\alpha(\mathbf{x}'_t, \mathbf{x}_{t-1}) = \min \left\{ \frac{\pi(\mathbf{x}'_t)q(\mathbf{x}'_t \rightarrow \mathbf{x}_{t-1})}{\pi(\mathbf{x}_{t-1})q(\mathbf{x}_{t-1} \rightarrow \mathbf{x}'_t)}, 1 \right\} \quad (5.6)$$

Če predlagano novo stanje $\mathbf{x}'_t$ ni sprejeto, se Markovska veriga ne spremeni $\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_{t-1}$. Algoritem 3 predstavlja psevdokodo algoritma Metropolis-Hastings.

Algoritem 3 Metropolis-Hastings algoritem (Metropolis in sod., 1953), (Albert, 2007)

Input: Velikost populacije N , maksimalno število iteracij n .

```

1: Naključno ustvari začetno stanje populacije rešitev  $\mathbf{P}_0$  velikosti  $N$  z uporabo LHS
2:  $t \leftarrow 0$ 
3: while  $t < n$  do
4:   Ustvari predlog novega stanja  $\mathbf{x}'_t \sim \pi(\mathbf{x}'_t)q(\mathbf{x}'_t \rightarrow \mathbf{x}_{t-1})$ 
5:   Ustvari naključno število  $u \sim \mathcal{U}[0,1]$ 
6:   Določi  $\alpha(\mathbf{x}'_t, \mathbf{x}_{t-1}) = \frac{\pi(\mathbf{x}'_t)q(\mathbf{x}'_t \rightarrow \mathbf{x}_{t-1})}{\pi(\mathbf{x}_{t-1})q(\mathbf{x}_{t-1} \rightarrow \mathbf{x}'_t)}$ 
7:   if  $u < \min(\alpha(\mathbf{x}'_t, \mathbf{x}_{t-1}), 1)$  do
8:      $\mathbf{x}_t = \mathbf{x}'_t$ 
9:   else
10:     $\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_{t-1}$ 
11:   end
12: end

```

Output: Nov vektor vrednosti $\mathbf{X}$.

5.4.1 Algoritem DREAM_(zs)

Metode Monte Carlo z Markovskimi verigami (MCMC) so široko uporabni simulacijski algoritmi, ki svojo uporabnost izkazujejo predvsem pri najzahtevnejših problemih, kot so umerjanje, ocena negotovosti in tveganj. Teoretično in v numeričnih eksperimentih je bilo dokazano, da MCMC metode limitirajo v stacionarni posteriorni porazdelitvi. Kompromis med izredno uporabnostjo MCMC metod in njihovo počasno konvergenco ter s tem velikim računskim časom je v preteklosti metode MCMC uvrščal med manj uporabljene simulacijske algoritme. Ključni problem izvira iz slabo ocenjene predhodne porazdelitve verjetnosti prehoda $q(\mathbf{x}' \rightarrow \mathbf{x})$, ki generira nove predloge stanj, zaradi česar algoritem potrebuje veliko število iteracij, da limitira proti stacionarni porazdelitvi.

V preteklih letih je bil z razvojem strojne opreme in novih MCMC shem dosežen razvoj, ki omogoča uporabo MCMC algoritmov širšemu naboru aplikacij. Avtorji Vrugt in sod. (2008) in Vrugt in sod. (2009a) so predstavili nove sheme MCMC metod, ki bistveno izboljšajo učinkovitost MCMC simulacij. Predstavili so MCMC metodo, ki uporablja strategijo samoprilagoditvenega diferencirano evolucijskega učenja (angl. self-adaptive differential evolution learning strategy) znotraj populacijsko evolucijskega okvirja (angl. population-based evolutionary framework).

Predstavljeno MCMC metodo so poimenovali diferencirano evolucijsko prilagodljiv Metropolis (angl. Differential Evolution Adaptive Metropolis (DREAM)) algoritem. DREAM algoritem je zelo učinkovita MCMC metoda, ki uporablja več vzporednih Markovskih verig za globalno raziskovanje ciljne posteriorne porazdelitve in med iskanjem rešitev avtomatsko prilagaja obseg in orientacijo predlagane porazdelitve verjetnosti prehoda $q(\mathbf{x}' \rightarrow \mathbf{x})$ v naključno izbrana podobmočja. DREAM algoritem je prilagoditev MCMC sheme DE-MC (angl. Differential Evolution Markov Chain) (ter Braak in Vrugt, 2008) in SCEM-UA (angl. Shuffled Complex Evolutionary Metropolis) (Vrugt in sod., 2003), ki se je izkazal za zelo učinkovit algoritem v primerjavi z drugimi prilagodljivimi MCMC shemami, kar je bilo potrjeno s študijami na kompleksnih, multimodalnih in multidimenzionalnih primerih (Vrugt in sod., 2008), (Huisman in sod., 2010).

Algoritem DREAM vzorči ciljno porazdelitev z N različnimi paralelnimi Markovskimi verigami, katerih stanje $\pi(\mathbf{x})$ se določa na podlagi d -dimenzionalnega vektorja $\mathbf{x}$. V vsaki generaciji je za N Markovskih verig definirana populacija $\mathbf{X}$, ki je matrika dimenzije $N \times d$. Prehodi v predlagana nova stanja za vsako verigo $i = \{1, \dots, N\}$ se zgodijo s tem, da se določi fiksni količnik, ki je razlika med dvema naključno izbranimi verigama iz populacije $\mathbf{X}$ z indeksoma r_1 in r_2 ($r_1 \neq r_2 \neq i$):

$$\mathbf{z}^i = \mathbf{x}^i + (\mathbf{1}_d + \mathbf{e}_d)\gamma(\delta, d') \left[\sum_{j=1}^{\delta} \mathbf{x}^{r_1(j)} - \sum_{j=1}^{\delta} \mathbf{x}^{r_2(j)} \right] + \boldsymbol{\epsilon}_d \quad (5.7)$$

kjer je γ uporabniško določen faktor prehoda, $\mathbf{e}_d$ in $\boldsymbol{\epsilon}_d$ sta naključni števili iz simetrične d -dimenzionalne porazdelitve, ki določata orientacijo prehoda. Vrednost γ se določi z izrazom $\gamma = 2.4/\sqrt{2d}$. Predlog novega stanja se generira vzporedno med dvema verigama, pri čemer se stanji r_1 in r_2 preslikata na vzporedno drugo verigo. Vsako 10. generacijo se predpostavi vrednost $\gamma = 1$, kar omogoča prehode med različnimi modusi porazdelitve. Določitev vektorja $\mathbf{z}^i$ vsebuje informacije o obsegu in orientaciji ciljne porazdelitve $\pi(\mathbf{x}|\cdot)$. Predlagano novo stanje se sprejme ali zavrže z določitvijo Metropolis razmerja:

$$\alpha(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{z}) = \min \left[\frac{\pi(\mathbf{z}^i|\cdot)}{\pi(\mathbf{x}_{t-1}^i|\cdot)}, 1 \right] \quad (5.8)$$

ki je hkrati tudi kriterij za obstoj Markovske verige, katere stacionarna porazdelitev je hkrati tudi posteriorna porazdelitev. V posameznih Markovskih verigah so stanja $\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^N$ med generacijami neodvisna, kar posledično pomeni, da je tudi algoritem DREAM neodvisen od svojega izhodiščnega stanja. Po dobi ogrevanja (angl. burn-in) se konvergenca algoritma lahko preverja prek Gelman in Rubinove (1992) konvergenčne statistike $\hat{R}_j$. Algoritem DREAM potrebuje od $N = d/2$ do $N = 2d$ paralelnih Markovskih verig, kar lahko pomeni vir neučinkovitosti algoritma. Zmanjšanje števila verig in s tem števila simulacij je doseženo z vzorčenjem predlogov novih stanj iz preteklih že vzorčenih stanj (enačba (5.7)) (ter Braak in Vrugt, 2008).

Prednost, ki jo prinaša vzorčenje iz preteklih stanj, je v manjšem številu paralelnih Markovskih verig $N = 3 - 5$, katere lahko učinkovito rešujejo multidimenzionalne probleme z $d = 50 - 100$ (Vrugt in sod., 2009). Ta lastnost skrajšuje dobo ogrevanja in zmanjšuje število evalvacij, da algoritem konvergira v stacionarno porazdelitev. Nadgradnja algoritma, poimenovana DREAM_(ZS), periodično shranjuje stanja v verigah v matriko M , katere velikost linearno narašča s številom generacij. Ta prilagoditev omogoča, da algoritem hitreje konvergira k stacionarni porazdelitvi. Dodatno je v algoritmu DREAM_(ZS) vključena še shema »snooker update«, ki povečuje razpršenost predlogov stanj, ki jih generira vzorčenje iz preteklih stanj. Algoritem 4 podaja psevdokodo algoritma DREAM_(ZS).

Algoritem 4 DREAM_(ZS) algoritem (Vrugt in sod., 2009) (Laloy in Vrugt, 2012)

Input: Velikost populacije N , število paralelnih verig d , maksimalno število generacij m .

1: Naključno ustvari začetno populacijo stanj $[\mathbf{X}_t; t = 0]$ velikosti $N \times d$ iz apriorne porazdelitve

2: Izračunaj $\pi(\mathbf{x}^i)$

3: $M \leftarrow M_0$

4: **for** $m \leftarrow 1, \dots, T$ **do** (evalvacija populacij)

5: **for** $i \leftarrow 1, \dots, N$ **do** (evalvacija Markovskih verig)

6: Ustvari paralelne predloge novih stanj

$$\mathbf{z}^i = \mathbf{x}^i + (\mathbf{1}_d + \mathbf{e}_d)\gamma(\delta, d') \left[\sum_{j=1}^{\delta} \mathbf{z}^{r_1(j)} - \sum_{j=1}^{\delta} \mathbf{z}^{r_2(j)} \right] + \epsilon_d$$

..7: Zamenjaj paralelne predloge $\mathbf{z}_j^i$ z $\mathbf{x}_j^i$

$$z_j^i = \begin{cases} x_j^i & \text{če je } U \leq 1 - CR, d' = d' - 1 \\ z_j^i & \text{drugače} \end{cases}$$

..8: Izračunaj $\pi(\mathbf{z}^i)$

..9: Ustvari naključno število $u \sim \mathcal{U}[0,1]$

10: Določi $\alpha(\mathbf{x}^i, \mathbf{z}^i) = \min \left\{ \frac{\pi(\mathbf{z}^i)}{\pi(\mathbf{x}^i)}, 1 \right\}$

11: **if** $u < \min(\alpha(\mathbf{x}^i, \mathbf{z}^i), 1)$ **do**

12: $\mathbf{x}^i = \mathbf{z}^i$

13: **else**

14: $\mathbf{x}^i = \mathbf{x}^i$

15: **end**

16: **end** (evalvacija Markovskih verig)

17: **end** (evalvacija populacije)

18: Prevedi $\mathbf{X}$ v $\mathbf{Z}$ po K evalvacijah

19: $M \leftarrow M + N$

20: Izračunaj Gelman in Rubin konvergenčno statistiko $\hat{R}_j$ za zadnjih 50 % stanj v vsaki verigi

21: **if** $\hat{R}_j \leq 1.2$

22: Nadaljuj s korakom 26

23: **else**

24: Pojdi v korak 4 (evalvacija populacij)

25: **end**

26: Ustvari posteriorno porazdelitev iz $\mathbf{Z}$ po odstranitvi izhodiščnih stanj in dobi ogrevanja

Output: Nov vektor vrednosti $\mathbf{Z}$.

6 PRIMER 1: HIPOTETIČNI HIDRAVLIČNI MODEL VODOOSKRBNEGA SISTEMA

V nalogi razviti in doslej prikazani teoretični pristopi za umerjanje hidravličnih modelov cevovodnih sistemov bodo najprej preizkušeni na primeru izmišljenega vodooskrbnega sistema za naselje Anytown. Gre za konceptualno zamišljen sistem s ključnimi gradniki, ki je bil objavljen v preglednem članku z naslovom »Battle of the Network Models: Epilogue«, z namenom, da bi avtorji članka lahko na istem, dovolj enostavnem sistemu preverjali različne vrste optimizacijskih modelov za določitev najprimernejših ukrepov za rehabilitacijo vodooskrbnih sistemov (Walski in sod., 1987). Ta primer je v literaturi pogosto uporabljen za različne analize, zato je tudi v tej nalogi izbran, da bi najprej na tej zasnovi lahko preverili, ali predlagana metodologija nove večkriterijske optimizacije umerjanja in pristop umerjanja z Bayesovim sklepanjem in ustreznimi statističnimi analizami zagotavljata ustrezen pristop k problemu umerjanja. Šele po potrditvi na tem teoretično zasnovanem sistemu se bo opravilo še testiranje na realnem primeru vodooskrbnega sistema.

6.1 Opis

Zasnova izmišljenega (hipotetičnega) vodooskrbnega sistema Anytown in natančni podatki za vzpostavitev hidravličnega modela so dovolj kompleksni in vključujejo tudi določene značilnosti realnih vodooskrbnih sistemov. Uporaba sistema Anytown je zanimiva tudi z vidika testiranja tu razvitih modelov umerjanja, saj je v preteklosti že nekaj raziskovalcev uporabljalo isti hidravlični model tudi v te namene.

Hidravlične značilnosti vodooskrbnega sistema Anytown so dokaj kompleksne zaradi njegove zankaste zasnove, a hkrati še dovolj enostavne, saj vodooskrbni sistem nima posebnih regulacijskih armatur (objektov), npr. tlačnih con, različnih regulacijskih ventilov, ali obratovalnih pravil, npr. posebnega krmiljenja črpalk, ventilov ali vodohranov. Hidravlični model ima v primerjavi z realnimi cevovodnimi sistemi že poenostavljeno oziroma skeletizirano cevovodno omrežje, saj so v modelu Anytown bili že pri sami zasnovi hidravličnega modela privzeti le glavni cevovodi in vozlišča, skupaj z vsemi drugimi objekti, ki se nahajajo na realnih vodooskrbnih sistemih (vodohrani, črpališča idr.). Tako hidravlični model Anytown sestavlja 16 vozlišč, 34 cevi, 2 vodohrana, 3 vodni viri in 3 črpalke. Slika 6.1 podaja shematski prikaz hidravličnega modela Anytown. Ker je bil v originalnem članku Walski in sod. (1987) uporabljen anglosaški merski sistem, so bili uporabljeni prirejeni podatki, povzeti po Ormsbeeju (1998), ki je uporabil mednarodni sistem enot (fr. *Système International d'Unités*, tj. SI). Vsi podatki za vzpostavitev hidravličnega modela so navedeni v Prilogi 1.

V zasnovi članka je bila načrtovana izgradnja nove industrijske cone v severnem delu mesta, tj. severno od vozlišč 50 in 140. Za potrebe načrtovanja nove industrijske cone in ugotavljanje hidravličnih razmer v cevovodnem sistemu je bilo treba vzpostaviti hidravlični model, ki bo ob uspešnem umerjanju verodostojno odražal hidravlične razmere danes in v prihodnje. Ob upoštevanju razvojnih usmeritev se uporaba teoretično predstavljenih modelov umerjanja uvršča v predhodno fazo načrtovanja ukrepov za širitev cevovodnega sistema.

6.1.1 Opravljeni izračuni drugih avtorjev na testnem primeru

Hipotetični hidravlični model Anytown je bil pogosto uporabljen v različnih raziskavah na področju modeliranja cevovodnih sistemov. V nadaljevanju pa bodo na kratko opisane raziskave in dobljeni rezultati v treh primerih, v katerih so avtorji svoje metode za umerjanje in numerične hidravlične modele testirali na tem vodooskrbnem sistemu.

- **Rezultati in ugotovitve Ormsbee (1989)**

Lindell E. Ormsbee (1989) je hidravlični model Anytown uporabil v svojih raziskavah, ko je za umerjanje cevovodnih sistemov uporabil implicitno optimizacijsko metodo imenovano »Complex Method of Box«. Z njo je umerjal različne parametre hidravličnega modela. Na primeru hidravličnega modela Anytown so bili umerjani koeficienti hrapavosti cevovodov (C-faktorji po Hazen-Williamsu) in tudi poraba vode v posameznih vozliščih. Analize so bile precej obširne, saj je bilo obdelanih veliko scenarijev umerjanja, avtor pa v članku navaja rezultate analiz treh različnih primerov umerjanja parametrov hidravličnih modelov. V prvem primeru so bili parametri hrapavosti cevovodov (C-faktorji po Hazen-Williamsu) in vozliščne porabe umerjeni na podlagi meritev petih statičnih hidravličnih simulacij, katerih obtežni primeri so bili povezani z odvzemom požarne vode iz vodooskrbnega sistema. Drugi analiziran primer je bilo umerjanje zgoraj naštetih parametrov hidravličnega modela z meritvami razširjene časovne simulacije, ki so bile zabeležene vsake 3 ure. Tretji analiziran primer je upošteval skupne ugotovitve iz prvih dveh analiziranih primerov. Tako je bil tretji primer sestavljen iz dvostopenjskega umerjanja koeficientov hrapavosti in vozliščne porabe. Najprej so se umerjali koeficienti hrapavosti cevovodov z meritvami statičnih hidravličnih simulacij z obtežbami požarnega odvzema ob fiksiiranih vrednostih ocenjene vozliščne porabe. Pridobljene vrednosti koeficientov hrapavosti iz optimizacijskega procesa so bile nato fiksiirane in umerjala se je vozliščna poraba vode. Za umerjanje vozliščne porabe so bile uporabljene meritve razširjene časovne simulacije, kot je bilo priporočeno v drugem primeru. S prikazano dvostopenjsko simulacijo je bil izkoriščen celotni potencial kakovosti meritev glede na umerjanje posameznih tipov hidravličnih parametrov. Rezultati

tretjega primera so pokazali boljšo skladnost odziva umerjenega hidravličnega modela z rezultati pridobljenih meritev kot v prejšnjih dveh primerih.

- Rezultati in ugotovitve Ferreri in sod. (1994)

Ferreri in sod. (1994) so v članku »Calibration of Roughness in Water Distribution Networks« predstavili eksplicitno metodo umerjanja hidravličnih modelov na primeru Anytown. Uporabljena optimizacijska metoda temelji na reševanju sistema nelinearnih enačb hidravličnega modela z Newton-Raphsonovo metodo. Uporabljene meritve tlakov in pretokov v vodooskrbnem sistemu so bile upoštevane kot dodatne hidravlične enačbe k originalnemu sistemu hidravličnih enačb, ki opisujejo cevovodni sistem. S predstavljenno metodo umerjanja so bili določeni koeficienti hrapavosti cevovodov hidravličnega modela, ki so jih avtorji predhodno grupirali (razdelili v skupine) glede na podobnost lastnosti cevovodov. Za hidravlični model je bila določena Jacobijeva oziroma občutljivostna matrika posameznih elementov hidravličnega modela glede na spremembe parametrov umerjanja, tj. koeficiente ekvivalentne hidravlične hrapavosti. Zaključki in rezultati, ki so bili validirani na hidravličnem modelu Anytown, so pokazali, da je smiselno umerjati le tiste parametre hidravličnega modela, ki so najbolj občutljivi (oz. odzivni) glede na posamezne hidravlične veličine.

- Rezultati in ugotovitve Kapelan in sod. (2007)

Avtorji Kapelan in sod. (2007) so v članku »Calibration of Water Distribution Hydraulic Models Using a Bayesian-Type Procedure« testirali metodo Bayesovega sklepanja z uporabo globalne optimizacijske metode Shuffled Complex Evolution Metropolis (SCEM-UA) na hidravličnem modelu Anytown. V članku je predstavljeno področje Bayesovega sklepanja, pri čemer so avtorji formalni zapis funkcije verjetja z uporabo različnih predpostavk razvili v običajno metodo najmanjših kvadratov (angl. ordinary least squares). Za ponazoritev modela pogreškov so uporabili naslednje predpostavke: pogreški oziroma reziduali so normalno porazdeljeni, nekorelirani in imajo enake merilne negotovosti ter apriorna porazdelitev je »neinformativna« oziroma objektivna (torej je zvezna enakomerna porazdelitev). Metoda umerjanja je namenjena iskanju parametrov hrapavosti cevovodov (C-faktorji po Hazen-Williamsu). Optimizacijski model umerjanja se je reševal s SCEM-UA algoritmom, ki združuje dobre lastnosti Metropolis algoritma, kontroliranega naključnega vzorčenja, evolucijskih strategij in kompleksnega preurejanja vzorčenih parametrov, kar naj bi zagotovilo učinkovito posodabljanje optimizacijskega procesa in učinkovito raziskovanje ciljne posteriorne porazdelitve parametrov. Rezultati umerjanja z Bayesovim sklepanjem in uporaba SCEM-UA optimizacijske metode so potrdili, da ima zadevni postopek pozitivno lastnost istočasnega iskanja globalnih rešitev pri problemu umerjanja in hkratne določitve negotovosti tako v ocene parametrov kot

tudi pri modelnih napovedih. Ugotovljeno je bilo, da so računski časi relativno daljši od običajnih optimizacijskih pristopov umerjanja, vendar se z razvojem računalniške opreme ta pomanjkljivost zmanjšuje in prevladajo pozitivne lastnosti metode.

6.2 Primer Anytown – umerjanje za hidravlični model stalnega toka »SS«

Preizkušen bo naš pristop umerjanja hidravličnih modelov stalnega toka (»SS« – angl. steady-state simulation) za primer hipotetičnega sistema Anytown. Struktura in formulacija optimizacijskega problema bo sledila metodologijam, prikazanim v Poglavju 3. Najprej bo obravnavano večkriterijsko umerjanje z uporabo optimizacijskega algoritma AMALGAM (podpoglavje 5.3) in nato še umerjanje z Bayesovim sklepanjem z uporabo DREAM_(ZS) algoritma (podpoglavje 5.4.1).

Podatki o hipotetičnem hidravličnem modelu so povzeti po Ormsbeeju (1989), zato so bili povzeti v Prilogi 1. Pri umerjanju hidravličnega modela za pogoje stalnega toka so analizirani obtežni primeri petih neodvisnih hidravličnih simulacij stalnega toka, v katerih so obravnavani poraba ob normalnih pogojih obratovanja in 4 primeri odvzema požarne vode. Vseh 5 stanj je uporabljenih za postopke umerjanja ekvivalentnih koeficientov hidravlične hrapavosti po Darcy-Weisbachovem modelu trenjskih izgub.

Obtežni primeri so povzeti po Ormsbeeju (1989):

- obtežni primer 1: normalna (povprečna) dnevna poraba v 4 vozliščih (J40, J90, J120 in J140),
- obtežni primer 2: požarni odvzem vode v vozlišču J40 in normalna poraba drugje v sistemu,
- obtežni primer 3: požarni odvzem vode v vozlišču J90 in normalna poraba drugje v sistemu,
- obtežni primer 4: požarni odvzem vode v vozlišču J120 in normalna poraba drugje v sistemu in
- obtežni primer 5: požarni odvzem vode v vozlišču J140 in normalna poraba drugje v sistemu.

Preglednica 6.1: Obtežni primeri ob zajemu meritve tlakov in pretokov na cevovodnem sistemu Anytown

Table 6.1: Loading conditions at pressure and flow measurements on the Anytown WDS

Obtežni primer	Odvzemi vode iz sistema [l/s]			
	J40	J90	J120	J140
Normalni	12,52	63,83	31,51	12,52
Požarni J40	95,00	63,83	31,51	12,52
Požarni J90	12,52	171,00	31,51	12,52
Požarni J120	12,52	63,83	63,00	12,52
Požarni J140	12,52	63,83	31,51	95,00

Robni pogoji obratovanja cevovodnega sistema so različni za normalno porabo in za odvzeme požarne vode. Ob normalni porabi delujejo vse tri črpalke, oba vodohrana sta polovično napolnjena (kota gladine 71,6 m). Ob meritvah tlakov za primere odvzema požarne vode pa prav tako obratujejo vse tri črpalke, oba vodohrana pa sta polna (kota gladine 77,7 m). Navedene gladine so izražene v enotah »metri vodnega stolpca« in so merjene od primerjalne ravnine, ki je na relativni višini nič metrov.

Preglednica 6.2: Robni pogoji ob zajemu meritve tlakov in pretokov na cevovodnem sistemu Anytown

Table 6.2: Boundary conditions at pressure and flow measurements on the Anytown WDS

Obtežni primer	Gladine v vodohranih [m]	
	A	B
Normalni	6,10	6,10
Požarni J40	12,20	12,20
Požarni J90	12,20	12,20
Požarni J120	12,20	12,20
Požarni J140	12,20	12,20

V obravnavanem primeru so meritve na cevovodnem sistemu Anytown sintetično pridobljene z numeričnimi modelnimi simulacijami programa EPANet2 (Rossman, 2000), tj. programa za hidravlično modeliranje cevovodnih sistemov. Meritve so bile zapisane ob znanih vhodnih podatkih (Priloga 1), obtežnih primerih in robnih pogojih ter za vnaprej znane (izbrane) »prave« vrednosti ekvivalentnih hrapavosti cevovodov ε (Darcy-Weisbachov model trenjskih izgub) (Preglednica 6.3).

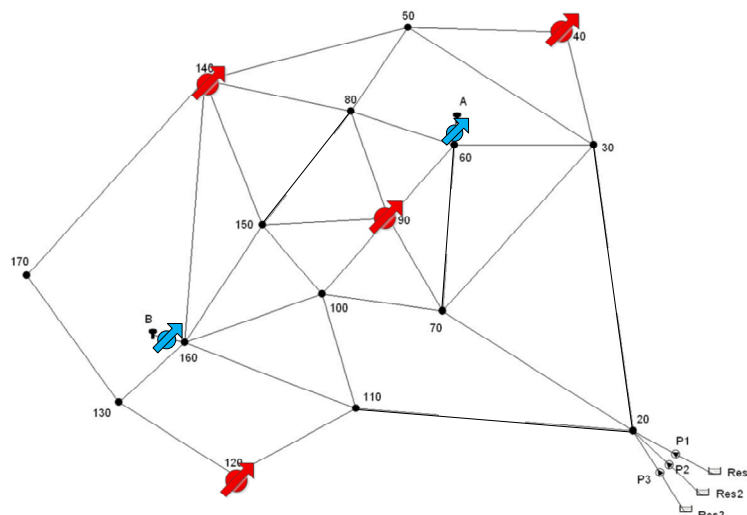
Preglednica 6.3: Prave vrednosti skupin parametrov za pridobitev sintetičnih meritev tlakov in pretokov

Table 6.3: True parameter group values for synthetic measurement generation

Skupina parametrov	PG1	PG2	PG3	PG4	PG5	PG6
H-W C-faktor	120	70	90	130	110	110
Prava vrednost	0,525	11,75	2,50	0,30	1,20	1,20

Ob upoštevanju navedenih obtežnih primerov in robnih pogojev je bil ustvarjen niz t. i. »pravih« meritev, pri čemer so bile v štirih vozliščih zajete tlačne vrednosti (J40, J90, J120 in J140) ter v dveh cevovodih tudi vrednosti pretokov (P78 in P80) (Slika 6.2). Skupaj je tako za umerjanje na razpolago 20 meritev tlaka in 10 meritev pretoka. Dodatno smo – v primerjavi z izvirno zasnovo merilnih mest v

članku Ormsbeeja (1989) – pred analizami umerjanja ob statičnih hidravličnih simulacijah uvedli še dve dodatni merilni mesti pretokov v cevih.



Slika 6.2 Prikaz merilnih mest tlaka (rdeče) in pretoka (modro) na cevovodnem omrežju »Anytown«

Figure 6.2 Layout of pressure (red) and flow (blue) measurement locations of the »Anytown« network

V originalnem članku so bile obravnavane le meritve tlakov v vozliščih (J40, J90, J120 in J140), medtem ko meritve pretokov niso bile obravnavane. Razlog za dodatne izračune »merjenih pretokov« oz. za prilagoditev sheme zajemanja meritev leži v zasnovi metodologije večkriterijskega umerjanja, ko je treba potrditi domnevo, da je mogoče opraviti umerjanje parametrov brez združevanja meritev v eno ciljno funkcijo minimiziranja razlike uteženih najmanjših kvadratov.

Preglednica 6.4: Sintetične »prave« meritve tlakov in pretokov na cevovodnem sistemu Anytown – SS

Table 6.4: Synthetic »true« pressure and flow measurements on the Anytown WDS – SS

Obtežni primer	Tlaki [m]				Pretoki [l/s]	
	J40	J90	J120	J140	P78	P80
Normalni	59,31	55,61	33,36	46,68	17,82	14,1
Požarni J40	53,07	59,19	37,98	49,8	-41,11	-42,07
Požarni J90	62,07	49,85	37,96	49,82	-53,9	-59,38
Požarni J120	63,49	60,89	27,65	51,92	-10,91	-33,13
Požarni J140	61,73	58,87	36,96	46,2	-35,68	-56,38

Preglednica 6.4 prikazuje sintetične, t. i. »popolne« meritve, ki jim je bil v postopku umerjanja najprej dodan beli šum (angl. white noise) z normalno porazdelitvijo, s povprečno vrednostjo $\mu = 0$ in

varianco σ^2 . Varianca meritev je bila določena s standardnim odklonom, in sicer za tlake z vrednostjo $\sigma_h = 0,10 \text{ m}$ in za pretoke s $\sigma_q = 0,20 \text{ l/s}$. Vključevanje belega šuma omogoča ustreznejšo primerjavo s primeri uporabe na realnih cevovodnih omrežjih, kjer vsaka meritev vsebuje tudi merilna napako. Na osnovi tako ustvarjenih »nepopolnih« meritev bodo umerjeni koeficienti hrapavosti.

Preglednica 6.5 prikazuje skupine parametrov umerjanja (PG) in njihove pripadajoče cevovode. Grupiranje cevovodov sledi podatkom iz literature Walskega (1987), Ormsbeeja (1989), Kapelana in sod. (2007). Predhodna analiza občutljivosti oziroma senzitivnosti parametrov umerjanja je pokazala, da skupine parametrov PG1 do PG4 izkazujejo relativno visoko občutljivost glede na izbrana merilna mesta. Enako so poročali tudi drugi avtorji (Ormsbee, 1989), (Ferrerri in sod., 1994) in (Kapelan in sod., 2007).

Preglednica 6.5 Združitev cevovodov v 6 skupin parametrov umerjanja (PG)

Table 6.5: Aggregation of pipes into 6 pipe groups (PG) of calibration parameters

Skupina parametrov	ID cevovoda								
PG1	P2	P6	P4	P20	P28	P38	P48	P50	P52
PG2	P12	P14	P16	P18	P22	P24	P26	P44	P46
PG3	P8	P10	P34	P36	P56	P66			
PG4	P30	P32	P40	P42	P58	P60	P62	P64	
PG5	P80								
PG6	P78								

Postopki večkriterijskega umerjanja, ki sledijo v nadaljevanju, vsebujejo naslednje analize:

- »MO-Kalib-SS« reševanje problema umerjanja z metodo najmanjših kvadratov (OLS), katere rezultati so prikazani v Prilogi 2,
- »MO-Kalib-SS« reševanje problema umerjanja z metodo uteženih najmanjših kvadratov (WLS) in vključitev predhodnih ocen o parametrih umerjanja kot dodatne ciljne funkcije. Rezultati so navedeni v Prilogi 3,
- »MO-Kalib-SS« reševanje problema umerjanja z metodo uteženih najmanjših kvadratov (WLS-PE) in vključitev predhodnih ocen o parametrih umerjanja v obstoječo ciljno funkcijo hidravlične spremenljivke tlaka, katere rezultati so prikazani v poglavju 6.2.1, in
- »BAY-Kalib-SS« reševanje problema umerjanja z Bayesovim sklepanjem in s posplošeno ciljno funkcijo, katere rezultati so prikazani v poglavju 6.2.2.

Vsi primeri večkriterijskega umerjanja so najprej rešeni z metodo najmanjših kvadratov, ker so ti rezultati potrebni za določitev koeficientov variacije posameznih parametrov (enačba (3.55)) in za določitev utežnih matrik za metodo uteženih najmanjših kvadratov.

6.2.1 Večkriterijsko umerjanje – primer »MO-Kalib-SS«

Optimizacijski problem večkriterijskega umerjanja po metodi uteženih najmanjših kvadratov (poglavje 3.2) zahteva, da se minimizirajo razlike med odzivi hidravličnega modela in rezultati meritev (enačba (3.6)). Modelni odzivi in meritve se v primeru Anytown primerjajo na podlagi sintetičnih meritev, ki so navedene v Preglednica 6.4 za hidravlični spremenljivki tlaka in pretoka. V tem procesu se iščejo najprimernejše vrednosti ekvivalentne hrapavosti cevovodov ε za Darcy-Weisbachov model trenjskih izgub. Optimizacijski problem bo rešen s pomočjo metahevrstičnega algoritma AMALGAM, ki je opisan v poglavju 5.3.

Ciljni funkciji za tlak in pretok v hidravličnem modelu sta podani v obliki, kot sta bili zapisani z enačbo (3.7) za tlak in enačbo (3.8) za pretok. Poleg navedenih dveh ciljnih funkcij se uporabi še ciljna funkcija za vključitev predhodnih ocen o parametrih umerjanja (enačba (3.12)), opisana v poglavju 3.2.2. Pri določanju utežnih matrik za ciljni funkciji tlaka in pretoka ter za predhodne ocene parametrov se privzamejo priporočila avtorjev Reddy in sod. (1996) ter Kapelan in sod. (2004). Reddy in sod. (1996) so predlagali, da se umerjanje izvede kot dvostopenjski postopek, kjer se v prvi fazi reši vzpostavljeni problem umerjanja po metodi najmanjših kvadratov in naknadno še z metodo uteženih najmanjših kvadratov, kjer se vrednosti utežnih matrik določijo na podlagi rezultatov prve faze umerjanja. Rezultati metode najmanjših kvadratov so povzeti v Prilogi 2.

Določitev elementov utežnih matrik $w_{i,i}^H$ naj bi v idealnem primeru izhajala iz elementov inverzne kovariančne matrike pogreškov, druga metoda, ki bo uporabljena v prikazanem primeru, pa temelji na aproksimaciji oziroma na oceni variance regresijskih napak, kot so predlagali avtorji Reddy in sod. (1996) in nekoliko prilagojeno avtorji Kapelan in sod. (2004). Elementi utežnih matrik opazovanih hidravličnih spremenljivk tlaka $w_{i,i}^H$ in pretoka $w_{j,j}^Q$ se določijo na naslednji način:

- Določijo se vrednosti $w_{x,i}^H$ in $w_{x,j}^Q$ za vsako merilno mesto x ($i = 1 \dots 4$ za tlak in $j = 1 \dots 2$ za pretok) kot inverzna vrednost srednje kvadratne napake (angl. mean squared error, MSE). Te vrednosti so grafično prikazane na Sliki P2.4 (levo) v Prilogi 2.
- Določijo se vrednosti $w_{t,k}^H$ in $w_{t,k}^Q$ za vsak obtežni primer t ($k = 1 \dots 5$ obtežnih primerov) kot inverzna vrednost pripadajoče MSE (Slika P2.4 (desno)).

- Izračunajo se diagonalni elementi utežnih matrik kot produkt faktorjev $w_{x,i}^H \cdot c_l$, kjer je c_l brezdimenzijski koeficient razmerja $c_l = w_{t,k}^H / \sqrt{w_{t,k}^H}$ ($l = i$ za tlake in $l = j$ za pretoke). Enak izračun velja tudi za elemente utežne matrike pretokov.

Diagonalna utežna matrika za vrednosti tlakov $\mathbf{W}^H$ je dimenzije (20×20) in za pretoke $\mathbf{W}^Q$ (10×10) .

Za ciljno funkcijo vključitve ocen parametrov umerjanja, ki je bila upoštevana v drugem primeru umerjanja (glej Prilogo 3), je treba najprej določiti, kateri modelni parametri oziroma skupine parametrov niso zadovoljivo določljivi. Uporabljena bo mera, ki jo določa koeficient variacije $CV_{\theta,k}$, ki predstavlja relativno negotovost k -tega parametra (enačba (3.55)). V preglednici P2.1 (Priloga 2) so podane vrednosti CV_{θ} , iz katerih je razvidno, da imajo skupine parametrov PG1 do PG4 zelo nizke vrednosti (pod $2 \cdot 10^{-2}$), medtem ko imata PG5 in PG6 za eno magnitudo višje vrednosti. Tudi ostale statistične vrednosti nakazujejo, da sta ta parametra težje določljiva in zaradi tega primerna za vključitev predhodnih ocen. Vrednosti elementov utežne matrike $w_{m,m}^P$ so določene kot $1/\sigma_P^2$, pri čemer se σ_P določi kot produkt koeficienta variacije CV_{θ} in pripadajoče predhodne ocene parametra (Kapelan, 2002). Postopek je podrobneje opisan v poglavju 3.2.2.

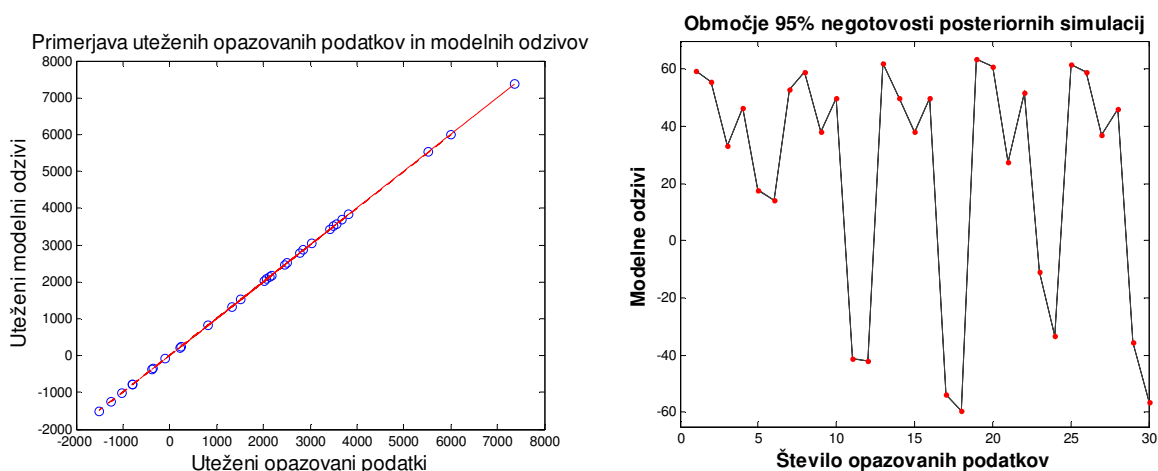
V pričujočem poglavju je bila ciljna funkcija vključitve predhodnih ocen parametrov združena s ciljno funkcijo tlaka, saj se je pri pregledu rezultatov drugega računskega primera izkazalo, da majhno število vključenih parametrov povzroča težave pri zagotavljanju konvergence parametrov. V Prilogi 3 in v zbirniku rezultatov (Preglednica 6.9) je razvidno, da v primeru uporabe predhodnih ocen kot lastne ciljne funkcije izboljšava rezultatov umerjanja glede na prvi primer, tj. z metodo najmanjših kvadratov, ni bila dosežena.

Poleg navedenega so pri zasnovi umerjanja uporabljeni tudi eksplicitni robni pogoji za parametre, ki so določeni z zgornjimi in spodnjimi vrednostmi optimizacijskih spremenljivk in katerih vrednosti so bile določene z območjem (0,001 do 15,0). Vrednosti spremenljivk začetne populacije so bile generirane z metodo LHS (opis v poglavju 5.3).

Algoritem AMALGAM je bil nastavljen tako, da je izvajal optimizacijo z vsemi štirimi podalgoritmi, to je z NSGA-II, s prilagodljivim Metropolis algoritmom (angl. Adaptive Metropolis (AMS)), z optimizacijo z rojem delcev (angl. Particle Swarm Optimization (PSO)) in z algoritmom diferencialne evolucije (angl. Differential Evolution (DE)). Za izračune so bili nastavljeni naslednji parametri: število skupnih parametrov umerjanja $N_{\theta} = 6$, velikost populacije $N_{pop} = 100$ in število evalvacij

$N_{eval} = 10.000$. Vsi ostali parametri, ki so vgrajeni v algoritem, so ostali nespremenjeni, tj. kot običajne vrednosti, prednastavljene s strani avtorjev algoritma (Vrugt in Robinson, 2007).

Rešitev večkriterijskega optimizacijskega problema prikazuje Slika 6.3, ki na levi strani podaja primerjavo med uteženimi opazovanimi podatki (meritvami) in uteženimi modelnimi napovedmi. Iz slike je razvidno, da je ujemanje vrednosti zelo dobro, kar potrjuje tudi desni graf, kjer so prikazana območja 95 % negotovosti v modelne napovedi. Rdeče točke označujejo merjene vrednosti, medtem ko sivo območje povezuje modelne odzive.

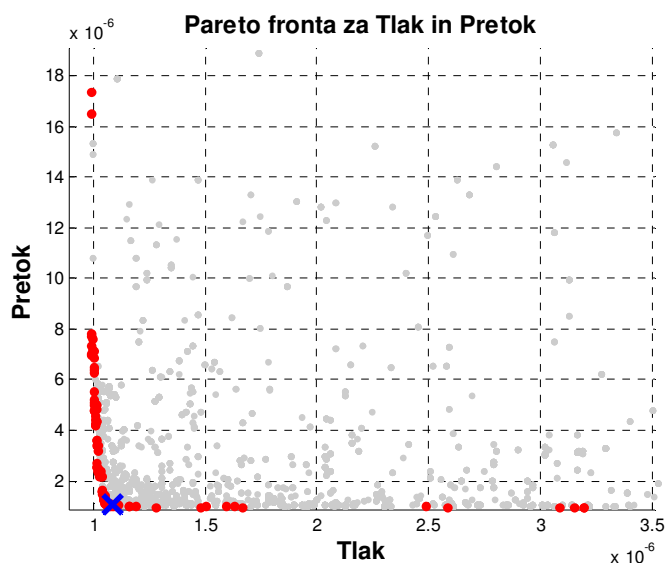


Slika 6.3 MO-Kalib-SS (levo) Primerjava uteženih modelnih odzivov in uteženih opazovanih podatkov ter (desno) območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

Figure 6.3 MO-Kalib-SS (left) Comparison of weighted model predictions against weighted observation and (right) 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)

Pogled na izbrano uravnoteženo rešitev večkriterijskega umerjanja je mogoč tudi prek Pareto optimalne fronte. Slika 6.4 prikazuje Pareto fronto z rdečimi točkami, medtem ko sive točke prikazujejo dominirane rešitve optimizacije. Vsaka od točk na Pareto optimalni fronti je ena od rešitev, ki je izražena iz razmerja kriterijev ciljnih funkcij. Večkriterijska optimizacija umerjanja spada v t. i. idealni pristop k optimizaciji, ki ponuja boljši pogled na samo strukturo problema umerjanja (glej poglavje 5.1).

S prednostnim pristopom bi namreč lahko napačna uporaba uteži za posamezne ciljne funkcije dala prednost kriteriju, ki morda ne bi vodil k najprimernejši rešitvi. Za vsako od točk na Pareto optimalni fronti je bil izračunan nabor umerjenih parametrov hidravličnega modela. Slika 6.4 ima z modrim križem v dvodimenzionalnem pogledu označeno uravnoteženo točko na Pareto fronti. V nadaljevanju bo ta rešitev upoštevana pri prikazih rezultatov našega večkriterijskega umerjanja.



Slika 6.4 MO-Kalib-SS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev večkriterijskega umerjanja

Figure 6.4 MO-Kalib-SS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of multi-objective calibration results

Preglednica 6.6 povzema statistike pridobljenih parametrov in njihove negotovosti, ki so izražene s 95 % intervali zaupanja. Skupine parametrov PG1 do PG4 imajo nizke vrednosti negotovosti, kar je izraženo s standardno deviacijo parametrov in koeficienti variacije glede na parametra PG5 in PG6. Vrednosti parametrov PG5 in PG6, ki so prejele dodatne informacije pri umerjanju z vključitvijo predhodnih ocen parametrov, so se izboljšale glede na rezultate prve faze umerjanja (glej preglednico P2.1 v Prilogi 2). Njuni srednji vrednosti sta se približali tistim pravim vrednostim, kot so navedene v Preglednica 6.3.

Preglednica 6.6: MO-Kalib-SS Rezultati parametrov umerjanja

Table 6.6: MO-Kalib-SS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja vrednost	STD ₀	CV ₀	95 % interval zaupanja		CSS ₀
				spodnja	zgornja	
PG1	0,525	0,001	0,002	0,523	0,527	135,031
PG2	11,756	0,015	0,001	11,724	11,787	83,693
PG3	2,502	0,009	0,003	2,484	2,519	63,443
PG4	0,298	0,003	0,008	0,293	0,303	19,533
PG5	1,373	0,196	0,142	0,974	1,772	1,748
PG6	1,307	0,284	0,218	0,727	1,888	1,072

Podobno pokaže tudi Preglednica 6.7, ki združuje informacije iz kovariančne matrike, katerih vrednosti so podane na diagonalni in v zgornji trikotni matriki, ter iz korelacijske matrike, ki ima vrednosti v spodnji trikotni matriki. Korelacijski koeficienti med parametri so nizki, kar pomeni, da so vrednosti parametrov med seboj neodvisne in s tem določljive.

Preglednica 6.7: MO-Kalib-SS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

Table 6.7: MO-Kalib-SS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	PG1	PG2	PG3	PG4	PG5	PG6
PG1	8,9E-07	-6,9E-07	-4,3E-06	1,0E-07	-1,6E-06	-1,5E-04
PG2	-0,05	2,4E-04	1,4E-05	-5,0E-06	-2,4E-04	-1,5E-04
PG3	-0,53	0,11	7,4E-05	-8,3E-06	-7,9E-04	1,2E-03
PG4	0,04	-0,13	-0,38	6,3E-06	-5,8E-05	-1,1E-04
PG5	-0,01	-0,08	-0,47	-0,12	3,8E-02	-3,1E-02
PG6	-0,58	-0,04	0,48	-0,15	-0,56	8,1E-02

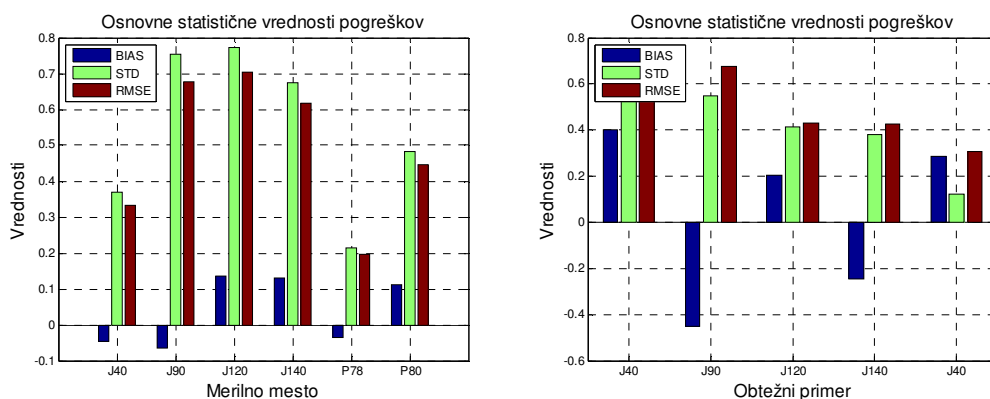
Pri pregledu singularnih vrednosti in lastnih vrednosti ter vektorjev (Preglednica 6.8) se potrjujejo prejšnje ugotovitve, saj ima vseh šest lastnih vektorjev samo eno dominantno komponento, kar nakazuje na določljivost umerjanja.

Preglednica 6.8: MO-Kalib-SS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

Table 6.8: MO-Kalib-SS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	1	2	3	4	5	6
Singularne vrednosti	69,15	0,6	3,89	8,06	0,18	0,1
Lastne vrednosti	0,01	15,13	0,37	0,03	64,99	4781,48
ID parametra	Lastni vektorji					
PG1	-0,002	-0,032	-0,012	0,005	-0,152	0,988
PG2	0,041	-0,055	0,991	-0,114	-0,021	0,007
PG3	0,017	0,962	0,057	-0,009	0,255	0,071
PG4	-0,001	-0,264	0,006	0,011	0,955	0,138
PG5	-0,455	0,002	-0,083	-0,887	0,01	0,004
PG6	0,889	-0,016	-0,09	-0,448	0,002	0,002

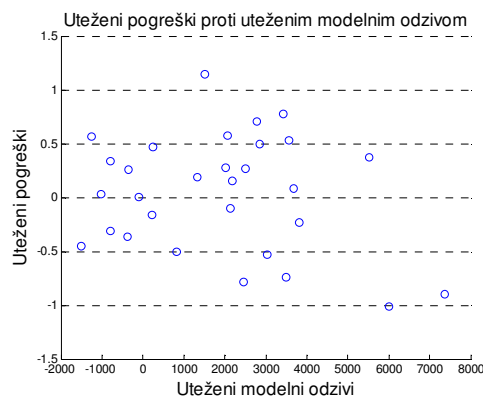
Pri analizi uteženih pogreškov (oz. ostankov) bodo najprej obravnavane osnovne statistične vrednosti, kot jih prikazuje Slika 6.5. Vrednosti povprečnega pogreška (pristranskost – BIAS), standardne deviacije (STD) in korena povprečne kvadrirane vrednosti (RMSE) uteženih pogreškov so bolj enakomerno razporejene po merilnih mestih in za obtežne primere, kot je bilo to pri prvem izračunu umerjanja z metodo najmanjših kvadratov (Slika P2.4 v Prilogi 2). Iz tega je mogoče sklepati, da utežni koeficienti pozitivno vplivajo na kakovost umerjanja. Tudi pogled na rezultate imenovanih statistik v zbirni tabeli rezultatov (Preglednica 6.9) potrjuje to ugotovitev.



Slika 6.5 MO-Kalib-SS Osnovne statistične vrednosti uteženih pogreškov (levo) za vsako merilno mesto in (desno) za vse obtežne primere

Figure 6.5 MO-Kalib-SS Basic weighted residual statistics (left) for each monitoring location and (right) for each loading condition

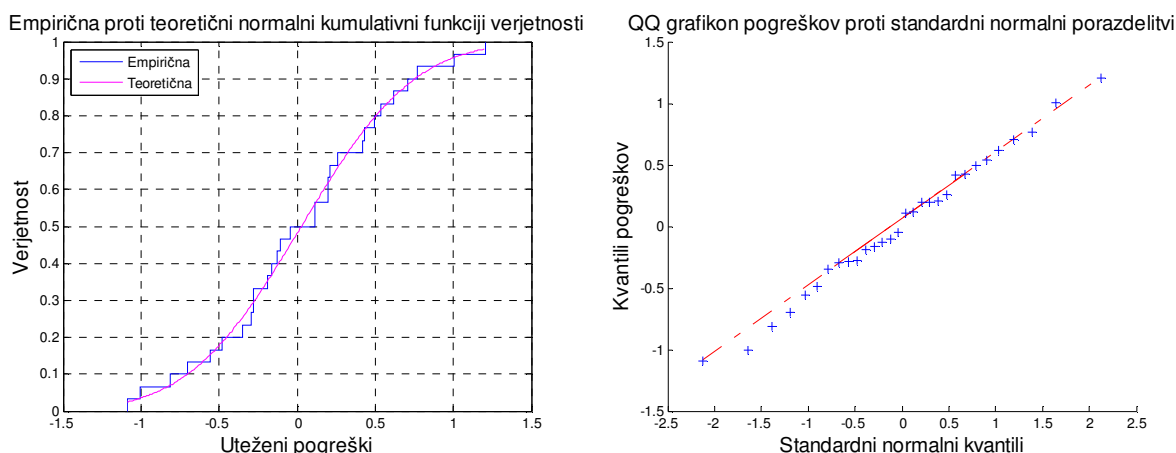
Grafična analiza heteroskedastičnosti (Slika 6.6), kjer so prikazani uteženi pogreški v odvisnosti od uteženih modelnih napovedi, kažejo, da so le-ti enakomerno razporejeni okoli ordinatne osi pri vrednosti nič. Iz tega izhaja, da imajo uteženi pogreški manjšo pristranskost in da so manj odvisni od uteženih modelnih napovedi ter da so uteženi pogreški veliko bolj naključno porazdeljeni kot v primeru neuporabe utežnih koeficientov (glej primerjavo s Sliko P2.6 v Prilogi 2).



Slika 6.6 MO-Kalib-SS Primerjava pogreškov v odvisnosti od modelnih odzivov

Figure 6.6 MO-Kalib-SS Correlation of residuals against model predictions

Tudi naslednji dve grafični preverbi normalne porazdeljenosti uteženih pogreškov potrjujeta, da uporabljena metoda izpolnjuje predpostavke, ki so bile podane v poglavju 3.2.1., torej da so (uteženi) pogreški nekorelirani in normalno porazdeljeni. Slika 6.7 na levi strani prikazuje razmerje teoretične proti empirični porazdelitvi kumulativne funkcije verjetnosti. Teoretična kumulativna funkcija je podana z normalno porazdelitvijo in vidno je ujemanje s kumulativno funkcijo, ki jo določajo uteženi pogreški. Desni grafikon (QQ grafikon) pa prikazuje ujemanje kvantilov standardne normalne porazdelitve in porazdeljenosti uteženih pogreškov. Tudi tukaj je vidno ujemanje s predpostavko o normalni porazdeljenosti. V primerjavi z enakimi grafikoni v Prilogi 2 (Slika P2.7) je vidno izboljšanje pogojev za izpolnjevanje regresijskih predpostavk.



Slika 6.7 MO-Kalib-SS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure 6.7 MO-Kalib-SS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution

Preglednica 6.9 povzema tri primere rešitev zastavljenega problema umerjanja za hipotetični hidravlični sistem Anytown. Prikazani so rezultati uporabe večkriterijskega umerjanja, pri čemer so rezultati tretjega primera potrdili ustreznost regresijskih predpostavk in tudi zelo dobro ujemanje modela z opazovanimi podatki. Tudi vrednosti parametrov umerjanja (PG1 do PG6 – glej Preglednica 6.6) in njihovi intervali zaupanja kažejo na upravičeno uporabo prikazane metode.

Preglednica 6.9: MO-Kalib-SS Povzetek rezultatov večkriterijskega umerjanja

Table 6.9: MO-Kalib-SS Summary of multi-objective calibration results

Opis	Primer 1: Metoda najmanjših	Primer 2: Metoda WLS in	Primer 3: WLS s predhod.
------	--------------------------------	----------------------------	-----------------------------

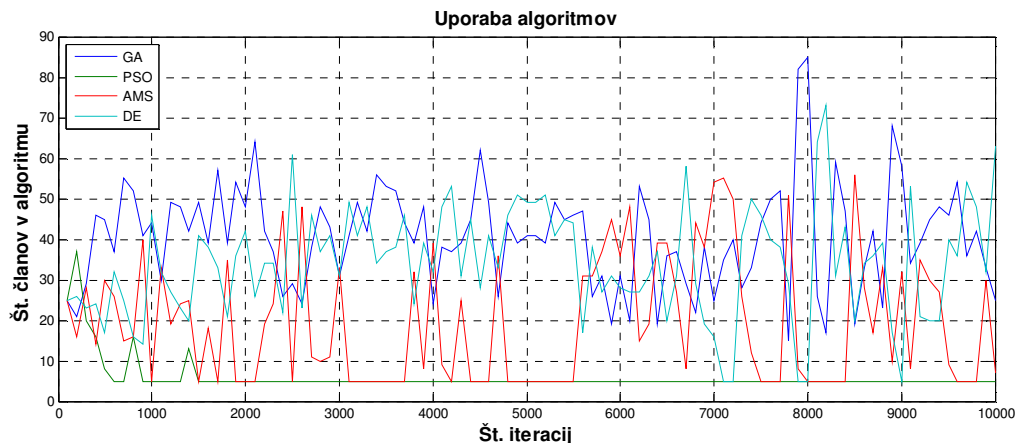
	kvadratov (OLS)	predhod. ocene parametrov (PE)	ocene param. v ciljni funk. 1
Št. vseh merilnih mest	6	6	6
Št. merilnih mest tlaka	4	4	4
Št. merilnih mest pretoka	2	2	2
Št. merilnih mest gladin	NaN	NaN	NaN
Št. obtežnih primerov	5	5	5
Št. parametrov umerjanja	6	6	6
Št. vseh meritev	30	30	30
Št. predhodnih ocen parametrov	0	2	0
Št. prostostnih stopenj	24	26	24
Vrednost ciljne funkcije 1**	1,90E-06	1,30E-06	2,72E-06
Vrednost ciljne funkcije 2**	1,40E-06	5,23E-06	2,52E-06
Vrednost ciljne funkcije 3**	NaN	NaN	NaN
Vrednost ciljne funkcije 4**	NaN	0,000	NaN
Srednja kvadratna napaka	0,001	0,005	0,0003
Korelacijski koeficient	1,000	1,000*	1,000*
Ocenjena varianca napak	0,002	2,652*	0,314*
Negotovost parametrov $tr(Cov_{\theta})$	0,421	0,913	0,119
Negotovost modelnih napovedi $tr(Cov_y)$	0,010	0,034	0,004
Povpr. st. deviacija modelnih napovedi	0,014	0,023	0,008
Maks. st. deviacija modelnih napovedi	0,037	0,077	0,027
Akaike informacijski kriterij (AIC)	6,72E+01	-8,49E+01*	-1,40E+02*
Bayesovski informacijski kriterij (BIC)	6,59E+01	-8,62E+01*	-1,41E+02*
Pistranskost	0,007	-0,845	0,026
Standardna deviacija pogreškov	0,037	1,280	0,569
Relativna pistranskost	0,195	-0,660	0,046

*) Vrednosti z uteženimi pogreški

**) Transformirane vrednosti ciljnih funkcij

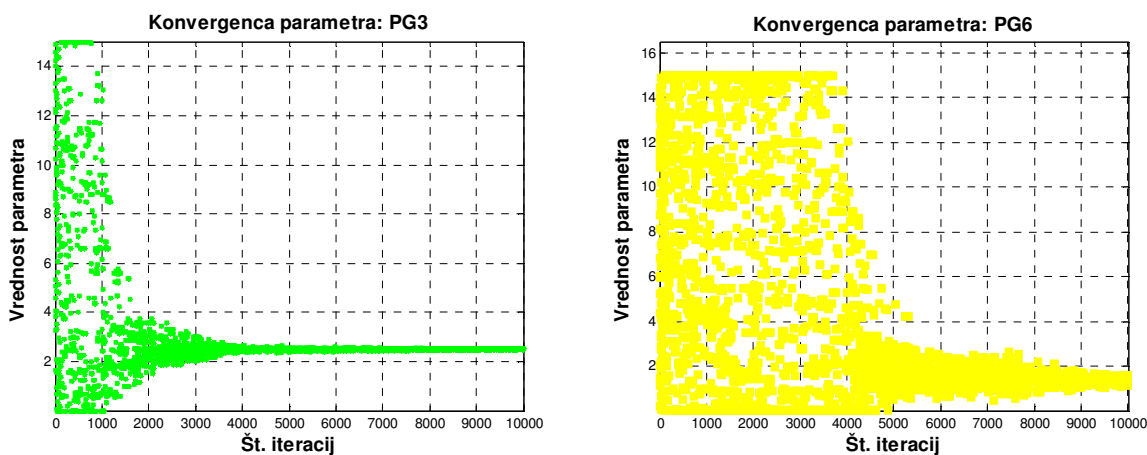
Uporabljeno optimizacijsko orodje AMALGAM je metahevrstični algoritem, ki znotraj svojega okvirja združuje štiri podalgoritme (opisano v poglavju 5.3). Na spodnjih slikah je vidna porazdelitev osebkov med posameznimi podalgoritmi, kjer se v začetni fazi izhaja iz enakih deležev, tj. 25 osebkov od skupnih 100 osebkov, nato pa uspešnejši algoritmi prevzemajo več osebkov, katerih informacije se z reprodukcijskimi metodami razvijajo v nove rešitve. Algoritem AMALGAM je po kriteriju ciljne funkcije konvergirala v približno 5.000 evalvacijah, medtem ko sta parametra PG5 in PG6 začela

konvergirati pri enakem številu evalvacij, do konca izračuna pa še bolje konvergirala. Celotna simulacija je trajala 37 sekund na računalniku s 403 MFLOPS.



Slika 6.8 MO-Kalib-SS AMALGAM algoritem – porazdelitev osebkov (n=200) med posameznimi podalgoritmi

Figure 6.8 MO-Kalib-SS AMALGAM algorithm – distribution of individuals (n=200) between the different subalgorithms



Slika 6.9 MO-Kalib-SS AMALGAM algoritem – (levo) Konvergenca vrednosti za občutljivi parameter PG3

brez uporabe predhodne ocene in (desno) za manj občutljivi PG6 z uporabo predhodne ocene parametra

Figure 6.9 MO-Kalib-SS AMALGAM algorithm – (left) Convergence parameter values for a sensitive parameter PG3 without parameter estimation and (right) for a less sensitive PG6 with parameter estimation

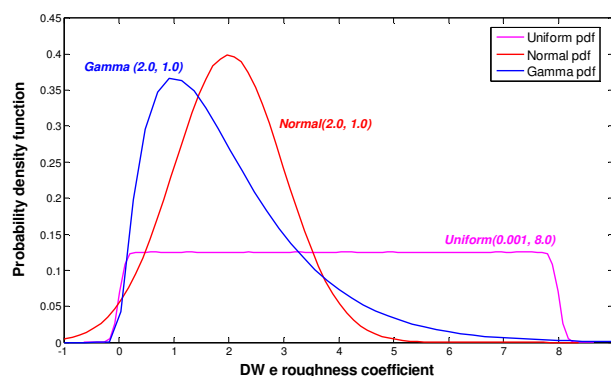
Vidno je, da prednjači algoritem NSGA-II (oznaka GA), ki v skoraj vseh iteracijah prevzame upravljanje z največjim številom osebkov. Zelo produktivna sta tudi prilagodljiv Metropolis algoritem (AMS) in algoritem diferencialne evolucije (DE), ki oba odlično prispevata k razvoju optimalnih

rešitev. Optimizacija z rojem delcev (PSO) je v procese močnejše vključena le v začetni fazi in po 1500. iteraciji prispeva le še z minimalnim številom 5 osebkov.

6.2.2 Umerjanje z Bayesovim sklepanjem – primer »BAY-Kalib-SS«

Umerjanje hipotetičnega sistema Anytown bo v tem podpoglavju opravljeno tudi z uporabo metode Bayesovega sklepanja. V postopku umerjanja bodo določene vrednosti ekvivalentne hrapavosti ε za šest skupin cevovodov. V poglavju 3.3.2 je bilo opisano, da pristop Bayesovega sklepanja omogoča vključevanje informativnih apriornih porazdelitev parametrov. Izhodišče, na podlagi katerega bodo določene vrednosti predhodnih informacij, bodo Hazen-Williamsovi (H-W) C-faktorji, ki so bili objavljeni v člankih Walskega (1987) in Ormsbeeja (1989).

Preglednica 6.3 podaja originalne vrednosti teh C-faktorjev, ki so bili preračunani v ocenjene vrednosti ekvivalentne hrapavosti ε z uporabo diagramov pretvorbe H-W C-faktorjev v Darcy-Weisbachove ekvivalentne hrapavosti ε , objavljene v članku Allena (1996) ter Trava in Maysa (2007). S pridobljenimi vrednostmi se določijo tri funkcije gostote verjetnosti: zvezna enakomerna porazdelitev $U(a, b)$, normalna porazdelitev $N(\mu, \sigma)$ in gama porazdelitev $\Gamma(\alpha, \beta)$. Slika 6.10 prikazuje primere zgoraj opisanih verjetnostih porazdelitev prek funkcije gostote verjetnosti.



Slika 6.10 BAY-Kalib-SS Funkcije gostote verjetnosti za enakomerno zvezno, normalno in gama porazdelitev

Figure 6.10 BAY-Kalib-SS Probability density functions for continuous uniform, normal and gamma distributions

Objektivna oziroma »neinformativna« apriorna porazdelitev je podana z enakomerno zvezno porazdelitvijo, ki vsem vrednostim parametra med območjema spodnje in zgornje meje daje enako verjetnost. Nobena od vrednosti ni preferirana (tj. nima prednosti pri izbiri) in je zato pogosto uporabljena kot objektivna apriorna porazdelitev. Po centralnem limitnem izreku teži zaporedje enako

porazdeljenih neodvisnih slučajnih spremenljivk k normalni porazdelitvi, zato se ta izrek izkoristi za opis parametrov umerjanja z normalno porazdelitvijo.

Gama porazdelitev je bila izbrana zaradi svoje lastnosti, da njene vrednosti ne morejo biti negativne, kar tudi pri umerjanju ekvivalentne hrapavosti ε fizikalno ni mogoče, in zato, ker ima asimetrično porazdelitev v desno stran. Ta asimetričnost ima pozitiven učinek pri opisovanju stanja, ko ima lahko cevovod zaradi vplivov staranja celo višjo ekvivalentno hrapavost, kot bi bila predpostavljena iz apriorne porazdelitve. Gama porazdelitev bi lahko v tem primeru bolje zajela morebitne višje vrednosti. Izbrane parametre za oblikovanje posameznih tipov funkcij gostote verjetnosti povzema Preglednica 6.10 v svojem desnem delu.

Preglednica 6.10: BAY-Kalib-SS Koeficienti apriornih porazdelitve (pdf) za 6 skupin parametrov umerjanja

Table 6.10: BAY-Kalib-SS Coefficients of prior pdf for 6 calibration parameter groups

Skupina parametrov	Originalni H-W C-faktorji ¹	Enakomerna zv. pdf		Normalna pdf		Gama pdf	
		a	b	μ	σ	α	β
PG1	120	0,001	15,0	0,75	0,5	1,0	1,0
PG2	70	0,001	15,0	11,0	1,0	10,0	1,0
PG3	90	0,001	15,0	2,5	1,0	3,0	1,0
PG4	130	0,001	15,0	0,5	0,5	0,5	1,0
PG5	110	0,001	15,0	1,25	1,0	2,0	1,0
PG6	110	0,001	15,0	1,25	1,0	2,0	1,0

Apriorne porazdelitve, kot so bile prikazane v zgornji preglednici, so bile uporabljene v naslednjem vrstnem redu. Najprej se je za umerjanje uporabila zvezna enakomerna, nato normalna in na koncu še gama porazdelitev. Uporabljena je bila tudi posplošena funkcija verjetja (GL), podana z izrazom (3.30), da lahko zajema vplive, ko so pogreški $e(\theta)$ korelirani, heteroskedastični in niso normalno porazdeljeni ter imajo različne stopnje sploščenosti in različne koeficiente simetrije. Pri izračunih so bili parametri $\phi_1 = 0$ in $\mu_h = 0$ fiksirani, medtem ko so bili poleg parametrov ekvivalentne hrapavosti cevovodov dodatno umerjeni še σ_0 , σ_1 , β in ξ .

Za vzorčenje teh štirih parametrov so bile uporabljene zvezne enakomerne porazdelitve, ki so jim bile za posamezne parametre določene spodnje in zgornje meje: $\sigma_0 \sim U[0, 1]$, $\sigma_1 \sim U[0, 1]$, $\beta \sim U[-1, 1]$ in $\xi \sim U[0.1, 10]$. Algoritem DREAM_(ZS) je bil nastavljen z naslednjimi parametri: število skupnih parametrov umerjanja $N_\theta = 6 + 4 = 10$, število Markovskih verig $N_{ZS} = 3$, število verig za

¹ Walski (1987) in Ormsbee (1989)

ustvarjanje predlogov stanj $DE_{pair} = 1$, vrednost križanj $N_{CR} = 3$, delež vzporednega posodabljanja in ustvarjanja predlogov stanj $p_{up} = 0,9$, izhodiščna dimenzija matrike za vzorčenje iz preteklih stanj $Z_{m0} = 10 * N_{dim} = 100$, verjetnost preskoka med verigami $p_{jump} = 0,2$ in število evalvacij $N_{eval} = 50.000$.

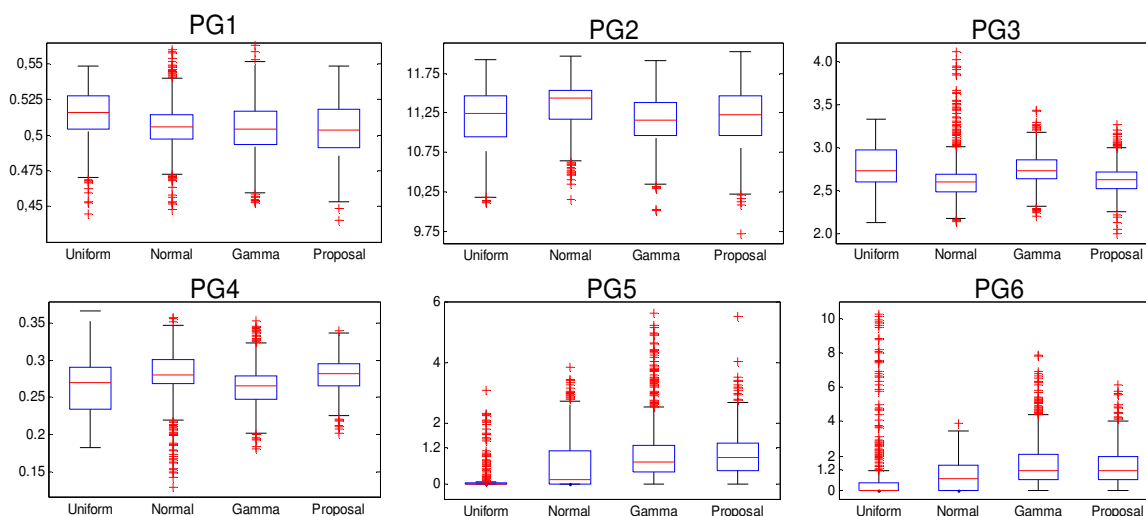
Algoritem DREAM_(ZS) je konvergirala po približno 35.000 evalvacijah, pri čemer je celotna simulacija trajala 315 sekund na računalniku s 403 MFLOPS. Parametri funkcije verjetja GL so bili z umerjanjem statističnega modela pogreškov določeni kot: $\sigma_0 = 0$, $\sigma_1 = 0,0011$, $\beta = 1$ in $\xi = 0,583$. Zelo podobne vrednosti so bile pridobljene pri vseh treh uporabah apriornih porazdelitev (Preglednica 6.11). Iz rezultatov je mogoče razbrati, da statistični model pogreškov ni normalno porazdeljen in je tudi heteroskedastičen. Vrednosti parametra β in ξ nakazujejo, da je porazdelitev nesimetrično eksponentna $\xi = 0,583$ in zelo koničasta $\beta = 1$.

Preglednica 6.11: BAY-Kalib-SS Rezultati parametrov umerjanja (modelni in GL) za štiri sheme apriornih porazdelitev (pdf)

Table 6.11: BAY-Kalib-SS Results of calibration parameters (model and GL) for four prior pdf shemes

Parameter	Zv.enak. pdf	Normalna pdf	Gama pdf	Zv.enak. in gama pdf
PG1	0,5259	0,5265	0,5139	0,5156
PG2	11,2467	11,314	11,1309	11,1988
PG3	2,6056	2,6528	2,7386	2,5746
PG4	0,288	0,2806	0,2668	0,2937
PG5	0,001	0,001	0,9624	1,351
PG6	0,001	0,694	1,269	1,097
std0	0,0023	0	0,054	0
std1	0,0012	0,0011	0	0,0011
beta	1	1	1	1
xi	0,5465	0,6152	0,7177	0,5832

Modelni parametri umerjanja za štiri različne apriorne porazdelitve so prikazani s kvantilnim diagramom (angl. box plot). Slika 6.11. podaja za vseh šest skupin medkvartilni razpon (angl. interquartile range oziroma IQR), ki je statistični kazalnik, ki prikazuje, kakšen je razpon med tretjim in prvim kvartilom in kako pomembna je mera razpršenosti vrednosti parametrov. Iz slike se vidi, da so parametri PG1 do PG4 dobro določljivi in pri vseh vrstah apriornih porazdelitev primerno identificirajo prave vrednosti parametrov, skladne s pridobljenimi meritvami (Preglednica 6.3). Kljub temu pa je očitno, da je pri zvezni enakomerni porazdelitvi pri parametrih PG5 in PG6 težavno določiti primerne vrednosti (glej Kapelan in sod., 2004).



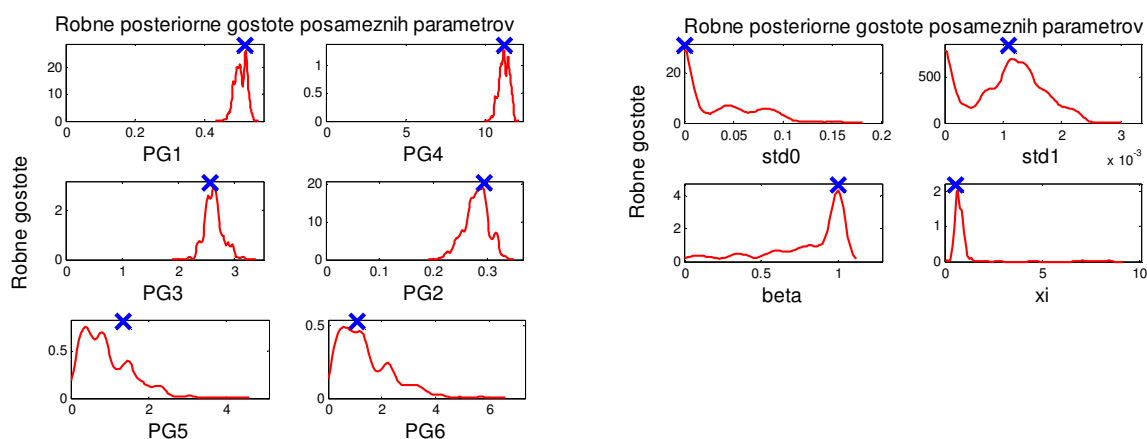
Slika 6.11 BAY-Kalib-SS Kvantilni diagram umerjenih parametrov ekvivalentne hrapavosti za 4 tipe apriornih porazdelitev

Figure 6.11 BAY-Kalib-SS Box plot of calibration parameters of equivalent roughness for 4 types of prior distributions

Določanje parametrov z nizko vrednostjo občutljivosti se lahko izboljša z vključitvijo dodatnih informacij o njihovi vnaprej ocenjeni vrednosti. Vključitev informativnih apriornih porazdelitev, kot sta normalna in gama porazdelitev, omogoči, da se iskani parametri učinkoviteje določijo. To je razvidno iz medkvartilnih razponov pri omenjenih porazdelitvah, ki so se občutneje zožili.

Na podlagi teh ugotovitev predlagamo, da se za občutljive parametre uporabi objektivna zvezna enakomerna porazdelitev, medtem ko se za manj občutljive parametre uporabi informativna gama porazdelitev, ki je oblikovana na podlagi strokovne ocene o možnih vrednostih iz znanih virov informacij (Preglednica 6.10). Torej se za skupine parametrov PG1 do PG4 uporabi $p(\theta) \sim U(0,001, 15,0)$ za primera PG5 in PG6 pa vrednost $p(\theta) \sim \Gamma(1,2, 1,0)$.

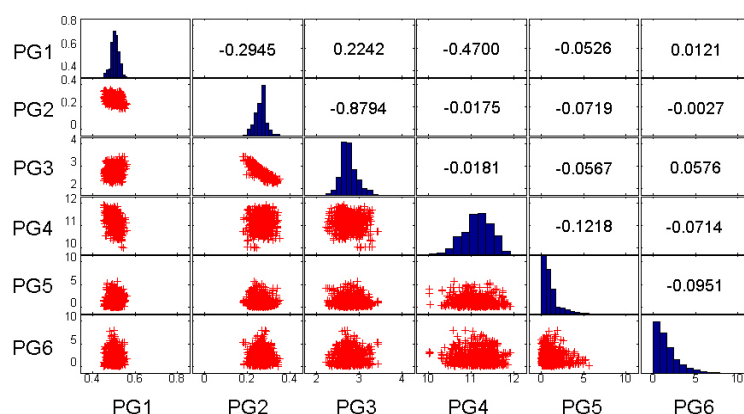
Slika 6.11 pri vsakem parametru prikazuje še rezultate predlaganega pristopa (oznaka »Proposal«). Rezultati umerjanja s tem pristopom izkazujejo zoženje razpršenosti modelnih parametrov tako za tiste z zvezno enakomerno kot tudi za tiste z gama porazdelitvijo. Slika 6.12 prikazuje robne porazdelitve parametrov umerjanja za skupine ekvivalentne hrapavosti ε in štiri hiperparametre GL funkcije verjetja.



Slika 6.12 BAY-Kalib-SS Robne posteriorne gostote verjetnosti za šest modelnih parametrov in 4 hiperparametre v primeru predlagane sheme zvezne enakomerne in gama apriorne porazdelitve

Figure 6.12 BAY-Kalib-SS Marginal densities of six model and 4 hyperparameters in the case of the proposed uniform and gamma prior pdf scheme

Slika 6.13 povzema še dodatno ugotovljene povezave med umerjenimi parametri. Prikazani so histogrami porazdelitev vseh šestih parametrov (na diagonali) in dvodimenzionalna korelacijska shema, kjer spodnji trikotnik grafično prikazuje korelacije med vzorčenimi vrednostmi parametrov, zgornji trikotnik pa njihove številčne vrednosti. Prikazan je primer za v tej nalogi raziskano in predlagano objektivno-informativno shemo apriornih porazdelitev. Iz korelacijske matrike je razvidno, da imajo parametri zadovoljivo nizke korelacijske koeficiente, razen parametrov PG3 in PG4, ki izkazujeta višjo vrednost korelacije -0,8794.



Slika 6.13 BAY-Kalib-SS Histogrami robnih posteriornih porazdelitev (diagonalno) in korelacijska matrika šestih modelnih parametrov (grafično in številčne vrednosti)

Figure 6.13 BAY-Kalib-SS Box plot of calibration parameters of equivalent roughness for 4 types of prior distributions

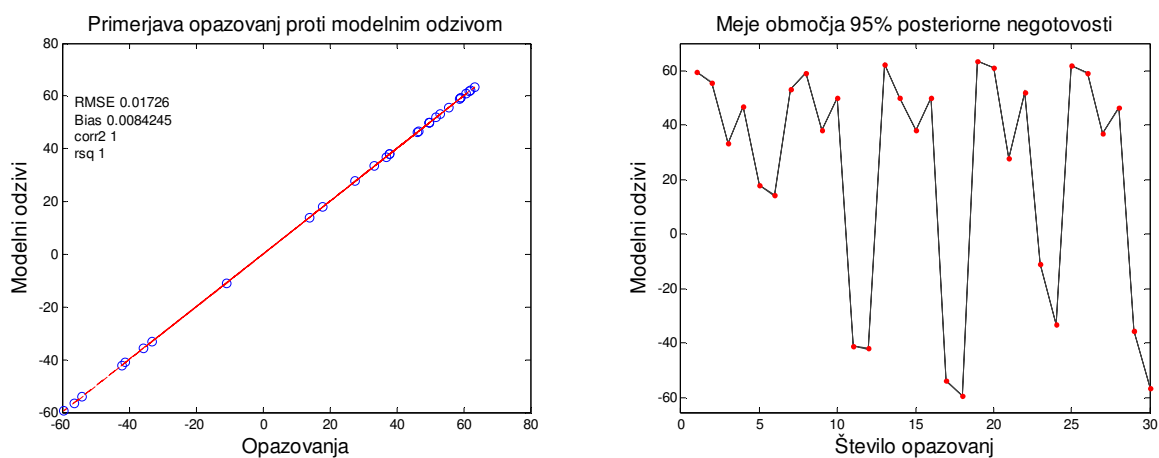
Poleg negotovosti pri modelnih parametrih je mogoče kakovost umerjanja opazovati tudi s pomočjo odzivov modelnih spremenljivk. Preglednica 6.12 vsebuje podatke o ujemanju odziva modela z meritvami, kjer je ujemanje izraženo s korenom srednjega kvadratnega odklona (angl. root mean squared error – RMSE), koeficientom determinacije R^2 (angl. coefficient of determination) in pristranskosti (angl. bias) za posamezne uporabljene apriorne porazdelitve. Vse uporabljene porazdelitve izkazujejo zelo dobro ujemanje modela z opazovanji oz. meritvami, med njimi pa izkazuje novo predlagana uporaba objektivnih in informativnih porazdelitev nekoliko boljše rezultate od drugih pristopov.

Preglednica 6.12: BAY-Kalib-SS Statistike ujemanja modelnih napovedi in meritev za štiri apriorne porazdelitve

Table 6.12: BAY-Kalib-SS Statistics of model fit for four prior parameter distributions

	Zv.enak. pdf	Normalna pdf	Gama pdf	Zv.enak. in gama pdf
RMSE	0,068	0,071	0,062	0,017
R2	0,998	0,998	0,998	0,999
Bias	-0,035	-0,021	-0,016	-0,008

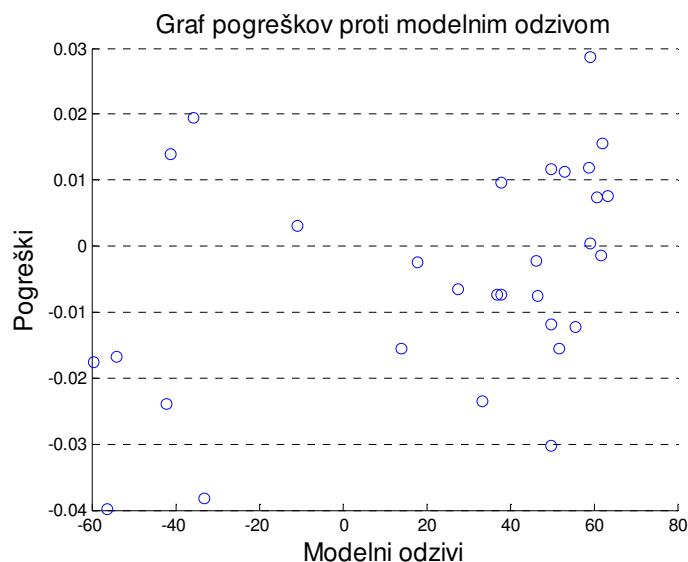
V nadaljevanju so prikazani še značilni rezultati, pridobljeni z uporabo Bayesovega sklepanja. Podan je en primer, ko je bila uporabljena zvezna enakomerna porazdelitev za občutljive modelne parametre in gama apriorna porazdelitev za manj občutljive parametre. Hiperparametri funkcije verjetja GL imajo zvezno enakomerno porazdelitev, kot je že bilo opisano. Ponovno je mogoče ugotoviti, da je ujemanje modelnih odzivov z opazovanimi meritvami zelo dobro (Slika 6.14).



Slika 6.14 BAY-Kalib-SS (levo) Primerjava modelnih odzivov in opazovanih podatkov ter (desno) območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

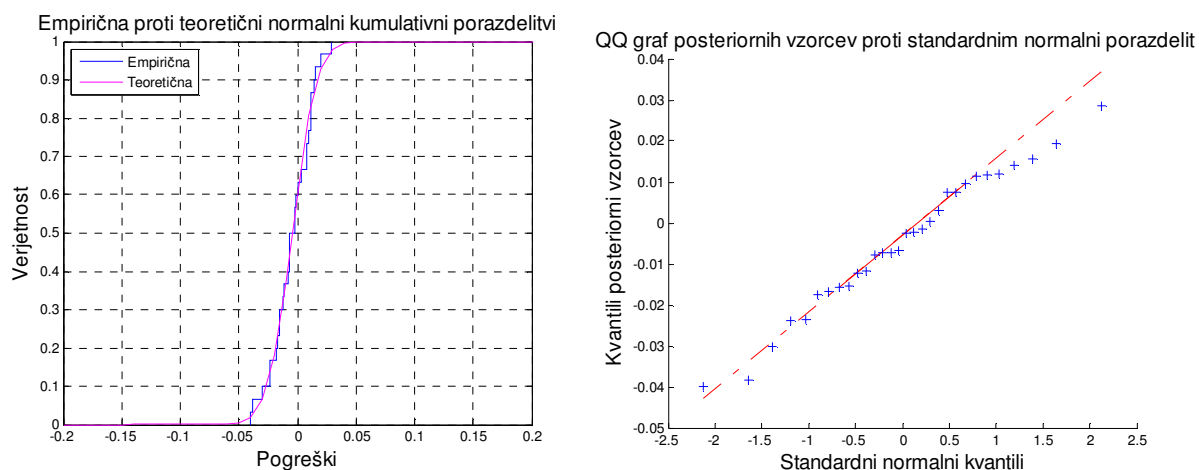
Figure 6.14 BAY-Kalib-SS (left) Comparison of model predictions against observation and (right) 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)

Pogreški, ki so prikazani na spodnjih slikah, izkazujejo majhno heteroskedastičnost, kar je vidno tudi iz umerjenih GL parametrov, tj. $\sigma_0 = 0$, $\sigma_1 = 0,0011$. Vrednosti modelnih odzivov so rahlo višje od rezultatov meritev, kar je vidno iz leve slike, kjer so pogreški nekoliko manjši od vrednosti nič. To pomeni, da so pogreški odvisni od modelnih odzivov in da so enakomerno porazdeljeni, kar potrjuje vse prej ugotovljene statistike pri umerjanju modela Anytown (stalni tok) z Bayesovim sklepanjem.



Slika 6.15 BAY-Kalib-SS Prikaz pogreškov v odvisnosti od modelnih odzivov

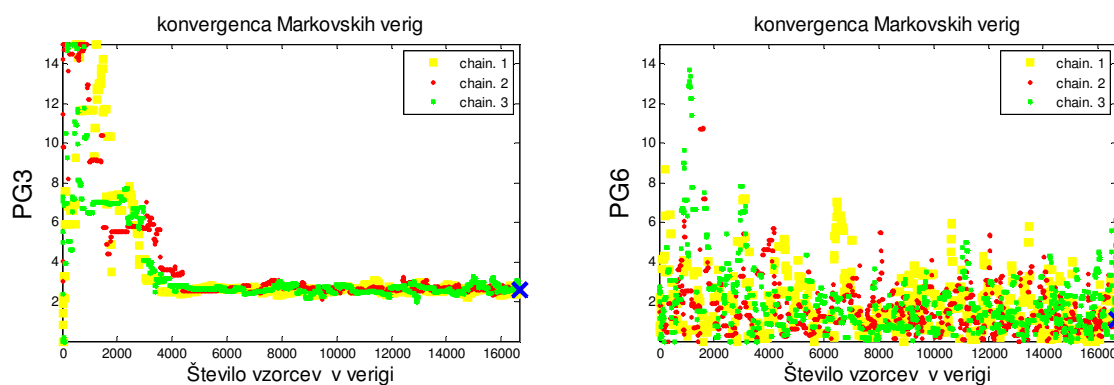
Figure 6.15 BAY-Kalib-SS (left) Correlation of residuals against model predictions



Slika 6.16 BAY-Kalib-SS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure 6.16 BAY-Kalib-SS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution

Za zaključek so navedeni še rezultati ogleda konvergence Markovskih verig pri umerjanju, prikazani na podlagi modelnih parametrov PG3 in PG6. Za prvi parameter je bilo ugotovljeno, da meritve izkazujejo občutljivost na spremembo tega parametra, medtem ko je pri PG6 ravno obratno. Slika 6.17, na kateri so prikazane tri Markovske verige ($N_{ZS} = 3$), nazorno kaže, da PG3 z zvezno enakomerno porazdelitvijo hitro konvergira k svojemu končnemu stanju.



Slika 6.17 BAY-Kalib-SS DREAM(ZS) algoritem – (levo) Konvergenca Markovske verige za občutljivi parameter PG3 z zvezno enakomerno apriorno pdf in (desno) za manj občutljiv PG6 z gama apriorno pdf

Figure 6.17 BAY-Kalib-SS DREAM(ZS) algorithm – (left) Convergence of Markov chain for a sensitive parameter PG3 with uniform prior pdf and (right) for a less sensitive PG6 with gamma prior pdf

Parameter PG6, ki ima apriorno gama porazdelitev, pa zaradi svoje nizke občutljivosti išče primerno vrednost parametra na območju, kjer se na podlagi predhodnih informacij pričakuje največja verjetnost prave vrednosti. Tista mala količina informacije, ki jo premorejo meritve za identifikacijo vrednosti PG6, pa še vedno omogoča usmeritev v lokacijo primerne vrednosti parametra.

6.3 Primer Anytown – umerjanje za hidravlični model razširjene časovne simulacije »EPS«

V prejšnjem primeru obravnave hipotetičnega hidravličnega modela Anytown za stalni tok so bili umerjeni parametri ekvivalentne hrapavosti cevovodov ε (za Darcy-Weisbachov model trenjskih izgub) s statičnimi simulacijami, ki jih ponazarjajo meritve, ki so bile opravljene ob odvzemih vode pri požarnih preizkusih na omrežju. Sedaj pa bo analiziran primer umerjanja na podlagi meritev z razširjeno časovno simulacijo (t. i. »EPS«). Časovni korak simulacije je 3 ure.

Ponovno bo preverjeno umerjanje z večkriterijskim pristopom in nato še pristop z Bayesovim sklepanjem. Obdelave, umerjanje in prikaz rezultatov so strukturirani na način, ki je primerljiv s

poglavjem 6.2. Pri večkriterijskem umerjanju bo ponovno uporabljen optimizacijski algoritem AMALGAM in naknadno še DREAM_(ZS) algoritem za primer Bayesovega sklepanja.

Podatki o hidravličnem modelu za razširjene časovne simulacije so navedeni v Prilogi 1. Za umerjanje hidravličnega modela in identifikacijo hrapavosti cevovodov pa so analizirani običajni obtežni primeri, ki nastopajo v enem dnevu. Za triurni časovni korak in s predvidenimi 24-urnimi simulacijami je skupno število obtežnih primerov enako 9.

Za hipotetični sistem Anytown so opazovani podatki (meritve) pridobljeni sintetično, z izračuni s programskim paketom EPANet2.0 (Rossman, 2000), in navedeni v Preglednica 6.13. Prave vrednosti ekvivalentne hrapavosti cevovodov ε , s katerimi so bile določene »popolne« oziroma »prave« meritve, so bile navedene v prejšnjem podpoglavju (Preglednica 6.3), prav tako tudi razvrstitev v skupine cevovodov (Preglednica 6.5).

Preglednica 6.13: Sintetične »prave« meritve tlakov in pretokov na cevovodnem sistemu Anytown – EPS

Table 6.13: Synthetic »true« pressure and flow measurements on the Anytown WDS - EPS

Čas [h]	Tlak na sistemu – 3-urne [m]				Pretok [l/s]		Gladine [m]	
	J40	J90	J120	J140	P78	P80	A	B
0	64,66	61,45	40,65	52,85	-21,29	-6,94	12,2	12,2
3	63,45	59,52	40,08	51,19	40,19	-21,88	9,17	10,76
6	60,30	56,92	35,62	49,05	-96,62	-93,94	10,31	11,75
9	56,89	53,32	29,49	44,66	-38,39	-24,73	6,85	4,43
12	54,54	50,25	27,65	41,53	6,25	-5,33	0,93	1,66
15	55,45	51,03	28,16	42,00	7,25	25,63	2,55	0,37
18	57,6	53,41	31,90	44,57	41,71	6,90	2,73	4,86
21	60,96	57,20	33,88	47,59	-6,16	60,83	9,76	4,53
24	64,38	60,90	39,77	51,98	64,84	25,98	9,61	11,29

Robni pogoji obratovanja določajo, da so izhodiščne gladine vodohranov na koti 77,7 m (kota vodohrana in višina vode $65,5 + 12,2 = 77,7$ m), da obratujejo vse tri črpalke in da je v prvih šestih urah cevovod P2 zaprt.

Ponovno bo sintetičnim oziroma »popolnim« meritvam dodan beli šum (normalna porazdelitev, $\mu = 0$ in σ). Varianca bo enaka kot v primerih iz poglavja 6.2, tj. standardni odklon meritev tlaka $\sigma_h = 0,10$ m, meritve pretoka $\sigma_q = 0,20$ l/s in meritve gladin v vodohranih $\sigma_l = 0,10$ m. Umerjanje bo

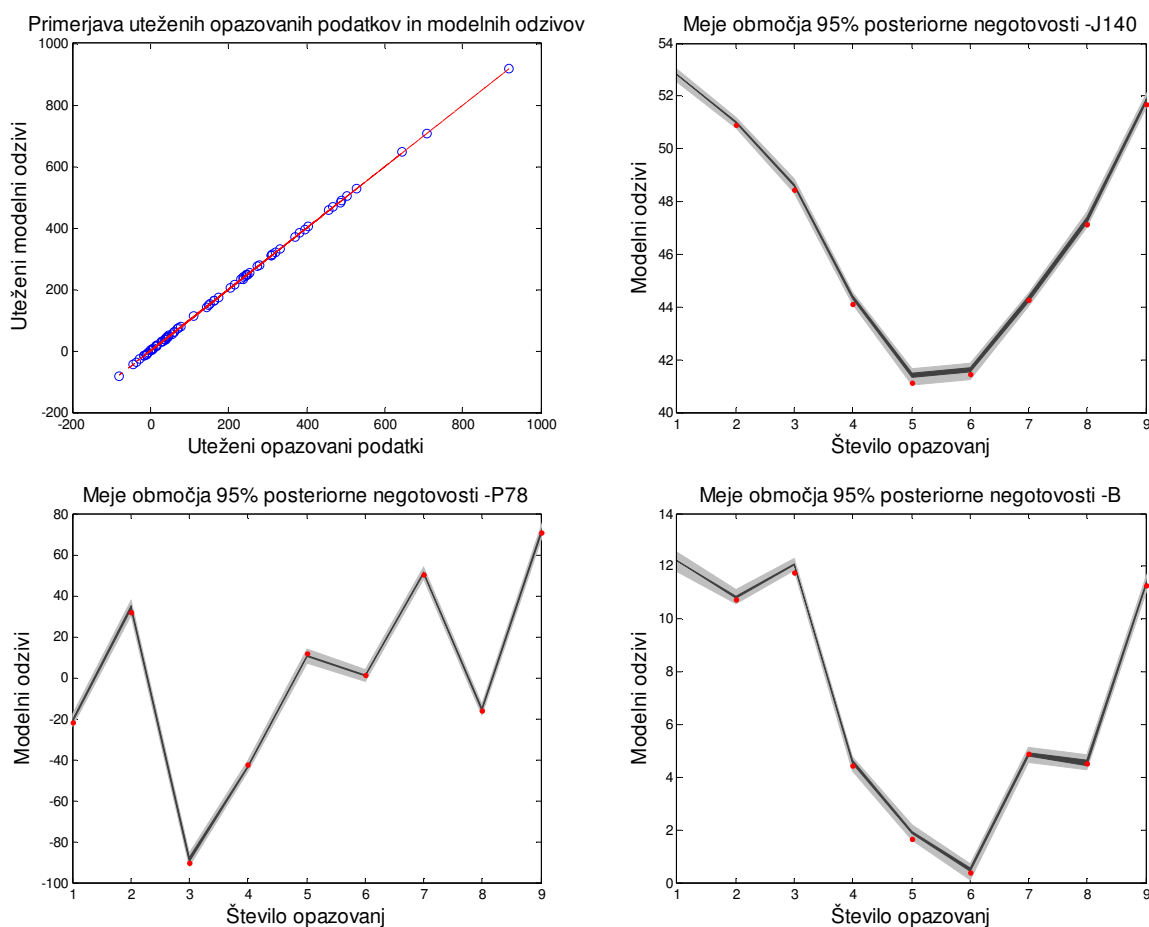
torej potekalo na podlagi t. i. »nepopolnih« meritev. Izbrana so bila enaka merilna mesta kot v primeru umerjanja pri stalnem toku »MO-Kalib-SS« in dodatno upoštevana še dva vodohrana.

6.3.1 Večkriterijsko umerjanje – primer »MO-Kalib-EPS«

Formulacija večkriterijskega umerjanja je enaka kot v točki 6.2.1. Optimizacijski problem umerjanja obravnava ciljni funkciji minimiziranja razlik med »nepopolnimi« sintetičnimi meritvami (Preglednica 6.13) in modelnimi napovedmi. Razlika med primerom umerjanja stalnega toka pri izrazitejših obtežnih primerih in tukajšnjim primerom razširjene časovne simulacije je v obravnavi opazovanih vplivov pri manj občutljivih parametrih umerjanja in pri vključevanju predhodnih ocen o vrednostih parametrov. Ker imajo obtežni primeri ob običajnem obratovanju sistema nižje pretoke, je tudi gradient padca energijske črte oziroma tlaka manjši. Zato je mogoče pričakovati manjše občutljivosti parametrov in s tem povezano slabšo določljivost.

Iščejo se torej Pareto optimalne vrednosti ekvivalentne hrapavosti koeficientov cevovodov ε . Najprej je ponovno uporabljen metahevrstični algoritem AMALGAM. Eksplicitni robni pogoji parametrov umerjanja znašajo (0,001, 15,0), izhodiščna populacija pa se generira z metodo LHS. Določitev utežnih koeficientov sledi postopku, opisanem v poglavju 6.2.1.

Vzpostavljene diagonalne utežne matrike so dimenzij: za vrednosti tlakov $\mathbf{W}^H$ [36×36], pretoke $\mathbf{W}^Q$ [18×18] in gladine $\mathbf{W}^L$ [18×18]. Utežna matrika za ocene parametrov pa ima $\mathbf{W}^P$ dimenzijo [2×2], saj je bilo predpostavljeno, da se parametroma PG5 in PG6 dodajo dodatne informacije. V algoritmu AMALGAM so bili uporabljeni vsi štirje podalgoritmi z naslednjimi parametri: število skupnih parametrov umerjanja $N_\theta = 6$, velikost populacije $N_{pop} = 100$ in število evalvacij $N_{eval} = 15.000$.



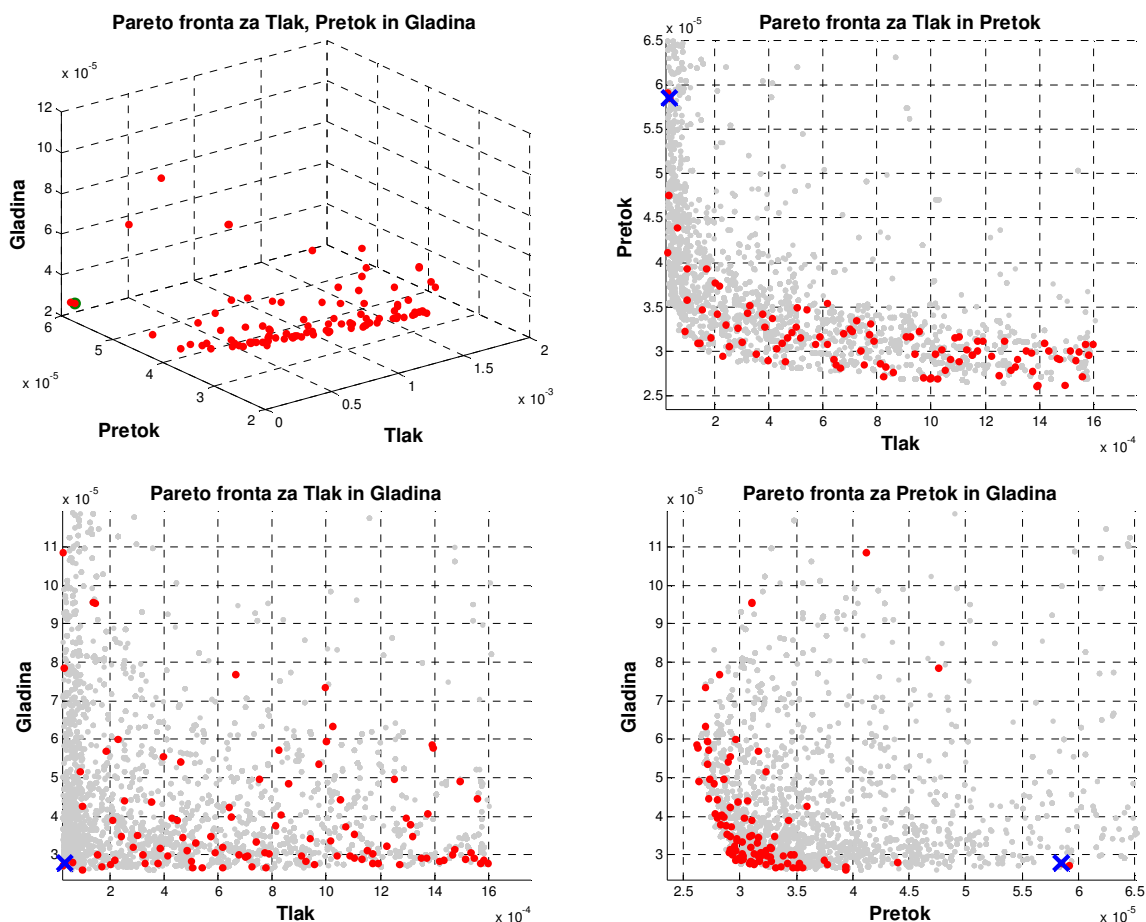
Slika 6.18 MO-Kalib-EPS (levo zgoraj) Primerjava uteženih modelnih odzivov in uteženih opazovanih podatkov ter (desno zgoraj in spodaj) območje 95 % negotovosti modelnih napovedi (sivo) in meritev (rdeče pike) za merilno mesto tlaka J140, pretoka P78 in gladine v vodohranu B

Figure 6.18 MO-Kalib-EPS (upper left) Comparison of weighted model predictions against weighted observation and (upper right and below) 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots) for pressure measurement location J140, flow P78 and tank level B

Slika 6.18 (levo) prikazuje primerjavo uteženih modelnih odzivov in uteženih opazovanih meritev, ki ponovno izkazuje zelo dobro ujemanje. Ugotovitev je mogoče podpreti tudi s prikazanim območjem 95 % negotovosti za modelne napovedi, kjer rdeče točke označujejo merjene vrednosti, medtem ko sivo območje povezuje modelne odzive.

Pareto optimalna fronta med ciljnim funkcijami uteženih pogreškov tlaka in pretoka označuje nedominirane rešitve umerjanja (Slika 6.19). Oblika Pareto optimalne fronte izkazuje izrazitejši kompromisne rešitve, kot je to bilo opaziti pri primerih umerjanja stalnega toka. Razlogov za to je več, npr. da je v trenutnem primeru vključeno večje število ciljnih funkcij, večje število meritev in da imajo obtežni primeri manj izrazito dinamiko procesov, glede na simulacije požarnih odvzemov vode. Tudi

v tem primeru je iz Pareto optimalnih rešitev bila izbrana tista, ki izkazuje najboljšo uravnoteženost med vsemi ciljnim funkcijami.



Slika 6.19: MO-Kalib-EPS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev večkriterijskega umerjanja

Figure 6.19: MO-Kalib-EPS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of multi-objective calibration results

Preglednica 6.14 povzema statistike iz vrednotenih parametrov umerjanja in njihove negotovosti, ki so izražene s 95 % intervali zaupanja. Skupine parametrov PG1, PG2 in PG3 imajo relativno nizke negotovosti glede na parametra PG4, kar pa predstavlja občutnejše poslabšanje glede na primer umerjanja »MO-Kalib-SS« iz poglavja 6.2.1. Pričakovano je bilo tudi povečanje negotovosti pri vrednostih parametrov PG5 in PG6.

Preglednica 6.14: MO-Kalib-EPS Rezultati parametrov umerjanja

Table 6.14: MO-Kalib-EPS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja vrednost	STD _θ	CV _θ	95 % interval zaupanja		CSS _θ
				spodnja	zgornja	
PG1	0,450	0,007	0,015	0,436	0,463	21,500
PG2	13,585	0,356	0,026	12,875	14,295	14,776
PG3	3,911	0,125	0,032	3,661	4,161	12,851
PG4	0,373	0,047	0,127	0,279	0,468	2,946
PG5	3,062	3,126	1,021	-3,169	9,293	0,316
PG6	0,597	1,211	2,026	-1,816	3,011	0,132

Podobno pokaže tudi Preglednica 6.15, ki združuje informacije iz kovariančne matrike in korelacijske matrike. Noben parameter ne izkazuje kritične absolutne vrednosti korelacijskega koeficienta, ki je podana z vrednostjo 0,95 (glej Cooley in Naff, 1990). To potrjuje, da je splošna določljivost parametrov zagotovljena. Najvišja vrednost korelacijskega koeficienta je -0,89.

Preglednica 6.15: MO-Kalib-SS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

Table 6.15: MO-Kalib-SS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	PG1	PG2	PG3	PG4	PG5	PG6
PG1	4,6E-05	-7,3E-04	-7,6E-04	1,4E-04	2,7E-03	-9,6E-05
PG2	-0,30	1,3E-01	1,5E-02	-1,1E-02	-3,2E-01	-1,5E-01
PG3	-0,89	0,33	1,6E-02	-3,1E-03	-9,0E-02	-1,3E-03
PG4	0,45	-0,65	-0,53	2,3E-03	-1,9E-02	3,2E-03
PG5	0,13	-0,29	-0,23	-0,13	9,8E+00	-1,5E+00
PG6	-0,01	-0,35	-0,01	0,05	-0,39	1,5E+00

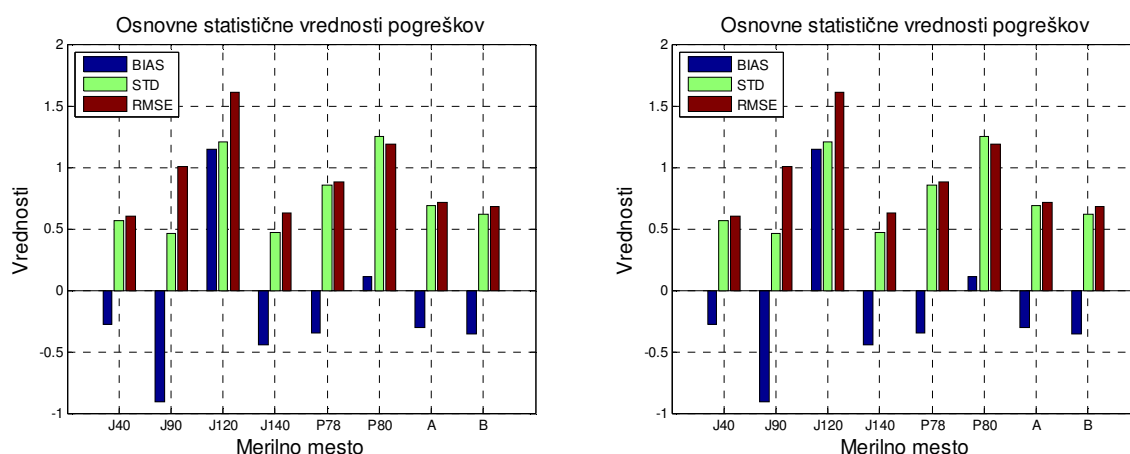
Pri pregledu singularnih vrednosti in lastnih vrednosti (Preglednica 6.16) ter vektorjev (Preglednica 6.8) se potrjujejo prejšnje ugotovitve, saj ima vseh šest lastnih vektorjev samo eno dominantno komponento, kar nakazuje na določljivost umerjanja.

Preglednica 6.16: MO-Kalib-EPS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

Table 6.16: MO-Kalib-EPS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	1	2	3	4	5	6
Singularne vrednosti	201,12	30,92	3,95	1,64	0,51	0,17
Lastne vrednosti	0,03	0,26	2,69	15,61	955,89	40450,92
ID parametra	Lastni vektorji					
PG1	0,003	0,001	-0,011	-0,067	-0,128	0,989
PG2	0,019	-0,599	-0,771	0,171	0,129	0,020
PG3	-0,020	0,005	0,228	0,966	0,090	0,080
PG4	0,005	0,057	0,095	-0,124	0,979	0,119
PG5	-0,987	0,113	-0,110	0,003	0,010	0,003
PG6	0,155	0,790	-0,577	0,132	0,026	0,004

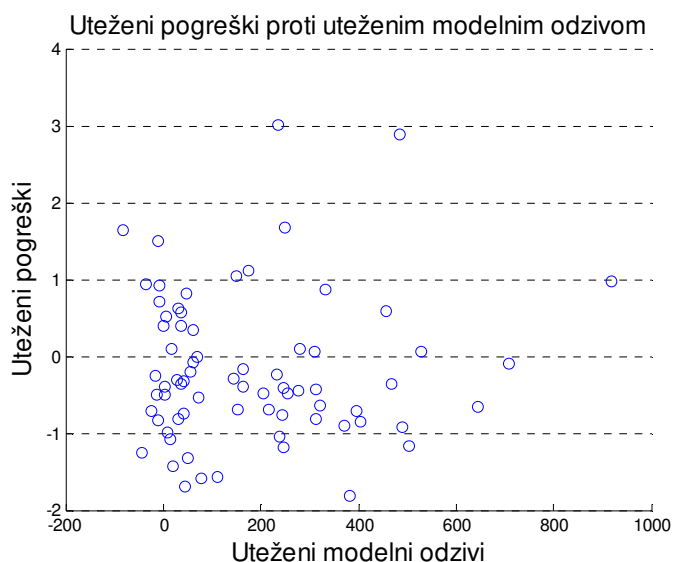
Pri analizi uteženih pogreškov (oz. ostankov) bodo najprej prikazane osnovne statistične vrednosti (Slika 6.20). Vrednosti povprečnega pogreška (pristranskost – BIAS), standardne deviacije (STD) in korena povprečne kvadrirane vrednosti (RMSE) uteženih pogreškov so bolj enakomerno razporejene po merilnih mestih in obtežnih primerih, kot je bilo to pri prvem izračunu umerjanja z metodo najmanjših kvadratov (Slika P5.4 v Prilogi 5). Iz tega je mogoče sklepati, da imajo utežni koeficienti pozitiven vpliv na kakovost umerjanja. Tudi pogled na rezultate imenovanih statistik v zbirni tabeli rezultatov (Preglednica 6.9) potrjuje to ugotovitev.



Slika 6.20 MO-Kalib-EPS Osnovne statistične vrednosti pogreškov (levo) za vsako merilno mesto in (desno) za vse obtežne primere

Figure 6.20 MO-Kalib-EPS Basic residual statistics (left) for each monitoring location and (right) for each loading condition

Preverjanje heteroskedastičnosti je opravljeno z grafično analizo (Slika 6.21). Uteženi pogreški so enakomerno razpršeni in razen dveh osamljencev (angl. outliers) ni zaznati znatne heteroskedastičnosti.

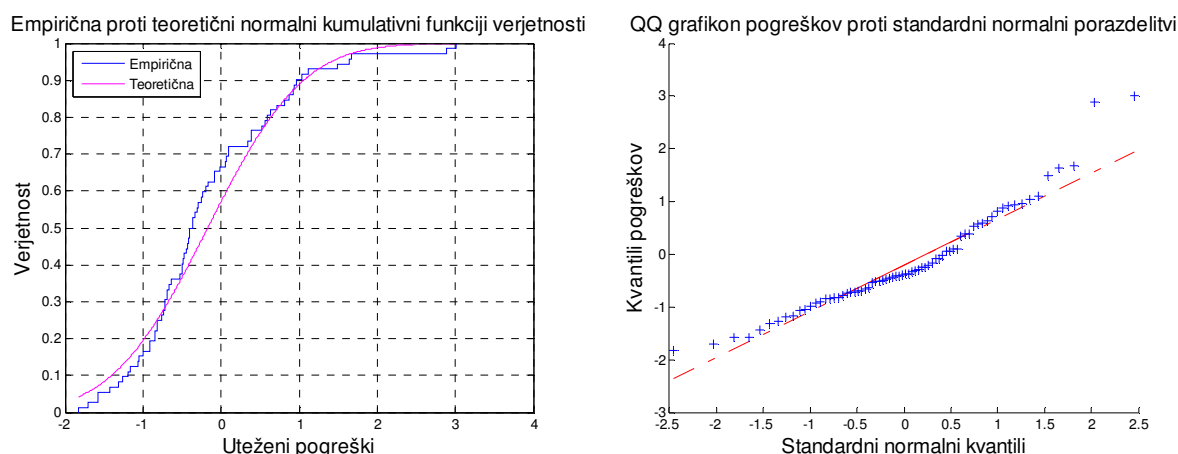


Slika 6.21 MO-Kalib-EPS Primerjava uteženih pogreškov v odvisnosti od uteženih modelnih odzivov

Figure 6.21 MO-Kalib-EPS Comparison of weighted residuals against weighted model predictions

Tudi naslednji dve grafični preverbi normalne porazdeljenosti uteženih pogreškov potrjujeta, da uporabljena metoda izpolnjuje predpostavke, ki so bile zahtevane v poglavju 3.2.1., torej da so (uteženi) pogreški nekorelirani in normalno porazdeljeni. Slika 6.22 prikazuje, ali so uteženi pogreški normalno razporejeni in v kolikšni meri odstopajo od normalne porazdelitve. Primerjava med teoretično in empirično kumulativno funkcijo verjetnosti kaže, da so uteženi pogreški relativno blizu normalni porazdelitvi, kljub temu pa je opaziti določeno asimetrijo empirične porazdelitve.

Tudi QQ grafikon prikazuje enake razmere, in sicer da je porazdeljenost uteženih pogreškov asimetrična v levo smer, kar pomeni, da je pozitivno asimetrična porazdelitev. Kljub temu je uporaba utežne sheme pogreške bistveno približala stanju glede na izhodiščno umerjanje z metodo najmanjših kvadratov.



Slika 6.22 MO-Kalib-EPS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure 6.22 MO-Kalib-EPS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution

Kljub opaženim odstopanjem od predpostavk statistične metode regresijskega modela je mogoče ugotoviti, da je bilo večkriterijsko umerjanje uspešno. To je vidno tudi iz vrednosti, navedenih v Preglednica 6.17, kjer npr. vrednost korelacijskega koeficienta izkazuje vrednost 1,0, pa tudi druge vrednosti kažejo na to, da modelni odzivi ustrezno odražajo vrednosti meritev.

Dodatna potrditev, da metoda uteženih najmanjših kvadratov predstavlja primerno metodo za izboljšanje umerjanja in določitve modelnih parametrov, je tudi vrednost ocenjene variance napak, ki je 1, kar velja, kadar so utežni koeficienti pravilno izbrani. Prav tako AIC in BIC kriterija izkazujeta nizki vrednosti, kar pomeni, da sta modela z uteženimi pogreški primernejša za uporabo.

Preglednica 6.17: MO-Kalib-EPS Povzetek rezultatov večkriterijskega umerjanja

Table 6.17: MO-Kalib-EPS Summary of multi-objective calibration results

Opis	Primer 1: Metoda najmanjših kvadratov (OLS)	Primer 2: Metoda WLS in predhod. ocene parametrov (PE)	Primer 3: WLS s predhod. ocene param. v ciljni funk. 1
Št. vseh merilnih mest	8	8	8
Št. merilnih mest tlaka	4	4	4
Št. merilnih mest pretoka	2	2	2
Št. merilnih mest gladin	2	2	2

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 6.17

Št. obtežnih primerov	9	9	9
Št. parametrov umerjanja	6	6	6
Št. vseh meritev	72	72	72
Št. predhodnih ocen parametrov	0	3	3
Št. prostostnih stopenj	66	69	69
Vrednost ciljne funkcije 1**	5,07E-05	3,12E-05	3,20E-05
Vrednost ciljne funkcije 2**	8,00E-05	1,07E-04	5,85E-05
Vrednost ciljne funkcije 3**	6,45E-05	4,47E-05	2,77E-05
Vrednost ciljne funkcije 4**	NaN	0,000	NaN
Srednja kvadratna napaka	0,289	0,876	0,4688
Korelacijski koeficient	1,000	1,000*	1,000*
Ocenjena varianca napak	0,315	1,065*	0,940*
Negotovost parametrov $\text{tr}(\text{Cov}_\theta)$	41,076	10,470	11,382
Negotovost modelnih napovedi $\text{tr}(\text{Cov}_y)$	1,891	3,311	3,020
Povpr. st. deviacija modelnih napovedi	0,112	0,113	0,108
Maks. st. deviacija modelnih napovedi	0,430	0,789	0,820
Akaike informacijski kriterij (AIC)	1,65E+02	1,50E+01*	9,15E+00*
Bayesovski informacijski kriterij (BIC)	1,64E+02	1,37E+01*	7,90E+00*
Pristranskost	-0,114	0,016	-0,172
Standardna deviacija pogreškov	0,529	1,017	0,961
Relativna pristranskost	-0,216	0,016	-0,179

*) Uteženi pogreški

**) Transformirane vrednosti ciljnih funkcij

6.3.2 Umerjanje z Bayesovim sklepanjem – primer »BAY-Kalib-EPS«

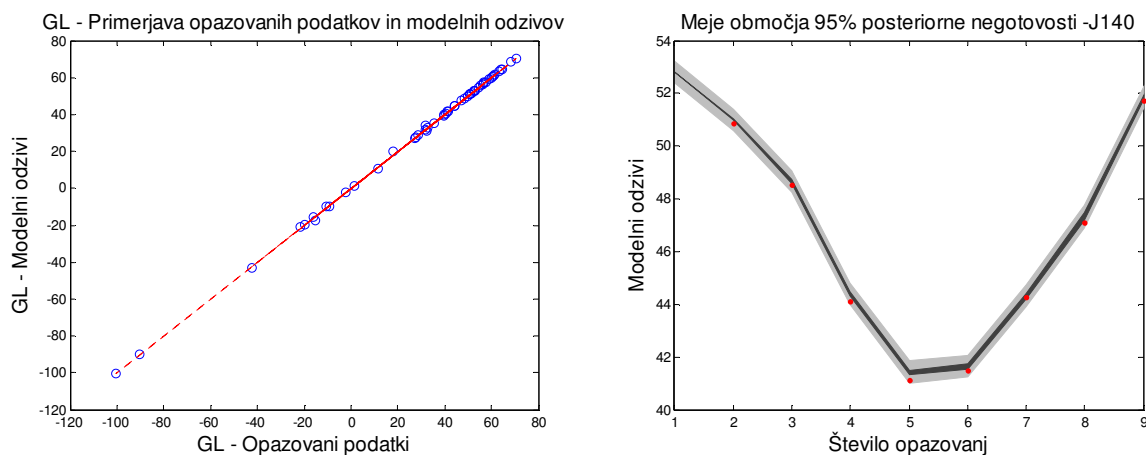
Poleg metode uteženih najmanjših kvadratov je bil za primer razširjene časovne simulacije hidravličnega modela Anytown uporabljen tudi pristop z Bayesovim sklepanjem. Umerjanje parametrov, tj. ekvivalentne hrapavosti ε za šest skupin cevovodov, temelji na enakih podatkih, robnih pogojih in opazovanih sintetičnih meritvah. Pri obravnavi parametrov umerjanja bodo vključene tudi informativne apriorne porazdelitve glede na izhodišča, ki so bila predstavljena v poglavju 6.2.2.

Na podlagi ugotovitev, ki izhajajo iz uporabe Bayesovega sklepanja za primer BAY-Kalib-SS za razmere stalnega toka pri požarni obtežbi, je bila izbrana gama apriorna porazdelitev, katere vrednosti so bile že podane (Preglednica 6.10). Prav tako bo uporabljena posplošena funkcija verjetja (GL) iz

enačbe (3.30). Pri izračunih so bili poleg parametrov ekvivalentne hrapavosti cevovodov dodatno določeni še umerjeni parametri σ_0 , σ_1 , β in ξ . Za vzorčenje teh štirih parametrov so bile uporabljene zvezne enakomerne porazdelitve, ki so jim bile za posamezne parametre določene spodnje in zgornje meje: $\sigma_0 \sim U[0, 1]$, $\sigma_1 \sim U[0, 1]$, $\beta \sim U[-1, 1]$ in $\xi \sim U[0.1, 10]$.

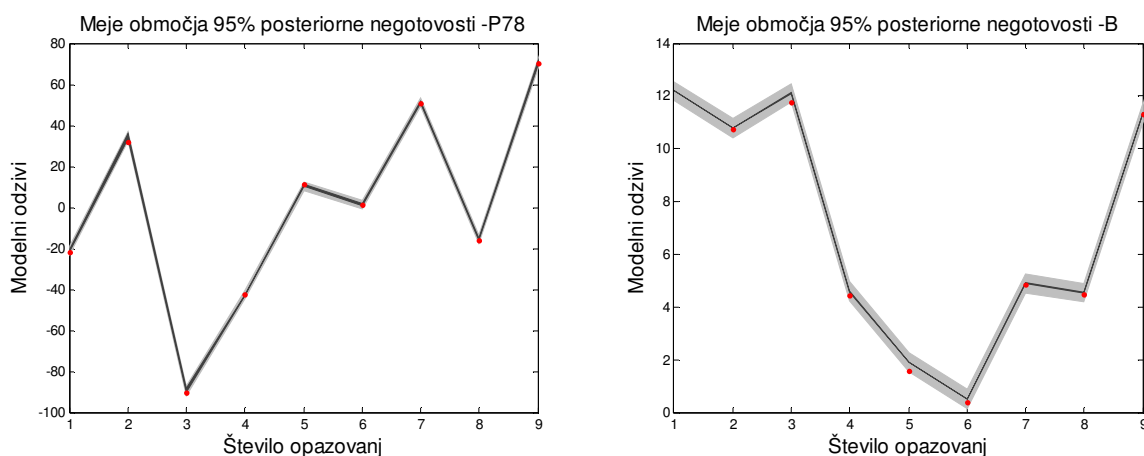
Algoritem DREAM_(ZS) je bil nastavljen z naslednjimi parametri: število skupnih parametrov umerjanja $N_\theta = 6 + 4 = 10$, število Markovskih verig $N_{ZS} = 3$, število verig za ustvarjanje predlogov stanj $DE_{pair} = 1$, vrednost križanj $N_{CR} = 3$, delež vzporednega posodabljanja in ustvarjanja predlogov stanj $p_{up} = 0,9$, izhodiščna dimenzija matrike za vzorčenje iz preteklih stanj $Z_{m0} = 10 * N_{dim} = 100$, verjetnost preskoka med verigami $p_{jump} = 0,2$ in število evalvacij $N_{eval} = 30.000$. Algoritem DREAM_(ZS) je konvergirал v približno 22.000 evalvacijah, pri čemer je celotna simulacija trajala 355 sekund na računalniku s 403 MFLOPS.

Slika 6.24 (levo) prikazuje primerjavo modelnih odzivov proti opazovanim meritvam, pri čemer je prikazano tudi območje 95 % negotovosti. Dobro ujemanje nakazujejo vrednosti, ki so navedene v Preglednica 6.21. Koeficient korelacije ima vrednost 1,0, vrednost povprečne napake kvadratov je 0,217, pri nizki pristranskosti 0,002.



Slika 6.23 BAY-Kalib-EPS (levo) Primerjava uteženih modelnih odzivov in uteženih opazovanih podatkov ter (desno) območje 95 % negotovosti modelnih napovedi (sivo) in meritev (rdeče pike) za merilno mesto tlaka J140

Figure 6.23 BAY-Kalib-EPS (left) Comparison of weighted model predictions against weighted observation and (right) 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots) for pressure measurement location J140



Slika 6.24 BAY-Kalib-EPS Območje 95 % negotovosti modelnih napovedi (sivo) in meritev (rdeče pike) za merilno mesto (levo) pretoka P78 in (desno) gladine v vodohranu B

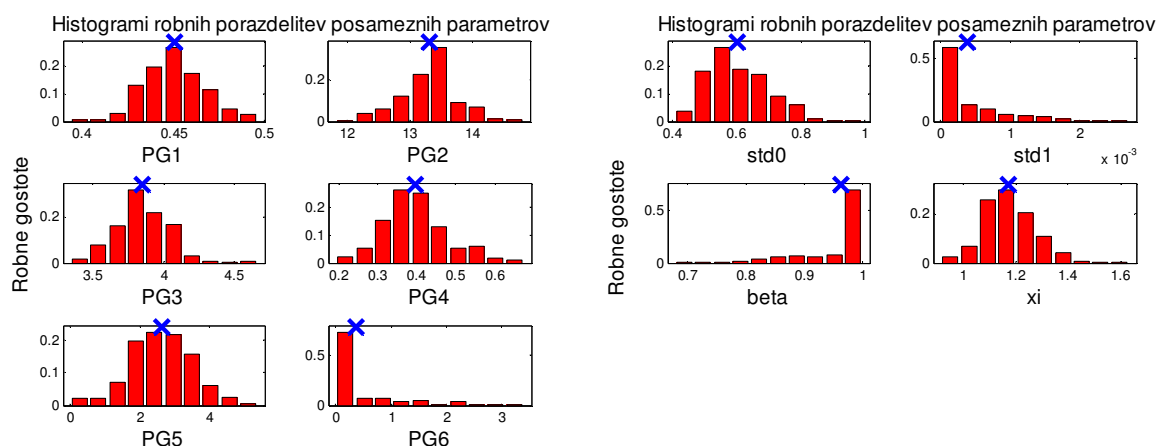
Figure 6.24 BAY-Kalib-EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots) for pressure measurement location (left) flow P78 and (right) tank level B

Vrednosti maksimalne aposteriorne porazdelitve za modelne parametre so navedene v Preglednica 6.18. Iz rezultatov je mogoče razbrati, da so bila predvidevanja o določljivosti hidravličnih parametrov potrjena in skladna z ugotovitvami iz primerov umerjanja z večkriterijskim optimizacijskim postopkom. Pričakovana je bila tudi povečana negotovost v vrednosti parametrov PG5 in PG6. Slika 6.25 prikazuje histograme robnih porazdelitev šestih modelnih parametrov in štirih hiperparametrov GL funkcije verjetja.

Preglednica 6.18: BAY-Kalib-EPS Rezultati parametrov umerjanja

Table 6.18: BAY-Kalib-EPS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja vrednost	STD ₀	CV ₀	95 % interval zaupanja		CSS ₀
				spodnja	zgornja	
PG1	0,451	0,018	0,040	0,415	0,487	18,250
PG2	13,317	0,813	0,061	11,678	14,955	10,734
PG3	3,847	0,180	0,047	3,484	4,211	16,356
PG4	0,396	0,096	0,243	0,202	0,590	1,992
PG5	2,632	3,869	1,470	-5,165	10,429	0,211
PG6	0,365	0,942	2,583	-1,534	2,264	0,105



Slika 6.25 BAY-Kalib-EPS Robne posteriorne gostote verjetnosti za šest modelnih parametrov in šest hiperparametrov v primeru predlagane sheme zvezne enakomerne in gama apriorne porazdelitve

Figure 6.25 BAY-Kalib-EPS Marginal densities of six model parameters and six hyperparameters in the case of the proposed uniform and gamma prior pdf scheme

Preglednica 6.19 združuje informacije iz kovariančne matrike in korelacijske matrike. Tudi v tem primeru so korelacijski koeficienti v mejah maksimalne absolutne vrednosti 0,95, pri čemer pa je največja vrednost korelacijskega koeficienta -0,92 zaznana med parametroma PG1 in PG3.

Preglednica 6.19: BAY-Kalib-SS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

Table 6.19: BAY-Kalib-SS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	PG1	PG2	PG3	PG4	PG5	PG6
PG1	1,3E-04	2,1E-03	-1,7E-03	-7,6E-05	-2,5E-02	-5,4E-05
PG2	0,34	2,8E-01	-3,6E-02	-2,4E-02	-1,2E-01	-6,1E-02
PG3	-0,92	-0,42	2,6E-02	2,4E-03	1,1E-01	6,2E-03
PG4	-0,13	-0,87	0,29	2,7E-03	-1,4E-01	8,2E-03
PG5	-0,34	-0,04	0,11	-0,43	4,0E+01	-8,4E-01
PG6	-0,02	-0,56	0,19	0,77	-0,64	4,2E-02

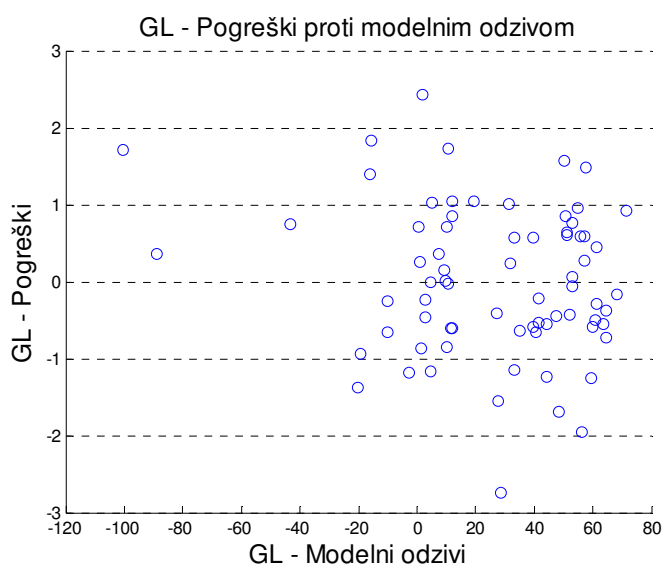
Pri pregledu singularnih vrednosti in lastnih vrednosti ter vektorjev (Preglednica 6.20) je mogoče potrditi, da ima vseh šest lastnih vektorjev samo eno dominantno komponento, kar nakazuje na določljivost umerjanja. To potrjuje tudi pogled na lastne vektorje parametrov, ki so dominirani s strani ene komponente njihovega vektorja.

Preglednica 6.20: MO-Kalib-EPS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

Table 6.20: BAY-Kalib-EPS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

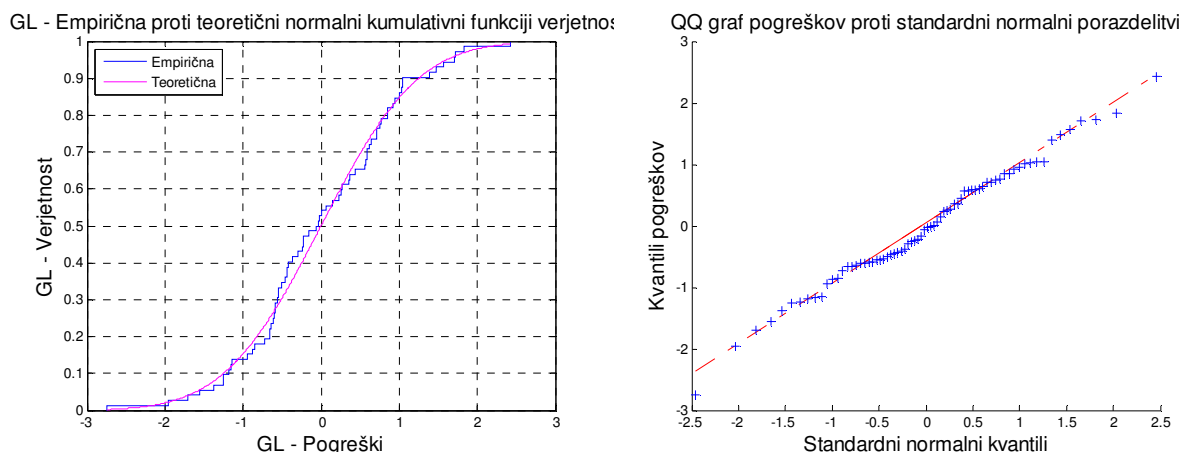
Št. parametra	1	2	3	4	5	6
Singularne vrednosti	2,0E+02	9,0E-01	5,0E+00	5,3E+01	7,8E-02	3,4E+00
Lastne vrednosti	6,0E-03	2,9E+03	1,2E+01	8,1E-01	3,9E+04	2,5E+01
ID parametra	Lastni vektorji					
PG1	6,2E-04	-1,1E-01	6,6E-02	-7,6E-03	9,9E-01	8,6E-03
PG2	3,0E-03	9,2E-02	-1,3E-01	-9,6E-01	1,3E-02	-2,3E-01
PG3	-2,8E-03	4,7E-03	-9,9E-01	1,3E-01	6,7E-02	7,8E-03
PG4	3,5E-03	9,9E-01	2,3E-02	8,3E-02	1,1E-01	4,5E-02
PG5	-1,0E+00	4,1E-03	3,0E-03	1,8E-03	1,1E-03	-2,1E-02
PG6	2,1E-02	2,3E-02	2,4E-02	2,3E-01	1,1E-02	-9,7E-01

Analiza pogreškov (Slika 6.26) kaže, da so ti enakomerno razporejeni okoli ordinatne osi pri vrednosti nič. Pogreški imajo naključen raztros, kar potrjujejo tudi vrednosti za povprečni pogrešek (pristranskost), njihovo standardno deviacijo in relativno pristranskost (glej tudi Preglednica 6.21), porazdeljene kot v primeru neuporabe utežnih koeficientov (glej primerjavo s Sliko P5.6 v Prilogi 5). Porazdelitev pogreškov se dobro prilega teoretični porazdeljenosti normalne porazdelitve (Slika 6.27), kar izkazujeta tako kumulativna funkcija verjetnosti kot tudi QQ grafikon.



Slika 6.26 BAY-Kalib-EPS Primerjava uteženih pogreškov v odvisnosti od uteženih modelnih odzivov

Figure 6.26 BAY-Kalib-EPS Comparison of weighted residuals against weighted model predictions



Slika 6.27 BAY-Kalib-EPS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure 6.27 BAY-Kalib-EPS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution

Povzetek predstavljenih rezultatov izkazuje izjemno natančno ponazoritev opazovanih nepopolnih meritev in zelo natančno določitev koeficientov hrapavosti. Uporaba metode Bayesovega sklepanja se torej izkazuje kot izjemno uspešna pri tej nalogi.

Preglednica 6.21: BAY-Kalib-EPS Povzetek rezultatov Bayesovega sklepanja

Table 6.21: BAY-Kalib-EPS Summary of Bayesian inference results

Opis	Bayesovo sklepanje (GL)
Št. vseh merilnih mest	8
Št. merilnih mest tlaka	4
Št. merilnih mest pretoka	2
Št. merilnih mest gladin	2
Št. obtežnih primerov	9
Št. parametrov umerjanja	8
Št. vseh meritev	72
Št. predhodnih ocen parametrov	NaN
Št. prostostnih stopenj	64
Vrednost ciljne funkcije GL	-473,514
Srednja kvadratna napaka	0,217
Korelacijski koeficient	1,000
Ocenjena varianca napak	1,059

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 6.21

Negotovost parametrov $\text{tr}(\text{Cov}_\theta)$	40,735
Negotovost modelnih napovedi $\text{tr}(\text{Cov}_y)$	1,465
Povpr. st. deviacija modelnih napovedi	0,096
Maks. st. deviacija modelnih napovedi	0,401
Akaike informacijski kriterij (AIC)	-457,5
Bayesovski informacijski kriterij (BIC)	-456,8
Pistranskost	-0,002
Standardna deviacija pogreškov	0,977
Relativna pistranskost	-0,002

*) Uteženi pogreški

**) Transformirane vrednosti ciljnih funkcij

6.4 Ugotovitve

V tem poglavju je bil za hipotetični primer hidravličnega modela Anytown prikazan in ovrednoten pristop večkriterijskega umerjanja in Bayesovega sklepanja. V obeh primerih rezultati in njihove analize kažejo na dobro ujemanje modelnih napovedi glede na opazovane podatke. Metoda večkriterijskega umerjanja z uporabo uteženih najmanjših kvadratov je dokazala robustnost optimizacijskega procesa pri iskanju najprimernejših vrednosti modelnih parametrov. S statističnimi analizami in diagnostičnimi orodji je bilo potrjeno, da je metoda uteženih najmanjših kvadratov uspešno korigirala razporejenost pogreškov in s tem zagotovila izpolnjevanje pogojev o neodvisno in identično (normalno) porazdeljenih pogreških. Vključevanje predhodnih ocen kot samostojne ciljne funkcije se pri majhnem številu parametrov ni izkazalo za učinkovito, saj je negativno vplivalo na identifikacijo najustrežnejših rešitev v večkriterijskem optimizacijskem procesu. Primernejša se je izkazala rešitev, pri kateri se predhodne ocene združijo s katero od drugih ciljnih funkcij, saj je to privedlo do boljših rezultatov optimizacijskega procesa, hkrati pa tudi ugodno vplivalo na konvergenco procesa. Večkriterijski optimizacijski algoritem AMALGAM se je potrdil kot zelo učinkovito in uspešno optimizacijsko orodje pri umerjanju cevovodnih sistemov.

Uporabljeni pristop Bayesovega sklepanja se je v kombinaciji s posplošeno funkcijo verjetja (GL) prav tako izkazal za zelo primerne. Ker GL funkcija stremi k temu, da funkcija verjetja čim bolje popiše porazdeljenost pogreškov, je s tem zagotovljena njihova normalna porazdeljenost, kar potrjujejo rezultati obeh primerov. Pri GL funkciji pa je potrebna previdnost pri vključevanju števila hiperparametrov ciljne funkcije. Preveliko število GL hiperparametrov namreč lahko uniči proces

ocenjevanja vrednosti modelnih parametrov in celoten postopek se preusmeri v prilagajanje in ujemanje funkcije verjetja.

Uporaba Bayesove metode z algoritmom DREAM_(zs) je prikazala svojo uspešnost tudi pri umerjanju cevovodnih sistemov, vendar pa so MCMC metode še vedno nekoliko časovno prezahtevne in neučinkovite za simulacije v realnem času. Glede na princip MCMC metod, ki delujejo s surovo računsko silo, ko ocenjujejo stanja regresijskega modela, bi bilo vredno poskusiti te Bayesove metode umerjanja uporabljati v vzporednem procesorskem okviru, o čemer je bilo že poročano v literaturi.

7 PRIMER 2 – REALNI HIDRAVLIČNI MODEL VODOOSKRBNEGA SISTEMA

Na primeru hidravličnega modela realnega vodooskrbnega sistema bo preverjena ustreznost izdelane metodologije večkriterijskega umerjanja (poglavje 3.2) in Bayesovega sklepanja (poglavje 3.3). Opravljene bodo smiselno enake analize kot v poglavju 6 za hipotetični primer. Umerjanje se bo torej zopet testiralo pri obtežnih primerih stalnega toka in za primer razširjenih časovnih simulacij. Podatke o realnem vodooskrbnem sistemu je priskrbel upravljavec sistema, vzpostavitev modela pa je skladna z vsebinami iz poglavja 2.2 oziroma natančneje poglavja 2.2.5.

7.1 Opis

Sistem oskrbuje s pitno vodo okoli 34.000 prebivalcev in nekaj industrijskih uporabnikov. Voda se zajema iz podtalnice in prek treh črpalk oskrbuje celotno območje. V sistemu so dva vodohrana, tri prečrpalnice in dve tlačni coni, ena pokriva večino območja oskrbe, medtem ko druga prek reducirnega ventila, ki znižuje tlačne razmere, oskrbuje neko večje naselje. Topologija vodooskrbnega sistema je bila prevzeta iz GIS podatkov, kjer so se točkovnim in linijskim elementom dodale ustrezne vrednosti ocenjenih parametrov, ki so potrebne za izvedbo hidravličnih simulacij. S topološkimi obdelavami cevovodnega sistema so bili identificirani odseki, ki so v dosegu meritev in za katere je mogoče izvajati umerjanje hrapavosti cevovodov, preostali elementi cevovodnega sistema so bili izločeni in njihovi vplivni parametri preneseni na ustrezne lokacije priključitve. Preostali cevovodi, ki so ostali v dosegu merilnih mest, so bili združeni tako, da so se sosednji cevovodi, ki imajo enake fizične karakteristike, združili v enovit cevovod, medtem ko se porabe odstranjenih vozlišč prenesejo na vozlišča združenega cevovoda v obratnem sorazmerju z oddaljenostjo le-teh. Vse vozliščne porabe so bile določene na podlagi obračunskih podatkov in iz meritev pretoka na sistemu. Na podlagi vzpostavljenih bilance pretokov po sistemu je bila poraba razporejena po omrežju in nato vezana na centroide uporabnikov ter prenesena na ustrezna priključna mesta, tj. na vozlišča. Po podatkih iz obdobja izvajanja meritev se povprečna dnevna vrednost načrpane vode giblje med 90 in 110 l/s. Po vseh navedenih obdelavah je vzpostavljeni skeletizirani hidravlični model sestavljen iz 812 vozlišč in 1072 cevovodov.

Izvedene meritve na vodooskrbnem sistemu so vključevale 16 meritev tlakov in 4 meritve pretokov. Tlaki so bili vzorčeni z digitalnim merilnikom tlaka, katerega merilni razpon je 0–20 bar in merilna napaka $\pm 0,05$ % glede na maksimalno merilno vrednost. Vzorčenje meritev tlaka je bilo izvedeno na 10 sekund. Pretoki so bili merjeni z ultrazvočnimi merilci pretokov, kjer je bil merilni razpon povprečnih hitrosti od 0,006 do 14,89 m/s, merilna negotovost pa določena za dve območji, in sicer $\pm 2,0$ % pri hitrostih $v \geq 1$ m/s in $\pm 0,02$ m/s pri hitrostih $v < 1$ m/s. Meritve pretoka so bile vzorčene na

eno minuto. V obdobju izvajanja meritev je bilo opravljenih tudi 11 izpustov vode iz hidrantov. Meritve pri teh neodvisnih obtežnih primerih izpustov iz hidrantov so bile uporabljene pri umerjanju s simulacijami stalnega toka. V tem primeru so bili robni pogoji na objektih sistema povzeti kot dejansko stanje iz nadzornega centra. Umerjanje za primer razširjene časovne simulacije je bilo izvedeno z intervalom 15 minut. Zbrane meritve so bile v časovnih intervalih izbrane tako, da so ustrezale časovnim korakom hidravličnih simulacij.

V tem poglavju bodo na podlagi opisanih obdelav hidravličnega modela analizirane statične (stalni tok) in razširjene časovne simulacije ter testirana ustreznost razvitih pristopov, tj. z večkriterijskim umerjanjem in Bayesovim sklepanjem. Pri optimizacijah pa se bodo dodatno uvajale še predhodne informacije o vrednostih parametrov, ki so navedene v Prilogi 13.

7.2 Primer realni VS – umerjanje za hidravlični model stalnega toka »SS«

Pri umerjanju ekvivalentne hrapavosti ε cevovodov se v realnih vodooskrbnih sistemih pojavi zahtevna naloga, saj je število neznanih parametrov (pri velikem številu cevovodov in drugih elementov na sistemu) običajno ogromno, medtem ko je število razpoložljivih meritev majhno. Za zmanjšanje števila neznanih parametrov umerjanja so bili cevovodi združeni v skupine, ki imajo enake značilnosti.

Preglednica 4.2 prikazuje kriterije združevanja cevovodov, ki so t. i. ameriški kriteriji grupiranja. Pri tem je bilo preverjeno, koliko skupin parametrov je mogoče ustvariti iz predpostavljenih lastnosti grupiranja. Z uporabo kriterija, da naj imajo cevovodi enak material, premer in starost, je bilo dobljenih 93 skupin, pri čemer daje kriterij istega materiala in premera 33 skupin, kriterij materiala in starosti 25, in zadnji, samo kriterij materiala, daje 6 skupin koeficientov hrapavosti. Ker prvi kriterij vključuje preveliko število parametrov umerjanja glede na razpoložljivo število meritev in zadnji predstavlja preveliko posplošitev, nudita drugi in tretji kriterij ustrezno možnost obravnave. Po pregledu števila cevovodov v posameznih skupinah je bil za testiranje izbran tretji kriterij, kjer se ustvari 25 skupin, saj najboljše zajame tudi proces staranja sistema, to je spreminjanje hidravlične hrapavosti s časom.

Izbrane skupine parametrov bodo analizirane z opisanimi obtežnimi primeri in njim pripadajočimi meritvami. Obtežni primeri zajemajo razmere pri izpuščanju vode iz hidrantov, pri čemer je skupaj s podanimi merilnimi mesti na razpolago 176 meritev tlakov (16 merilnih mest * 11 obtežnih primerov) in 99 meritev pretokov (9 merilnih mest * 11 obtežnih primerov) in še 35 mobilnih odčitkov tlaka na lokacijah izpustov iz hidrantov. Skupno število torej znaša 310 meritev.

V nadaljevanju bodo podani vhodni parametri optimizacijskih algoritmov in prikazani rezultati posameznih simulacij, ki bodo primerjani z rezultati za primer naselja Anytown.

7.2.1 Večkriterijsko umerjanje – primer »MO-Kalib-SS«

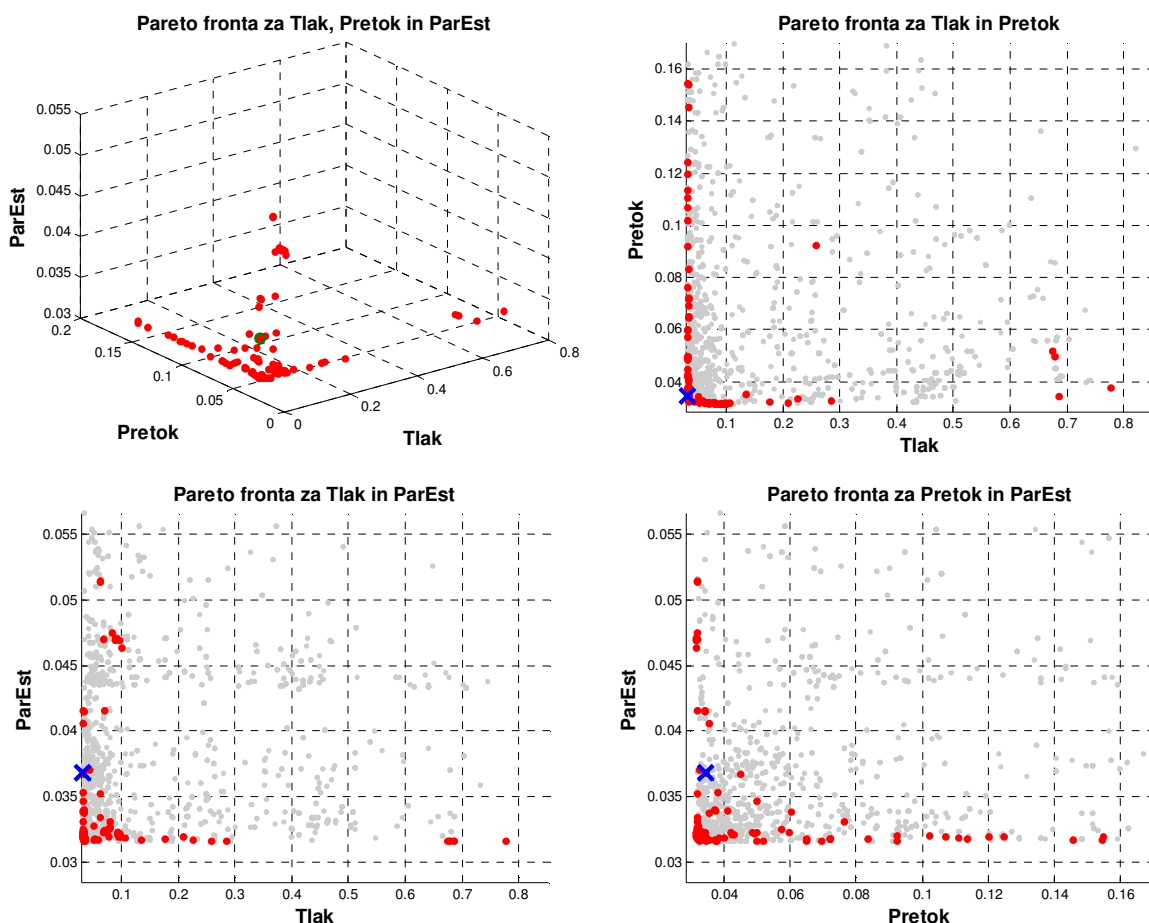
Umerjanje hidravličnega modela realnega sistema je izvedeno z večkriterijskim umerjanjem in z uporabo optimizacijskega algoritma AMALGAM. Formulacija optimizacijskega večkriterijskega umerjanja je enaka kot v primeru MO-Kalib-SS v poglavju 6.2.1. V tem procesu se iščejo najprimernejše vrednosti ekvivalentne hrapavosti cevovodov ε za Darcy-Weisbachov zapis trenjskih izgub. Ciljni funkciji za tlak in pretok sta v hidravličnem modelu izražene v obliki, kot je bila zapisana v enačbi (3.7). Vrednosti spremenljivk začetne populacije so generirane z metodo LHS (poglavje 5.3), pri čemer so eksplicitni robni pogoji parametrov umerjanja določeni kot (0,001, 10,0).

Pri uporabi metode uteženih najmanjših kvadratov v ciljnih funkcijah tlaka in pretoka je treba določiti elemente utežnih matrik, ki naj bi v idealnem primeru bile določene kot inverzna vrednost kovariančne matrike pogreškov. Potrebna je torej predhodna rešitev problema umerjanja, ki je bila izvedena za celotno identificirano število parametrov, tj. 25. Rešitve tega prvostopenjskega procesa umerjanja so za celotni niz parametrov podane v Prilogi 7. Preglednica P7.1 (glej Prilogo 7) prikazuje rezultate tega izhodiščnega oziroma prvostopenjskega umerjanja. Prvostopenjsko umerjanje ni pomembno samo za določevanje uteži, ampak je tudi podlaga za verodostojno analizo in diagnostiko zastavljenega problema umerjanja. Vrednosti variacijskih koeficientov so namreč za nekatere parametre izjemno visoke, kar seveda bistveno vpliva na njihovo določljivost. Enako se ugotovi tudi pri pregledu 95 % intervalov zaupanja. Na podlagi teh ugotovitev je izhodiščni nabor parametrov zmanjšan, s tem da ostanejo v nadaljnjem procesu umerjanja vključeni parametri, ki izkazujejo nizko vrednost variacijskega koeficienta, in parametri, katerih vrednosti so sicer višje, vendar bodo pri njih lahko uporabljene predhodne ocene o vrednostih parametra. Na ta način je določenih 12 parametrov, ki bodo obravnavani v nadaljevanju poglavja 7.2. Rezultati predhodnega izračuna za potrebe določitve utežnih koeficientov, ki so uporabljeni za novo določitev utežnih koeficientov, so navedeni v Prilogi 8. Povzetki obeh navedenih izračunov pa so vključeni v Preglednica 7.2.

Uporabljene so tri ciljne funkcije, in sicer za tlak, pretok in predhodne ocene parametrov. Določitev utežnih koeficientov sledi postopku, opisanem v poglavju 6.2.1. Vzpostavljeni diagonalni utežni matriki za vrednosti tlakov $\mathbf{W}^H$ in pretoke $\mathbf{W}^Q$ imata dimenzije 211×211 ter 99×99 . Utežna matrika za ocene parametrov pa ima $\mathbf{W}^P$ dimenzijo 7×7 , saj je bilo privzeto, da bodo sedmim manj določljivim parametrom dodane dodatne informacije.

Algoritem AMALGAM je bil nastavljen tako, da izvaja optimizacijo z vsemi štirimi podalgoritmi, tj. NSGA-II, prilagodljiv Metropolis algoritem (angl. Adaptive Metropolis (AMS)), optimizacija z rojem delcev (angl. Particle Swarm Optimization (PSO)) in algoritem diferencialne evolucije (angl. Differential Evolution (DE)). Nastavljeni so naslednji parametri: število skupnih parametrov umerjanja $N_{\theta} = 12$, velikost populacije $N_{pop} = 100$ in število evalvacij $N_{eval} = 5.000$.

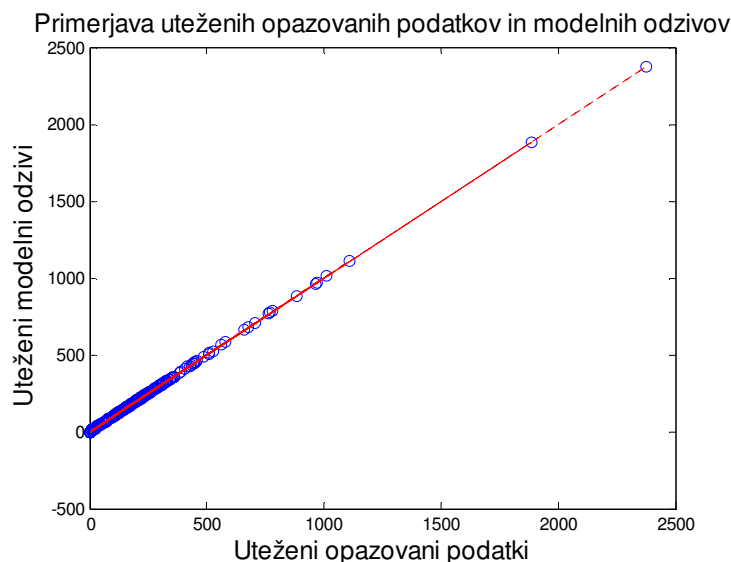
Slika 7.1 prikazuje vrednosti identificirane Pareto optimalne fronte. Oblika Pareto optimalne fronte v tem primeru nima izrazite krivine, torej obstaja ob teh pogojih nek optimalni vektor rešitev. Z rdečimi točkami je prikazana Pareto optimalna fronta tako za 3-dimenzionalni pogled kot tudi za 2-dimenzionalni prikaz. Uravnotežena rešitev, ki je bila izbrana, je prikazana na grafikonih z modrim križcem. V nadaljevanju bo ta rešitev upoštevana pri prikazih rezultatov večkriterijskega umerjanja.



Slika 7.1 MO-Kalib-SS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev večkriterijskega umerjanja

Figure 7.1 MO-Kalib-SS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of multi-objective calibration results

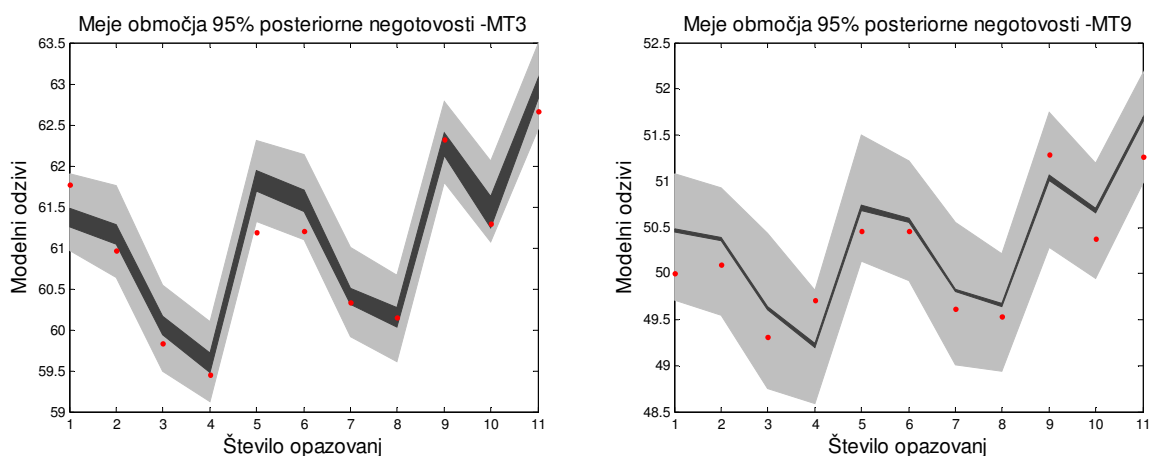
Slika 7.2 prikazuje ujemanje modela oziroma skladnost uteženih modelnih napovedi in uteženih opazovanih (merjenih) vrednosti. V primeru realnega vodooskrbnega sistema je izkazano zelo dobro ujemanje, kar izkazuje tudi koeficient korelacije, ki ima vrednost 1,0.



Slika 7.2 MO-Kalib-SS Primerjava uteženih modelnih odzivov in uteženih opazovanih podatkov

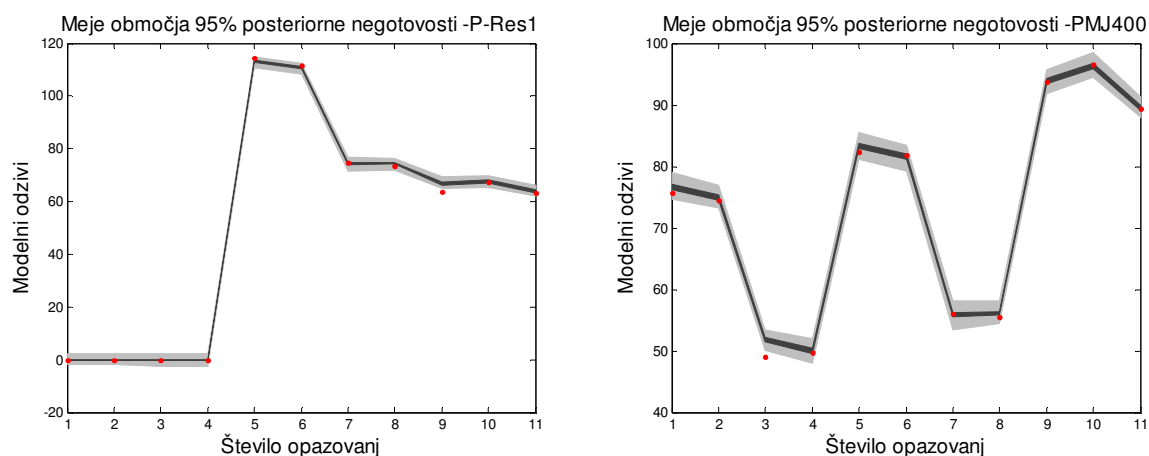
Figure 7.2 MO-Kalib-SS Comparison of weighted model predictions against weighted observation

Druga oblika primerjave med meritvami in modelnimi odzivi je prikazana na Slika 7.3 in Slika 7.4. Prikazano je območje 95 % negotovosti modelnih napovedi. Z rdečimi točkami so označene merjene vrednosti, medtem ko sivo območje povezuje negotovost modelnih odzivov. Kot je bilo opaženo že v predhodnem odstavku, se modelni odzivi dobro prilagajajo meritvam, saj se velika večina opazovanih meritev nahaja v območju 95 % negotovosti.



Slika 7.3 MO-Kalib-SS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

Figure 7.3 MO-Kalib-SS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)



Slika 7.4 MO-Kalib-SS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

Figure 7.4 MO-Kalib-SS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)

Preglednica 7.1 povzema statistike pridobljenih parametrov in njihove negotovosti, ki so izražene s 95 % intervali zaupanja. Vrednosti prikazanih skupin parametrov so se izboljšale glede na primer brez uporabe utežnih koeficientov (glej Preglednico P8.1 v Prilogi 8). Nekatere meje 95 % intervala zaupanja padejo izven območja definiranosti parametra, kar je pogojeno z vrednostjo parametrov blizu ničle.

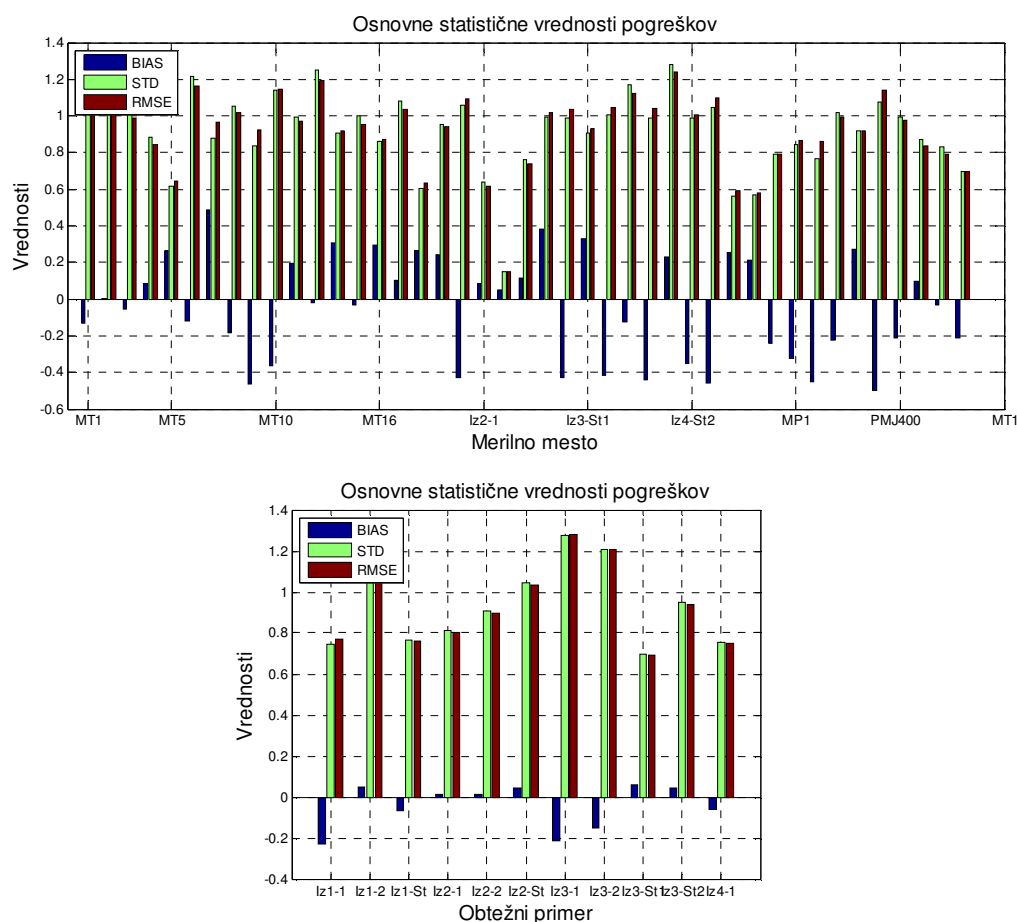
Preglednica 7.1: MO-Kalib-SS Rezultati parametrov umerjanja

Table 7.1: MO-Kalib-SS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja vrednost	STD _θ	CV _θ	95 % interval zaupanja		CSS _θ
				spodnja	zgornja	
AC 1950-59	0,759	0,61	0,80	-0,43	1,95	0,058
AC 1960-69	1,060	0,59	0,56	-0,10	2,22	1,624
JE 1960-69	2,473	3,23	1,30	-3,87	8,81	0,082
JE 1990-99	0,440	0,59	1,35	-0,72	1,60	0,063
LZ 1970-79	2,373	0,11	0,05	2,16	2,59	1,840
LZ 1980-89	1,578	0,29	0,18	1,01	2,15	0,378
LZ 1990-99	0,735	0,07	0,09	0,61	0,87	0,818
NL 1990-99	0,239	2,15	9,00	-3,99	4,47	0,105
NL 2000-09	0,351	0,10	0,30	0,15	0,56	0,293
PE 1980-89	0,221	0,71	3,22	-1,18	1,62	0,014
PVC 1960-69	0,842	2,15	2,56	-3,39	5,07	0,026
PVC 1990-99	0,096	0,17	1,75	-0,23	0,43	0,033

Priloga 9 vsebuje kovariančno in korelacijsko matriko (preglednica P9.1 v Prilogi 9) ter preglednico, ki povzema singularne vrednosti, lastne vrednosti in lastne vektorje (preglednica P9.2 v Prilogi 9). Korelacijski koeficienti so nizki, pri čemer je maksimalna posamična vrednost 0,78. Tudi lastni vektorji v preglednici P9.2 potrjujejo nekoreliranost, saj so vsi lastni vektorji dominirani prek ene komponente.

V nadaljevanju je podana analiza uteženih pogreškov. Slika 7.5 izkazuje zelo uravnotežene pogreške tako po merilnih mestih kot tudi glede na obtežne primere. Kot že omenjeno, je v idealnem primeru standardna deviacija uteženih pogreškov enaka 1,0, kar nakazuje pravo izbiro utežnih koeficientov. Pristranskost je nizka, pri čemer pa nekatera merilna mesta izstopajo bolj kot druga.

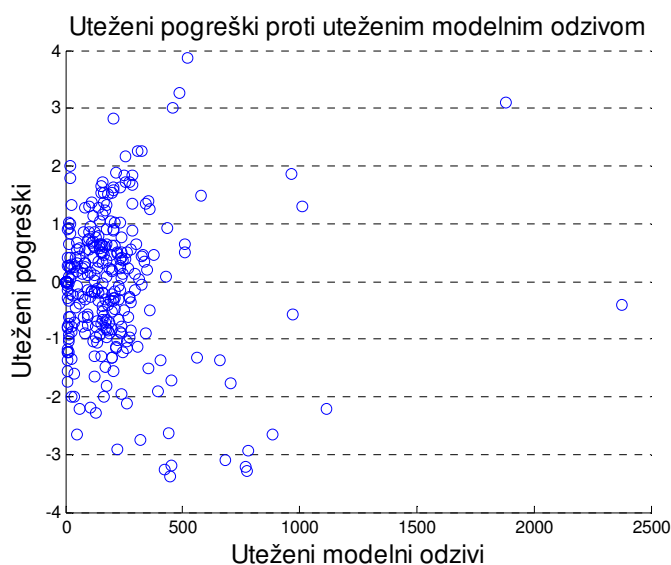


Slika 7.5 MO-Kalib-SS Osnovne statistične vrednosti pogreškov (zgoraj) za vsako merilno mesto in (spodaj) za vse obtežne primere

Figure 7.5 MO-Kalib-SS Basic residual statistics (up) for each monitoring location and (below) for each loading condition

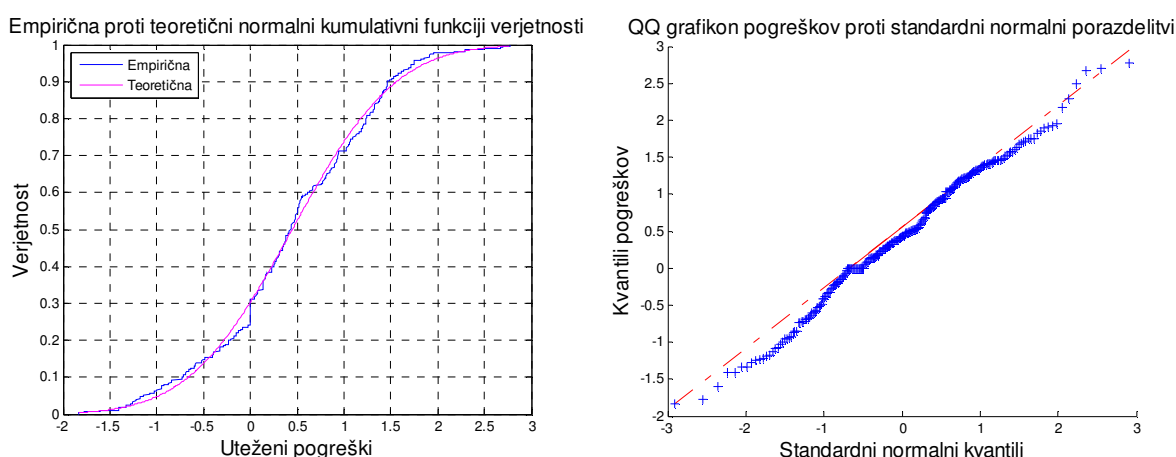
Uteženi pogreški, ki jih prikazuje Slika 7.6, so prikazani v odvisnosti od uteženih modelnih odzivov. Kažejo, da so le-ti relativno enakomerno razporejeni okoli osi pogreškov z vrednostjo nič, pojavi se le

nekaj osamljencev, ki presežejo mejo ± 2 . Heteroskedastičnost uteženih pogreškov je zelo nizka, a vseeno prisotna. Tudi Slika 7.7 vsebuje enake ugotovitve, da so uteženi pogreški zelo blizu normalni porazdelitvi. Na grafu empirične proti teoretični normalni kumulativni funkciji verjetnosti se vidi, da pogreški minimalno odstopajo od normalne porazdelitve. Tudi desna slika daje enake ugotovitve, da skrajna območja pogreškov odstopajo od normalne porazdelitve. Prikazana odstopanja izhajajo iz prisotnosti sistematičnih napak, katerih razlog lahko izhaja iz zbranih meritev oziroma drugih modelnih pomanjkljivosti.



Slika 7.6 MO-Kalib-SS Primerjava uteženih pogreškov v odvisnosti od uteženih modelnih odzivov

Figure 7.6 MO-Kalib-SS Comparison of weighted residuals against weighted model predictions



Slika 7.7 MO-Kalib-SS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure 7.7 MO-Kalib-SS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution

Primerjava uteženih pogreškov proti pogreškom metode najmanjših kvadratov (glej Prilogo 8) kaže, da so rezultati postopka uteženih najmanjših kvadratov bistveno izboljšani in izkazujejo enakomernejšo razpršenost okoli ničle, imajo nižjo vrednost pristranskosti (povprečna vrednost pogreškov) in so manj odvisni od vrednosti modelnih odzivov.

Preglednica 7.2: MO-Kalib-SS Povzetek rezultatov večkriterijskega umerjanja

Table 7.2: MO-Kalib-SS Summary of multi-objective calibration results

Opis	Metoda najmanjših kvadratov (OLS) »polno« št. param.	Metoda najmanjših kvadratov (OLS)	Metoda uteženih najmanjših kvadratov (WLS)
Št. vseh merilnih mest	36	36	36
Št. merilnih mest tlaka	16	16	16
Št. merilnih mest tlaka (odvzem vode)	11	11	11
Št. merilnih mest pretoka	9	9	9
Št. merilnih mest gladin	NaN	NaN	NaN
Št. obtežnih primerov	11	11	11
Št. parametrov umerjanja	25	12	12
Št. vseh meritev	310	310	317
Št. predhodnih ocen parametrov	0	0	7
Št. prostostnih stopenj	298	298	310
Vrednost ciljne funkcije 1**	0,057	0,079	0,032
Vrednost ciljne funkcije 2**	0,051	0,078	0,034
Vrednost ciljne funkcije 3**	NaN	NaN	NaN
Vrednost ciljne funkcije 4**	NaN	NaN	0,037
Srednja kvadratna napaka	0,160	0,157	0,159
Korelacijski koeficient	1,000	1,000	1,000*
Ocenjena varianca napak	0,160	0,157	0,895*
Negotovost parametrov $\text{tr}(Cov_{\theta})$	3,06 E+05	504,344	21,384
Negotovost modelnih napovedi $\text{tr}(Cov_y)$	4,005	1,884	1,957
Povpr. st. deviacija modelnih napovedi	0,062	0,036	0,029
Maks. st. deviacija modelnih napovedi	0,313	0,248	0,351
Akaike informacijski kriterij (AIC)	9,95E+02	9,68E+02	-7,59E+01*
Bayesovski informacijski kriterij (BIC)	1,03E+03	9,73E+02	-7,62E+01*
Pistranskost	-0,007	-0,006	-0,044
Standardna deviacija pogreškov	0,401	0,397	0,946
Relativna pristranskost	-0,017	-0,015	-0,047

*) Transformirane vrednosti ciljnih funkcij **) Uteženi pogreški

7.2.2 Umerjanje z Bayesovim sklepanjem – primer »BAY-Kalib-SS«

Na primeru realnega vodooskrbnega sistema je v tem podpoglavju uporabljeno Bayesovo sklepanje za primer hidravličnih simulacij stalnega toka. Pri umerjanju bodo uporabljene enake predpostavke o številu in skupinah parametrov umerjanja kot v poglavju 7.2.1, torej apriorne porazdelitve, ki omogočajo vključevanje dodatnih informacij o predvidenih vrednostih in porazdelitvi parametrov. Objektivna oziroma »neinformativna« apriorna porazdelitev je podana z enakomerno zvezno porazdelitvijo, ki vsem vrednostim parametra med območjema spodnje (a) in zgornje (b) meje daje enako verjetnost pojava. Za informativno apriorno porazdelitev je bila izbrana gama porazdelitev, saj njene vrednosti ne zajemajo negativnih števil, kar ustreza fizikalnim lastnostim ekvivalentne hrapavosti ε . Asimetričnost gama porazdelitve pa omogoča tudi zajemanje vplivov staranja cevovodov in s tem premik robne posteriorne porazdelitve iskanega modelnega parametra v višje vrednosti.

Na podlagi izkušenj, ki so bile pridobljene na primeru umerjanja stalnega toka hidravličnega modela Anytown (poglavje 7.2.1), bosta kot apriorni porazdelitvi uporabljeni zvezna enakomerna porazdelitev (za občutljive parametre) in gama porazdelitev (za slabo občutljive parametre). Določitev, kateri parametri bodo imeli objektivno in kateri informativno apriorno porazdelitev, je odvisna od vrednosti koeficientov občutljivostne matrike (poglavje 4.3). Vrednosti koeficientov funkcije gostote verjetnosti (pdf) so bile določene za vsak material cevi posebej. Oblika in ocena vrednosti ekvivalentne hrapavosti ε sta bili določeni z referenčnimi tabelami, ki so povzete iz razpoložljive literature (Lamont, 1981), (Walski, 1988), (Uršič, 2009). Preglednica 7.3 prikazuje uporabljene parametre v tukajšnjem primeru analiz.

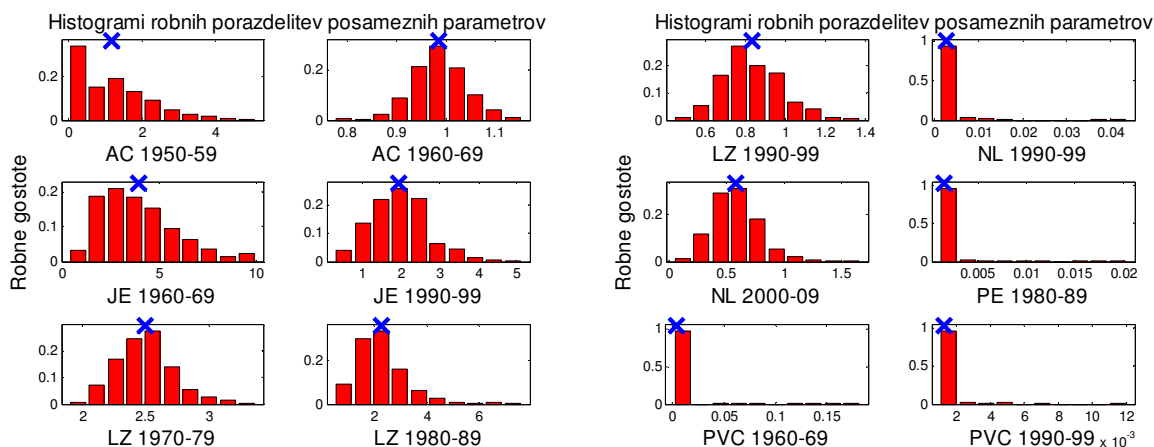
Preglednica 7.3: BAY-Kalib-SS Apriorne porazdelitve in njihovi parametri za različne materiale cevovodov

Table 7.3: BAY-Kalib-SS Prior distributions and their parameters for different pipe materials

Skupina	Zvez. enakomerna pdf ($U \sim [a, b]$)		Gama pdf ($\Gamma \sim [\alpha, \beta]$)	
	a	b	α	β
AC	0,001	2,50	1,00	1,00
JE	0,001	15,00	4,00	1,00
LZ	0,001	15,00	3,00	1,00
NL	0,001	2,50	0,50	1,00
PE	0,0015	2,00	0,50	1,00
PVC	0,0015	2,00	0,25	1,00

Tudi v pričujočem primeru je bila uporabljena posplošena funkcija verjetja (GL), ki je opisana v podpoglavju 3.3.2.2. Pri izračunu ciljne posteriorne porazdelitve sta bili vrednosti hiperparametrov $\phi_1 = 0$ in $\mu_h = 0$ fiksirani, medtem ko so bili hiperparametri σ_0 , σ_1 , β in ξ umerjeni skupaj z modelnimi parametri ekvivalentne hrapavosti ε . Pri vzorčenju hiperparametrov so bile uporabljene zvezne enakomerne porazdelitve z naslednjimi mejami: $\sigma_0 \sim U[0, 1]$, $\sigma_1 \sim U[0, 1]$, $\beta \sim U[-1, 1]$ in $\xi \sim U[0.1, 10]$. Algoritem DREAM_(ZS) je bil nastavljen z naslednjimi parametri: število skupnih parametrov umerjanja $N_\theta = 12 + 4 = 16$, število Markovskih verig $N_{ZS} = 3$, število verig za ustvarjanje predlogov stanj $DE_{pair} = 1$, vrednost križanj $N_{CR} = 3$, delež vzporednega posodabljanja in ustvarjanja predlogov stanj $p_{up} = 0,9$, izhodiščna dimenzija matrike za vzorčenje iz preteklih stanj $Z_{m0} = 10 * N_{dim} = 160$, verjetnost preskoka med verigami $p_{jump} = 0,2$ in število evalvacij $N_{eval} = 50.000$.

Algoritem DREAM_(ZS) je konvergirал po približno 28.000 evalvacijah, pri čemer je celotna simulacija trajala 40 minut na računalniku s 403 MFLOPS. Slika 7.8 prikazuje robne posteriorne gostote verjetnosti za modelne parametre in štiri hiperparametre posplošene funkcije verjetja GL. Umerjene vrednosti hiperparametrov GL funkcije opisujejo proces, ki je rahlo heteroskedastičen in ima simetrično dvojno eksponentno porazdelitev (t. i. Laplaceovo porazdelitev). Vrednosti hiperparametrov pri maksimalni aposteriorni verjetnosti (označeno z modrim križem) so: $\sigma_0 = 0$, $\sigma_1 = 0,006$, $\beta = 0,999$ in $\xi = 1,0$.



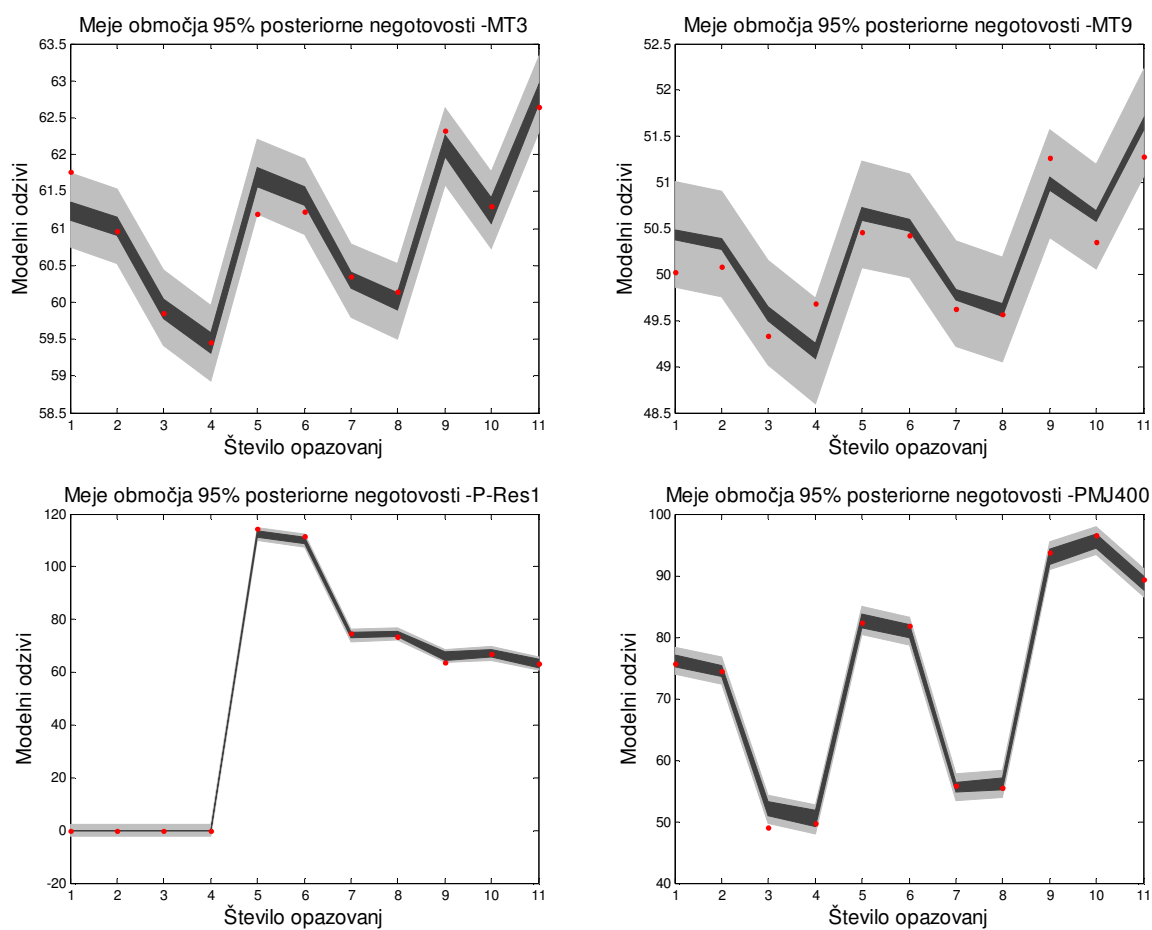
Slika 7.8 BAY-Kalib-SS Robne posteriorne gostote verjetnosti modelnih parametrov

Figure 7.8 BAY-Kalib-SS Marginal posterior densities of model parameters

Negotovost v modelne parametre je lahko izražena z razpršenostjo robne posteriorne porazdelitve (Slika 7.8) – večja kot je razpršenost, večja je negotovost. Kljub uporabi zvezne enakomerne apriorne porazdelitve je občutljivost parametrov dovolj velika, da ustvari ozko posteriorno porazdelitev. Pri

parametrih, kjer funkcija verjetja in opazovane meritve nimajo močnega vpliva, se njihova apriorna porazdelitev preoblikuje le v manjšem obsegu.

Z umerjenimi vrednostmi vseh modelnih parametrov je nato mogoče prikazati graf primerjave modelnih odzivov in njihovih negotovosti proti opazovanim meritvam. Slika 7.9 ima z rdečimi točkami označene meritve, medtem ko temno sivo in svetlo sivo območje prikazuje negotovosti modelnih odzivov in njihovih pripadajočih parametrov. Vse meritve se nahajajo znotraj območja 95 % negotovosti modelnih odzivov.



Slika 7.9 BAY-Kalib-SS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

Figure 7.9 BAY-Kalib-SS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)

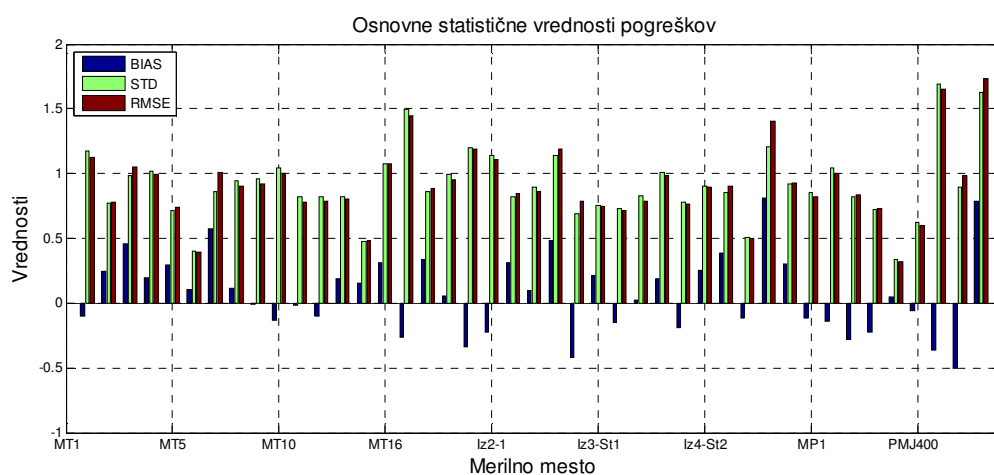
Preglednica 7.4 povzema statistike pridobljenih parametrov in njihove negotovosti, ki so izražene s 95 % intervali zaupanja. Nekatere meje 95 % intervala zaupanja padejo izven območja definiranosti parametra, kar je pogojeno z vrednostjo parametrov blizu ničle.

Preglednica 7.4: BAY-Kalib-SS Rezultati parametrov umerjanja za šest parametrov različnih materialov

Table 7.4: BAY-Kalib-SS Parameter calibration results for six parameters of different materials

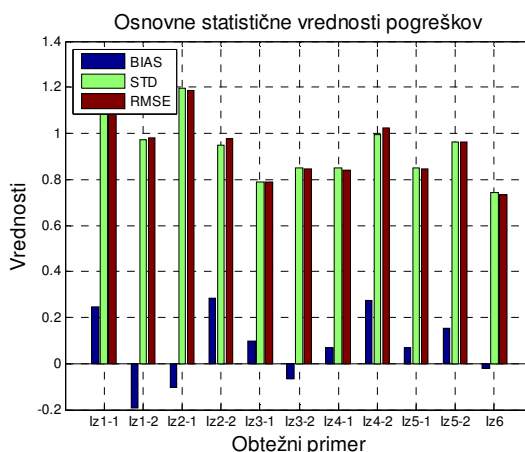
ID parametra	Srednja	STD _θ	CV _θ	95 % interval zaupanja		CSS _θ
	vrednost			spodnja	zgornja	
AC 1950-59	1,055	1,931	1,831	-2,739	4,848	0,011
AC 1960-69	0,986	0,161	0,163	0,670	1,302	0,325
JE 1960-69	3,804	6,322	1,662	-8,620	16,228	0,024
JE 1990-99	1,926	2,038	1,058	-2,079	5,932	0,033
LZ 1970-79	2,516	0,080	0,032	2,359	2,672	0,900
LZ 1980-89	2,022	0,265	0,131	1,500	2,543	0,188
LZ 1990-99	0,849	0,044	0,052	0,763	0,935	0,504
NL 1990-99	0,006	0,221	36,418	-0,427	0,439	0,002
NL 2000-09	0,610	0,072	0,118	0,469	0,752	0,242
PE 1980-89	0,096	1,237	12,867	-2,336	2,528	0,002
PVC 1960-69	0,005	0,181	33,931	-0,350	0,360	0,001
PVC 1990-99	0,010	0,346	33,764	-0,671	0,691	0,001

V nadaljevanju je podana analiza uteženih pogreškov. Slika 7.11 in Slika 7.11 izkazujta zelo uravnotežene pogreške tako po merilnih mestih kot tudi glede na obtežne primere, ki oboji izkazujejo standardno deviacijo približno 1,0. Pristranskost je nizka, pri čemer pa nekatera merilna mest izstopajo bolj kot druga.



Slika 7.10 BAY-Kalib-SS Osnovne statistične vrednosti pogreškov za vsako merilno mesto

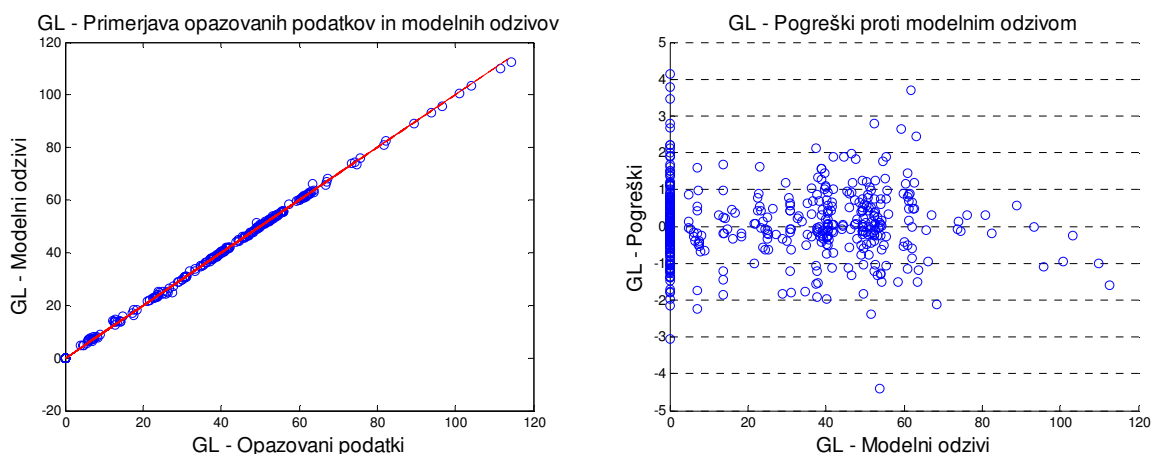
Figure 7.10 BAY-Kalib-SS Basic residual statistics for each monitoring location



Slika 7.11 BAY-Kalib-SS Osnovne statistične vrednosti pogreškov za vse obtežne primere

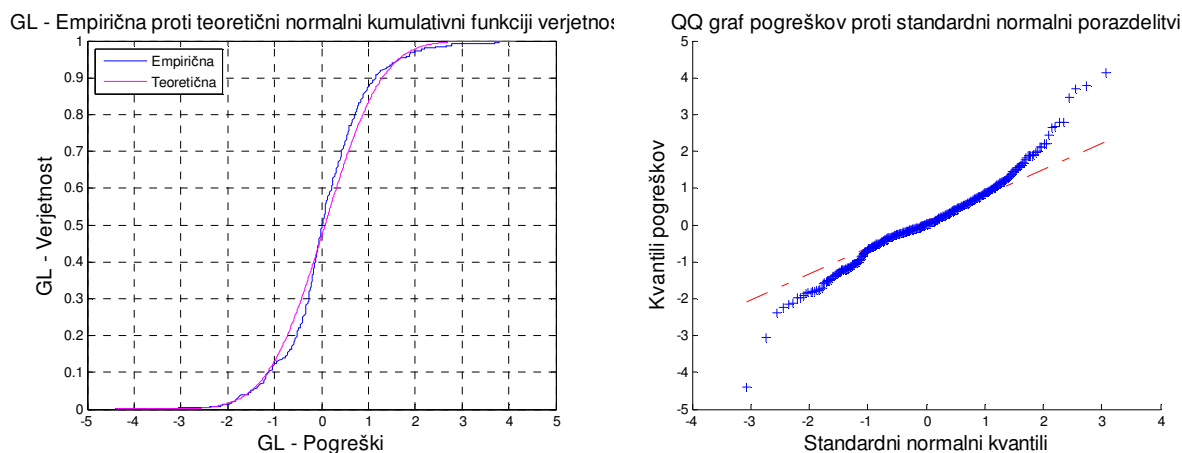
Figure 7.11 BAY-Kalib-SS Basic residual statistics for each loading condition

Modelni odzivi se dobro skladajo z opazovanimi meritvami, kar nakazuje tudi nizka vrednost srednje kvadratne napake, ki je 0,169. Ujemanje modela z meritvami še dodatno potrjujejo vrednosti korelacijskega koeficienta $R = 1,000$ in pristranskosti, ki je $-0,015$. Tudi primerjava modelnih odzivov in napovedi kaže ustrezno ujemanje (Slika 7.12 (levo)). Grafična primerjava pogreškov in modelnih odzivov, na podlagi katere se lahko oceni heteroskedastičnost, kaže homogeni raztros znotraj območij ± 2 in ni izrazita. Prisotni pa so osamljenci med mejami -4 do -3 . K analizi pogreškov spada tudi preverjanje normalne porazdeljenosti pogreškov, ki odražajo odstopanja na repih teoretične porazdelitve (Slika 7.13). Oblika QQ grafikona nakazuje, da so repi porazdelitve pogreškov krajši od teoretične normalne porazdelitve. Kljub temu je mogoče ugotoviti, da porazdelitev pogreškov izhaja iz normalne porazdelitve.



Slika 7.12 BAY -SS (levo) Primerjava modelnih odzivov in opazovanih podatkov ter (desno) pogreškov v odvisnosti od modelnih odzivov

Figure 7.12 BAY -SS (left) Comparison of model predictions against observation and (right) of residuals against model predictions



Slika 7.13 BAY-Kalib-SS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure 7.13 BAY-Kalib-SS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution

Kljub nekaterim opaženim odstopanjem od predpostavk za rabo statistične metode regresijskega modela je mogoče ugotoviti, da je bilo večkriterijsko umerjanje uspešno. To je vidno tudi iz vrednosti, ki so navedene v Preglednici 7.5, kjer npr. korelacijski koeficient izkazuje vrednost 1,0, pa tudi druge vrednosti kažejo na to, da modelni odzivi ustrezno odražajo vrednosti opazovanih podatkov.

Preglednica 7.5: BAY-Kalib-SS Povzetek rezultatov Bayesovega sklepanja

Table 7.5: BAY-Kalib-SS Summary of Bayesian inference results

Opis	Bayesovo sklepanje (GL)
Št. vseh merilnih mest	36
Št. merilnih mest tlaka	16
Št. merilnih mest tlaka (odvzem vode)	11
Št. merilnih mest pretoka	9
Št. obtežnih primerov	11
Št. parametrov umerjanja	18
Št. vseh meritev	310
Št. prostostnih stopenj	292
Vrednost ciljne funkcije GL	-1,999E+01
Srednja kvadratna napaka	0,163
Korelacijski koeficient	1,000

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 7.5

Ocenjena varianca napak	0,948
Negotovost parametrov $\text{tr}(Cov_{\theta})$	49,696
Negotovost modelnih napovedi $\text{tr}(Cov_y)$	2,021
Povpr. st. deviacija modelnih napovedi	0,038
Maks. st. deviacija modelnih napovedi	0,257
Akaike informacijski kriterij (AIC)	8,015E+00
Bayesovski informacijski kriterij (BIC)	1,696E+01
Pistranskost	0,074
Standardna deviacija pogreškov	0,957
Relativna pistranskost	0,077

7.3 Primer realni VS – umerjanje za hidravlični model razširjene časovne simulacije »EPS«

V primeru hidravličnega modeliranja z razširjeno časovno simulacijo (EPS) se uvede kvazi dinamično modeliranje na podlagi generiranja časovnih zaporednih statičnih simulacij s posodabljanjem robnih pogojev med njimi (poglavje 2.2.4). Ocenjevanje parametrov je pri umerjanju z obtežnimi primeri EPS zahtevnejše od statičnih simulacij. Obtežni primeri običajnega obratovanja vodooskrbnega sistema ne povzročajo večjih gradientov padca energije v cevovodnem sistemu, kar posledično pomeni, da je občutljivost parametrov manjša. Pri premagovanju teh izzivov so v pomoč predhodne ocene vrednosti parametrov, s katerimi bo mogoče parametrom umerjanja podati izhodišče za že enkrat znano vrednost. Predhodne informacije so pretvorjene v informativne apriorne porazdelitve.

Struktura grupiranja cevovodov bo sledila izvajanju umerjanja v primeru stalnega toka (poglavje 7.2). To pomeni, da bo najprej analiziran primer z vsemi skupinami cevovodov, tj. za 25 skupin, ki imajo enak material in starost. Za umerjanje so na razpolago enodnevne meritve tlaka in pretoka, ki so pridobljene iz istih merilnih mest kot v prejšnjem poglavju. Za enodnevno hidravlično simulacijo, kjer je časovni korak nastavljen na 15 minut, imamo tako 96 obtežnih primerov. Skupaj je na razpolago 1536 meritev tlakov (16 merilnih mest * 96 obtežnih primerov), 864 meritev pretokov (9 merilnih mest * 96 obtežnih primerov) in 192 meritev tlakov (gladini dveh vodohranov), kar znaša 2592 meritev.

V nadaljevanju tega poglavja bodo podani vhodni parametri optimizacijskih algoritmov in prikazani rezultati posameznih simulacij.

7.3.1 Večkriterijsko umerjanje – primer »MO-Kalib-EPS«

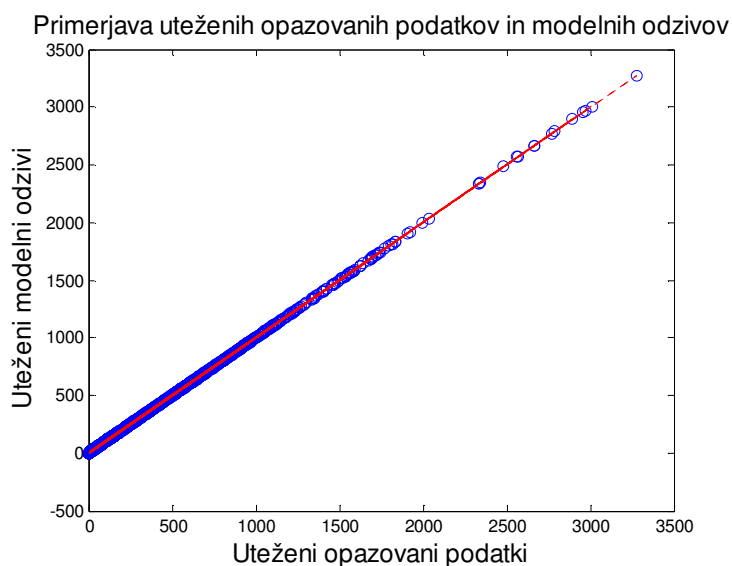
Za primer umerjanja z razširjeno časovno simulacijo (EPS) so bile formulirane tri ciljne funkcije, in sicer za meritve tlakov, meritve pretokov in meritve gladin v vodohranih (enačba (3.10)). Reševanje tega večkriterijskega optimizacijskega problema je bilo ponovno izvedeno z algoritmom AMALGAM. Ponovno je treba najprej izvesti prvostopenjsko umerjanje, ki je nato uporabljeno v metodologiji določanja utežnih koeficientov. Izvedba tega postopka sledi izvajanju v poglavju 7.2.1. Najprej so z metodo LHS inicializirane iskane vrednosti ekvivalentne hrapavosti cevovodov ε , ki populaciji osebkov priredi naključna števila iz območja (0,001, 10,0). Na podlagi rezultatov začetnega umerjanja se preveri določljivost problema umerjanja.

Rešitve prvostopenjskega umerjanja so za celotni niz parametrov podane v preglednici P10.1 (Priloga 10). Ob pregledu vrednosti variacijskih koeficientov CV_{θ} , združene merilne občutljivosti CSS_{θ} in območij 95 % intervalov zaupanja je bilo ugotovljeno, da se v postopek umerjanja lahko vključi le 13 parametrov in da se bo od izbranih 13 parametrov le 6 lahko umerjalo neposredno, tj. brez predhodnih ocen, preostalih 7 pa bo imelo pripadajoče predhodne ocene o vrednostih. Ponovi se izračun večkriterijskega umerjanja, s čimer se določijo utežni koeficienti oziroma utežne matrike. Rezultati izračuna za primer metode najmanjših kvadratov so navedeni v Prilogi 11. Povzetke obeh izračunov (metode najmanjših kvadratov) pa podaja Preglednica 7.7.

Pri metodi uteženih najmanjših kvadratov so uporabljene štiri ciljne funkcije, saj je bila določena še samostojna ciljna funkcija za vključitev predhodne ocene parametrov. Določitev utežnih koeficientov sledi postopku, opisanem v poglavju 6.2.1. Vzpostavljene diagonalne utežne matrike so naslednjih dimenzij: za vrednosti tlakov $\mathbf{W}^H$ [1536×1536], za pretoke $\mathbf{W}^Q$ [864×864] in za gladine $\mathbf{W}^L$ [192×192]. Utežna matrika za ocene parametrov $\mathbf{W}^P$ pa ima dimenzijo [7×7], saj je bilo treba sedmim manj določljivim parametrom dodati dodatne informacije.

Optimizacijski algoritem AMALGAM je uporabljal vse štiri metode podalgoritmov. Parametri, ki so bili algoritmu posredovani in se nekoliko razlikujejo od tistih v poglavju 7.2.1, so naslednji: število skupnih parametrov umerjanja $N_{\theta} = 13$, velikost populacije $N_{pop} = 100$ in število evalvacij $N_{eval} = 10.000$.

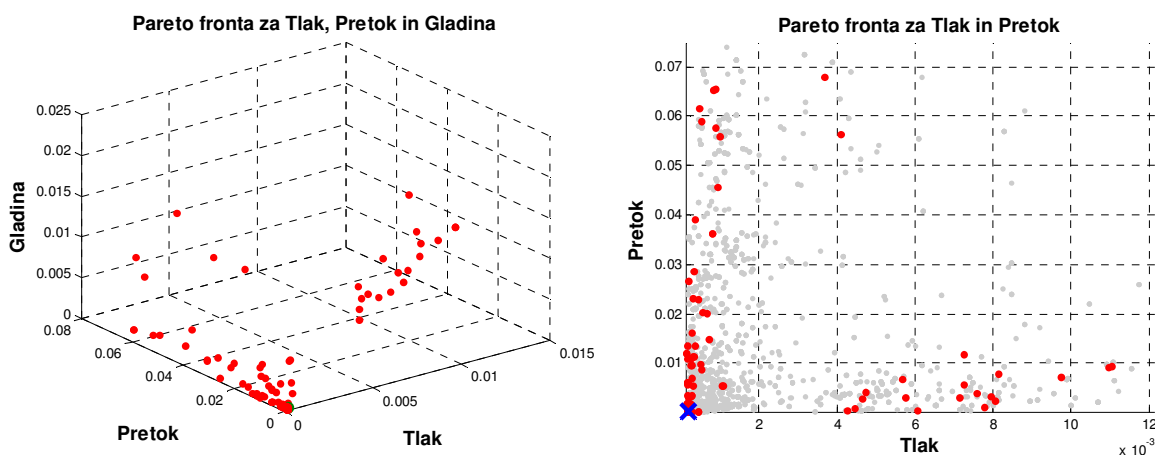
Slika 7.14 prikazuje primerjavo med uteženimi opazovanimi meritvami in uteženimi modelnimi napovedmi. Iz grafa je razvidno zelo dobro ujemanje modela (uteženih modelnih napovedi) in stanja realnega vodooskrbnega sistema (uteženih opazovanih podatkov) za primer celodnevne hidravlične simulacije.



Slika 7.14 MO-Kalib-EPS Primerjava uteženih modelnih odzivov in uteženih opazovanih podatkov

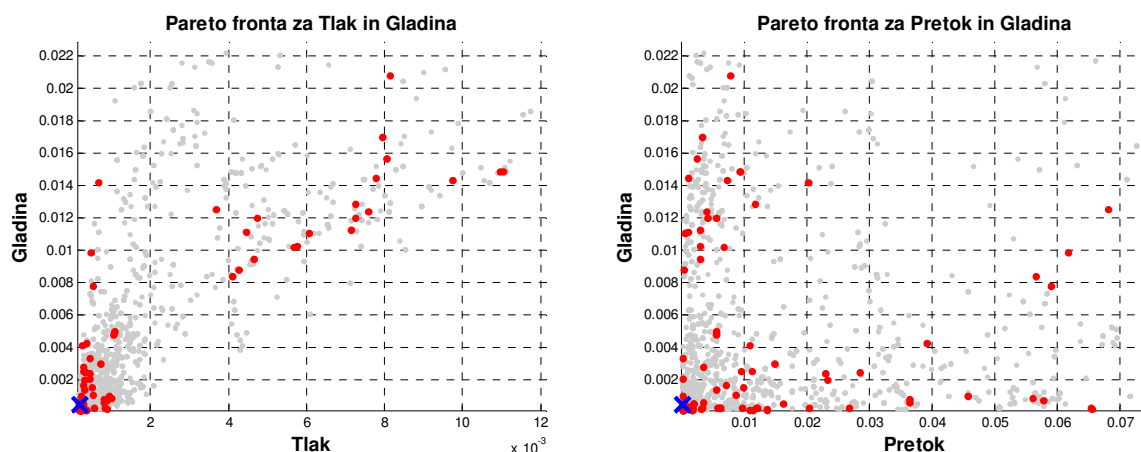
Figure 7.14 MO-Kalib-EPS Comparison of weighted model predictions against weighted observation

Slika 7.16 pa prikazuje identificirano Pareto optimalno fronto, ki je na desnem območju nepovezana. Prikazana je tudi uravnotežena Pareto optimalna točka, ki izpolnjuje kriterij skupne minimalne vrednosti ciljnih funkcij. Ta rešitev je v nadaljevanju privzeta kot izbrana Pareto rešitev.



Slika 7.15 MO-Kalib-EPS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev večkriterijskega umerjanja

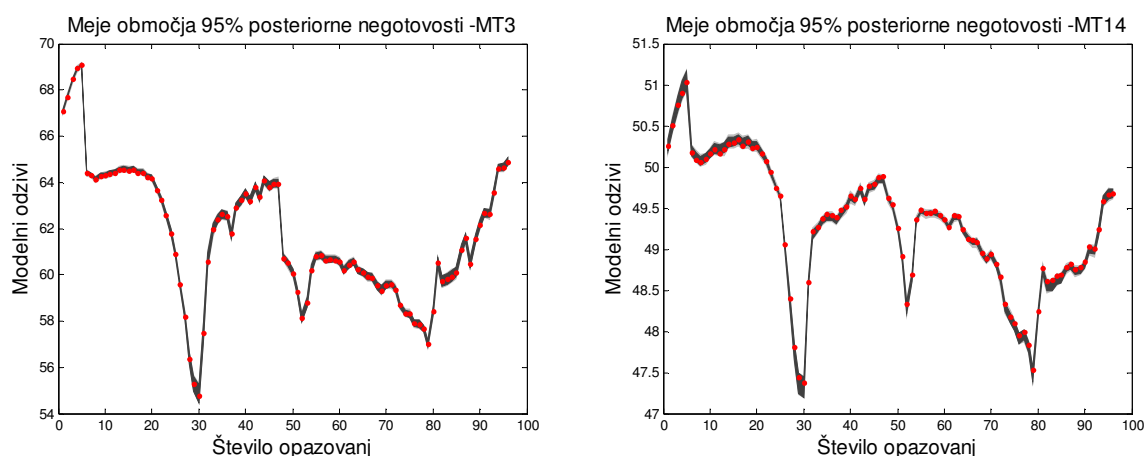
Figure 7.15 MO-Kalib-EPS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of multi-objective calibration results



Slika 7.16 MO-Kalib-EPS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev večkriterijskega umerjanja

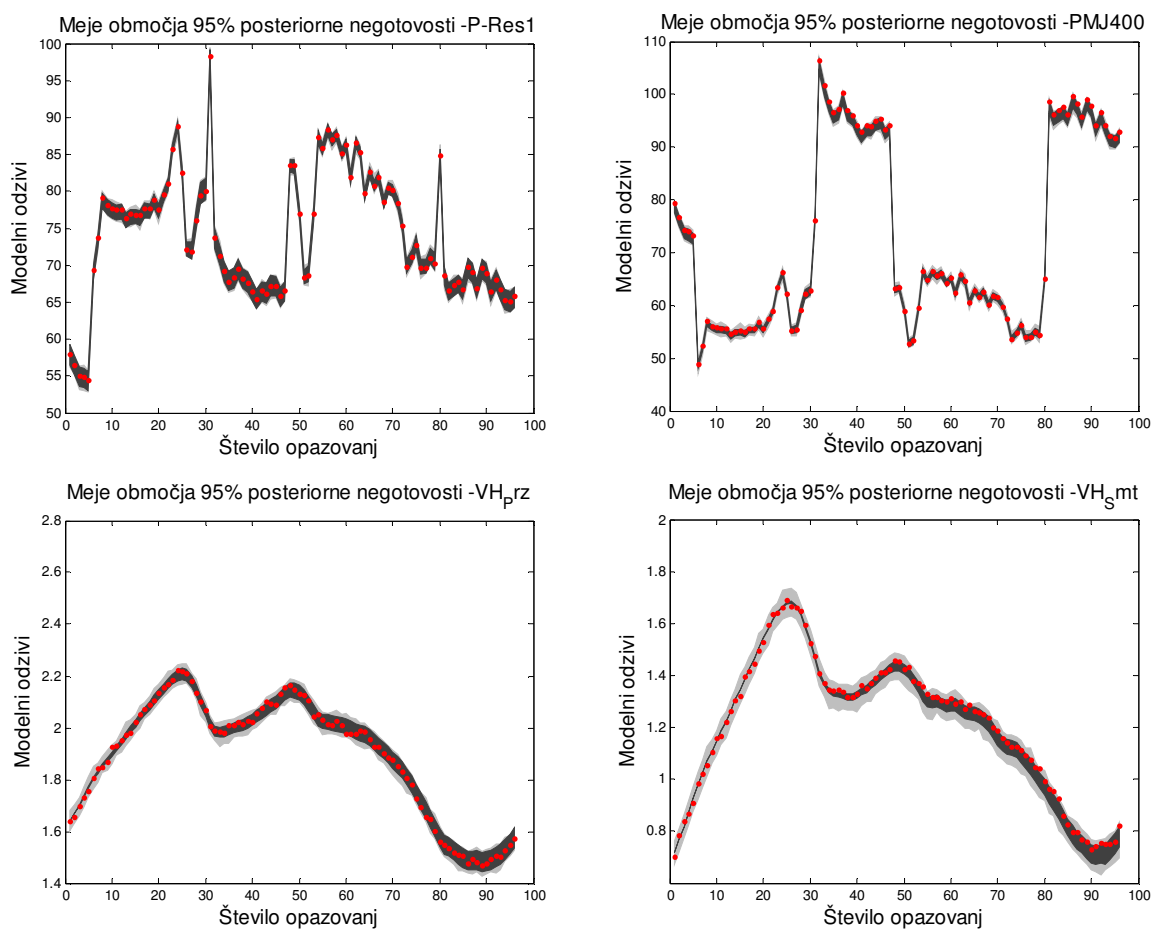
Figure 7.16 MO-Kalib-EPS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of multi-objective calibration results

Slika 7.18 prikazuje je območje 95 % negotovosti modelnih napovedi za dve merilni mesti za vsako opazovano hidravlično veličino. Levi graf prikazuje skladnost med meritvami tlakov in pripadajočimi modelnimi odzivi, medtem ko desna slika enako prikazuje za merilno mesto tlaka. Z rdečimi točkami so označene merjene vrednosti, medtem ko sivo območje povezuje modelne odzive. Meritve se nahajajo na območjih 95 % negotovosti modelnih napovedi, kar daje dodatno stopnjo zaupanja v rešitve prikazanega umerjanja.



Slika 7.17 MO-Kalib-EPS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

Figure 7.17 MO-Kalib-EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)



Slika 7.18 MO-Kalib-EPS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

Figure 7.18 MO-Kalib-EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)

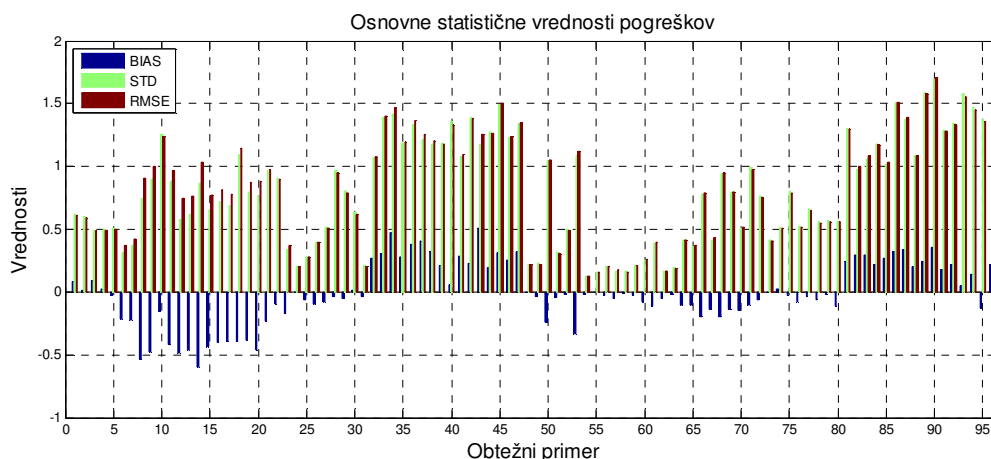
V spodnji preglednici so prikazane skupine parametrov za posamezne predstavnike različnih skupin materialov cevi. Koeficienti variacije so nizki in tudi meje intervalov zaupanja so ozke, kar pomeni, da so bili parametri zelo dobro določljivi glede na primer umerjanja, ki je prikazan v Prilogi 11.

Preglednica 7.6: MO-Kalib-EPS Rezultati parametrov umerjanja

Table 7.6: MO-Kalib-EPS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja vrednost	STD _θ	CV _θ	95 % interval zaupanja		CSS _θ
				spodnja	zgornja	
AC 1950-59	1,008	0,182	0,180	0,651	1,364	0,094
AC 1960-69	0,114	0,013	0,115	0,088	0,140	1,871
JE 1960-69	2,914	0,373	0,128	2,182	3,646	0,333
JE 1980-89	0,302	0,063	0,208	0,179	0,426	0,160
JE 1990-99	3,304	0,038	0,011	3,230	3,378	2,618

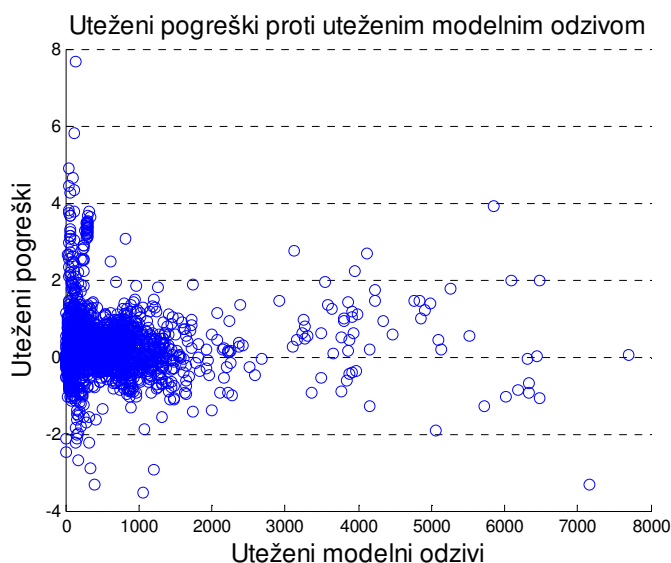
se nadaljuje ...



Slika 7.20 MO- EPS Osnovne statistične vrednosti pogreškov za vse obtežne primere

Figure 7.20 MO- EPS Basic residual statistics for each loading condition

Slika 7.21 prikazuje, da določen delež pogreškov izkazuje heteroskedastičnost in da utežni koeficienti tega vpliva niso izravnali. Velika večina pogreškov se sicer nahaja na enakomerno razporejenem območju okoli osi nič, vendar številčnost osamljencev odraža povečan dvom o neodvisnosti variance.

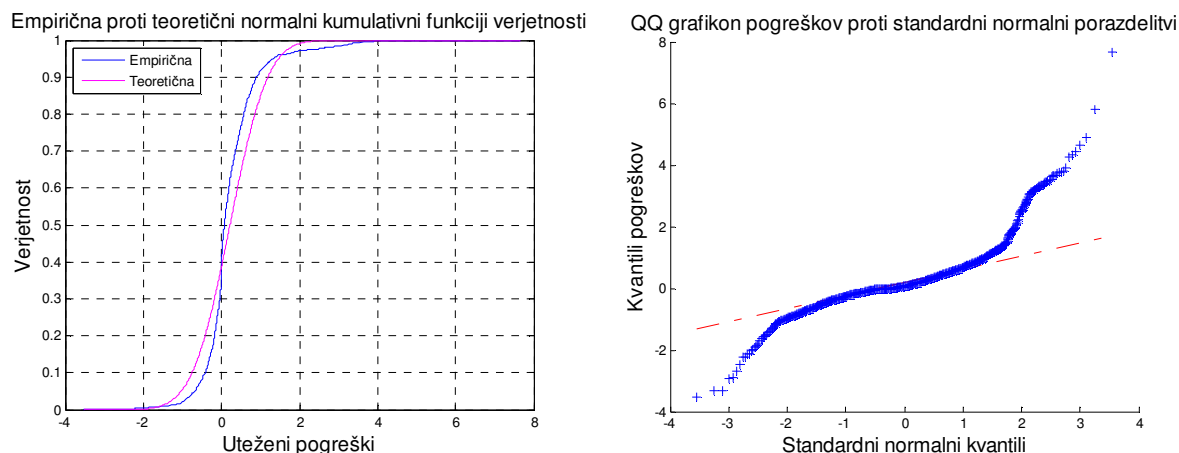


Slika 7.21 MO-Kalib-EPS Primerjava pogreškov v odvisnosti od modelnih odzivov

Figure 7.21 MO-Kalib-EPS Comparison of residuals against model predictions

Tudi Slika 7.22 (levo) vsebuje enake ugotovitve, da pogreški ne sledijo normalni porazdelitvi. Na grafu empirične proti teoretični normalni kumulativni funkciji verjetnosti se vidi, da pogreški odstopajo od normalne porazdelitve. Tudi desna slika daje enake ugotovitve, da skrajna območja pogreškov odstopajo od normalne porazdelitve. Prikazana odstopanja izvirajo iz prisotnih

sistematičnih napak, ki lahko izhajajo iz zbranih meritev oziroma modelnih pomanjkljivosti. Enako je zaslediti tudi na QQ grafikonu, ki ima izrazita odstopanja na ekstremnih območjih.



Slika 7.22 MO-Kalib-EPS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure 7.22 MO-Kalib-EPS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution

Kljub opaženim odstopanjem od predpostavk statistične metode regresijskega modela je mogoče ugotoviti, da je bilo večkriterijsko umerjanje uspešno. To je vidno tudi iz vrednosti, ki jih vsebuje Preglednica 7.7, kjer npr. vrednost korelacijskega koeficienta izkazuje vrednost 1,0, pa tudi druge vrednosti kažejo na to, da modelni odzivi ustrezno odražajo vrednosti meritev.

Dodatna potrditev, da metoda uteženih najmanjših kvadratov predstavlja primerno metodo za izboljšanje umerjanja in določitve modelnih parametrov, je tudi vrednost ocenjene variance napak, ki je 1, kar velja, kadar so utežni koeficienti pravilno izbrani. Očitno je, da prisotnost sistemske napake lahko povzroča izkazane odklone od regresijskih predpostavk.

Te sistemske napake lahko izhajajo iz meritev, ki imajo lahko izrazitejšo (npr. grobo) napako, ali iz napačno zabeležene višinske kote merilnika, lahko pa izhajajo tudi iz napačne reprezentacije hidravličnega modela (npr. drugi parametri modela: premer cevi, topologija in povezanost cevovodnega sistema) glede na dejansko stanje. V primeru ugotovljenih neskladij je treba biti pazljiv pri nadaljnji uporabi umerjenega modela za druge modelne analize.

Preglednica 7.7: MO-Kalib-EPS Povzetek rezultatov večkriterijskega umerjanja

Table 7.7: MO-Kalib-EPS Summary of multi-objective calibration results

Opis	Metoda najmanjših kvadratov (OLS) »polno« št. param.	Metoda najmanjših kvadratov (OLS)	Metoda uteženih najmanjših kvadratov (WLS)
Št. vseh merilnih mest	27	27	27
Št. merilnih mest tlaka	16	16	16
Št. merilnih mest pretoka	9	9	9
Št. merilnih mest gladin	2	2	2
Št. obtežnih primerov	96	96	96
Št. parametrov umerjanja	25	13	13
Št. vseh meritev	2592	2592	2592
Št. predhodnih ocen parametrov	25	13	13
Št. prostostnih stopenj	2592	2592	2592
Vrednost ciljne funkcije 1*	0,001	0,001	2,05E-04
Vrednost ciljne funkcije 2*	0,001	0,001	2,24E-04
Vrednost ciljne funkcije 3*	7,87E-04	1,13E-03	4,71E-04
Vrednost ciljne funkcije 4*	NaN	NaN	5,44E-04
Srednja kvadratna napaka	0,016	0,019	0,027
Korelacijski koeficient*	1,000	1,000	1,000*
Ocenjena varianca napak*	0,016	0,019	0,870*
Negotovost parametrov $\text{tr}(Cov_{\theta})$	823,021	2,604	1,508
Negotovost modelnih napovedi $\text{tr}(Cov_y)$	0,410	0,252	0,722
Povpr. st. deviacija modelnih napovedi	0,010	0,007	0,009
Maks. st. deviacija modelnih napovedi	0,055	0,058	0,083
Akaike informacijski kriterij (AIC)	4,86E+03	4,84E+03	3,40E+02*
Bayesovski informacijski kriterij (BIC)	4,89E+03	4,85E+03	3,41E+02*
Pistranskost	-0,008	0,019	-0,010
Standardna deviacija pogreškov	0,128	0,138	0,933
Relativna pistranskost	-0,062	0,136	-0,011

*) Transformirane vrednosti ciljnih funkcij

**) Uteženi pogreški

7.3.2 Umerjanje z Bayesovim sklepanjem – primer »BAY-Kalib-EPS«

Zadnji prikaz uporabe Bayesovega sklepanja je izveden na primeru realnega vodooskrbnega sistema, ki se umerja za razširjeno časovno simulacijo v obdobju enega dne. Primer je enak prejšnjemu primeru (poglavje 7.3.1), ko je bilo z metodo večkriterijske optimizacije izvedeno umerjanje koeficientov ekvivalentne hrapavosti ε . Obtežni primer in opazovane meritve so v predhodnem primeru pokazale, da obstaja sistemska napaka, ki je metoda umerjanja ni mogla kompenzirati. V primeru uporabe splošne funkcije verjetja GL je zaradi spremenljive sploščenosti in simetrije porazdeljenih pogreškov mogoče pričakovati izboljšanje rezultatov umerjanja.

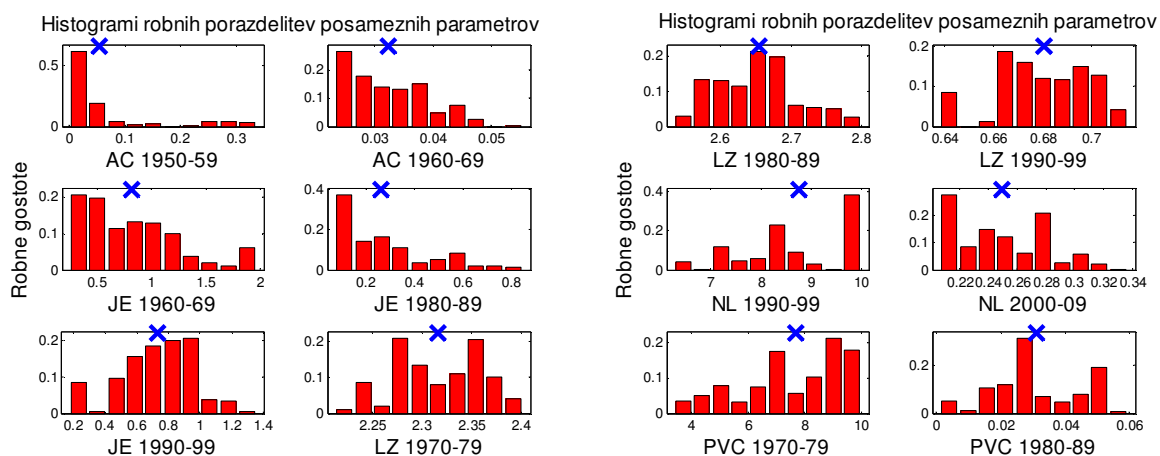
Pri upoštevanju informativnih vrednosti apriornih porazdelitev parametrov, ki so dobljeni iz predhodnega umerjanja stalnega toka, je mogoče sklepati o zanesljivejši reprezentaciji pogreškov. Apriorne porazdelitve za občutljive parametre so ponovno podane z enakomerno zvezno porazdelitvijo, medtem ko se za manj občutljive parametre upoštevajo informativne apriorne porazdelitve (glej Preglednica 7.3).

Uporabljena je posplošena funkcija verjetja (GL), pri kateri sta bili vrednosti hiperparametrov $\phi_1 = 0$ in $\mu_h = 0$ fiksirani, medtem ko so bili hiperparametri σ_0 , σ_1 , β in ξ umerjeni skupaj z modelnimi parametri ekvivalentne hrapavosti ε . Vzorčenje hiperparametrov je ponovno podano za zvezne enakomerne porazdelitve z naslednjimi mejami: $\sigma_0 \sim U[0, 1]$, $\sigma_1 \sim U[0, 1]$, $\beta \sim U[-1, 1]$ in $\xi \sim U[0, 10]$.

Algoritem DREAM_(ZS) je bil nastavljen z naslednjimi parametri: število skupnih parametrov umerjanja $N_\theta = 13 + 4 = 17$, število Markovskih verig $N_{ZS} = 3$, število verig za ustvarjanje predlogov stanj $DE_{pair} = 1$, vrednost križanj $N_{CR} = 3$, delež vzporednega posodabljanja in ustvarjanja predlogov stanj $p_{up} = 0,9$, izhodiščna dimenzija matrike za vzorčenje iz preteklih stanj $Z_{m0} = 10 * N_{dim} = 170$, verjetnost preskoka med verigami $p_{jump} = 0,2$ in število evalvacij $N_{eval} = 75.000$.

Algoritem DREAM_(ZS) je konvergiral po približno 72.000 evalvacijah.

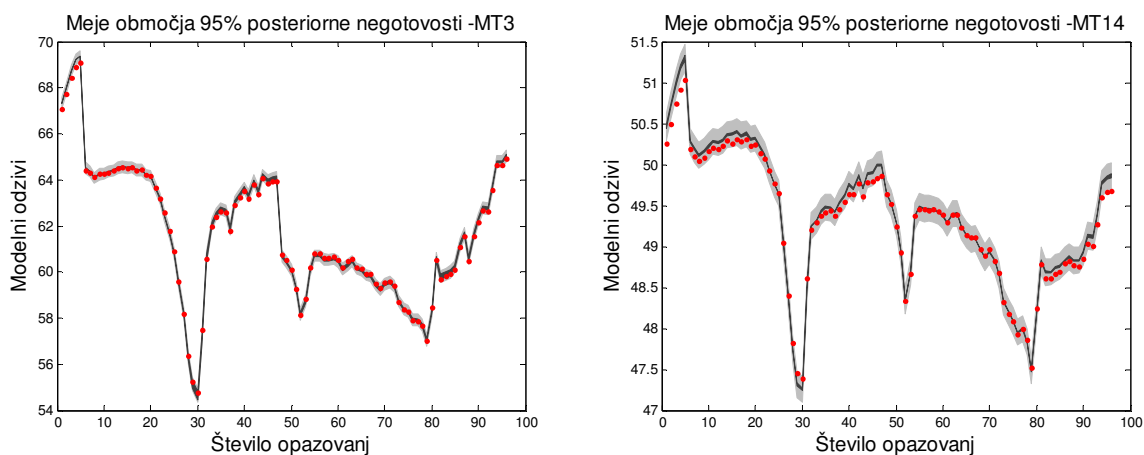
Slika 7.23 prikazuje robne posteriorne gostote verjetnosti parametrov. Vrednosti hiperparametrov pri maksimalni aposteriorni verjetnosti (označeno z modrim križem) so: $\sigma_0 = 0,001$, $\sigma_1 = 0,015$, $\beta = 1,000$ in $\xi = 1,000$. Umerjene vrednosti hiperparametrov GL funkcije opisujejo proces, ki je linearno heteroskedastičen in ima simetrično dvojno eksponentno porazdelitev (t. i. Laplaceovo porazdelitev).



Slika 7.23 BAY- EPS Robne posteriorne gostote verjetnosti modelnih parametrov

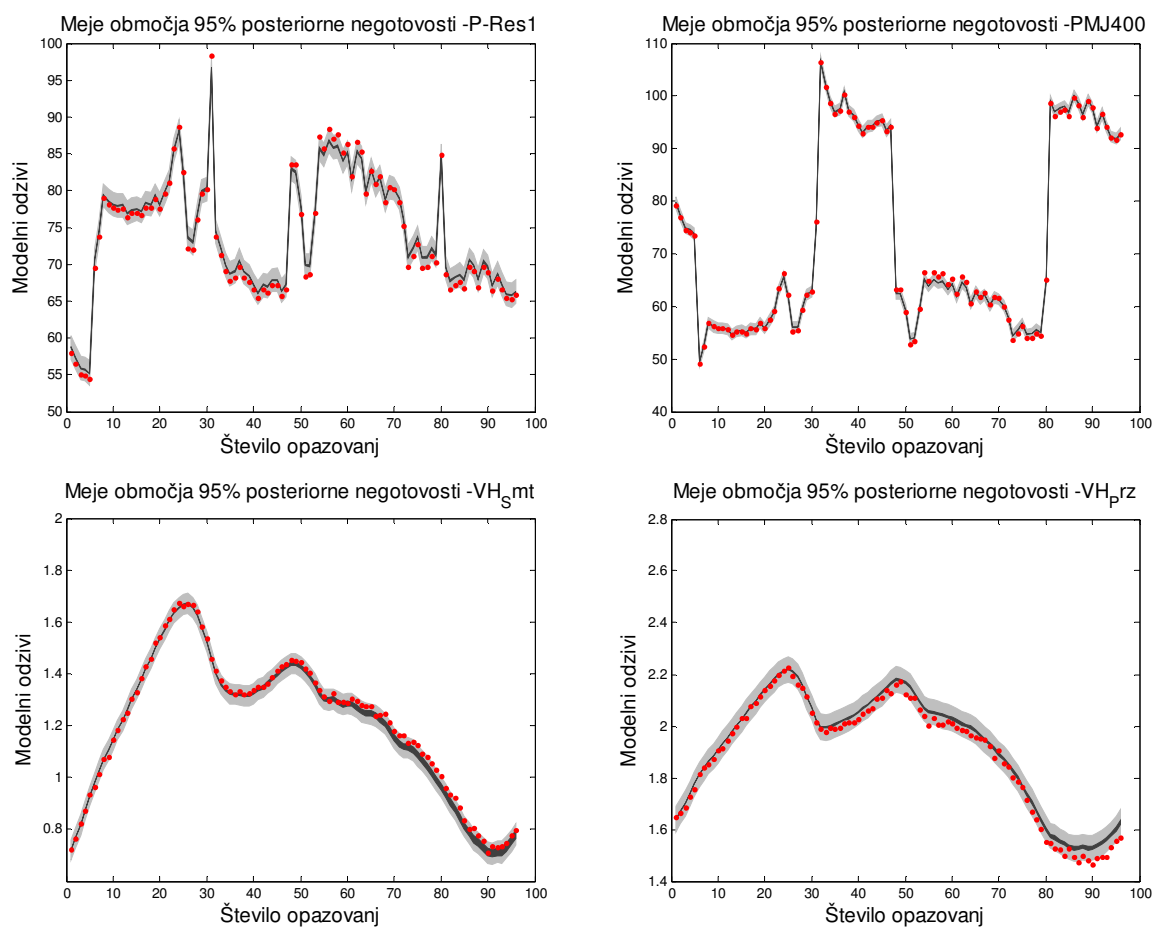
Figure 7.23 BAY- EPS Marginal posterior densities of model parameters

Z umerjenimi vrednostmi vseh modelnih parametrov je mogoče prikazati graf primerjave modelnih odzivov in njihovih negotovosti proti opazovanim vrednostim. Slika 7.25 z rdečimi točkami označuje meritve, medtem ko temno siva in svetlo siva območja prikazujejo negotovosti modelnih odzivov in njihovih pripadajočih parametrov. Vidimo, da se vse meritve nahajajo znotraj območja 95 % negotovosti modelnih odzivov.



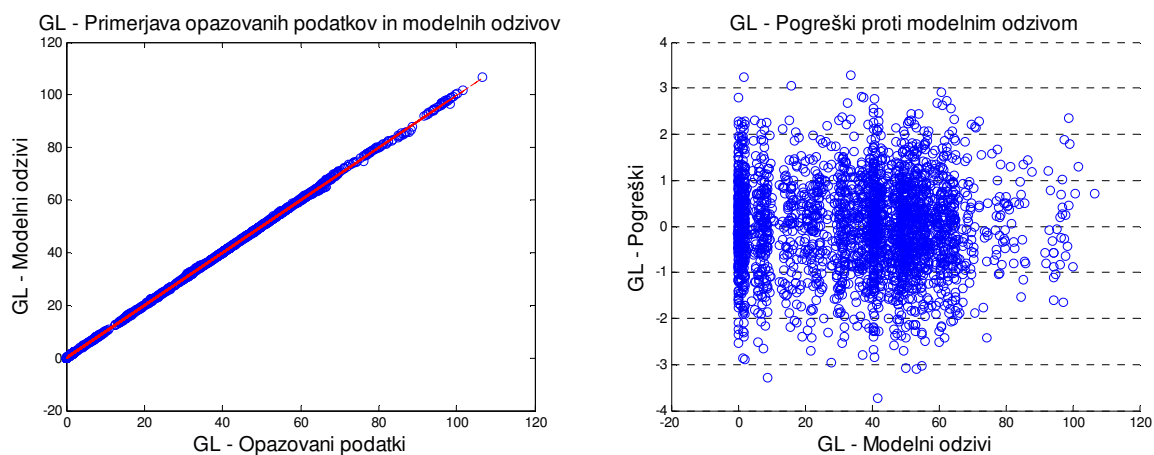
Slika 7.24 BAY - EPS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

Figure 7.24 BAY - EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)



Slika 7.25 BAY - EPS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

Figure 7.25 BAY - EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)

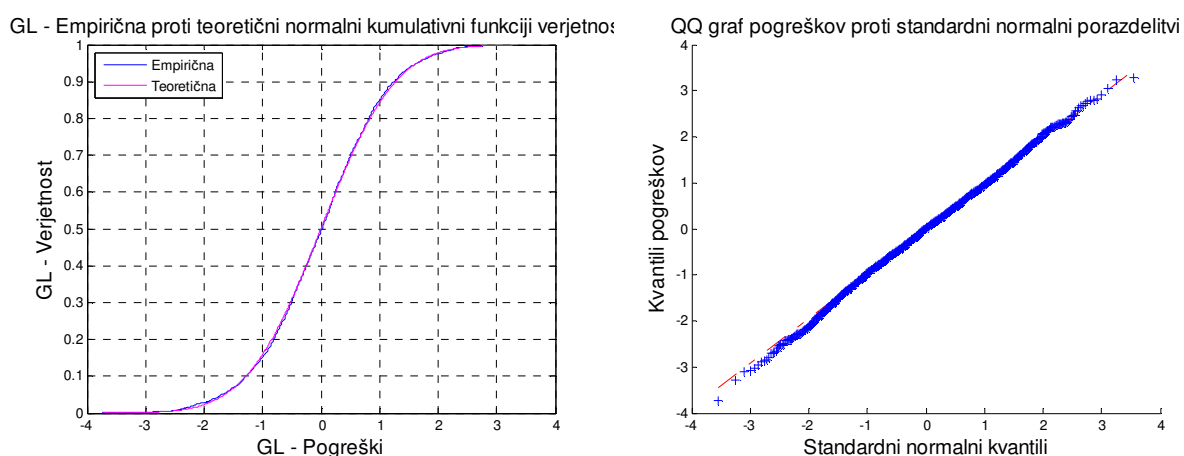


Slika 7.26 MO- EPS (levo) Primerjava modelnih odzivov in opazovanih podatkov ter (desno) pogreškov v odvisnosti od modelnih odzivov

Figure 7.26 MO- EPS (left) Comparison of model predictions against observation and (right) of residuals against model predictions

Modelni odzivi se dobro skladajo z opazovanimi meritvami, kar nakazuje tudi nizka vrednost srednje kvadratne napake, ki je 0,056. Ujemanje modela z meritvami še dodatno potrjujejo vrednosti korelacijskega koeficienta $R = 1,000$ in pristranskosti, ki je -0,019. Tudi primerjava modelnih odzivov in napovedi kaže ustrezno ujemanje (Slika 7.26 (levo)). Grafična primerjava pogreškov in modelnih odzivov, na podlagi katere se lahko oceni heteroskedastičnost, pa kaže homogen raztros.

K analizi pogreškov spada tudi preverjanje normalne porazdeljenosti pogreškov, pri čemer Slika 7.27 kaže, da so pogreški normalno porazdeljeni. Enako je razvidno tudi iz QQ grafikona.



Slika 7.27 MO- EPS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure 7.27 MO- EPS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution

Preglednica 7.8 povzema rezultate umerjanja s pripadajočimi statističnimi kazalniki, kjer npr. vrednost korelacijskega koeficienta izkazuje vrednost 1,0, pa tudi druge vrednosti kažejo na to, da modelni odzivi ustrezno odražajo vrednosti opazovanih parametrov.

Preglednica 7.8: BAY-Kalib-EPS Povzetek rezultatov Bayesovega sklepanja

Table 7.8: BAY-Kalib-EPS Summary of Bayesian inference results

Opis	Bayesovo sklepanje (GL)
Št. vseh merilnih mest	27
Št. merilnih mest tlaka	16
Št. merilnih mest tlaka (odvzem vode)	9
Št. merilnih mest pretoka	2
Št. obtežnih primerov	96

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 7.8

Št. parametrov umerjanja	17
Št. vseh meritev	2592
Št. prostostnih stopenj	2575
Vrednost ciljne funkcije GL	-3,186E+03
Srednja kvadratna napaka	0,056
Korelacijski koeficient	1,000
Ocenjena varianca napak	1,018
Negotovost parametrov $\text{tr}(\text{Cov}_\theta)$	25,903
Negotovost modelnih napovedi $\text{tr}(\text{Cov}_y)$	0,735
Povpr. st. deviacija modelnih napovedi	0,012
Maks. st. deviacija modelnih napovedi	0,099
Akaike informacijski kriterij (AIC)	-3,154E+03
Bayesovski informacijski kriterij (BIC)	-3,141E+03
Pristranskost	0,019
Standardna deviacija pogreškov	1,006
Relativna pristranskost	0,019

7.4 Ugotovitve in sinteza za realni vodooskrbni sistem

V tem poglavju je bila novo izdelana metodologija večkriterijskega umerjanja in Bayesovega sklepanja preverjena na primeru hidravličnega modela realnega vodooskrbnega sistema. V prvem delu so rezultati za stalni tok oziroma za statične hidravlične simulacije (tj. MO-Kalib-SS in BAY-Kalib-SS) izkazali dobro ujemanje med modelnimi odzivi in opazovanimi meritvami. Iz primerjave med večkriterijskim umerjanjem z metodo uteženih najmanjših kvadratov in Bayesovim sklepanjem s posplošeno metodo verjetja (GL) je mogoče opaziti, da obe metodi dajeta podobne rezultate. Glavni statistični kazalniki, ki so bili prikazani v povzetkih (MO-Kalib-SS – Preglednica 7.2 in BAY-Kalib-SS – Preglednica 7.5) so po vrednostih zelo podobni.

V obeh navedenih primerih je bilo mogoče ugotoviti, da je določeno število skrajnih vrednosti pogreškov nekoliko odstopalo od normalne porazdelitve, vendar je njihovo število glede na celotno število pogreškov zelo majhno. Razlog je lahko prisotnost nekaterih sistemskih napak pri meritvah ali pri digitalnem opisu vodooskrbnega sistema, ki jih metodi uteženih najmanjših kvadratov in GL funkcija verjetja nista mogli do potankosti ponazoriti. Iz oblik kumulativnih funkcij verjetnosti in kvantil-kvantil grafikonov pogreškov pa je mogoče potrditi, da porazdelitvi pogreškov pripadata

skupini normalne porazdelitve. Na ta način je mogoče utemeljeno sklepati, da so uporabljene predpostavke o neodvisnih in identično (normalno) porazdeljenih pogreških v obeh prikazanih primerih v veliki večini upravičene. Ker se obe metodi umerjanja po rezultatih zelo dobro skladata, je priporočljiva uporaba večkriterijskega umerjanja z optimizacijskim algoritmom AMALGAM, saj so računski časi pri Bayesovem sklepanju bistveno daljši (faktor 3 do 4).

V poglavju 7.3 je bil obravnavan primer razširjene časovne simulacije za realni vodooskrbni sistem. Iz glavnih statističnih kazalnikov je mogoče razbrati, da so si rezultati po metodi uteženih najmanjših kvadratov (MO-Kalib-EPS – Preglednica 7.7) in metodi umerjanja z Bayesovim sklepanjem (BAY-Kalib-EPS – Preglednica 7.8) sicer zelo podobni, vendar pa grafična preverba veljavnosti predpostavk o neodvisnih in identično (normalno) porazdeljenih pogreških pri metodi uteženih najmanjših kvadratov pokaže odstopanja od normalne porazdeljenosti. Ponovno je ta pojav viden na repih porazdelitve pogreškov, katerih oblika nakazuje, da so le-ti krajši od pričakovanih (tj. krajši od vrednosti pri normalni porazdelitvi). Pri tem pa velja omeniti, da so drugi pogreški (tj. velika večina) kljub temu porazdeljeni po normalni porazdelitvi. Pri metodi Bayesovega sklepanja (BAY-Kalib-EPS) pa vizualna preverba prikazuje zelo dobro ujemanje z regresijskimi predpostavkami o neodvisno in identično (normalno) porazdeljenih pogreških. Iz tega pa izhaja pomembna ugotovitev, da je posplošena funkcija verjetja (GL) torej bolj prilagodljiva in omogoča primernejši opis porazdeljenosti pogreškov, kot je to bilo mogoče opraviti pri metodi uteženih najmanjših kvadratov.

Ta povečana natančnost pa ima za posledico daljše računske čase. Le-te bo treba nujno skrajšati za aplikacije v realnem času, da bodo skladni s pričakovanji večine strokovne javnosti. Metoda uteženih najmanjših kvadratov ima ravno v tem pogledu še vedno prednost pri uporabi v praksi, kjer je računski čas pomemben. Razvoj računalniške opreme in učinkovitejših algoritmov pa na drug način skrajšuje računske čase in s tem povečuje popularnost MCMC metod, kamor spada tudi tukaj preizkušen in verificiran algoritem DREAM_(ZS).

8 ZAKLJUČEK

Disertacija podaja rezultate raziskav, ki so bile usmerjene v izboljšanje postopka umerjanja in določitev negotovosti parametrov hidravličnega modela in njegovih modelnih napovedi. Pri tem je bila uporabljena večkriterijska formulacija optimizacijskega problema umerjanja. V nalogi so najprej podrobno prikazana teoretična izhodišča zakonitosti toka tekočine v cevovodih in cevovodnih sistemih, pregledani pristopi reševanja sistema linearnih in nelinearnih hidravličnih enačb ter pristopi za vzpostavitev in uporabo hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov.

Uporaba metode večkriterijskega umerjanja je bila formulirana kot optimizacijski problem, pri katerem so uporabljene ciljne funkcije, ki temeljijo na metodi uteženih najmanjših kvadratov, uporabljena pa je bila še dodatna ciljna funkcija, s čimer je omogočeno eksplicitno vključevanje predhodnih uteženih ocen vrednosti parametrov. Zaradi različnih vrednosti ciljnih funkcij je bila uporabljena transformacija ciljnih funkcij, ki zagotavlja, da so rešitve Pareto optimalne fronte na enaki oddaljenosti od koordinatnega izhodišča (tj. teoretično najboljše ujemanje modela, ko so vrednosti ciljnih funkcij enake nič). Prvič je bil na področju umerjanja hidravličnih modelov v ta namen uporabljen nov evolucijski metahevristični algoritem AMALGAM, ki predstavlja generični meta-algoritmični okvir vključevanja več podalgoritmov ter katerega uspešnost in učinkovitost temeljita na povezovanju in izkoriščanju dobrih lastnosti posameznih metahevrističnih metod. S tem je bilo zagotovljeno robustnejše iskanje rešitev, kot bi jih sicer omogočal vsak posamezni algoritem sam.

V disertaciji je bila prvič na področju umerjanja hidravličnih modelov uporabljena tudi posplošena funkcija verjetja, ki omogoča umerjanje modelnih parametrov z Bayesovim sklepanjem. Za optimizacijsko reševanje Bayesove metode je bil prvič na tem področju uporabljen tudi nov učinkovit algoritem, ki temelji na metodi Monte Carlo z Markovskimi verigami, tj. DREAM_(ZS) algoritem. Pri Bayesovem sklepanju je tako mogoče vključevanje predhodnih informacij o porazdelitvi oziroma negotovosti modelnih parametrov, za kar se uporabijo porazdelitvene funkcije.

Za identifikacijo slabo določenih optimizacijskih problemov umerjanja so bile uporabljene statistične analize in diagnostična orodja, s pomočjo katerih je mogoče dobiti poglobljen vpogled v proces umerjanja in izbiro ustrezne parametrizacije problema umerjanja. S pomočjo različnih statističnih veličin pa je preverjano ujemanje odziva hidravličnega modela z opazovanimi podatki realnega vodooskrbnega sistema in opravljena določitev ocene negotovosti modelnih parametrov ter ocena negotovosti modelnih napovedi.

Na koncu je nova metodologija večkriterijskega umerjanja in Bayesovega sklepanja preizkušena tako na enostavnejšem hipotetičnem hidravličnem modelu kot tudi na kompleksnejšem hidravličnem modelu realnega vodooskrbnega sistema za dve stanji v sistemu – za primer stalnega toka in za razširjene časovne simulacije kot način poenostavitve nestalnega toka.

Večkriterijski optimizacijski problem umerjanja se je izkazal za ustrezen pristop pri iskanju uravnoveženih rešitev med različnimi ciljnim funkcijami. Uravnovežena rešitev, ki je bila raziskana in nato uporabljena v nalogi, je bila izbrana na podlagi kriterija minimalne evklidske metrike. Rezultati za izbrano uravnoveženo rešitev so bili primerjani z rešitvami Bayesovega sklepanja, ki predstavlja enokriterijski optimizacijski problem umerjanja. V večini primerov se je večkriterijsko umerjanje z metodo uteženih najmanjših kvadratov izkazalo za enakovredno Bayesovemu sklepanju, ki za razliko od večkriterijske metode uporablja metodo statističnega popisa pogreškov, ki je natančnejša in lahko nekatere sistemske napake hidravličnega modela ustrezneje pretvori v obliko, ki omogoča ustreznejše preoblikovanje dejanskih pogreškov v normalno porazdeljenost. Metode Monte Carlo z Markovskimi verigami so glede na ugotovitve v literaturi trenutno najnatančnejša oblika določevanja negotovosti modelnih parametrov in negotovosti modelnih pogreškov, zato so se rezultati metodologije FOSM, ki je uporabljena pri večkriterijskem umerjanju (tj. z uporabo uteženih najmanjših kvadratov in regresijskih predpostavk), izkazali za ustrezno aproksimacijo negotovosti tako modelnih parametrov kot modelnih napovedi.

Podobno, kot je mogoče pri Bayesovem sklepanju vključevati predhodne informacije oziroma apriorne porazdelitve parametrov, je bilo prikazano, kako se tudi pri večkriterijskem umerjanju lahko vključijo predhodne informacije z oblikovanjem dodatne ciljne funkcije. Vključevanje predhodnih informacij oziroma eksplicitno vključevanje predhodnih ocen vrednosti parametrov, kot je bilo uporabljeno v nalogi pri večkriterijskem umerjanju, omogoča dodatno izboljšanje določljivosti parametrov umerjanja in celotnega problema umerjanja. Statistične analize in diagnostična orodja, ki so bili uporabljeni za analizo problemov umerjanja, so pokazali, da je uporaba predhodnih informacij tudi zmanjšala ocenjene negotovosti modelnih parametrov in modelnih napovedi.

Drugo vprašanje, ki je bilo zasnovano na začetku raziskav, se je nanašalo na postopke in metode prostorske razčlenitve komponent vodooskrbnega omrežja. Spremljanje novejših literature pa je pokazalo, da so v času naših raziskav drugi raziskovalci že ugotovili, da uporaba teorije grafov ne prinaša prednosti pri pridobivanju kakovostnejših informacij za postopek kalibracije hidravličnih modelov, zato to vprašanje v nadaljevanju ni bilo več obravnavano. Zato je bilo mogoče več raziskovalnega dela nameniti podrobnejši analizi že uveljavljenih metod kot podlage za izdelavo novih

pristopov, ki lahko zagotovijo uspešno in učinkovito kalibracijo hidravličnih modelov. V tem sklopu je bila preizkušena tudi metoda Bayesovega sklepanja z uporabo posplošene funkcije verjetja.

Formulacija večkriterijskega optimizacijskega problema umerjanja je bila zastavljena kot omejen optimizacijski problem, pri katerem pa so uporabljene ciljne funkcije, ki temeljijo na metodi uteženih najmanjših kvadratov. Posamezne ciljne funkcije povzemajo hidravlične veličine s pomočjo metode uteženih najmanjših kvadratov in hkrati vključujejo dodatne ciljne funkcije, kar omogoča eksplicitno vključevanje predhodnih ocen vrednosti parametrov.

Takšen pristop je omogočil izvirne prispevke znanosti, ko se je z izdelano metodologijo prvič uporabil evolucijski metahevrstični algoritem AMALGAM za primere večkriterijskega umerjanja hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov, ko se je prvič uporabil algoritem DREAM_(ZS) za primere umerjanja hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov z Bayesovim sklepanjem in ko se je prvič uporabila posplošena funkcija verjetja za umerjanje hidravličnih modelov vodooskrbnih sistemov z Bayesovim sklepanjem. Opravljeno testiranje in nato verifikacija na dejanskem vodooskrbnem omrežju sta prikazala uporabno vrednost razvitega pristopa.

Rezultati raziskav pa so pokazali tudi nekatere izzive za nadaljnje raziskave. Pri uporabi večkriterijskega problema umerjanja bi bilo zanimivo raziskati možno uporabo alternativnih ciljnih funkcij, ki bi porazdelitev pogreškov popisale drugače, npr. z generalizirano (posplošeno) metodo najmanjših kvadratov.

Pri vključevanju predhodnih informacij o vrednostih modelnih parametrov hrapavosti cevovodov bi bilo mogoče raziskati tudi, v kolikšni meri bi lahko simulirali oz. ugotavljali procese oz. modele staranja cevovodov in spreminjanje njihove hidravlične hrapavosti, ki lahko izhaja tudi iz biokemijskih parametrov oz. kakovosti vode. V opravljenih raziskavah je zaradi uporabe različnih optimizacijskih orodij in občasno tudi različno uporabljenih vrednosti parametrov optimizacijskih algoritmov, ki so temeljili na predhodni analizi ustreznega primera umerjanja, ustvarjena dobra podlaga za nadaljnje natančnejše in sistematične analize vrednosti parametrov optimizacijskih algoritmov, kar bi omogočalo izboljšanje procesa iskanja rešitev.

Pridobljene pionirske izkušnje pri uporabi algoritma AMALGAM, ki je meta-algoritmični okvir za vključitev drugih optimizacijskih algoritmov, omogočajo nadaljnje raziskave, s katerimi bi preverjali, ali bi lahko napredek pri razvoju nekaterih podalgoritmov uspešneje deloval pri ustvarjanju novih potomcev (tj. rešitev), saj se je v naših raziskavah pokazalo, da npr. podalgoritem za optimizacijo z

rojem delcev (PSO) pogosto sodeluje pri ustvarjanju novih populacij le z minimalnim številom osebkov in bi veljalo uporabiti nova znanja, ko bodo na voljo na drugih raziskovalnih področjih.

9 VIRI

- Albert, J. 2007. Bayesian Computation with R. Springer Science+Business Media, LLC.
- Allen, R. G. 1996. Relating the Hazen-Williams and Darcy-Weisbach friction loss equations for pressurized irrigation, *Applied Engineering In Agriculture*, 12, 6: 685-693.
- Alvisi, S., Franchini, M. 2010. Pipe roughness calibration in water distribution systems using grey numbers. *Journal of Hydroinformatics*, 12, 4: 424-445.
- Banovec, P., Kozelj, D., Šantl, S., Steinman, F. 2006. Sampling Design for Water Distribution System Models by Genetic Algorithms. *Strojniški Vestnik-Journal of Mechanical Engineering*, 52, 12: 817-834.
- Bargiela, A., Hainsworth, G. D. 1989. Pressure and Flow Uncertainty in Water Systems, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 115, 2: 212-229.
- Bhave, P. R. 1988. Calibrating Water Distribution Network Models, *Journal of Environmental Engineering*, 114, 1: 120-136.
- Blokker, E. J. M. 2010. Stochastic water demand modelling for a better understanding of hydraulics in water distribution networks. Water Management Academic Press.
- Bohte, Z. 1993. Numerično reševanje nelinearnih enačb, Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Ljubljana.
- Box, G. E. P., Tiao, G. C. 1992. Bayesian inference in statistical analysis. Wiley Classics Library edn. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Brkić, D. 2011. Iterative Methods for Looped Network Pipeline Calculation, *Water Resources Management*, 25, 12: 2951-2987.
- Bush, C., Uber, J. 1998. Sampling design methods for water distribution model calibration, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 124, 6: 334-344.
- Camacho, R., Martin, J. 2013. Bayesian Monte Carlo for evaluation of uncertainty in hydrodynamic models of coastal systems, *Journal Of Coastal Research*, spec. issue 65: 886-891.
- Carrera, J., Neuman, S. P. 1986. Estimation of Aquifer Parameters Under Transient and Steady State Conditions: 2. Uniqueness, Stability, and Solution Algorithms. *Water Resources Research*, 22, 2:211-227.
- Colebrook, C., White, C. 1937. Experiments with Fluid Friction in Roughened Pipes, *Proceedings Of The Royal Society Of London. Series A, Mathematical And Physical Sciences*, 161: 367-381.

- Cooley, R.L., Naff, R.L. 1990. Regression Modelling of Ground-Water Flow, Techniques of Water Resources Investigations, Application of Hydraulics, Book 3, Chapter B4, USGS, Denver, CO, ZDA.
- Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A., Meyarivan, T. 2000. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II. KalGAL Report 200001. Kanpur, India: Indian Institute of Technology.
- Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A., Meyarivan, T. 2002. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 6, 2: 182–197.
- de Schaetzen, W. 2000. Optimal Calibration and Sampling Design for Hydraulic Network Models, PhD Thesis, School of Engineering and Computer Science, University of Exeter.
- ECAC, 1999. Calibration Guidelines for Water Distribution Modelling, Proc. AWWA 1999 Intech Conference.
- Ferreri, G. B., Napoli, E., Tumbiolo, A. 1994.: Calibration of Roughness in Water Distribution Networks, Proc.2nd International Conference on Water Pipeline Systems, Edinburgh, UK, D.S.Miller, ed., vol.1: 379-396.
- Ghosh, J. K., Delampady, M., Samanta, T. 2006. An Introduction to Bayesian Analysis: Theory and Methods. Springer Science+Business Media, LLC.
- Goh, C. K., Tan, K. C. 2009. Evolutionary Multi-objective Optimization in Uncertain Environments: Issues and Algorithms. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Goldberg, D. E. 1989. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Co.
- Haario, H., Saksman, E., Tamminen, J. 2001. An adaptive Metropolis algorithm, Bernoulli, 7, 2: 223-242.
- Härdle, W. K., Simar, L. 2007. Applied Multivariate Statistical Analysis: Third Edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Hastings, W. K. 1970. Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications, Biometrika, 57, 1: 97-109.
- Hill, M. C. 1998. Methods and Guidelines for Effective Model Calibration, Water Resources Investigation Report No. 98-4005, USGS, p. 90
- Hoff, P. D. 2009. A First Course in Bayesian Statistical Methods. Springer Science+Business Media, LLC.

- Huisman, J. A., Rings, J., Vrugt, J. A., Sorg, J., Vereecken, H. 2010. Hydraulic properties of a model dike from coupled Bayesian and multi-criteria hydrogeophysical inversion. *Journal of Hydrology*. 380: 62–73.
- Izquierdo, J., Pérez, R., Herrera, M., Montalvo, I. 2008. Sensitivity analysis to assess the relative importance of pipes in water distribution networks, *Mathematical And Computer Modelling*, 48, 1-2: 268-278.
- ISO-5168, 2005. Measurement of fluid flow – Procedures for evaluation of uncertainties. International Organization for Standardization (ISO).
- JCGM 100:2008, 2008. Guide to the expression of uncertainty in measurement. International Organization for Standardization. Geneva.
- Jeglič, A. 1981. Procesna merilna tehnika, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana.
- Kang, D. S., Pasha, M. F. K., Lansey, K. 2009. Approximate methods for uncertainty analysis of water distribution systems. *Urban Water Journal*, 6, 3: 233-249.
- Kang, D., Lansey, K. 2010. Demand and Roughness Estimation in Water Distribution Systems, *Journal Of Water Resources Planning And Management*, 137, 1: 20-30.
- Kapelan, Z. 2002. Calibration of Water Distribution Systems Hydraulic Models, PhD Thesis, School of Engineering and Computer Science, University of Exeter.
- Kapelan, Z., Savic, D., Walters, G. 2003. Multiobjective Sampling Design for Water Distribution Model Calibration, *Journal Of Water Resources Planning & Management*, 129, 6: 466-479.
- Kapelan, Z., Savic, D. A., Walters, G.A. 2003. Multiobjective Sampling Design for Water Distribution Model Calibration, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 129, 6: 466-479.
- Kapelan, Z., Savic, D. A., Walters, G. A. 2004. Incorporation of Prior Information on Parameters in Inverse Transient Analysis for Leak Detection and Roughness Calibration. *Urban Water Journal*, 1, 2: 129-143.
- Kapelan, Z. S., Savic, D. A., Walters, G. A. 2007. Calibration of water distribution hydraulic models using a Bayesian-type procedure. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133, 8: 927-936.
- Köhne, J. M., Wöhling, T., Pot, V., Benoit, P., Leguédais, S., Le Bissonnais, Y., Šimůnek, J. 2011. Coupled simulation of surface runoff and soil water flow using multi-objective parameter estimation. *Journal Of Hydrology*, 403, 1-2: 141-156.
- Korošec, P. 2004. Metahevristično reševanje optimizacijskega problema s kolonijami mravelj. Magistrska naloga. Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani, Ljubljana.

- Laloy, E., Vrugt, J. A. 2012. High-dimensional posterior exploration of hydrologic models using multiple-try DREAM(ZS) and high-performance computing, *Water Resources Research*, 48, 1: W01526. 1-18.
- Lamont, P. A. 1981. Common pipe-flow formulas compared with the theory of roughness. *Journal American Water Works Association*, 73, 5: 274-280.
- Lansey, K. E., Basnet, C. 1991. Parameter Estimation for Water Distribution Networks, *Journal of Water Res. Planning and Managm.*, ASCE, 117, 1: 126-144.
- Lansey, K. E., El-Shorbagy, W., Ahmed, I., Araujo, J., Haan, C. T. 2001. Calibration Assessment and Data Collection for Water Distribution Networks, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 127, 4: 270-279.
- Loaiciga, H. A., Charbeneau, R. J., Evertt, L. G., Fogg, G. E., Hobbs, B. F., Rouhani, S. 1992. Review of Ground-Water Quality Monitoring Network Design, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 118, 1: 11-37.
- Madsen, H. 2000. Automatic calibration of a conceptual rainfall-runoff model using multiple objectives. *Journal of Hydrology*, 235, 3-4: 276-288.
- Mallick, K. N., Ahmed, I., Tickle, K. S., Lansey, K. E. 2002. Determining Pipe Groupings for Water Distribution Network, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 128, 2: 130-139.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., Teller, E., in sod. 1953. Equation of state calculations by fast computing machines, *The Journal of Chemical Physics*, 21, 6:1087-1092.
- Ormsbee, L. E. 1989. Implicit Network Calibration, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 115, 2: 243-257.
- Ormsbee, L. E. in Lingireddy, S. 1997. Calibrating Hydraulic Network Models, *Journal AWWA*, 89, 2: 42-50.
- Ormsbee, L. E., Wood, D. J. 1986. Explicit Pipe Network Calibration, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 112, 2: 166-183.
- Podgornik, R. 2002. *Mehanika kontinuov*. Institut "Jožef Stefan", Ljubljana.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P. 2007. *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press.
- Richey, M. M. 2010. The evolution of Markov chain Monte Carlo methods, *American Mathematical Monthly*, 117, 5: 383-413.

- Rossman, L. A. 2000. EPANET 2 – User manual. United States Environmental Protection Agency, Washington, D.C.
- Savchuk, V. P., Tsokos, C. P., 2011. Bayesian Theory and Methods. with Applications : Atlantis Studies In Probability And Statistics. Atlantis press.
- Savic, D. A., Walters, G. A. 1995. Genetic Algorithm Techniques for Calibrating Network Models, Report No. 95/12, Centre for Systems and Control Engineering, University of Exeter, str.41.
- Savic, D. A., Walters, G. A. 1997. Model Calibration Using Genetic Algorithms, Research Report presented at the South West Water Ltd. Seminar, University of Exeter, UK.
- Scharnagl, B., Vrugt, J. A., Vereecken, H., Herbst, M. 2011. Inverse modelling of in situ soil water dynamics: Investigating the effect of different prior distributions of the soil hydraulic parameters. Hydrology and Earth System Sciences, 15, 10: 3043-3059.
- Schoups, G., Vrugt, J. A. 2010. A formal likelihood function for parameter and predictive inference of hydrologic models with correlated, heteroscedastic, and non-Gaussian errors. Water resources research, 46: W10531, 1-17.
- Seber, G. A. F., Wild, C. J. 2003. Nonlinear Regression. John Wiley and Sons, Inc. Hoboken, New Jersey. ZDA.
- Seifollahi-Aghmiuni, S., Haddad, O. B., Omid, M. H., Marino, M. A. 2013. Effects of Pipe Roughness Uncertainty on Water Distribution Network Performance during its Operational Period. Water Resources Management, 27, 5: 1571-1599.
- Shamir, U., Howard, C. D. D. 1968. Water Distribution System Analysis, Journal of the Hydraulic Division, ASCE, 94, 1: 219-234.
- Steinman, F., Banovec, P., Šantl, S. 2001. Načrtovanje razvoja cevovodnih sistemov z uporabo genetskih algoritmov, Strojniški vestnik, 47, 6: 263-279.
- Steinman, F. 2010. Hidravlika. Ljubljana, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Katedra za mehaniko tekočin z laboratorijem.
- Swamee, P., Rathie, P. 2007. Exact equations for pipe-flow problems, Journal Of Hydraulic Research, 45, 1: 131-134.
- Ter Braak, C. J., Vrugt, J. A. 2008. Differential evolution Markov chain with snooker updater and fewer chains. Statistics and Computing, 18, 4: 435-446.
- Tierney, L. 1994. Markov chains for exploring posterior distributions. The Annals of Statistics, 22, 4:1701-1728.

- Todini, E., Pilati, S. 1987. A gradient method for the analysis of pipe networks. International Conference on Computer Applications for Water Supply and Distribution, Leicester Polytechnic, UK.
- Travis, Q. B., Mays, L. W. 2007. Relationship between Hazen-William and Colebrook-White roughness values. *Journal of Hydraulic Engineering-ASCE*, 133, 11: 1270-1273.
- Uršič, M. 2009. Prispevek k analizi hidravličnih trenjskih izgub za tok pod tlakom v ceveh krožnega premera. Doktorska disertacija. Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Univerza v Ljubljani, Ljubljana.
- Vrugt, J., Bouten, W., Gupta, H., Sorooshian, S. 2002. Toward improved identifiability of hydrologic model parameters: The information content of experimental data, *Water Resources Research*, 38, 12: 481-4813.
- Vrugt, J., Robinson, B. 2007. Improved evolutionary optimization from genetically adaptive multimethod search, *Proceedings Of The National Academy Of Sciences Of The United States Of America*, 104, 3: 708-711
- Vrugt, J., Braak, C., Clark, M., Hyman, J., Robinson, B. 2008. Treatment of input uncertainty in hydrologic modeling: Doing hydrology backward with Markov chain Monte Carlo simulation, *Water resources research*, 44: W00B09, 1-15.
- Vrugt, J. A., Ter Braak, C. J. F., Diks, C. G. H., Robinson, B. A., Hyman, J. M., Higdon, D. 2009. Accelerating Markov chain Monte Carlo simulation by differential evolution with self-adaptive randomized subspace sampling. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 10, 3: 273-290.
- Walski, T. M., 1983. Technique for Calibrating Network Models, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 109, 4: 360-372.
- Walski, T. M., in sod. 1987. Battle of the network models: Epilogue, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 113, 2: 191-203.
- Walski, T. M., Sharp, W. W., Shields, F. D. 1988. Predicting Internal Roughness in Water Mains, Miscellaneous Paper EL-88-2, US Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss., ZDA.
- Walski, T. M. 1995. Standards for Model Calibration, *Proceedings AWWA Computer Conference*, Norfolk, ZDA.
- Walski, T. M., in sod. 2003. Advanced Water Distribution Modelling and Management, Haested Press, Waterbury, ZDA.
- WRc. 1989. Network Analysis – A Code of Practice, Water Research Centre.

Yeh, W. W. G. 1986. Review of Parameter Identification Procedures in Groundwater Hydrology: The Inverse Problem, *Water Resources Research*, 22, 2: 95-108.

Ypma T. J., 1995. Historical Development of the Newton-Raphson Method, *SIAM Review*, 37, 4: 531-551

PRILOGE

PRILOGA 1: PODATKI HIPOTETIČNEGA HIDRAVLICNEGA MODELA ANYTOWN

APPENDIX 1: DATA OF THE HYPOTHETICAL HYDRAULIC MODEL OF ANYTOWN

Preglednica P1.1: Podatki o vozliščih cevovodnega sistema Anytown (Ormsbee, 1989)

Table A1.1: Node data of Anytown WDS (Ormsbee, 1989)

Številka vozlišča	ID	Nadmorska višina [m]	Obtežni primer 1 [l/s]	Obtežni primer 2 [l/s]	Obtežni primer 3 [l/s]	Obtežni primer 4 [l/s]	Obtežni primer 5 [l/s]	Skupina porabe
1	J20	6,23	31,51	31,51	31,51	31,51	31,51	SP1
2	J30	15,24	12,52	12,52	12,52	12,52	12,52	SP2
3	J40	15,24	12,52	95,00	12,52	12,52	12,52	/
4	J50	15,24	31,51	31,51	31,51	31,51	31,51	SP2
5	J60	15,24	50,90	50,90	50,90	50,90	50,90	SP2
6	J70	15,24	31,51	31,51	31,51	31,51	31,51	SP1
7	J80	15,24	31,51	31,51	31,51	31,51	31,51	SP2
8	J90	15,24	63,83	63,83	171,00	63,83	63,83	/
9	J100	15,24	12,52	12,52	12,52	12,52	12,52	SP1
10	J110	15,24	12,52	12,52	12,52	12,52	12,52	SP1
11	J120	36,60	31,51	31,51	31,51	63,00	31,51	/
12	J130	36,60	12,52	12,52	12,52	12,52	12,52	SP3
13	J140	24,40	12,52	12,52	12,52	12,52	95,00	/
14	J150	36,60	12,52	12,52	12,52	12,52	12,52	SP3
15	J160	36,60	31,51	31,51	31,51	31,51	31,51	SP3
16	J170	36,60	12,52	12,52	12,52	12,52	12,52	SP3

Preglednica P1.2: Podatki vodnih virov cevovodnega sistema Anytown (Ormsbee, 1989)

Table A1.2: Reservoir data of Anytown WDS (Ormsbee, 1989)

Številka objekta	ID	Opis	Kota gladine [m]
1	Res1	Vodni vir	3,04
2	Res2	Vodni vir	3,04
3	Res3	Vodni vir	3,04

Preglednica P1.3: Podatki o ceveh cevovodnega sistema Anytown (Ormsbee, 1989)

Table A1.31: Pipe data of Anytown WDS (Ormsbee, 1989)

Številka cevi	ID	Vozlišče 1	Vozlišče 2	Dolžina [m]	Premer [mm]	HW koeficient hrapavosti	Skupina HW hrapavosti
1	P2	20	70	3657	406	120	1
2	P6	20	110	3657	406	120	1
3	P4	20	30	3657	406	120	1
4	P52	110	120	1830	203	90	3
5	P56	120	130	1830	203	130	4
6	P58	130	160	1830	254	130	4
7	P50	110	160	1830	254	90	3
8	P48	110	100	1830	203	90	3
9	P10	70	100	1830	305	120	1
10	P46	100	160	1830	305	90	3
11	P8	70	30	2743	305	70	2
12	P12	70	90	1830	254	70	2
13	P24	100	90	1830	254	70	2
14	P26	100	150	1830	305	70	2
15	P22	90	150	1830	254	70	2
16	P16	90	60	1830	254	70	2
17	P14	70	60	1830	305	70	2
18	P30	30	60	1830	254	120	1
19	P32	30	40	1830	254	120	1
20	P36	40	50	1830	254	120	1
21	P34	30	50	2743	254	120	1
22	P18	60	80	1830	305	70	2
23	P38	80	50	1830	254	120	1
24	P20	90	80	1830	254	70	2
25	P28	150	80	1830	254	90	3
26	P42	150	140	1830	203	130	4
27	P40	80	140	1830	254	130	4
28	P66	50	140	3657	203	130	4
29	P44	160	150	1830	203	90	3
30	P62	160	140	1830	203	130	4
31	P60	130	170	1830	203	130	4
32	P64	170	140	3657	203	130	4
33	P80	160	B	41789	305	110	5
34	P78	60	A	41789	305	110	5

Preglednica P1.4: Podatki vodohranov cevovodnega sistema Anytown (Ormsbee, 1989)

Table A1.4: Tank data of Anytown WDS (Ormsbee, 1989)

Številka vodohrana	ID	Volumen [m ³]	Kota terena [m]	Maksimalna gladina [m]	Minimalna gladina [m]	Premer vodohrana [m]
1	A	946	65,5	12,2	0	9,94
2	B	946	65,5	12,2	0	9,94

Številka vodohrana	ID	Gladina OP1 [m]	Gladina OP2 [m]	Gladina OP3 [m]	Gladina OP4 [m]	Gladina OP5 [m]
1	A	71,6	77,7	77,7	77,7	77,7
2	B	71,6	77,7	77,7	77,7	77,7

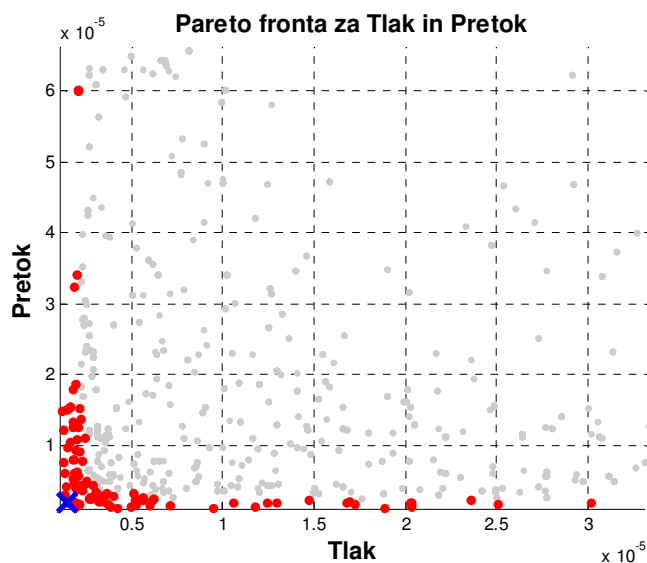
Preglednica P1.5: Podatki črpalk cevovodnega sistema Anytown (Ormsbee, 1989)

Table A1.5: Pump data of Anytown WDS (Ormsbee, 1989)

Številka črpalke	ID		Vozlišče 1	Vozlišče 2	Črpalna krivulja	
					Q	H
					[l/s]	[m]
1	Pump1	Res1	20		0	91,4
					252,5	82,3
					504,7	55,2
2	Pump2	Res2	20		0	91,4
					252,5	82,3
					504,7	55,2
3	Pump3	Res3	20		0	91,4
					252,5	82,3
					504,7	55,2

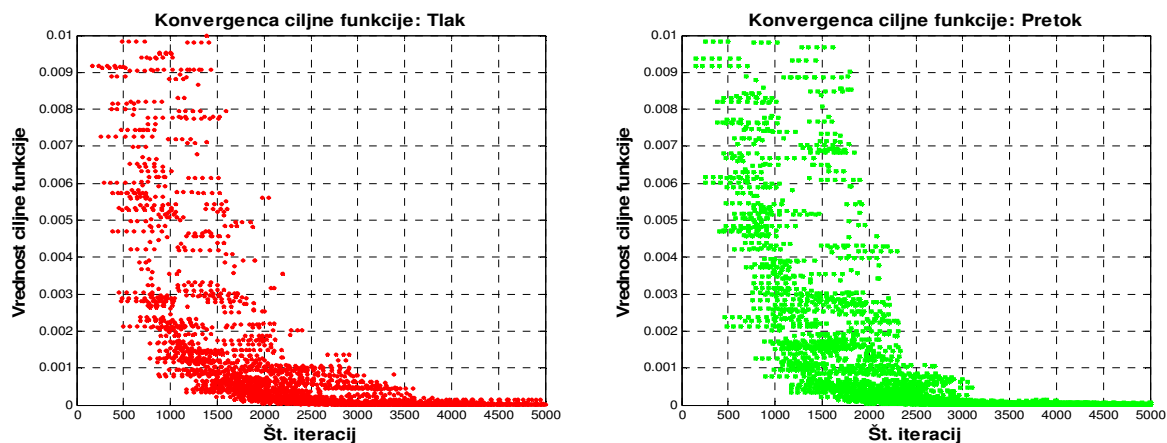
PRILOGA 2: PRIMER ANYTOWN »MO-KALIB-SS« – REZULTATI PRVOSTOPENJSKEGA VEČKRITERIJSKEGA UMERJANJA PO METODI NAJMANJŠIH KVADRATOV

APPENDIX 2: CASE ANYTOWN »MO-KALIB-SS« – RESULTS OF FIRST-STATE MULTI-OBJECTIVE CALIBRATION BY ORDINARY LEAST-SQUARES



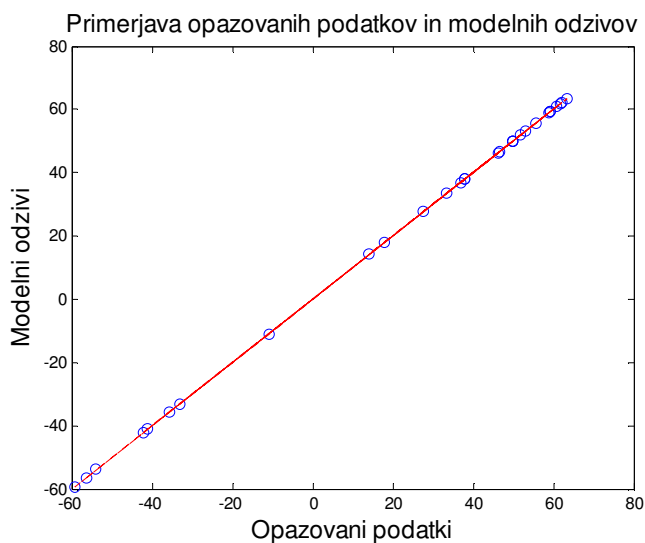
Slika P2.1: MO-Kalib-SS Pareto optimalna fronta – rang 1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev

Figure A2.1: MO-Kalib-SS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of results



Slika P2.2: MO-Kalib-SS Konvergenca ciljnih funkcij za (levo) tlak in (desno) pretok

Figure A2.2: MO-Kalib-SS Convergence of objective function for (left) pressure and (right) flows



Slika P2.3: MO-Kalib-SS Primerjava opazovanih podatkov in modelnih odzivov

Figure A2.3: MO-Kalib-SS Comparison of observations and model prediction

Preglednica P2.1: MO-Kalib-SS Rezultati umerjanja parametrov

Table A2.1: MO-Kalib-SS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja vrednost	STD_{θ}	CV_{θ}	95 % interval zaupanja		CSS_{θ}
				spodnja	zgornja	
PG1	0,529	0,002	0,003	0,526	0,532	6,549
PG2	11,694	0,066	0,006	11,559	11,829	1,766
PG3	2,475	0,012	0,005	2,451	2,499	2,953
PG4	0,299	0,006	0,019	0,288	0,310	0,667
PG5	2,361	0,320	0,135	1,708	3,013	0,109
PG6	2,749	0,479	0,174	1,770	3,728	0,077

Preglednica P2.2: MO-Kalib-SS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

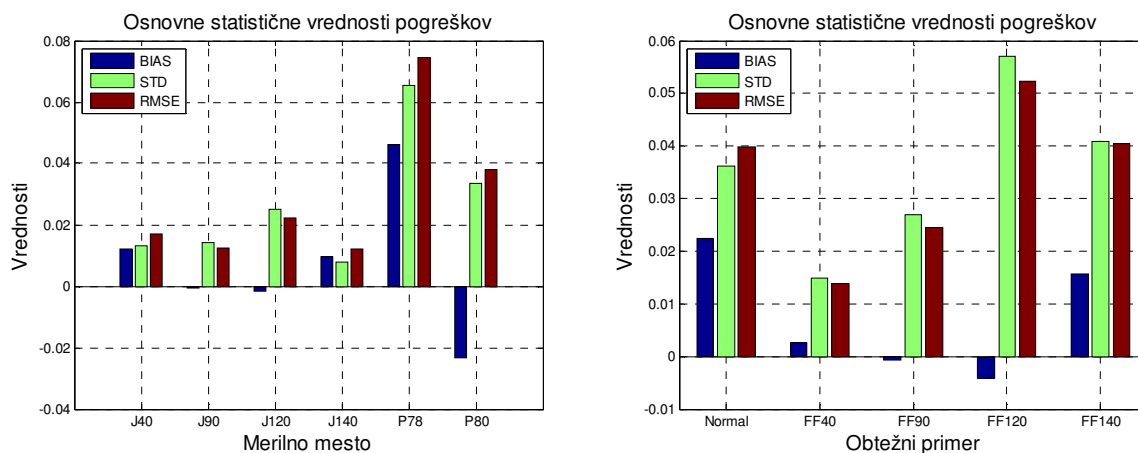
Table A2.2: MO-Kalib-SS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	PG1	PG2	PG3	PG4	PG5	PG6
PG1	2,6E-06	-7,3E-05	-1,2E-05	-1,1E-07	-8,4E-05	-4,1E-04
PG2	-0,68	4,4E-03	3,4E-04	-3,8E-05	1,9E-03	9,4E-03
PG3	-0,61	0,44	1,4E-04	-2,3E-05	-9,1E-04	3,0E-03
PG4	-0,01	-0,10	-0,36	3,1E-05	-4,4E-04	-5,0E-04
PG5	-0,16	0,09	-0,24	-0,25	1,0E-01	-6,7E-02
PG6	-0,52	0,30	0,54	-0,19	-0,43	2,3E-01

Preglednica P2.3: MO-Kalib-SS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

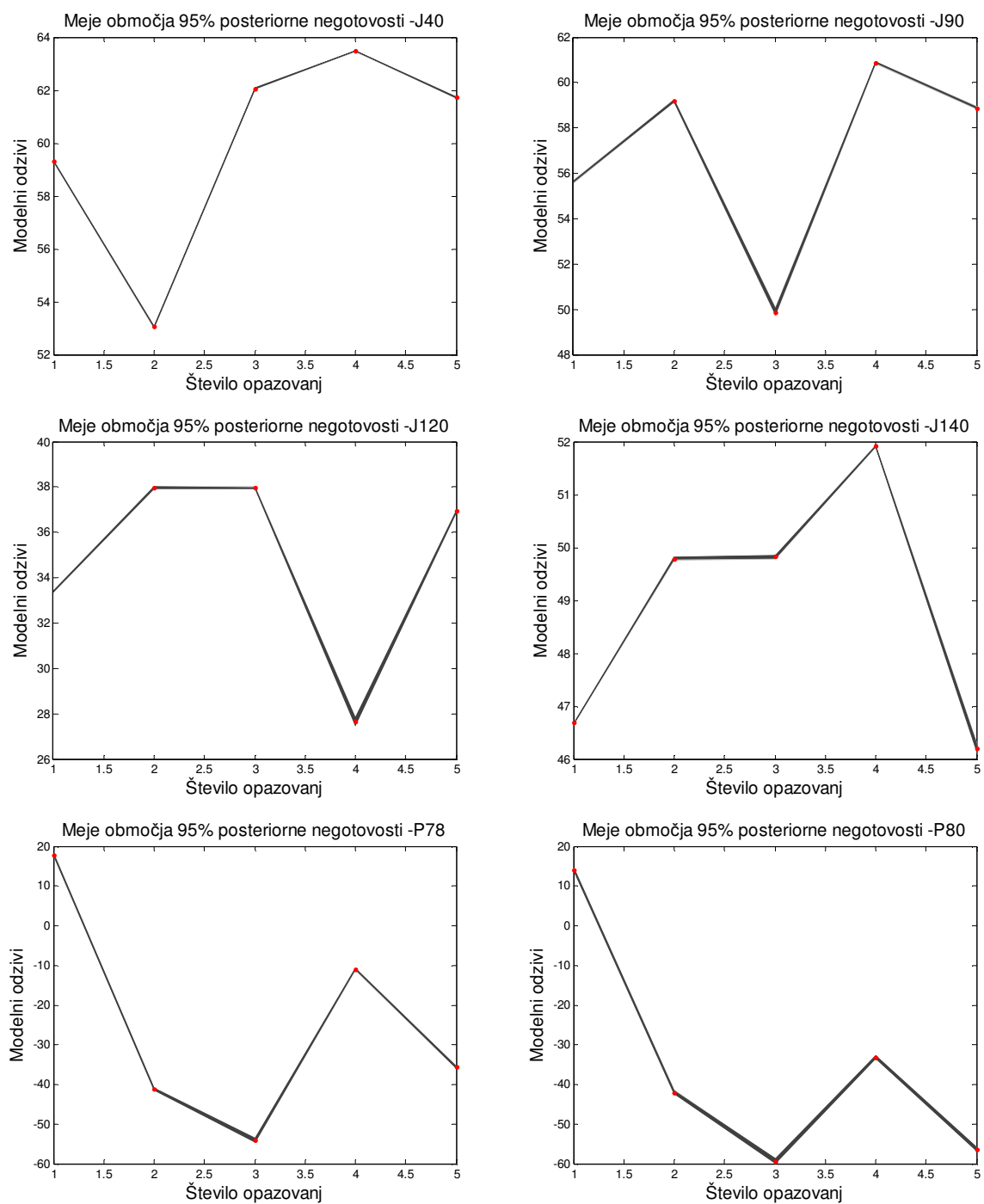
Table A2.3: MO-Kalib-SS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	1	2	3	4	5	6
Singularne vrednosti	6,9E+01	6,0E-01	3,9E+00	8,0E+00	1,3E-01	7,0E-02
Lastne vrednosti	5,0E-03	1,5E+01	3,6E-01	1,8E-02	6,4E+01	4,7E+03
ID parametra	Lastni vektorji					
PG1	-1,0E-03	-3,2E-02	-1,2E-02	3,0E-03	-1,5E-01	9,9E-01
PG2	3,1E-02	-5,6E-02	1,0E+00	-7,7E-02	-2,1E-02	7,0E-03
PG3	1,2E-02	9,6E-01	5,8E-02	-5,0E-03	2,6E-01	7,2E-02
PG4	-1,0E-03	-2,7E-01	5,0E-03	8,0E-03	9,5E-01	1,4E-01
PG5	-3,9E-01	1,0E-03	-5,9E-02	-9,2E-01	8,0E-03	3,0E-03
PG6	9,2E-01	-1,1E-02	-6,0E-02	-3,9E-01	1,0E-03	2,0E-03



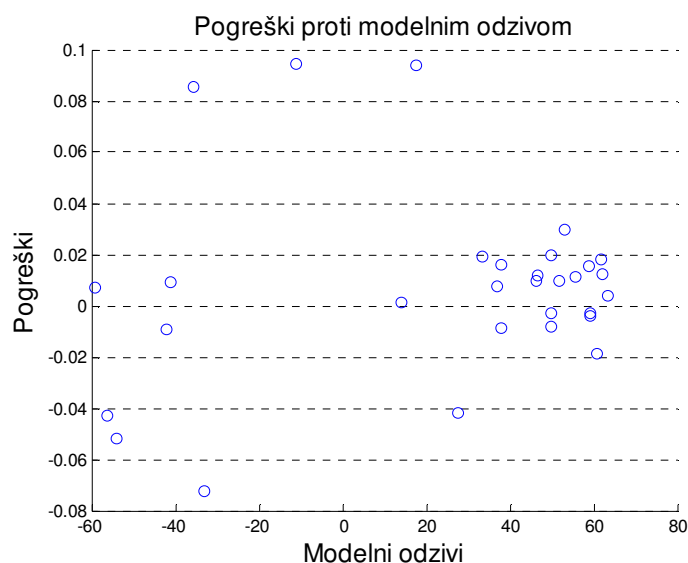
Slika P2.4: MO-Kalib-SS Osnovne statistične vrednosti pogreškov (levo) za vsako merilno mesto in (desno) za vse obtežne primere

Figure A2.4: MO-Kalib-SS Basic residual statistics (left) for each monitoring location and (right) for each loading condition



Slika P2.5: MO-Kalib-SS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

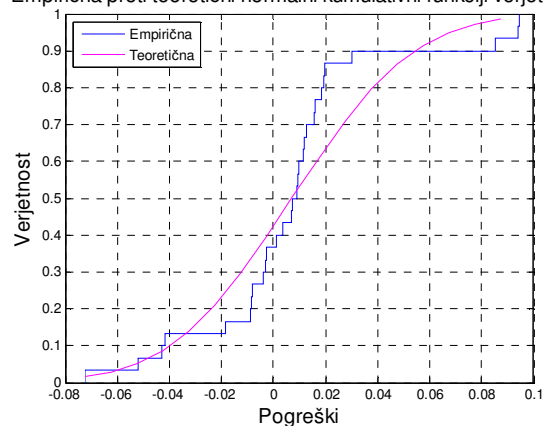
Figure A2.5: MO-Kalib-SS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)



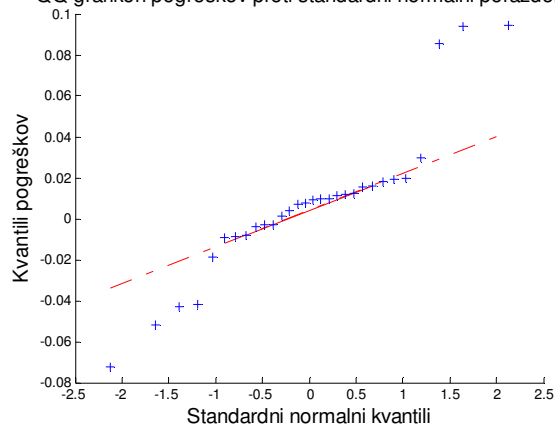
Slika P2.6: MO-Kalib-SS Pogreški proti modelnih odzivov

Figure A2.6: MO-Kalib-SS Residuals vs. model predictions

Empirična proti teoretični normalni kumulativni funkciji verjetnosti

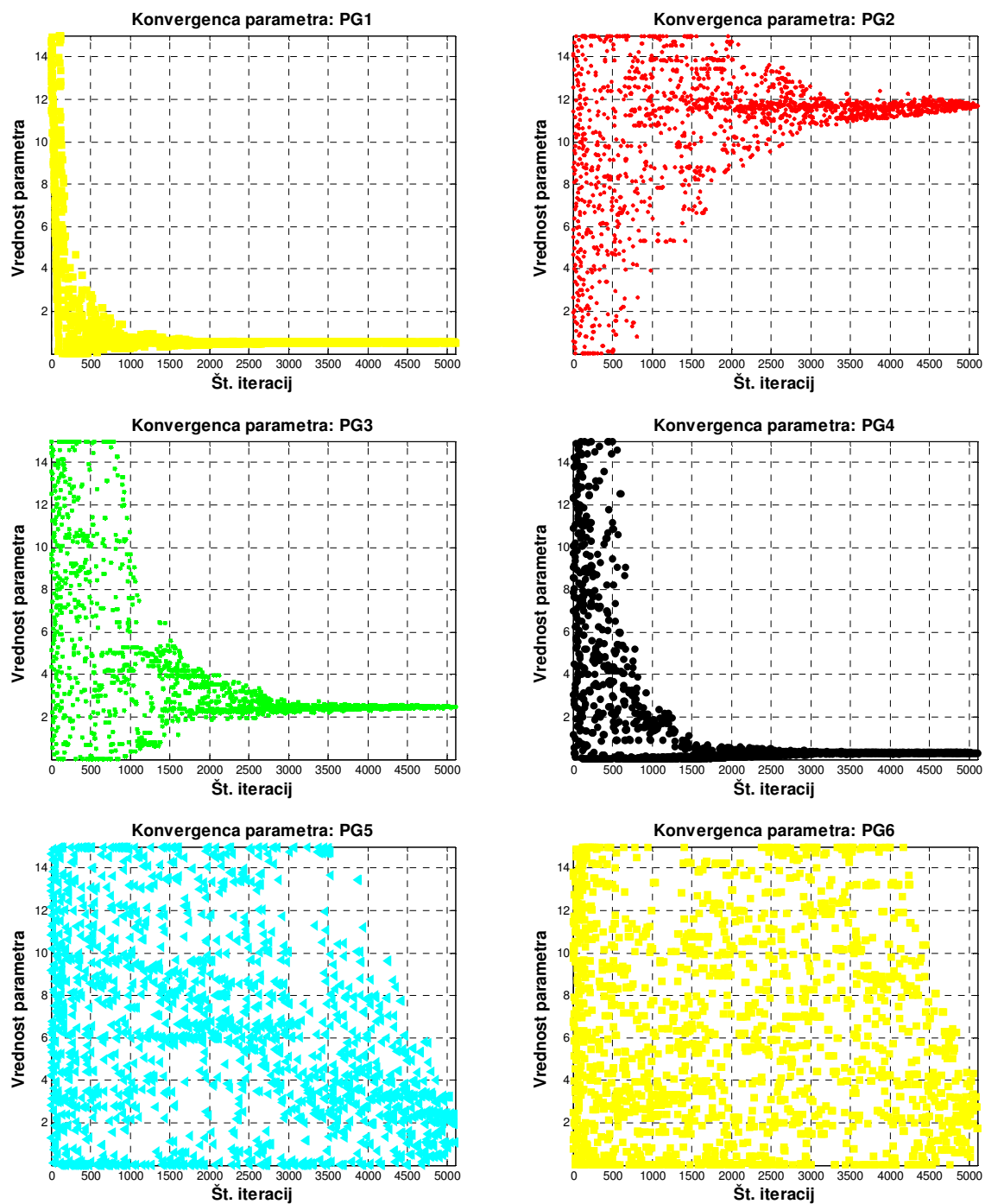


QQ grafikon pogreškov proti standardni normalni porazdelitvi



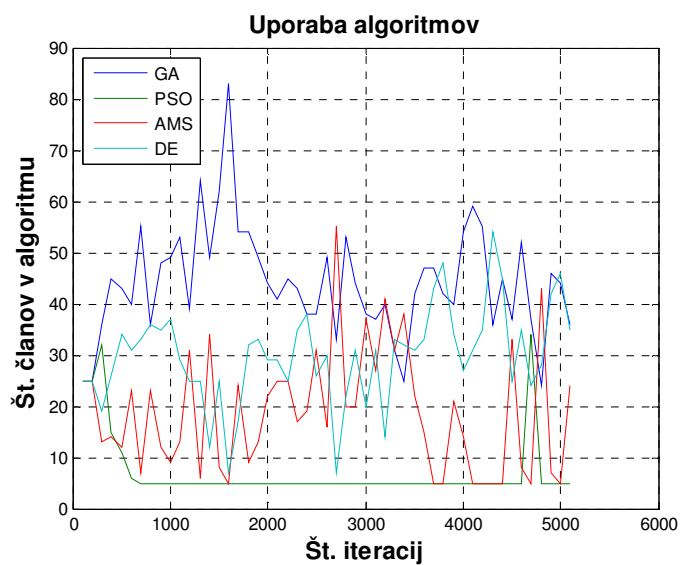
Slika P2.7: MO-Kalib-SS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure A2.7: MO-Kalib-SS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution



Slika P2.8: MO-Kalib-SS Konvergenca vrednosti parametrov umerjanja

Figure A2.8: MO-Kalib-SS Convergence of calibration parameters

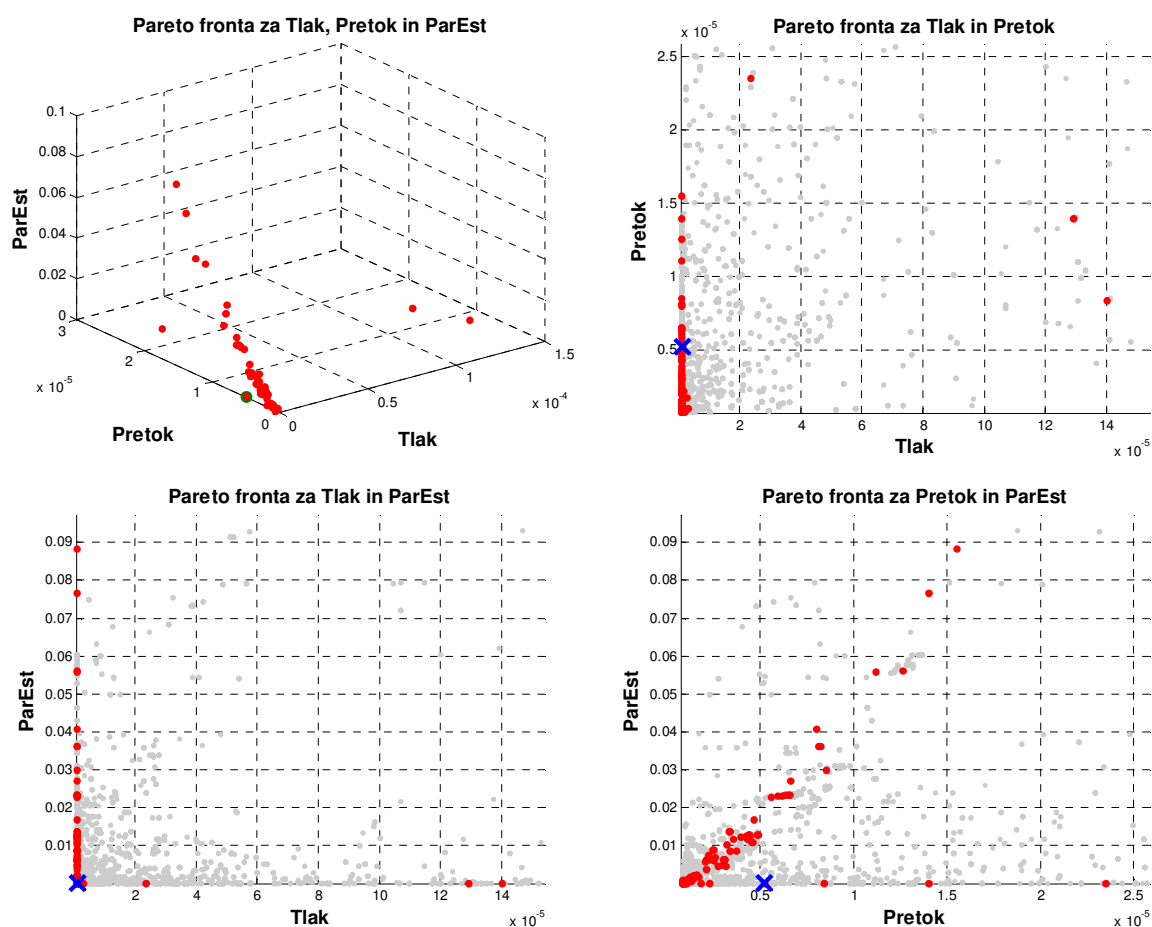


Slika P2.9: MO-Kalib-SS AMALGAM algoritem – porazdelitev osebkov ($n = 100$) med posameznimi podalgoritmi

Figure A2.9: MO-Kalib-SS AMALGAM algorithm – distribution of individuals ($n = 100$) between the different subalgorithms

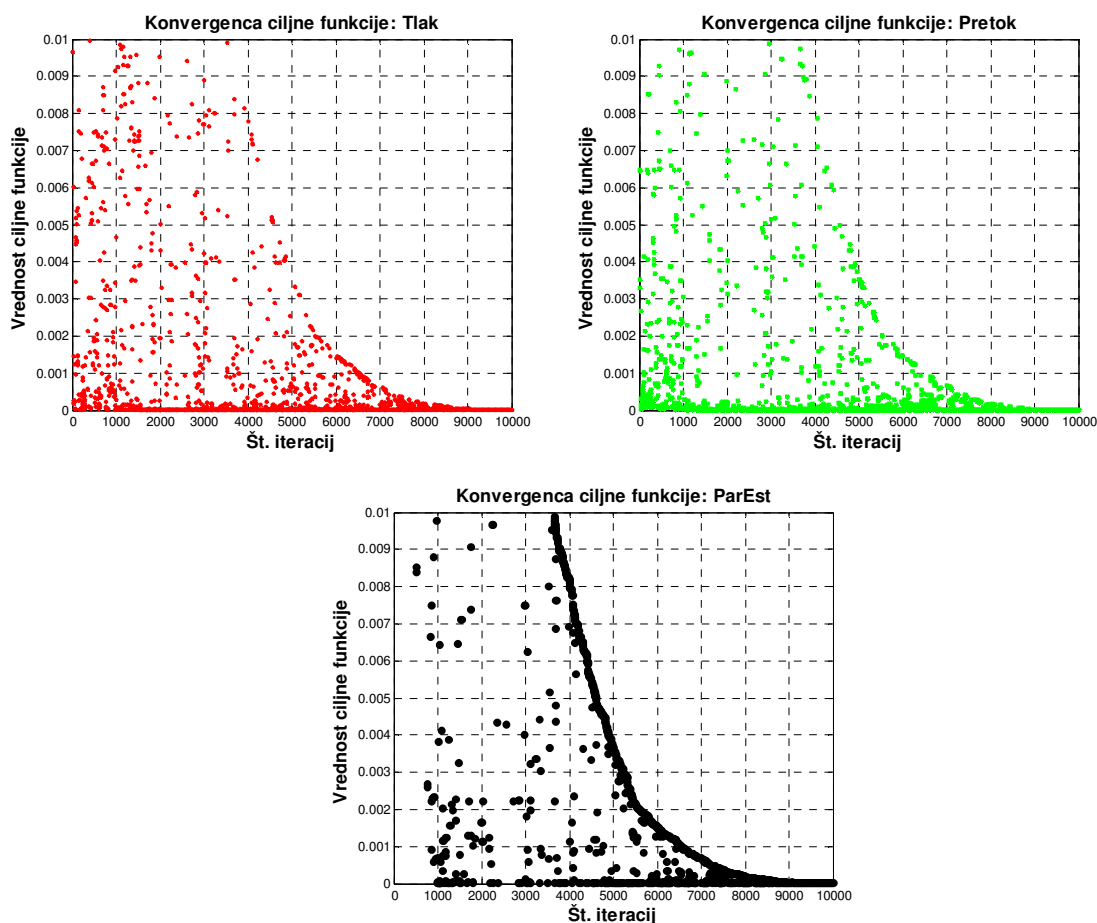
PRILOGA 3: PRIMER ANYTOWN »MO-KALIB-SS« – REZULTATI DRUGO-STOPENJSKEGA VEČKRITERIJSKEGA UMERJANJA PO METODI UTEŽENIH NAJMANJŠIH KVADRATOV

APPENDIX 3: CASE ANYTOWN »MO-KALIB-SS« – RESULTS OF SECOND-STATE MULTI-OBJECTIVE CALIBRATION WITH INCORPORATION OF PARAMETER ESTIMATION BY WEIGHTED LEAST-SQUARES



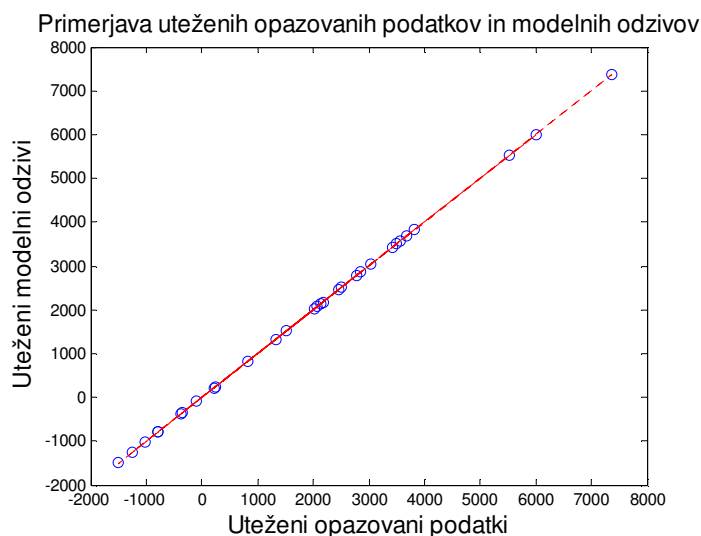
Slika P3.1: MO-Kalib-SS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev

Figure A3.1: MO-Kalib-SS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of results



Slika P3.2: MO-Kalib-SS Konvergenca ciljnih funkcij za (zg. levo) tlak, (zg. desno) pretok in (spodaj) predhodne ocene parametrov

Figure A3.2: MO-Kalib-SS Convergence of objective function for (upper left) pressure and (upper right) flows and (below) parameter estimation



Slika P3.3: MO-Kalib-SS Primerjava uteženih opazovanih podatkov in uteženih modelnih odzivov

Figure A3.3: MO-Kalib-SS Comparison of weighted observations and weighted model prediction

Preglednica P3.1: MO-Kalib-SS Rezultati umerjanja parametrov

Table A3.1: MO-Kalib-SS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja vrednost	STD_{θ}	CV_{θ}	95 interval zaupanja		CSS_{θ}
				spodnja	zgornja	
PG1	0,523	0,003	0,005	0,518	0,529	134,967
PG2	11,809	0,045	0,004	11,717	11,900	83,923
PG3	2,502	0,025	0,010	2,450	2,553	63,508
PG4	0,299	0,007	0,024	0,284	0,314	19,574
PG5	1,202	0,530	0,441	0,112	2,292	1,638
PG6	1,204	0,793	0,659	-0,427	2,835	1,028

Preglednica P3.2: MO-Kalib-SS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

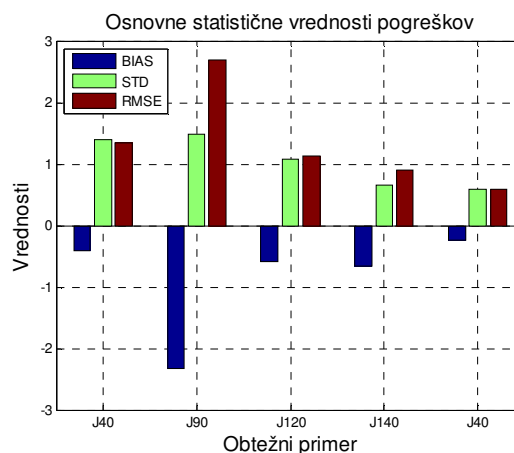
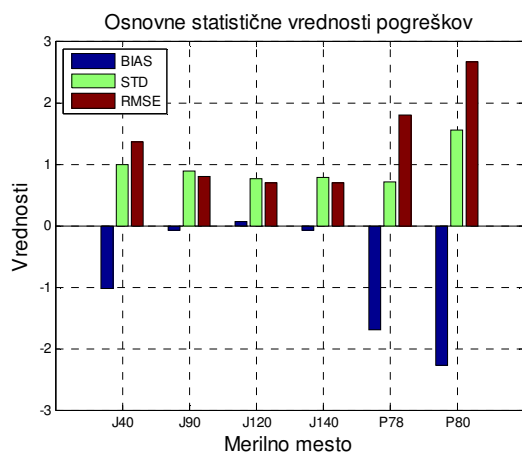
Table A3.2: MO-Kalib-SS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	PG1	PG2	PG3	PG4	PG5	PG6
PG1	6,5E-06	-5,1E-06	-3,1E-05	7,2E-07	-1,0E-05	-1,1E-03
PG2	-0,05	1,7E-03	1,1E-04	-3,7E-05	-1,6E-03	-1,1E-03
PG3	-0,53	0,11	5,4E-04	-6,1E-05	-5,4E-03	8,2E-03
PG4	0,04	-0,13	-0,38	4,6E-05	-3,9E-04	-7,6E-04
PG5	-0,01	-0,08	-0,47	-0,12	2,4E-01	-2,1E-01
PG6	-0,58	-0,03	0,48	-0,15	-0,56	5,5E-01

Preglednica P3.3: MO-Kalib-SS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

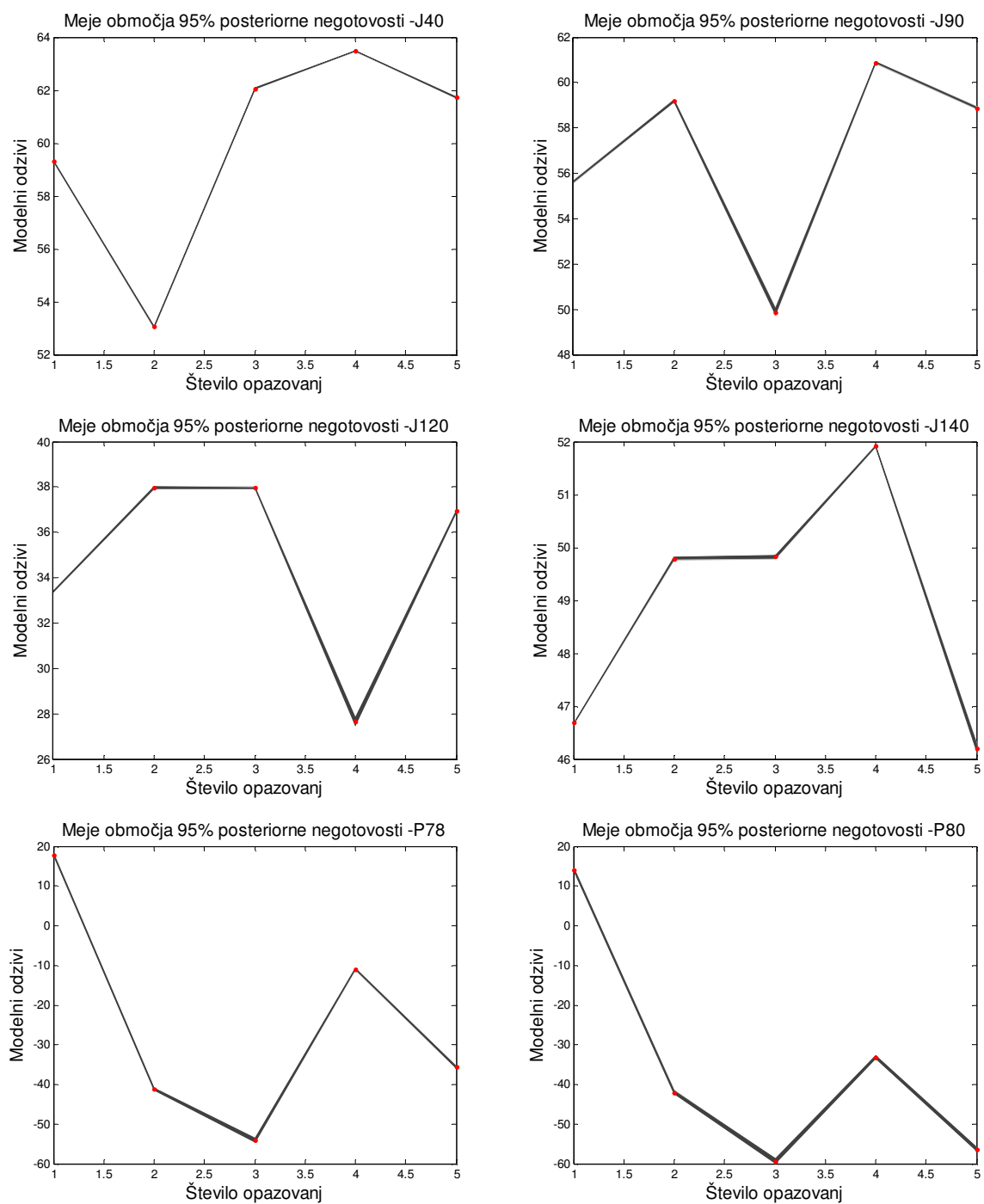
Table A3.3: MO-Kalib-SS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	1	2	3	4	5	6
Singularne vrednosti	6,9E+01	6,0E-01	3,9E+00	8,1E+00	1,9E-01	1,1E-01
Lastne vrednosti	1,2E-02	1,5E+01	3,6E-01	3,8E-02	6,5E+01	4,8E+03
ID parametra	Lastni vektorji					
PG1	-1,8E-03	4,5E-02	1,8E-02	-1,4E-03	-4,4E-01	9,0E-01
PG2	-3,2E-02	-5,5E-02	9,6E-01	-2,6E-01	2,0E-03	-1,6E-02
PG3	-1,1E-02	9,9E-01	5,7E-02	5,8E-03	-9,0E-02	-9,4E-02
PG4	4,8E-03	-1,2E-01	-9,0E-03	1,2E-02	-9,0E-01	-4,3E-01
PG5	-1,5E-01	-2,1E-02	2,6E-01	9,5E-01	1,1E-02	2,3E-03
PG6	9,9E-01	7,2E-03	7,1E-02	1,4E-01	4,2E-03	2,5E-03



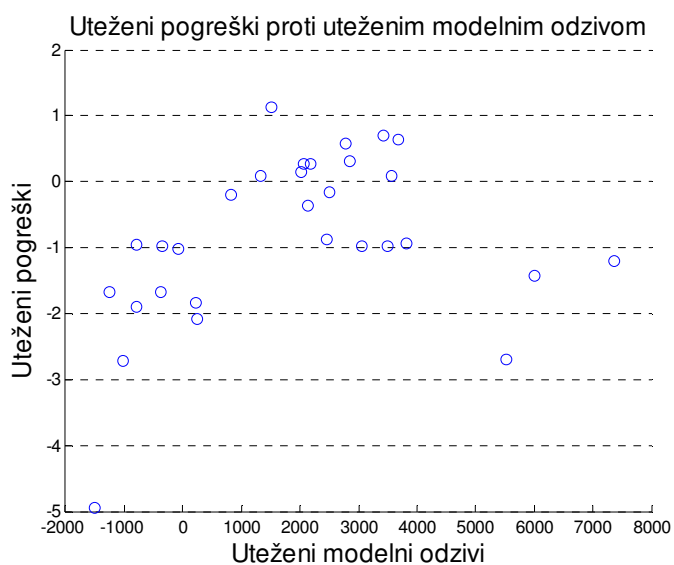
Slika P3.4: MO-Kalib-SS Osnovne statistične vrednosti uteženih pogreškov (levo) za vsako merilno mesto in (desno) za vse obtežne primere

Figure A3.4: MO-Kalib-SS Basic weighted residual statistics (left) for each monitoring location and (right) for each loading condition



Slika P3.5: MO-Kalib-SS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

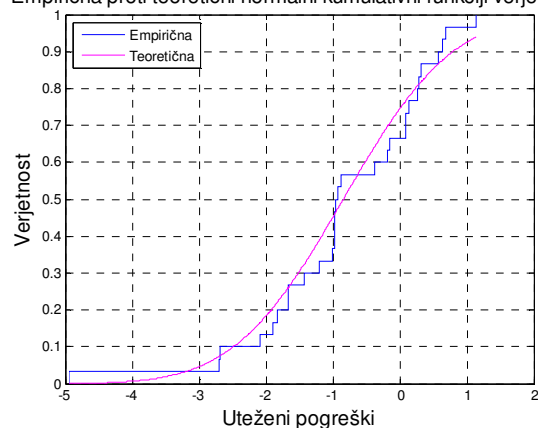
Figure A3.5: MO-Kalib-SS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)



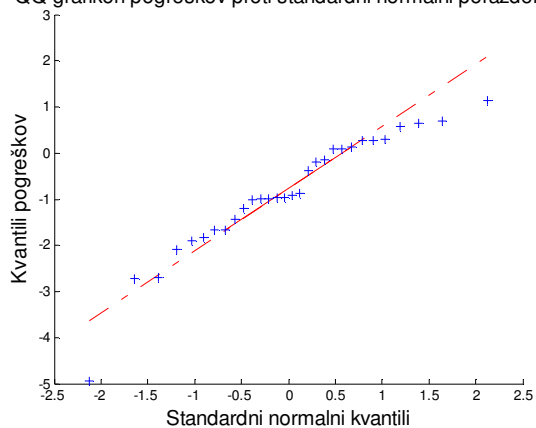
Slika P3.6: MO-Kalib-SS Uteženi pogreški proti modelnih odzivov

Figure A3.6: MO-Kalib-SS Weighted residuals vs. model predictions

Empirična proti teoretični normalni kumulativni funkciji verjetnosti

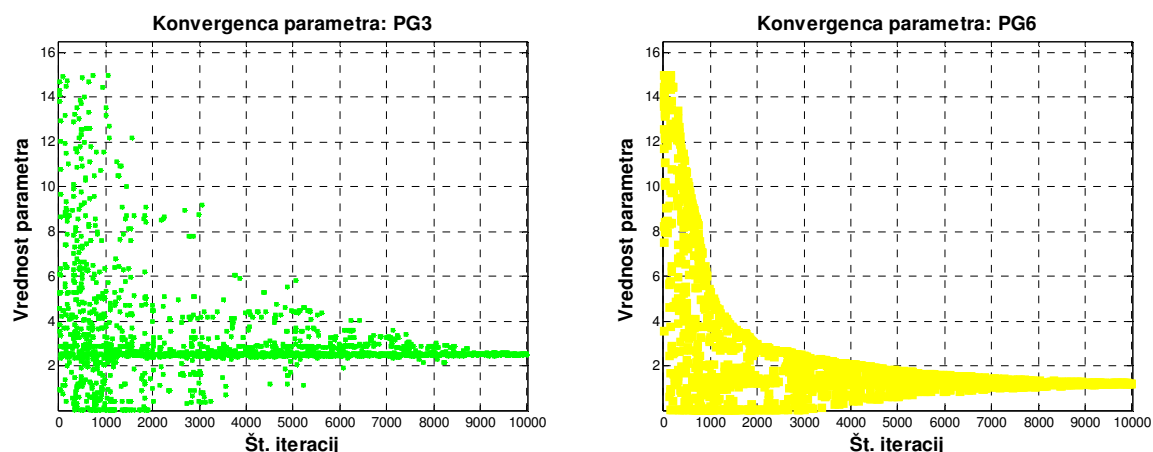


QQ grafikon pogreškov proti standardni normalni porazdelitvi



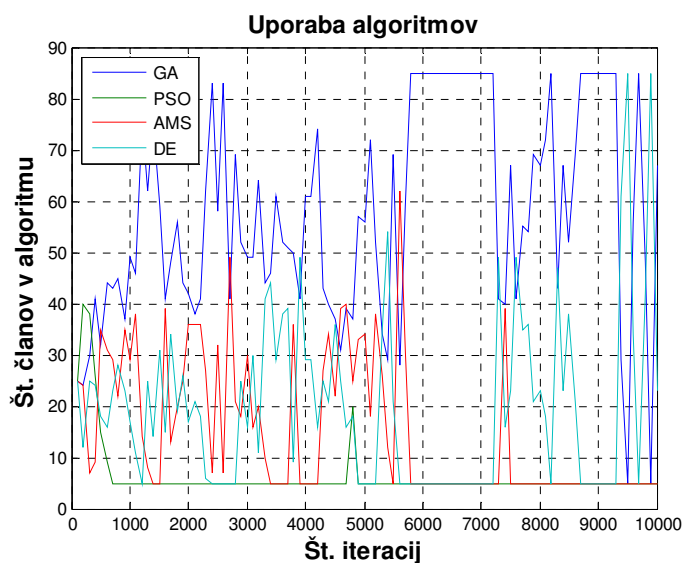
Slika P3.7: MO-Kalib-SS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf uteženih pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure A3.7: MO-Kalib-SS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model weighted residuals against quantiles of normal distribution



Slika P3.8: MO-Kalib-SS AMALGAM algoritem – (levo) Konvergenca vrednosti za občutljivi parameter PG3 brez uporabe predhodne ocene in (desno) za manj občutljivi PG6 z uporabo predhodne ocene parametra

Figure A3.8: MO-Kalib-SS AMALGAM algorithm – (left) Convergence parameter values for a sensitive parameter PG3 without parameter estimation and (right) for a less sensitive PG6 with parameter estimation

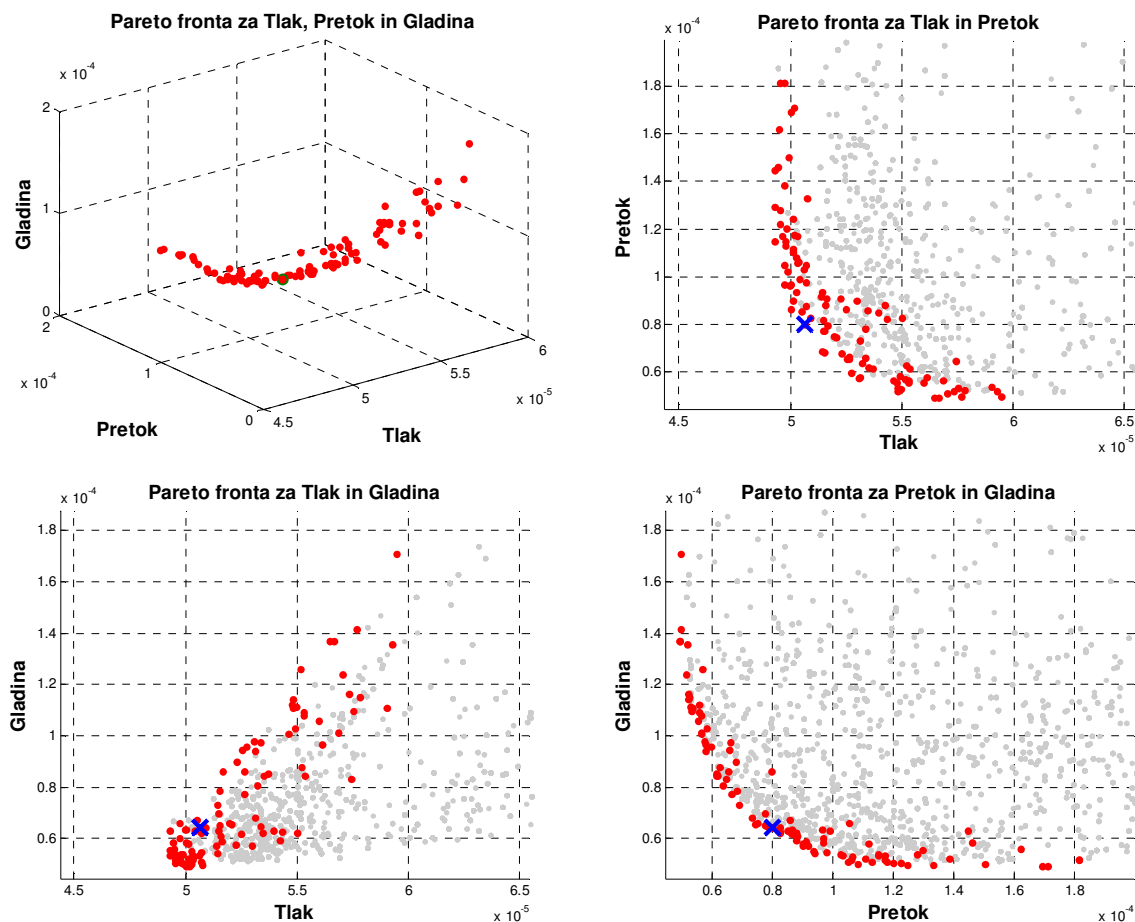


Slika P3.9: MO-Kalib-SS AMALGAM algoritem – porazdelitev osebkov ($n = 100$) med posameznimi podalgoritmi

Figure A3.9: MO-Kalib-SS AMALGAM algorithm – distribution of individuals ($n = 100$) between the different subalgorithms

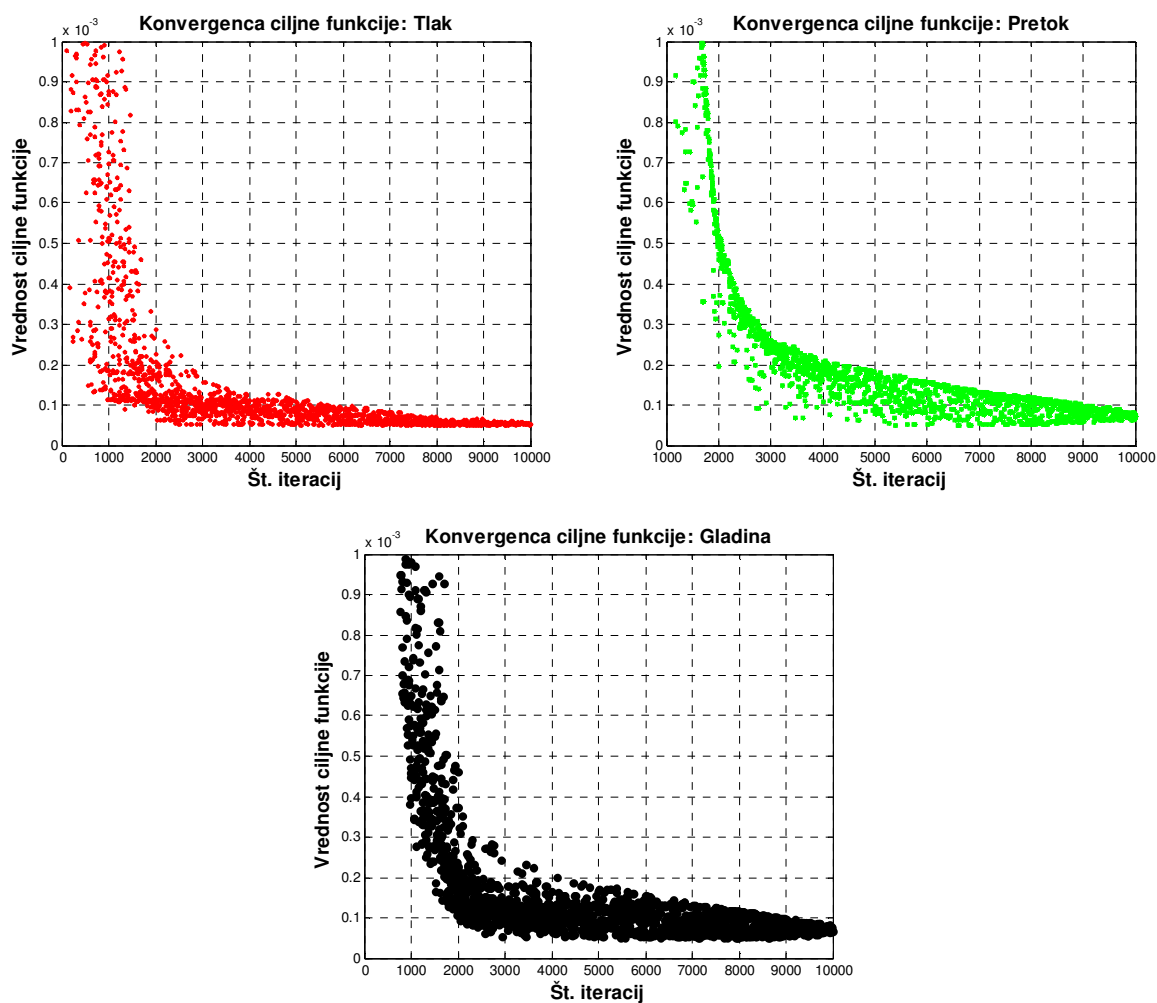
PRILOGA 4: PRIMER ANYTOWN »MO-KALIB-EPS« – REZULTATI PRVOSTOPENJSKEGA VEČKRITERIJSKEGA UMERJANJA PO METODI NAJMANJŠIH KVADRATOV

APPENDIX 4: CASE ANYTOWN »MO-KALIB-EPS« – RESULTS OF FIRST-STATE MULTI-OBJECTIVE CALIBRATION BY ORDINARY LEAST-SQUARES



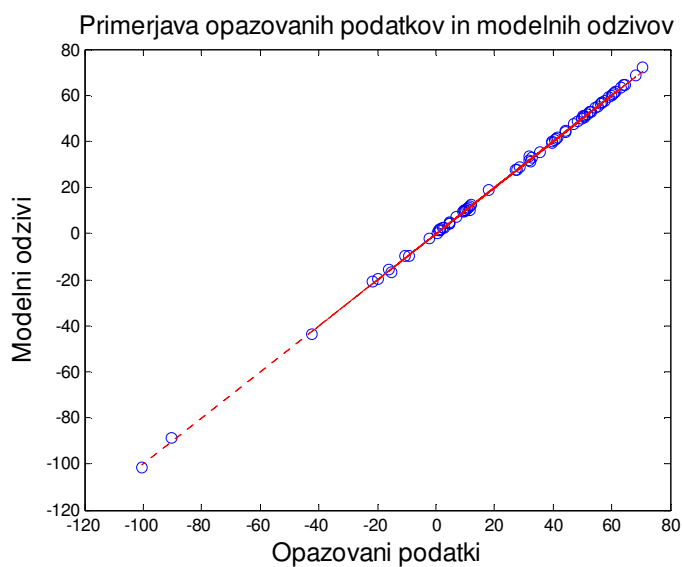
Slika P4.1: MO-Kalib-EPS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev

Figure A4.1: MO- EPS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of results



Slika P4.2: MO- EPS Konvergenca ciljnih funkcij za (levo) tlak in (desno) pretok

Figure A4.2: MO- EPS Convergence of objective function for (left) pressure and (right) flows



Slika P4.3: MO- EPS Primerjava opazovanih podatkov in modelnih odzivov

Figure A4.3: MO- EPS Comparison of observations and model prediction

Preglednica P4.1: MO- EPS Rezultati umerjanja parametrov

Table A4.1: MO- EPS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja vrednost	STD _θ	CV _θ	95 % interval zaupanja		CSS _θ
				spodnja	zgornja	
PG1	0,453	0,014	0,031	0,425	0,481	10,468
PG2	14,648	0,768	0,052	13,114	16,182	9,601
PG3	3,754	0,167	0,045	3,421	4,088	7,422
PG4	0,141	0,046	0,323	0,050	0,232	1,062
PG5	13,936	6,326	0,454	1,305	26,567	0,548
PG6	0,190	0,657	3,466	-1,122	1,502	0,064

Preglednica P4.2: MO- EPS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

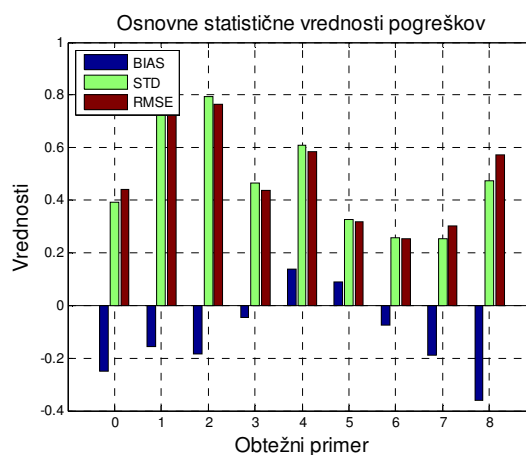
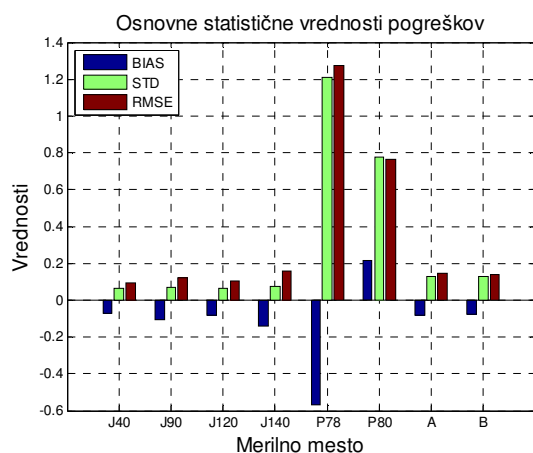
Table A4.2: MO- EPS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	PG1	PG2	PG3	PG4	PG5	PG6
PG1	1,8E-04	-4,0E-04	-1,9E-03	1,7E-04	-5,1E-02	4,1E-03
PG2	-0,04	5,4E-01	-2,1E-02	-2,9E-02	-1,9E-01	-3,4E-01
PG3	-0,90	-0,18	2,6E-02	-4,6E-04	3,6E-01	-2,3E-02
PG4	0,29	-0,89	-0,07	1,9E-03	-6,8E-02	2,0E-02
PG5	-0,62	-0,04	0,37	-0,26	3,7E+01	-1,8E+00
PG6	0,48	-0,72	-0,23	0,73	-0,47	4,0E-01

Preglednica P4.3: MO- EPS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

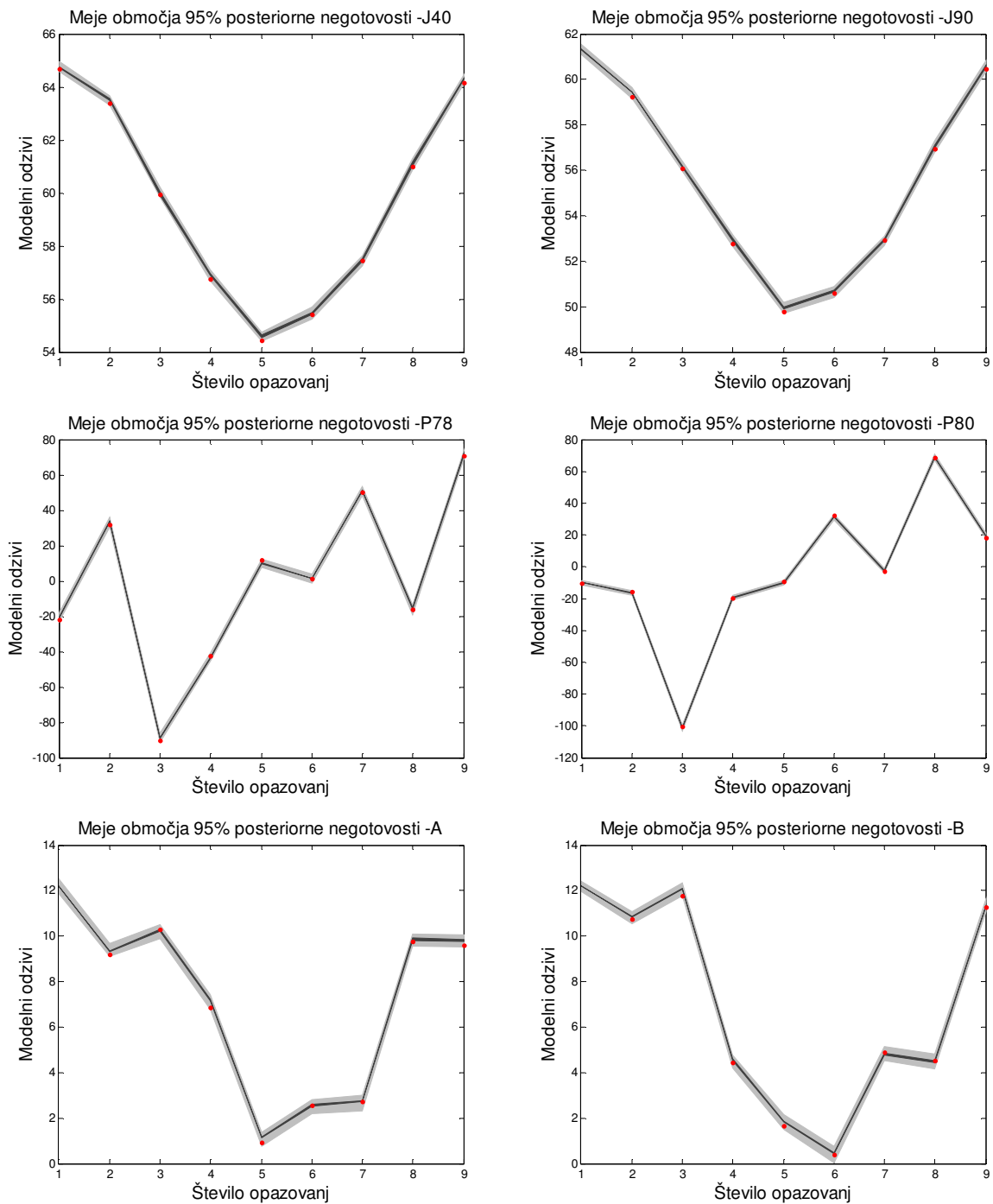
Table A4.3: MO- EPS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	1	2	3	4	5	6
Singularne vrednosti	2,0E+02	6,1E-01	4,2E+00	5,2E+01	8,9E-02	2,1E+00
Lastne vrednosti	7,9E-03	2,7E+03	4,3E+00	3,7E-01	4,0E+04	1,8E+01
ID parametra	Lastni vektorji					
PG1	1,4E-03	-2,0E-01	-2,0E-02	1,8E-03	9,8E-01	-6,5E-02
PG2	4,7E-03	7,4E-02	-5,4E-01	-8,1E-01	1,9E-02	2,0E-01
PG3	-9,8E-03	5,1E-02	3,3E-01	1,6E-02	8,0E-02	9,4E-01
PG4	1,9E-03	9,8E-01	4,5E-02	4,2E-02	1,9E-01	-8,6E-02
PG5	-1,0E+00	2,9E-03	-4,3E-02	2,5E-02	1,3E-03	4,0E-03
PG6	4,9E-02	3,1E-02	-7,7E-01	5,8E-01	6,5E-03	2,6E-01



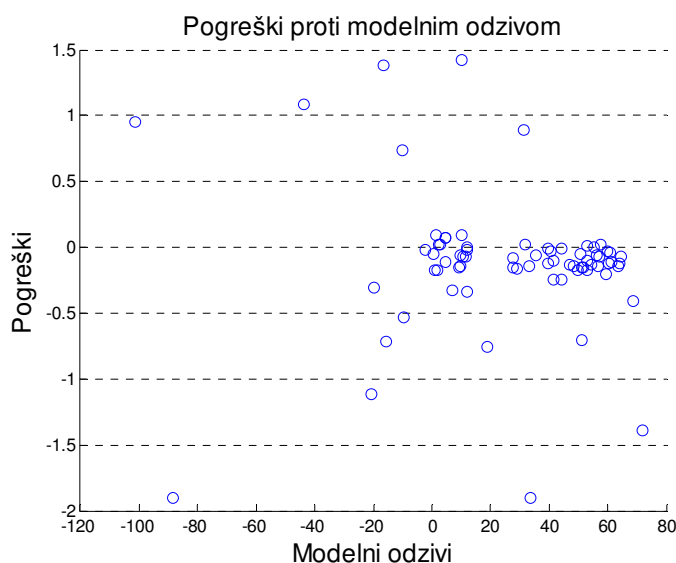
Slika P4.4: MO- EPS Osnovne statistične vrednosti pogreškov (levo) za vsako merilno mesto in (desno) za vse obtežne primere

Figure A4.4: MO- EPS Basic residual statistics (left) for each monitoring location and (right) for each loading condition



Slika P4.5: MO- EPS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

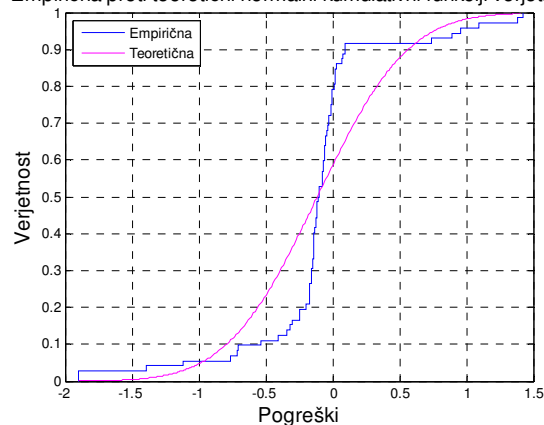
Figure A4.5: MO- EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)



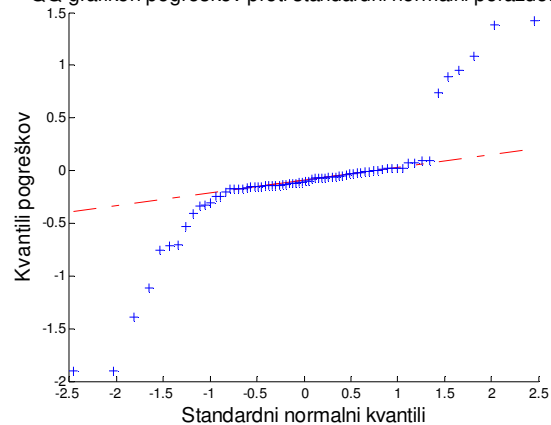
Slika P4.6: MO- EPS Pogreški proti modelnih odzivov

Figure A4.6: MO- EPS Residuals vs. model predictions

Empirična proti teoretični normalni kumulativni funkciji verjetnosti

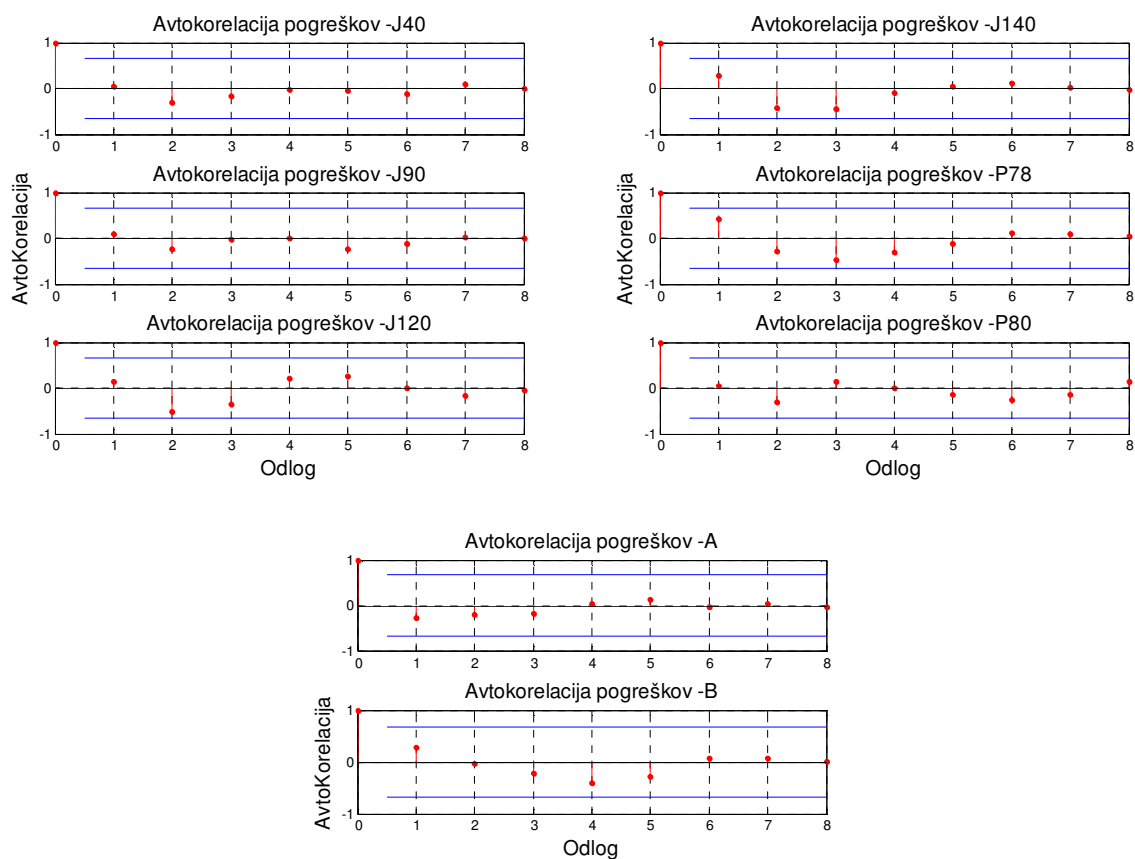


QQ grafikon pogreškov proti standardni normalni porazdelitvi



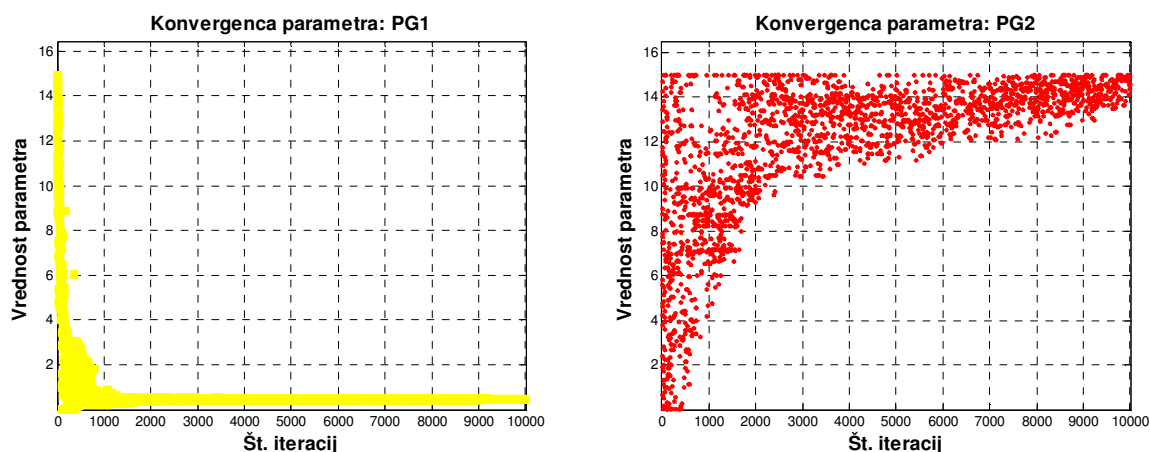
Slika P4.7: MO- EPS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in
(desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure A4.7: MO- EPS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions
and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution



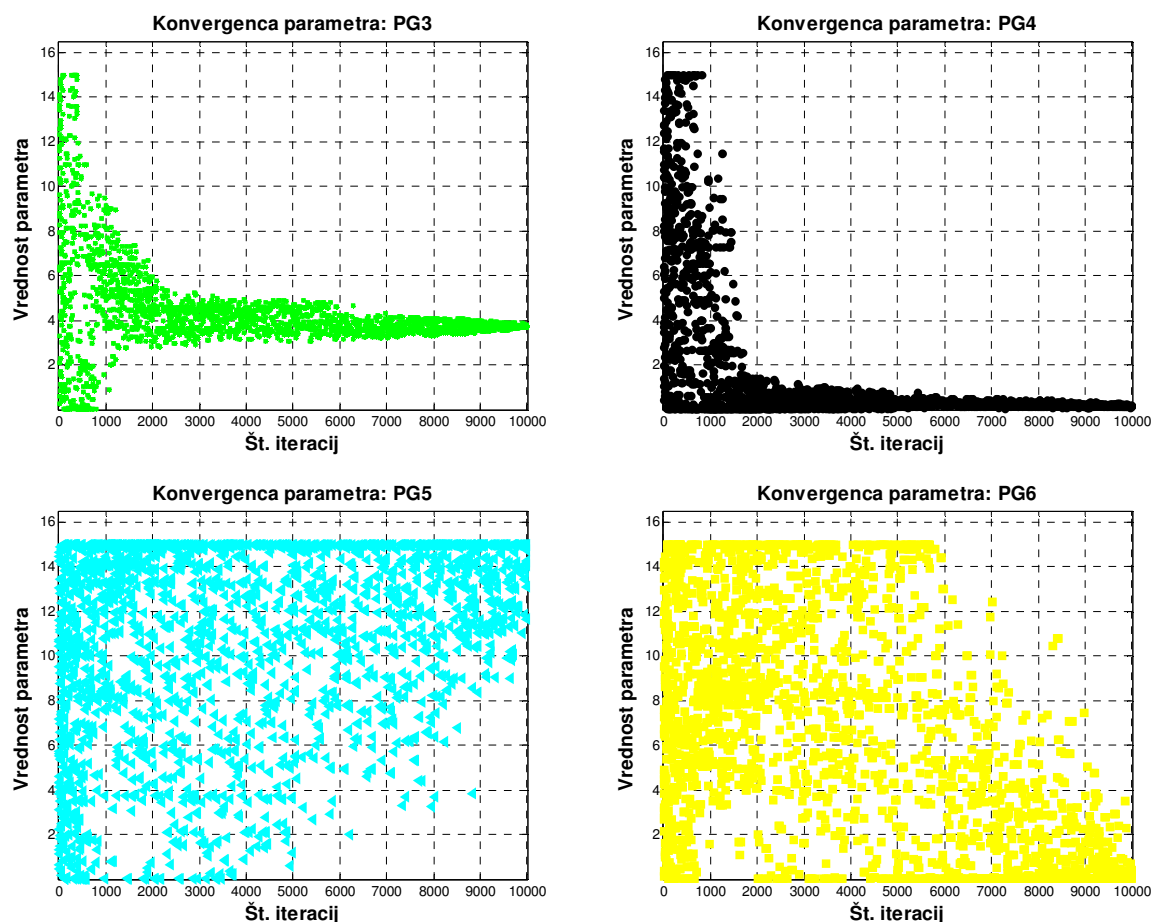
Slika P4.8: MO- EPS Avtokorelacija pogreškov

Figure A4.8: MO- EPS Autocorrelation of residuals



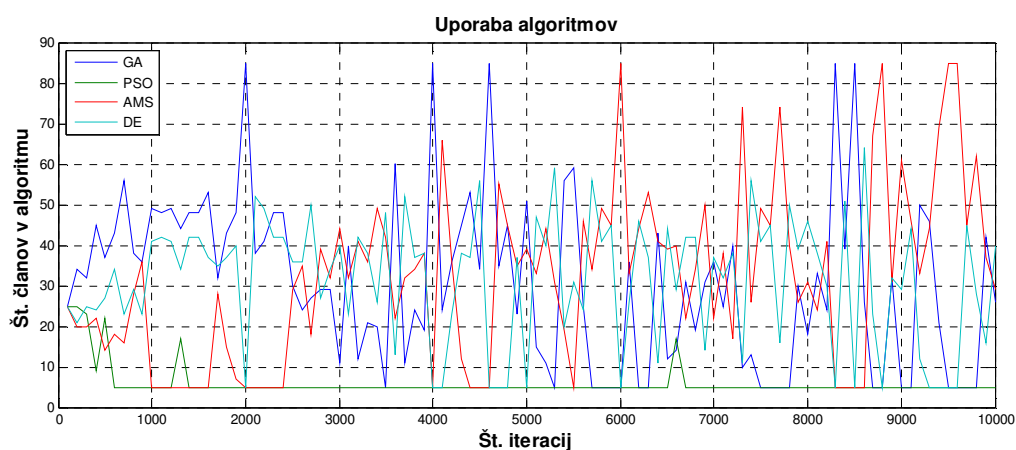
Slika P4.9: MO- EPS Konvergenca vrednosti parametrov umerjanja

Figure A4.9: MO- EPS Convergence of calibration parameters



Slika P4.10: MO- EPS Konvergenca vrednosti parametrov umerjanja

Figure A4.10: MO- EPS Convergence of calibration parameters

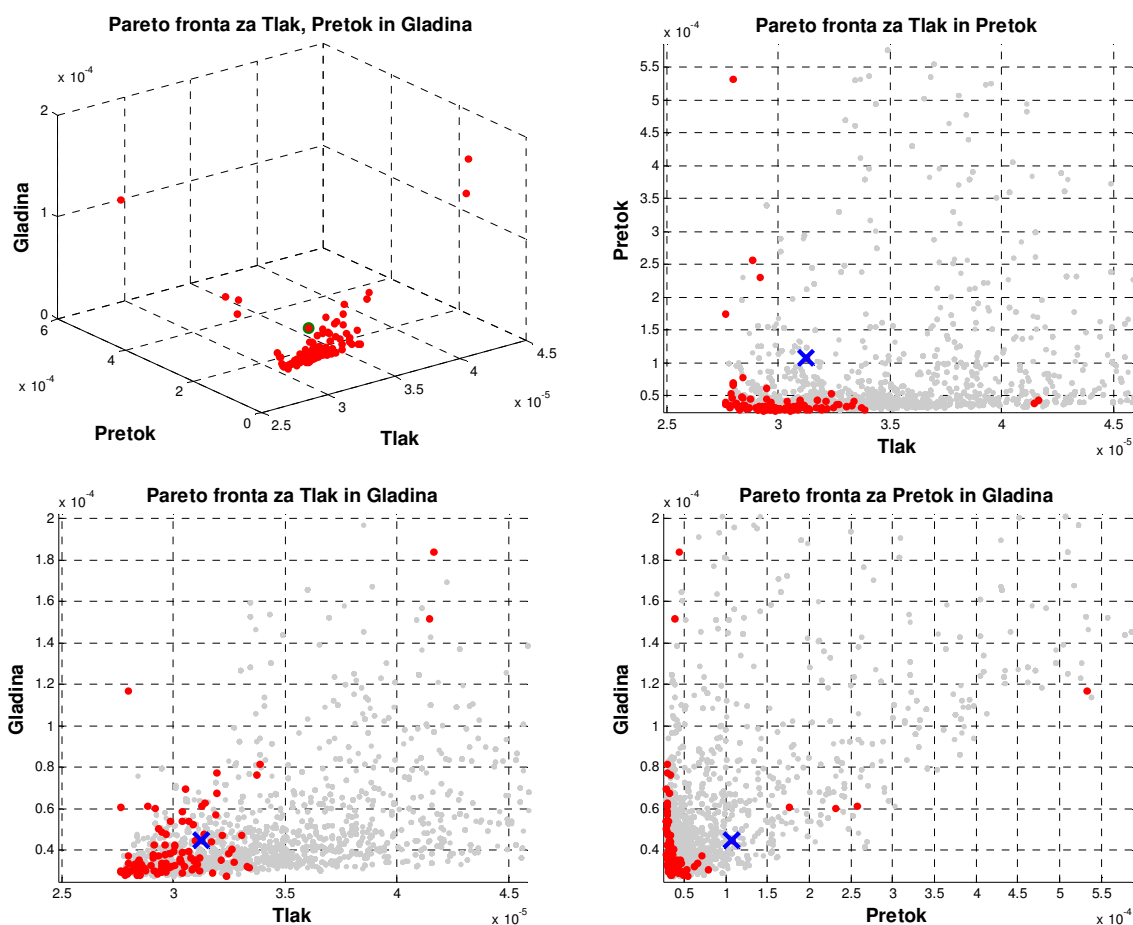


Slika P4.11: MO- EPS AMALGAM algoritem – porazdelitev osebkov ($n = 100$) med posameznimi podalgoritmi

Figure A4.11: MO- EPS AMALGAM algorithm – distribution of individuals ($n = 100$) between the different subalgorithms

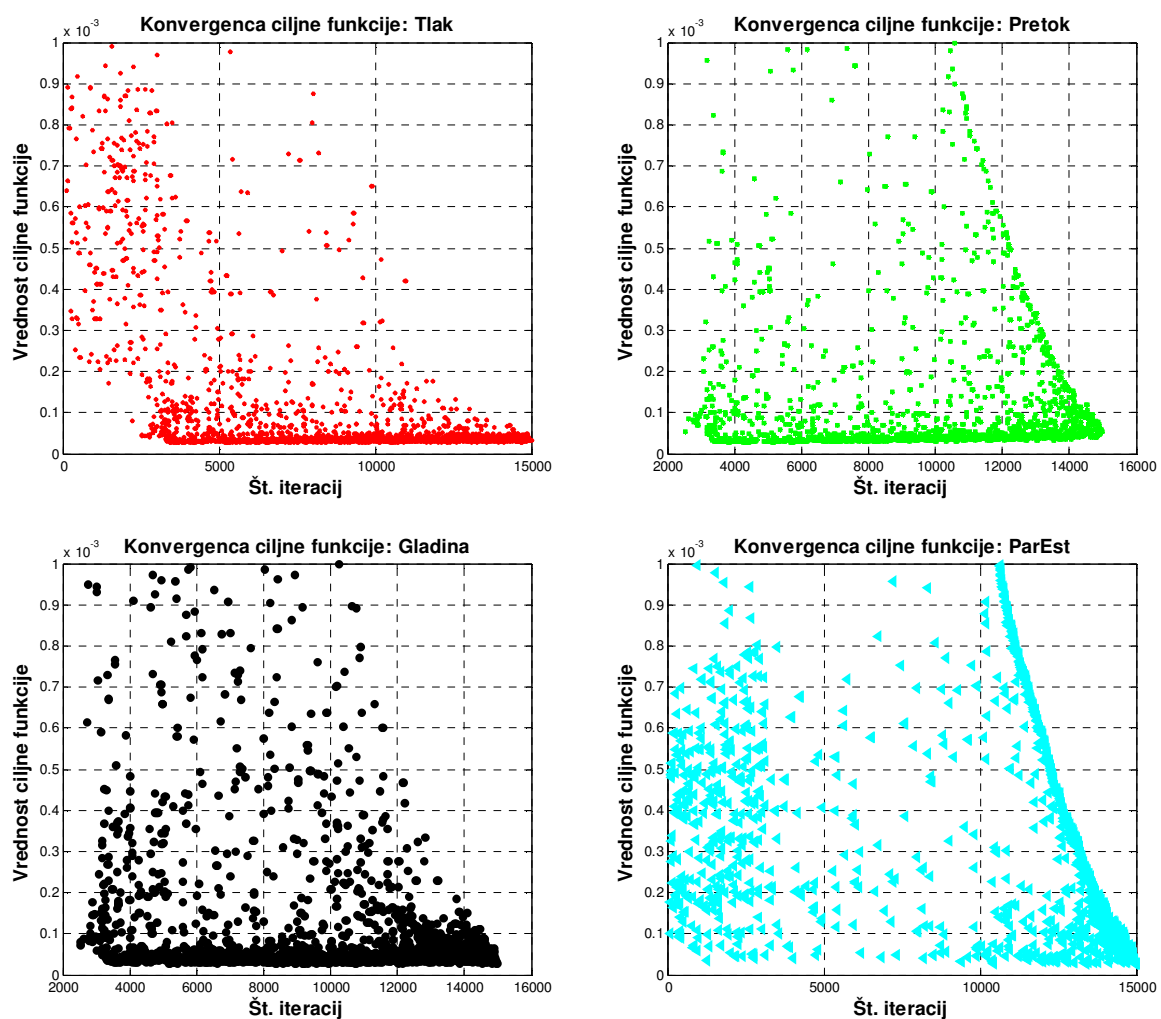
PRILOGA 5: PRIMER ANYTOWN »MO-KALIB-EPS« – REZULTATI DRUGO-STOPENJSKEGA VEČKRITERIJSKEGA UMERJANJA Z VKLJUČITVIJO PREDHODNIH OCEN PARAMETROV UMERJANJA PO METODI UTEŽENIH NAJMANJŠIH KVADRATOV

APPENDIX 5: CASE ANYTOWN »MO-KALIB-EPS« – RESULTS OF SECOND-STATE MULTI-OBJECTIVE CALIBRATION WITH INCORPORATION OF PARAMETER ESTIMATION BY WEIGHTED LEAST-SQUARES



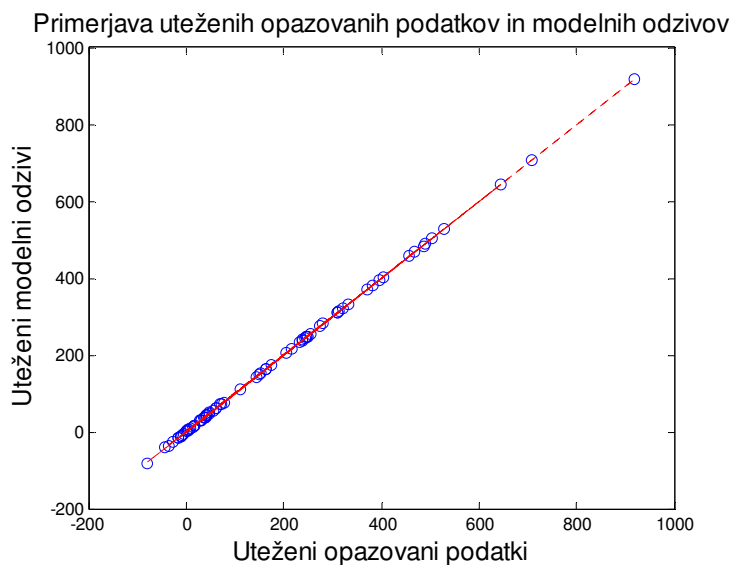
Slika P5.1: MO-Kalib-EPS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev

Figure A5.1: MO- EPS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of results



Slika P5.2: MO- EPS Konvergenca ciljnih funkcij za (levo) tlak in (desno) pretok

Figure A5.2: MO- EPS Convergence of objective function for (left) pressure and (right) flows



Slika P5.3: MO- EPS Primerjava opazovanih podatkov in modelnih odzivov

Figure A5.3: MO- EPS Comparison of observations and model prediction

Preglednica P5.1: MO- EPS Rezultati umerjanja parametrov

Table A5.1: MO- EPS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja vrednost	STD ₀	CV ₀	95 % interval zaupanja		CSS ₀
				spodnja	zgornja	
PG1	0,451	0,007	0,016	0,437	0,466	20,960
PG2	13,574	0,380	0,028	12,816	14,332	14,906
PG3	3,899	0,134	0,034	3,633	4,166	11,908
PG4	0,342	0,047	0,138	0,248	0,436	2,872
PG5	2,176	2,640	1,213	-3,091	7,444	0,203
PG6	1,256	1,826	1,453	-2,386	4,899	0,214

Preglednica P5.2: MO- EPS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

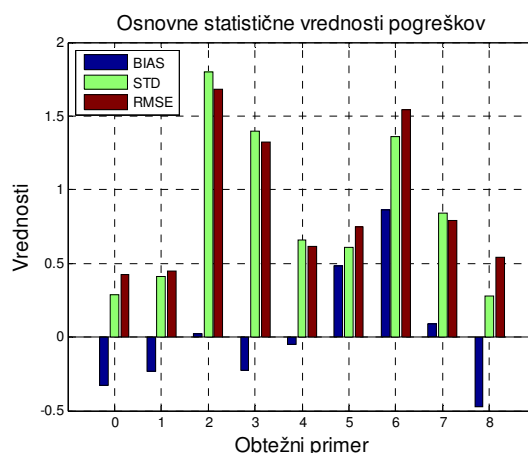
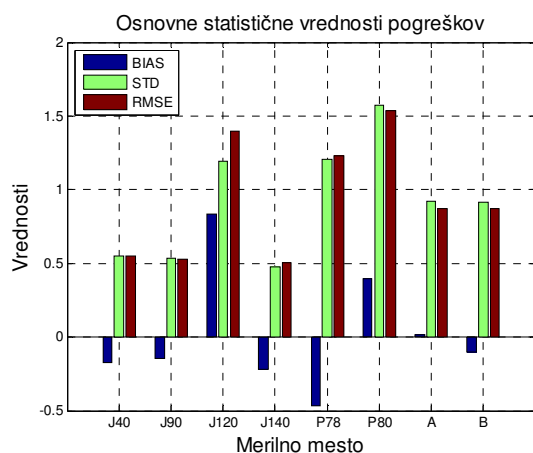
Table A5.2: MO- EPS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	1	2	3	4	5	6
PG1	5,0E-05	-7,0E-04	-8,3E-04	1,5E-04	1,8E-03	-1,0E-03
PG2	-0,26	1,4E-01	1,3E-02	-1,1E-02	-2,3E-01	-2,8E-01
PG3	-0,90	0,27	1,7E-02	-3,3E-03	-6,9E-02	2,2E-02
PG4	0,46	-0,64	-0,55	2,1E-03	2,8E-03	-1,3E-02
PG5	0,10	-0,24	-0,20	0,02	6,7E+00	-1,3E+00
PG6	-0,08	-0,43	0,09	-0,16	-0,27	3,2E+00

Preglednica P5.3: MO- EPS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

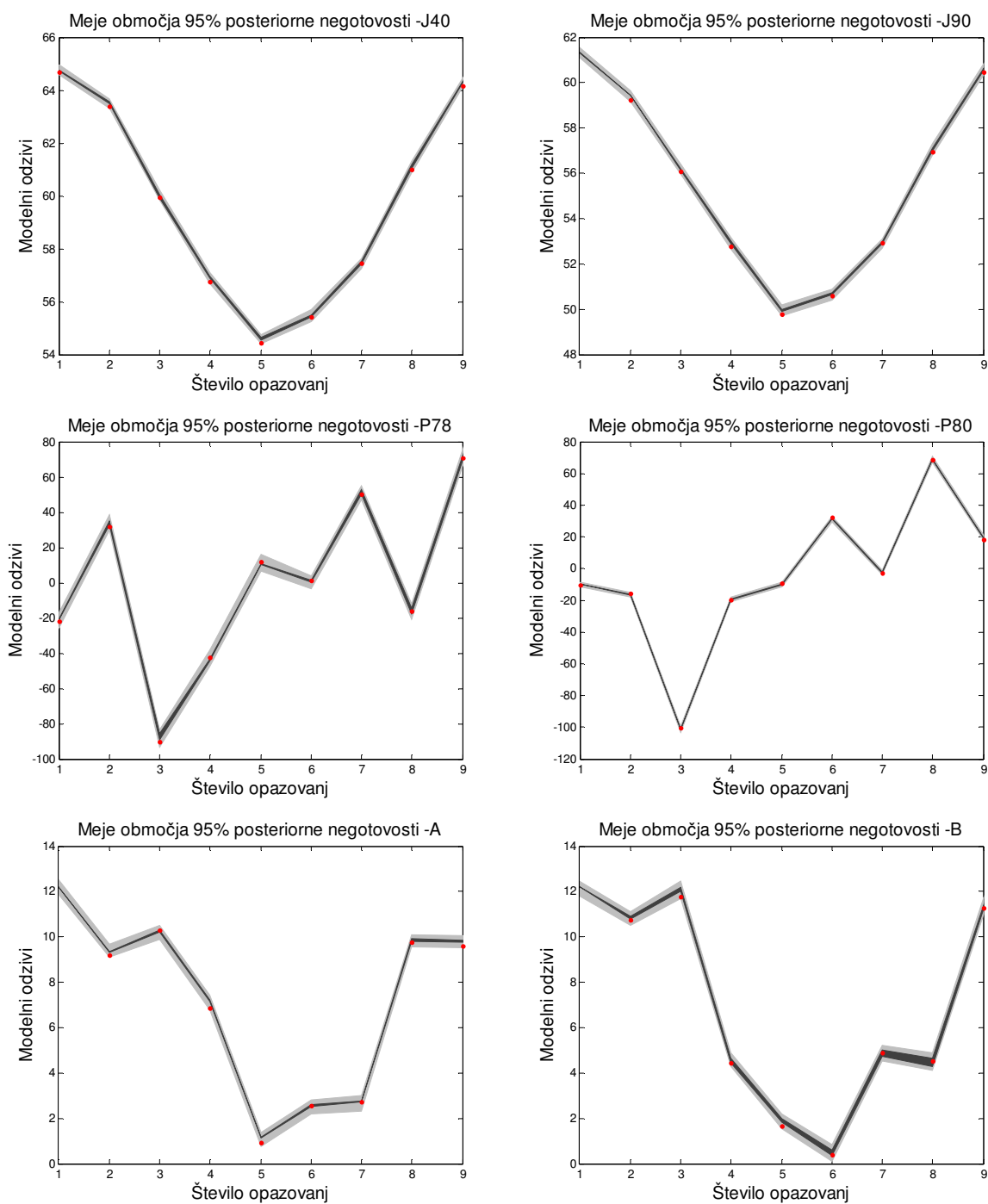
Table A5.3: MO- EPS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	1	2	3	4	5	6
Singularne vrednosti	1,9E+02	1,5E+00	3,8E+00	3,5E+01	2,1E-01	3,4E-01
Lastne vrednosti	4,3E-02	1,4E+01	2,2E+00	1,2E-01	3,8E+04	1,2E+03
ID parametra	Lastni vektorji					
PG1	3,4E-03	-6,8E-02	-9,4E-03	1,2E-03	9,9E-01	-1,2E-01
PG2	6,2E-02	1,7E-01	-8,8E-01	-4,3E-01	1,9E-02	1,3E-01
PG3	-3,0E-02	9,8E-01	1,9E-01	7,2E-03	7,8E-02	6,6E-02
PG4	-1,7E-03	-9,8E-02	1,1E-01	3,4E-02	1,2E-01	9,8E-01
PG5	-9,8E-01	-5,4E-03	-1,3E-01	1,3E-01	2,5E-03	7,5E-03
PG6	1,8E-01	7,8E-02	-4,1E-01	8,9E-01	2,5E-03	2,1E-02



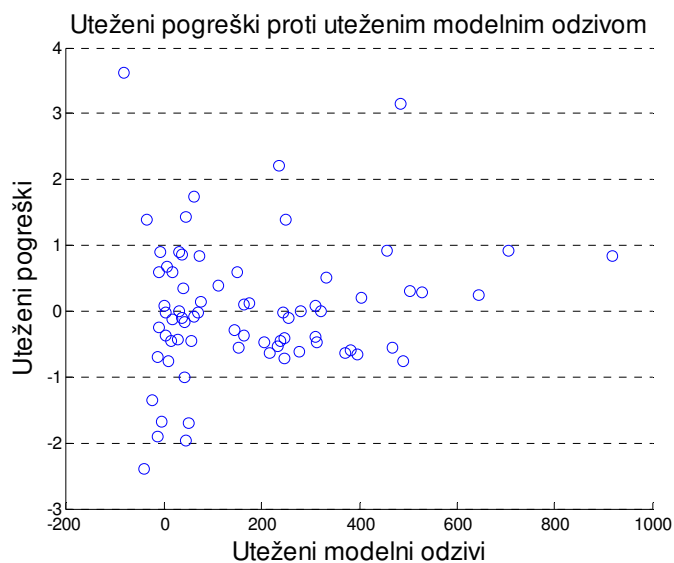
Slika P5.4: MO- EPS Osnovne statistične vrednosti pogreškov (levo) za vsako merilno mesto in (desno) za vse obtežne primere

Figure A5.4: MO- EPS Basic residual statistics (left) for each monitoring location and (right) for each loading condition



Slika P5.5: MO- EPS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

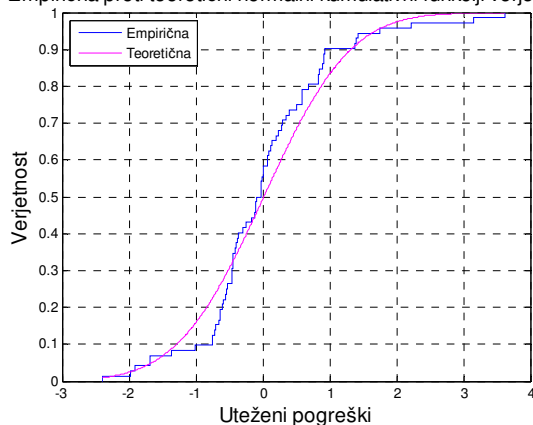
Figure A5.5: MO- EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)



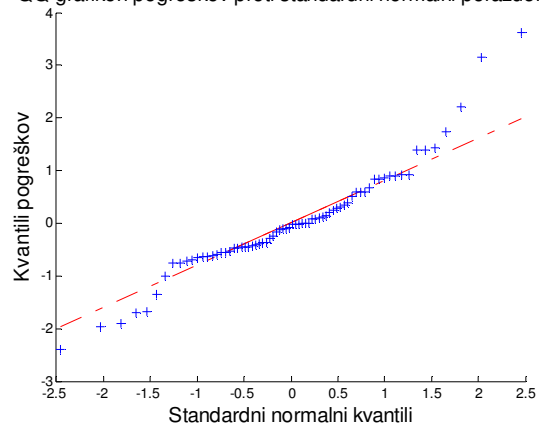
Slika P5.6: MO- EPS Pogreški proti modelnih odzivov

Figure A5.6: MO- EPS Residuals vs. model predictions

Empirična proti teoretični normalni kumulativni funkciji verjetnosti

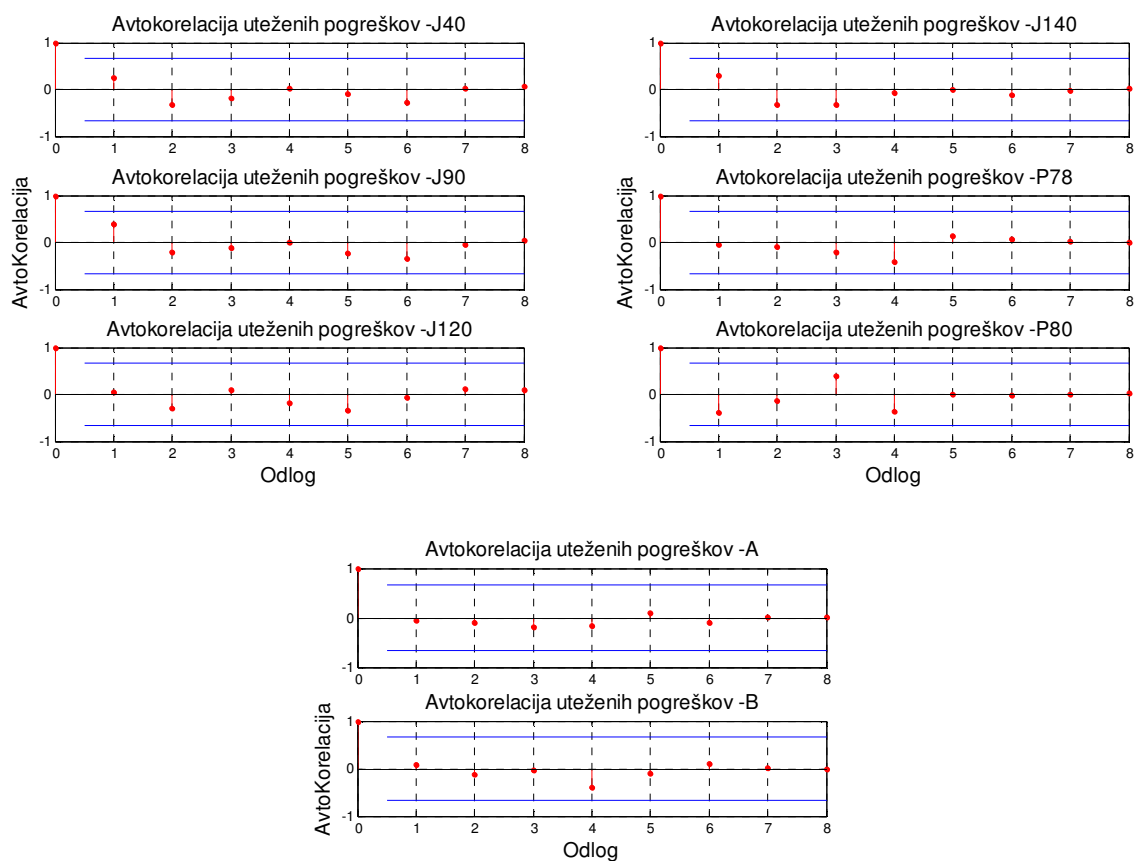


QQ grafikon pogreškov proti standardni normalni porazdelitvi



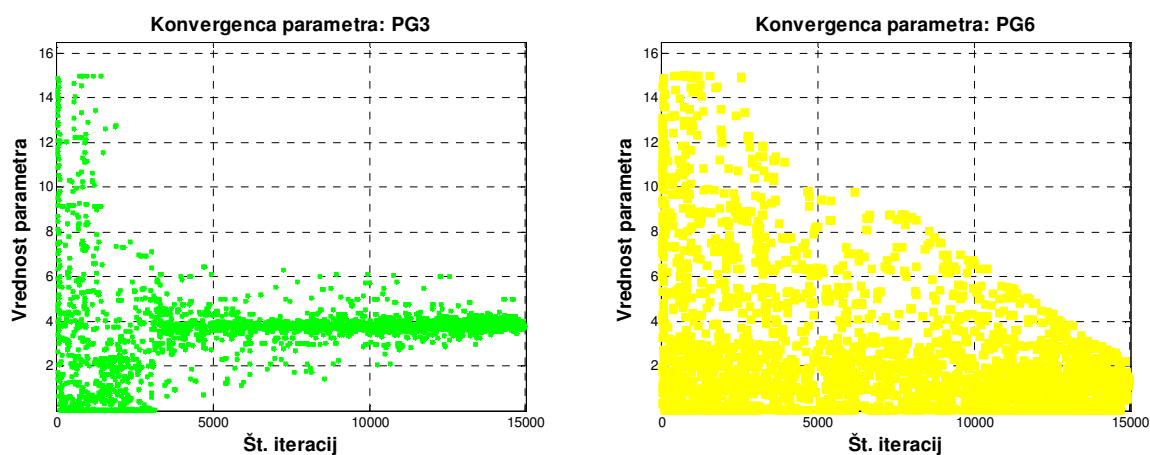
Slika P5.7: MO- EPS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in
(desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure A5.7: MO- EPS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions
and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution



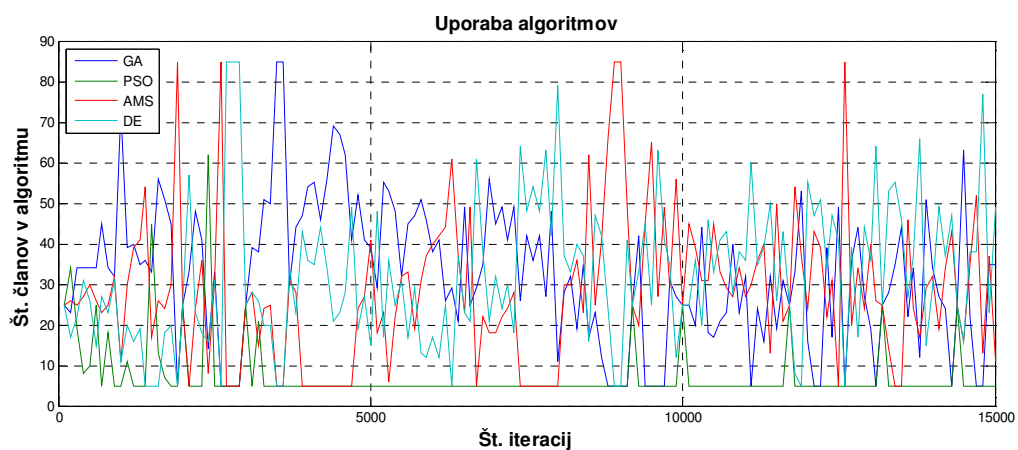
Slika P5.8: MO- EPS Avtokorelacija pogreškov

Figure A5.8: MO- EPS Autocorrelation of residuals



Slika P5.9: MO- EPS Konvergenca vrednosti parametrov umerjanja

Figure A5.9: MO- EPS Convergence of calibration parameters



Slika P5.11: MO- EPS AMALGAM algoritem – porazdelitev osebkov ($n = 100$) med posameznimi podalgoritmi

Figure A5.11: MO- EPS AMALGAM algorithm – distribution of individuals ($n = 100$) between the different subalgorithms

PRILOGA 6: PODATKI HIDRAVLICNEGA MODELA REALNEGA VODOOSKRBNEGA SISTEMA

APPENDIX 6: DATA OF THE HYDRAULIC MODEL OF A REAL-LIFE WATER DISTRIBUTION SYSTEM

Preglednica P6.1: Podatki skupin cevovodov hidravličnega modela realnega vodooskrbnega sistema

Table A6.1: Data of pipe groups of the hydraulic model of a real-life water distribution system

Kriterij: material, premer		Kriterij: material, starost		Kriterij: material	
Naziv skupine	Ncevi	Naziv skupine	Ncevi	Naziv skupine	Ncevi
AC DN 100	62	AC 1950-59	10	AC	155
AC DN 125	6	AC 1960-69	125	JE	16
AC DN 150	19	AC 1970-79	16	LZ	220
AC DN 80	68	AC 1980-89	4	NL	276
JE DN 100	4	JE 1960-69	3	PE	193
JE DN 200	3	JE 1980-89	5	PVC	211
JE DN 300	3	JE 1990-99	8		
JE DN 350	3	LZ 1950-59	30		
LZ DN 100	28	LZ 1960-69	7		
LZ DN 150	45	LZ 1970-79	147		
LZ DN 200	34	LZ 1980-89	25		
LZ DN 250	1	LZ 1990-99	3		
LZ DN 300	37	LZ 2000-09	8		
LZ DN 350	8	NL 1960-69	1		
LZ DN 400	11	NL 1990-99	160		
LZ DN 500	5	NL 2000-09	115		
LZ DN 80	51	PE 1960-69	1		
NL DN 100	151	PE 1970-79	37		
NL DN 150	65	PE 1980-89	91		
NL DN 200	29	PE 1990-99	62		
NL DN 300	18	PE 2000-09	2		
NL DN 350	2	PVC 1960-69	5		
NL DN 400	6	PVC 1970-79	6		
NL DN 80	8	PVC 1980-89	136		
PE d 110	112	PVC 1990-99	64		
PE d 90	81				
PVC d 110	44				
PVC d 160	86				
PVC d 200	20				
PVC d 225	31				
PVC d 280	10				
PVC d 400	17				
PVC d 90	3				

AC: azbest-cementna cev, JE: jeklena cev, LZ: litoželezna cev, NL: cev iz nodularne litine, PE: polietilenska cev, PVC: polivinilkloridna cev

PRILOGA 7: PRIMER REALNI VS »MO-KALIB-SS« – REZULTATI PRVOSTOPENJSKEGA VEČKRITERIJSKEGA UMERJANJA PO METODI NAJMANJŠIH KVADRATOV – »CELOTNI« PARAMETRI

APPENDIX 7: CASE REAL-LIFE WDS »MO-KALIB-SS« – RESULTS OF FIRST-STATE MULTI-OBJECTIVE CALIBRATION BY ORDINARY LEAST-SQUARES – »FULL« PARAMETERS

Preglednica P7.1: MO-Kalib-SS Rezultati umerjanja parametrov

Table A7.1: MO-Kalib-SS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja	STD _θ	CV _θ	95 % interval zaupanja		CSS _θ
	vrednost			spodnja	zgornja	
AC 1950-59	1,112	2,69	2,42	-4,17	6,40	0,011
AC 1960-69	0,898	0,85	0,94	-0,77	2,56	0,310
AC 1970-79	0,150	2,83	18,94	-5,42	5,72	0,001
AC 1980-89	0,875	30,02	34,31	-58,11	59,86	0,001
JE 1960-69	3,385	6,59	1,95	-9,56	16,33	0,022
JE 1980-89	1,677	12,67	7,56	-23,22	26,58	0,021
JE 1990-99	2,923	3,22	1,10	-3,40	9,24	0,041
LZ 1950-59	0,328	13,84	42,21	-26,86	27,52	0,002
LZ 1960-69	1,184	84,38	71,28	-164,62	166,98	0,000
LZ 1970-79	2,358	0,08	0,03	2,20	2,52	0,889
LZ 1980-89	1,053	0,33	0,31	0,41	1,69	0,150
LZ 1990-99	0,814	0,05	0,06	0,71	0,92	0,498
LZ 2000-09	8,412	351,09	41,74	-681,47	698,30	0,002
NL 1960-69	1,084	93,14	85,95	-181,94	184,11	0,000
NL 1990-99	2,454	12,42	5,06	-21,96	26,87	0,065
NL 2000-09	0,710	0,62	0,88	-0,52	1,94	0,271
PE 1960-69	3,509	314,35	89,58	-614,19	621,21	0,000
PE 1970-79	3,493	64,28	18,40	-122,82	129,81	0,003
PE 1980-89	3,949	23,61	5,98	-42,45	50,35	0,008
PE 1990-99	1,507	32,99	21,89	-63,31	66,33	0,006
PE 2000-09	3,274	246,11	75,17	-480,33	486,88	0,000
PVC 1960-69	3,780	22,46	5,94	-40,36	47,92	0,005
PVC 1970-79	1,906	14,36	7,53	-26,30	30,12	0,025
PVC 1980-89	0,017	0,24	13,86	-0,45	0,48	0,024
PVC 1990-99	0,747	3,86	5,17	-6,84	8,34	0,009

Preglednica P7.2: MO-Kalib-SS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

Table A7.2: MO-Kalib-SS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	AC	AC	AC	AC	JE	JE	JE	LZ	LZ	LZ	LZ	LZ	LZ	NL	NL
	1950-59	1960-69	1970-79	1980-89	1960-69	1980-89	1990-99	1950-59	1960-69	1970-79	1980-89	1990-99	2000-09	1960-69	1990-99
AC 1950-59	7,2E+00	1,7E-01	2,8E-01	1,1E+00	4,2E-01	-1,5E-01	4,3E-02	2,9E+00	-6,0E-02	-6,6E-03	8,2E-02	-1,3E-03	-5,8E+01	-3,0E+01	-2,3E+00
AC 1960-69	0,07	7,2E-01	5,6E-01	-2,3E+00	1,9E+00	-2,9E+00	1,9E-01	-3,0E-01	-4,7E+00	-2,5E-02	6,1E-02	1,4E-02	7,5E+00	-1,1E+00	-1,0E+01
AC 1970-79	0,04	0,23	8,0E+00	-9,6E+00	1,7E+00	7,2E-02	-3,3E-01	-4,0E+00	-5,6E+01	-2,4E-02	1,2E-01	8,1E-03	5,3E+01	5,3E+00	-8,9E+00
AC 1980-89	0,01	-0,09	-0,11	9,0E+02	-7,2E+00	2,9E+01	1,4E+00	7,2E+01	-1,8E+02	-1,5E-03	-1,5E-01	-7,6E-02	-9,5E+02	-3,2E+02	2,8E+01
JE 1960-69	0,02	0,34	0,09	-0,04	4,3E+01	-6,4E+00	-1,1E+01	1,5E-01	-4,1E+01	-7,6E-02	1,2E-01	4,5E-02	2,4E+00	1,9E+01	-3,1E+01
JE 1980-89	0,00	-0,27	0,00	0,08	-0,08	1,6E+02	-1,3E+01	4,2E+01	-3,8E+01	1,1E-01	-1,5E+00	3,2E-02	-1,0E+03	1,4E+02	3,5E+01
JE 1990-99	0,00	0,07	-0,04	0,01	-0,54	-0,32	1,0E+01	-5,0E-01	1,5E+01	-1,6E-02	8,2E-02	7,5E-03	-6,5E+00	-1,1E+01	-3,5E+00
LZ 1950-59	0,08	-0,03	-0,10	0,17	0,00	0,24	-0,01	1,9E+02	4,5E+00	-4,8E-02	-2,0E+00	1,7E-01	-1,4E+03	-9,6E+01	-4,8E+00
LZ 1960-69	0,00	-0,07	-0,23	-0,07	-0,07	-0,04	0,06	0,00	7,1E+03	3,9E-01	-2,5E+00	2,6E-02	-5,5E+03	-2,1E+03	5,9E+01
LZ 1970-79	-0,03	-0,37	-0,10	0,00	-0,14	0,11	-0,06	-0,04	0,06	6,5E-03	-3,7E-03	-2,3E-03	8,9E-01	7,2E-01	3,7E-01
LZ 1980-89	0,09	0,22	0,13	-0,02	0,06	-0,37	0,08	-0,45	-0,09	-0,14	1,1E-01	-5,2E-03	2,9E+01	-9,4E+00	-6,4E-01
LZ 1990-99	-0,01	0,31	0,06	-0,05	0,13	0,05	0,04	0,23	0,01	-0,55	-0,31	2,7E-03	-3,5E+00	9,0E-02	-2,2E-01
LZ 2000-09	-0,06	0,03	0,05	-0,09	0,00	-0,22	-0,01	-0,28	-0,19	0,03	0,25	-0,19	1,2E+05	1,3E+03	7,9E+01
NL 1960-69	-0,12	-0,01	0,02	-0,11	0,03	0,12	-0,04	-0,07	-0,26	0,10	-0,31	0,02	0,04	8,7E+03	-2,4E+01
NL 1990-99	-0,07	-0,99	-0,25	0,07	-0,38	0,22	-0,09	-0,03	0,06	0,37	-0,16	-0,34	0,02	-0,02	1,5E+02
NL 2000-09	-0,01	0,06	-0,04	0,02	-0,03	0,28	0,41	0,13	0,00	-0,10	-0,31	0,23	-0,23	0,11	-0,13
PE 1960-69	0,04	0,02	0,02	-0,04	-0,01	-0,05	0,05	-0,06	-0,10	-0,08	0,24	-0,04	0,01	-0,58	-0,01
PE 1970-79	0,02	-0,21	0,03	0,12	-0,08	0,05	-0,04	-0,14	-0,21	-0,06	0,24	0,00	0,07	-0,03	0,23
PE 1980-89	0,08	0,31	0,13	-0,37	0,12	0,36	0,02	0,32	-0,09	-0,12	-0,05	0,15	-0,08	0,13	-0,36
PE 1990-99	-0,16	-0,37	-0,06	-0,22	-0,14	-0,04	-0,06	-0,65	0,08	0,15	-0,05	-0,08	0,21	0,06	0,41
PE 2000-09	-0,05	0,08	0,01	-0,06	0,06	-0,09	0,01	0,12	-0,28	-0,05	-0,24	0,14	-0,11	0,30	-0,10
PVC 1960-69	-0,57	0,12	0,01	0,09	0,04	0,17	0,07	0,29	-0,07	-0,05	-0,12	0,11	-0,12	-0,01	-0,15
PVC 1970-79	0,09	0,34	0,18	0,12	0,15	0,32	-0,32	0,06	-0,08	-0,07	0,36	-0,14	0,04	0,05	-0,33
PVC 1980-89	0,02	0,19	0,00	-0,03	0,09	-0,85	0,05	-0,07	0,08	-0,07	0,20	-0,02	-0,01	-0,18	-0,13
PVC 1990-99	0,00	0,30	0,01	-0,11	0,11	-0,07	0,04	0,14	0,18	0,00	-0,17	0,04	-0,07	0,00	-0,32

Preglednica P7.2 (nadaljevanje): MO-Kalib-SS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

Table A7.2 (continued): MO-Kalib-SS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	NL	PE	PE	PE	PE	PE	PVC	PVC	PVC	PVC
	2000-09	1960-69	1970-79	1980-89	1990-99	2000-09	1960-69	1970-79	1980-89	1990-99
AC 1950-59	-1,1E-02	3,0E+01	2,8E+00	5,2E+00	-1,4E+01	-3,6E+01	-3,4E+01	3,3E+00	1,6E-02	-4,4E-02
AC 1960-69	3,1E-02	6,1E+00	-1,1E+01	6,3E+00	-1,0E+01	1,6E+01	2,2E+00	4,1E+00	3,8E-02	9,9E-01
AC 1970-79	-7,8E-02	2,1E+01	5,1E+00	9,0E+00	-5,9E+00	8,5E+00	8,0E-01	7,2E+00	-3,1E-03	6,6E-02
AC 1980-89	3,0E-01	-3,5E+02	2,4E+02	-2,6E+02	-2,2E+02	-4,1E+02	5,9E+01	5,1E+01	-1,9E-01	-1,2E+01
JE 1960-69	-1,1E-01	-1,6E+01	-3,3E+01	1,9E+01	-3,1E+01	9,9E+01	5,5E+00	1,5E+01	1,4E-01	2,9E+00
JE 1980-89	2,2E+00	-1,8E+02	4,3E+01	1,1E+02	-1,6E+01	-2,7E+02	4,8E+01	5,8E+01	-2,5E+00	-3,3E+00
JE 1990-99	8,2E-01	5,5E+01	-9,1E+00	1,3E+00	-6,2E+00	5,2E+00	5,4E+00	-1,5E+01	3,6E-02	5,6E-01
LZ 1950-59	1,1E+00	-2,7E+02	-1,3E+02	1,0E+02	-2,9E+02	4,1E+02	9,1E+01	1,2E+01	-2,3E-01	7,4E+00
LZ 1960-69	6,4E-02	-2,5E+03	-1,1E+03	-1,7E+02	2,2E+02	-5,7E+03	-1,4E+02	-9,7E+01	1,6E+00	6,0E+01
LZ 1970-79	-4,8E-03	-2,0E+00	-3,1E-01	-2,2E-01	4,1E-01	-1,0E+00	-9,5E-02	-8,1E-02	-1,4E-03	7,8E-04
LZ 1980-89	-6,3E-02	2,5E+01	4,9E+00	-4,1E-01	-5,1E-01	-1,9E+01	-8,9E-01	1,7E+00	1,5E-02	-2,2E-01
LZ 1990-99	7,4E-03	-7,0E-01	-4,3E-03	1,8E-01	-1,4E-01	1,7E+00	1,2E-01	-1,0E-01	-2,5E-04	8,5E-03
LZ 2000-09	-5,0E+01	1,4E+03	1,6E+03	-6,3E+02	2,4E+03	-9,4E+03	-9,5E+02	1,8E+02	-1,1E+00	-9,1E+01
NL 1960-69	6,5E+00	-1,7E+04	-1,6E+02	2,9E+02	2,0E+02	6,9E+03	-1,4E+01	6,3E+01	-4,0E+00	-1,3E+00
NL 1990-99	-1,0E+00	-5,0E+01	1,8E+02	-1,0E+02	1,7E+02	-3,0E+02	-4,1E+01	-5,9E+01	-3,9E-01	-1,5E+01
NL 2000-09	3,9E-01	7,3E+00	-7,1E+00	5,1E+00	-1,8E+00	2,1E+00	3,7E+00	-3,4E+00	-8,3E-02	4,0E-01
PE 1960-69	0,04	9,9E+04	1,3E+03	-1,2E+02	3,8E+01	-3,8E+04	-1,6E+02	-3,5E+02	2,1E+00	-6,2E+01
PE 1970-79	-0,18	0,07	4,1E+03	-7,5E+00	-1,6E+02	-1,1E+03	-5,6E+01	9,7E+01	-5,5E-01	-2,2E+02
PE 1980-89	0,34	-0,02	0,00	5,6E+02	-3,9E+02	2,7E+02	1,4E+02	1,1E+02	-2,5E+00	4,0E+00
PE 1990-99	-0,09	0,00	-0,07	-0,51	1,1E+03	-8,0E+02	-2,6E+02	-2,2E+02	-1,7E-01	-1,0E+00
PE 2000-09	0,01	-0,50	-0,07	0,05	-0,10	6,1E+04	4,6E+01	-1,7E+02	7,1E+00	5,8E+01
PVC 1960-69	0,27	-0,02	-0,04	0,26	-0,35	0,01	5,0E+02	3,0E+01	-1,0E+00	5,0E+00
PVC 1970-79	-0,38	-0,08	0,11	0,32	-0,46	-0,05	0,09	2,1E+02	-8,3E-01	-3,3E+00
PVC 1980-89	-0,56	0,03	-0,04	-0,44	-0,02	0,12	-0,19	-0,24	5,6E-02	4,5E-02
PVC 1990-99	0,16	-0,05	-0,88	0,04	-0,01	0,06	0,06	-0,06	0,05	1,5E+01

Preglednica P7.3: MO-Kalib-SS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

Table A7.3: MO-Kalib-SS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Singularne vrednosti	2,3E-01	1,4E+00	2,3E-01	1,3E-02	7,4E-02	5,2E-02	2,0E-01	3,4E-02	6,0E-03	1,2E+01	5,3E+00	3,2E+01	1,1E-03	4,5E-03	6,5E-02
Lastne vrednosti	1,1E-04	5,6E-05	1,7E-04	5,1E-02	8,1E-04	2,7E-03	3,8E-04	4,3E-03	5,9E+00	1,3E-06	2,0E-05	1,2E-06	1,0E+03	2,8E+01	1,2E-03
ID parametra	Lastni vektorji														
AC 1950-59	1,4E-03	-4,7E-03	4,9E-03	7,8E-01	2,3E-02	7,4E-04	-9,2E-02	4,3E-03	-6,3E-03	-6,3E-04	1,3E-03	-1,6E-05	4,1E-04	-2,5E-04	1,4E-02
AC 1960-69	9,2E-03	-3,0E-03	2,6E-03	1,5E-02	-3,8E-02	-3,7E-02	-7,3E-03	3,0E-02	1,1E-02	5,5E-05	2,0E-04	1,2E-05	7,2E-02	8,7E-02	2,3E-02
AC 1970-79	4,0E-03	-8,4E-03	1,7E-02	2,5E-02	-4,8E-02	-1,9E-02	-1,1E-02	3,3E-02	-2,1E-03	2,7E-04	-5,1E-03	3,5E-04	8,3E-04	1,9E-03	4,4E-03
AC 1980-89	5,5E-03	-1,4E-01	-8,7E-01	1,1E-02	-3,9E-02	4,2E-02	1,4E-02	-1,6E-02	-9,3E-04	-5,5E-03	-6,2E-03	-4,9E-03	2,0E-04	8,3E-05	2,8E-01
JE 1960-69	2,7E-02	-1,1E-02	8,9E-03	-1,4E-01	-1,4E-01	-4,0E-01	-2,9E-02	-8,4E-01	-1,2E-04	3,6E-04	-2,7E-03	-4,0E-04	1,1E-03	6,6E-04	5,7E-02
JE 1980-89	4,7E-02	-6,2E-03	3,4E-02	-5,5E-02	1,3E-01	-2,6E-01	8,8E-02	5,2E-02	-1,8E-02	-5,8E-03	-2,7E-02	-5,1E-03	7,9E-03	-6,1E-04	-3,2E-01
JE 1990-99	4,1E-03	2,2E-03	-5,6E-03	-4,1E-01	3,0E-02	1,4E-01	1,3E-02	3,0E-01	-6,1E-04	-3,2E-04	2,2E-03	2,1E-04	2,5E-03	-2,9E-04	1,0E-01
LZ 1950-59	2,0E-01	-6,9E-02	-5,4E-02	1,0E-04	5,7E-01	-5,7E-01	7,3E-04	2,1E-01	-8,2E-03	-6,3E-03	9,4E-03	-9,7E-03	2,9E-03	2,3E-03	-1,9E-01
LZ 1960-69	1,4E-01	6,2E-01	-1,3E-01	6,0E-03	-9,6E-03	-1,0E-02	3,5E-02	-1,7E-03	-9,7E-04	-4,0E-02	7,0E-01	-2,1E-02	1,0E-04	9,6E-05	-5,9E-04
LZ 1970-79	-3,1E-04	4,5E-05	-9,5E-05	4,3E-04	1,1E-03	2,3E-03	1,7E-04	-1,3E-03	5,4E-02	1,4E-05	-1,6E-05	-2,0E-06	1,6E-01	9,3E-01	-1,2E-03
LZ 1980-89	2,8E-05	-5,3E-04	1,1E-03	-1,2E-02	-1,1E-02	1,5E-02	-3,3E-03	-3,1E-03	-9,8E-01	4,4E-07	1,7E-04	3,3E-04	5,9E-02	4,3E-02	-5,7E-04
LZ 1990-99	1,3E-04	1,8E-05	1,4E-04	4,9E-04	3,7E-05	-3,2E-03	1,7E-04	1,5E-03	2,9E-02	-1,4E-05	3,1E-06	-2,7E-05	2,3E-01	-3,5E-01	1,1E-03
LZ 2000-09	2,8E-02	1,8E-02	-1,5E-02	4,4E-04	8,0E-03	-3,7E-03	5,1E-03	3,9E-04	-2,9E-05	7,4E-01	5,5E-02	6,7E-01	1,3E-04	-2,1E-05	-2,3E-03
NL 1960-69	8,6E-02	5,0E-01	-1,6E-01	6,3E-03	7,9E-03	-6,5E-03	1,4E-02	1,7E-03	-1,5E-03	1,2E-01	-6,7E-01	-1,0E-01	1,4E-04	2,8E-05	-1,1E-02
NL 1990-99	-1,5E-01	4,0E-02	-2,9E-02	-3,5E-02	5,3E-01	5,9E-01	9,6E-02	-3,8E-01	8,0E-03	-1,8E-05	-9,4E-04	1,2E-03	8,5E-03	2,0E-03	-3,5E-01
NL 2000-09	2,7E-03	-3,2E-04	5,4E-04	-2,3E-02	9,4E-03	-1,7E-03	7,8E-03	5,7E-03	1,9E-01	-3,4E-04	-7,3E-04	-2,4E-04	2,5E-01	1,3E-03	2,7E-02
PE 1960-69	2,4E-02	1,4E-01	-4,7E-02	1,9E-03	-1,1E-03	-1,3E-03	8,6E-03	2,2E-04	-1,6E-04	-6,0E-01	-4,8E-02	6,0E-01	3,8E-05	2,7E-05	-6,0E-03
PE 1970-79	1,1E-02	5,4E-01	3,7E-02	-2,1E-02	-6,4E-03	-5,7E-02	3,1E-02	1,9E-02	8,2E-04	9,0E-04	-2,0E-01	1,9E-02	4,0E-04	3,2E-04	1,9E-02
PE 1980-89	4,4E-01	1,7E-04	3,9E-01	9,9E-03	4,7E-02	1,7E-01	-4,2E-02	-5,4E-02	1,0E-03	-2,4E-03	-4,1E-02	-4,9E-03	8,8E-04	-2,0E-04	5,2E-01
PE 1990-99	-7,8E-01	1,1E-01	1,6E-01	2,4E-02	-1,0E-01	-1,8E-01	2,5E-01	8,7E-02	-9,6E-06	1,3E-02	1,4E-02	1,5E-02	2,7E-03	6,1E-04	1,4E-01
PE 2000-09	9,2E-03	1,1E-01	-3,0E-02	1,7E-03	-5,1E-03	1,1E-03	1,2E-02	-7,3E-05	-2,9E-04	2,9E-01	1,3E-01	-4,3E-01	3,4E-05	4,8E-05	-4,8E-03
PVC 1960-69	2,6E-01	-8,8E-02	-7,4E-03	7,6E-02	-1,4E-01	1,8E-02	9,4E-01	-8,4E-03	-1,4E-03	-5,0E-03	-1,7E-02	-5,8E-03	8,8E-05	-7,0E-06	-5,4E-02
PVC 1970-79	1,8E-01	-2,9E-02	-1,4E-02	-1,4E-02	-5,6E-01	7,5E-02	-1,6E-01	7,2E-02	1,8E-02	2,5E-03	-1,7E-02	-2,3E-04	8,3E-03	-1,0E-03	-5,9E-01
PVC 1980-89	-1,1E-03	-3,2E-05	-8,1E-04	9,3E-03	-1,3E-03	1,2E-03	-2,3E-03	-2,2E-03	-6,5E-03	-5,0E-06	6,1E-04	-1,6E-05	9,2E-01	-8,9E-02	1,5E-03
PVC 1990-99	6,3E-03	-3,1E-02	-1,1E-03	-4,4E-01	-1,6E-02	-2,3E-02	-5,5E-03	1,1E-02	7,9E-03	-1,4E-04	1,2E-02	-9,8E-04	3,5E-03	-9,0E-05	1,3E-02

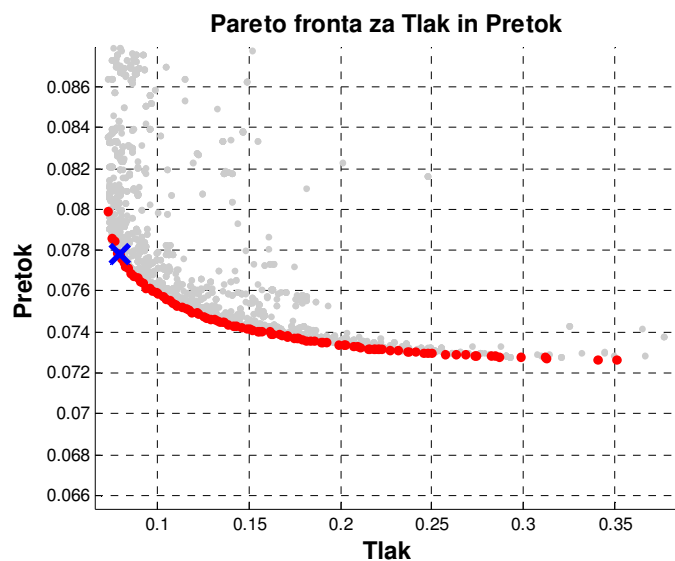
Preglednica P7.3 (nadaljevanje): MO-Kalib-SS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

Table A7.3 (continued): MO-Kalib-SS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Singularne vrednosti	2,4E+00	1,2E-03	7,5E-03	2,0E-02	1,1E-02	2,1E-03	2,5E-02	2,8E-02	7,2E+00	1,6E-01
Lastne vrednosti	3,6E-05	1,5E+02	1,9E+00	4,1E-02	5,4E-02	5,2E+01	2,4E-02	5,4E-03	4,2E-06	6,3E-04
ID parametra	Lastni vektorji									
AC 1950-59	-3,7E-03	3,0E-04	1,8E-02	4,1E-01	-4,6E-01	2,6E-04	5,6E-02	-7,6E-02	-4,4E-04	-7,5E-03
AC 1960-69	2,0E-03	6,9E-03	-6,6E-03	-2,9E-02	2,9E-03	9,9E-01	1,6E-02	-7,8E-03	4,8E-04	1,2E-02
AC 1970-79	-2,2E-03	4,2E-05	-6,6E-03	5,3E-02	-2,2E-02	1,3E-02	-9,9E-01	-5,1E-02	8,7E-04	4,0E-03
AC 1980-89	-1,4E-01	-2,9E-05	2,4E-03	-1,1E-02	-7,9E-03	7,5E-04	-1,9E-02	1,0E-01	-1,4E-02	-3,1E-01
JE 1960-69	6,1E-03	3,0E-04	2,6E-02	3,0E-01	1,9E-02	1,3E-02	-1,6E-03	3,9E-02	2,2E-03	3,2E-02
JE 1980-89	-6,4E-03	2,5E-03	3,5E-02	4,0E-02	4,2E-02	5,1E-03	2,8E-02	-6,2E-01	-1,0E-02	-6,3E-01
JE 1990-99	2,7E-03	9,7E-04	9,8E-02	8,3E-01	6,0E-02	2,4E-02	4,0E-02	-2,8E-02	7,7E-04	5,0E-02
LZ 1950-59	-4,9E-03	1,6E-03	-1,8E-02	4,1E-02	-2,0E-02	1,5E-03	-3,1E-02	4,6E-01	3,1E-03	1,3E-02
LZ 1960-69	2,3E-01	1,8E-05	-4,9E-05	2,4E-03	-3,8E-03	5,9E-04	-1,1E-02	5,5E-03	-2,0E-01	-3,1E-02
LZ 1970-79	1,0E-04	-3,2E-01	3,5E-02	-8,5E-04	-4,3E-07	-9,1E-02	1,6E-04	-2,1E-04	-5,1E-05	-4,4E-04
LZ 1980-89	-1,5E-03	-3,2E-02	-1,8E-01	1,4E-02	-3,2E-03	2,3E-03	3,8E-03	7,6E-03	-7,9E-06	3,8E-03
LZ 1990-99	-3,3E-06	-9,1E-01	-1,3E-03	-5,4E-05	1,8E-04	2,0E-02	-1,7E-04	-3,0E-04	2,2E-05	9,9E-05
LZ 2000-09	1,5E-02	2,7E-05	8,1E-06	4,1E-04	-1,2E-04	-8,6E-06	-2,4E-04	-4,3E-03	7,2E-02	-5,5E-03
NL 1960-69	4,9E-01	-1,2E-06	3,5E-04	1,9E-03	-5,7E-03	6,3E-04	-4,9E-03	1,1E-02	-7,6E-02	1,7E-02
NL 1990-99	-3,5E-02	-4,1E-05	-7,3E-03	6,4E-02	-4,2E-02	7,0E-02	-5,8E-02	1,7E-01	-7,5E-03	-1,5E-01
NL 2000-09	2,1E-03	6,9E-02	-9,4E-01	9,1E-02	1,2E-02	-2,5E-02	1,2E-02	-4,8E-02	3,4E-05	-7,7E-03
PE 1960-69	1,2E-01	-3,0E-06	4,5E-05	7,6E-04	-1,6E-03	1,5E-04	-1,6E-03	5,1E-03	5,0E-01	-9,4E-03
PE 1970-79	-8,1E-01	2,6E-04	-1,8E-03	-5,6E-03	-4,7E-02	-5,1E-05	5,6E-04	1,1E-02	3,7E-03	2,0E-02
PE 1980-89	2,3E-02	2,4E-04	4,6E-03	-2,8E-02	-1,1E-02	-4,2E-05	-1,2E-02	2,5E-01	3,8E-03	-5,3E-01
PE 1990-99	9,3E-02	1,2E-03	-6,5E-03	3,1E-02	-3,1E-02	-6,1E-04	-6,6E-03	3,1E-01	-1,5E-02	-3,4E-01
PE 2000-09	3,2E-02	2,3E-06	-5,2E-05	1,2E-03	-1,4E-03	1,5E-04	-1,5E-03	1,6E-03	8,4E-01	-2,0E-02
PVC 1960-69	-1,4E-02	6,8E-05	3,2E-03	3,2E-02	-4,5E-02	1,9E-04	3,1E-04	3,6E-02	-2,1E-03	1,0E-01
PVC 1970-79	-3,3E-02	2,0E-03	-2,8E-02	8,5E-02	-2,6E-02	-2,2E-03	1,0E-02	4,3E-01	-7,5E-03	-2,6E-01
PVC 1980-89	-1,5E-04	2,6E-01	2,6E-01	-2,7E-02	5,4E-04	-6,1E-02	-3,7E-03	1,1E-02	1,8E-04	1,1E-02
PVC 1990-99	4,2E-02	9,3E-04	-1,0E-02	-1,6E-01	-8,8E-01	1,2E-03	4,5E-03	-3,9E-02	-4,4E-05	7,3E-03

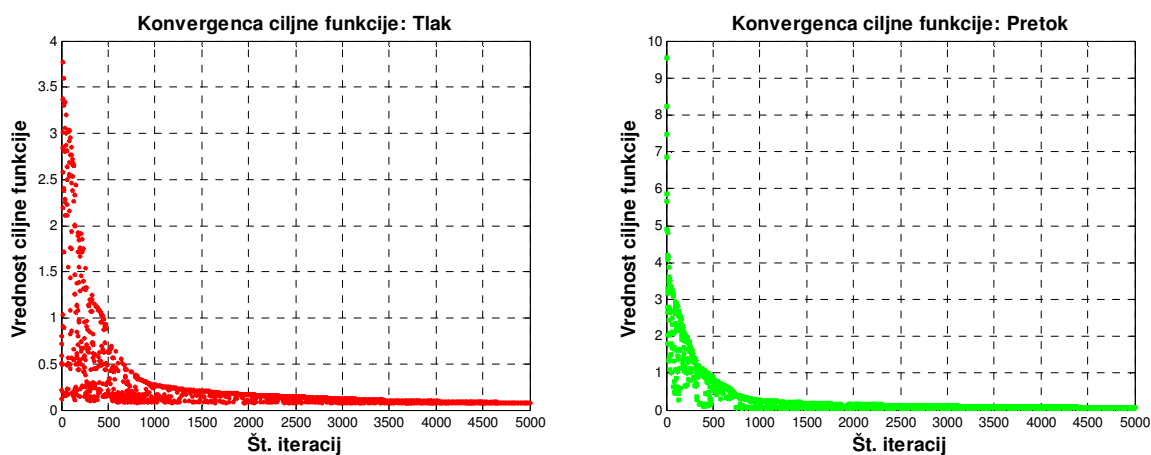
PRILOGA 8: PRIMER REALNI VS »MO-KALIB-SS« – REZULTATI PRVOSTOPENJSKEGA VEČKRITERIJSKEGA UMERJANJA PO METODI NAJMANJŠIH KVADRATOV

APPENDIX 8: CASE REAL-LIFE WDS »MO-KALIB-SS« – RESULTS OF FIRST-STATE MULTI-OBJECTIVE CALIBRATION BY ORDINARY LEAST-SQUARES



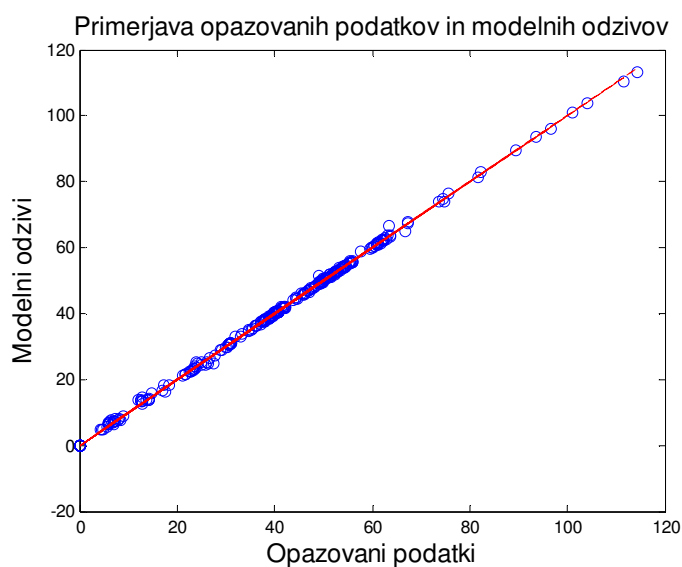
Slika P8.1: MO-Kalib-SS Pareto optimalna fronta – rang 1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev

Figure A8.1: MO-Kalib-SS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of results



Slika P8.2: MO-Kalib-SS Konvergenca ciljnih funkcij za (levo) tlak in (desno) pretok

Figure A8.2: MO-Kalib-SS Convergence of objective function for (left) pressure and (right) flows



Slika P8.3: MO-Kalib-SS Primerjava opazovanih podatkov in modelnih odzivov

Figure A8.3: MO-Kalib-SS Comparison of observations and model prediction

Preglednica P8.1: MO-Kalib-SS Rezultati umerjanja parametrov

Table A8.1: MO-Kalib-SS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja vrednost	STD _θ	CV _θ	95 % interval zaupanja		CSS _θ
				spodnja	zgornja	
AC 1950-59	2,918	3,54	1,21	-4,04	9,87	0,022
AC 1960-69	0,873	0,55	0,64	-0,22	1,96	0,305
JE 1960-69	4,968	7,18	1,45	-9,14	19,08	0,028
JE 1990-99	0,929	1,41	1,52	-1,84	3,70	0,022
LZ 1970-79	2,400	0,08	0,03	2,25	2,56	0,889
LZ 1980-89	1,086	0,17	0,16	0,75	1,42	0,151
LZ 1990-99	0,813	0,05	0,06	0,72	0,91	0,498
NL 1990-99	1,917	7,47	3,90	-12,76	16,59	0,056
NL 2000-09	0,341	0,09	0,25	0,17	0,51	0,200
PE 1980-89	0,701	3,20	4,56	-5,59	6,99	0,005
PVC 1960-69	2,955	19,26	6,52	-34,90	40,81	0,004
PVC 1990-99	0,167	0,88	5,26	-1,56	1,89	0,004

Preglednica P8.2: MO-Kalib-SS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

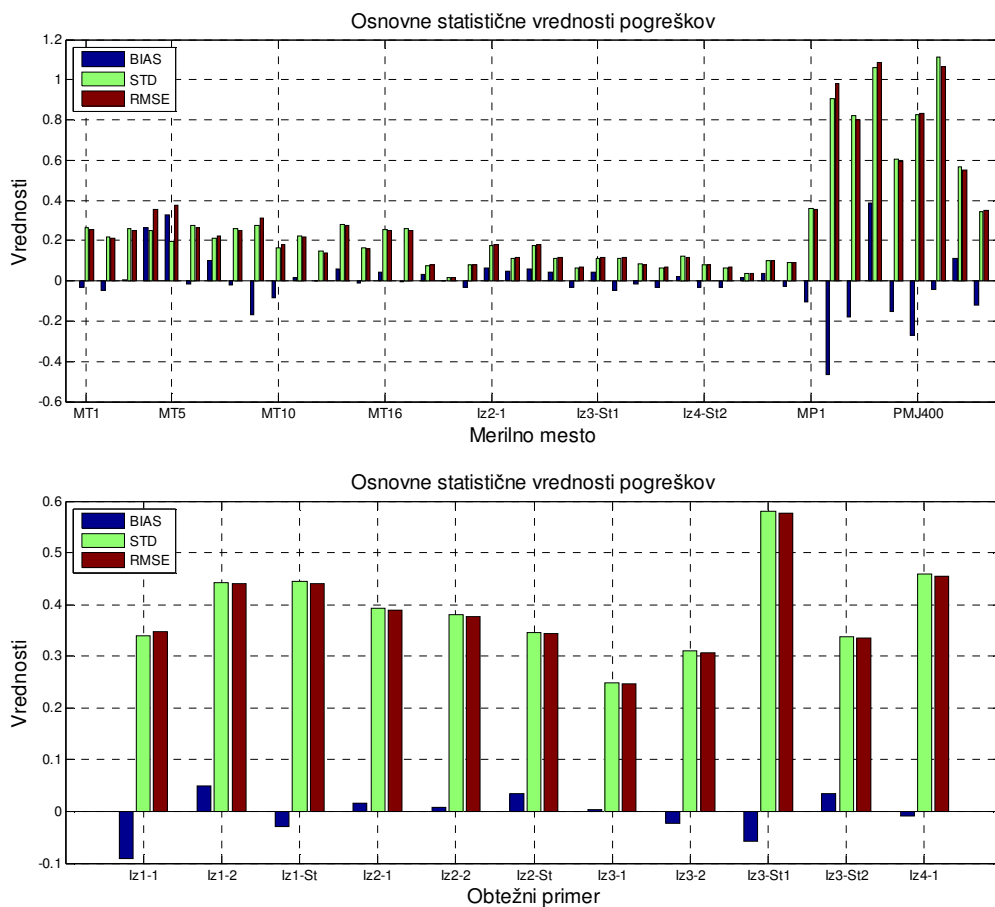
Table A8.2: MO-Kalib-SS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	AC 1950-59	AC 1960-69	JE 1960-69	JE 1990-99	LZ 1970-79	LZ 1980-89	LZ 1990-99	NL 1990-99	NL 2000-09	PE 1980-89	PVC 1960-69	PVC 1990-99
AC 1950-59	1,3E+01	8,6E-03	-5,8E-02	-6,6E-03	-1,9E-04	8,4E-03	2,7E-04	6,6E-02	-1,3E-03	4,3E-02	-4,9E+01	-2,4E-02
AC 1960-69	0,00	3,1E-01	8,9E-01	-4,7E-03	-1,6E-02	-1,9E-02	1,5E-02	-4,1E+00	3,8E-02	4,1E-01	3,2E-01	6,8E-02
JE 1960-69	0,00	0,22	5,2E+01	-7,1E+00	-6,7E-02	-8,2E-02	6,0E-02	-1,6E+01	1,6E-01	1,9E+00	1,5E+00	2,5E-01
JE 1990-99	0,00	-0,01	-0,70	2,0E+00	1,3E-03	3,1E-04	-1,7E-03	6,4E-02	-1,4E-03	-1,4E-01	9,9E-02	-1,3E-02
LZ 1970-79	0,00	-0,37	-0,12	0,01	6,2E-03	-5,2E-04	-2,3E-03	2,2E-01	-3,3E-03	-1,3E-02	-1,5E-02	-4,3E-03
LZ 1980-89	0,01	-0,20	-0,07	0,00	-0,04	2,9E-02	-1,9E-03	2,6E-01	-5,4E-03	2,0E-03	-3,2E-01	1,2E-03
LZ 1990-99	0,00	0,54	0,17	-0,02	-0,61	-0,23	2,3E-03	-2,0E-01	1,9E-03	5,4E-03	2,9E-02	3,8E-03
NL 1990-99	0,00	-0,89	-0,29	0,01	0,38	0,20	-0,55	5,6E+01	-5,3E-01	-5,5E+00	-5,6E+00	-9,7E-01
NL 2000-09	0,00	0,81	0,25	-0,01	-0,48	-0,37	0,46	-0,82	7,4E-03	-1,0E-02	8,4E-02	2,8E-04
PE 1980-89	0,00	0,23	0,08	-0,03	-0,05	0,00	0,03	-0,23	-0,04	1,0E+01	-2,4E+00	-1,5E-02
PVC 1960-69	-0,72	0,03	0,01	0,00	-0,01	-0,10	0,03	-0,04	0,05	-0,04	3,7E+02	-2,1E-01
PVC 1990-99	-0,01	0,14	0,04	-0,01	-0,06	0,01	0,09	-0,15	0,00	-0,01	-0,01	7,7E-01

Preglednica P8.3: MO-Kalib-SS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

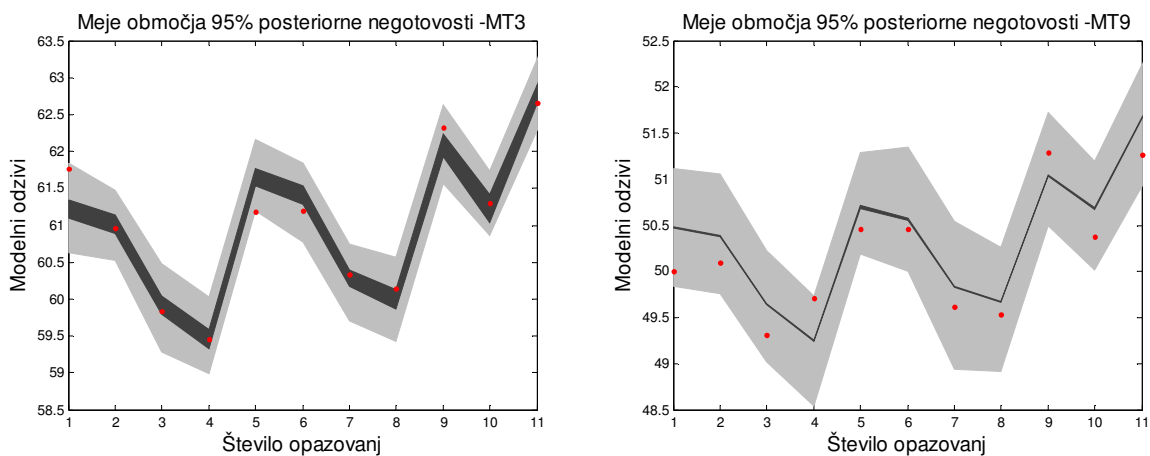
Table A8.3: MO-Kalib-SS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Singularne vrednosti	1,3E-01	2,4E+00	6,3E-02	4,1E-01	9,7E+00	5,1E+00	1,7E+01	4,7E-02	7,2E+00	1,6E-01	2,0E-02	4,6E-01
Lastne vrednosti	2,6E+01	2,7E-02	5,2E+01	2,1E-01	2,2E-03	1,6E-02	4,2E-04	9,5E+01	4,0E-03	5,6E+00	2,9E+02	1,7E-01
ID parametra	Lastni vektorji											
AC 1950-59	7,4E-05	-9,9E-01	1,4E-05	1,3E-02	-1,1E-02	-9,7E-02	-1,3E-01	3,7E-04	-1,1E-02	-5,0E-03	3,4E-04	4,3E-04
AC 1960-69	9,9E-02	1,8E-03	9,6E-01	-1,2E-02	-5,2E-02	-8,5E-03	1,0E-03	2,2E-01	-5,3E-02	1,4E-02	1,4E-01	4,4E-02
JE 1960-69	1,3E-03	-9,1E-04	1,1E-02	1,4E-02	-6,5E-01	-3,3E-03	5,3E-03	2,4E-03	7,4E-01	-2,9E-04	1,5E-03	-1,5E-01
JE 1990-99	3,4E-03	3,0E-03	3,9E-02	9,2E-02	6,8E-02	-1,5E-02	1,6E-04	8,7E-03	-1,4E-01	-6,8E-04	6,3E-03	-9,8E-01
LZ 1970-79	9,1E-01	-3,4E-04	-1,4E-01	-2,6E-04	3,0E-03	1,4E-03	-5,2E-05	-5,7E-02	2,5E-03	6,2E-02	3,8E-01	-5,5E-04
LZ 1980-89	2,3E-02	4,9E-03	-1,5E-02	7,3E-03	3,4E-03	3,4E-03	-8,6E-04	5,0E-02	2,7E-03	-9,9E-01	1,1E-01	1,8E-03
LZ 1990-99	-3,1E-01	2,9E-05	9,2E-02	5,9E-05	-2,7E-03	-1,9E-03	8,6E-05	-6,7E-01	-2,2E-03	3,1E-02	6,7E-01	1,1E-03
NL 1990-99	8,3E-06	-2,4E-02	7,2E-02	2,2E-02	7,5E-01	1,2E-01	-1,8E-02	2,2E-02	6,5E-01	6,6E-03	1,7E-02	-3,7E-02
NL 2000-09	-2,5E-01	6,3E-04	-2,3E-01	-1,3E-02	-7,1E-03	-7,6E-03	2,5E-04	7,0E-01	-5,8E-03	9,9E-02	6,1E-01	-7,3E-04
PE 1980-89	-3,0E-03	-9,4E-02	-8,6E-04	1,4E-02	-9,0E-02	9,9E-01	-6,2E-03	3,7E-03	-7,8E-02	3,1E-03	4,5E-03	-9,0E-03
PVC 1960-69	3,8E-05	-1,3E-01	2,5E-04	2,7E-03	1,5E-02	-4,7E-03	9,9E-01	1,4E-04	5,7E-03	-1,4E-03	1,3E-04	3,2E-04
PVC 1990-99	-2,3E-03	1,5E-02	3,3E-03	1,0E+00	-1,3E-02	-1,4E-02	-5,0E-04	1,0E-02	-1,2E-02	8,7E-03	8,0E-03	9,4E-02



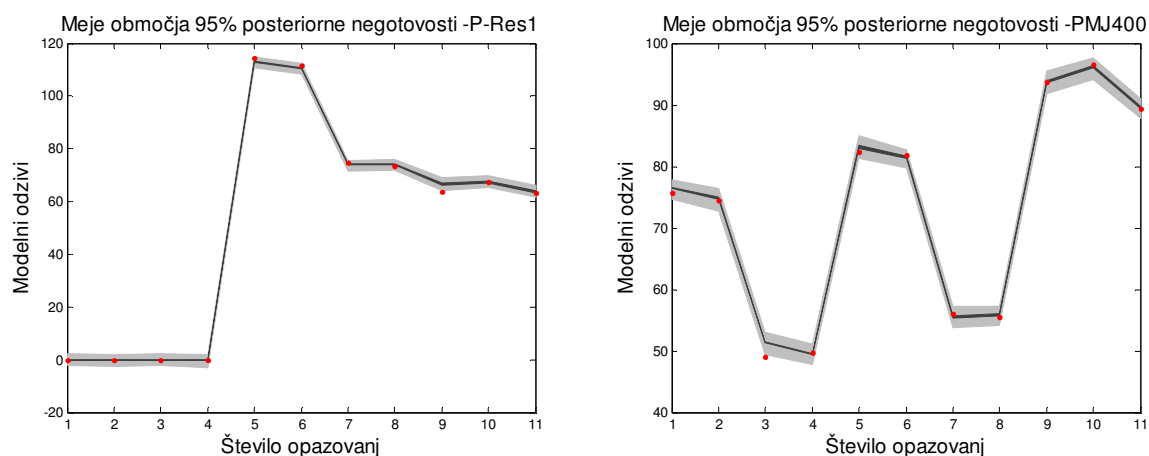
Slika P8.4: MO-Kalib-SS Osnovne statistične vrednosti pogreškov (zgoraj) za vsako merilno mesto in (spodaj) za vse obtežne primere

Figure A8.4: MO-Kalib-SS Basic residual statistics (up) for each monitoring location and (below) for each loading condition



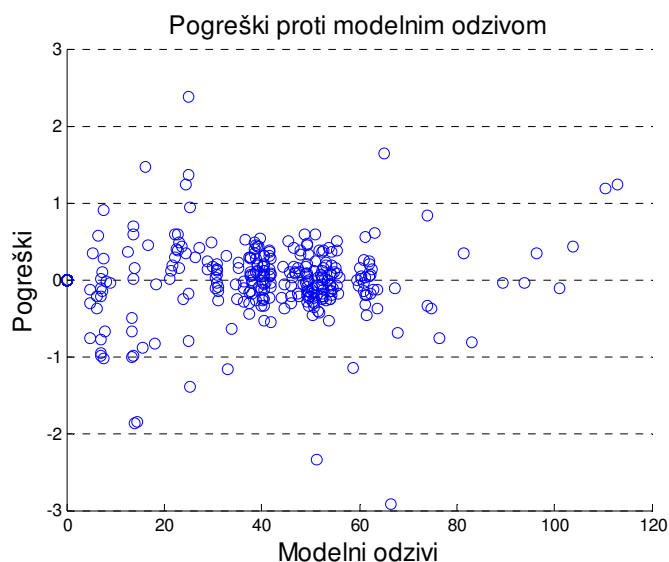
Slika P8.5: MO-Kalib-SS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

Figure A8.5: MO-Kalib-SS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)



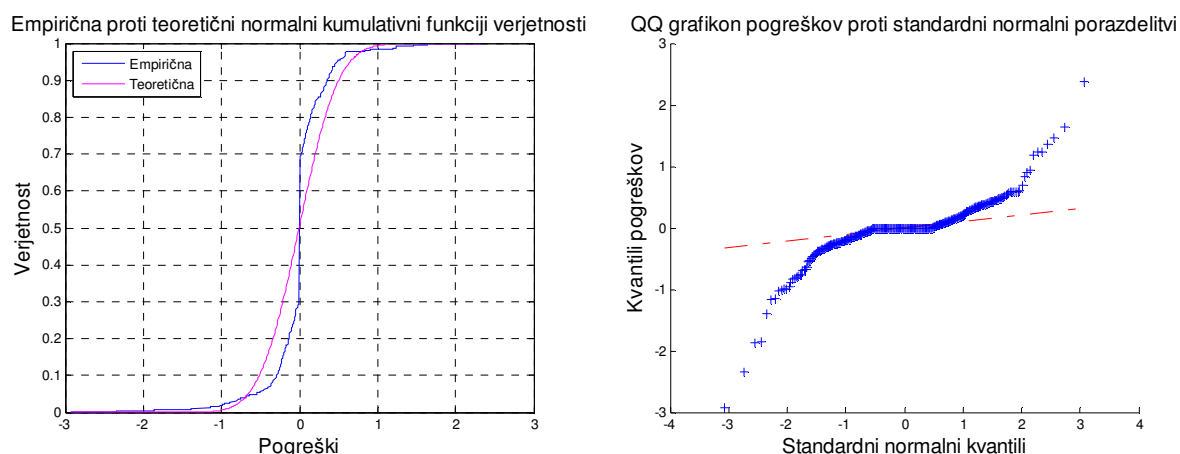
Slika P8.6: MO-Kalib-SS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

Figure A8.6: MO-Kalib-SS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)



Slika P8.7: MO-Kalib-SS Pogreški proti modelnim odzivom

Figure A8.7: MO-Kalib-SS Residuals vs. model predictions



Slika P8.8: MO-Kalib-SS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure A8.8: MO-Kalib-SS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution

PRILOGA 9: PRIMER REALNI VS »MO-KALIB-SS« – REZULTATI METODE UTEŽENIH NAJMANJŠIH KVADRATOV

APPENDIX 9: CASE REAL-LIFE WDS »MO-KALIB-SS« – RESULTS OF THE WEIGHTED LEAST SQUARES METHOD

Preglednica P9.1: MO-Kalib-SS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

Table A9.1: MO-Kalib-SS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	AC 1950-59	AC 1960-69	JE 1960-69	JE 1990-99	LZ 1970-79	LZ 1980-89	LZ 1990-99	NL 1990-99	NL 2000-09	PE 1980-89	PVC 1960-69	PVC 1990-99
AC 1950-59	3,7E-01	2,6E-02	1,1E-02	1,7E-03	2,4E-03	-8,5E-03	-1,7E-04	-9,3E-02	2,9E-03	-1,7E-02	-3,3E-01	4,1E-03
AC 1960-69	0,07	3,5E-01	5,1E-01	-8,1E-03	-1,0E-02	-3,3E-02	1,7E-02	-1,3E+00	3,8E-02	2,6E-02	-5,0E-01	6,5E-02
JE 1960-69	0,01	0,27	1,0E+01	-1,3E+00	-2,0E-02	-6,8E-02	3,0E-02	-2,2E+00	7,0E-02	1,0E-01	-9,7E-01	1,1E-01
JE 1990-99	0,00	-0,02	-0,69	3,5E-01	1,5E-03	6,4E-04	-2,2E-03	3,2E-02	-1,1E-03	-1,2E-02	3,4E-02	-2,2E-03
LZ 1970-79	0,04	-0,16	-0,06	0,02	1,2E-02	-3,4E-03	-4,6E-03	3,9E-02	-4,7E-03	-9,9E-04	-3,5E-02	-1,8E-03
LZ 1980-89	-0,05	-0,19	-0,07	0,00	-0,11	8,3E-02	-3,0E-03	1,2E-01	-1,0E-02	-1,1E-02	-2,2E-01	-5,9E-03
LZ 1990-99	0,00	0,43	0,14	-0,06	-0,64	-0,16	4,4E-03	-6,1E-02	2,0E-03	1,7E-04	1,9E-02	3,1E-03
NL 1990-99	-0,07	-0,78	-0,31	0,03	0,17	0,20	-0,43	4,6E+00	-1,4E-01	-9,9E-02	1,8E+00	-2,4E-01
NL 2000-09	0,05	0,62	0,21	-0,02	-0,42	-0,34	0,30	-0,63	1,1E-02	-3,0E-03	-5,7E-02	6,7E-03
PE 1980-89	-0,04	0,06	0,05	-0,03	-0,01	-0,05	0,00	-0,07	-0,04	5,0E-01	-5,8E-02	3,8E-03
PVC 1960-69	-0,25	-0,40	-0,14	0,03	-0,15	-0,35	0,13	0,40	-0,26	-0,04	4,6E+00	-9,3E-02
PVC 1990-99	0,04	0,65	0,21	-0,02	-0,10	-0,12	0,28	-0,66	0,38	0,03	-0,26	2,8E-02

Preglednica P9.2: MO-Kalib-SS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

Table A9.2: MO-Kalib-SS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Singularne vrednosti	2,5E-01	5,8E-01	3,5E-02	5,2E-01	6,7E+00	1,8E+00	1,8E+01	7,6E-02	9,9E+00	2,5E-01	1,9E-01	5,0E+00
Lastne vrednosti	3,4E+00	2,7E-01	3,1E+02	3,4E-01	3,6E-02	6,5E-02	1,3E-03	9,7E+01	5,8E-03	2,5E+01	4,5E+01	6,1E-02
ID parametra	Lastni vektorji											
AC 1950-59	-1,2E-02	1,9E-02	6,0E-04	4,9E-03	-1,0E-01	-8,6E-01	-1,4E-01	7,5E-04	-7,3E-03	2,1E-04	9,2E-04	-4,8E-01
AC 1960-69	8,1E-03	-1,4E-02	1,1E-01	-8,1E-02	2,3E-01	3,7E-02	-2,8E-03	1,8E-01	1,2E-02	1,2E-01	9,3E-01	-1,2E-01
JE 1960-69	-2,1E-04	-2,1E-02	1,9E-03	1,4E-01	-6,6E-02	-2,2E-03	-9,6E-03	2,8E-03	9,9E-01	2,2E-03	1,6E-02	6,4E-03
JE 1990-99	4,6E-03	-1,4E-01	7,9E-03	9,7E-01	6,0E-02	2,1E-02	1,6E-03	1,1E-02	-1,4E-01	6,4E-03	6,0E-02	-4,4E-02
LZ 1970-79	5,0E-02	-5,7E-05	3,7E-01	1,7E-03	-1,4E-02	-3,9E-03	4,6E-05	1,8E-02	-1,4E-03	9,1E-01	-1,6E-01	9,3E-03
LZ 1980-89	-9,9E-01	1,1E-02	8,2E-02	6,5E-03	-1,3E-02	5,9E-03	-1,4E-03	5,1E-02	-2,1E-03	1,9E-02	-7,4E-03	1,8E-02
LZ 1990-99	2,3E-02	1,1E-04	7,4E-01	-2,3E-03	1,1E-02	3,4E-03	1,2E-05	-6,1E-01	1,1E-03	-2,8E-01	6,2E-02	-9,1E-03
NL 1990-99	2,5E-02	5,3E-02	5,6E-02	5,5E-02	-8,5E-01	-1,3E-01	6,3E-03	7,1E-02	-7,1E-02	2,3E-03	2,6E-01	4,2E-01
NL 2000-09	8,0E-02	-1,9E-02	5,5E-01	-5,3E-03	2,8E-02	1,1E-02	-9,9E-05	7,6E-01	2,9E-03	-2,7E-01	-1,9E-01	-2,7E-02
PE 1980-89	6,2E-03	2,9E-02	8,7E-03	2,3E-02	4,5E-01	-4,7E-01	-8,7E-03	7,9E-03	2,2E-02	-7,0E-03	-9,5E-06	7,6E-01
PVC 1960-69	-3,2E-03	3,9E-03	2,8E-04	3,1E-04	-5,4E-03	-1,3E-01	9,9E-01	4,1E-04	9,4E-03	2,6E-04	1,1E-03	-6,5E-02
PVC 1990-99	1,2E-02	9,9E-01	8,8E-03	1,4E-01	4,5E-02	4,1E-02	-1,2E-03	1,4E-02	4,7E-03	-2,5E-03	5,1E-03	-4,4E-02

PRILOGA 10: PRIMER REALNI VS »MO-KALIB-EPS« – REZULTATI PRVOSTOPENJSKEGA VEČKRITERIJSKEGA UMERJANJA PO METODI NAJMANJŠIH KVADRATOV – »CELOTNI« PARAMETRI

APPENDIX 10: CASE REAL-LIFE WDS »MO-KALIB-EPS« - RESULTS OF FIRST-STATE MULTI-OBJECTIVE CALIBRATION BY ORDINARY LEAST-SQUARES – »FULL« PARAMETERS

Preglednica P10.1: MO-Kalib-EPS Rezultati umerjanja parametrov

Table A10.1: MO-Kalib-EPS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja	STD _θ	CV _θ	95 % interval zaupanja		CSS _θ
	vrednost			spodnja	zgornja	
AC 1950-59	0,559	0,23	0,42	0,10	1,01	0,009
AC 1960-69	0,107	0,02	0,16	0,07	0,14	0,183
AC 1970-79	1,299	9,77	7,52	-17,86	20,46	0,001
AC 1980-89	0,932	2,78	2,99	-4,53	6,39	0,001
JE 1960-69	3,312	0,54	0,16	2,25	4,38	0,038
JE 1980-89	2,525	1,52	0,60	-0,46	5,51	0,029
JE 1990-99	1,064	0,19	0,18	0,69	1,44	0,034
LZ 1950-59	2,370	2,60	1,10	-2,74	7,48	0,012
LZ 1960-69	2,989	18,69	6,25	-33,65	39,63	0,001
LZ 1970-79	2,770	0,01	0,01	2,74	2,80	1,109
LZ 1980-89	2,440	0,04	0,02	2,36	2,52	0,446
LZ 1990-99	0,897	0,01	0,01	0,88	0,91	0,704
LZ 2000-09	2,807	11,50	4,10	-19,73	25,35	0,001
NL 1960-69	1,197	9,24	7,72	-16,93	19,32	0,001
NL 1990-99	1,068	0,50	0,47	0,08	2,06	0,071
NL 2000-09	0,434	0,05	0,11	0,34	0,53	0,253
PE 1960-69	1,119	9,52	8,50	-17,54	19,78	0,000
PE 1970-79	0,514	2,72	5,29	-4,82	5,85	0,002
PE 1980-89	0,302	0,53	1,74	-0,73	1,33	0,003
PE 1990-99	0,524	2,09	3,98	-3,57	4,62	0,005
PE 2000-09	0,753	6,14	8,15	-11,29	12,79	0,000
PVC 1960-69	0,772	1,22	1,59	-1,63	3,17	0,002
PVC 1970-79	1,080	0,91	0,84	-0,70	2,86	0,022
PVC 1980-89	0,036	0,02	0,62	-0,01	0,08	0,050
PVC 1990-99	1,035	0,82	0,80	-0,58	2,65	0,007

Preglednica P10.2: MO-Kalib-EPS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

Table A10.2: MO-Kalib-EPS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	AC 1950-59	AC 1960-69	AC 1970-79	AC 1980-89	JE 1960-69	JE 1980-89	JE 1990-99	LZ 1950-59	LZ 1960-69	LZ 1970-79	LZ 1980-89	LZ 1990-99	LZ 2000-09	NL 1960-69	NL 1990-99
AC 1950-59	5,4E-02	3,1E-04	8,7E-02	1,4E-02	3,6E-03	-4,4E-03	-1,9E-04	6,9E-02	-2,6E-01	1,7E-05	4,1E-04	-2,6E-05	-6,5E-02	1,5E-02	-7,7E-03
AC 1960-69	0,08	3,0E-04	-1,6E-03	-3,2E-03	2,8E-03	-5,1E-03	4,3E-04	2,3E-02	-3,5E-02	-3,7E-05	-5,4E-05	1,9E-05	-2,5E-02	2,8E-03	-8,6E-03
AC 1970-79	0,04	-0,01	9,5E+01	1,4E+00	3,0E-02	-5,5E-01	1,2E-04	7,9E-01	-2,6E+01	-6,0E-03	2,3E-02	1,9E-04	-8,1E+00	-1,9E+01	-8,0E-03
AC 1980-89	0,02	-0,07	0,05	7,8E+00	-2,2E-02	-3,8E-02	-1,5E-02	5,6E-01	-2,5E+00	-2,0E-03	3,0E-03	1,1E-03	4,7E-01	-7,8E-01	9,9E-02
JE 1960-69	0,03	0,30	0,01	-0,01	3,0E-01	7,4E-03	-6,1E-02	3,0E-01	-3,1E-01	-3,9E-04	-1,4E-03	2,2E-04	-3,8E-01	2,3E-02	-1,0E-01
JE 1980-89	-0,01	-0,19	-0,04	-0,01	0,01	2,3E+00	-1,0E-01	-1,1E-01	3,9E+00	2,8E-03	-2,6E-02	3,8E-05	-1,3E+00	-7,9E-02	1,1E-01
JE 1990-99	0,00	0,13	0,00	-0,03	-0,59	-0,35	3,6E-02	-7,6E-03	-1,9E-02	-1,3E-04	9,1E-04	2,5E-05	-2,8E-02	4,1E-02	-1,3E-02
LZ 1950-59	0,11	0,52	0,03	0,08	0,21	-0,03	-0,02	6,8E+00	-6,1E+00	3,6E-03	-4,7E-02	-7,4E-04	-2,4E+00	-8,3E-02	-6,7E-01
LZ 1960-69	-0,06	-0,11	-0,14	-0,05	-0,03	0,14	-0,01	-0,12	3,5E+02	2,2E-02	-6,9E-02	-1,2E-02	-7,6E+00	-1,7E+01	7,9E-01
LZ 1970-79	0,01	-0,15	-0,04	-0,05	-0,05	0,12	-0,05	0,10	0,08	2,1E-04	-1,0E-04	-8,4E-05	8,3E-03	6,7E-03	1,1E-03
LZ 1980-89	0,05	-0,08	0,06	0,03	-0,07	-0,44	0,12	-0,47	-0,10	-0,18	1,5E-03	-2,4E-05	1,9E-02	-7,2E-03	2,3E-03
LZ 1990-99	-0,02	0,15	0,00	0,06	0,06	0,00	0,02	-0,04	-0,09	-0,80	-0,09	5,3E-05	-4,4E-03	-4,9E-03	-5,6E-04
LZ 2000-09	-0,02	-0,12	-0,07	0,01	-0,06	-0,07	-0,01	-0,08	-0,04	0,05	0,04	-0,05	1,3E+02	-6,4E+00	8,3E-01
NL 1960-69	0,01	0,02	-0,22	-0,03	0,00	-0,01	0,02	0,00	-0,10	0,05	-0,02	-0,07	-0,06	8,5E+01	-1,2E-01
NL 1990-99	-0,07	-0,99	0,00	0,07	-0,36	0,14	-0,14	-0,51	0,08	0,15	0,12	-0,15	0,14	-0,03	2,5E-01
NL 2000-09	-0,03	0,21	-0,05	-0,11	0,07	0,30	0,27	-0,06	0,18	-0,02	-0,21	0,04	-0,12	0,04	-0,29
PE 1960-69	-0,04	0,14	-0,21	-0,07	0,06	-0,08	0,01	0,08	-0,10	0,05	-0,07	-0,06	-0,09	-0,30	-0,16
PE 1970-79	0,01	-0,27	0,06	0,05	-0,13	-0,06	-0,04	-0,15	-0,23	-0,35	0,21	0,43	0,03	-0,04	0,31
PE 1980-89	0,09	0,36	0,03	-0,48	0,15	0,14	0,03	0,35	-0,08	0,10	-0,06	-0,14	-0,08	0,01	-0,37
PE 1990-99	-0,16	-0,44	-0,16	-0,14	-0,17	0,25	-0,04	-0,68	0,18	-0,07	-0,19	0,18	0,08	-0,01	0,42
PE 2000-09	-0,08	0,03	-0,28	-0,11	0,01	-0,07	0,06	0,01	-0,07	0,04	-0,10	-0,04	-0,09	-0,09	-0,05
PVC 1960-69	-0,58	0,16	-0,01	0,01	0,06	0,12	0,03	0,23	-0,05	0,06	-0,13	-0,03	-0,06	-0,02	-0,17
PVC 1970-79	0,10	0,10	0,14	0,22	0,07	0,01	-0,28	0,17	-0,12	0,08	0,31	-0,18	0,03	-0,04	-0,04
PVC 1980-89	0,03	0,10	0,05	0,06	-0,01	-0,87	0,11	0,14	-0,17	-0,08	0,35	-0,05	-0,03	0,00	-0,03
PVC 1990-99	-0,02	0,22	-0,09	-0,05	0,10	0,02	0,04	0,12	0,11	0,10	-0,08	-0,12	-0,03	0,03	-0,26

Preglednica P10.2 (nadaljevanje): MO-Kalib-EPS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

Table A10.2 (continued): MO-Kalib-EPS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	NL	PE	PE	PE	PE	PE	PVC	PVC	PVC	PVC
	2000-09	1960-69	1970-79	1980-89	1990-99	2000-09	1960-69	1970-79	1980-89	1990-99
AC 1950-59	-2,9E-04	-9,1E-02	8,5E-03	1,1E-02	-7,6E-02	-1,1E-01	-1,7E-01	2,0E-02	1,5E-04	-3,1E-03
AC 1960-69	1,8E-04	2,4E-02	-1,3E-02	3,3E-03	-1,6E-02	2,9E-03	3,4E-03	1,5E-03	3,9E-05	3,2E-03
AC 1970-79	-2,4E-02	-2,0E+01	1,7E+00	1,5E-01	-3,3E+00	-1,7E+01	-6,2E-02	1,3E+00	1,1E-02	-6,9E-01
AC 1980-89	-1,6E-02	-1,9E+00	3,9E-01	-7,1E-01	-8,0E-01	-1,8E+00	2,6E-02	5,6E-01	3,4E-03	-1,3E-01
JE 1960-69	2,0E-03	3,0E-01	-1,9E-01	4,2E-02	-1,9E-01	1,9E-02	4,2E-02	3,7E-02	-9,1E-05	4,5E-02
JE 1980-89	2,3E-02	-1,1E+00	-2,3E-01	1,1E-01	7,9E-01	-6,4E-01	2,3E-01	7,4E-03	-2,9E-02	2,5E-02
JE 1990-99	2,5E-03	1,9E-02	-2,0E-02	3,1E-03	-1,7E-02	7,3E-02	7,3E-03	-4,8E-02	4,5E-04	5,7E-03
LZ 1950-59	-8,0E-03	2,0E+00	-1,1E+00	4,8E-01	-3,7E+00	1,3E-01	7,4E-01	3,9E-01	8,0E-03	2,6E-01
LZ 1960-69	1,6E-01	-1,8E+01	-1,2E+01	-8,3E-01	7,2E+00	-8,4E+00	-1,1E+00	-2,0E+00	-7,1E-02	1,6E+00
LZ 1970-79	-1,4E-05	6,7E-03	-1,4E-02	7,5E-04	-2,0E-03	3,6E-03	1,0E-03	1,1E-03	-2,5E-05	1,2E-03
LZ 1980-89	-4,1E-04	-2,5E-02	2,2E-02	-1,2E-03	-1,5E-02	-2,4E-02	-6,1E-03	1,1E-02	3,0E-04	-2,6E-03
LZ 1990-99	1,3E-05	-4,0E-03	8,4E-03	-5,3E-04	2,8E-03	-1,8E-03	-2,7E-04	-1,2E-03	-7,4E-06	-7,0E-04
LZ 2000-09	-7,1E-02	-1,0E+01	8,4E-01	-5,1E-01	1,9E+00	-6,5E+00	-8,0E-01	2,9E-01	-7,6E-03	-2,4E-01
NL 1960-69	1,8E-02	-2,6E+01	-9,0E-01	4,4E-02	-2,6E-01	-5,1E+00	-2,7E-01	-3,5E-01	-3,9E-05	2,0E-01
NL 1990-99	-7,4E-03	-7,5E-01	4,3E-01	-9,9E-02	4,4E-01	-1,5E-01	-1,1E-01	-2,0E-02	-3,9E-04	-1,1E-01
NL 2000-09	2,5E-03	9,4E-03	-5,6E-02	5,8E-03	1,9E-02	2,5E-02	1,1E-02	-2,9E-02	-7,1E-04	9,9E-03
PE 1960-69	0,02	9,1E+01	-4,1E+00	9,2E-02	-4,7E-01	-5,9E+00	-2,8E-01	-2,3E-01	1,9E-02	5,2E-01
PE 1970-79	-0,41	-0,16	7,4E+00	-3,0E-02	-7,4E-02	-2,5E+00	-2,4E-01	2,7E-01	7,5E-03	-9,8E-01
PE 1980-89	0,22	0,02	-0,02	2,8E-01	-4,6E-01	-1,6E-02	1,1E-01	8,5E-03	-2,2E-03	1,1E-02
PE 1990-99	0,18	-0,02	-0,01	-0,42	4,4E+00	4,8E-01	-4,8E-01	-1,0E+00	-1,5E-02	-1,0E-01
PE 2000-09	0,08	-0,10	-0,15	0,00	0,04	3,8E+01	-4,4E-01	-5,6E-01	6,2E-03	3,8E-01
PVC 1960-69	0,18	-0,02	-0,07	0,17	-0,19	-0,06	1,5E+00	-1,0E-02	-4,3E-03	5,4E-02
PVC 1970-79	-0,64	-0,03	0,11	0,02	-0,53	-0,10	-0,01	8,3E-01	5,0E-03	-1,9E-01
PVC 1980-89	-0,65	0,09	0,13	-0,19	-0,32	0,05	-0,16	0,25	4,8E-04	-1,3E-03
PVC 1990-99	0,24	0,07	-0,44	0,03	-0,06	0,08	0,05	-0,25	-0,07	6,8E-01

Preglednica P10.3: MO-Kalib-EPS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

Table A10.3: MO-Kalib-EPS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Singularne vrednosti	7,9E-01	3,8E+01	1,2E-02	4,0E-02	2,3E-01	1,0E-01	1,2E+00	5,3E-02	6,8E-03	6,9E+01	7,7E+00	9,7E+01	1,1E-02	1,7E-02	4,6E-01
Lastne vrednosti	2,3E-03	1,4E-04	1,5E+03	1,5E+00	1,1E-02	5,4E-02	1,6E-03	2,1E-01	9,3E+03	1,2E-04	3,0E-04	4,6E-05	4,8E+03	5,9E+01	2,8E-03
ID parametra	Lastni vektorji														
AC 1950-59	3,5E-03	-1,1E-03	1,8E-04	-4,4E-02	-2,1E-02	4,0E-02	-7,6E-03	-8,2E-02	4,6E-04	-4,0E-04	-7,5E-04	7,4E-04	5,4E-04	7,6E-03	2,0E-03
AC 1960-69	1,7E-03	1,5E-04	7,0E-03	-1,7E-02	-9,2E-04	8,7E-03	-2,7E-03	-1,3E-02	7,9E-01	-2,2E-04	-1,2E-04	1,0E-04	-6,1E-01	-3,2E-03	-5,5E-04
AC 1970-79	-4,8E-02	-4,2E-01	-3,3E-05	-1,7E-04	-1,1E-02	-1,6E-03	4,1E-02	4,9E-03	1,2E-04	-1,1E-01	-2,7E-01	9,2E-02	4,5E-06	-1,4E-04	5,8E-02
AC 1980-89	-9,2E-01	-1,7E-02	-3,2E-05	-2,7E-03	-4,1E-02	5,5E-02	-3,5E-01	7,8E-02	1,5E-04	5,4E-03	-3,0E-03	7,1E-03	5,8E-05	5,1E-04	-5,3E-02
JE 1960-69	2,0E-02	1,6E-03	2,9E-04	2,4E-01	1,1E-02	7,1E-01	-3,5E-02	2,2E-02	4,1E-03	-3,3E-03	-2,0E-03	9,0E-04	-2,9E-03	1,2E-02	-1,2E-02
JE 1980-89	1,8E-02	-7,5E-03	1,8E-03	2,5E-02	4,2E-01	4,0E-02	4,0E-02	-1,3E-01	4,8E-03	-7,1E-03	3,3E-03	-1,2E-02	4,2E-03	2,0E-02	-1,4E-01
JE 1990-99	6,0E-04	-4,8E-06	1,1E-03	9,5E-01	-3,0E-02	-9,2E-02	1,6E-04	-9,6E-02	1,0E-02	-2,4E-04	3,8E-04	6,4E-05	-6,1E-03	5,3E-02	1,9E-03
LZ 1950-59	2,9E-01	1,0E-02	4,3E-04	1,6E-02	-4,7E-01	-1,1E-01	-7,2E-01	5,5E-02	1,4E-03	-2,3E-02	-1,1E-02	1,8E-02	2,1E-03	-1,3E-02	1,4E-01
LZ 1960-69	-1,6E-02	-1,7E-02	-1,1E-05	-2,4E-04	-1,6E-05	8,6E-04	-1,3E-02	1,9E-03	4,2E-05	5,4E-03	-6,7E-02	-9,9E-01	6,9E-06	-5,0E-06	6,0E-02
LZ 1970-79	4,2E-04	5,2E-05	-3,1E-01	6,9E-03	1,7E-03	-3,9E-03	-6,5E-04	1,0E-02	9,5E-02	5,4E-05	-9,5E-05	-6,0E-05	1,5E-01	2,5E-01	-1,5E-03
LZ 1980-89	-1,8E-03	-2,2E-04	-4,1E-02	-8,0E-05	1,3E-02	2,7E-03	2,9E-03	-7,9E-03	3,9E-02	1,6E-04	-5,2E-05	2,0E-04	5,2E-02	-1,5E-01	2,2E-03
LZ 1990-99	-1,9E-04	-1,5E-05	-9,1E-01	-2,2E-03	-1,7E-03	1,9E-03	3,7E-04	-6,1E-03	1,6E-01	-2,6E-05	8,5E-05	3,2E-05	1,8E-01	-8,7E-02	8,0E-04
LZ 2000-09	-6,2E-03	1,1E-01	5,3E-05	-1,0E-04	6,4E-03	4,7E-03	-1,6E-02	-1,3E-03	1,5E-04	9,8E-01	-8,6E-02	2,6E-02	1,7E-04	6,4E-05	2,7E-02
NL 1960-69	-6,0E-02	-4,4E-01	-4,5E-05	1,1E-05	2,5E-03	-2,1E-03	2,1E-02	5,4E-03	1,2E-04	1,2E-02	-5,2E-01	5,1E-02	3,0E-05	-3,2E-04	8,2E-02
NL 1990-99	-4,9E-02	-4,2E-03	-6,7E-04	1,5E-01	2,5E-02	-3,1E-01	7,7E-02	3,8E-01	3,2E-02	7,3E-03	4,1E-03	-2,3E-03	-1,7E-02	-3,4E-02	2,1E-02
NL 2000-09	1,8E-03	2,2E-05	1,1E-01	4,3E-02	-1,3E-03	3,9E-02	8,1E-04	-4,2E-02	2,1E-01	-5,1E-04	6,4E-05	-4,7E-04	2,9E-01	-8,8E-01	-8,6E-03
PE 1960-69	-7,6E-02	7,8E-01	-4,0E-05	2,7E-04	1,1E-02	-1,7E-03	3,9E-02	5,1E-03	1,2E-04	-1,8E-01	-4,7E-01	5,4E-02	6,8E-06	-3,1E-04	1,0E-01
PE 1970-79	-8,9E-02	-3,2E-02	1,3E-03	3,6E-03	-7,3E-02	-1,5E-02	2,4E-01	2,2E-03	1,2E-03	1,1E-02	2,2E-02	3,3E-02	1,7E-03	-5,2E-03	9,0E-01
PE 1980-89	1,3E-01	-3,5E-04	-4,7E-04	5,9E-03	1,1E-01	3,0E-01	-3,4E-02	8,4E-01	2,5E-03	-4,1E-03	-5,3E-04	2,4E-03	3,2E-03	-8,3E-03	2,5E-02
PE 1990-99	-1,3E-01	1,1E-02	1,6E-03	2,7E-02	-5,6E-01	-1,1E-01	5,1E-01	1,9E-01	3,0E-03	1,8E-02	1,9E-02	-2,1E-02	4,3E-03	-1,8E-02	-2,8E-01
PE 2000-09	-1,2E-01	5,4E-02	-4,7E-05	-6,7E-04	1,8E-02	4,7E-05	2,1E-02	6,7E-03	1,7E-04	-3,8E-02	6,5E-01	1,9E-02	2,7E-06	-2,2E-04	1,5E-01
PVC 1960-69	7,3E-02	-1,4E-03	8,5E-06	-9,9E-03	2,7E-01	-4,7E-02	-1,0E-01	1,1E-02	2,3E-04	-5,6E-03	2,4E-03	3,1E-03	1,7E-04	1,9E-03	-5,2E-02
PVC 1970-79	-3,5E-02	-4,8E-03	3,6E-03	8,2E-02	4,4E-01	-3,8E-01	-9,6E-02	2,1E-01	6,6E-03	1,3E-03	-6,0E-03	6,0E-03	1,0E-02	-4,8E-02	8,1E-02
PVC 1980-89	-3,4E-04	9,2E-05	2,7E-01	-2,2E-02	-4,8E-03	-7,9E-03	-1,1E-03	7,2E-03	5,5E-01	-9,5E-05	-5,4E-05	2,1E-04	6,9E-01	3,4E-01	2,7E-03
PVC 1990-99	3,4E-02	5,4E-03	1,1E-03	2,4E-02	-3,6E-02	-3,4E-01	-4,8E-02	1,4E-01	2,3E-03	-2,1E-03	-6,4E-04	-4,7E-03	2,5E-03	-1,3E-02	-1,3E-01

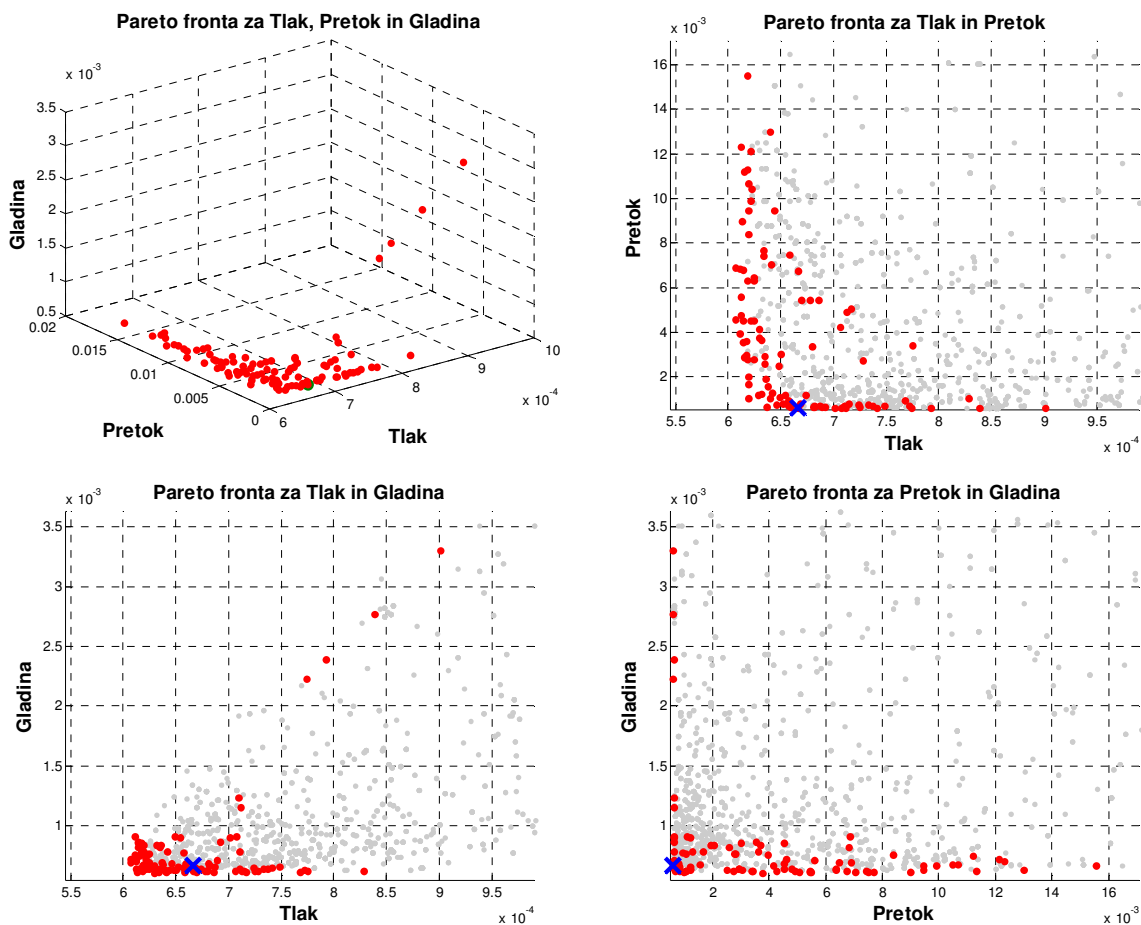
Preglednica P.3 (nadaljevanje): MO-Kalib-EPS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

Table A10.3 (continued): MO-Kalib-EPS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Singularne vrednosti	7,3E+00	1,2E-02	4,8E-02	3,4E-01	8,2E-02	2,7E-02	1,1E-01	1,6E-01	1,0E+01	2,2E-01
Lastne vrednosti	7,3E-04	1,1E+02	6,3E-01	6,7E-03	1,1E-01	5,4E+01	5,0E-02	2,6E-02	1,5E-04	1,2E-02
ID parametra	Lastni vektorji									
AC 1950-59	-4,3E-03	3,4E-03	9,8E-01	1,7E-02	-7,1E-03	8,2E-03	-5,1E-02	-2,2E-02	4,8E-04	1,3E-01
AC 1960-69	4,0E-04	-2,1E-02	-2,0E-03	1,6E-03	-3,0E-02	-4,8E-03	5,3E-03	-1,5E-03	-5,2E-05	-6,7E-04
AC 1970-79	3,9E-01	-1,9E-04	4,5E-03	-4,2E-02	-3,3E-03	7,7E-04	5,2E-03	-4,4E-03	7,5E-01	-1,8E-02
AC 1980-89	-1,3E-01	-3,8E-05	6,2E-03	-5,3E-02	-4,1E-02	1,1E-03	-3,7E-02	-3,8E-02	1,6E-02	-3,7E-02
JE 1960-69	5,5E-03	3,5E-03	1,3E-02	-5,4E-03	3,3E-01	2,6E-03	5,7E-01	-2,9E-02	-2,3E-04	1,2E-02
JE 1980-89	-4,4E-02	3,9E-03	-2,8E-02	-8,3E-01	1,6E-02	1,1E-02	-9,3E-02	-1,3E-01	-2,9E-03	2,5E-01
JE 1990-99	3,5E-03	1,7E-02	2,9E-02	3,5E-02	-1,9E-01	1,2E-02	-1,8E-01	-2,4E-02	-3,5E-04	-3,2E-02
LZ 1950-59	3,0E-02	-5,4E-03	1,4E-03	-3,3E-01	1,6E-02	1,3E-02	8,3E-02	1,3E-01	3,1E-03	3,5E-02
LZ 1960-69	8,1E-02	-4,9E-05	2,2E-03	-5,1E-03	-2,4E-03	2,8E-04	2,1E-03	2,4E-04	4,0E-02	-8,0E-03
LZ 1970-79	5,0E-04	-8,7E-01	4,1E-03	-4,3E-04	8,7E-03	-2,2E-01	-2,5E-03	1,6E-03	-6,7E-05	7,0E-04
LZ 1980-89	-1,2E-03	-2,5E-01	-7,0E-03	1,7E-02	-1,2E-03	9,5E-01	-1,7E-03	-4,2E-03	2,1E-04	9,0E-04
LZ 1990-99	-3,6E-04	3,4E-01	-1,3E-03	-7,3E-04	-5,1E-03	2,1E-02	1,8E-03	-7,0E-04	2,3E-05	-4,7E-04
LZ 2000-09	1,3E-01	5,0E-05	1,6E-03	-2,0E-02	-2,8E-03	2,2E-04	-1,1E-03	-4,8E-03	9,3E-02	-6,0E-03
NL 1960-69	3,5E-01	-7,5E-05	4,7E-03	-3,5E-02	-2,4E-03	7,0E-04	4,8E-03	5,1E-04	-6,3E-01	-1,6E-02
NL 1990-99	-1,7E-02	6,8E-03	4,9E-02	-3,0E-02	8,3E-01	1,2E-03	-1,6E-01	7,3E-02	1,5E-03	2,5E-02
NL 2000-09	1,6E-03	-1,7E-01	4,4E-03	-6,8E-03	-1,6E-02	-2,1E-01	-3,8E-02	-2,1E-02	-3,1E-04	-8,0E-03
PE 1960-69	3,3E-01	-9,5E-05	5,9E-03	-4,3E-02	-3,3E-04	7,1E-04	6,0E-04	-4,2E-03	4,9E-02	-1,7E-02
PE 1970-79	-2,5E-01	-3,9E-03	1,2E-02	-1,8E-01	-4,1E-02	-1,3E-03	7,7E-02	-1,2E-01	1,5E-02	-6,9E-02
PE 1980-89	3,3E-03	4,2E-03	4,0E-02	-2,8E-02	-3,1E-01	4,1E-03	-2,5E-01	-8,6E-02	5,7E-05	2,1E-02
PE 1990-99	-2,0E-02	-7,1E-03	5,2E-02	-3,4E-01	-1,5E-01	1,1E-02	2,6E-01	2,3E-01	-1,8E-02	-1,0E-01
PE 2000-09	7,1E-01	-2,4E-04	9,5E-03	-6,3E-02	-4,8E-03	1,3E-03	5,8E-03	-2,8E-03	-1,4E-01	-2,4E-02
PVC 1960-69	-3,1E-02	8,8E-04	1,4E-01	-1,6E-01	4,4E-03	2,8E-03	6,3E-02	8,2E-02	5,5E-04	-9,2E-01
PVC 1970-79	-1,5E-02	-6,5E-03	5,1E-02	8,3E-02	-2,0E-01	-1,2E-02	5,6E-01	4,3E-01	1,1E-02	2,2E-01
PVC 1980-89	3,5E-04	1,7E-01	-4,1E-03	1,0E-02	5,8E-03	5,1E-02	7,5E-03	5,2E-03	5,2E-05	-8,0E-04
PVC 1990-99	2,8E-02	-2,0E-03	3,0E-02	3,5E-02	-3,9E-02	-3,0E-03	3,9E-01	-8,3E-01	-5,9E-03	-2,6E-02

PRILOGA 11: PRIMER REALNI VS »MO-KALIB-EPS« – REZULTATI PRVOSTOPENJSKEGA VEČKRITERIJSKEGA UMERJANJA PO METODI NAJMANJŠIH KVADRATOV

APPENDIX 11: CASE REAL-LIFE WDS »MO-KALIB-EPS« – RESULTS OF FIRST-STATE MULTI-OBJECTIVE CALIBRATION BY ORDINARY LEAST-SQUARES



Slika P11.1: MO-Kalib-EPS Pareto optimalna fronta – rang1 (rdeče) in višji rangi (sivo) rešitev

Figure A11.1: MO- EPS Pareto optimal front – rank 1 (red) and higher ranks (grey) of results



Slika P11.2: MO- EPS Primerjava opazovanih podatkov in modelnih odzivov

Figure A11.2: MO- EPS Comparison of observations and model prediction

Preglednica P11.1: MO-Kalib-EPS Rezultati umerjanja parametrov

Table A11.1: MO-Kalib-EPS Parameter calibration results

ID parametra	Srednja vrednost	STD _θ	CV _θ	95 % interval zaupanja		CSS _θ
				spodnja	zgornja	
AC 1950-59	0,739	0,20	0,27	0,35	1,12	0,011
AC 1960-69	0,095	0,01	0,15	0,07	0,12	0,171
JE 1960-69	2,444	0,50	0,21	1,46	3,43	0,032
JE 1980-89	1,280	1,09	0,85	-0,85	3,41	0,020
JE 1990-99	2,991	0,34	0,11	2,32	3,66	0,059
LZ 1970-79	2,812	0,01	0,01	2,78	2,84	1,112
LZ 1980-89	2,426	0,02	0,01	2,38	2,47	0,439
LZ 1990-99	0,867	0,01	0,01	0,85	0,88	0,697
NL 1990-99	1,098	0,43	0,39	0,25	1,94	0,071
NL 2000-09	0,477	0,05	0,10	0,39	0,57	0,260
PVC 1970-79	0,530	0,51	0,97	-0,48	1,54	0,015
PVC 1980-89	0,055	0,02	0,40	0,01	0,10	0,072
PVC 1990-99	0,946	0,75	0,79	-0,52	2,41	0,006

Preglednica P11.2: MO-Kalib-EPS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

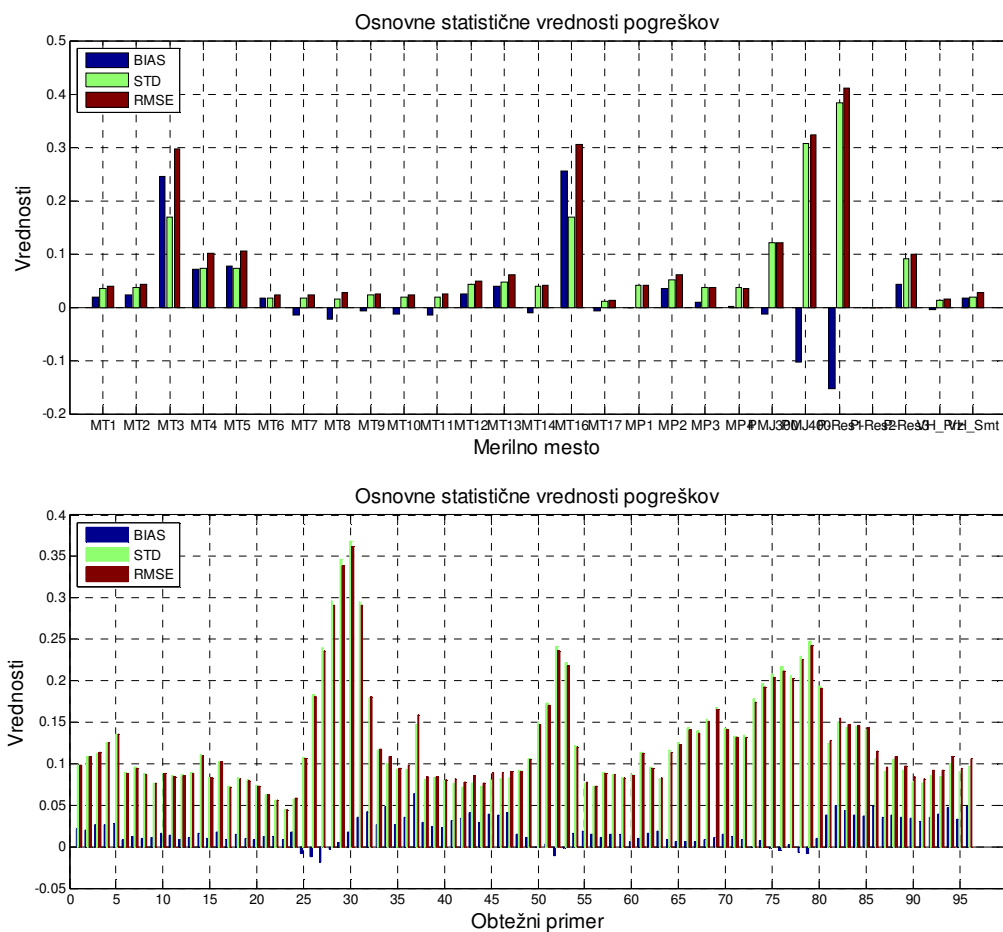
Table A11.2: MO-Kalib-EPS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	AC 1950-59	AC 1960-69	JE 1960-69	JE 1980-89	JE 1990-99	LZ 1970-79	LZ 1980-89	LZ 1990-99	NL 1990-99	NL 2000-09	PVC 1970-79	PVC 1980-89	PVC 1990-99
AC 1950-59	3,9E-02	1,1E-05	-2,7E-04	2,8E-02	1,8E-03	6,3E-05	-4,3E-04	1,4E-05	-1,7E-03	1,8E-03	-7,2E-03	-8,9E-04	-3,2E-03
AC 1960-69	0,00	2,0E-04	1,2E-03	-3,8E-03	7,0E-04	-7,6E-05	6,6E-05	4,0E-05	-6,0E-03	1,1E-04	2,2E-04	2,7E-05	9,3E-04
JE 1960-69	0,00	0,17	2,5E-01	1,5E-02	-1,1E-01	-7,8E-04	1,9E-04	4,3E-04	-5,4E-02	4,0E-04	2,0E-02	-3,3E-04	1,3E-02
JE 1980-89	0,13	-0,25	0,03	1,2E+00	-1,5E-01	1,9E-03	-1,0E-02	-3,8E-04	9,6E-02	9,4E-03	2,0E-01	-2,1E-02	3,0E-02
JE 1990-99	0,03	0,14	-0,63	-0,40	1,2E-01	-3,3E-04	1,3E-03	1,4E-04	-2,2E-02	4,5E-03	-7,2E-02	1,2E-03	4,4E-03
LZ 1970-79	0,02	-0,37	-0,11	0,12	-0,07	2,1E-04	-7,9E-05	-7,5E-05	2,4E-03	-1,4E-04	8,0E-04	-1,1E-05	-7,1E-04
LZ 1980-89	-0,10	0,22	0,02	-0,44	0,18	-0,25	4,5E-04	7,8E-06	-1,9E-03	-9,5E-05	-1,3E-03	1,6E-04	-7,8E-06
LZ 1990-99	0,01	0,44	0,13	-0,05	0,06	-0,79	0,06	4,2E-05	-1,3E-03	7,7E-05	-3,3E-04	-9,9E-06	4,5E-04
NL 1990-99	-0,02	-0,88	-0,25	0,20	-0,15	0,39	-0,20	-0,47	1,9E-01	-4,8E-03	3,2E-03	-2,1E-04	-4,0E-02
NL 2000-09	0,20	0,17	0,02	0,19	0,29	-0,20	-0,10	0,26	-0,24	2,1E-03	-1,6E-02	-6,0E-04	3,9E-03
PVC 1970-79	-0,07	0,03	0,08	0,35	-0,41	0,11	-0,12	-0,10	0,01	-0,67	2,6E-01	-5,7E-04	-1,1E-01
PVC 1980-89	-0,21	0,09	-0,03	-0,86	0,15	-0,03	0,35	-0,07	-0,02	-0,60	-0,05	4,8E-04	-1,4E-03
PVC 1990-99	-0,02	0,09	0,03	0,04	0,02	-0,06	0,00	0,09	-0,12	0,11	-0,27	-0,09	5,6E-01

Preglednica P11.3: MO-Kalib-EPS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

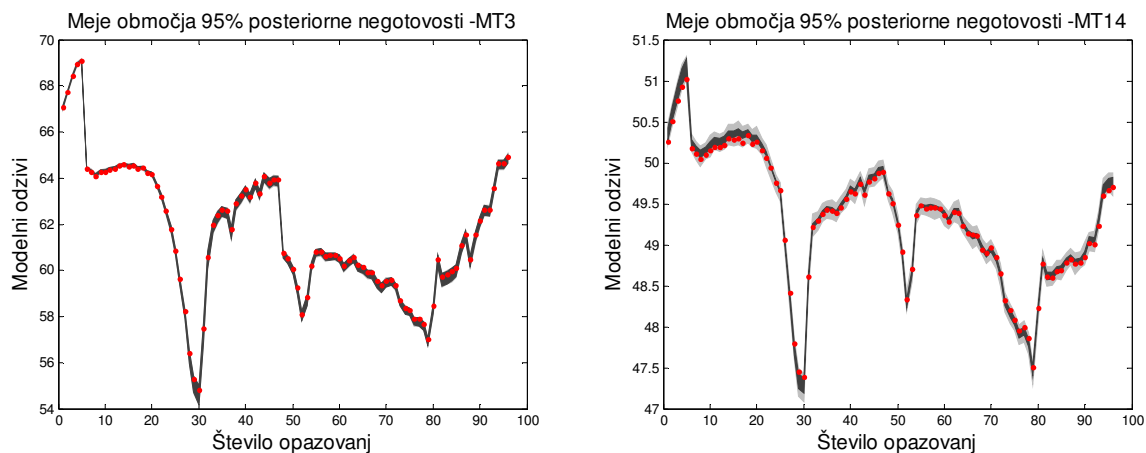
Table A11.3: MO-Kalib-EPS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Singularne vrednosti	8,2E-01	6,7E+01	3,2E-01	1,2E-01	7,3E-01	3,9E+01	1,0E+01	9,8E+01	3,4E-01	7,1E+00	2,4E-01	7,3E+00	1,8E-01
Lastne vrednosti	6,7E-01	3,3E-02	1,1E+02	9,5E+03	5,1E+01	5,9E-02	1,0E-01	1,5E-02	5,3E+01	5,3E-01	1,5E+03	1,2E-01	4,5E+03
ID parametra	Lastni vektorji												
AC 1950-59	-1,1E-01	-1,6E-03	3,0E-03	3,2E-04	-9,5E-03	1,9E-02	6,7E-02	2,1E-02	5,4E-03	9,9E-01	2,4E-04	-7,5E-02	6,2E-04
AC 1960-69	-1,6E-02	-2,0E-03	-2,0E-02	8,7E-01	5,7E-03	-9,4E-03	-1,0E-02	-3,4E-03	-3,2E-03	-2,7E-03	-2,3E-03	-2,8E-02	-4,9E-01
JE 1960-69	4,4E-01	-2,8E-02	3,4E-03	4,9E-03	-1,5E-02	-8,1E-01	3,7E-01	3,0E-02	-9,8E-04	4,4E-02	2,7E-04	7,1E-02	-2,5E-03
JE 1980-89	5,3E-02	-6,3E-02	4,6E-03	5,9E-03	-3,4E-02	1,1E-01	1,3E-01	9,6E-01	6,3E-03	-3,9E-02	3,2E-03	-1,8E-01	7,1E-03
JE 1990-99	8,4E-01	-2,8E-02	9,5E-03	6,6E-03	-3,6E-02	3,9E-01	-7,0E-02	-1,4E-01	-2,2E-03	6,7E-02	6,4E-04	-3,4E-01	-2,6E-03
LZ 1970-79	6,3E-03	1,7E-03	-8,9E-01	7,8E-02	-1,4E-01	4,0E-03	3,5E-04	1,8E-03	-2,7E-01	4,2E-03	-2,8E-01	1,2E-02	1,8E-01
LZ 1980-89	6,2E-04	1,8E-04	-2,5E-01	3,3E-02	-8,3E-02	-3,1E-03	-4,3E-03	-8,3E-03	9,6E-01	-4,9E-03	-3,3E-02	-2,9E-03	6,3E-02
LZ 1990-99	-2,5E-03	-1,1E-03	3,3E-01	1,4E-01	5,9E-02	-2,1E-03	-2,3E-04	-4,4E-04	3,9E-02	-1,4E-03	-9,0E-01	-6,7E-03	2,5E-01
NL 1990-99	2,4E-01	8,6E-02	7,6E-03	3,3E-02	3,5E-02	3,2E-01	2,4E-01	8,8E-02	1,0E-02	6,8E-02	-6,0E-04	8,7E-01	-1,1E-02
NL 2000-09	1,3E-02	-1,5E-02	-1,2E-01	1,7E-01	9,1E-01	1,5E-02	6,7E-02	3,8E-03	2,6E-02	2,9E-04	1,3E-01	-6,4E-02	3,1E-01
PVC 1970-79	1,8E-01	2,7E-01	-6,4E-03	7,6E-03	7,5E-02	-2,7E-01	-8,5E-01	2,0E-01	1,8E-03	9,7E-02	6,4E-03	2,2E-01	1,6E-02
PVC 1980-89	-1,3E-02	4,1E-03	1,6E-01	4,3E-01	-3,6E-01	-4,3E-03	-1,2E-02	-1,6E-02	-4,3E-02	-3,3E-03	3,1E-01	1,7E-02	7,5E-01
PVC 1990-99	3,3E-02	-9,6E-01	-1,2E-03	1,7E-03	1,2E-02	-4,2E-02	-2,4E-01	5,6E-03	1,7E-04	3,2E-02	1,2E-03	1,6E-01	2,5E-03



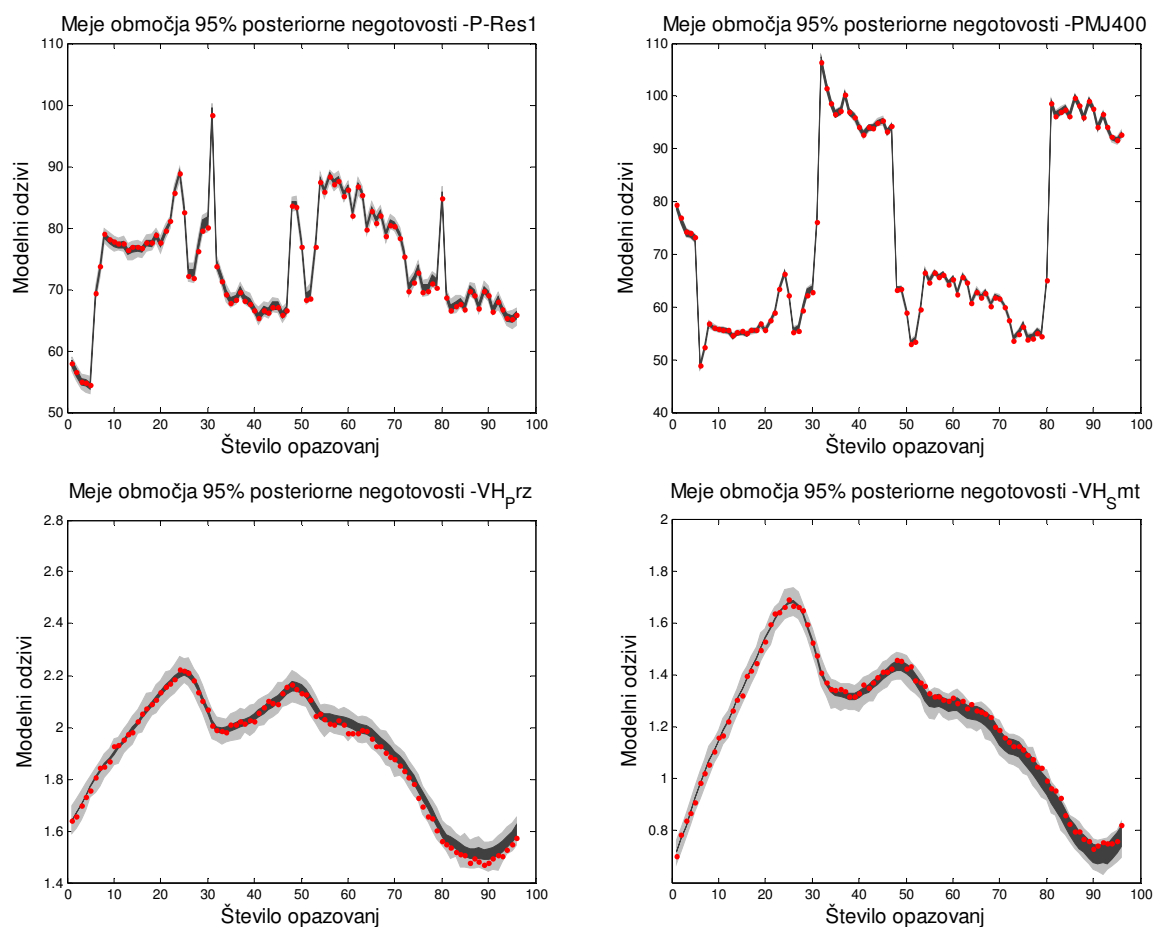
Slika P11.3: MO- EPS Osnovne statistične vrednosti pogreškov (levo) za vsako merilno mesto in (desno) za vse obtežne primere

Figure A11.3: MO- EPS Basic residual statistics (left) for each monitoring location and (right) for each loading condition



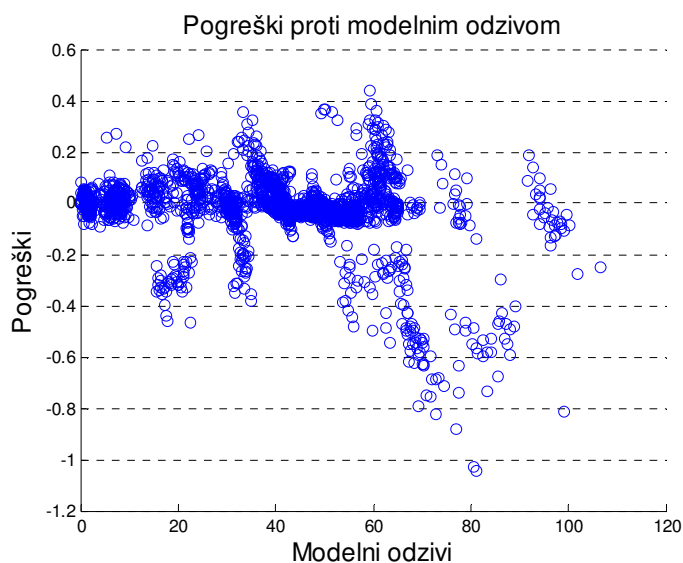
Slika P11.4: MO- EPS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

Figure A11.4: MO- EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)



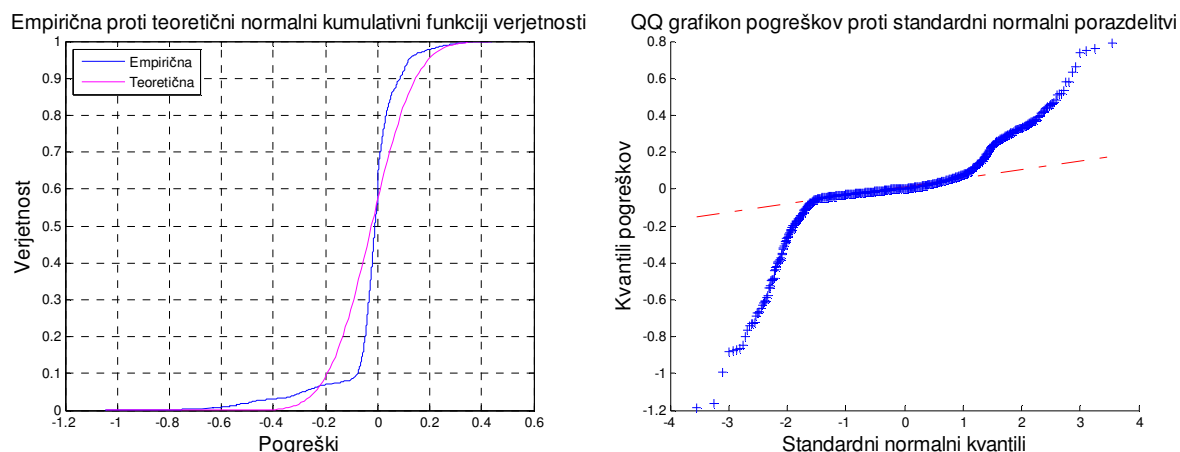
Slika P11.5: MO- EPS Območje 95 % negotovosti modelnih odzivov (sivo) in meritev (rdeče pike)

Figure A11.5: MO- EPS 95 % uncertainty of model predictions (grey) and observations (red dots)



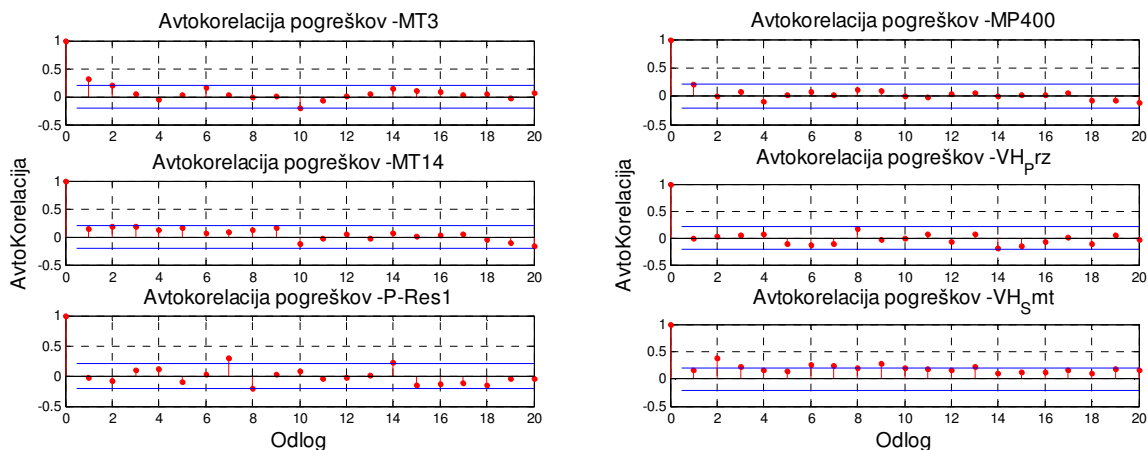
Slika P11.6: MO- EPS Pogreški proti modelnim odzivom

Figure A11.6: MO- EPS Residuals vs. model predictions



Slika P11.7: MO- EPS (levo) Primerjava empirične in teoretične normalne kumulativne funkcije verjetnosti in (desno) kvantil-kvantil graf pogreškov proti kvantilom normalne porazdelitve

Figure A11.7: MO- EPS (left) Comparison of empirical and theoretical normal cumulative distribution functions and (right) quantile-quantile plot of model residuals against quantiles of normal distribution



Slika P11.8: MO- EPS Avtokorelacija pogreškov

Figure A11.8: MO- EPS Autocorrelation of residuals

PRILOGA 12: PRIMER REALNI VS »MO-KALIB-EPS« – REZULTATI METODE UTEŽENIH NAJMANJŠIH KVADRATOV

APPENDIX 12: CASE REAL-LIFE WDS »MO-KALIB-EPS« – RESULTS OF THE WEIGHTED LEAST SQUARES METHOD

Preglednica P12.1: MO-Kalib-EPS Kovariančna (diagonalna in zgornje trikotna) in korelacijska matrika (spodnje trikotna) parametrov

Table A12.1: MO-Kalib-EPS Parameter covariance (diagonal and upper triangular) and correlation (lower triangular) matrix

ID parametra	AC 1950-59	AC 1960-69	JE 1960-69	JE 1980-89	JE 1990-99	LZ 1970-79	LZ 1980-89	LZ 1990-99	NL 1990-99	NL 2000-09	PVC 1970-79	PVC 1980-89	PVC 1990-99
AC 1950-59	8,8E-03	-3,4E-05	-1,2E-03	7,1E-03	5,9E-04	1,9E-04	-2,7E-04	-7,2E-05	1,1E-03	3,5E-04	-5,9E-03	-1,5E-04	-1,7E-04
AC 1960-69	-0,04	9,7E-05	2,5E-04	-3,1E-03	4,5E-04	9,7E-06	9,9E-05	3,1E-06	-3,9E-03	1,7E-06	-9,6E-04	3,9E-05	9,2E-05
JE 1960-69	-0,02	0,04	4,6E-01	-1,8E-02	-1,0E-01	2,5E-04	1,3E-03	1,5E-05	-5,1E-02	-2,2E-04	-1,4E-02	5,4E-04	8,0E-04
JE 1980-89	0,08	-0,35	-0,03	8,2E-01	-7,3E-02	1,2E-03	-1,9E-03	-8,3E-04	1,1E-01	8,2E-03	-7,2E-02	-7,4E-03	-1,7E-03
JE 1990-99	0,02	0,18	-0,61	-0,32	6,3E-02	-1,2E-04	4,7E-04	8,4E-05	-1,8E-02	4,8E-04	-5,3E-03	3,2E-04	6,7E-04
LZ 1970-79	0,11	0,05	0,02	0,07	-0,03	3,4E-04	-1,2E-04	-1,5E-04	-2,3E-04	-1,7E-04	2,0E-03	-8,0E-06	-8,5E-07
LZ 1980-89	-0,10	0,35	0,07	-0,07	0,06	-0,22	8,5E-04	3,4E-05	-4,2E-03	2,3E-05	-3,1E-03	2,3E-05	9,0E-05
LZ 1990-99	-0,09	0,04	0,00	-0,10	0,04	-0,91	0,13	7,8E-05	-2,1E-04	6,8E-05	-9,3E-04	6,3E-06	9,6E-06
NL 1990-99	0,03	-0,88	-0,19	0,31	-0,17	-0,03	-0,36	-0,06	1,6E-01	-9,3E-04	5,5E-02	-1,5E-03	-4,0E-03
NL 2000-09	0,12	0,01	-0,01	0,30	0,06	-0,30	0,03	0,25	-0,08	9,2E-04	-1,6E-02	-1,3E-04	1,1E-04
PVC 1970-79	-0,09	-0,14	-0,03	-0,12	-0,03	0,16	-0,15	-0,15	0,20	-0,78	4,7E-01	-3,9E-04	-4,2E-03
PVC 1980-89	-0,15	0,37	0,08	-0,78	0,12	-0,04	0,07	0,07	-0,34	-0,41	-0,05	1,1E-04	8,8E-06
PVC 1990-99	-0,03	0,16	0,02	-0,03	0,04	0,00	0,05	0,02	-0,17	0,06	-0,10	0,01	3,6E-03

Preglednica P12.2: MO-Kalib-EPS Singularne vrednosti občutljivostne (Jacobijeve) matrike ter lastne vrednosti in lastni vektorji kovariančne matrike

Table A12.2: MO-Kalib-EPS Singular values of the Jacobian matrix and Eigenvalues and Eigenvectors of the parameter covariance matrix

Št. parametra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Singularne vrednosti	9,0E-01	6,8E+01	2,1E-01	8,5E-02	3,8E-01	1,0E+01	7,5E+00	1,0E+02	2,8E-01	7,2E+00	1,8E-01	3,8E+01	9,5E-01
Lastne vrednosti	5,2E+01	3,2E-02	1,4E+03	1,1E+04	5,7E+01	7,8E-02	1,4E-01	7,3E-03	1,1E+02	8,0E-01	4,6E+03	4,3E-02	9,0E-01
ID parametra	Lastni vektorji												
AC 1950-59	-1,2E-02	-2,1E-02	2,2E-04	5,8E-04	8,8E-03	1,7E-02	-6,3E-02	9,4E-03	3,4E-03	3,4E-01	9,4E-04	1,2E-02	9,4E-01
AC 1960-69	4,8E-03	4,6E-03	-1,8E-03	9,1E-01	-3,8E-03	2,2E-02	-3,0E-03	-2,2E-03	-1,8E-02	-1,2E-02	-4,2E-01	9,0E-03	3,6E-03
JE 1960-69	-1,2E-02	2,5E-01	2,3E-04	3,9E-03	2,6E-04	-4,1E-01	-3,8E-02	1,1E-02	2,7E-03	2,9E-01	-1,6E-03	8,2E-01	-1,0E-01
JE 1980-89	-2,1E-02	-2,0E-01	2,0E-03	3,4E-03	5,8E-03	7,6E-02	-6,5E-02	9,7E-01	2,7E-03	2,2E-02	4,9E-03	7,1E-02	-2,9E-02
JE 1990-99	-4,3E-02	-1,4E-01	7,7E-04	7,6E-03	1,1E-03	2,7E-01	-8,9E-02	-7,4E-02	1,1E-02	8,7E-01	-2,2E-03	-1,8E-01	-3,2E-01
LZ 1970-79	-1,6E-01	-1,1E-04	-2,9E-01	6,5E-02	-2,9E-01	-8,1E-03	2,5E-03	1,2E-03	-8,8E-01	6,5E-03	1,8E-01	-5,2E-03	1,8E-03
LZ 1980-89	-1,3E-02	3,0E-03	-3,6E-02	2,9E-02	9,5E-01	3,1E-03	-1,5E-03	-5,5E-03	-2,9E-01	-1,9E-03	6,7E-02	8,3E-04	-7,5E-03
LZ 1990-99	6,2E-02	-4,9E-05	-9,0E-01	1,2E-01	4,5E-02	4,6E-03	-1,1E-03	-2,8E-04	3,3E-01	-2,1E-03	2,5E-01	2,9E-03	-4,3E-04
NL 1990-99	2,6E-02	-1,5E-01	-3,6E-04	2,5E-02	6,2E-03	-8,6E-01	1,3E-01	7,4E-02	6,0E-03	1,6E-01	-6,3E-03	-4,4E-01	-3,1E-02
NL 2000-09	9,1E-01	-4,3E-02	1,3E-01	1,4E-01	-4,6E-02	2,4E-02	-3,9E-02	2,0E-03	-1,2E-01	3,2E-02	3,3E-01	2,5E-02	-3,9E-03
PVC 1970-79	4,7E-02	9,0E-01	4,0E-03	4,1E-03	-2,3E-03	5,7E-02	2,0E-01	2,1E-01	-4,0E-03	1,1E-01	1,1E-02	-2,8E-01	-4,2E-03
PVC 1980-89	-3,6E-01	9,2E-03	3,0E-01	3,7E-01	-1,2E-02	-7,2E-03	7,5E-03	-1,0E-02	1,6E-01	-1,8E-02	7,8E-01	-5,4E-03	1,5E-03
PVC 1990-99	2,0E-02	-1,9E-01	2,1E-03	2,8E-03	1,2E-03	1,2E-01	9,6E-01	5,8E-03	-2,3E-03	7,3E-02	4,7E-03	1,4E-01	3,0E-02

PRILOGA 13: PREGLEDNICA EKVIVALENTNE HRPAVOSTI ZA INDUSTRIJSKO IZDELANE CEVI

APPENDIX 13: EQUIVALENT SAND GRAIN ROUGHNESS FOR COMMERCIAL PIPES

Preglednica P13.1: Preglednica ekvivalentne hrapavosti za industrijsko izdelane cevi (povzeto po Uršič, 2009)

Table A13.1: Equivalent sand grain roughness for commercial pipes (taken from Uršič, 2009)

Material cevi	Stanje cevi	$k_{s,eq}$ [mm] ³	$k_{s,eq}$ [mm] ³
baker, medenina, bron, aluminij, steklo, umetne snovi	nove, brez usedlin	0,002	<0,03
vlečene jeklene cevi	nove, brezšivne, toplo vlečene	0,02 – 0,10	0,05 – 0,10
	nove, brezšivne, hladno vlečene	0,02 – 0,10	0,05 – 0,10
	nove, brezšivne, valjane		0,10 – 0,20
	rahlo zarjavele		0,20 – 0,30
	zarjavele, po dolgoletni rabi		0,50 – 2
	zarjavele	0,40	>2
	močno zarjavele	3	
varjene jeklene cevi	nove, vzdolžno valjane	0,04 – 0,10	0,05 – 0,10
	nove, spiralno valjane	0,04– 0,10	0,10
	nove, prevlečene z bitumnom	0,05	0,03 – 0,05
	normalne, prevlečene z bitumnom		0,10 – 0,20
	enakomerno zarjavele	0,15	0,10 – 0,20
	zarjavele, po dolgoletni rabi	0,50	0,20 – 0,30
	zarjavele	0,15	0,50 – 2
	močno zarjavele	2 - 4	>2
pocinkane jeklene cevi	nove	0,07– 0,15	0,13
siva litina	nove	0,25 – 1	0,25
	nove, prevlečene z bitumnom	0,10– 0,15	0,03 – 0,05
	rabljene, rahlo zarjavele	1 – 1,5	1 – 1,5
	rabljene oziroma neprevlečene	1,5 - 4	> 1,5
betonske cevi	surove, neobdelane	1 - 3	
	zglajene	0,3 – 0,8	
azbestcement	nove oziroma prevlečene		>0,03
	rabljene oziroma neprevlečene		0,05