

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **27** (1999/2000)

Številka 3

Strani 152–154

Mojca in Matija Lokar:

POSLUŠAJMO PRAŠTEVILA

Ključne besede: zanimivosti, razvedrilo, matematika, praštevila, glasba, toni, računalništvo, predstavitev zvokov, MIDI.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/27/1395-Lokar.pdf>

© 2000 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

POSLUŠAJMO PRAŠTEVILA

Človeško uho ima čudovite sposobnosti. Te so tako velike, da kot dano jemljemo dejstva, da znamo razločevati glasove, slišati posamezno besedo sredi vsesplošnega govorjenja na zabavi, razločiti zvok flavte sredi igranja ostalega orkestra. Pravzaprav bi lahko rekli, da ima naše uho velike sposobnosti prepoznavanja vzorcev. Zato bi svoje slušne sposobnosti lahko uporabili tudi zato, da bi npr. zaslišali določene vzorce v ogromnih količinah podatkov, predstavljenih z zvoki.

Ameriški matematik Caldwell je uporabil posebno shemo za poslušanje zaporedij praštevil, da bi s pomočjo zvoka ugotovil, kakšne lastnosti imajo. Končno, saj pogosto uporabljamo uho, da ugotovimo, kaj bi utegnilo biti narobe v delovanju motorja, oziroma stresemo škatlo, da bi po zvoku ugotovili njeno vsebino.

Za predstavitev zvokov v računalništvu pogosto uporabljamo specifikacijo MIDI (Musical Instrument Digital Interface). Z njo posameznemu tonu priredimo številko. Tako je npr. C predstavljen kot 60, Cis kot 61, D je 62 in tako naprej za skupno 128 tonov. Tako predstavitev je Caldwell uporabil za poslušanje praštevil. Ker je praštevilo neskončno, na voljo pa le 128 tonov, je uporabil le ostanke pri deljenju, tako imenovano modularno aritmetiko. Če je kot delitelj uporabil npr. 7, bi za zaporedje praštevil 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ... zaigrali 2, 3, 5, 0, 4, 6, 3, 5, 2, ... Ker pa imajo ti toni v skali MIDI prenizko frekvenco, da bi jih dobro slišali, je Caldwell dodal še konstanto 55 in se tako postavil na sredino lestvice. Tako je prvo praštevilo, 2, zaigrano kot ton A (57 po standardu MIDI). Ker je pri deljenju s 7 možnih le 7 ostankov, imamo seveda na voljo le 7 tonov. Na sliki vidimo skladbi Praštevila po modulu 7 in Praštevila po modulu 6.

The primes modulo seven (Chris Caldwell, 1997)



The primes modulo six (Chris Caldwell, 1997)



Dosedaj smo določali le višino tona. Trajanje tonov je bilo enako. Z razmikom med prašteviloma pa lahko predstavimo tudi dolžino tona. Med prvima dvema prašteviloma 2 in 3 ni razmika, razmik 1 je med 3 in 5 ter 5 in 7, razmik 3 pa med 7 in 11. Velja, da je povprečna dolžina razmika med prašteviloma, manjšimi ali enakimi n , enaka naravnemu logaritmu iz n . Ostajajo pa odprta vprašanja, kako so ti razmiki porazdeljeni, kako veliki so in podobno. Ne glede na to razmik lahko uporabimo za določitev dolžine tona. Caldwell se je odločil, da naj ton traja sorazmerno dolžini razmika do naslednjega prašteviloma v zaporedju, deljeno z naravnim logaritmom iz tega prašteviloma. Na ta način je nastalo nekaj skladb, katerih notne zapise vidimo na slikah.

The primes modulo 41 with prime gap tempo (Chris Caldwell, 1997)



The primes modulo 41 with prime gap tempo (Chris Caldwell, 1997)
(Starting with the prime 1,000,003)



Več o poslušanju praštevil in drugih števil lahko preberemo na Internetu na straneh

http://www.sciencenews.org/sn_arc98/6_20_98/mathland.htm

in

<http://www.utm.edu/research/primes/programs/music/listen/>.

Mimogrede bomo lahko prebrali še marsikatero zanimivost o praštevilih. Na strani

<http://www.utm.edu/caldwell/midi/primes.cgi>

pa je Caldwell pripravil program, s katerim si sami zaigramo skladbo, nastalo po zgoraj opisanem vzorcu.

Primal Sounds - Netscape

File Edit View Go Communicator Help

Location: <http://www.utsi.edu/~caldwell/mod/primers.cgi>

Primal Sounds

[[Introduction](#) | [Credits](#) | [Printer](#) | [Help](#) | [About](#)]

Modulo what base? LISTEN TO THESE PRIMES

How many primes? Starting at (or after)?

Which instrument? v

☐ Allow half-notes?

☐ Use the prime gaps to determine the note lengths?

☐ Show playing process?

This program takes the sequence of primes (2,3,5,7,11,13,17,19,...) and forms the the sequence of remainders modulo the small base (modulo) you give. For example, modulo 4 this sequence is (2,3,1,3,3,1,1,3,...). It then plays this sequence as if the numbers were notes (near middle C) on the "instrument" of your choice.

Notes

1. The number of terms must be at most 500 (to protect our server).
2. The modulus (base) must be less than 127 (75 with no half notes, 54 for percussion only). Smaller numbers will sound better.
3. Rather than start with the first prime 2, you may specify a starting value (at most 10000000). The sequence will begin with the first prime greater than or equal to the number you specify.
4. The quality of the instruments varies *dramatically* with the quality of your sound card. Some sound cards do not implement all of the instruments. Others do not implement all the notes for each instrument.
5. The numbers before the instrument names are their code in the [general midi standard](#) (see the information on the MIDI format).

Mojca in Matija Lokar