PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **26** (1998/1999)
Številka 2
Strani 78–79

Roman Drnovšek:

ZA REŠITEV BEALOVEGA PROBLEMA RAZPISANA NAGRADA V VIŠINI 50. 000 DOLARJEV

Ključne besede: novice, matematika, teorija števil, Fermatov izrek, Bealova enačba.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/26/1367-Drnovsek.pdf

ZA REŠITEV BEALOVEGA PROBLEMA RAZPISANA NAGRADA V VIŠINI 50.000 DOLARJEV

Andrew Beal je ameriški milijonar iz Dallasa. Star je 45 let, ima 5 otrok in je lastnik največje lokalne banke v Dallasu. Zelo ga zanima matematika in njen pomen v družbi. Veliko časa je razmišljal o Fermatovem problemu, o katerem je bilo v Preseku že veliko napisanega. Problem je leta 1994 rešil angleški matematik Andrew Wiles, ki je z zelo zahtevnim dokazom potrdil Fermatovo domnevo, da za poljubno naravno število $n > 2$ enačba

$$x^n + y^n = z^n$$

ni rešljiva v množici naravnih števil. Andrew Beal je še vedno prepričan, da je Fermat poznal relativno enostaven dokaz svoje domneve. Postavil pa je tudi svojo domnevo o rešitvah enačbe

$$x^m + y^n = z^r ,$$

ki je podobna Fermatovi enačbi, le da imamo namesto enega samega eksponenta (n) tri (m, n in r). Recimo tej enačbi na kratko Bealova enačba. Če dopuščamo, da je vsaj en eksponent enak 1 ali 2, potem ima Bealova enačba mnogo rešitev. Tudi pri dodatni zahtevi, da so eksponenti različni, je mogoče najti primere: $1^1 + 2^3 = 3^2$, $2^5 + 7^2 = 3^4$ in $7^3 + 13^2 = 2^9$.

Vzemimo sedaj, da so naravna števila m, n in r večja od 2. Tedaj Andrew Beal domneva naslednje:

Če naravna števila x, y in z zadoščajo Bealovi enačbi, potem imajo skupni delitelj (večji od 1).

V enakosti $3^6 + 18^3 = 3^8$ imajo na primer števila 3, 18 in 3 skupni delitelj 3.

Če Bealova domneva drži, potem iz nje takoj sledi Fermatov izrek. Če bi bila Fermatova enačba pri nekem $n \geq 3$ izpolnjena za naravna števila x, y in z, potem bi po deljenju z njihovim največjim skupnim deliteljem dobili trojico naravnih števil, ki bi še vedno ustrezala Fermatovi enačbi, njihov največji skupni delitelj pa bi bil 1. To pa bi bilo v protislovju z Bealovo domnevo.

Zanimanje za Fermatov problem je leta 1906 povečal nemški industrialec Paul Wolfskehl. Le ta je namreč z oporoko zapustil 100.000 takratnih nemških mark Akademiji znanosti v Göttingenu s prošnjo, da ta znesek izroči prvemu, ki bo rešil Fermatov problem. Čeprav je zaradi inflacije nagrada izgubila precej vrednosti, je Andrew Wiles leta 1997 za rešitev Fermatovega problema vseeno dobil okoli 50.000 ameriških dolarjev. Na tej podelitvi Wolfskehlove nagrade se je izkazalo, da je na Akademiji zelo malo znanega o tem, zakaj je Wolfskehl napisal takšno oporoko. Dolgo časa so mislili, da ga je zapustila njegova izvoljenka in je zato razmišljal o samomoru, dokler ni izvedel za Fermatov problem, ki mu je zopet vlil voljo do življenja. Kasnejša poizvedovanja pa so pokazala, da je Paula Wolfskehla, ki je bil samec do svojega 47. leta, njegova družina prisilila v poroko s 53-letno Marie Fröhlich, hčerko davčnega svetovalca. Gospa je bila grozna prepirljivka in je svojemu možu zagrenila preostanek življenja. Wolfskehl jo je zato tako sovražil, da ji ni hotel zapustiti svojega bogastva.

Ker je Bealova domneva tesno povezana s Fermatovim izrekom, bankir Andrew Beal za rešitev svojega problema ponuja nagrado v višini **50.000** dolarjev. Na začetku je sicer ponujal nagrado v višini 5.000 dolarjev, ki bi se vsako leto povečala za 5.000 dolarjev, dokler ne bi dosegla zneska 50.000 dolarjev. Vsakdo, ki misli, da je problem rešil, lahko rešitev pošlje profesorju Danielu Mauldinu v Texas. Le-ta predseduje komisiji treh profesionalnih matematikov, ki bo pregledala prispele rešitve.

Z Bealovo enačbo pri različnih pogojih za števila m, n in r se je ukvarjalo že nekaj matematikov. Radovedni bralec bo več podatkov o tem našel v članku, ki je decembra leta 1997 izšel v matematični reviji Notices of the American Mathematical Society. Njegov avtor, profesor Mauldin, presenečeno ugotavlja, da je nekdo, ki se profesionalno ne ukvarja s teorijo števil, postavil hipotezo tako blizu trenutni raziskovalni dejavnosti v teoriji števil. Na osnovi dosedanjih rezultatov je pričakovati, da Bealova domneva drži, vendar jo je mogoče potrditi le z uporabo zelo zahtevnih metod. Morda pa je pot res preprosta. Velja poskusiti!

Roman Drnovšek