27.

SLOVENSKO DRŽAVNO PRVENSTVO V GRADBENI MEHANIKI

LJUBLJANA, 18. MAJ 2022

Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta *za gradbeništvo in geodezijo*

27. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki

Univerza v Ljubljani

Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

**Goran Turk, Dejan Zupan, Anita Ogrin,
Peter Češarek, Rado Flajs in Igor Planinc**

Ljubljana, 18. maj 2022

Avtorji: TURK, Goran; ZUPAN, Dejan; OGRIN, Anita; ČEŠAREK, Peter;
FLAJS, Rado; PLANINC, Igor
27. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki

Založnik: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo,
zanjo dekanja prof. dr. Violeta Bokan Bosiljkov

Oblikovanje naslovnice: SAJE, Veronika

Elektronska izdaja

Obseg: 29 strani

Cena: knjiga je brezplačna

Ljubljana, 2022

Katáložni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v
Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani

COBISS.SI-ID 137448963
ISBN 978-961-6884-80-8 (PDF)

27. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki Ljubljana 2022

Prvič po pandemiji s COVID-19 smo letos na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo organizirali 27. državno prvenstvo v gradbeni mehaniki. Prvenstvo je pripravil organizacijski odbor v sestavi:

Goran Turk,
Peter Češarek,
Rado Flajs,
Tomaž Hozjan,
Anita Ogrin,
Igor Planinc,
Dejan Zupan (vsi UL FGG),
Nevenka Cesar (Srednja gradbena in lesarska šola, Novo mesto),
Erika Broz Žižek (Šolski center Krško-Sevnica, Gimnazija Krško),
Matic Muc (Srednja elektro šola in tehniška gimnazija, Novo mesto),
Majda Pregl (Srednja gradbena, geodetska in okoljevarstvena šola, Ljubljana),
Marlenka Žolnir Petrič (Srednja šola za gradbeništvo in varovanje okolja, Celje).

Na tekmovanje smo povabili dijakinje in dijake tretjih in četrtih letnikov srednjih tehniških šol in tehniških gimnazij. Odbor je pripravil naloge za predtekmovanje in sklepno tekmovanje ter pregledal in ocenil izdelke tekmovalk in tekmovalcev.

Na predtekmovanje se je prijavilo 93 dijakinj in dijakov. Predtekmovalne naloge so na srednjih šolah reševali 20. aprila 2022. Osemindvajset najuspešnejših dijakinj in dijakov na predtekmovanju se je uvrstilo na sklepno tekmovanje, ki je potekalo 18. maja 2022 v prostorih Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani.

Na sklepno tekmovanje so se uvrstile naslednje dijakinje in dijaki:

Ime in priimek	Letnik	Šola	Mentor
Lan Mastnak	3	SŠGVO Celje	Marlenka Žolnir Petrič
Evelin Pivić	3	SŠGVO Celje	Marlenka Žolnir Petrič
Jure Vrhovnik	3	SŠGVO Celje	Marlenka Žolnir Petrič
Gregor Badalič	3	GZŠ Nova Gorica	Karlo Petrovčič
Eva Zankoč	3	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Timor Štrumelj	3	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Dženita Zahirović	3	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Gaja Marolt	3	SGGOŠ Ljubljana	Biljana Postolova
Matevž Žnidaršič	3	SGGOŠ Ljubljana	Biljana Postolova
Tarik Šabić	3	SGGOŠ Ljubljana	Biljana Postolova
Laura Drnovšek Škrbec	3	SGGOŠ Ljubljanaa	Biljana Postolova
Lory Kmetič	3	ŠCKS SŠ Krško	Erika Broz Žižek
Aljaž Gabrič	3	ŠCKS SŠ Krško	Erika Broz Žižek
Patrik Potrebuješ	3	SGLVŠ Novo mesto	Nevenka Cesar
Patrik Majhen	3	SGŠG Maribor	Maja Lorger
Luka Šadl	3	SGŠG Maribor	Maja Lorger
Žak Artelj	4	SŠGVO Celje	Marlenka Žolnir Petrič
Gal Golob	4	SŠGVO Celje	Marlenka Žolnir Petrič
Tarik Mujakić	4	SGGOŠ Ljubljana	Biljana Postolova
Luka Cedilnik	4	SGGOŠ Ljubljana	Biljana Postolova
Filip Škrk	4	SGGOŠ Ljubljana	Biljana Postolova
Maks Andrin	4	SEŠTG Novo mesto	Matic Muc
Nejc Hočevar	4	SEŠTG Novo mesto	Matic Muc
Tomaž Jadrič	4	SEŠTG Novo mesto	Matic Muc
Lenart Pustovrh	4	SEŠTG Novo mesto	Matic Muc
Iva Baša	4	SEŠTG Novo mesto	Matic Muc
Jakob Majer	4	SEŠTG Novo mesto	Matic Muc
Andraž Vene	4	SGLVŠ Novo mesto	Nevenka Cesar

KRATICE ŠOL:

SEŠTG Novo mesto	Srednja elektro šola in tehniška gimnazija Novo mesto
SGGOŠ Ljubljana	Srednja gradbena, geodetska in okoljevarstvena šola Ljubljana
SGLVŠ Novo Mesto	Srednja gradbena, lesarska in vzgojiteljska šola Novo mesto
SŠGVO Celje	Srednja šola za gradbeništvo in varovanje okolja Celje
ŠCKS SŠ Krško	Šolski center Krško-Sevnica, Srednja šola Krško
SGŠG Maribor	Srednja gradbena šola in gimnazija Maribor
GZŠ Nova Gorica	Gimnazija in zdravstvena šola Nova Gorica

Sklepno tekmovanje se je začelo 18. maja 2022 ob 11.00 v prostorih Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Po 120 minutah reševanja nalog so si tekmovalke in tekmovalci pod vodstvom Francija Čepona ogledali Konstrukcijsko prometni laboratorij. Predstavitev različnih poskusov na smrekovih nosilcih sta v istem laboratoriju pripravila gostujoča raziskovalca iz Španije Daniel Fernández Llana in Guillermo Íñiguez-González.

Medtem je komisija za ocenjevanje v sestavi Dejan Zupan, Tomaž Hozjan, Rado Flajs, Peter Češarek, Anita Ogrin in Igor Planinc, (vsi Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo) pregledala in ocenila naloge s sklepnega tekmovanja.

Po skupnem kosilu so bili popoldne v svečani dvorani Fakultete za gradbeništvo in geodezijo objavljeni rezultati. Priznanja in nagrade je dijakinjam in dijakom podelil prodekan UL FGG izr. prof. dr. Dušan Žagar.

Najuspešnejši na sklepnem tekmovanju so bili:

ime in priimek	**šola**	**nagrada**	**točke**
3. letnik			
Patrik Majhen	SGŠG Maribor	1. mesto	63
Timor Štrumelj	SGGOŠ Ljubljana	2. mesto	47
Luka Šadl	SGŠG Maribor	2. mesto	45
4. letnik			
Iva Baša	SEŠTG Novo mesto	1. mesto	68
Maks Andrin	SEŠTG Novo mesto	2. mesto	62
Nejc Hočevar	ŠCKS SŠ Krško	3. mesto	57
Andraž Vene	SGLVŠ Novo Mesto	3. mesto	57

V naslednjih dveh preglednicah prikazujemo nekatere podatke o tem, kako so dijakinje in dijaki reševali predtekmovalne naloge in naloge na sklepnem tekmovanju. Najvišja možna ocena za posamezno nalogo je 25 točk.

predtekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	5.44	13.24	4.56	8.82	32.06
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	15	25	25	25	65

predtekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	7.04	8.15	6.48	6.11	27.78
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	20	25	20	25	70

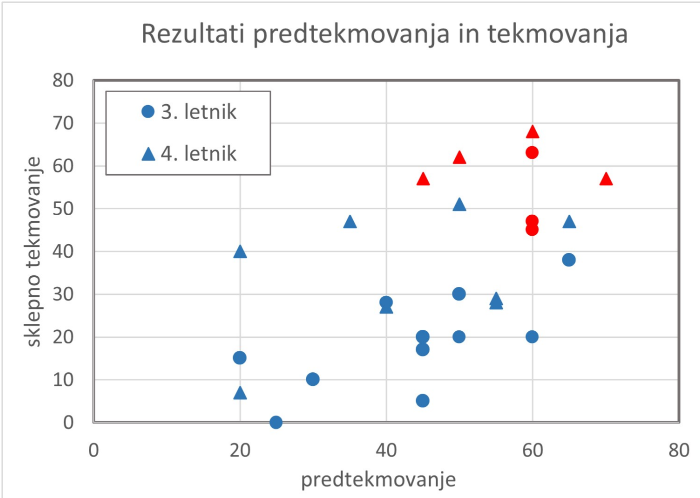
sklepno tekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	10.33	4.40	5.60	6.00	26.33
najnižja ocena	0	0	0	0	5
najvišja ocena	20	23	20	25	63

sklepno tekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	15.83	7.33	10.00	10.17	43.33
najnižja ocena	0	2	0	0	7
najvišja ocena	25	18	25	25	68

Glede na povprečne ocene posameznih nalog na predtekmovanju lahko sklepamo, da sta bili za tretje letnike težji 1. in 3. naloga. Dijakinjam in dijakom četrtih letnikov so bile vse naloge težke, saj so povprečne ocene vsake od štirih nalog pod 10 točkami (od 25).

Na sklepnem tekmovanju so bile povprečne ocene v tretjih letnikih nekoliko nižje kot na predtekmovanju, nekoliko boljše pa so se odrezali četrti letniki. Dijaki tretjih letnikov so bolje reševali 1. nalogo, težji so bile preostale tri. Pri četrtih letnikih je bila glede na povprečne rezultate nalog najtežja 2. naloga, tretja in četrta sta bili nekoliko lažji, najbolje pa so dijaki reševali 1. nalogo.

Zgovoren je graf rezultatov s predtekmovanja in tekmovanja. Vidimo lahko, da je boljši rezultat na predtekmovanju najpogosteje pomenil tudi boljši rezultat na sklepnem tekmovanju. Na sliki so z rdečo označeni rezultati tistih, ki so dobili nagrado na sklepnem tekmovanju. Vsi so bili med boljšimi tudi na predtekmovanju.



Oglejmo si še, koliko tekmovalk in tekmovalcev je povsem pravilno rešilo posamezne naloge.

Na predtekmovanju tretjih letnikov je četrto nalogo povsem pravilno rešilo kar 7 udeležencev, drugo pa 5. Pri četrtih letnikih je četrto nalogo pravilno rešilo 6 udeležencev, vse druge pa so bile pretežke, saj kar treh nalog na predtekmovanju ni rešil nihče.

Na sklepnem tekmovanju je le malo dijakov povsem pravilno rešilo posamezno nalogo. Najboljši rezultati so bili pri prvi nalogi za 4. letnike, ki jo je pravilno rešilo 5 udeležencev. Pri vseh ostalih nalogah je le kak dijak pravilno rešil nalogo, kar štirih nalog s sklepnega tekmovanja pa ni pravilno rešil noben dijak.

Število tekmovalk in tekmovalcev, ki so pravilno rešili posamezne naloge			
predtekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
0	5	3	7
predtekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
0	1	0	6

sklepno tekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
0	0	0	1
sklepno tekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
5	0	2	2

Tekmovanje financira:
Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.

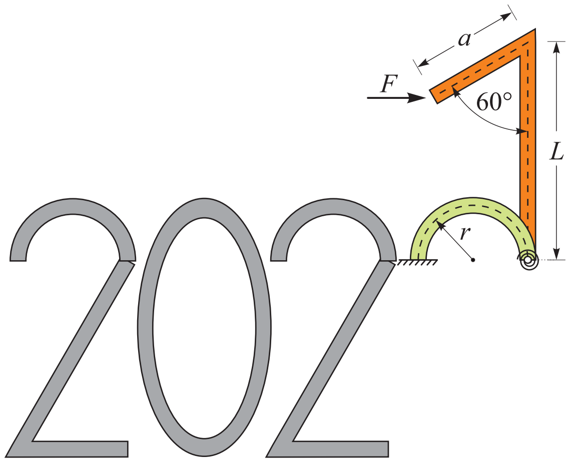
Informacije o tekmovanju lahko najdete tudi na spletni strani:
`http://km.fgg.uni-lj.si/tekma/`.

Naloge s predtekmovanja za 3. letnike

1. naloga

Organizatorji silvestrovanja so si zamislili, da bodo ob polnoči znak za letnico 2021 spremenili v 2022.

V ta namen so enico sestavili iz dveh togih teles, ki sta med seboj členkasto povezani. To členkasto povezavo pa so ojačali s polžasto vzmetjo, kot kaže slika.

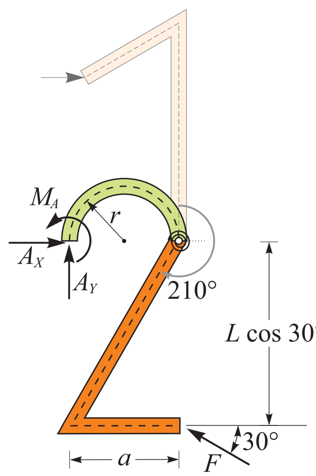


Glede na nedeformirano lego je F vodoravna, nato smer sile sledi obračanju togega dela.

Določite silo F, ki deluje na enico tako, da bo v deformirani legi iz nje nastala dvojka. Določite tudi reakcije v podpori.

Podatki: $L = 0.8$ m, $r = 0.2$ m, $a = 0.4$ m, $k_\varphi = 40$ Nm/rad.

Rešitev: Če želimo prečni del številke premakniti tako, da se bo oblikovala številka ”2”, ga moramo zasukati za $210° = 7\pi/6$, tako kot kaže slika.



Moment, ki ga povzroči sila F in nastopi v polžasti vzmeti je enak produktu zasuka in togosti vzmeti:

$$M = F \cos 30° \, L = k_\varphi \, 7\pi/6 = 146.6 \, \mathrm{Nm}.$$

Od tod lahko izračunamo zahtevano silo F

$$F = \frac{k_\varphi \, 7\pi/6}{L \cos 30°} = 211.6 \, \mathrm{N}.$$

Odstranimo podporo in predpostavimo reakcije A_X, A_Y in M_A. Iz ravnotežnih pogojev v smereh X in Y ter iz momentnega ravnotežnega pogoja glede na točko

A, lahko izračunamo vse reakcije v podpori A:

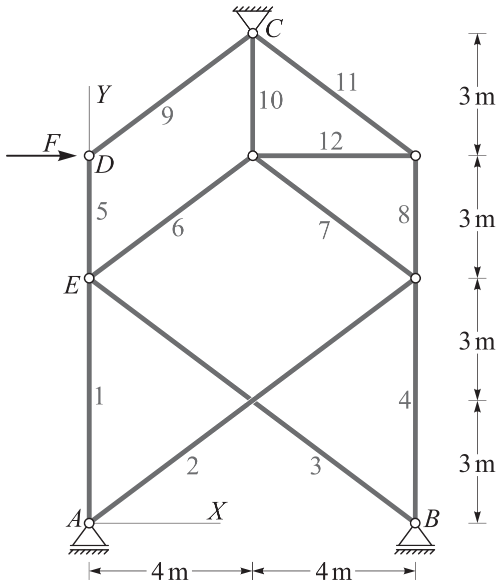
$$\sum X = 0 \quad \to \quad A_X - F\,\cos 30^\circ = 0 \quad \to \quad A_X = 183.3\,\mathrm{N},$$
$$\sum Y = 0 \quad \to \quad A_Y + F\,\sin 30^\circ = 0 \quad \to \quad A_Y = -105.8\,\mathrm{N},$$
$$\sum M_Z^A = 0 \quad \to \quad M_A + F\,\sin 30^\circ\,a - F\,\cos 30^\circ\,L\,\cos 30^\circ = 0 \quad \to$$
$$\to \quad M_A = 84.6\,\mathrm{Nm}.$$

2. naloga

Paličje na sliki je obteženo le s silo $F = 10\,\mathrm{kN}$. Palici 2 in 3 sta mimobežni.

Določite vse osne sile v paličju.

(Namig: Najprej ugotovite, v katerih palicah so osne sile enake nič.)



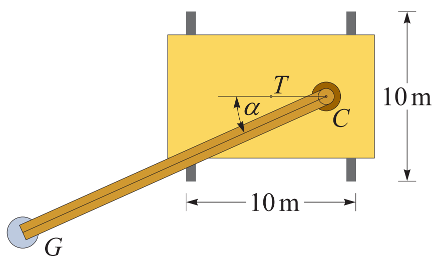
Rešitev: Hitro lahko ugotovimo, v katerih palicah so osne sile enake nič: To so palice 2, 3, 6, 7, 10, 12, 8, 11 in 4. Od nič različne so le osne sile v palicah 1, 5, in 9. Te sile izračunamo iz ravnotežnih pogojev za vozlišči D in E.

$$\sum_D X = 0 \quad \to \quad 4/5\,N_9 + F = 0 \quad \to \quad N_9 = -5/4\,F = -12.5\,\mathrm{kN},$$
$$\sum_D Y = 0 \quad \to \quad 3/5\,N_9 - N_5 = 0 \quad \to \quad N_5 = 3/5\,N_9 = -7.5\,\mathrm{kN},$$
$$\sum_E Y = 0 \quad \to \quad N_1 - N_5 = 0 \quad \to \quad N_1 = N_5 = -7.5\,\mathrm{kN}.$$

3. naloga

Pri gradbenih delih zelo pogosto uporabljamo avtodvigalo. Eno od tveganj pri uporabi takega dvigala je prevrnitev le-tega. Da zmanjšamo možnost prevrntive, so vsa avtodvigala opremeljena s podpornimi nogami, ki stabilizirajo podlago, kot je prikazano na srednji sliki.

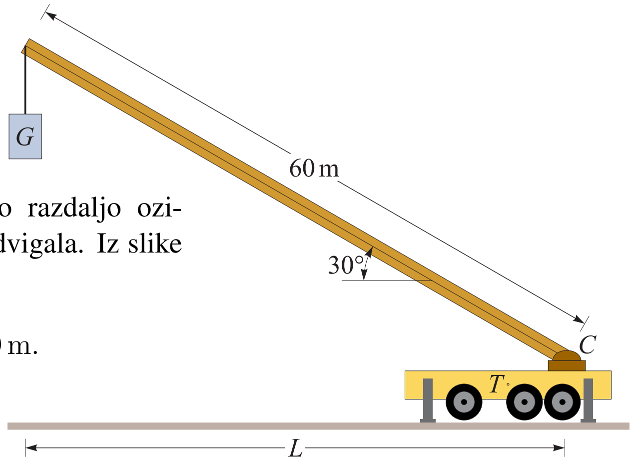
Masa takega avtodvigala je 28 t. Lega težišča je na sredini avtodvigala, na sliki je označena s točko T. Določite največje breme G, pri katerem se dvigalo še ne prevrne. Pri tem upoštevajte, da je teleskopska ročica raztegnjena do maksimalnega dosega 60 m in pod naklonom 30° glede na vodoravno podlago.



Razdalja med težiščem dvigala T in osjo teleskopske ročice C je $\overline{TC} = 3\,\mathrm{m}$. Obravnavajte primer, ko je tlorisna lega ročice vzporedna smeri TC ($\alpha = 0°$), in primer, ko je lega pravokotna na TC ($\alpha = 90°$).

Rešitev: Določimo najprej silo teže dvigala, ki deluje v težišču kvadrata $10 \times 10\,\mathrm{m}$:

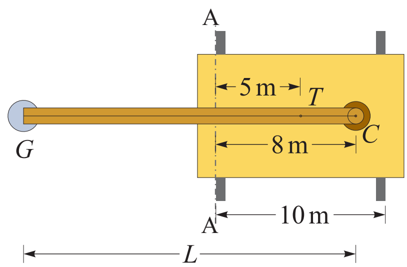
$$G_d = 28000\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 280000\,\mathrm{N} = 280\,\mathrm{kN}.$$



Nato določimo vodoravno razdaljo oziroma doseg L ročice avtodvigala. Iz slike lahko vidimo, da je

$$L = 60\,\cos 30^\circ = 51.9\,\mathrm{m}.$$

Dvigalo se lahko prevrne le okoli podpornih nog, ki tvorijo kvadrat s stranico $10\,\mathrm{m}$.

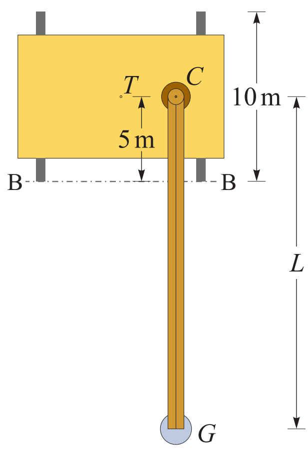


Če je zasuk dvigala $\alpha = 0^\circ$, se dvigalo lahko prevrne le okoli osi A-A, zato zapišemo ravnotežni pogoj okoli te osi:

$$\sum_{\text{A-A}} M = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad G(L-8) - G_d\,5 = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad G = \frac{5\,G_d}{L-8} = 31.8\,\mathrm{kN}.$$



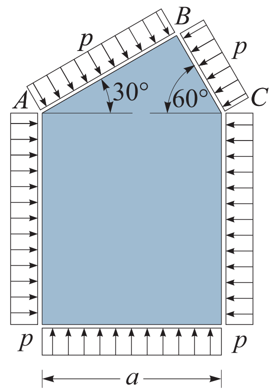
Če je zasuk dvigala $\alpha = 90^\circ$, se dvigalo lahko prevrne le okoli osi B-B, zato zapišemo ravnotežni pogoj okoli te osi:

$$\sum_{\text{B-B}} M = 0 \quad \rightarrow \quad G(L-5) - G_d\,5 = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad G = \frac{5\,G_d}{L-5} = 29.8\,\mathrm{kN}.$$

4. naloga

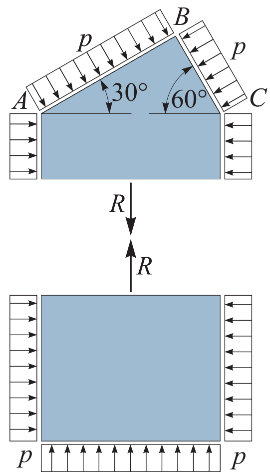
Tanka ploščica debeline $d = 5\,\mathrm{mm}$ tlorisne oblike, prikazane na sliki, miruje na dnu morja v globini $h = 100\,\mathrm{m}$. Na vseh zunanjih robovih je obtežena s hidrostatično tlačno obtežbo $p = \rho\, g\, h$.



Določi rezultanto zunanje tlačne obtežbe na trikotnem delu ABC ploščice.

Podatki: $a = 10\,\mathrm{cm}$, $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$,
$g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.

Rešitev: Če ploščico v mislih prerežemo tako, kot kaže slika, vidimo, da mora biti rezultanta R enaka na obeh delih ploščice.



Ker je spodnji del geometrijsko bolj preprost, iz ravnotežnega pogoja z navpično smer izračunamo rezultanto za spodnji del:

$$R = p\, a\, d = \rho g h\, a\, d = 500\,\mathrm{N}.$$

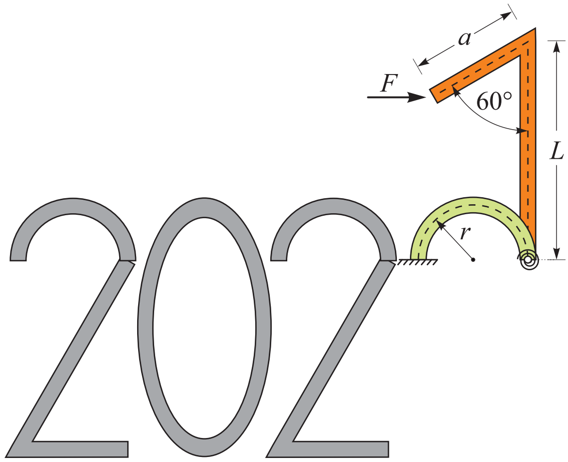
Naloge s predtekmovanja za 4. letnike

1. naloga

Organizatorji silvestrovanja so si zamislili, da bodo ob polnoči znak za letnico 2021 spremenili v 2022.

V ta namen so enico sestavili iz dveh togih teles, ki sta med seboj členkasto povezani. To členkasto povezavo pa so ojačali s polžasto vzmetjo, kot kaže slika.

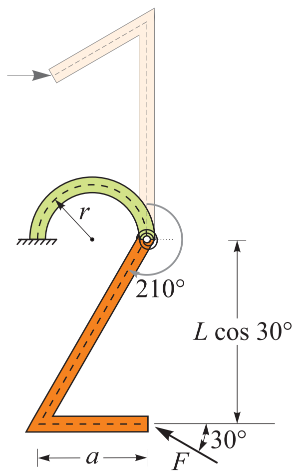
Sila F je v nedeformirani legi vodoravna, nato smer sile sledi obračanju togega dela.



Določite silo F, ki deluje na enico tako, da bo v deformirani legi iz nje nastala dvojka. Izračunajte delo, ki ga sila F opravi pri postavitvi prave letnice. (Namig: izračunajte elastično energijo, ki je potrebna za zasuk vijačne vzmeti.)

Podatki: $L = 0.8$ m, $r = 0.2$ m, $a = 0.4$ m, $k_\varphi = 40$ Nm/rad.

Rešitev: Če želimo prečni del številke premakniti tako, da se bo oblikovala številka "2", ga moramo zasukati za $\alpha = 210° = 7\pi/6$ tako, kot kaže slika.



Moment, ki ga povzroči sila F v polžasti vzmeti je enak produktu zasuka in togosti vzmeti:

$$M = F\,\cos 30°\,L = k_\varphi\,7\pi/6 = 146.6\,\mathrm{Nm}.$$

Od tod lahko izračunamo zahtevano silo F

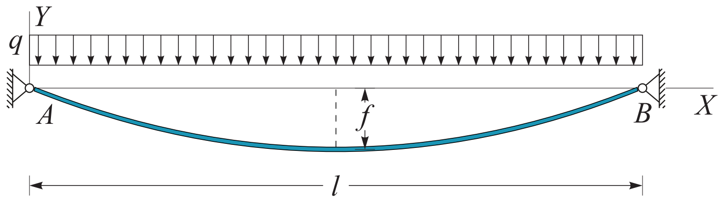
$$F = \frac{k_\varphi\,7\pi/6}{L\,\cos 30°} = 211.6\,\mathrm{N}.$$

Delo sile F najlažje izračunamo tako, da določimo spremembo elastične energije v vijačni vzmeti. Ker izgub energije ni, je ta enaka delu, ki jo opravi sila F.

$$W = \frac{k_\varphi\,\alpha^2}{2} = 269\,\mathrm{Nm} = 269\,\mathrm{J}.$$

2. naloga

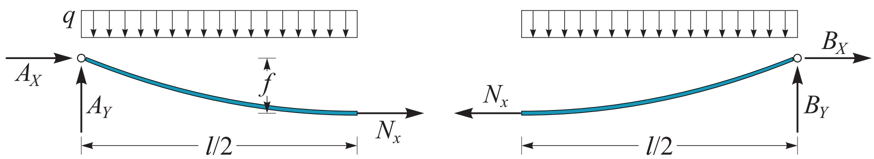
Brv za pešce, ki premošča dolino širine $l = 500$ m, je na konceh vpeta na betonska opornika. Obtežena je z lastno težo $q = 2$ kN/m, zaradi katere so na sredini razpona brvi izmerili poves velikosti $f = 10$ m.



Betonska opornika modeliramo z nepomičnima podporama, brv pa z modelom vrvi, za katerega predpostavimo, da prenaša samo osne sile. Zaradi relativno majhnega povesa $f/l = 0.02$ lahko upoštevamo, da lastna teža deluje na tlorisno dolžino vrvi, kot prikazuje slika.

Določite sile (reakcije) brvi na betonska opornika. (Namig: Določite najprej osno silo v temenu vrvi.)

Rešitev: Upoštevamo, da vrv lahko prevzame le natezno osno silo, vse druge notranje sile so enake nič. Zato konstrukcijo iz vrvi na sredini prerežemo in predpostavimo le osno silo N_x. Hkrati odstranimo tudi podpore in predpostavimo reakcije v podporah A_X, A_Y, B_X in B_Y. Iz ravnotežnih pogojev za levi del brvi lahko določimo osno silo v temenu in reakcije v podpori A. Reakcije v podpori B so zaradi simetrije konstrukcije po velikosti enake.



$$\sum_{\text{levi}} M^A = 0 \quad \rightarrow \quad N_x\, f - q\,\frac{l}{2}\,\frac{l}{4} = 0 \quad \rightarrow \quad N_x = \frac{q\,l^2}{8\,f} = 6250\,\text{kN},$$

$$\sum_{\text{levi}} X = 0 \quad \rightarrow \quad A_X + N_x = 0 \quad \rightarrow \quad A_X = -N_x = -6250\,\text{kN},$$

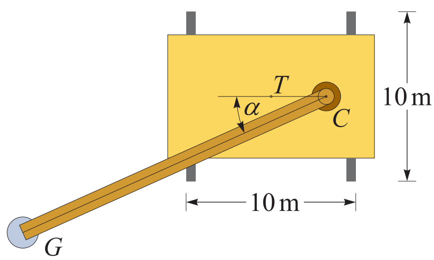
$$\sum_{\text{levi}} Y = 0 \quad \rightarrow \quad A_Y - q\,\frac{l}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad A_Y = q\,\frac{l}{2} = 500\,\text{kN}.$$

3. naloga

Pri gradbenih delih zelo pogosto uporabljamo avtodvigalo. Eno od tveganj pri uporabi takega dvigala je prevrnitev le-tega. Da zmanjšamo možnost prevrntive, so vsa avtodvigala opremeljena s podpornimi nogami, ki stabilizirajo podlago, kot je prikazano na srednji sliki.



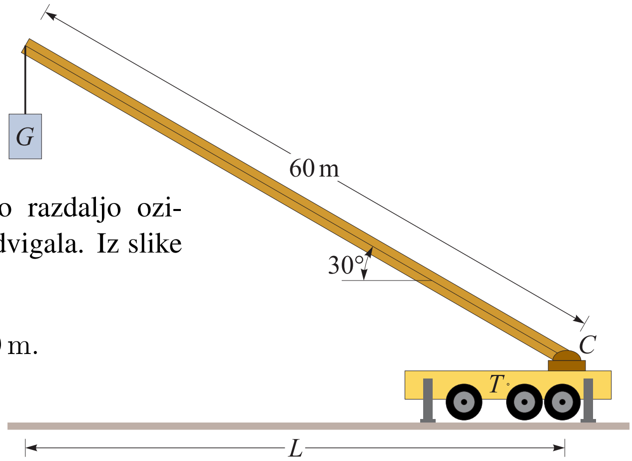
Masa takega avtodvigala je 28 t. Lega težišča je na sredini avtodvigala, na sliki je označena s točko T. Določite največje breme G, pri katerem se dvigalo še ne prevrne. Pri tem upoštevajte, da je teleskopska ročica raztegnjena do maksimalnega dosega 60 m in pod naklonom 30° glede na vodoravno podlago.



Razdalja med težiščem dvigala T in osjo teleskopske ročice C je $\overline{TC} = 3\,\mathrm{m}$. Obravnavajte vsaj štiri primere pri različnih kotih α in skicirajte graf zveze med kotom α in največjim bremenom.

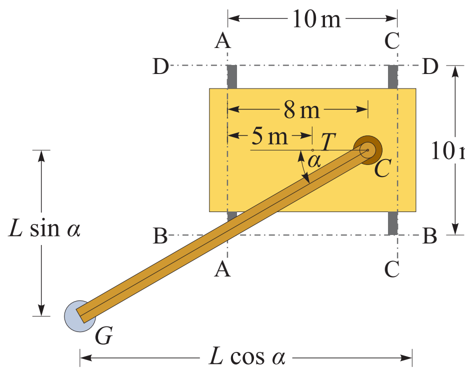
Rešitev: Določimo najprej silo teže dvigala, ki deluje v težišču kvadrata $10 \times 10\,\mathrm{m}$:

$$G_d = 28000\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 280000\,\mathrm{N} = 280\,\mathrm{kN}.$$



Nato določimo vodoravno razdaljo oziroma doseg L ročice avtodvigala. Iz slike lahko vidimo, da je

$$L = 60\ \cos 30^\circ = 51.9\,\mathrm{m}.$$



Pri legi dvigala $0 \le \alpha \le \pi/2$, se dvigalo lahko prevrne okoli osi A-A ali okoli osi B-B. Pri legi dvigala $\pi/2 \le \alpha \le \pi$, pa se lahko prevrne okoli osi B-B ali C-C. Za kote $\pi \le \alpha \le 3\pi/2$, sta pomembni osi C-D in D-D, za kote $3\pi/2 \le \alpha \le 2\pi$, pa sta pomembni osi D-D in A-A,

Merodajna je po absolutni vrednosti manjša vrednost sile G.
Za vrednosti $0 \le \alpha \le \pi/2$ velja:

$$\sum_{\text{A-A}} M = 0 \quad \to \quad G(L\ \cos\alpha - 8) - G_d\,5 = 0 \quad \to \quad G = \frac{5\,G_d}{L\ \cos\alpha - 8},$$

$$\sum_{\text{B-B}} M = 0 \quad \to \quad G(L\ \sin\alpha - 5) - G_d\,5 = 0 \quad \to \quad G = \frac{5\,G_d}{L\ \sin\alpha - 5}.$$

Za vrednosti $\pi/2 \le \alpha \le \pi$ velja:

$$\sum_{\text{C-C}} M = 0 \quad \to \quad G(L\ \cos\alpha + 3) + G_d\,5 = 0 \quad \to \quad G = -\frac{5\,G_d}{L\ \cos\alpha + 3},$$

$$\sum_{\text{B-B}} M = 0 \quad \to \quad G(L\ \sin\alpha - 5) - G_d\,5 = 0 \quad \to \quad G = \frac{5\,G_d}{L\ \sin\alpha - 5}.$$

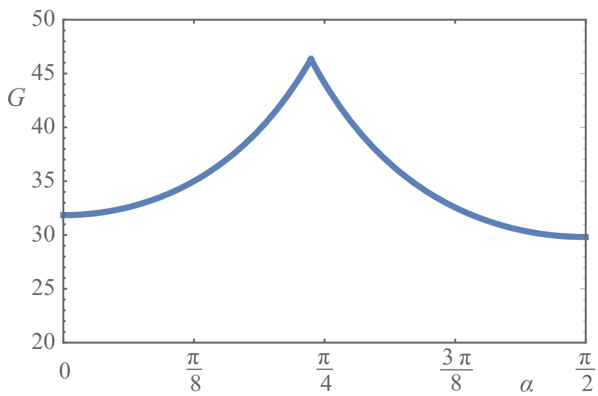
Za vrednosti $\pi \leq \alpha \leq 3\pi/2$ velja:

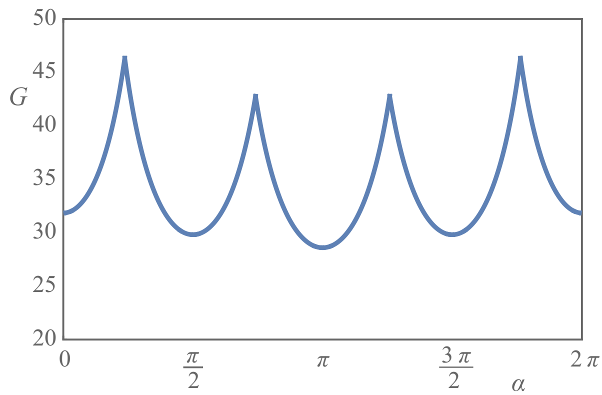
$$\sum_{\text{C-C}} M = 0 \quad \rightarrow \quad G(L\,\cos\alpha + 3) + G_d\, 5 = 0 \quad \rightarrow \quad G = -\frac{5\, G_d}{L\,\cos\alpha + 3},$$
$$\sum_{\text{D-D}} M = 0 \quad \rightarrow \quad G(L\,\sin\alpha + 5) + G_d\, 5 = 0 \quad \rightarrow \quad G = -\frac{5\, G_d}{L\,\sin\alpha + 5}.$$

Za vrednosti $3\pi/2 \leq \alpha \leq 2\pi$ pa velja:

$$\sum_{\text{D-D}} M = 0 \quad \rightarrow \quad G(L\,\sin\alpha + 5) + G_d\, 5 = 0 \quad \rightarrow \quad G = -\frac{5\, G_d}{L\,\sin\alpha + 5},$$
$$\sum_{\text{A-A}} M = 0 \quad \rightarrow \quad G(L\,\cos\alpha - 8) - G_d\, 5 = 0 \quad \rightarrow \quad G = \frac{5\, G_d}{L\,\cos\alpha - 8}.$$

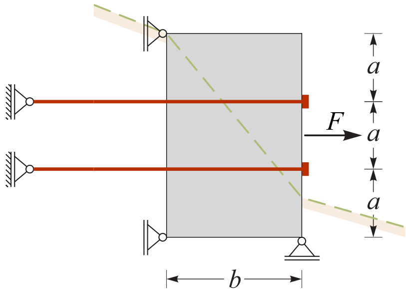
Ko izračunamo nekaj vrednosti pri različnih kotih α, lahko narišemo graf odvisnosti med lego dvigala in največjim bremenom, ki ga dvigalo pri tolikšnem dosegu lahko dvigne. Rezultate prikazujemo za kot α od 0 do $\pi/2$ in za celoten krog, torej za kot α od 0 do 2π.





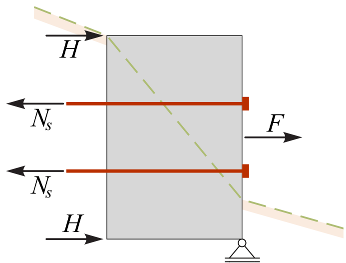
4. naloga

Tog betonski temelj je podprt z dvema geotehničnima sidroma, ki sta prednapeta s silo $N_s = 2000$ kN. Vpliv zemljine na temelj nadomestimo s pomičnimi podporami, ki pa lahko prevzamejo samo tlačne obremenitve. Podpori sider lahko prevzameta tudi natezne obremenitve.



Ko je temelj prednapet, ga obremenimo s silo F. Kolikšna je lahko največja velikost sile F, da ni presežena nosilnost geotehničnih sider $N_c = 2500$ kN.

Rešitev: Vpliv zemljine za betonskim blokom nadomestimo z dvema enakima vodoravnima silama H, vpliv geotehniških sider pa z dvema enakima vodoravnima silama N_s.



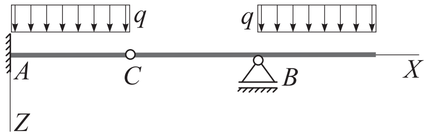
Obravnavajmo tri stanja ob večanju obtežbe F:

- Začetno stanje: sila F je enaka nič, sili na zemljino sta enaki sili prednapenjanja $H = N_s$,
- Vmesno stanje: sila F je večja kot nič, tudi sili na zemljino sta večji od nič $H = N_s - F/2$,
- Končno stanje: zemljina ni več v stiku z betonskim temeljem, zato sta sili H enaki nič. Obtežba je sedaj $F = 2\,N_s \leq 2\,N_c = 5000\,\text{kN}$.

Naloge s sklepnega tekmovanja za 3. letnike

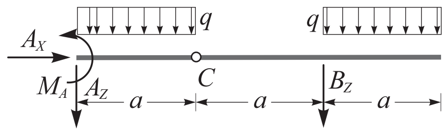
1. naloga

Za nosilec na sliki izračunajte reakcije v podporah, sile v vezi ter notranje statične količine. Te prikažite v obliki diagramov.



Podatki: $a = 3\,\mathrm{m}$, $q = 10\,\mathrm{kN/m}$.

Rešitev: Podpore odstranimo in njihov vpliv nadomestimo z reakcijami A_X, A_Z, M_A in B_Z, kot kaže slika.



Iz ravnotežnih enačb izračunamo neznane reakcije

$$\sum_{\text{desni del}} M_y^C = 0 \quad \rightarrow \quad -q\,a\,\frac{3a}{2} - B_Z\,a = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad B_Z = -q\frac{3a}{2} = -45\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_{\text{cela}} Z = 0 \quad \rightarrow \quad -q\,a - q\,a - A_Z - B_Z = 0 \quad \rightarrow$$

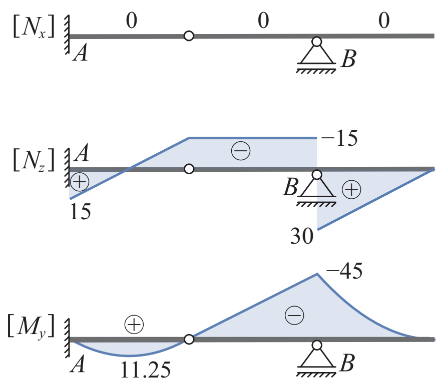
$$\rightarrow \quad A_Z = -2\,q\,a - B_Z = -15\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_{\text{cela}} A = 0 \quad \rightarrow \quad A_X = 0,$$

$$\sum_{\text{levi del}} M_y^C = 0 \quad \rightarrow \quad M_A + A_Z\,a + q\,a\frac{a}{2} = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad M_A = -A_Z\,a - q\frac{a^2}{2} = 0\,\mathrm{kNm}.$$

Notranje sile vzdolž osi nosilca dobimo tako, da konstrukcijo prerežemo v polju in zapišemo ravnotežne enačbe za levi ali za desni del. Rezultate prikazujemo v diagramih.

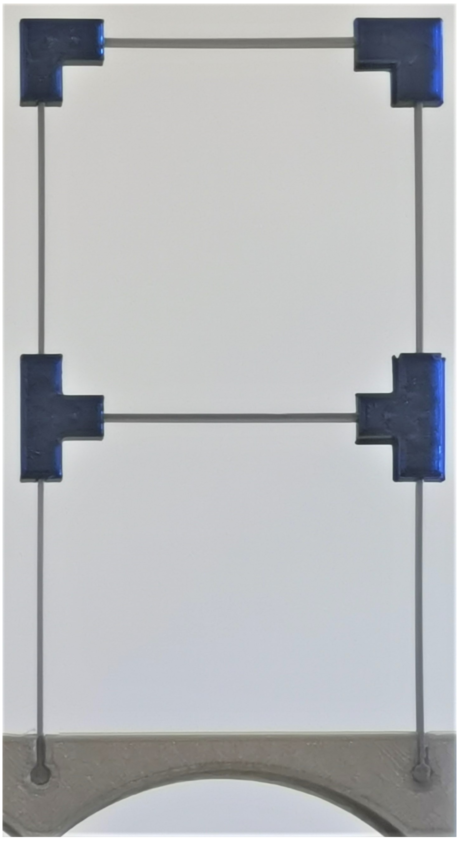


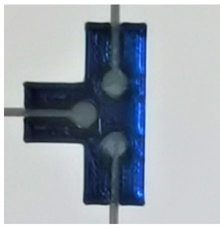
2. naloga

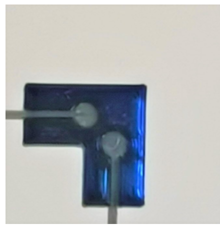
Fotografije prikazujejo majhno konstrukcijo in njene sestavne dele.

Narišite ustrezen linijski model konstrukcije in določite stopnjo statične nedoločenosti. Predpostavite, da je konstrukcija obtežena le z dvema vodoravnima točkovnima silama v obeh etažah. Skicirajte približno sliko diagramov upogibnih momentov.

Namig: Na konstrukciji lahko fizično preverite, kako se pod vplivom take obtežbe deformira. To je dobra osnova za določitev približnih diagramov upogibnih momentov, saj vemo, na kateri strani nosilcev so nategnjena vlakna, vemo pa tudi, da so diagrami upogibnih momentov linearni.



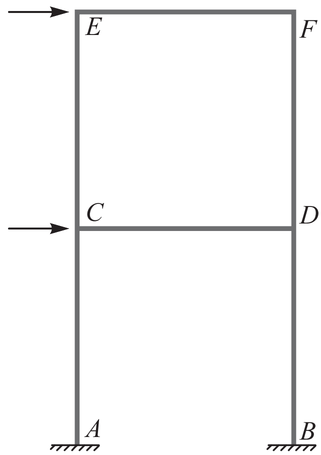




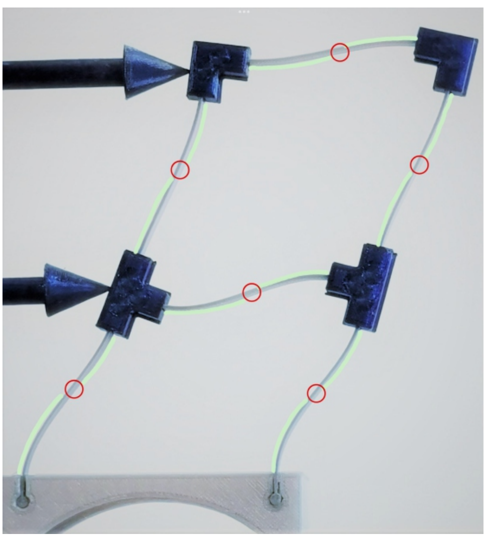
Rešitev: Linijski model konstrukcije je prikazan na sliki. V točkah A in B sta vpeti podpori, vezi v točkah C, D, E in F so vse toge vezi, ki preprečijo medsebojne pomike in zasuke konstrukcijskih elementov. Če konstrukcijo v mislih razstavimo na štiri elemente $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CD}$ in $\overline{EF}$, lahko stopnjo statične nedoločenosti izračunamo po naslednji enačbi:

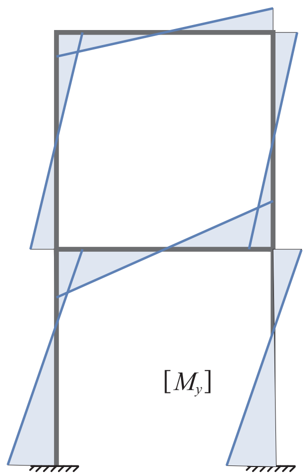
$$n = 2 \cdot 3 + 4 \cdot 3 - 4 \cdot 3 = 6,$$

kjer smo upoštevali, da ima konstrukcija dve vpeti podpori, štiri toge vezi in štiri linijske elemente.



Iz fotografije deformirane konstrukcije vidimo, na kateri strani nosilcev so nategnjena vlakna – na fotografiji so označene z zeleno krivuljo. Na tisto stran narišemo tudi diagrame upogibnih momentov. V točkah prevoja deformirane lege nosilcev je upogibni moment enak nič – na fotografiji so te točke označene z rdečim krogom. Ker vzdolž elementov ni linijske prečne obtežbe, so diagrami upogibnih momentov linearni. Na osnovi tega lahko narišemo skico upogibnih momentov na 6-krat statično nedoločeni linijski konstrukciji.

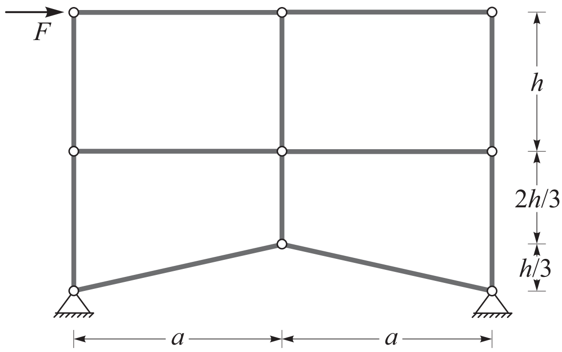




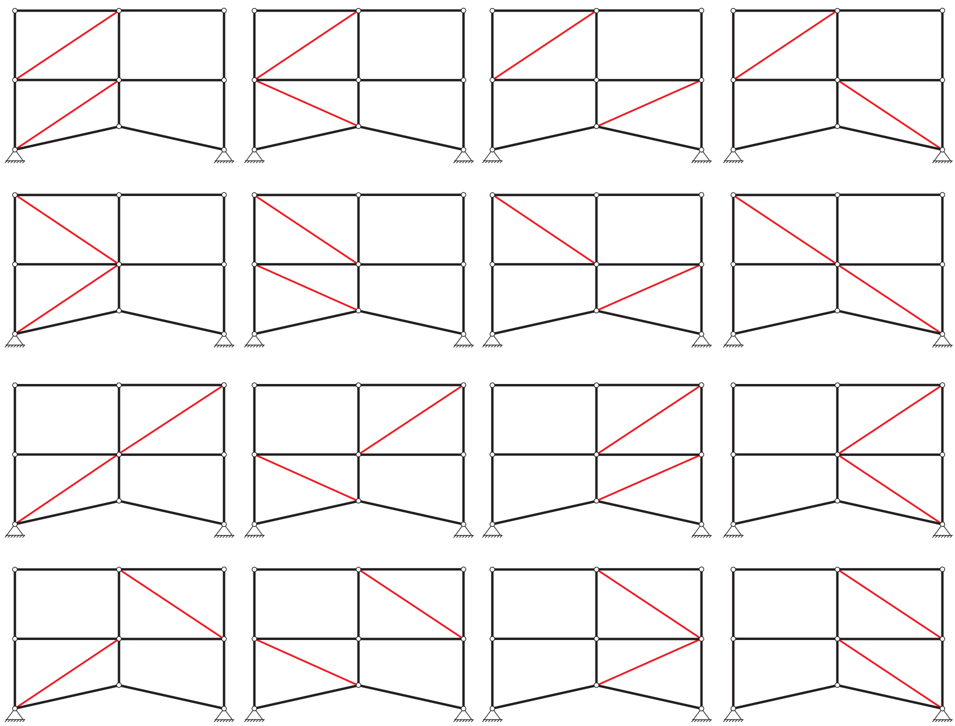
3. naloga

Paličje na sliki je labilno, vendar mu smeš dodati še dve diagonali. Določi vse možne načine dodajanja natanko dveh diagonal, da dobljeno paličje ne bo labilno. Odgovore utemelji!

Podatki: $a = 3\,\mathrm{m}$, $h = 2\,\mathrm{m}$, $F = 15\,\mathrm{kN}$.



Rešitev: Če dodatne palice postavimo tako, da damo eno v prvo etažo, drugo pa v drugo, bo konstrukcija mirovala. Na ta način smo konstrukcijo enakomerno stabilizirali. Če bi obe palici dali v prvo etažo, bi spodnjo etažo pretirano povezali, zgornja pa bi se lahko lahko premikala. Podobno velja, če damo obe palici v zgornjo etažo. Risbe vseh možnih postavitev dodatnih palic, da konstrukcija miruje, so prikazane na naslednji sliki.



4. naloga

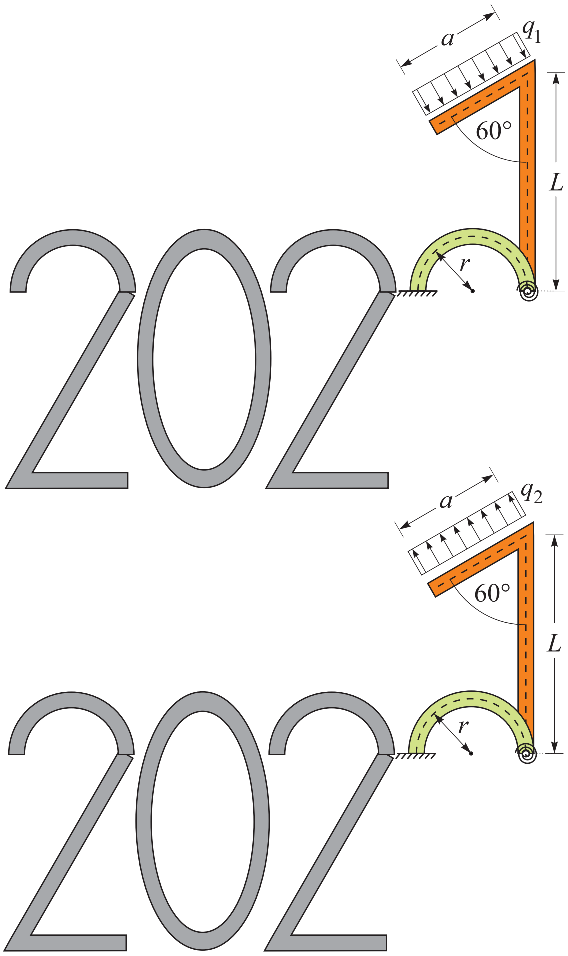
Organizatorji silvestrovanja so si zamislili, da bodo ob polnoči znak za letnico 2021 spremenili v 2022.

V ta namen so enico sestavili iz dveh togih teles, ki sta med seboj členkasto povezani. To členkasto povezavo pa so ojačali s polžasto vzmetjo, kot kaže slika.

Enico bomo spremenili v dvojko z linijsko obtežbo q_1 oziroma q_2, kot kažeta sliki. Ti linijski obtežbi sledita vrtenju dela konstrukcije tako, da je vedno pravokotna na spodnji del dvojke. Ugotovite, za katero smer vrtenja potrebujemo manjšo obtežbo (q_1 ali q_2).

Za ta primer določi obtežbo, ki je potrebna, da se naredi dvojka. Določite tudi reakcije v podpori.

Podatki: $L = 0.8$ m, $r = 0.2$ m, $a = 0.4$ m, $k_\varphi = 40$ Nm/rad.

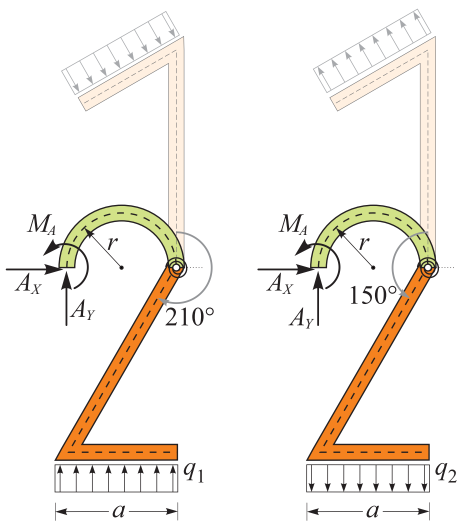


Rešitev: Če želimo del številke zavrteti tako, da se bo oblikovala številka "2", ga moramo v primeru obtežbe q_1 zavrteti za kot $210° = 7\pi/6$, in za kot $150° = 5\pi/6$, če ga obtežimo s q_2.

Moment, ki ga povzroči obtežba q_1 oziroma q_2 v polžasti vzmeti, je enak produktu zasuka in togosti vzmeti:

$$M_1 = q_1 \frac{a^2}{2} = k_\varphi \frac{7\pi}{6} = 146.6\,\mathrm{Nm}.$$

$$M_2 = q_2 \frac{a^2}{2} = k_\varphi \frac{5\pi}{6} = 104.7\,\mathrm{Nm}.$$



Iz teh dveh enačb lahko izračunamo zahtevani obtežbi q_1 in q_2

$$q_1 = \frac{k_\varphi \, 7\pi/6}{a^2/2} = 1.8\,\mathrm{kN/m}, \qquad q_2 = \frac{k_\varphi \, 5\pi/6}{a^2/2} = 1.3\,\mathrm{kN/m}.$$

Kot vidimo, je obtežba q_2 manjša od q_1. To je pričakovano, saj je za tvorjenje dvojke s q_2 potreben manjši zasuk in je posledično moment v polžasti vzmeti manjši.

Odstranimo podporo in predpostavimo reakcije A_X, A_Y in M_A. Iz ravnotežnih pogojev v smereh X in Y ter iz momentnega ravnotežnega pogoja glede na točko A, lahko izračunamo vse reakcije v podpori A. Za obtežbo q_1 so reakcije:

$$\begin{aligned}
\sum X = 0 \quad &\rightarrow \quad A_X = 0 \\
\sum Y = 0 \quad &\rightarrow \quad A_Y + q_1\, a = 0 \quad \rightarrow \quad A_Y = -733\,\mathrm{N}, \\
\sum M_Z^A = 0 \quad &\rightarrow \quad M_A + q_1\, a\, \frac{a}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad M_A = -147\,\mathrm{Nm},
\end{aligned}$$

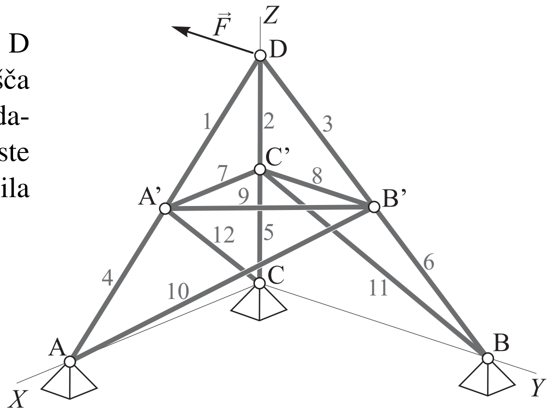
za obtežbo q_2 so:

$$\begin{aligned}
\sum X = 0 \quad &\rightarrow \quad A_X = 0 \\
\sum Y = 0 \quad &\rightarrow \quad A_Y - q_2\, a = 0 \quad \rightarrow \quad A_Y = 524\,\mathrm{N}, \\
\sum M_Z^A = 0 \quad &\rightarrow \quad M_A - q_2\, a\, \frac{a}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad M_A = 105\,\mathrm{Nm}.
\end{aligned}$$

Naloge s sklepnega tekmovanja za 4. letnike

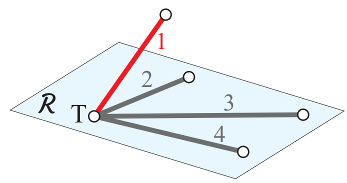
1. naloga

Prostorsko paličje je v vozlišču D obteženo s silo $\vec{F} = -F\vec{e}_Y$. Vozlišča A', B' in C' ležijo na razpoloviščih daljic AD, BD in CD. Določi vse tiste palice v paličju, v katerih je osna sila enaka nič.

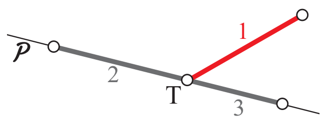


Namig: Uporabi Pravila 1, 2 in 3.

Pravilo 1: Če se v NEOBTEŽENEM vozlišču stikajo palice, od katerih vse, razen ene ležijo v eni ravnini, potem je osna sila v palici, ki leži izven te ravnine, enaka nič. Na sliki desno je osna sila v palici 1 enaka nič, ker palice 2, 3 in 4 ležijo v ravnini $\mathcal{R}$, palica 1 pa ne leži v tej ravnini.



Pravilo 2: Če se v NEOBTEŽENEM vozlišču stikajo tri palice, od tega dve kolinearni (ležita na isti premici $\mathcal{P}$), je osna sila v nekolinearni palici enaka nič, osni sili v kolinearnih palicah pa sta enaki. Na sliki desno je osna sila v palici 1 enaka nič, osni sili v palicah 2 in 3 pa sta enaki.



Pravilo 3: Ko ugotovimo, da je sila v palici enaka nič, jo lahko v mislih odstranimo iz paličja in nadaljujemo z iskanjem neobremenjenih palic v drugih vozliščih.

Rešitev: Zaporedoma uporabimo Pravilo 1. V vozlišču A' ležijo palice 1, 4, 7 in 12 v ravnini XZ, palica 9 edina ne leži v tej ravnini, zato je sila $N_9 = 0$. Podobno je v vozlišču B' $N_{10} = 0$, v vozlišču C' pa je $N_7 = 0$.

Če upoštevamo, da sta sili v palicah 7 in 9 enaki nič, lahko po Pravilu 2 v vozlišču A' ugotovimo, da je $N_{12} = 0$. Podobno je v vozlišču B' ugotovimo $N_8 = 0$, v vozlišču C' pa je $N_{11} = 0$.

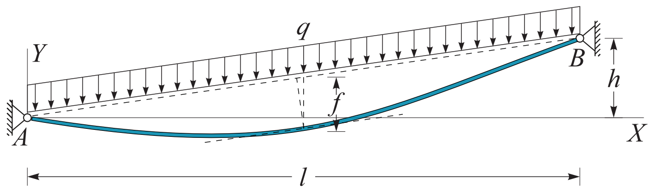
V vozlišču D se stikajo palice 1, 2 in 3 ter sila $\vec{F}$. Palici 2 in 3 ter sila $\vec{F}$ ležijo v ravnini YZ. Palica 1 ne leži v tej ravnini, zato je $N_1 = 0$. Ker so $N_1 = N_7 = N_9 = N_{12} = 0$, je tudi $N_4 = 0$.

Od nič so torej različne le osne sile v palicah 2, 3, 5 in 6. Dodatno pa velja, da je $N_2 = N_5$ in $N_3 = N_6$.

2. naloga

Brv za pešce, ki premošča dolino širine $l = 500$ m, je na konceh pritrjena na betonska opornika, katerih nadmorska višina se razlikuje za $h = 50$ m. Brv je obtežena z lastno težo $q = 2$ kN/m, zaradi katere so na sredini razpona brvi izmerili poves pod namišljeno daljico med opornikoma velikosti $f = 10$ m.

Betonska opornika zagotavljata vrvi nepomični podpori. Brv obravnavamo kot vrv, za katero predpostavimo, da prenaša le natezne osne sile.

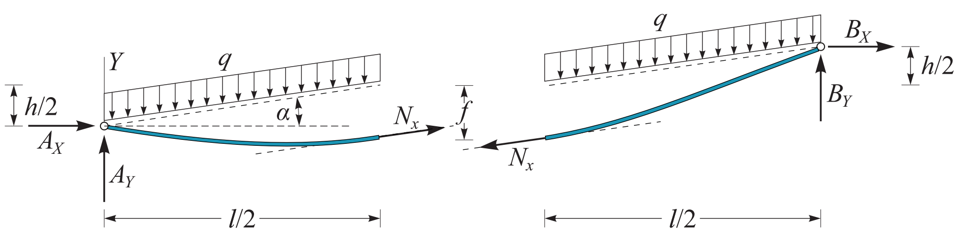


Določite sile (reakcije) brvi na betonska opornika.

Rešitev: Glede na matematični model brvi (vrv), lahko brv prevzame le natezno osno silo. Zato v mislih brv na sredini prerežemo in na prerezanem delu predpostavimo le osno silo N_x. Hkrati odstranimo tudi podpore in njihov vpliv nadomestimo z reakcijami A_X, A_Y, B_X in B_Y. Iz ravnotežnih pogojev za levi del brvi lahko določimo osno silo N_x v temenu in reakcije v podpori A. Reakcije v podpori B izračunamo iz ravnotežnih pogojev za desni del.

Najprej izračunajmo kot α, naklon premice skozi točki A in B:

$$\alpha = \arctan \frac{h}{l} = 5.71^\circ.$$



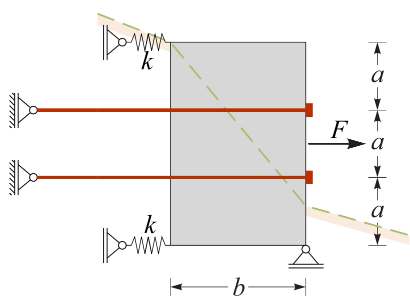
$$\sum_{\text{levi}} M^A = 0 \quad \rightarrow \quad N_x \left(f - \frac{h}{2} \right) \cos\alpha + N_x \frac{l}{2} \sin\alpha - q \frac{l}{2} \frac{l}{4} = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad N_x = \frac{q\, l^2}{8} \frac{1}{\left(f - \frac{h}{2}\right) \cos\alpha + \frac{l}{2} \sin\alpha} = 6281\,\text{kN},$$

$$
\begin{aligned}
\sum_{\text{levi}} X = 0 \quad &\rightarrow \quad A_X + N_x \cos\alpha = 0 \quad \rightarrow \\
&\rightarrow \quad A_X = -N_x \cos\alpha = -6250\,\text{kN}, \\
\sum_{\text{levi}} Y = 0 \quad &\rightarrow \quad A_Y - q\,\frac{l}{2} + N_x \sin\alpha = 0 \quad \rightarrow \\
&\rightarrow \quad A_Y = q\,\frac{l}{2} - N_x \sin\alpha = -125\,\text{kN}, \\
\sum_{\text{desni}} X = 0 \quad &\rightarrow \quad B_X - N_x \cos\alpha = 0 \quad \rightarrow \\
&\rightarrow \quad B_X = -N_x \cos\alpha = 6250\,\text{kN}, \\
\sum_{\text{desni}} Y = 0 \quad &\rightarrow \quad B_Y - q\,\frac{l}{2} - N_x \sin\alpha = 0 \quad \rightarrow \\
&\rightarrow \quad B_Y = q\,\frac{l}{2} + N_x \sin\alpha = 1125\,\text{kN}.
\end{aligned}
$$

3. naloga

Tog betonski temelj je podprt z dvema geotehničnima sidroma dolžine $l = 10$ m in osne togosti $EA = 10^3$ kN. Sidri sta prednapeti s silo $N_s = 2000$ kN. Vpliv podajne zemljine na temelj nadomestimo z vzmetema togosti $k = 2000$ kN/cm, ki sta podprti s podporami, ki lahko prevzamejo samo tlačne obremenitve. Podpori sider lahko prevzameta natezne obremenitve. Prednapeti temelj obtežimo s silo F.

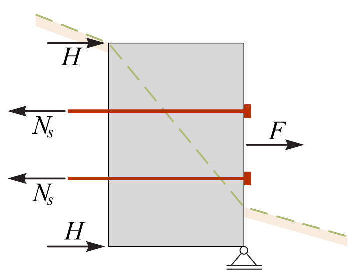


Določite notranje sile v geotehničnih sidrih, v trenutku, ko je sila F tako velika, da temelj izgubi stik z zemljino (vzmet ima začetno dolžino).

Namig: Izračunajte kolikšen je skrček vzmeti, ki nadomeščajo togost zemljine, ko temelj prednapnemo.

Rešitev: Na začetku, ko temelj še ni obtežen s silo F, vemo, da je vodoravna sila podlage enaka sili predanpetja $H = N_s$. Zaradi te sile se vzmet skrči za

$$
u = \frac{R}{k} = \frac{2000\,\text{kN}}{2000\,\text{kN/cm}} = 1\,\text{cm}.
$$



Ko je sila $F = 2\,N_s$, temelj izgubi stik s podlago, ob tem se premakne za 1 cm, kolikor je tudi raztezek sidra $u = 1$ cm.

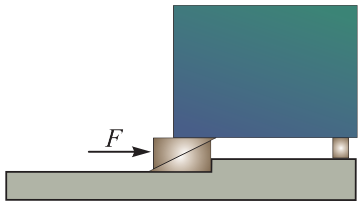
Zaradi tega raztezka se sila v sidru poveča:

$$N_s' = N_s + \frac{EA}{l}\,u = 2000 + \frac{1000}{10}\cdot 1 = 2100\,\mathrm{kN}.$$

V trenutku, ko temelj izgubi stik podlago, je sila v sidru enaka $N_s' = 2100\,\mathrm{kN}$.

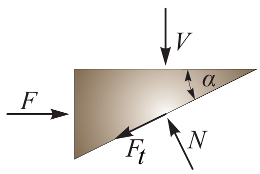
4. naloga

Za izravnavo zaboja bomo uporabili sistem dveh zagozd, kot je prikazan na sliki. Kolišna vodoravna sila F je potrebna, da dvignemo zaboj, če na levo podporo deluje navpična sila velikosti $V = 500\,\mathrm{N}$?



Na vseh stičnih površinah je koeficient trenja enak $k_t = 0.2$, zagozdi pa sta odrezani pod kotom $\alpha = 10°$.

Rešitev: Narišimo le zgornjo zagozdo in vse sile, ki nanjo delujejo. Vemo, da je sta normalna sila N in sila trenja povezani z enačbo:



$$F_t = N\,k_t.$$

Sedaj zapišemo ravnotežne enačbe za zagozdo:

$$\begin{aligned}
\sum Y = 0 \quad &\rightarrow \quad -V - F_t\,\sin\alpha + N\,\cos\alpha = 0 \quad \rightarrow \\
&\rightarrow \quad -V - N\,k_t\,\sin\alpha + N\,\cos\alpha = 0 \quad \rightarrow \\
&\rightarrow \quad N = \frac{V}{-\,k_t\,\sin\alpha + \,\cos\alpha} = 526\,\mathrm{N},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum X = 0 \quad &\rightarrow \quad F - F_t\,\cos\alpha - N\,\sin\alpha = 0 \quad \rightarrow \\
&\rightarrow \quad F - N\,k_t\,\cos\alpha - N\,\sin\alpha = 0 \quad \rightarrow \\
&\rightarrow \quad F = N\,\left(k_t\,\cos\alpha + \sin\alpha\right) = 195\,\mathrm{N}.
\end{aligned}$$

Za dvig zaboja potrebujemo vodoravno silo $F = 195\,\mathrm{N}$.