

# Elementi formativnega spremljanja pri matematiki v srednji šoli

Rok Lipnik  
Gimnazija Celje – Center

## Povzetek

Matematika in formativno spremljanje gresta z roko v roki – to je pokazala že vsebina prejšnjih revij *Matematika v šoli* in priročnika *Formativno spremljanje pri matematiki*. V prispevku predstavljamo usvajanje poglavja o deljivosti z uporabo elementov formativnega spremljanja in še ostala orodja, ki jih pri pouku pogosto uporabljamo.

**Ključne besede:** poučevanje matematike, formativno spremljanje

## Formative Assessment Elements in High-School Mathematics

### Abstract

Mathematics and formative assessment go hand-on-hand, as demonstrated in previous *Matematika v šoli* (*Mathematics in School*) editions and the manual *Formativno spremljanje pri matematiki* (*Formative Assessment in Mathematics*). The article focuses on the assimilation of the chapter on division using formative assessment elements and other tools frequently used in class.

**Keywords:** teaching mathematics, formative assessment

### 1. faza: Priklic in preverjanje predznanja

Dijaki marsikaj vedo in razumejo, včasih samo na intuitivni ravni, dostikrat pa znajo to tudi dobro ubesediti.

Kako prikličemo znanje? Pomagam si s primeri in vprašanji, povezanimi z vsebino. Pri deljivosti dijake vprašam »Kako lahko na pamet vemo, ali bo število deljivo z dve?« ali recimo »Ali lahko rečemo, da je število 10 deljivo s 5? Kaj pa število 5 deljivo z 10?« Preverimo tudi na primerih deljenja, na primer 12 s 3 in 12 s 7. Ugotovljamo, v čem je razlika, kaj povezuje števili v prvem primeru (delitelj/večkratnik) in ali ta povezava velja tudi v drugem primeru (ostanek pri deljenju). S takšnimi vprašanji dijake spodbujamo, da o problemu razmišljajo, hkrati pa usvajajo tudi izražanje v matematičnem jeziku.

Kako vemo, kdaj so dijaki znanje priklicali? Tu si pomagam s semaforčki. Dijaki



Slika 1: Primer uporabe semaforčkov.



Slika 2: Primer uporabe semaforčkov.

imajo v peresnici ali zvezku pripravljene lističe zelene, rumene in rdeče barve. Z dvigom listka pokažejo svoje strinjanje, razumevanje ali sledenje pogovoru oz. primeru.

Slika 1 prikazuje povratno informacijo dijakov – veliko je rdečih in rumenih lističev, kar pomeni, da trenutno stanje ni zadovoljivo in to je znak, da moramo poskušati še na drug način ali z novim primerom razložiti snov.

Slika 2 prikazuje boljše stanje. Dijaki nakazujejo, da v večini sledijo in razumejo. Tu izkoristimo priložnost in dijake z zelenimi lističi presedemo k dijakom z rumenimi lističi. Tako bodo tisti, ki razumejo, pomagali sošolcem, ki morda še niso vsega razumeli, hkrati pa krepijo tudi socialne veščine in izražanje v matematičnem jeziku.

V zaključku prve faze učnega procesa najavimo temo in osnovne namene učenja, ki naj bi jih dijaki dosegli. Skupaj pa bomo po usvajanju znanja sestavili kriterije uspešnosti, ki bodo dijakom v pomoč pri samoocenjevanju in ocenjevanju napredka.

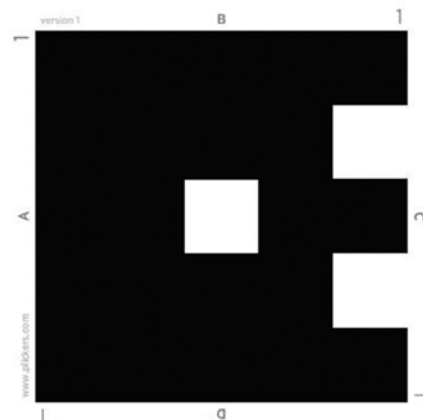
## 2. faza: Usvajanje novega znanja

Usvajanje znanja je pri »utečenem« frontalnem načinu poučevanja linearno – učitelj napiše ali narekuje definicije, izreke, lastnosti, pravila ... dijaki pa jih pridno zapišejo in se jih naučijo. Težko pa na tak način zagotovimo, da dijaki zapisano razumejo. Si želimo, da se vsega naučijo na pamet? Pri matematiki zagotovo ne.

Kot pri priklicu znanja tudi tu dijake najraje vodimo k rezultatu skozi vprašanja. Tokrat bolj splošno, na primer: »Kdaj bo število  $a$  deljivo s številom  $b$ ?« »Kako smo to videli na primeru števil 12 in 3?« Vprašanja kot ta, dijake vodijo k razmišljanju in hkrati k formuliranju definicije.

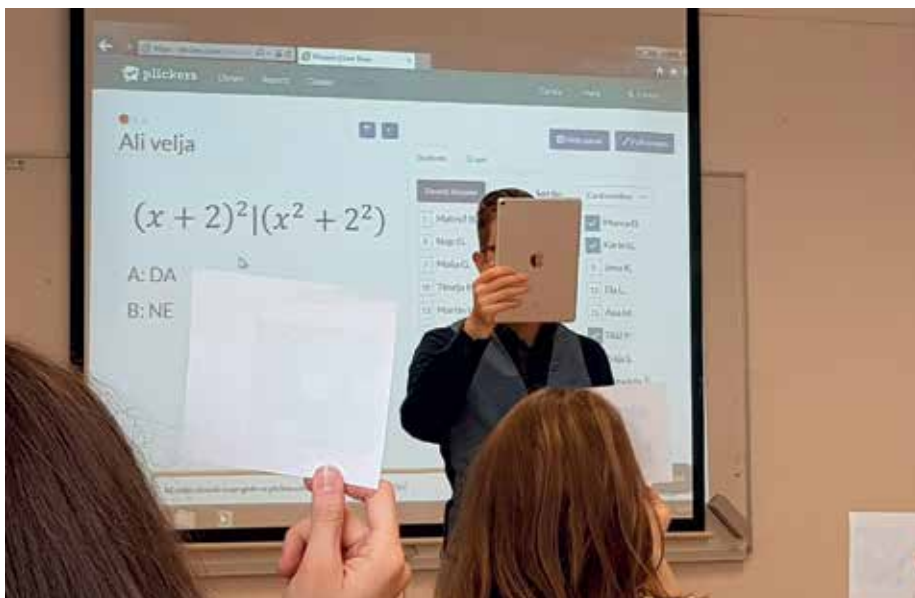
Čas je, da usvojeno znanje preverimo s primeri. Matematiki imamo velik nabor možnosti, kako znanje preveriti. Sam dostikrat dijake spodbudim, da sošolcu sestavijo kratek primer. Sliši se enostavno, a da sestaviš primeren (in rešljiv) primer, moraš dovolj dobro poznati in razumeti pravila, lastnosti in definicije.

Drugi način, ki ga pogosto uporabljam, vključuje interaktivno spremljanje znanja. Dijaki odgovarjajo na vprašanja, vidna na projekciji skozi aplikacijo Plickers ([www.plickers.com](http://www.plickers.com)) kot je prikazano na sliki 4. Vsak dobi svoj listič s kodo (podobno QR-kodi), ki služi kot listič za podajanje odgovorov.



Slika 3: Listič za odgovarjanje.

Vsak listič ima zaporedno številko (zgornji je številka 1) in štiri možne odgovore – A, B, C in D – vsak je zapisan na eni



Slika 4: zbiranje povratnih informacij z aplikacijo Plickers.

stranici. Tisti odgovor, ki gleda navzgor, je odgovor, ki ga dijak sporoči. S tablico ali telefonom (na sistemu Android ali iOS) preletimo razred in hitro pobremo povratne informacije.

Vprašanja lahko vključujejo tudi fotografije, kar pomaga pri zapisu matematičnih simbolov in enačb, kot je vidno na sliki 5.

Učitelj vidi porazdelitev odgovorov, preveri pa lahko tudi poimensko (Slika 6 in 7).

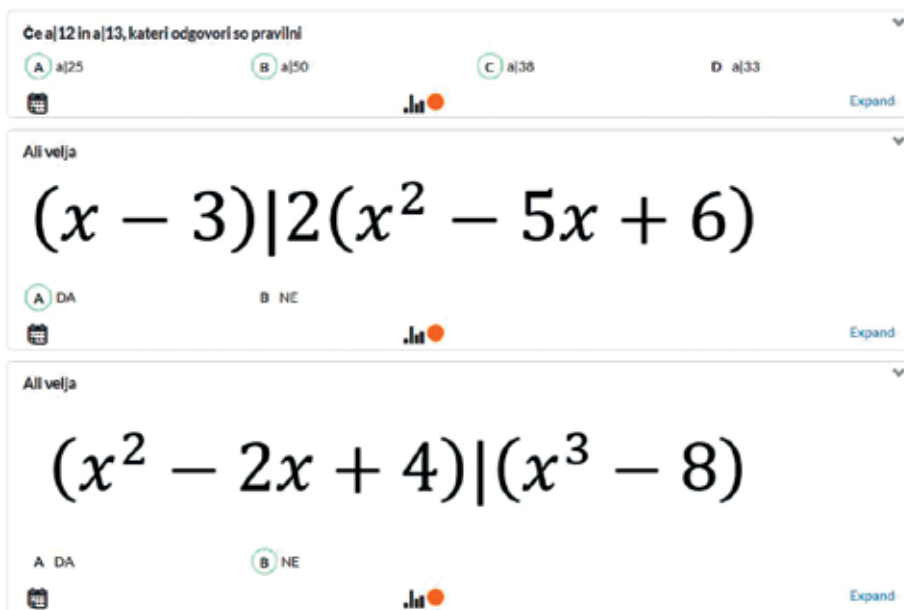
Konec druge faze spremlja priprava kriterijev uspešnosti. Dijake ob koncu poglavja ali teme vprašamo, kako bodo vedeli, ali znajo. Prvih nekaj načrtovanih kriterijev uspešnosti je zagotovo težjih – dijaki dostikrat vidijo le končno sliko in predlagajo kriterije kot na primer: »Znam reševati naloge z deljivostjo.« Takrat se pogovorimo o poti, po kateri smo do pojma prišli in iščemo sestavne dele, ki so za razumevanje deljivosti pomembni. Tako smo pri uvodnem poglavju deljivosti nastavili kriterije:

- Preverim, kdaj sta števili v relaciji deljivosti.
- Pojasnim povezavo med večkratnikom, deliteljem in deljivostjo.

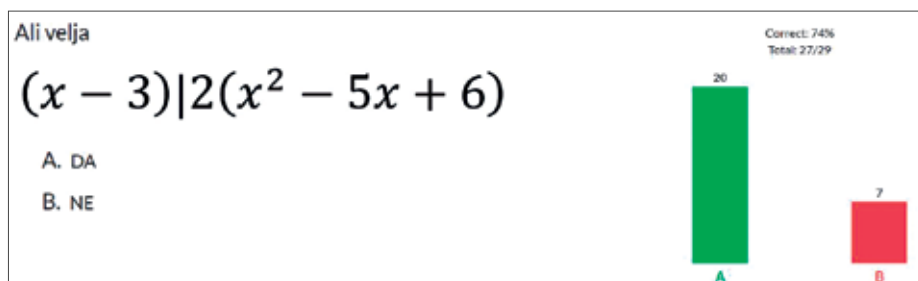
Izogibam se glagolom znati in vedeti, saj sta preveč splošna, dijaki pa težko preverijo, ali so kriterij dosegli ali ne.

### 3. faza: Utrjevanje znanja

Pri utrjevanju in preverjanju znanja je ključno, da dijaki in učitelj dobijo povratno informacijo. Dijaki tako ugotovijo, ali so dosegli zastavljene kriterije oz. kateremu področju se morajo bolj posvetiti. Učitelji pa ugotovimo, katere vsebine so pereče in bodo potrebne dodatnega utrjevanja ali celo ponovne razlage. To je idealna priložnost, da dijake razdelimo v skupine, kjer posamezna skupina utrjuje točno določen del snovi. Pri deljivosti naredimo skupino za utrjevanje deljivosti števil, skupino za utrjevanje deljivosti izrazov in skupino za utrjevanje dokazovanja deljivosti z lastnostmi relacije deljivosti.



Slika 5: Prikaz vprašanj in možnih odgovorov.



Slika 6 in 7: Prikaz odgovorov.

Answer	Card #	First name
B	25	Amadeja
A	15	Ana
A	19	Blaž
A	12	Ela
A	21	Eva



S križcem označi, ali kriterij po tvojem mnenju obvladaš ali ne. Pred uro v levi stolpec in po uri v desni stolpec.

PRED URO		Obvladovanje kriterijev	PO URI	
DA	NE		DA	NE
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Rešim enačbo z absolutno vrednostjo.		<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>		Računam z absolutno vrednostjo.	<input checked="" type="checkbox"/>	
	<input checked="" type="checkbox"/>	Rešim neenačbo.	<input checked="" type="checkbox"/>	
<input checked="" type="checkbox"/>		Zapišem in narišem interval.	<input checked="" type="checkbox"/>	
	<input checked="" type="checkbox"/>	Poiščem presek in unijo intervalov.		<input checked="" type="checkbox"/>

Slika 8: Doseganje kriterijev uspešnosti.

1. Odgovori:

- a. Ali velja  $3|(5^{2n-1} - 2 \cdot 5^{2n} + 5^{2n+1})?$   😊  😐  😞
- b. Pokaži, da velja  $(a - 1)|(a^3 + 6a^2 - a - 6)$ .  😊  😐  😞
- c. Na prafaktorje razcepi 104.  😊  😐  😞

Slika 9: Preverjanje znanja s samovrednotenjem.



Slika 10: Izhodna lističa.

Slika 8 predstavlja možen vprašalnik, z uporabo katerega dijaki označijo, kako obvladajo posamičen kriterij uspešnosti. Primer se sicer navezuje na absolutno vrednost, a je lahko kot oblika uporaben v vseh poglavjih.

#### 4. faza: Preverjanje znanja

Pri preverjanju znanja ponovno uporabim lističe Plickers, zaključne listke ali vprašalnik o doseganju kriterijev uspešnosti.

Slika 9 prikazuje možno preverjanje znanja (le uvodno nalogo), kjer dijak naloge reši, nato pa označi, kako ocenjuje svoje znanje. Dijaki morajo vedeti, kaj še morajo vaditi oz. se naučiti, učitelj pa mora vedeti, ali so učenci pripravljeni na ocenjevanje.

Slika 10 prikazuje izhodne lističe. Dijaki na listič zapišejo, kako presojuje svoje znanje. Zelen listič uporabijo, kadar menijo, da znajo; rumenega, kadar menijo, da vsega še ne obvladajo, in rdečega, če menijo, da njihovo znanje še ni zadovoljivo. Na tak način hitro vidim splošno stanje in preberem, kaj so napisali v komentar – tako lahko načrtujem naslednje šolske ure.

1.  $\frac{a+3}{a+3} + \frac{a-4}{a^2-a-12} - \frac{a-4}{a-4} = \frac{a^2+3a+a-4}{(a+3)(a-4)} = \frac{a^2+4a-4}{(a+3)(a-4)}$   
 $= \frac{a^2-a-28}{(a+3)(a-4)}$   
 $\cdot (a+3, a^2-a-12, a-4) = (a+3)(a-4)$   
 $a^2-a-12 = (a+3)(a-4)$

2.  $\frac{4m^2+4}{m^3+1} \cdot \frac{m^2-m+1}{20} \cdot \frac{m^2+3m}{8m} = \frac{4m^2-4m^2+4m+4}{20m^3+20} \cdot \frac{m^2+3m}{8m} = \frac{4m^2+4}{20m^3+20} \cdot \frac{m^2+3m}{8m} = \frac{32m^3+32}{20m^3+20} \cdot \frac{m^2+3m}{8m}$   
 $= \frac{16m^3+16}{12m^5+62m^4+12m^3+62m}$

3.  $(\frac{1}{a-3} + 3) \cdot (\frac{5-2a}{3a-8} + 1) = (\frac{1}{a-3} + \frac{3(a-3)}{a-3}) \cdot (\frac{5-2a}{3a-8} + \frac{3a-8}{3a-8}) =$   
 $= (\frac{1+3a-9}{a-3}) \cdot (\frac{5-2a+3a-8}{3a-8}) = \frac{3a-8}{a-3} \cdot \frac{a-3}{3a-8} = 1$

4.  $\frac{x^2+10x+21}{x+8} : \frac{x+3}{x+8} - 7 = \frac{(x+3)(x+7)}{x+8} \cdot \frac{x+8}{x+3} - 7 = (x+7) - 7$

Nalogo 3 si rešila v celoti pravilno. Super!

Pri nalogi 1 pazi na oklepaje in predznake -> pri  $-(a-2)(a+3)$  ostane na koncu  $a+6$ , namesto  $-a-6$  in se potem števec še razstavi.

Pri nalogi 2 predlagam, da izraze raje razstavi in nato krajšaj.

Nalogo 4 si rešila v celoti pravilno. Kar tako naprej!

Slika 11: Komentarji pri ocenjevanju.

## 5. faza: Ocenjevanje znanja

Pri ocenjevanju znanja formativno spremljanje na koncu trči v sumativno spremljanje – v šolah brez ocen ne gre zaradi pravilnika o preverjanju in ocenjevanju. Kljub raziskavam, ki kažejo, da ocene zmanjšujejo uspešnost in motivacijo za učenje, so žal pri nas še obvezne.

Kljub vsemu poskušam omiliti vpliv ocen tudi s formativnim spremljanjem. Pri ocenjevanju tako pogosto dijakom k nalogi zapišem le komentar. Po načelih kakovostne povratne informacije ta najprej vedno vključuje pozitiven del, nato predlaga izboljšave in na koncu povzame dobro (A. Holcar Brunauer, 2016).

Dijake na tak način ocenjevanja opozorim in jih tudi pozovem, da se na podlagi komentarjev in kriterijev uspešnosti ocenijo sami. Sicer težko trdim, da jim vedno uspe primerno oceniti svoje znanje, a vsekakor že razmišljanje o tem spodbuja k bolj realni presoji uspešnosti.

## Zaključek

Formativno spremljanje opolnomoči učitelja z različnimi orodji skozi vse faze poučevanja, a pomembnejše je opolnomočenje dijakov za:

- sodelovanje pri določanju namenov učenja in kriterijev uspešnosti,
- razvijanje veščin dela v parih in skupinskega dela,
- usmerjanje lastnega procesa učenja,
- samovrednotenje lastnega znanja in procesa učenja.

Učiteljem, ki razmišljajo, da bi se lotili poučevanja po načelih formativnega spremljanja, svetujem, naj se tega lotijo počasi, postopno in preudarno, vsekakor pa naj se ne bojijo neuspeha in težav – ravno skozi neuspele primere in težave se največ naučimo preko refleksije lastnega dela. ■

## Viri

Holcar Brunauer, A. idr. (2016). *Formativno spremljanje v podporo učenju*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

Žakelj, A., Bon Klanjšček, M., Jerman, M., Kmetič, S., Repoluk, S., Ruter, A. (2008). *Učni načrt. MATEMATIKA: Gimnazija*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.