PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **15** (1987/1988)
Številka 2
Strani 116–121

Janez Strnad:

TEORIJA IN POSKUS. NEWTON IN GRAVITACIJSKA KONSTANTA. MERJENJE GRAVITACIJSKE KONSTANTE

Ključne besede: fizika, gravitacija, poskus.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/15/874-Strnad.pdf

TEORIJA IN POSKUS

Današnji fiziki si enako kot G. Galilei in I. Newton prizadevajo, da bi spoznali tajnosti narave. Med tedanjim in sedanjim raziskovanjem pa ne gre spregledati vsaj dveh pomembnejših razlik. G. Galilei je sam postavil teorijo prostega padanja in delal poskuse in meril s kotalečimi se kroglicami. V tistih časih in tudi še pozneje so isti fiziki postavljali teorije, načrtovali poskuse in jih delali, gradili merilne naprave in merili.

Nekako na začetku našega stoletja pa so naloge postale tako obsežne, da so si fiziki razdelili delo. Vse bolj so nekateri samo postavljali teorije in računali, drugi pa samo načrtovali poskuse, gradili naprave in merili. Prvi so *teoretiki,* drugi *eksperimentalci.* Delitev je šla še dalje, tako da se marsikateri izmed današnjih raziskovalcev razume samo na majhen del teorijske ali eksperimentalne fizike.

Druga sprememba je segla še globlje. Nekdaj so raziskovali le možje, ki so bili pripravljeni skromno živeti ali so imeli kako premoženje. Saj so že obstajale univerze in akademije in marsikateri vladar ali mesto ali država so podpirali raziskovanje, toda plačila in podpore ponavadi niso bile izdatne. G. Galilei in I. Newton sta bila prej izjemi: sploh nista živela slabo. Galilei je znal zahtevati ustrezno plačilo, ker je moral skrbeti za družinske člane, I. Newton pa je postal nadzornik kraljeve kovnice in je zapustil nečakinji veliko premoženje. Kljub temu je bila znanost za današnje pojme tedaj zelo omejena. V našem stoletju, posebno po drugi svetovni vojni, pa je "znanost postala velika". Organizirano raziskovanje na univerzah, akademijah in inštitutih, tudi na številnih inštitutih industrijskih ustanov, podjetij, in urejen način zbiranja denarja preko raziskovalnih in drugih skupnosti dajeta znanosti mnogo širši okvir in veljavo, a jo tudi zavezujeta.

Naravoslovje hodi po dveh nogah, teoriji in poskusu ... Zdaj postavi naprej eno, zdaj drugo nogo. Nenehen napredek je mogoč samo z uporabo obeh – s teorijskim razmišljanjem in potem s preskušanjem ali odkrivanjem novih zvez pri poskusih in potem s tem, da pristavimo teorijsko nogo in jo porinemo naprej in tako dalje izmenoma ...

R.A. Millikan, *Nobelovo predavanje* 1924

V idealni predstavi se eksperimentalec suče okoli naprav, ki jih je zgradil, in meri. Poleg tega mora preskrbeti denar, material in instrumente, nadzorovati včasih številne tehnike in laborante in obdelovati rezultate merjenj. Vse to pogosto traja leta in leta in edini namen tega dela je natančnejša vrednost kakega parametra ali konstante... Teoretik pa v idealni predstavi sedi za pisalno mizo v čisti in svetli sobi s pogledom na vrt ali ribnik ali v najslabšem primeru leži doma na kavču in razmišlja "o naravi stvari" ali računa. Od časa do časa prekine to z zanimivimi diskusijami o raznih znanstvenih in splošnih problemih ... V resnici seveda razmere niso tako preproste. V 19. stoletju, da ne govorimo o prejšnjih stoletjih, še ni bilo jasne delitve fizikov na eksperimentalce in teoretike. Glede na sposobnosti in želje so seveda nekateri več eksperimentirali, drugi več računali, večina pa je delala oboje. Čedalje bolj zapletena eksperimentalna tehnika, hitra rast števila fizikov, tekmovanje med njimi, večanje znanstvene uspešnosti in kopičenje informacij je povzročilo "delitev dela" in ločitev eksperimentalcev in teoretikov.

V.L. Ginzburg, *Sodobni problemi fizike in astrofizike,* DZS, Ljubljana 1978, str. 76

NEWTON IN GRAVITACIJSKA KONSTANTA

Pravzaprav je presenetljivo, koliko si je I. Newton pomagal z gravitacijskim zakonom, ne da bi ga poznal do podrobnosti. Ni namreč določil *gravitacijske konstante.* Privlačna sila med drobnima telesoma je sorazmerna z maso enega in drugega telesa in obratno sorazmerna s kvadratom njune razdalje. Da pa bi lahko izračunali silo med telesoma, bi morali poznati še sorazmernostni koeficient, gravitacijsko konstanto κ:

$$F = \kappa m m'/r^2$$

Iz astronomskih opazovanj gravitacijske konstante ni mogoče določiti, saj ne poznamo privlačne sile, obeh mas in razdalje. Na Zemlji bi jo lahko določili, če bi imeli podatek o masi Zemlje: privlačno silo, to je težo telesa, njegovo maso in radij Zemlje poznamo. Pri krogelno simetričnem telesu za točko zunaj telesa glede gravitacije lahko veliko telo nadomestimo z drobnim telesom z enako maso v njegovem središču. Iz prejšnje trditve izhaja na drugi strani, da bi lahko "stehtali Zemljo", se pravi določili njeno maso, če bi poznali gravitacijsko konstanto.

I. Newton je to skoraj naredil. V predlogu X, izreku X v 3. knjigi je ugotovil: " Ker je navadna snov na zemeljskem površju dvakrat težja kot voda in malo niže v rudnikih tri– do štirikrat težja ali celo petkrat težja, je verjetno količina vse snovi na Zemlji pet– ali šestkrat težja, kot če bi bila vsa Zemlja iz vode.'

Vzemimo, da je Zemlja v povprečju 5,5–krat gostejša od vode. Z znanim radijem 6400 kilometrov izračunamo njeno maso:

$$m_z = \rho V = \rho.4\pi r_z{}^3/3 = 5500 \text{ kgm}^{-3}.4\pi(6{,}4.10^6 \text{ m})^3/3 = 6.10^{24} \text{ kg}$$

Zemlja privlači telo z maso 1 kg s težo 9,8 N, tako da je gravitacijska konstanta

$$\kappa = Fr^2/mm_z = 9{,}8 \text{ N } (6{,}4.10^6 \text{ m})^2/1 \text{ kg}.6.10^{24} \text{ kg} = 6{,}7.10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

Če upoštevamo, da je 1 N = 1 kgms^{-2}, lahko enoto zapišemo drugače: m^3/kgs^2.

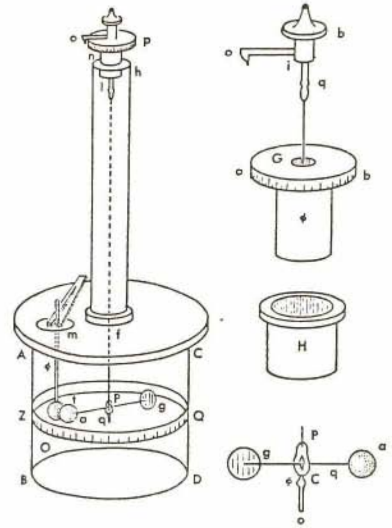
Vendar Newton ni naredil tega koraka. Najbrž le ni zaupal svojemu ugibanju o gostoti Zemlje. Zato ni mogel uporabljati naravnost gravitacijskega zakona, ampak se je moral zadovoljiti z računanjem razmerja, na primer razmerja gravitacijskih sil danih teles v odvisnosti od razmerja njunih razdalj: $F_2/F_1 = (r_1/r_2)^2$.

MERJENJE GRAVITACIJSKE KONSTANTE

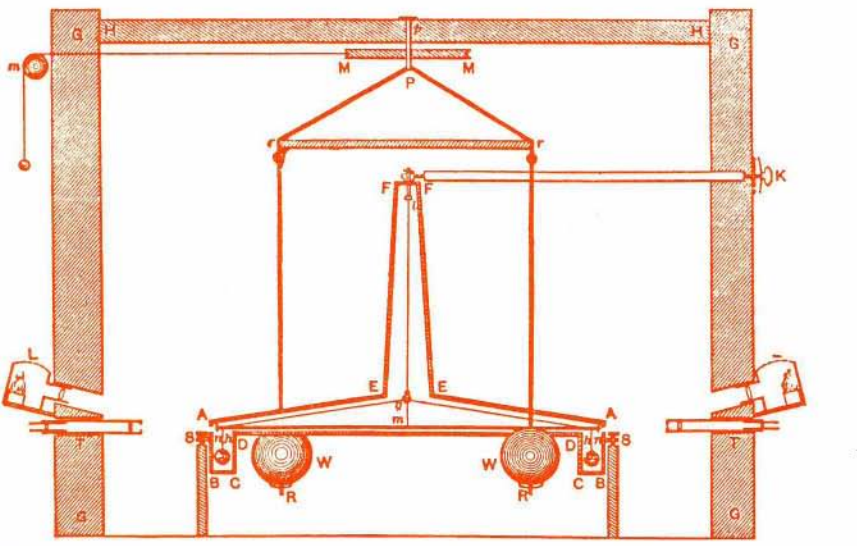
Še za Newtonovega življenja so se fiziki spraševali, kako bi določili gravitacijsko konstanto. Treba je izmeriti zelo majhno privlačno silo med telesoma na zemeljskem površju. Za začetek so poskusili s silo med drobnim telesom in goro. Telo so obesili na vrvico in merili odklon vrvice od navpičnice. Francoz Pierre Bouguer je delal poskuse na ekspediciji leta 1738 ob Chimborazu v današnjem Ekvadorju. Anglež Maskelyne je meril v škotskih gorah. Vendar se zamisel ni obnesla.

Privlačna sila med laboratorijskima telesoma je še manjša. Bilo jo je mogoče izmeriti šele potem, ko je francoski vojaški inženir Charles Augustin de Coulomb izumil *torzijsko tehtnico* (slika 1) . Prečka na navpični kovinski ali kremenovi nitki se malo zasuče, če deluje pravokotno na prečko v njenem krajišču šibka sila. Zasuk je mogoče natančno izmeriti, če pritrdimo na prečko zrcalce, usmerimo nanj ozek svetlobni curek in opazujemo premik svetle pege na oddaljeni steni. S tako tehtnico se je Coulomb v letih od 1785 do 1789 prepričal, da je sila med naelektrenima telesoma obratno sorazmerna s kvadratom razdalje. Sila je privlačna, če imata naboja nasproten znak, in odbojna, če imata enak znak.

S torzijsko tehtnico (slika 2) je Anglež Henry Cavendish leta 1798 prvič izmeril gravitacijsko konstanto. Na krajišče lahke prečke je pritrdil drobni telesi in izmeril silo med njima in večjima svinčenima kroglama, ki ju je



Slika 1. Torzijska tehtnica, s katero je C.A. Coulomb leta 1785 preveril zakon za silo med naelektrenima telesoma. Zakon ima podobno obliko kot Newtonov gravitacijski zakon: sila je sorazmerna z nabojem enega in z nabojem drugega telesa in obratno sorazmerna s kvadratom razdalje. Toda za razliko od gravitacije, ki je vedno privlačna, je električna sila privlačna, če imata naboja nasproten znak, in odbojna, če imata enakega. Prečka s telesom je obešena na tanki kovinski nitki in zasuk prečke je sorazmeren s silo.



Slika 2. Torzijska tehtnica, s katero je Henry Cavendish leta 1798 izmeril gravitacijo med laboratorijskima telesoma in določil gravitacijsko konstanto $\kappa = 6{,}7.10^{-11}\ m^3/kgs^2$. Nasproti velikima svinčenima kroglama W z maso po 158 kilogramov sta drobni krogli B na prečki, ki visi na tanki kovinski nitki. Zaradi sile med kroglama W in B se prečka zasuče. Zasuk prečke je Cavendish izmeril na skalah A, ki sta ju osvetljevali svetilki L, skozi daljnogleda T.

postavil nasproti. Podoben poskus naredimo danes brez težav pri predavanju iz fizike v prvem letniku na univerzi. Natančna merjenja pa so veliko bolj zahtevna. Gravitacijska konstanta sodi med najmanj natančno določene splošne konstante. Leta 1982 sta G.G. Luther in W.R. Towler dobila zanjo $6{,}6726 \cdot 10^{-11}\ m^3/kgs^2$.

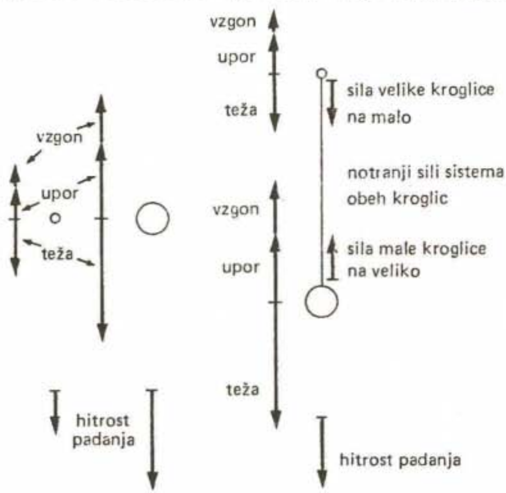
Razmišljanje prihrani marsikateri poskus, a ne vseh

Galilejev predhodnik na univerzi v Pisi Battista Benedetti je (leta 1585) zasledil nasprotje: Vzemimo, da težje telo pada hitreje od lažjega. Zvežimo obe telesi. Sestavljeno telo pada hitreje, ker je težje od težjega telesa. Toda težje telo sili lažje k hitrejšemu gibanju, lažje pa težje k počasnejšemu, tako da se giblje sestavljeno telo hitreje kot lažje, a počasneje kot težje. Oboje ne more veljati, zato padajo vsa telesa enako.

Verjetno je Galilei izhajal iz tega spoznanja, ki velja, če ni treba upoštevati zračnega upora.

Aristotel pa je bil prepričan, da vakuum, to je prostor, v katerem ne bi bilo zračnega upora, sploh ne obstaja, ker se ga "narava boji". Zato je vsaj podzavestno upošteval upor zraka ali druge tekočine.

V tej zvezi je poučno obdelati gibanje drobnih kovinskih ali steklenih kroglic v vodi ali gibanje zelo drobnih vodnih kapljic v zraku. Za ta primer velja Aristotelova napoved: kroglica pada s konstantno hitrostjo, ki je tem večja, čim težja je kroglica.



Slika 1. Velika kroglica pada v vodi z večjo hitrostjo kot mala kroglica. Z zelo tanko in dovolj dolgo nitko povezani kroglici pa padata s hitrostjo, ki je večja od hitrosti male kroglice, a manjša od hitrosti velike. V vseh treh primerih je po kratkem začetnem odseku vsota vseh sil enaka nič in gibanje enakomerno.

Uporabimo Newtonov zakon, ki ga bomo obdelali pozneje. Na kroglico delujejo zunanje sile: teža $mg = \rho Vg$ navpično navzdol in vzgon, to je teža izpodrinjene vode, $m'g = \rho' Vg$, in upor $6\pi r\eta v$ navpično navzgor. m in ρ sta masa in gostota kroglice, a m' in ρ' masa in gostota vode. Oboje ima enako prostornino $V = 4\pi r^3/3$, če je r radij kroglice. *Stokesova enačba,* po kateri je upor $6\pi r\eta v$, velja samo, če je hitrost v dovolj majhna. Pri tem je η viskoznost, ki pove, kako se voda — na površju miruje glede na kroglico — upira gibanju.

Po Newtonovem zakonu je vsota vseh zunanjih sil enaka z maso pomnoženemu pospešku:

$$ma = (m - m')g - 6\pi r\eta v$$

Pospešek a je pozitiven v smeri navzdol. Pospešek je enak nič, ko je gibanje enakomerno. Tedaj se giblje kroglica s hitrostjo

$$v = mg\,(1 - \rho'/\rho)/6\pi r\eta = 2r^2\,(\rho - \rho')g/9\eta$$

Hitrost je tem večja, čim večja je teža kroglice.

Ta enačba je "po duhu" blizu "Aristotelovemu zakonu gibanja". Toda Aristotel je nekako spregledal upor in menda mislil, da razlika teže in vzgona "poganja" telo s konstantno hitrostjo.

Zdaj povežimo kroglico z večjim radijem r_1 in kroglico z manjšim radijem r_2 z dovolj dolgo vrvico tako, da gibanje ene preko gibanja tekočine ne zmoti gibanja druge. Na večjo kroglico deluje zdaj še sila vrvice F navpično navzgor

$$m_1a_1 = (m_1 - m_1')g - 6\pi r_1\eta v_1 - F$$

in na manjšo še enako velika sila vrvice navpično navdol

$$m_2a_2 = (m_2 - m_2')g - 6\pi r_2\eta v_2 + F$$

Pospeška a_1 in a_2 sta enaka nič, ko je gibanje enakomerno. Tedaj se gibljeta obe kroglici z enako hitrostjo $v_1 = v_2 = v_s$. Seštejemo obe enačbi in izračunamo to hitrost:

$$\begin{aligned} v_s &= (m_1 + m_2 - m_1' - m_2')g/6\pi\eta\,(r_1 + r_2) = \\ &= 2(\rho - \rho')(r_1^3 + r_2^3)/9\eta(r_1 + r_2) = \\ &= 2(\rho - \rho')(r_1^2 - r_1r_2 + r_2^2)/9\eta \end{aligned}$$

Čeprav pada posamična kroglica tem hitreje, čim težja je, je hitrost v_s med hitrostma v_1 in v_2, saj velja $r_2^2 < r_1^2 - r_1r_2 + r_2^2 < r_1^2$, če je $r_2 < r_1$. V tem primeru Benedettijevo nasprotje odpove. Kaka trditev ima smisel le v določenih okoliščinah, ko lahko podrobno opredelimo, kaj opazujemo. Aristotelovim trditvam so manjkale predvsem te podrobne opredelitve.

Janez Strnad