



Vesna Vršič,
Zavod RS za šolstvo

Izgradnja koncepta številskih predstav in pojma število

IZVLEČEK: Razvoj pojma število in številskih predstav je kompleksen in dolgotrajen proces. V učnem načrtu za matematiko so cilji o naravnih številih razporejeni po vertikali od 1. do 5. razreda. Številске predstave razumemo kot intuitiven občutek o številih in odnosih med njimi. Predstave dojemamo kot mentalne slike, ki si jih pridobimo z izkušenijskim učenjem. Dejavnosti za razvoj pojma in predstav slonijo na miselnih procesih, razvoju lastnih strategij in delu s konkretnim materialom ter njihovo grafično predstavitevjo. Na koncu učenci spoznajo simbole za števila in njihove odnose, kar je že abstraktna raven znanja.

Prispevek predstavlja nekatera strokovna dognanja o razvoju številskih predstav, principe in vidike, ki podpirajo ta koncept, ter dejavnosti, ki učencem pomagajo razvijati kardinalnost in subitizacijo pri manjših številih in razumevanje mestnih vrednosti pri izgradnji števil od 100 do milijona.

Ključne besede: številске predstave, pojem število, koncept kardinalnosti, subitizacija, strategije štetja

Building the Concept of Numerical Perception and the Concept of Number

Abstract: The development of the concept of number and of numerical perception is a complex and lengthy process. In the Mathematics Curriculum the objectives relating to natural numbers are distributed along the vertical from years 1 through 5. Numerical perception is seen as an intuitive feeling about numbers and the relationships between them. Percepts are perceived as mental images acquired through experiential learning. Activities for developing concepts and percepts are based on mental processes, the development of one's own strategies, the handling of concrete materials and their graphic presentation. Lastly, pupils learn the symbols for numbers and their relationships, which constitutes an abstract level of knowledge.

The article presents certain expert findings on the development of numerical perception, the principles and aspects that support this concept, and the activities which help pupils to develop cardinality and subitization in the case of smaller numbers, and an understanding of place values when building numbers from 100 to a million.

Keywords: numerical perception, concept of number, concept of cardinality, subitization, counting strategies

Uvod

Zavedamo se, da je na razredni stopnji temeljno znanje matematike predvsem ustrezno razumevanje pojma število in razvoj številskih predstav. Že Resnick (1983, v Gifford, 2018) je o razvoju zmožnosti razmišljanja o številih kot konceptualnem sistemu povedal, da je to »verjetno glavni konceptualni dosežek v zgodnjih šolskih letih«. Učenci si pojem število izgrajujejo skozi preštevanje konkretnih predmetov, ki jih imajo možnost premikati, se jih dotikati in jim na koncu slediti le s pogledom. Števila v tej fazi še ne vidijo.

Besedo »pojem« razumemo kot miselni odraz (miselno tvorbo) bistvenih lastnosti skupine predmetov. Matematični pojmi so večinoma abstraktni, zato si pri njihovi izgradnji pomagamo z reprezentacijami in tako približamo (naredimo vidne) njihove lastnosti in zakonitosti. Na začetku spoznavanja pojmov uporabljamo predvsem konkretne reprezentacije (predmete, modele), pozneje pa grafične ali slikovne predstavitve pojma, ki v obliki sličic predstavljajo »realne predmete« (semikonkretna raven). V fazi spoznavanja lastnosti in zakonitosti pojma sličice z »realnimi predmeti« nadomestimo oziroma zamenjamo s slikami modelov ali izbranih znakov (semiastraktna raven). Kot primer lahko omenimo, da učenci pri predstavitvi matematične situacije namesto podob hišic ali avtomobilčkov uporabijo dogovorjene znake, kot so krožci, križci, kvadratki, trikotniki itd. Na koncu vpeljemo abstraktne reprezentacije, ki pojme predstavijo z dogovorjenimi matematičnimi simboli (zapis števila s številko, številskega izraza, merskega števila ...).

Števila nam v vsakdanjem življenju predstavljajo različne vidike (Haylock in Cockburn, 1989; Noél idr. 2005; Treffers, 2008, v Jagodic, 2019):

- **kardinalni vidik**, ko preštejemo predmete, učence, prebivalce ... skupini oziroma množici določimo število elementov,
- **nominalni vidik**, ko nek predmet, tekmovalca, napravo ... označimo s številko npr. avtobusno progo, številko vlaka, številko tekmovalca na dresu, sedež v kinodvorani itd.
- **ordinalni vidik**, ko določimo zaporedje ali mesto predmeta, tekmovalca ... in nam pove vrstni red npr. EMŠO, hišna številka itd.
- **merski vidik**, ki označuje mersko število ob merski enoti in ga dobimo z merjenjem, npr. 15 €, 10 let, 50 m itd.
- **računski vidik**, ko s števili izrazimo vsoto, razliko, zmnožek, količnik.

Za osmišljanje pojma število je pomembno, da učenci skozi različne dejavnosti pri pouku spoznavajo števila

z različnih vidikov. Temeljni in nepogrešljiv je seveda kardinalni vidik števila.

V pedagoški praksi se moramo bolj zavedati pomena razvoja številskih predstav in pojma število, za kar moramo načrtovati dovolj časa in priskrbeti primerne konkretne materiale, da lahko izpeljemo dejavnosti, s katerimi bomo razvijali miselne procese za izgrajevanje podob. Opaža se, da učitelji pri urah obravnave posameznih števil (število 1, število 2 ...) še vedno namenjajo veliko časa predvsem zapisu števil, ko se uri le grafomotorika.

Številске predstave

Predstave so mentalne slike predmetov, oseb, pojavov, ki v trenutnem fizičnem svetu niso prisotne oziroma jih z našimi čutili ne zaznavamo. Nastale so kot slika v našem spominu po izkušnji. Predstave se pomembno navezujejo na načine zaznavanja (slušno, vidno, kinestetično). Boljše ko je zaznavanje, boljše in bogatejše so predstave. Otroci s posebnimi potrebami imajo slabše zaznave, zato tudi slabše predstave, kar smo lahko videli ob predstavitvi vsebine 3. dela študijskega srečanja predavatelja mag. Marka Strleta.

Lipovec A. in Antolin Drešar D. (2019, str. 81) pravita, da so številске predstave intuitiven občutek o številih in odnosih med njimi.

O razvoju številskih predstav

Veliko strokovnjakov, zlasti s področja nevroznanosti, proučuje razvoj aritmetičnih sposobnosti pri otrocih. Veliko dognanj je še nepotrjenih, vemo pa že to, da je občutek za količino prirojen, saj so ga odkrili že pri dojenčkih. Šest mesečni dojenček že razlikuje med dvema količinama, ki sta v razmerju 1 : 2, petletni otrok pa količini, ki sta v razmerju 7 : 8 (Levstek idr., 2013). Pri razvoju številskega sistema ima pomembno vlogo jezik oziroma razvoj govora, saj se otroci naučijo štetja v realnem življenju ob igri, v vsakdanjih situacijah, ob različnih družabnih igrah, pesmicah, izštevankah. Tako lahko otroci do tretjega leta starosti že izgovarjajo zaporedje števil do 10, do 4. leta pa usvojijo osnovni princip preštevanja (Gelman in Gallister, 1978, v Levstek idr., 2013).

Resnick in Singer (1993, v Peucker in Weißhaupt, 2013) sta opredelila miselne (protokvantitativne) sheme, ki opredeljujejo temeljno znanje o količinah. Resnick (1992, v Peucker in Weißhaupt, 2013) je opredelil tri sheme:

- **Primerjalna shema (2 leti)**: primerjanje dveh zbirk elementov in odločanje, kje je več in kje manj; pri majhnih številih mora biti odločitev velikostnega odnosa natančna, pri večjih količinah pa lahko podamo le oceno.



- **Shema o povečanju in zmanjšanju (3 leta):** če se določeni količini elementi dodajajo, se količina poveča, če se odvezemajo, se količina zmanjša.
- **Shema del-del-celota (4 leta):** prepoznavanje stalnosti količine, tudi če jih različno razporediš (npr. pecivo iz škatle razdeliš na dva krožnika). Števila vidimo kot sestavljena iz drugih števil, npr. 7 je sestavljeno iz 3 in 4, 2 in 5 ali 1 in 6.

Pomembno je, da se učitelji na začetku prvega razreda prepričajo, v kolikšni meri imajo učenci razvite omenjene sheme, in jih po potrebi razvijajo naprej.

Pri razvoju predstav o količinah nam pomagata dva osnovna sistema, to sta:

- sistem, ki omogoča določanje številske velikosti (koncept kardinalnosti),
- sistem za natančno predstavitev majhnih števil (subitizacija).

Koncept kardinalnosti razumemo kot obvladovanje treh principov. Izraz »princip« razumemo kot način delovanja oziroma funkcioniranje česa. Prvi je **prirejanje 1 : 1**, ko enemu elementu oziroma predmetu dodelimo eno (in samo eno) ime števila (številko), npr. učenec z dotikom predmeta izgovori število (predmetom prireja števila). Drug princip je pravilno **zaporedje izgovorjenih števil**, ko učenec upošteva vrstni red števil pri štetju. Tretji princip je **pravilo zadnjega preštetega števila**, ko številka, dodeljena zadnjemu elementu v skupini, predstavlja skupno število elementov (Peucker in Weißhaupt, 2013). Šele ko otrok osvoji vse tri principe, lahko govorimo o razvitem konceptu kardinalnosti pri posamezniku. Koncept kardinalnosti se pri otrocih razvija postopoma in v več fazah.

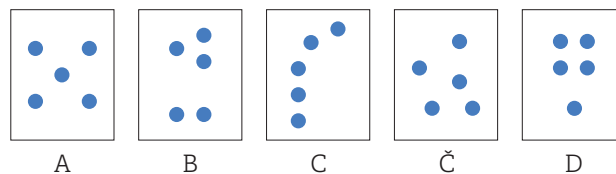
Sposobnost neposrednega prepoznavanja kardinalnosti množice brez štetja so strokovnjaki poimenovali subitizacija (Lipovec in Antolin, 2013, str. 54). Subitizacija je izraz, ki ga je uvedel švicarski psiholog Piaget in pomeni, da »z enim pogledom« prepoznamo majhno količino elementov, ne da bi jih prešteli (perceptivna subitizacija). Ta koncept se razvija na majhnih količinah (do 4 ali 5 elementov), pozneje pa se prenese na večja števila. Pri perceptivni subitizaciji gre za prepoznavanje števil brez uporabe matematičnih procesov. Pri večjih številih si otroci pomagajo s principom del - del - celota, ko zaznajo poljubne podskupine elementov in jih povežejo v celotno. Tej obliki pravimo konceptualna subitizacija, ki je pomembna za pridobivanje aritmetičnih znanj (Lipovec in Antolin, 2013; Gifford, 2018).

Če učenci na domini prepoznajo 3 pike in 5 pik, vedo, da jih je skupaj 8, saj prepoznajo vzorec pik na podlagi sestavnih delov in celote. Domino vidijo kot sestavni del dveh skupin pik.



Pri dejavnostih za razvoj subitizacije se lahko uporabljajo kartice, na katerih so prikazani preprosti elementi, najpogosteje so to pike (kvadratici ali trikotniki). Kartico otrokom pokažemo le za kratek čas in otrok »z enim pogledom« (brez štetja) ugotovi število elementov. Elementi, ki bi predstavljali predmete (npr. avtomobilčki, jabolka, rožice, ptičke ...) niso najbolj primerni za izdelavo takih kartic, saj slika takrat ni izostrena in je otroci ne morejo tako hitro zaznati. Razporeditev elementov (npr. pik) na karticah naj bo različna, saj s prepoznavanjem količine elementov na kartici učenci izgrajujejo tudi strategije štetja.

Kot primer predstavljamo dejavnost s kartami, kjer lahko tudi ugotovljamo, katere miselne strategije spodbujamo s posamezno razporeditvijo pik na karti. Lahko jim opredelimo tudi težavnostno stopnjo (Way, 2014).



Karta A: predstavlja klasično postavitve pik na igralnih kockah in kartah, zato na njej hitro prepoznamo količino, ne da bi uporabljali druge strategije. Umestili bi jo med najlažje.

Karta B: predstavlja dve podskupini pik, in sicer 3 in 2 piki, ki jih hitro prepoznamo. Glede na izkušnje otrok, da je 2 in 3 skupaj 5, lahko priključimo zelo hitro.

Karta C: predstavlja linearno razporeditev pik in bo najverjetneje spodbudila štetje elementov. Lahko pa kdo loči pike v dve ali tri skupine kot na karti B oziroma uporabi strategijo kot je pogled dveh pik in nato šteje naprej 3, 4, 5.

Karta Č: predstavlja naključno razporeditev pik in spodbuja miselno ustvarjanje podskupin. Obstajajo lahko različni načini oblikovanja podskupin, ne glede na smer. To razporeditev na karti lahko štejemo med najzahtevnejšo.

Karta D: predstavlja spet dve podskupini pik, drugačni kot na karti B, pri kateri uporabimo strategijo računanja 4 in 1 je 5 (Way, 2014).

Štetje

Štetje je temelj številske pismenosti (Bird, 2017, v Jagodic, 2019). Vključuje tako vidik ordinalnosti kot kardinalnosti ter poznavanje zaporedja števil (poimenovanja števil v zaporedju). Štetje je konceptualno znanje, ki si ga ni mogoče predstavljati brez prisotnosti konkretnega materiala oziroma pripomočkov. Stik s predmeti, ki jih učenec preštevava, pomaga razvijati pojem števila in količine. Pred samim štetjem mora učenec obvladati naštevanje oziroma »recitiranje« zaporedja števil.

Za uspešno štetje je treba obvladati naslednje principe, ki zagotavljajo osnovo za nadaljnje usvajanje aritmetičnih znanj in spretnosti:

- prepoznavanje količine predmetov do 3 z enim pogledom – brez štetja (perceptivna subitizacija),
- primerjanje več – manj glede na količino predmetov in med števili,
- prirejanje 1 : 1, ko vsakemu elementu dodelimo natančno eno številko,
- stalni vrstni red števil, ko gre za obvladovanje naštevanja števil v znanem zaporedju (učenci se števila od 0 do 10 naučijo na pamet, od 11 do 19 pa po vzorcu in vsa naslednja večja števila po analogiji),
- koncept kardinalnosti z obvladovanjem pravila zadnjega preštetega števila,
- princip združevanja oziroma del – del – celota, kjer gre za grupiranje elementov v podskupine in sklepanje na celoto,
- princip naključnega vrstnega reda, kjer so elementi preštet po naključnem vrstnem redu in ni pomembno, kateremu elementu dodelimo katero številko, saj bomo prešteli vedno enako količino elementov (Jagodic, 2019).

Pri štetju otroci uporabljajo različne strategije:

- *serijsko štetje* – otrok niza imena števil v poljubnem vrstnem redu (ena, dve, pet, osem ...)
- *neprekinjen besedni seznam* – otrok dodeli imena števil manjši količini elementov, lahko jih združuje (del – del – celota) ali razdružuje (celota – del – del), za določanje celote vedno uporablja strategijo preštevanja,
- *prekinjena vrsta* – otrok je sposoben šteti od določenega števila naprej, zato pri združevanju podskupin šteje od prve podskupine naprej (npr. otrok vidi sedem prstkov in šteje prstke od prve roke naprej: pet, šest, sedem),
- *številska vrsta* – otrok je na stopnji abstraktnega razumevanje številskega sistema, števila

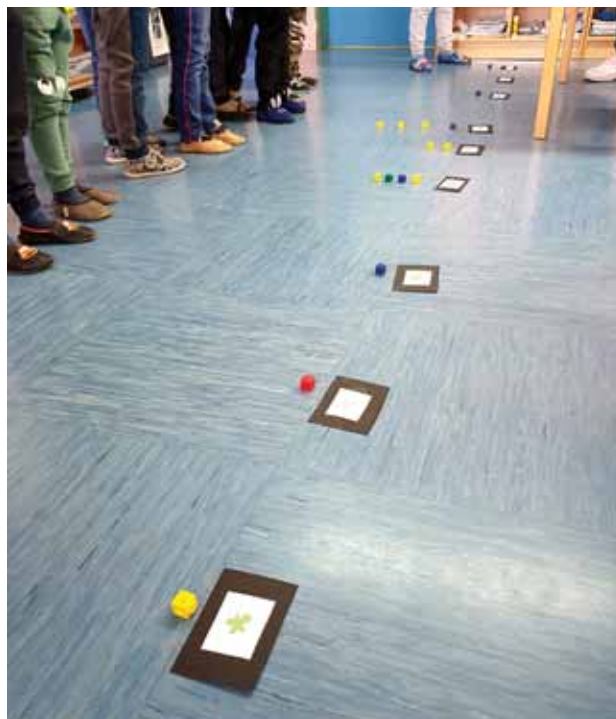
predstavljajo številske situacije, zato jih lahko šteje, primerja, ureja, seštevava, odštevava in z njimi rešuje aritmetične probleme,

- *dvosmerno štetje* – otrok obvlada štetje v zaporedju ali fleksibilno štetje naprej ali nazaj npr. po koraku: štej po 3 naprej, štej po 5 nazaj (Kavkler idr. 2004, v Lipovec in Antolin Drešar, 2019, str. 83, 84).

Dejavnosti za razvoj številskih predstav

a) Števila do 5

Učenci 1. razreda na začetku šolanja pri pouku matematike predvsem spoznavajo lastnosti predmetov (barvo, velikost, obliko) in jih **razvrščajo** po različnih kriterijih. Pri dejavnostih uporabljajo različne konkretne materiale, npr. igrače, naravne materiale, šolske potrebščine, geometrijska telesa in like itd. **Učenci preštevajo** elemente v vsaki skupini, jim **priredijo** število link kock, ugotavljajo, kje je več elementov, kje najmanj, kje enako in s pomočjo link kock lahko oblikujejo prikaz.



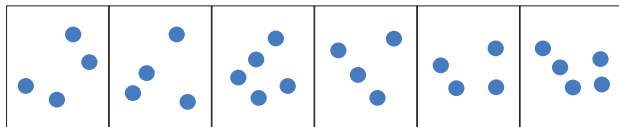
Slika 1: Dejavnost za prikaz števila elementov.
(Vir: Helena Škerget Rakar, OŠ Puconci)

Dejavnosti **štetja** naj se organizirajo najprej ob konkretnih predmetih, ki jih učenci lahko premikajo, nato s predmeti, ki se jih lahko dotikajo, in nato s predmeti, ki jih le vizualno zaznavajo. Dejavnosti štetja lahko načrtujemo tudi na prostem (naravnem okolju), kjer je na voljo veliko različnega naravnega



materiala, predmetov, ki jih lahko učenci premikajo in se jih dotikajo. Pri opisu in sporočanju uporabljajo tudi matematični jezik. Učenci naj rezultate konkretnih dejavnosti tudi narišejo. Na začetku jih pri risanju vodimo, saj imajo lahko težave z orientacijo (v prostoru, na ploskvi) in organizacijo dela, z uporabo simbolov itd. Nato sledijo naloge preštevanja elementov na učnih listih in v učbeniških gradivih, kjer so situacije predstavljene na grafični ravni in učenec slike predmetov pri šteju zaznava le vizualno.

Ko učenci številu elementov v skupini dodelijo enako število pik (prirejanje), lahko učitelj vodi razgovor o njihovi raznolikosti razporeditev in učence povpraša o njihovih strategijah štetja. Kartončke s pikami lahko uporabi za vajo v hitrem zaznavanju števila pik in s tem pripomore k razvoju perceptivne in konceptualne subitizacije.



Slika 2: Priprava kartic s pikami za hitro zaznavanje količin. (vir: <https://www.iseemaths.com/early-number/>)

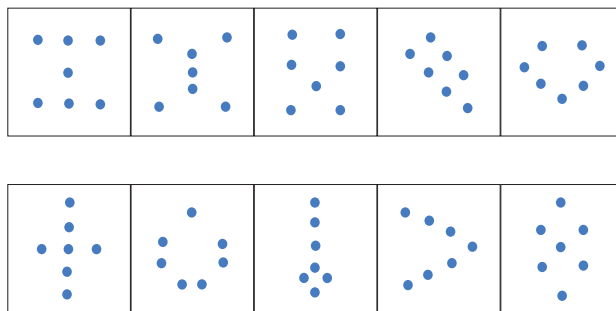
Strukture števil omogočajo tudi, da oblikujemo najrazličnejše vzorce števil. Muligan in Mitchelmore (2009, v Gifford, 2018) sta petletnikom pokazala trikotnik s 6 pikami in jih prosila, naj jih narišejo po spominu. Njihovi odzivi so bili zelo različni, nekateri so narisali kar veliko pik. To dokazuje, da bodo imeli nekateri učenci težave s prepoznavanjem vzorca števil in prepoznavanjem razporeditve pik.



Slika 3: Vzorec s 6 pikami in otroška slika vzorca. (vir spletna stran NRICH, <https://nrich.maths.org/14004>)

Spodbudimo učence, da bodo samostojno ustvarjali vzorce števil npr. za šest, sedem, devet itd. Pri tem se lahko pogovarjajo, na katerem vzorcu so sošolci najhitreje ali najpozneje določili število pik. Ponudimo jim:

- različne oblike podlag npr. papirnate okrogle krožnike, podlage za domine, barvaste ali bele listke itd.,
- različne materiale za elemente npr. krožce iz didaktičnega kompleta, gumbe, kamenčke, samolepilne nalepke itd.



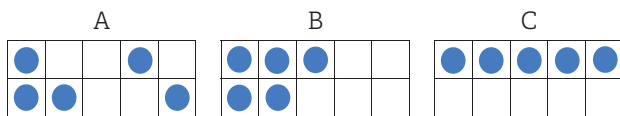
Slika 4: Oblikovanje vzorca s sedmimi pikami.

Učenci naj bodo pozorni tudi na števila v vsakdanjem življenju: kje jih zaznavamo, kaj z njimi sporočamo, za kaj jih uporabljamo itd. Na tak način osmišljajo njihovo uporabo v vsakdanjem življenju in spoznajo vse njihove vidike (kardinalni, nominalni, ordinalni, merski in računski). Tako lahko v aktivnostih učenci iščejo število 3 v različnih situacijah npr. zaznajo ga pri triciklu, trikotniku, triperesni detelji, treh parih nog pri žuželki, v pravljičah (Trije medvedi, Zlatolaska, Trije prašički ...), pri družini s tremi otroki (tremi brati ali sestrami, tremi člani), pri triletnih otrocih, hišni številki 3, prometnem znaku za omejitev hitrosti, avtomobilski registrski tablici, telefonski številki, pri zaporedju mesecev v letu, datumu, skupine po tri, tretji v vrsti, zasedli so tretje mesto na tekmovanju itd. Ugotavlja se, da take dejavnosti podpirajo občutek za števila in pridobivanje izkušenj z njimi (iz prakse na Madžarskem).

Na koncu učenci spoznajo tudi zapis simbola (številke, cifre) za posamezno število. Simbole uporabljajo v različnih dejavnostih od opisovanja, pripovedovanja, razvrščanja, prirejanja, štetja itd.

b) Števila do 10

Ko se pri učencih razvije osnovni občutek za število, je treba razvijati občutek za desetico (na intuitivni ravni), ki bo pozneje podlaga za razumevanje mestnih vrednosti (desetiških enot). Za razvoj desetice v praksi uporabljamo različne didaktične pripomočke, npr. škatlo za jajca, vrvico z desetimi kroglicami, dolžino desetih link kock, manjši abakus, kovance ali bankovec za 10 evrov itd. Nizozemski strokovnjaki so razvili didaktični pripomoček z razporeditvijo skupine petih kroglic, saj so ugotovili, da so vizualne predstavitve po pet elementov otrokom pomagale, da hitreje zaznajo števila. Didaktični pripomoček »desetiški okvir« sta razvila Van de Walle in Bobis (Way, 2014b). Tako lahko učenci v »desetiški okvirje« na različne načine postavljajo krožce in razvijajo podobe števil ter različne miselne strategije pri štetju. Učenci o predstavitvi števil v »desetičnem okvirju« lahko povedo, katero število so prikazali, kako so razporedili krožce, kaj ugotavljajo o predstavljenem številu glede na število 10.



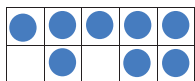
Slika 5: »Desetiški okvir« s predstavitvijo števila 5.

Okvir A: Predstavlja pet krožcev, ki so razporejeni v dve podskupini s tremi in dvema krožcema. Na podskupini lahko pogledamo kot na zgornjo in spodnjo vrstico ali razporeditev skrajno levo in skrajno desno v okvirju. Razporeditev krožcev lahko vidimo tudi kot 2 in 1 in 0 in 1 in 1, če krožce beremo po stolpcih.

Okvir B: Predstavlja tudi število pet, kot razporeditev treh krožcev v zgornjo in dveh krožcev v spodnjo vrstico. Spoznamo pa lahko, da je v »desetičnem okvirju« ostalo pet praznih polj, ki so v podobni obliki kot zasedena polja. Tako učenci ozaveščajo, da je pet polnih polj in pet praznih polj skupaj deset.

Okvir C: Ta ureditev močno ponazarja idejo, da je pet in pet skupaj deset. Podpira tudi idejo, da je polovica od deset pet. Do takšnega razmišljanja seveda ne bi prišlo, če bi bilo pet krožcev postavljenih brez podlage »desetičnega okvirja« (Way, 2014b).

Pri razširitvi množice števil do 10 uporabljamo princip povečevanja in zmanjševanja oziroma dodajanja in odvzemanja elementov.



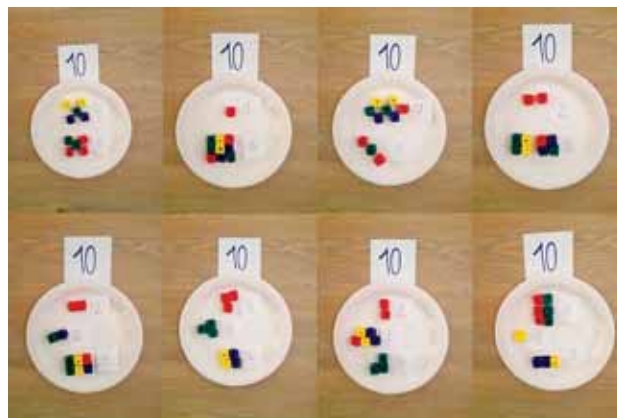
Slika 6: Razvoj občutka desetice z »desetičnim okvirjem«.

Ko so šestletniku prikazali sliko, je takoj rekel: »Tam je osem, ker dva manjkata.« Ko se vzpostavi takšno razmišljanje, se razvije dojemanje količin do 10 in pojem desetica. Pri takem načinu učenja učenci dobijo tudi uvid v dele celote (Way, 2014b).

Pri dejavnostih lahko učenci uporabljajo različni didaktični material npr. link kocke, Cuisenarove palčke, Numikon kocke itd. in naravni material, ki ga štejejo in z njim oblikujejo različne vzorce. Učencem lahko zastavimo tudi dejavnosti dopolnjevanja, kjer dopolnjujejo do 10 najprej s konkretnim materialom, nato z risbo in na koncu tudi z matematičnim zapisom (računom). Lahko pa damo učencem 10 elementov, kjer samostojno raziskujejo, na koliko različnih načinov lahko razporedijo te elemente.

»Desetiški okvir« pa lahko nadomestimo s prstki na rokah, ki so učencem najbližji in zelo uporaben konkretni material.

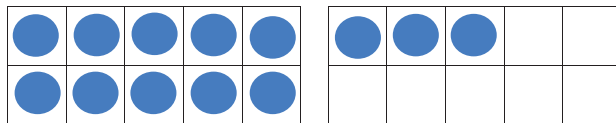
Numikon kocke pomagajo učencem ločiti števila kot soda in liha, medtem ko link kocke prikazujejo število kot dolžino.



Slika 7: Razporejanje 10 elementov na različne načine.

c) Števila do 20

Razširitev množice naravnih števil do 20 učenci pridobijo z dodajanjem posameznega elementa »desetičnemu okvirju« oziroma desetici. Na tak način se še bolj utrdi zavedanje desetice in enice.



Slika 8: Predstavitev števil do 20 s pomočjo dveh »desetičnih okvirjev«.

Didaktični material poskušamo v pouk vpeti na različne načine, saj želimo, da bo učenje za učence zanimivo in nazorno. Pri tem smo pozorni na izbiro različnih oblik dela, tako lahko dejavnosti organiziramo kot igro ali sodelovalno učenje.

Primer igre

Material:

dva »desetiška okvirja«, krožci ali link kocke, pregrada med tekmovalcema.

Potek igre:

En igralec na skrivaj razporedi nekaj krožcev po dveh »desetičnih okvirjih«. Drugi igralec postavlja vprašanja, na katera je mogoče odgovoriti z da ali ne. Z vprašanji poskuša pridobiti dovolj namigov za razporeditev krožcev. Primeri vprašanj: Ali je zgornja vrstica polna? Ali je na podlagi 8 krožcev? Ali je v spodnji vrstici prazno polje?

Ko igralci postanejo bolj spretni, lahko preštejemo število vprašanj. Zmaga igralec, ki postavi manj vprašanj.

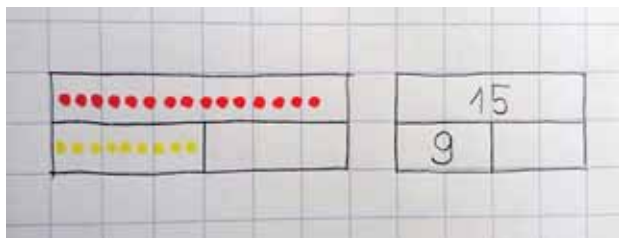
V tej fazi besede za števila dobijo abstrakten pomen, zato jih lahko primerjamo, urejamo itd., na fleksibilen način štejemo npr. v zaporedju naprej in nazaj, po koraku.

Oblikujejo tudi različne izzive dopolnjevanja s konkretnim materialom in z grafičnim prikazom. Učenci se naučijo številski izraz tudi zapisati z matematičnimi simboli npr.

$$15 = 9 + \square.$$



Slika 9: Dejavnost dopolnjevanja števil s konkretnim materialom.



Slika 10: Grafični prikaz dopolnjevanja števil.

Take naloge so tudi primerne za razvijanje pojma enakosti.

č) Števila do 100

Števila do 100 izgrajujemo po principu povečevanja in zmanjševanja (dodajanja in odzemanja) ter izgradnje koncepta mestnih vrednosti. Pojmi desetica, enica in stotica so abstraktni, zato z najrazličnejšimi dejavnostmi razvijamo in ozaveščamo te pojme. Učenci spoznavajo desetiški sistem z različnimi izzivi štetja, ob tem pa izgrajujejo tudi svojo strategijo štetja. Načrtujemo dejavnosti, s katerimi spodbujamo učinkovite strategije štetja, ki so lahko štetje po 2, štetje po 5, grupiranje elementov po 10 itd. Dejavnosti naj usmerjajo učence najprej v preštevanje konkretnega materiala npr. prstkov na izbranem številu rok, čepkov na plošči, kroglic v posodi, makaronov na krožniku, palčk v škatli, letvic na ograji, nato pa slikovnega gradiva, kot so npr. število predmetov na sliki, pik na podlagi (glej Sliko 11, 12, 13).

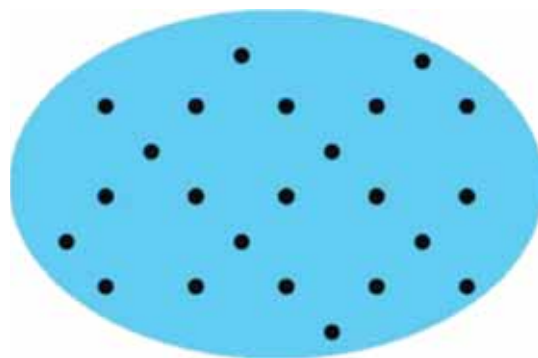
Za dejavnosti štetja in prikazovanja števil uporabimo tudi didaktična ponazorila, kot sta številski poltrak in stotični kvadrat. V drugih državah (npr. Avstralija) vpeljujejo štetje konkretnih materialov v stotičnem kvadratu in postopnem izgrajevanju občutka za desetico, enico in stotico že pri mlajših otrocih pred vstopom v osnovno šolo.



Slika 11: Preštevanje števila prstkov na rokah.
(Vir: <https://unsplash.com/>)



Slika 12: Preštevanje kroglic v posodi.



Slika 13: Preštevanje pik na podlagi.
(Vir: spletna stran NRICH, <https://nrich.maths.org./8123>)

Učenci lahko v praznem stotičnem kvadratu oblikujejo različne vzorce in prikažejo zaporedja števil. Učenci naj bodo deležni različnih izzivov štetja ob didaktičnih igrah ali reševanju matematičnih problemov.

Učenci števila predstavljajo z naravnimi materiali, didaktičnimi pripomočki, modeli denarja, Dienesovimi kockami, na številske poltraku, v stotičnem kvadratu itd. Svoje predstavitve števil oblikujejo grafično in predstavljajo tudi govorno, saj ob tem razvijajo tudi matematični jezik (npr. je predhodnik števila ...; je sodo (liho) število; ima 3 desetice in 8 enic; leži v četrti vrstici in v osmem stolpcu stotičnega kvadrata; je za 10 manjše od števila ...; če plačam z bankovcem za 50 evrov, dobim vrnjenih 12 evrov itd.).



Slika 14: Preštevanje konkretnega materiala v stotičnem kvadratu. (vir: Blog Primary Learning, <https://primarylearning.com.au/2021/03/15/visualising-skip-counting/>)

Primer: Štetje tujcev



To so:

- resni Dori, ki šteje po dva,
- dvojček Tedi, ki šteje po tri,
- nasmejani Kori, ki šteje po štiri,
- zelenoglavi Sindi, ki šteje po pet,
- štirinožna Menda, ki šteje po šest.

Predstavi, kako bi ti Nezemljani štel s svojimi prstki do 40.

d) Števila od 1000 do 1000 000

Pri razširitvi množice naravnih števil do 1000 ali 1000 000 gre v bistvu za utrjevanje koncepta, pridobljenega v množici naravnih števil do 100, vendar s spoznavanjem novih mestnih vrednosti (desetiških enot): tisočica, desetstisočica, stotisočica, milijonca.

Učenci poiščejo vsakdanje situacije, ki jih opisujemo z velikimi števili npr.: Avto je drvel po cesti s hitrostjo 150 km/h. Našo šolo obiskuje 345 učencev. Računalnik stane 890 evrov. Letos je Triglav obiskalo 24 568 pohodnikov. Nogometno tekmo si je ogledalo več kot 7 000 nogometnih navdušencev.

Pri predstavitvi števil v množici do milijona je nemogoče uporabljati konkretni material, zato uporabljamo vse več didaktičnih ponazoril, kot so fizični modeli.

Učencem še vedno zastavljamo različne dejavnosti, kot so predstavitve števil, zapis števil in predstavitve mestnih vrednosti, štetje števil, predstavitve števil na številske premice, primerjanje števil in utemeljevanje, zaokroževanje števil, oblikovanje in nadaljevanje številske vzorce, reševanje problemov itd.

Letno in sprotno načrtovanje

Pri letnem načrtovanju skušamo predvideti dovolj časa za usvajanje vsebine o naravnih številih v dani množici. V načrtovani sklop o naravnih številih vključimo tudi cilje drugih sklopov iz Učnega načrta za matematiko, posebej še iz teme Druge vsebine. Na to nas nagovarja tudi zapis v Didaktičnih priporočilih (UN za MAT, 2011, str. 20), ki pravi: »Logika in jezik nista ločeni vsebini, ampak imata pomembno mesto v vseh matematičnih vsebinah. Z vsebinami tega sklopa naj bi učitelji spodbujali učenčev kognitivni razvoj, hkrati pa naj bi se učenci naučili pravilnega in natančnega izražanja. Cilji sklopa o matematičnih problemih spodbujajo povezovanje različnih vsebin in znanj. Uresničevanje ciljev tega

LETNA PRIPRAVA

Predmet	Matematika	Razred	2. razred
Šolsko leto	2021/2022	Datum izvoza	21.10.2021 14:26

NAČRT RAZPOREDITVE VSEBIN, CILJEV, STANDARDOV

MNOŽICA NARAVNIH ŠTEVIL DO 100

CILJI

- štejejo, zapišejo in berejo števila do 100,
- razlikujejo desetiške enote in razumejo odnose med njimi (enice, desetice in stotice),
- uredijo po velikosti množico naravnih števil do 100,
- ločijo med kardinalnim (glavnim) in ordinalnim (vrstnim) pomenom števila,
- oblikujejo in nadaljujejo zaporedja števil,
- zapišejo odnose med števili ($<$, $>$, $=$),
- razporejajo števila glede na največ dve lastnosti,
- odkrijejo in ubesedi lastnost oziroma lastnosti, po katerih so bila števila razporejena,
- prikažejo in berejo razporeditev števil z različnimi prikazi (Euler-Vennov, Carrollov in drevesni prikaz),
- zberejo in uredijo podatke ter jih čim pregledneje predstavijo in preberejo,
- predstavijo problemsko situacijo z različnimi didaktičnimi ponazorili, s konkretnimi in slikovnimi materiali,
- problem analizirajo, ga sistematično rešijo in pri tem uporabljajo različne strategije reševanja,

VSEBINE

Desetiška števila do 100
Štetje in zapisovanje števil do 100
Desetiške enote: enica, desetica, stotica
Prikaz števil
Primerjanje števil in odnosi med njimi
Urejanje števil in oblikovanje zaporedij
Kardinalni in ordinalni vidik števil
Razporejanje števil po kriterijih in oblikovanje prikazov razporeditev
Predstavitve podatkov
Reševanje matematičnih izzivov

STANDARDI

- šteje, bere, zapiše in primerja naravna števila do 100,
- predstavi podatke s prikazom.
- uporablja naravna števila do 1000 pri izražanju količin v vsakdanjem življenju,
- razporedi elemente po več lastnostih in razporeditev prikaže s preglednico ter prikazom,
- bere podatke iz preglednic in prikazov,
- predstavi zbrane podatke,
- prepozna, nadaljuje in oblikuje vzorec,
- pozna matematično terminologijo.

Slika 15: Del letne priprave oblikovane v platformi Digitalizirani učni načrti.

SPROTNA PRIPRAVA			
Predmet	Matematika	Razred	2.
MNOŽICA NARAVNIH ŠTEVIL DO 100 (DESETIŠKE ENOTE: ENICA, DESETICA, STOTICA)			
VZGOJNO-IZOBRAŽEVALNI CILJI			
- štejejo, zapišejo in berejo števila do 100, - razlikujejo desetiške enote in razumejo odnose med njimi (enice, desetice in stotice),			
STANDARDI ZNANJA / PRIČAKOVANI DOSEŽKI/REZULTATI / UČNI IZIDI			
šteje, bere, zapiše in primerja naravna števila do 100,			
NAČRT DEJAVNOSTI			
Metode: praktično delo, pogovor, risanje			
FRONTALNA (10 MIN)			
DEJAVNOSTI UČENCA			
Razvija lastne strategije štetja:			
- ob predstavitvi prstov na rokah (različnega) števila učencev - denarne vrednosti (kovancev in bankovcev) v hranilniku - količina čepkov na plošči (Giant Peg Board Set)			
DVOJICE (15 MIN)			
DEJAVNOSTI UČENCA			
Preštevanje števila elementov in predstavitev strategije štetja.			
Čim hitreje in natančno preštejte, koliko je ...			
- lesenih perlic v posodici? - plastičnih palčk (vejic) v lončku? - gumbov v škatlici? - naravnega materiala (želoda, drevesnih listkov, kamenčkov) na pladnju? - makaranov v vrečki? - riževih zrn na krožniku?			
Količino posameznih predmetov prikažejo na UL v tabeli (10x10) z barvanjem števila kvadratkov, ki je enako količini prešteti predmetov in zraven zapišejo s številko.			
Vsaka dvojica reši v dogovorjenem času vsaj 2 primera štetja konkretnih materialov.			
DVOJICE (15 MIN)			
DEJAVNOSTI UČENCA			
Preštevanje števila elementov na sliki s pikami			
Čim hitreje in natančno preštejte, koliko je ...			
- rdečih pik? - zelenih pik? - črnih pik?			
Količino posameznih predmetov prikažejo na UL v tabeli (10x10) z barvanjem števila kvadratkov, ki je enako količini prešteti predmetov in zraven zapišejo s številko.			
Vsaka dvojica reši v dogovorjenem času vsaj 2 primera štetja.			

Slika 16: Del sprotne priprave oblikovane v platformi Digitalizirani učni načrti.

sklopa dosegamo pri obravnavi vsebin drugih vsebinskih sklopov (npr. delo z vzorci pri številih in geometriji)«.

Z Digitaliziranim učnim načrtom si lahko pomagamo pri načrtovanju letne in sprotne priprave (Slika 15 in Slika 16).

Sklep

Razvoj številskih predstav dojemamo kot intuitiven občutek o številih in odnosih med njimi. Proces pridobivanja je izredno kompleksen, saj želimo zaobjeti vse vidike razvoja pojma števila in koncepta številskih predstav, in dolg, saj se nanaša na razvojne zmožnosti otrok skozi leta šolanja. Izgrajevanje koncepta števil zahteva dejavnosti, kjer učenci razvijajo miselne procese, lastne strategije in učinkovite postopke z uporabo različnih reprezentacij od konkretnih do abstraktnih.

Pri oblikovanju dejavnosti in izzivov nas vodijo spodnje usmeritve.

Učenci naj:

1. delajo s konkretnimi materiali in rešujejo že znane izzive,
2. oblikujejo različne predstavitve števil,
3. razpravljajo o različnih rešitvah in delijo svoja odkritja (o drugačnih poteh do rešitev),
4. raziskujejo uporabo števil v realnem okolju,
5. raziščejo in oblikujejo številčne vzorce in razmerja,
6. izvajajo dejavnosti za razvoj različnih (lastnih) strategij štetja, podajanja ocen o količini in načinov računanja,
7. rešujejo življenjske probleme z uporabo različnih pristopov,
8. rešujejo računske izzive z vnaprej postavljenimi nameni in ne zgolj zaradi pridobivanja rezultatov,
9. rešujejo naloge zbiranja, organiziranja, prikazovanja in interpretiranja podatkov,
10. predstavijo namene posameznih dejavnosti,
11. raziščejo tudi zelo velika števila in v njihove predstavitve vključujejo uporabo didaktičnih ponazoril (npr. številski poltrak, modeli desetiških enot oziroma Dienesove kocke itd.) (Tsao in Lin, 2012, v Back, 2018).

Viri in literatura

- Back, J. (2018). Early Number Sense. Pridobljeno s <https://nrich.maths.org/10737>
- Cartwright, K. (2021, 15. marec). Visualising skip counting [blog Primary Learning]. Pridobljeno s <https://primarylearning.com.au/2021/03/15/visualising-skip-counting/>
- Digitalizirani učni načrti (2021): Osnovna šola. Matematika. Učne priprave. Pridobljeno s <https://dun.zrss.si/#/>
- Digitalizirani učni načrt za matematiko (2021). Pridobljeno s <https://dun.zrss.si/#/>
- Gifford, S. (2018). Subitising. Pridobljeno s <https://nrich.maths.org/14004>
- I See Maths (b. d.). Early Number Sense. Pridobljeno s <https://www.iseemaths.com/early-number/>
- Jagodic, A. (2019). Občutek za števila in količine učencev 3. razreda z izrazitimi težavami pri učenju matematike [magistrsko delo]. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta. Pridobljeno s <http://pefprints.pef.uni-lj.si/5879/>
- Levstek, T., Bregant, T., Podlesek, A. (2013). Razvoj aritmetičnih sposobnosti. Psihološka obzorja 22 (spletna izdaja), str. 115 – 121. Pridobljeno s http://psiholoska-obzorja.si/arhiv_clanki/2013/levstek_et_al.pdf
- Lipovec, A., Antolin Drešar, D. (2019). Matematika v predšolskem obdobju. Maribor: Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta. Pridobljeno s <https://www.dlib.si/details/URN:NBN:SI:DOC-9YIVXHGM>
- Lipovec, A., Antolin, D. (2013). Subitizacija. Didakta, letnik 22 (162) str. 54–56. Pridobljeno s <https://www.dlib.si/details/URN:NBN:SI:DOC-7YEQAJPD>
- Peucker, S., Weißhaupt, S. (2013). Development of numerical concepts. South African Journal of Childhood Education, SAJCE vol.3 (1) Johannesburg. Pridobljeno s http://www.scielo.org.za/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2223-76822013000100003
- Way, J. (2014a). Number Sense Series: Developing Early Number Sense. Pridobljeno s <https://nrich.maths.org/2477>
- Way, J. (2014b). Number Sense Series: A Sense of 'ten' and Place Value. Pridobljeno s <https://nrich.maths.org/2479>