Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

√matematika v šoli ≥ 3|4

letnik XXI. (2015) ∞ št 3|4

Vsebina

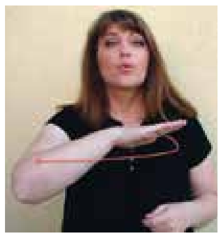
Contents

Za vse

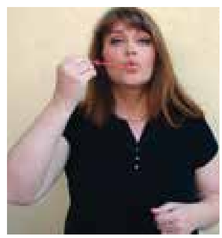
For Everyone

Jerneja Bone
odgovorna urednica

Kaj vam sporočajo spodnje fotografije?






ZA GLUHE. Slovenski znakovni jezik. Znakovni jezik gluhih temelji na uporabi rok, mimike obraza, oči in ustnic ter gibanju telesa (vir: http://sszj.fri.uni-lj.si/).

MATEMATIKA V ŠOLI, letnik 21, številka 3-4, 2015 | ISSN 1318-010X | **Izdal in založil:** Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, Poljanska 28 | **Predstavnik:** dr. Vinko Logaj | **Uredniški odbor:** Jerneja Bone, Zavod RS za šolstvo, jerneja.bone@zrss.si (odgovorna urednica); dr. Darja Antolin, Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta Maribor, darja.antolin@um.si; dr. Darjo Felda, Univerza v Kopru, Pedagoška fakulteta Koper, darjo.felda@pef.upr.si; dr. Marjan Jerman, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, marjan.jerman@fmf.uni-lj.si; Silva Kmetič, Zavod RS za šolstvo, silva.kmetic@zrss.si; Sabina Kumer, Tehniška gimnazija Krško, kumer.sabina@gmail.com; dr. Zlatan Magajna, Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta v Ljubljani, zlatan.magajna@pef.uni-lj.si; mag. Sonja Rajh, Zavod RS za šolstvo, sonja.rajh@zrss.si; mag. Mateja Sirnik, Zavod RS za šolstvo, mateja.sirnik@zrss.si; Simona Vreš, Gimnazija Ravne na Koroškem, simona.vres@gimnazija-ravne.si; Vesna Vršič, Zavod RS za šolstvo, vesna.vrsic@zrss.si; dr. Amalija Žakelj, Zavod RS za šolstvo, amalija.zakelj@zrss.si; dr. Lucija Željko, OŠ Sostro, lucija.zeljko@guest.arnes.si; dr. Herremans Adriaan, Universiteit Antwerpen, Belgija; dr. Jasmina Milinković, Pedagoška fakulteta Beograd, Srbija; dr. Evgenia Sendova, Institute of Mathematics and Informatics at the Bulgarian Academy of Sciences, Bolgarija | **Jezikovni pregled:** Aleksandra Repe s. p. | **Prevod povzetkov v angleščino:** Ensitra prevajanje, Brigita Vogrinec s. p. | **Oblikovanje:** Anže Škerjanec | **Urednica založbe:** Simona Vozelj | **Naslov uredništva:** Zavod RS za šolstvo, OE Nova Gorica (za revijo Matematika v šoli), Erjavčeva 2, 5000 Nova Gorica | **Prelom in tisk:** Design Demšar d.o.o., Present d.o.o. | **Naklada:** 570 izvodov | **Letna naročnina** (4 številke oziroma 2 dvojni): 20,86 EUR za šole in ustanove, 14,19 EUR za posameznike in 13,35 EUR za dijake, študente in upokojence. | Cena posamezne dvojne številke v prosti prodaji je 13,35 EUR. | **Naročila:** ZRSŠ – Založba, Poljanska cesta 28, 1000 Ljubljana, faks: 01/30 05 199, e-pošta: zalozba@zrss.si | Revija je vpisana v razvid medijev, ki ga vodi Ministrstvo za kulturo pod zaporedno številko 568. | Revija Matematika v šoli je indeksirana in vključena v mednarodne baze podatkov: MathEduc – Mathematics Education Database, ZDM – The International Journal on Mathematics Education, Co-operative Online Bibliographic System and Serveces (COBISS) | Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana.

kolofon

ZA SLEPE. Braillova pisava (poslovenjeno Brajeva pisava ali brajica) je posebna pisava, ki omogoča slepim, da berejo in pišejo. Razvil jo je Louis Braille (po katerem je pisava tudi poimenovana) leta 1821 (vir: https://sl.wikipedia.org/wiki/Braillova_pisava).

Ste že uganili, kaj vam želim sporočiti? Isto poved sem predstavila na različne načine. Za vse. Za osebe z različnimi potrebami. Vsem se želim približati z željo, da bi nas razumeli.

Omogočimo vsem učencem, da se učijo matematiko.

ZA TISTE, KI IMAJO DISLEKSIJO.

Pomagate si lahko tudi s povezavo. http://www.zrss.si/wav/vsem-ucencem.wav

ZA NAGLUŠNE IN TISTE, KI POTREBUJEJO POMOČNIKA – BRALCA. Posnetek.

Sporočilo odgovorne urednice:
Za pomoč pri pripravi uvodnika se zahvaljujem Sabini Pokovec, uradni tolmački slovenskega znakovnega jezika ter Andreji Verbinc, učiteljici matematike, ki v redni osnovni šoli poučuje slepega učenca, in spremljevalki Simoni Keber Kumše ter učencu Tadeju Grumu.
Hvala tudi vsem tistim sodelavkam in sodelavcem, ki ste mi pomagali pri pripravi tega uvodnika.

Učne težave pri matematiki: uresničevanje Koncepta dela učne težave v osnovni šoli

Learning Difficulties in Mathematics: Realization of Koncept dela učne težave v osnovni šoli (Working Concept Learning Difficulties in Primary School)

Marija Kavkler
Univerza v Ljubljani
Pedagoška fakulteta
Ljubljana

Σ Povzetek

Specifične učne težave pri matematiki so ena od najkompleksnejših specifičnih učnih težav. Ker so nevrološko pogojene in vseživljenjske, je prisotno izrazito neskladje med potenciali in matematičnimi dosežki posameznika. V prispevku je predstavljena kompleksnost problema specifičnih učnih težav in potrebe po različnih prilagoditvah za učence s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki. Prilagoditve pri učenju matematike za učence s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki se razprostirajo na kontinuumu, ki pa mora biti usklajen s kontinuumom posebnih potreb posameznika. Predstavljene so tudi razlike v funkcioniranju in dosežkih med učenci z diskalkulijo in specifičnimi aritmetičnimi primanjkljaji ter razlike med strategijami in prilagoditvami, ki jih skupini teh učencev potrebujeta. Posamezni učenci z izrazitimi in vseživljenjskimi primanjkljaji na področju matematike brez ustrezne in učinkovite pomoči ter prilagoditev ne uspejo uspešno zaključiti niti osnovne šole. Permanentno doživljanje neuspeha in čustvenih stisk posameznika pogojujejo še težave z duševnim zdravjem, neizobraženost, slabša zaposljivost in težave socialne vključenosti v družbo. Doseganje minimalnih standardov pa ne sme biti cilj za večinski delež učencev s primanjkljaji na področju učenja matematike, saj lahko pomembno izboljšajo matematične dosežke, če so deležni učinkovite in intenzivne obravnave v okviru petstopenjskega modela odziva na obravnavo, ki je pomemben element Koncepta dela z učenci z učnimi težavami v osnovni šoli. Vsi učenci, posebno pa učenci s specifičnimi učnimi težavami, pri učenju matematike bolje napredujejo, če so deležni razumevanja, podpore in pomoči vseh udeleženih odraslih od staršev, učiteljev do vseh drugih strokovnih delavcev.

Ključne besede: učenci z učnimi težavami pri matematiki, posebne potrebe, primanjkljaji pri učenju matematike, Koncepta dela v osnovni šoli, petstopenjski model odziva na obravnavo

Σ Abstract

Specific learning difficulties in mathematics are one of the most complex specific learning difficulties. Because they are neurologically conditioned and lifelong, there is a distinct discrepancy between the potentials and the mathematical achievements of an individual. The paper presents the complexity of the problem of specific learning difficulties and the needs for various types of adaptations for pupils with specific learning difficulties in mathematics. The adaptations in teaching mathematics to pupils with specific learning difficulties in mathematics stretch across a continuum, which must be harmonized with the continuum of the special needs of an individual. Also presented are the differences in the functioning and achievements among pupils with dyscalculia and specific arithmetic deficiencies, and the differences among the strategies and adaptations that these two groups of pupils need. Individual pupils with distinct and lifelong deficiencies in mathematics cannot successfully finish primary school without appropriate and effective help. Permanent experiencing of failure and emotional distress is conditioned by an individual's mental health problems, lack of education, poorer employability and difficulties with integration into society. The attainment of minimum standards should not be the goal of the majority of pupils with deficiencies in learning mathematics, as they could significantly improve their mathematical achievements if provided with efficient and intensive intervention under the five-tier model Response to Interventi-

on, which is an important element of Koncept dela z učenci z učnimi težavami v osnovni šoli (Concept of Working with Pupils with Learning Difficulties in Primary School). All pupils, especially pupils with specific learning difficulties, make better progress in learning mathematics if they are shown understanding, support and help from all the participating adults, from the parents and teachers to other professional staff.

***Key words:** pupils with learning difficulties in mathematics, special needs, deficiencies in learning mathematics, Koncept dela v osnovni šoli, five-tier model Response to Intervention*

α Uvod

Inkluzivna vzgojno-izobraževalna praksa je v številnih državah priznana kot učinkovita. Podprta je s številnimi raziskavami in mednarodnimi deklaracijami. Njeno uresničevanje v praksi pa predstavlja velik izziv (Kavkler, 2011a). Sprememb ne moremo doseči hitro, saj uresničevanje inkluzije ne predstavlja le drugačen program ali prilagojene strategije, ampak način življenja skupaj z drugimi tako, da vsakdo nekaj pridobi, je cenjen in občuti pripadnost skupnosti. Inkluzije ne smemo razumeti le kot dodatek na obstoječo šolsko strukturo, ampak kot proces spreminjanja družbe, okolja in ustanov, ki morajo bolj upoštevati, in ceniti različnost (Hegarty, 2003; European Agency for Development in Special Education, 2010) ter omogočati posamezniku uspešnost, vključenost in participacijo. Takšna praksa je prisotna v šolah, ki imajo izoblikovano politiko do inkluzije, in vodstvo, ki podpira strokovne delavce, jim omogoči materialne in strokovne vire ter razvoj znanj in veščin, potrebnih za inkluzivno vzgojo in izobraževanje vseh učencev.

V slovenski zakonodaji so pravice otrok s splošnimi in specifičnimi učnimi težavami (SUT) pri matematiki opredeljene z dvema zakonoma in sicer z ***Zakonom o osnovni šoli*** (1996, 2011) in Zakonom o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami (ZUOPP, 2000, 2011). Zakon o osnovni šoli (1996, 2011) opredeljuje pravico učencev ***z lažjimi in zmernimi splošnimi in specifičnimi učnimi težavami*** do dopolnilnega pouka, prilagajanja metod in oblik dela ter individualnih in skupinskih oblik pomoči. Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami (ZUOPP 2000; 2011) omogoča usmeritev učencev ***s težkimi SUT oziroma primanjkljaji na posameznih področjih učenja*** (PPPU) v *izobraževalni program prilagojeno izvajanje z dodatno strokovno pomočjo* (1–4 ur). Učenci s PPPU imajo pravico do prilagoditev **poučevanja, organizacije dela, načina preverjanja in ocenjevanja znanja, napredovanja, časovne razporeditve pouka** ter imajo zagotovljeno **dodatno strokovno pomoč** (DSP) kot tudi **način zunanjega preverjanja znanja** (7. in 11. člen ZUOPP, 2011)**.** Komisija za usmerjanje v strokovnem mnenju o usmeritvi opredeli med drugim vzgojno-izobraževalne potrebe otroka; obseg in obliko z izvajalcem dodatne strokovne pomoči; pripomočke, prostor in opremo ter druge pogoje, ki morajo biti zagotovljeni za učinkovito vzgojo in izobraževanje otroka (30. člen ZUOPP, 2011). V individualiziranem programu učencev, ki imajo PPPU in so usmerjeni, so opredeljene pravice učenca kot posebne potrebe do prilagoditev v procesu poučevanja in DSP.

Opredelitev učnih težav pri matematiki

Lerner (1997, v Kavkler, 2011b) navaja, da so učenci z učnimi težavami zelo raznolika skupina učencev z različnimi kognitivnimi, socialnimi, emocionalnimi in drugimi značilnostmi, ki imajo pri učenju, tudi matematike, pomembno večje težave kot večina učencev njihove starosti. Učne težave delimo na splošne in specifične. Razprostirajo se na kontinuumu od lažjih, zmernih do zelo izrazitih.

Sousa (2008) v skupino učencev s splošnimi in specifičnimi učnimi težavami pri matematiki vključuje učence, ki dosegajo nižje dosežke pri matematiki, a nimajo motnje v duševnem razvoju. Navaja dva sklopa vzrokov nižjih izobraževalnih dosežkov, in sicer: ***okoljsko pogojene učne težave*** (premalo spodbud za učenje, bilingvizem, revščina, neustrezno poučevanje, pomanjkljiva motivacija in delovne navade za učenje itd.) in/ali učne težave, ki nastanejo zaradi ***kognitivnih primanjkljajev učenca*** (SUT, ADHD). V prispevku bo večji poudarek namenjen SUT pri matematiki.

Specifične učne težave (SUT) označujejo raznoliko skupino nevrološko pogojenih primanjkljajev. Kažejo se z zaostankom v zgodnjem razvoju, težavah s pozornostjo, pomnjenjem, mišljenjem, koordinacijo, komunikacijo, branjem, pisanjem, pravopisom, računanjem, socialno kompetentnostjo in čustvenim dozorevanjem. Vplivajo na učenčevo zmožnost zaznavanja, predelovanja in povezovanja informacij in prizadenejo avtomatizacijo osnovnih šolskih veščin branja, pisanja in računanja. Primarno niso posledica vidnih, slušnih, motoričnih okvar, čustvenih motenj in motenj v duševnem razvoju ter neustreznih dejavnikov okolja, se pa lahko pojavljajo skupaj z njimi (Magajna, Kavkler, Čačinovič Vogrinčič, Pečjak in Bregar Golobič, 2008).

Geary (1994; Kavkler, 2011) navaja, da so učenci z diagnozo SUT pri matematiki zelo heterogena skupina, saj imajo različni učenci s povprečnimi in nadpovprečnimi intelektualnimi sposobnostmi različne težave zaradi različnih razlogov. Matematični dosežki učencev s SUT, ki so nevrološko pogojeni, so pomembno nižji od dosežkov, ki jih pričakujemo pri učencih enake kronološke starost in stopnje inteligentnosti. Učenci s SUT in učenci brez SUT pa morajo biti izenačeni tudi po kakovosti poučevanja matematike, ki mora biti primerno starosti (APA, 2013) in v skladu z zahtevami modela odziva na obravnavo. Model odziva na obravnavo bo predstavljen v nadaljevanju. Učenci s SUT imajo pomembno večje težave kot vrstniki brez SUT: pri usvajanju določenih **matematičnih vsebin** (občutku za števila, štetju, priklicu dejstev in postopkov, sklepanju, strategijah reševanja problemov), **na področju kognicije** (z delovnim spominom, dolgoročnim spominom, hitrostjo predelave podatkov, pozornostjo, koncentracijo), **metakognicije** (samopreverjanje, samoinštrukcije) (Shin in Pedrotty Bryant, 2015), nekateri tudi motoričnih veščin (Pieters, Roeyers, Rosseel, Van Wealveldre in Desoete, 2015) in čustvenih stisk, ki vplivajo na odnos do matematike in posredno na matematične dosežke (Sousa, 2008).

Specifične učne težave pri matematiki delimo na **specifične aritmetične učne težave in diskalkulijo** (Geary, 1994; Kavkler, 2011).

V Kriterijih za opredelitev vrste in stopnje primanjkljajev, ovir oziroma motenj otrok s posebnimi potrebami (Magajna idr., 2014) so **specifične učne težave pri matematiki** opredeljene kot primanjkljaji na področjih:

- ***razvoja občutka za števila*** (sposobnost prepoznavanja pomena, odnosov in raznolike uporabe števil; obvladovanje številske premice; fleksibilne rabe števil v vseh štirih aritmetičnih operacijah; uporabe in razumevanja števil v strategijah štetja in računanja; sposobnosti razvoja strategij za reševanje kompleksnih matematičnih problemov; merjenje, ocenjevanje, prepoznavanje odnosa del–celota itd.).
- ***avtomatizacije aritmetičnih dejstev*** (deklarativno aritmetično znanje).
- sposobnosti hitrega in tekočega računanja oz. *točnost izvajanja in/ali* ***avtomatizacije aritmetičnih postopkov*** pri reševanju simbolno in besedno predstavljenih nalog (proceduralno znanje).
- ***točnosti matematičnega rezoniranja*** (sklepanja) je predmetno specifična sposobnost, saj učenec nima splošnih težav z rezoniranjem. Ta sposobnost omogoča učencu razumevanje matematične naloge ali problema, izbiro ustrezne strategije reševanja, oblikovanje logičnih zaključkov, opis rešitev, prepoznavanje rabe teh rešitev ter refleksijo rešitev in ugotovitev smiselnosti rešitev. Sposobnost matematičnega rezoniranja najpogosteje ocenjujemo pri reševanju matematičnih besedilnih nalog.

Razvojna diskalkulija je opredeljena s primanjkljaji na vseh zgoraj omenjenih področjih od občutka za števila, avtomatizacije aritmetičnih dejstev in postopkov do točnosti rezoniranja. Zaradi naštetih primanjkljajev imajo učenci z razvojno diskalkulijo kljub trudu in pomoči v šoli in doma izrazite, vztrajne in vseživljenjske težave pri usvajanju matematičnih veščin in znanj.

Specifične učne težave pri aritmetiki so pogostejše kot diskalkulija. Otrok s SUT pri aritmetiki nima primanjkljajev na vseh štirih področjih, ampak le na dveh, in sicer pri *avtomatizaciji aritmetičnih dejstev in postopkov*. SUT pri aritmetiki so pogojene s/z: ***slabšim semantičnim spominom***, ki vpliva na *priklic aritmetičnih dejstev;* ***proceduralnimi težavami,*** ki se odražajo *v obvladovanju postopkov* (učenci ne avtomatizirajo številnih postopkov, so počasni in manj točni pri izvajanju postopkov) in ***vizualno-spacialnimi***[1] ***težavami***, ki vplivajo na reševanje matematičnih nalog tako pri aritmetiki (pri postavljanju decimalne vejice, reševanju kompleksnih problemov, z orientacijo v prostoru, času itd.) kot tudi pri geometriji (Geary, 1994; Kavkler, 2011).

Matematični dosežki učencev s PPPU pri matematiki so zaradi izrazitih primanjkljajev nižji tudi na nacionalnih in mednarodnih preverjanjih znanja matematike, kot so NPZ, PISA in TIMSS. Pomembno je prepoznavanje razlike v kakovosti in količini dosežkov med učenci, ki imajo diskalkulijo (slabše obvladovanje večine matematičnih znanj in veščin) in učenci s SUT pri aritmetiki (primanjkljaje predvsem na področju avtomatizacije aritmetičnih dejstev in postopkov). Nalog pa brez prilagoditev obe skupini učencev ne rešita pravilno.

1 *spacialne oziroma prostorske težave*

S pomočjo kriterijev za opredelitev nivojev matematične pismenosti v okviru OECD-PISA (2009) lahko ugotovimo, da so dosežki učencev z diskalkulijo na prvi ali celo pod prvo ravnjo matematične pismenosti (Uspešno odgovarjajo le na jasno in preprosto postavljena vprašanja, ki vključujejo poznane matematične kontekste, v katerih so jasno predstavljene vse potrebne informacije. Sposobni so prepoznati potrebne informacije in izvesti rutinske postopke po neposrednih navodilih v preprosti situaciji. Izvajajo lahko postopke, ki so očitni in sledijo neposredno iz danega besedila). Del učencev s specifičnimi aritmetičnimi primanjkljaji pa je sposobnih oblikovati koncepte, posploševati in uporabiti informacije, ki jih pridobijo z lastnim raziskovanjem in modeliranjem v kompleksnih problemskih situacijah, vendar so njihovi rezultati, zaradi slabše avtomatizacije aritmetičnih dejstev in postopkov, pogosto netočni. Te ugotovitve bi morali upoštevati učitelji pri postavljanju kurikularnih ciljev in prilagajanju procesa poučevanja.

Kontinuum specifičnih učnih težav

Ker se SUT razprostirajo na kontinuumu od lažjih, zmernih do težkih SUT oziroma PPPU (Magajna idr., 2008), so v nadaljevanju predstavljene nekatere značilnosti kontinuuma učencev s SUT pri matematiki.

Lažje SUT pri matematiki vplivajo na posameznikove učne dosežke zaradi različnih posebnih potreb (npr.: več časa za avtomatizacijo aritmetičnih dejstev in postopkov; občasnega računanja s prsti, ki vpliva na tempo; različne opore za zapomnitev podatkov, formul itd.), ki vplivajo tudi na samopodobo posameznika, saj kljub trudu in dobrim intelektualnim sposobnostim ne dosega dobrih rezultatov pri matematiki. Čim višje so kognitivne sposobnosti učenca, tem manj okolje zazna stiske, ki jih učenec občuti. Podpora, pomoč in razumevanje odraslih, ki so usmerjeni v močna področja učenca, lahko pomembno povečajo uspešnost učenca.

Zmerne SUT pri matematiki vplivajo na posameznikove učne dosežke pri matematiki v tolikšni meri, da jih v domačem in šolskem okolju dokaj hitro prepoznajo. Učenec na večini področij učnega načrta dosega temeljna znanja, ki se pričakujejo pri posamezniku glede na starost in razred, a pri posameznih matematičnih znanjih in veščinah (npr. avtomatizaciji dejstev in postopkov, usvajanjih zaporedij, reševanju problemov) dosega nižje rezultate od pričakovanih. Nivo obvladanja znanj in veščin na področju primanjkljajev predstavlja oviro za napredovanje glede na učenčeve splošne potenciale in uspešnostjo pri drugih predmetih. Učenec kljub različnim metodam dobre poučevalne prakse, ne uspe premostiti omenjenih težav, ker potrebuje bolj specialno-pedagoške pristope, ki jih strokovni delavci izvajajo od druge do pete stopnje modela odziva na obravnavo, ki bo predstavljen kasneje. Pri učencu se pojavlja izogibanje obveznostim ali doživljanje frustracij pri nalogah, ki zahtevajo rabo matematičnih znanj in veščin, ki jih učenec ne obvlada. Pripravljen pa se je lotiti reševanja drugih nalog, tudi pri matematiki (Magajna in Kavkler, 2002; Magajna idr., 2008).

Pri učencih s težkimi SUT ali primanjkljaji pri matematiki so prisotne pomembno večje kakovostne in količinske razlike v znanjih in veščinah, kot bi jih pričakovali glede na starost, intelektualne sposobnosti, trud učenca, dobro poučevalno prakso in pomoč staršev. Učencu pomanjkljivo obvladovanje temeljnih veščin, spretnosti in znanj otežuje sledenje in napredovanje na širših področjih matematične pismenosti. Kljub skrbno zasnovanih ciljno usmerjenih obravnavah v okviru dobre poučevalne prakse ni opaznega napredka na področjih, na katerih so prisotni izraziti matematični primanjkljaji. Učenec potrebuje intenzivne in specifične oblike specialno-pedagoške pomoči na peti stopnji modela odziva na obravnavo in ustrezne prilagoditve v procesu poučevanja. Težave niso vezane le na učenje matematike, ampak so nižji dosežki prisotni pri vseh predmetih, pri katerih imajo pomembno vlogo določena matematična znanja in veščine (fizika, kemija, gospodinjstvo, zgodovina itd.), zato mora biti učenec tudi pri teh predmetih deležen potrebnih prilagoditev. Učenec doživlja frustracije, prisotno je nizko samospoštovanje in splošna nemotiviranost za učenje, čustvene in/ali vedenjske stiske (Magajna in Kavkler, 2002; Magajna idr., 2008).

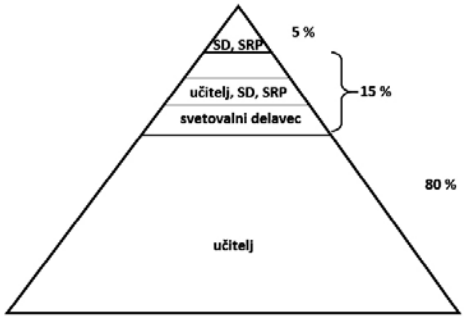
β Pomoč in podpora učencem

Koncept dela učne težave v osnovni šoli

Na osnovi analiz stanja v slovenskem šolstvu, strokovnih gradiv, domačih in tujih izkušenj ter praks je bil oblikovan celostno usmerjen in sistematičen model pomoči Koncept dela učne težave v osnovni šoli (Magajna, idr., 2008). V konceptu pozornost ni usmerjena na težave in primanjkljaje, ampak k perspektivi moči, odkrivanja in uporabi močnih področij posameznika z namenom optimalnega razvoja potencialov, izboljšanja izobraževalnih in zaposlitvenih možnosti ter uspešnejše socialne integracije. Strokovni delavci v konceptu najdejo tudi kriterije za prepoznavanje posameznih značilnosti in posebnih potreb učencev s SUT matematiki ter osnovne strategije podpore in pomoči.

Na osnovi strokovnih in materialnih virov, ki so bili prisotni v našem šolskem sistemu, je bil v okviru koncepta oblikovan **petstopenjski model odziva na obravnavo učnih težav**. Model (Slika 1) omogoča inkluzivno vzgojo in izobraževanje, ker poudarja kakovostno poučevanje vseh učencev, zgodnjo obravnavo, uporabo raziskovalno dokazanih učinkovitih metod odkrivanja, opazovanja napredka učenca z učnimi težavami in njegove obravnave, ki je osnovana na značilnostih in potrebah učencev (Mellard, McKnight, Jordan, 2010). Model zagotavlja zgodnje odkrivanje in diagnosticiranje ter zgodnjo in učinkovito pomoč in podporo že učencem, ki so rizični za učne težave. Razlika med modelom odziva na obravnavo in klasičnim modelom poučevanja je predvsem v tem, da je prvi preventiven model, ker ne čakamo na neuspeh učenca (negativne ocene, ponavljanje), ampak učenca, ki je rizičen za šolski neuspeh, po odkritju težav pri učenju matematike, takoj intenzivno obravnavamo, da preprečimo izrazitejšo učno neuspešnost. Oblike pomoči morajo biti od prve do pete stopnje modela odziva na obravnavo vedno bolj intenzivne in specifične glede na potrebe posameznika. Tako organizirano poučevanje i n oblike pomoči terjajo specifična znanja in strategije šolskih strokovnih delavcev.

Za 80 % učencev, med katerimi so tudi učenci s SUT, je ***na prvi stopnji*** predvideno kakovostno diferencirano in individualizirano poučevanje učitelja v razredu, pri dopolnilnem pouku in v podaljšanem bivanju. Vsi učenci s SUT pri matematiki potrebujejo **splošne prilagoditve** v okviru dobre poučevalne prakse (npr.: učenje po modelu, prehod od konkretnih do abstraktnih reprezen-



Legenda: SD – svetovalni delavec,
SRP – specialno-rehabilitacijski pedagog

[Slika 1] *Petstopenjski model pomoči in podpore*

tacij, strukturo itd.) in nekatere **specifične prilagoditve** v skladu s posebnimi potrebami posameznika (učenje strategij računanja, več ponavljanj, več učnih in tehničnih pripomočkov, prilagoditve pisnih gradiv in preverjanj znanja itd.). Učitelj je strokovno odgovoren za izvajanje dobre poučevalne prakse, ne pa za izvajanje specialno-pedagoških pristopov. Če proces poučevanja ustreza manj kot 80 % učencev, je potrebno najprej izboljšati kakovost poučevanja in potem učencem, ki imajo izrazitejše posebne potrebe, omogočiti še prehod na naslednjo stopnjo petstopenjskega modela. Za učence z zmernimi SUT, ki jim oblike dobre poučevalne prakse ne zadostujejo, je potrebno organizirati ***bolj intenzivne oblike pomoči od druge do četrte stopnje***. Ta sekundarni nivo pomoči in podpore (pomoč svetovalnega delavca, organizacija individualne in skupinske pomoči ter obravnavo v izvenšolski ustanovi) je namenjen 15 % učencev. Svetovalni delavci na ***drugi stopnji*** pripravijo bolj poglobljeno diagnostično oceno in občasno bolj specifično obravnavo. Učitelji s svetovalnimi delavci ***na tretji stopnji*** organizirajo bolj prilagojeno specialno-pedagoško diagnostično oceno in individualno obravnavo ali obravnavo v malih skupinah ter druge standardne oblike pomoči in podpore učencem. Vsi učenci, ki potrebujejo specifičnodiagnostično oceno in pomoč ***na četrti stopnji,*** obiščejo eno od specializiranih ustanov, kot na primer svetovalni center s specializiranimi timi strokovnih delavcev. V primeru težkih SUT oz. PPPU pa učenca ***na peti stopnji*** usmerijo v izobraževalni program s prilagojenim izvajanjem z dodatno strokovno pomočjo, ki mora biti intenziven in specifičen ter v največji meri prilagojen posebnim potrebam učenca. Na vseh petih stopnjah učitelji izvajajo diferencirano in individualizirano dobro poučevalno prakso.

Ključna razlika med stopnjami v petstopenjskem modelu odziva na obravnavo je v intenzivnosti poučevanja in obravnave, ki se povečuje od 1. do 5. stopnje. Ne smemo pa intenzivnost razumeti le kot podaljšanje časa poučevanja in obravnave in/ali zmanjševanja števila učencev v skupini. Celoten niz petih stopenj pomoči je učinkovit, če vsi strokovni delavci, starši in učenci dobro sodelujejo in uresničujejo svoje naloge, kar pa je potrebno tudi evalvirati. Izvirni delovni projekt pomoči, ki ga v šolah izvajajo na prvih štirih stopnjah pomoči, omogoča spremljanje napredka učenca s SUT, pregled oblik dela z učencem, saj vključuje konkretne cilje in dogovorjene naloge za vsako stopnjo. Po vsaki zaključeni stopnji pomoči je **potrebno izdelati sklepno evalvacijsko oceno**, ki vključuje oceno napredka učenca, učinkovitost izvajanja pomoči strokovnih delavcev ter mnenja in predloge za nadaljnje delo z učencem s SUT. Pri učencih, ki so usmerjeni v program prilagojeno izvajanje z DSP, je potrebno dobro timsko sodelovanje, tudi s starši in učenci, pri pripravi, uresničevanju ter spremljanju individualiziranega programa (Magajna, idr., 2008, Kavkler, 2011a).

Uresničevanje posebnih potreb v spodbudnem učnem okolju

Učenci s SUT imajo posebne potrebe na področju izobraževanje, organizacije časa in dela, motorike in socialne integracije (Lewis in Doorlag, 1996), ki vplivajo na uspešnost pri učenju matematike. Uspešnost uresničevanja ***izobraževalnih posebnih potreb*** v procesu poučevanja in v različnih oblikah individualne ali skupinske obravnave posameznega učenca s SUT je za strokovne delavce zahteven proces, saj je učenčeva učinkovitost odvisna številnih dejavnikov, kot so: *verbalne sposobnosti in spretnosti učenca* (abstraktnost jezika, specifičnih izrazov, kompleksnosti povedi); *perceptivne sposobnosti*, ki vplivajo na točnost sprejema informacij (npr.: vidna in slušna pozornost, diskriminacija, pomnjenje); *pozornosti* (na detajle, kompleksne informacije, navodila) in *osredotočenosti* na nalogo pri učenju matematike ter *elementi matematičnega znanja* (deklarativno, proceduralno, konceptualno in problemsko znanje). Pomemben vpliv na dosežke učenca imajo ***organizacijske posebne potrebe*** (učenje strategij rabe pripomočkov, načrtovanje reševanja naloge, razporeditev časa za učenje in domače naloge itd.). Učenci z dispraksijo in tudi nekaterimi drugimi SUT pa potrebujejo prilagoditve pri dejavnostih, ki terjajo dobre ***finomotorične,*** predvsem koordinacijske sposobnosti in spretnosti (geometrijsko načrtovanje, avtomatizacija pisave, oblikovanja števk, podpisovanje itd.). Ker imajo učenci s SUT pogosto tudi posebne potrebe na področju ***socialne integracije,*** potrebujejo podporno socialno okolje v šoli in doma.

Pri načrtovanju in uresničevanju posebnih potreb učencev s SUT je najbolj učinkovito upoštevanje vseh elementov učnega okolja. V šolski praksi je uporabna delitev učnega okolja na fizično, didaktično, socialno in kurikularno okolje (Jereb, 2011). Učitelj in tudi drugi strokovni delavci, ki prilagodijo posebnim potrebam učencev s SUT vse elemente učnega okolja, uspešneje poučujejo in obravnavajo te učence. Učenci s SUT potrebujejo manjše prilagoditve ***fizičnega učnega okolja*** (sedijo spredaj ob učencu, ki mu je pripravljen pomagati, pri individualnem reševanju nalog pa v mirnem kotu; na eni od miz v razredu naj bodo vsi potrebni pripomočki, da izbere tistega, ki ga potrebuje; pripomočki in ostala gradiva naj učenci pospravljajo na vedno isti prostor; na stenah naj bodo plakati s koraki postopkov in opornimi informacijami itd.). Fizičnega okolja ni potrebno pogosto spreminjati, razen pripomočkov in drugih gradiv. ***Didaktično učno okolje*** se pogosteje spreminja in vključuje: multisenzorno podajanje učne snovi, eksplicitno poučevanje, različne učne pripomočke, informacijsko komunikacijsko tehnologijo, mnemotehnike, prilagajanje učnih listov (ustrezen fond pisave, barvna podlaga, več prostora, zato ustrezna razporeditev vsebin, skice, slikovna gradiva, barvne in grafične opore, delitev informacij na dele, predstavljene korake postopkov, fotokopije ob večjih motoričnih primanjkljajih itd.) in prilagajanje pisnih preverjanj in ocenjevanj znanj (količina ni kakovost, posredovanje rezultatov na različne načine in ne le pisno, prilagoditev oblike podobno kot pri učnih gradivih, več časa, več ustnega preverjanja znanja, žepno računalo, če se ne preverja avtomatizacija dejstev in postopkov, ustrezna zahtevnost, zato večini učencev praviloma ne postavljamo zahtev v okviru minimalnih standardov itd.) ter načrtovanje domačih zadolžitev (skrbno izbrane naloge, kriterij naj bo kakovost in ne količina nalog). ***Socialno učno okolje*** ne vpliva le na emocionalno počutje posameznika, ampak tudi na uspešnost pri učenju matematike. Učenci s SUT potrebujejo razumevajočega učitelja (s pozitivnimi stališči, ki je v svojem odnosu in ravnanju model učencem in učiteljem; postavi jasne meje vedenja; s partnerskim odnosom s starši in učenci; skrbi za spodbudno klimo; ozavešča vrstnike o potrebah učenca s SUT itd.) ter podporo in pomoč vrstnikov. ***Kurikularno*** učno okolje vključuje kakovosten učni načrt matematike, učenje bolj splošnih strategij, kot npr.: organizacije, konstruktivnega reševanja problemov, organizacijskih veščin, metakognitivnih veščin (npr. samokontrole izdelkov), vnaprejšnje dogovore (o spraševanju, učenju itd.), dobro poučevalno prakso itd. Učitelj bo učinkoviteje poučeval učence s SUT, če bo že v naprej predvidel potrebne prilagoditve. Nekateri učitelji že uvajajo posebni stolpec v pripravi na pouk z načrtovanimi prilagoditvami za konkretnega učenca. Del prilagoditev, ki so pomembne za učence s splošnimi in specifičnimi učnimi težavami pri matematiki, najdemo na različnih spletnih straneh (kot npr.: www.ucne-tezave.si, www.drustvo-bravo.si). Učitelj, ki zna učencem s SUT prilagoditi proces poučevanja, učinkoviteje poučuje vse učence.

γ Zaključek

Iz rezultatov mednarodne raziskave o matematični pismenosti OECD PISA 2012 (v Štraus, Šterman Ivančič in Štigl, 2013) je razvidno, da je v slovenski populaciji petnajstletnikov 20 % učencev, ki ne dosega druge ravni matematične pismenosti. Med njimi je velik delež učencev s specifičnimi učnimi težavami. Matematika je tudi predmet, od katerega je pomembno odvisna možnost izbire srednješolskega programa, socialna integracija in duševno zdravje posameznika. Učenci s težjimi SUT oziroma PPPU pa brez intenzivne in specifične podore in pomoči, kljub povprečnim in nadpovprečnim intelektualnim sposobnostim, težko pri matematiki dosežejo že minimalna znanja. Prepogosto se zgodi, da učenec s PPPU, ki ima na začetku šolanja težave le pri učenju matematike, v višji razredih postane manj uspešen pri večini izobraževalnih predmetov, zaradi hudih čustvenih stisk ali vpliva matematičnih znanj na dosežke pri drugih predmetih, ki vključujejo matematične vsebine.

Veliko negativnih posledic težav pri učenju matematike učencev s SUT lahko zmanjšamo s partnerskim odnosom šolskih strokovnih delavcev, staršev in učencev; z upoštevanjem učenčevih močnih področij in posebnih potreb ter z izvajanjem petstopenjskega modela odziva na obravnavo z različnimi strokovnimi in materialnimi viri iz ožjega in širšega okolja. Učitelj, ki poučuje matematiko, je ključna oseba v inkluzivnem procesu, vendar nikakor ne more sam uresničiti vseh posebnih potreb teh učencev. Potrebuje pozitivna stališča, znanja in strategije za izvajanje dobre poučevalne prakse ter pomoč in podporo šolskega tima in staršev. Učinkovito poučevanje učencev s SUT je dobra praksa za vse učence in osnovni pogoj za učenca s SUT, da se lahko uspešno uči, optimalno razvija svoje potenciale in postane enakopraven in produktiven član družbe. Iz strokovnih virov in prakse vemo, da je številne učitelje potrebno spodbuditi, jih podpreti, jim svetovati in ponuditi različne možnosti usposabljanja, da so potem pri reševanju praktičnih problemov v procesu poučevanja učencev s SUT uspešni.

δ Literatura

1. APA – American Psychiatric Association (2013). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders* (Fifth ed.). Arlington, VA: American Psychiatric Publishing.
2. European Agency for Development in Special Education (2010). Teacher Education for inclusion – International Literature Review. Odense, Denmark: European Agency for Development in Special Education. Retrieved May 21, 2011 from www.european.agency.org.
3. Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development: research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Association.
4. Hegarty, S. (2003): Inclusion and EFA: Some perspectives from outside education. International conference on inclusive education. Hong Kong 16. do 19. 12. 2003, str. 23–32.
5. Jereb, A. (2011). Učno okolje kot dejavnik pomoči učencem z učnimi težavami. V Pulec Lah, S. (ur.) in Velikonja, M. (ur.), *Učenci z učnimi težavami – Izbrane teme* (str. 68–79). Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta.
6. Kavkler, M. (2011a). Konceptualne osnove obravnave učencev z učnimi težavami. In M. Košak Babuder in M. Velikonja (Eds.), *Učenci z učnimi težavami v osnovni šoli: pomoč in podpora* (str. 8– 42). Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta.
7. Kavkler, M. (2011b). Obravnava učencev z učnimi težavami pri matematiki. V M. Košak Babuder (ur.) in M. Velikonja (ur.), *Učenci z učnimi težavam – pomoč in podpora* (str. 124–156). Ljubljana: Pedagoška fakulteta.

8. Lewis, R. B., Doorlag, D. H. (1997). Teaching special students in the mainstream. London: Merrill Publishing/Larry Hamill.
9. Magajna, L. in Kavkler, M. (2002). Primanjkljaji na posameznih področjih učenja (PPPU). V M. Kavkler (ur.). *Razvijanje potencialov otrok in mladostnikov s specifičnimi učnimi težavami – zbornik prispevkov* (str. 3–6). Ljubljana: Svetovalni center za otroke, mladostnike in starše Ljubljana, Društvo Bravo, Different d.o.o.
10. Magajna, L., Kavkler, M., Čačinovič Vogrinčič, G., Pečjak, S. in Bregar Golobič, K. (2008). *Koncept dela učne težave v osnovni šoli: Program osnovnošolskega izobraževanja.* Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
11. Magajna, L., Kavkler, M., Košak Babuder, M., Zupančič Danko, A., Seršen Fras, A. in Rošer Obretan, A. (2014). VII. Otroci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja. V N. Vovk Ornik (ur.), *Kriteriji za opredelitev vrste in stopnje primanjkljajev, ovir oziroma motenj otrok s posebnimi potrebami* (str. 23–31). Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
12. Mellard, D., McKnight, Jordan, J. (2010). RTI tier structures and instructional intensity. Learning Disabilities Research and practice, 25(4), 217–225.
13. OECD – PISA 2009 (2011). Program mednarodne primerjave dosežkov učencev – Prvi rezultati. *Preverjanje in ocenjevanje, 8*(01/02), 61–96.
14. OECD PISA 2012. *Program mednaroden primerjave dosežkov učencev*. Uredile: M. Štraus, K. Šterman Ivančič in S. Štigl. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
15. Pieters, S., Roeyers, H., Rosseel, Y., Van Waelvelde, H. in Desoete, A. (2015). Identifying subtypes among children with developmental coordination disorder and mathematical learning disabilities, using model-based clustering. *Journal of Learning Disabilities*, *49*(1) 83–85.
16. Shin, M. in Pedrotty Bryant, D. (2015). A synthesis of mathematical and cognitive performances of students with mathematics learnig disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 48*(1), 96–112.

17. Sousa, D. A. (2008). *How the Brain Learns Mathematics*. Thousand Oaks: Corwin Press, Inc. A Sage Publications Company.
18. *Zakon o osnovni šoli (1996).* Uradni list Republike Slovenije, št. 12, 29. 11. 1996.
19. *Zakon o osnovni šoli (2011).* Uradni list Republike Slovenije, št. 87/11, 2. 11. *2011.*
20. *Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami* (ZUOPP) (2000). Uradni list Republike Slovenije, št. 54/2000.
21. *Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami* (ZUOPP-1) (2011). Uradni list Republike Slovenije, št. 58/2011.

Pripis uredništva

V nadaljevanju predstavljen prispevek *Celostna obravnava učenca z matematičnimi učnimi težavami iz manj spodbudnega okolja zaradi revščine* predstavlja prvo stopnjo petstopenjskega modela pomoči in podpore učencem. V naslednjih številkah bodo objavljeni še drugi prispevki, ki bodo predstavljali petstopenjski model; na njih vas bomo posebej opozorili.

Celostna obravnava učenca z matematičnimi učnimi težavami iz manj spodbudnega okolja zaradi revščine

Comprehensive Treatment of a Pupil with Learning Difficulties in Mathematics Coming from a Less Encouraging Environment due to Poverty

Marija Jazbec
OŠ Blaža Arniča Luče

Σ Povzetek

Revščina je pojav s številnimi stresnimi dejavniki, ki negativno vplivajo na celotno družino in učno uspešnost otrok. Vplivi zajemajo širok spekter področij otrokovega razvoja, kot so matematika, jezik, učne strategije, samopodoba itd. Za uspešno zgodnje učenje matematike v šoli mora učenec imeti dobro razvito neformalno matematično znanje in številne druge zmožnosti. Zelo pomembna je tudi ustrezna podpora v družini. Temeljni namen prispevka je predstaviti pripravo, izvedbo in oceno programa za celostno obravnavo učenca s primanjkljaji pri učenju matematike iz manj spodbudnega okolja zaradi revščine, s katerim smo zmanjšali posledice vpliva revščine v učenčevem zgodnjem otroštvu.

Ključne besede: revščina, primanjkljaji pri učenju matematike, matematično znanje, celostna obravnava, kontinuum pomoči, sistemski pristop

Σ Abstract

Poverty is a phenomenon with numerous stress factors, which have a negative impact on the entire family and on the school performance of children. These influences cover a broad range of areas of a child's development, such as mathematics, language, learning strategies, self-image etc. In order to successfully learn mathematics in school early on, a pupil must have well-developed informal mathematical knowledge and many other abilities. Appropriate support in the family is also of great importance. The basic purpose of the paper is to present the preparation, implementation and evaluation of a programme for the comprehensive treatment of a pupil with learning difficulties in mathematics coming from a less encouraging environment due to poverty; the programme reduced the effects of the impact of poverty on the pupil's early childhood.

Key words: *poverty, deficiencies in learning mathematics, mathematical knowledge, comprehensive treatment, continuum of help, systematic approach*

α Uvod

V članku bom predstavila celostno obravnavo učenca s kompleksnimi primanjkljaji pri matematiki in na govorno-jezikovnem področju. Dodatne težave so predstavljali razvojni primanjkljaji, ki so bili posledica vpliva revščine in slabega socialno-ekonomskega položaja (SEP) družine na učenčev razvoj v zgodnjem otroštvu.

Revščina je večplasten in kompleksen pojav s številnimi razsežnostmi in vplivi. Različne raziskave (Košak Babuder, 2004, 2012; Jensen, 2009; Vehovar idr., 2009; UNICEF, 2014) kažejo povezanost med revščino, socialno-ekonomskim položajem družine, njenim funkcioniranjem in kognitivnim razvojem otrok ter njihovo šolsko uspešnostjo.

β Učne težave pri matematiki in vloga različnih dejavnikov

Številni avtorji (Keegan Eamon, 2002; Gersten, Jordan in Flojo, 2005; Geary idr., 2007; Jordan idr., 2009; Geary, 2011; Japelj Pavešić, Svetlik in Kozina, 2012) so proučevali učne dosežke pri matematiki in dejavnike, ki so z njimi povezani. Glede na njihova opažanja in ugotovitve lahko dejavnike razdelimo na zunanje (npr. domače in šolsko okolje) ter notranje (npr. kognitivne in jezikovne sposobnosti, razvitost zgodnjega matematičnega znanja), oboji pa se med seboj prepletajo.

Zgodnje otroštvo je zelo pomembno za razvoj številnih sposobnosti – tudi matematičnih. Takrat se razvija **neformalno matematično znanje** (občutek za števila, štetje in številske predstave, sposobnost presojanja velikosti števil, sposobnost prepoznavanja dobljenih rezultatov, prožnost pri miselnem računanju, sposobnost uporabe različnih reprezentacij), ki pomembno vpliva na učne dosežke v šoli (Jordan, Kaplan, Ramineni in Locuniak, 2009; Gersten idr., 2005; Geary, 2011). Žal so otroci prav v predšolskem obdobju zelo ranljivi za **vplive revščine** (Ayouba idr., 2009). Zaradi manj kakovostne interakcije med starši in otroki, pomanjkanja materialnih in kulturnih dobrin, drugačnih vrednot in ciljev v družini ter nižjih pričakovanj, povezanih z izobraževanjem, imajo slabše pogoje za razvoj znanj in strategij, potrebnih za kasnejše formalno učenje matematike v šoli. Takšne okoliščine vplivajo tudi na razvoj kognitivnih, jezikovnih, komunikacijskih in bralnih sposobnosti, samozaupanja in samopodobe, kar pomeni večjo verjetnost za razvoj učnih težav kot pri vrstnikih (Keegan Eamon, 2002; Vehovar idr., 2009; Košak Babuder, 2004, 2012; Geary, 2011).

Med specifičnimi **kognitivnimi sposobnostmi** imajo na matematične učne dosežke pomemben vpliv intelektualne zmožnosti, dolgoročni spomin, delovni spomin, hitrost obdelave podatkov, vidno-prostorske sposobnosti, sposobnost osredotočanja in vzdrževanja pozornosti in slušno predelovanje informacij (npr. fonološko dekodiranje) (Fuchs idr., 2006; Geary idr., 2007; Geary, 2011; Magajna idr., 2008; Jordan idr., 2009).

Učenci s slabše razvitimi **metakognitivinimi sposobnostmi** (načrtovanje dejavnosti, organizacija misli in gradiv, osvajanje in raba strategij, kontrola izvedbe dejavnosti in samovrednotenje izvedenih dejavnosti) imajo težave pri načrtovanju daljših nalog, ohranjanju osredotočenosti na nalogo, težje sledijo specifičnim navodilom ter težje in manj realno vrednotijo svoje delo (Magajna idr., 2008).

Glede povezanosti matematike in **govorno-jezikovnih zmožnosti** prevladuje mnenje, da ima jezik pomembno vlogo pri učenju vseh predmetov, še posebno matematike. Namenjen je izražanju matematičnih konceptov in idej, postavljanju trditev in dokazovanju. Učenci imajo pogosto težave z neustreznim razumevanjem podanih matematičnih vsebin, zato jih je treba sistematično seznanjati z matematičnimi pojmi in izhajati iz tem, ki so jim blizu (Mutić, 1998; Fuchs idr., 2006).

γ Načrtovanje in izvedba celostne obravnave

Na naši šoli smo pripravili program za celostno obravnavo učenca s primanjkljaji pri matematiki in z lažjimi govorno-jezikovnimi motnjami iz družine s slabim SEP (nezaposlena starša in trije nepreskrbljeni otroci). Na začetku obravnave (januarja 2011) je bil star 8 let in 2 meseca; obiskoval je 2. razred. Ob koncu obravnave (decembra istega leta) je bil star 9 let in 1 mesec; obiskoval je 3. razred. Deček je imel v zgodnjem otroštvu slabše pogoje za razvoj neformalnega matematičnega znanja, govorno-jezikovnih zmožnosti, komunikacijskih in socialnih spretnosti. Ob vstopu v šolo je bil usmerjen v izobraževalni program s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo (DSP) – štiri ure tedensko. Kljub izvajanju DSP in ob upoštevanju prilagoditev je bil, zaradi primanjkljajev iz predšolskega obdobja in specifičnih primanjkljajev, učenčev napredek pri matematiki skromen. Ko je bil deček v 2. razredu, smo sestavili delovno skupino za celostno obravnavo, s katero smo želeli kompenzirati primanjkljaje iz zgodnjega otroštva.

Globalno oceno domačega in šolskega okolja ter učenčevega funkcioniranja smo pripravili s pomočjo opazovanja, razgovorov, otrokove dokumentacije ter različnih nalog in testov (npr. Zbirka instrumentov za ocenjevanje zmožnosti in posebnih potreb (Galeša, 2003), Sugarmanov test za ugotavljanje aritmetičnih strategij, testi za preverjanje aritmetičnega znanja (Kavkler idr., 1996), semantični preizkus (Vladisavljević, 1983), naloge za preverjanje otrokovih jezikovnih zmožnosti, povezanih z matematiko – pripravili smo jih za namen raziskave po publikaciji *Mišljenje in govor predšolskega otroka* (L. Marjanovič-Umek, 1990)). Ocena je pokazala velik vpliv pomanjkanja ustreznih strategij starševske podpore in pomoči pri obveznostih, povezanih s šolo. Ocenili smo, da je šolsko okolje spodbudno, vendar so nekatere možnosti ostale še neizrabljene. Pri ocenjevanju učenčevega funkcioniranja smo opazili okrnjeno finomotoriko in grafomotoriko, slabše razvite specifične kognitivne sposobnosti, pomanjkljive splošne in matematične govorno-jezikovne zmožnosti, slabše razvito neformalno matematično znanje, slabe številske predstave, slabo oblikovano mentalno številsko vrsto v obsegu naravnih števil do 20, uporabo manj razvitih strategij pri štetju, slabo poznavanje matematičnih konceptov, težave pri reševanju aritmetičnih nalog in matematičnih besedilnih nalog. Kljub številnim težavam je učenec ohranil naravno radovednost, željo po uspehu, interese za vsakodnevno dogajanje v ožjem okolju, bil uspešen v praktičnih dejavnostih z manipulativnimi predmeti, bolje sklepal po analogiji pri praktičnih dejavnostih in bil pripravljen vložiti veliko energije pri reševanju raznovrstnih nalog.

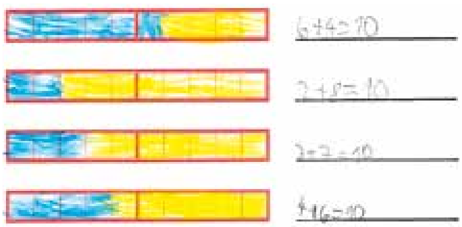
Po zgledu štiristopenjskega sistemskega modela (Kavkler, 2008) in z upoštevanjem stopenjskega kontinuuma pomoči (Magajna idr., 2008) smo na peti stopnji s strokovnimi delavci organizirali celostno obravnavo učenca s posebnimi vzgojno-izobraževalnimi potrebami.

V **timu za načrtovanje, izvedbo in evalvacijo obravnave** so sodelovali starši učenca s posebnimi potrebami, učenec, učiteljica razredničarka, prostovoljna delavka ter specialna in rehabilitacijska pedagoginja (SRP). Članici sta bili še šolska svetovalna delavka in ravnateljica. Vloge v timu so bile jasne in natančno določene.

Članice ožjega tima (učiteljica, prostovoljna delavka in SRP) smo imele redna, časovno in vsebinsko skrbno načrtovana tedenska srečanja. Namenjena so bila načrtovanju izvajanja prostovoljnega dela, vsebin in ciljev sodelovalnega poučevanja, analiziranju napredka (pri pouku, izvajanju treninga, sodelovalnem poučevanju in prostovoljnem delu) ter zbiranju opažanj o učencu. Srečanja v širšem sestavu (pridruženi so bili ostali člani) so bila približno enkrat mesečno – odvisno od potreb. Namenjena so bila aktivnemu vplivanju na odnose med otrokom in starši, povečanju podpore v domačem okolju, razvijanju učenčevega občutka soodgovornosti za učni uspeh ter razvijanju medsebojnega zaupanja in pozitivnih odnosov med člani tima. Za usklajevanje dela v timu je skrbela SRP. Z vključevanjem vrstnikov v obravnavo smo vplivali na zmanjšanje tekmovalnosti in razvoj podpornega vključujočega okolja v oddelku.

Cilje in vsebine **sistematičnega treninga** smo načrtovali na osnovi globalne ocene. Izvajali smo ga v koledarskem letu 2011 od januarja do decembra. Vključili smo področja, kjer je imel učenec največ primanjkljajev. Za podporo smo uporabili njegova močna področja in interese.

[Slika 1] Vrvica kot pripomoček za štetje in računanje do 20



[Slika 2] Primer razdruževanja števila 10 z barvanjem in simbolnim zapisom

Trening matematičnega znanja in spretnosti je zajemal vaje za: razumevanje in uporabo matematičnih simbolov, štetje in razumevanje principov štetja (Slika 1), takojšen uvid v urejeno število elementov, razvijanje mentalne številske vrste, razvijanje avtomatizacije številskih kombinacij seštevanja in odštevanja do 20, računanje z uporabo desetiške vrste (Slika 2), razumevanje in zgradbo števil, oblikovanje desetiškega sistema (Slika 3), razvijanje postopkov seštevanja in odštevanja naravnih števil v obsegu do 100, reševanje matematičnih besedilnih nalog, nalog po vzoru realistične matematike in nalog z več rešitvami.

Z njimi smo razvijali naprednejše in učinkovitejše strategije s področja matematičnega konceptualnega, deklarativnega, proceduralnega in problemskega znanja.

Govorno-jezikovne zmožnosti, vključno z zmožnostmi branja ter ustnega in pisnega izražanja, smo razvijali z dobro načrtovanimi vajami za bogatenje matematičnega besedišča (timsko pripravljen seznam matematičnih pojmov), reševanjem besedilnih nalog, podajanjem jasnih in enopomenskih ustnih navodil, branjem enostavnih in sestavljenih pisnih navodil itd.

Zaznavno-prostorske sposobnosti so pomembne za razumevanje odnosov med števili, omogočanje gibanja pri aritmetičnih operacijah in reševanje prostorskih problemov v geometriji, zato smo jih redno razvijali z različnimi praktičnimi dejavnostmi. Urili smo tudi spomin, grafomotoriko, metakognitivne sposobnosti (sposobnosti načrtovan-

[Slika 3] Prikaz materialov za razvijanje številskih predstav

ja, izvedbe, samoocenjevanja in samostojnosti pri opravljanju različnih dejavnosti), pozornost in koncentracijo.

Glavna nosilka treninga je bila SRP. Izvajala ga je pred poukom, individualno izven oddelka po 30 minut – v 2. razredu štirikrat in v 3. petkrat tedensko. Učiteljica in prostovoljna delavka sta znanje, ki ga je učenec pridobil med treningom, utrjevali v različnih učnih okoliščinah na oddelku in individualno izven oddelka.

S sodelovalnim poučevanjem (izvajali smo ga v 2. razredu eno uro tedensko) smo prispevali k ustvarjanju optimalnih možnosti za učenje matematike. Namen sodelovalnega poučevanja pri matematiki je bil izboljšati učne pogoje za vse učence, uporabiti različne metode v vzgojno-izobraževalnem procesu, izboljšati izobrazbene rezultate pri učencih, omogočati intenzivnejše poučevanje v manjših skupinah, razvijati uporabo opornih strategij pri učencih z učnimi težavami in povezovati individualno obravnavo z učnim procesom na oddelku. Vsebine dela so bile povezane z učnim načrtom za 2. razred devetletne osnovne šole. Odločili smo se za alternativno poučevanje in način »eden uči, drugi opazuje in pomaga«. Alternativno poučevanje je potekalo tako, da so bili na začetku ure v oddelku vsi učenci, učiteljica in SRP. Učno uro smo navadno začeli s ponavljanjem učne snovi, nato je sledilo delo v skupinah v dveh, med seboj povezanih, prostorih. Uporabljali smo pripomočke za ponazoritev nalog, nudili dodatno razlago, seznanjali z naprednejšimi s podpornimi strategijami reševanja vaj, delo pa je bilo bolj prilagojeno zmožnostim posameznega učenca. Način dela »eden uči, drugi opazuje in pomaga« smo uporabili, kadar smo uvajali novo učno snov. Pri poučevanju smo lahko več pozornosti namenili opazovanju in sodelovanju otrok, uspešneje odkrivali učence s težavami in na osnovi opažanj lažje načrtovali ure alternativnega poučevanja. Po vsaki učni uri sodelovalnega poučevanja sta učiteljica in SRP naredili kratko analizo opravljene dejavnosti.

Na opisan način smo zagotovili celostno in kompleksno obravnavo učenca z matematičnimi učnimi težavami po sistemskem načinu dela na peti stopnji kontinuuma pomoči.

δ Učinki celostne obravnave učenca

Na podlagi analize rezultatov stalnega spremljanja učenčevega napredka med izvajanjem treninga, sodelovalnega poučevanja in dela pri prostovoljni delavki smo opazili učinke na vseh področjih obravnave. Učenec si je izboljšal neformalno matematično znanje, kar je omogočalo bolj kakovostno nadgrajevanje deklarativnega, konceptualnega, proceduralnega in problemskega znanja. Prav tako si je izboljšal številske predstave, avtomatiziral številske kombinacije seštevanja in odštevanja do 10 ter uporabljal razvojno naprednejše in učinkovitejše strategije pri reševanju raznovrstnih matematičnih nalog. Skladno z razvijanjem deklarativnega, konceptualnega in proceduralnega znanja se je razvijalo učenčevo problemsko znanje. Ob koncu programa je uspešno reševal enostavnejše matematične besedilne naloge, naloge z več rešitvami in naloge po vzoru realistične matematike.

Med izvajanjem obravnave so se izboljšale tudi učenčeve matematične in splošne jezikovne zmožnosti, specifične kognitivne in metakognitivne sposobnosti, spomin in grafomotorika. Vplivali smo tudi na kakovost odnosov med otrokom in starši, na njihov vzgojni slog in podporo otroku pri opravljanju šolskih obveznosti. Prav tako se je izboljšal odnos med starši in strokovnimi delavci šole.

ε Zaključek

V članku sem predstavila kompleksnost reševanja problema priprave in izvedbe programa za celostno obravnavo učenca s primanjkljaji pri matematiki in z govorno-jezikovnimi motnjami iz družine s slabim SEP. Kadar se pri učencu pojavijo učne težave, je pomembno, da učitelji prepoznajo razloge zanje, dobro ocenijo učenčevo funkcioniranje ter domače in šolsko okolje in ustrezno ukrepajo.

Na podlagi ocene primanjkljajev in močnih področij smo ob upoštevanju različnih dejavnikov pripravili, izvedli in ocenili celostno obravnavo učenca z učnimi težavami. Naša opažanja lahko strnemo v naslednje ugotovitve: 1. učenec je imel izrazite težave pri matematiki, na govorno-jezikovnem področju, pri grafomotoriki in slabše razvite spominske, metakognitivne in specifične kognitivne sposobnosti; 2. ob sistematičnem izvajanju programa celostne obravnave je napredoval na vseh področjih; 3. največ težav je ostalo na tistih matematičnih področjih, kjer so govorno-jezikovne zmožnosti imele največji vpliv.

Posebej želim opozoriti na pomen neprekinjene vadbe. Na začetku 3. razreda je, zaradi prekinitve vadbe med poletnimi počitnicami, učenec dosegal precej slabše rezultate pri tistih vsebinah, ki junija niso bile avtomatizirane ali dovolj utrjene. Potreboval je skoraj dva meseca, da je dosegel raven znanja pred počitnicami. Ta ugotovitev je za pedagoško prakso zelo pomembna, kajti učencem je po daljših prekinitvah med počitnicami treba dati dovolj časa za ponavljanje in utrjevanje učne snovi. Če pri delu preveč hitimo, se začnejo težave kopičiti že na začetku šolskega leta, kar predstavlja slabo osnovo za nadaljevanje.

Prispevek lahko končam z ugotovitvijo, da je matematične učne težave, ki nastanejo zaradi specifičnih in jezikovnih primanjkljajev ter vpliva revščine možno zmanjšati, če se jih lotimo celostno, sistemsko in v skladu s kompleksnostjo problema.

δ Literatura

1. Ayouba, C., O'Connor, E., Rappolt-Schlictmannc, G., Vallottond, C., Raikese, H., Chazan-Cohenf, R. (2009). Cognitive skill performance among young children living in poverty: Risk, change, and the promotive effects of Early Head Start. *Early Childhood Research Quarterly 24*, str. 289–305.
2. Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D.L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., Schatschneider, C.,

Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology,* letnik 98, št. 1, str. 29–43.
3. Galeša, M. (2003). *Pomoč otrokom s posebnimi potrebami.* Celje: Valmar.
4. Geary, D. (2011). Cognitive Predictors of Achievement Growth in Mathematics: A Five Year Longitudinal Study. *Developmental Psychology,* letnik 47, št. 6, str. 1539–1552.
5. Geary, D., Hoard, M., Byrd-Craven, J., Nugent, L., Numtee, C. (2007). Cognitive Mechanisms Underlying Achievement Deficits in Children With Mathematical Learning Disability. *Child Development*, letnik 78, št. 4, str. 1343–1359.
6. Gersten, R., Jordan, N. C., Flojo, J. (2005). Early Identification and Interventions for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Dissabilities*, vol. 38, št. 4, str. 293–304.
7. Japelj Pavešić, B., Svetlik, K., Kozina, A. (2012). *Znanje matematike in naravoslovja med osnovnošolci v Sloveniji in po svetu.* Izsledki raziskave TIMMS. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
8. Jensen; E. (2009). *Teaching with Poverty in Mind: What being poor does, to kid's brains and what schools can do about it.* Alexandria: ASCD.
9. Jordan, N. C., Kaplan D., Ramineni, C., Locuniak, M. (2009). Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes. *Developmental Psychology,* letnik 45, št. 3, str. 850–867.
10. Kavkler, M. (2008). *Uresničevanje inkluzivne vzgoje in izobraževanja v šolski praksi.* V: Kavkler, M. idr. (ur). *Razvoj inkluzivne vzgoje in izobraževanja – izbrana poglavja v pomoč šolskim timom*. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo, str. 57–94.
11. Keegan Eamon, M. (2002). Effects of Poverty on Mathematics and Reading Achievement of Young Adolescents. *The Journal of Early Adolescence,* letnik 22, št. 1, str. 49–74.

12. Košak Babuder, M., (2004). Preverjanje vpliva revščine na učno uspešnost in socialno vključenost otrok. *Defektologica slovenica,* letnik 12, št. 2, str. 23–38.
13. Košak, Babuder, M. (2012). *Bralno razumevanje in razvoj branja za učenje pri otrocih iz manj spodbudnega okolja zaradi revščine.* Doktorska disertacija. Ljubljana: Pedagoška fakulteta.
14. Magajna, L., Kavkler, M., Čačinovič Vogrinčič, G., Pečjak, S., Bregar Golobič, K. (2008). *Učne težave v osnovni šoli: koncept dela.* Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
15. Marjanovič Umek, L. (1990). *Mišljenje in govor predšolskega otroka.* Ljubljana: Državna založba Slovenije.
16. Mutić, S. (1998). Jezik in poučevanje matematike na razredni stopnji. *Matematika v šoli,* letnik 6, št. 1–2, str. 1–10.
17. UNICEF Office of Research (2014). *Children of the Recession: The impact of the economic crisis on child well-being in rich countries.* Innocenti Report Card 12. Florence: UNICEF Office of Research.
18. Vehovar, U., Makarovič, M., Podgornik, N., Černič, M. (2009). *Od ekonomskega do kulturnega kapitala: izobraževalni sistem kot dejavnik socialnega izključevanja v Republiki Sloveniji.* Ljubljana: Vega.
19. Vladisavljević, S. (1983). Semantički test. V: Kostić, Đ., Vladisavljević, S., Popović, M. (1983). *Testovi za ispitivanje govora i jezika.* Beograd: Zavod za udžbenike, str. 179–188, po Jelenc (2003). Defektološka diagnostika, študijsko leto 2003/2004. Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta.

V metodo usmerjen kognitivni stil reševanja problemov in učenci s specifičnimi učnimi težavami

Method-Oriented Cognitive Style of Problem-Solving and Pupils with Specific Learning Difficulties

Alenka Lipovec
Darja Antolin
Univerza v Mariboru
Pedagoška fakulteta

Σ Povzetek

Matematične probleme lahko rešujemo z večjim poudarkom na odgovoru ali z večjim poudarkom na postopku reševanja. Učenci s specifičnimi učnimi težavami so večinoma normalno (lahko tudi nadpovprečno) inteligentni. Zato jim pristopi, ki vsebini zmanjšajo zahtevnost, lahko škodijo. V prispevku predstavimo nekaj aktivnosti, za katere je pozitiven učinek pri remediacije diskalkulije empirično preverjen. Ker so tudi med učenci brez razvojnih deficitov razlike v količinskih predstavah in posledično v aritmetični kompetenci, lahko predstavljene aktivnosti, ki so predlagane za remediacijo diskalkulije, uporabimo na celotni populaciji ob smiselnem upoštevanju razvojnega zamika.

Ključne besede: količinske predstave, aritmetična kompetenca, matematika, specifične učne težave

Σ Abstract

Mathematical problems can be solved by placing greater emphasis on the answer or on the procedure of solving it. Pupils with specific learning difficulties mostly possess normal (or even above-average) intelligence. Therefore approaches that reduce the content's level of difficulty may actually hurt them. The paper presents a few activities for which a positive effect on the remediation of dyscalculia has been empirically proved. Seeing that differences in the concepts of quantity and consequently in arithmetic competency are also present among pupils without developmental deficits, the presented activities, which were suggested for the remediation of dyscalculia, can also be applied to the entire population, taking developmental delay into account.

Key words: *concepts of quantity, arithmetic competency, mathematics, specific learning difficulties*

α Uvod

Analiza OECD kaže, da dvig dosežkov v matematiki in naravoslovju za pol standardne deviacije pomeni dvig BDP-ja za 0,87 % (OECD; 2010, v Butterworth, Varma & Laurillard, 2011), pri čemer se vlaganje najbolj obrestuje v zgodnjem izobraževanju (Beddington, in drugi, 2008). O učencih z učnimi težavami pri matematiki se v slovenskih gradivih najde mnogo zapisanega. Žakelj in Zuljan Valenčič (2015) sta tematiko natančno opredelili in razdelali, mnogo koristnih spoznanj je prinesla tudi konferenca Učne težave pri matematiki in slovenščini – izziv za učence in učitelje. Največ slovenskih učiteljev zaznava učne težave pri poštevanki, seštevanju in odštevanju s prehodom, pri količinah/merskih enotah/pretvarjanju, pri reševanju matematičnih problemov ter pri besedilnih nalogah (Žakelj, 2014a). V prepoznavanju oteževalnih procesov učenja med učitelji razrednega pouka in učitelji matematike ni zaznati razlik (Žakelj, 2014b). Društvo BRAVO je izdalo več gradiv, ki učiteljem koristijo pri delu z učenci z učnimi težavami pri matematiki in vsebujejo natančne napotke za delo s temi učenci (npr. Kavkler, 1992, Reid, Kavkler, Viola, Košak Babuder & Magajna, 2014). V splošnem skupino učencev z učnimi težavami pri matematiki sestavljajo učenci z normalnimi intelektualnimi sposobnostmi, ki pa jih zaznamujejo okoljsko povzročeni problemi (primanjkljaj motivacije, matematična anksioznost, revščina, neprimeren način poučevanja) ali kognitivni deficiti (slabši priklic, slabši delovni spomin). Specifične učne težave pri matematiki Svetovna zdravstvena organizacija (v Reid, Kavkler, Viola, Košak Babuder & Magajna, 2014) definira kot primanjkljaje aritmetičnih sposobnosti in spretnosti, ki niso pogojeni z motnjo v duševnem razvoju ali z neustreznim šolanjem.

Chinn (v Kavkler, 1992) opisuje dva kognitivna stila reševanja matematičnih problemov: eden je naravnan na odgovor, drugi na metodo. Učenec, ki ima kognitivni stil naravnan na odgovor, uporablja enostavnejše metode z več koraki za reševanje problemov, rad dela s pomočjo formul, uporablja točno tista števila, ki so dana, pogosto uporablja papir in svinčnik, ima dober priklic osnovnih dejstev, raje sešteva in množi in nerad dela preizkuse. Npr. razliko 345 – 97 najraje poišče s pisnim algoritmom. Učenec s kognitivnim stilom, ki je naravnan na metodo, razdružuje in dograjuje števila, raje odšteva, miselno računa in dela preizkuse. Tak učenec razliko 345 – 97 računa s pomočjo zaokrožanja odštevanca na 100 in naknadnega odštevanja 3 (Kavkler, 1992). Naš sistem prilagoditev relativno dobro sledi potrebam učenca iz prve skupine, mnogo manj pa je naravnan na učenca iz druge skupine.

Geary (2004) specifične učne težave deli na (razvojno) diskalkulijo (težave pri štetju, usvajanju pojma število, reševanju enostavnih aritmetičnih problemov itd.) in specifične aritmetične težave (težave z avtomatizacijo artimetičnih dejstev in postopkov). Meja med obema skupinama je tanka, ve pa se, da je diskalkulija kot širši pojem na podobni stopnji razširjenosti kot disleksija (Butterworth et al. 2011), a se o njej vseeno manj piše, čeprav so posledice diskalkulije vsaj tako hude kot posledice disleksije. Približno polovica diagnosticiranih učencev namreč kaže znake hude diskalkulije tudi ob koncu osnovne šole (Shalev et al., 1998), pri čemer te težave vztrajajo v odraslo dobo (Magajna, Kavkler & Ortar-Križaj, 2003).

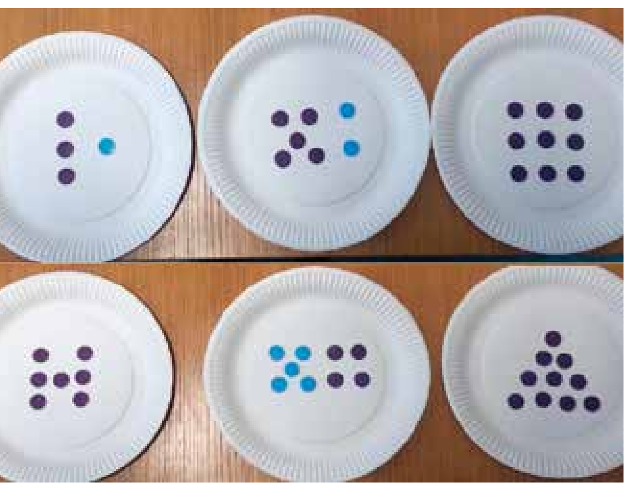
Prvošolec z razvojno diskalkulijo ima običajno težave že s preštevanjem manjše skupine objektov ali primerjanjem kardinalnosti dveh množic (Piazza, in drugi, 2010), kar običajno označujemo z izrazom količinske predstave. Večkrat se zgodi, da ti učenci količino težko oz. napak predstavijo s prsti. Ker je znano, da je sposobnost predstavitve količine s prsti nujno potrebna za razvoj aritmetične kompetence, ima t. i. »agnozija prstov« za posledico slabe dosežke na matematičnem področju tudi v odrasli dobi (Penner-Wilger & Anderson, 2013). Manifestacije razvojne diskalkulije so pri starejših otrocih (9–10 let) drugačne. Ti otroci obvladajo štetje, znajo prirejati številke h količinam, primerjati in urejati števila. V tej starosti se težave kažejo v priklicu temeljnih dejstev, kot je npr. 12 – 5 ali 4 · 7. Ker imajo težave s priklicem, uporabljajo neučinkovite strategije za pridobivanje rezultata, kar vodi v napake pri izvajanju postopkov (npr. napačna zaznava znaka za računsko operacijo, izvajanje algoritma v napačno smer ipd.).

Učencem z učnimi težavami v šoli predlagamo pristope, ki omogočajo doseganje ciljev na drugačne, njim prilagojene, načine. Pri tem je potrebno biti pozoren, da se konceptualna zahtevnost zaradi prilagoditve ne zmanjšuje. Kot primer navedimo (sicer učinkovite) barvne opore. Reid (2007) priporoča barvno označevanje za učence z bralno-zapisovalnimi motnjami. Filipčič, Terčon in Stele (2014) barvne opore navajajo kot učinkovito prilagoditev za učence z razvojno motnjo koordinacije. Barvna vizualizacija pomembnih dejstev je tudi pri pouku matematike dobrodošla in večkrat uporabljena. Eden od precej razširjenih načinov pri mlajših učencih je barvno označevanje števk v večmestnih številih (npr. stotice zeleno, desetice modro, enice rdeče). Barvno označevanje števk samo po sebi učencem koristi, če je le učni proces voden korektno, kot je npr. opisano v Planko (2014). Lahko pa pride do težav, če ostajamo na simbolnem nivoju poučevanja. Navedimo primer. Pri seštevanju v obsegu do 100 brez prehoda (npr. 24 + 35) barvno označevanje mestnih vrednosti kratkoročno zagotavlja pravilen rezultat, četudi smo znotraj simbolne reprezentacije. Učenec sešteje modri števki in rdeči števki, rezultat je vedno pravilen. Do težav lahko pride leto dni kasneje, ko je potrebno seštevati s prehodom (npr. 34 + 37). Učenec uporabi naučen postopek in dobi rezultat 611. Do takih napačnih analogij seveda ne pride, če je učenec mnogo rokoval s konkretnim materialom npr. z Dienesovimi kockami in »razume« pomen barv. Drugi primer, kjer zmanjševanje zahtevnosti dolgoročno lahko povzroči težave, je zapisovanje dvomestnih števil. V slovenščini izgovarjamo dvomestna števila tako, da najprej izgovorimo enice in šele potem desetice. Učenci imajo običajno s tem težave in pišejo števila »nazaj«. Prilagoditev lahko predvideva, da je učencu dovoljeno zapisovanje v obrnjenem vrstnem redu, tj. najprej zapiše enice in nato desetice in se ga ne spodbuja, da poskuša najprej zapisati desetice in šele potem enice. Znova dosežemo kratkoročni uspeh, ki pa dolgoročno lahko povzroči težave, ko mora učenec zapisati npr. 120023. Tretji primer je barvno označevanje poštevanke tj. vsako poštevanko zapisujemo z drugo barvo. Dejstev v poštevanki je mnogo in želimo si, da bi jih učenci povezovali med seboj. Najbolj običajna je uporaba zakona o zamenjavi, navezovanje na večkratnike števila 10 in 5 ali navezovanje na za ena manjši ali za ena večji večkratnik. Če ne vemo koliko je $4 \cdot 7$, vemo pa koliko je $4 \cdot 3$ in $4 \cdot 4$, lahko 12 in 16 seštejemo in »ugotovimo«, da je $4 \cdot 7 = 28$. Te strategije verjetno razvijemo manj, če je poštevanka števila 7 zapisana z rdečo barvo, poštevanka števila 3 z modro in poštevanka števila 4 z zeleno barvo. Ponovno do težav ne bo prišlo, če bo učni proces korektno voden in bodo učenci skozi konkretne in grafične reprezentacijo uzavestili, da je »sedemkrat po štiri« enako kot »trikrat po štiri in še štirikrat po štiri«.

V nadaljevanju bomo predstavili aktivnosti, ki so bile preizkušene z nevroznanstvenimi instrumentariji kot uspešni remediatorji pri diskalkuliji in jih v slovenski literaturi še nismo zasledili. Namenjeni sta učencem z učnimi težavami, katerih kognitivni stil reševanja problemov je usmerjen v metodo.

β Subitizacijske aktivnosti

Ugotovljena je bila močna povezava med sposobnostjo količinskih predstav in diskalkulijo. Desetletni otrok, ki ima razvojno diskalkulijo, ima količinske predstave povprečno na nivoju petletnika, kar mu posledično onemogoča manipulacijo na simbolnem nivoju (Butterworth,Varma & Laurillard, 2011). Količino (kardinalnost množice) ocenjujemo ali s štetjem ali pa pri manjših številih s subitizacijo (Clements, 1999) oz. direktnim zaznavanjem količine. Med remediacijske aktivnosti je zato raznolikih strategij štetja (podrobneje o njih v (Reid, Kavkler, Viola, Košak Babuder & Magajna, 2014) smiselno vključiti tudi subitizacijske aktivnosti. Subitizacija je naravno povezana s količinsko predstavo. Beseda izhaja iz latinske besede *subitus* s pomenom nenadoma. V šoli razvijamo predvsem konceptualno suibitizacijo, kjer pri takojšnjem uvidu kardinalnosti množice uporabljamo matematične odnose. Predstavljamo si jo lahko na primeru domin. Ljudje npr. preprosto vedo število pik na domini 4 + 4, ker prepoznajo vzorec pik na podlagi sestavnih delov in celote. Vsako stran domine vidijo kot sestavni del štirih posamičnih točk in kot ‚štiri', domino pa vidijo kot sestavni del dveh skupin po štiri, torej kot osem. Učbeniki pogosto predstavljajo razvrstitve, ki ovirajo subitizacijo. Ne slikah je veliko ovirajočih dejavnikov, npr. namesto pik so predstavljeni raznoliki predmeti, razporeditve so naključne, včasih celo nesimetrične. Takšna zapletenost ovira konceptualno subitizacijo, povečuje napake in spodbuja štetje ‚ena po ena'. Pri subitizacijskih aktivnostih lahko uporabimo krožnike s pikami. Naredimo jih iz običajnih okroglih papirnatih krožnikov, na katere narišemo pike. Zaradi okrogle oblike je ta pripomoček ustreznejši od pravokotnih kartic s pikami, saj omogoča, da jih poljubno obračamo. Pri izdelavi »zahtevnejših« krožnikov s pikami uporabimo dve kontrastni, in tako spodbujamo otrokovo razvijanje miselnih operacij, ki so osnova za seštevanje. Primer nekaj krožnikov je na Sliki 1. Celoten nabor možnih aktivnosti je predstavljen v Lipovec in Antolin (2013).



[Slika 1] Subitizacijski krožniki

γ Igri tekma s števili in lovilec števil

Didaktika matematike izmenično bolj poudarja razvoj konceptualnih znanj in proceduralnih znanj. Trenutno se zelo poudarjajo konceptualna znanja in zato so proceduralna v ozadju, kar predstavlja veliko težavo za učence z učnimi težavami. V nižjih razredih se premalo pozornosti posveča eksplicitnemu poučevanju temeljnih dejstev, ki pa je vseeno konceptualno naravnano. Z izrazom *temeljna dejstva* označujemo tiste številske povedi, ki jih učni načrt pričakuje na nivoju avtomatizacije oz. priklica. Izraz »aritmetična dejstva« se v slovenski literaturi že uporablja (npr. Kavkler, 2011). Označuje tiste številske povedi, ki jih oseba obvlada na nivoju priklica. Pri odrasli osebi je to npr. poštevanka ali dejstvo $75 + 25 = 100$. Temeljna dejstva so po Učnem načrtu (2012) v primeru seštevanja in množenja številske povedi, kjer nastopata seštevanca ali faktorja manjša od 10, kot je npr. $6 + 7 = 13$ in $3 \cdot 5 = 15$. Kot temeljno dejstvo odštevanja obravnavamo torej tudi $15 - 8 = 7$, ker sta v pripadajočem dejstvu seštevanja oba seštevanca manjša od 10. Analogno je temeljno dejstvo deljenja npr. $27 : 3 = 9$. Učencem z diskalkulijo je osvajanje temeljnih računskih dejstev izjemno oteženo.

Predlagane metode poučevanja običajno zahtevajo individualno delo z učencem, kar za učitelja včasih predstavlja nepremostljivo težavo, zato predstavljamo v nadaljevanju dve računalniški igri, ki sta prosto dostopni na http://www.thenumberrace.com/nr/home.php. Zasnoval jih je INSERM_SEA francoski raziskovalni institut s področja matematične kognicije. Obe igri sta zasnovani uporabniško intuitivno in znanje angleškega jezika ni potrebno. Kljub daljšem pregledovanju iger, ki so na voljo tudi v slovenskem jeziku, nam ni uspelo najti podobne igre.

Tekma s števili poskuša izboljšati genetski deficit pri količinskih predstavah, kar lahko spodbudi zgodnjo aritmetiko. Igra vključuje konkretne, verbalne in simbolne reprezentacije števil; štetje 1 – 40 in seštevanje ter odštevanje v obsegu do 10. Igra ojača mehanizme v možganih, ki so odgovorni za procesiranje števil (Wilson, Rekvin, Cohen, Cohen & Dahaene, 2006) in ustvari miselno številsko premico. Uspešno je bila preizkušena na 5–7 let starih otrocih. Naloga igralca je, da izbere večje izmed števil. Količine so predstavljene kot zlatniki, kot številke in kot izgovorjene besede. Žal igra ni prevedena v slovenščino, zato ta predstavitev za otroka, ki ne razume angleških izrazov ni možna. Otrok lahko izbira med vodnim svetom in svetom v pragozdu. Izbere svojega avatarja in je pozvan, da izbira večjo količino zlatnikov v obsegu 1 – 10. V nekaterih primerih »nasprotnik« tj. avatar, ki ga kontrolira računalnik, izsili časovno omejen odgovor.

Sistem se prilagaja rezultatom in ponuja primere z vedno manjšo razliko, če se dosežek igralca izboljšuje. Ponuja tudi povratno informacijo in povezavo s številsko osjo. Igra se s težavnostjo (predvsem kardinalnostjo) prilagaja otrokovim odgovorom. Ponujena je tudi številska os, na katero računalnik umesti oba avatarja. V nadaljevanju igra zahteva primerjavo po predhodno izvedenem seštevanju oz. odštevanju. Delfin se mora, npr. odločiti med 6 – 4, ki je vizualno najprej predstavljeno kot 6 zlatnikov, od katerih se 4 zlatniki premaknejo stran in npr. 4 + 0. Po vsaki primerjavi otrok uporabi zlatnike zato, da se premakne za ustrezno število korakov na številski premici.

Motivacijsko so dodane meduze, ki zasedajo polja, ki se jim je potrebno izogibati. Ob dovoljšnem primeru otrok dobi nagrado (v tem primeru ribo). Ko je nagrad dovolj, se odklene naslednji nivo in učenec lahko prevzame tudi like drugih avatarjev.

Za otroke, ki so presegli stopnjo igre Dirka s števili sledi igra lovilec števil, ki je osredotočena na računanje do 20. V različnih kontekstih (tovornjak, kočija, ladja) na vozilo nalagamo predmete. Skladi števil se nalagajo podobno kot pri igri tetris. Na tovornjak najprej nalagamo po 3 sadeže, ki so lahko v različnih razdružitvah, kasneje se število veča do 10. V višjih stopnjah so sadeži predstavljeni tako, da se upošteva mejnik 5, npr. postavitev 6 je iz sklopa petih jabolk, šesto jabolko pa je na svetlejšem polju. Pojavljati se pričnejo simbolne predstavitve. Naslednji korak vključuje razdruževanje števil. Igralec lahko z žago »razreže« ponujene vrstice in tako napolni tovornjak. Števila so še vedno le do 10. Šele v naslednji stopnji se števila premaknejo v drugo desetico. Tovornjak s 15 prostorčki v desetiški vizualizaciji (10 + 5) tako nalagamo z različno dolgimi vrsticami sadežev. Števila lahko razdružujemo, vendar nas spodbujajo naj uporabimo čim manj seštevancev. Dodatno je potrebno naložiti posebej 10 in posebej ostanek, razen v primeru, ko nam uspe tovor naložiti v dveh potezah.

V višjih stopnjah so števila najprej predstavljena simbolno, na začetku je simbol količinsko ponazorjen z dolžino črte, število 7 je npr. »daljše« od števila 3. Kasneje predstavitev postane popolnoma abstraktna (npr. število 9 je enako dolgo kot število 5). V zadnjih nivojih se pojavljajo namesto simbolov tudi izrazi (npr. 4 + 2).

Slabost predstavljenih iger je v primanjkljaju manipulacije s konkretnimi predmeti. Znano je da virtualni manipulatorji (kot so npr. zlatniki ali sadeži) niso enako učinkoviti kot konkretni materiali, čeprav jih učenci lahko premikajo v virtualnem okolju.

δ Zaključek

Prilagoditve učencem s posebnimi potrebami so v Sloveniji včasih usmerjene le v proceduralni tip znanj in pretežno v simbolni nivo. Kar na dolgi rok povzroči primanjkljaj količinskih predstav, razumevanja in popolno nezmožnost nadgradnje konceptov. Tudi v slovenski literaturi najdemo opozorila, da redukcija kompleksnost in zahtevnosti nalog ni najbolj primeren pristop. Ti učenci se lahko (in morajo) učiti tudi zahtevnejših vsebin, vendar na drugačen način kot vrstniki (Reid, Kavkler, Viola, Košak Babuder & Magajna, 2014).

Butterworth, Varma & Laurillard (2011) menijo, da je možno, da je vzrok diskalkulije v slabših sposobnostih ocenjevanja količine (kardinalnosti). Če ta trditev drži, bi se remediacija morala bolj osredotočiti na razvijanje količinskih predstav in manj na druge (morda bolj simbolne) aktivnosti. Če dodatno poznamo kognitivne stile reševanja problemov učencev, lahko izberemo individualno naravnan pristop. Predstavljeni aktivnosti sta naravnani na učenca, ki je naravnan na metodo in ne na odgovor.

ε Literatura

1. Beddington, J., Cooper, C. L., Field, J., Goswami, U., Huppert, F. A., Jenkins, R. ... Thomas, S. M. (2008). *The mental wealth of nations. nature*, str. 1057.
2. Butterworth, B., Varma, S. & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: Froma Brain to Education. *Science,* 332, str. 10491053.
3. Clements, D. (1999). *Subitizing: what is it? Why teach it? Teaching Children Mathematics*, str. 400-405.
4. Filipčič, T., Terčon, J. & Stele, M. (2014). *Pomoč učencu z razvojno motnjo koordinacije v šoli.* V: Partnerstvo Pedagoške fakultete Univerze v Ljubljani in vzgojno-izobraževalnih inštitucij. Pedagoška fakulteta, Ljubljana, 21-29.
5. Geary, D. C. (2004). Mathematics and Leaning Disabilities. *Journal of Leanring Diasabilities,* 37(1), str. 4-15.
6. Kavkler, M. (1992). Pomoč otroku pri učenju računskih strategij. *Pedagoška obzorja,* 9(2), str. 33-42.

7. Kavkler, M. (2011). Učenci z učnimi težavami pri matematiki – učinkovitejše odkrivanje in diagnostično ocenjevanje. V L. Magajna & M. Velikonja (Ured.), *Učenci z učnimi težavami. Prepoznavanje in diagnostično ocenjevanje* (str. 130-146). Pedagoška fakulteta Univerza v Ljubljani.
8. Lipovec, A. & Antolin, D. (2013). *Subitizacija.* Didakta, 22(162), str. 54-56.
9. Magajna, L., Kavkler, M. & Ortar-Križaj, M. (2003). Adults with self reported learning disabilities in Slovenia: Findings from international adult literacy survey on the learning disabilities in Slovenia. *Dysleksia,* 9, str. 229-251.
10. Penner-Wilger, M. & Anderson, M. L. (2013). The relation between finger gnosis and mathematical ability: why redeployment of neural circuits best explain the finding. *Frontiers in psychology,* 4, str. 1-9.
11. Piazza, M., Facoletti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D. ... Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition,* 116(1), str. 33-41.
12. Planko, N. (2014). Nariši mi številke v barvah. V A. Žakelj Učne težave pri matematiki in slovenščini-izziv za učence in učitelje. Pridobljeno iz Učne težave pri matematiki in slovenščini – izziv za učence in učitelje: http://www.zrss.si/pdf/UTMIS-zbornik-prispevkov-2014.pdf
13. Reid, G. (2007). *Disleksija: napotki za učitelje in starše.* V G: Reid, M. Kavkler, S. G:Viola, M. Košak Babuder in L.Magajna. Učenci s specifičnimi učnimi težavami: Skriti primanjkljaji – skriti zakladi (str.17-76). Ljubljana: Društvo BRAVO.
14. Reid, G., Kavkler, M., Viola, S. G., Košak Babuder, M. & Magajna, L. (2014). *Učenci s specifičnimi učnimi težavami: Skriti primanjkljaji - skriti zakladi.* Ljubljana: Društvo BRAVO.
15. Shalev, R. S., Manor, O., Auerbach, J. & Gross-Tsur, V. (1998). Persistence of developmental dyscalculia: What counts? Results from a three year prospective

follow up study. *The Journal of Pediatrics,* 133, str. 358-362.

16. Wilson, A. J., Revkin, S. K., Cohen, D., Cohen, L. & Dahaene, S. (2006). An open trial assessment of »The Number Race«, an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions,* 2(20), str. 1-16.
17. Žakelj, A. (2014). Pristopi učiteljev pri oblikah pomoči učencem z učnimi težavami pri matematiki. *Revija za elementarno izobraževanje*, 6(1), str. 5-25.
18. Žakelj, A. (2014a). Procesi učenja z vidika učnih težav učencev pri matematiki. *Revija za elementarno izobraževanje,* 7(2), str. 15-22.
19. Žakelj, A. (2014b). *Učne težave pri matematiki in slovenščini – izziv za učence in učitelje.* Pridobljeno iz Učne težave pri matematiki in slovenščini – izziv za učence in učitelje: http://www.zrss.si/pdf/UT-MIS-zbornik-prispevkov-2014.pdf
20. Žakelj, A., & Zuljan Valenčič, M. (2015). *Učenci z učnimi težavami pri matematiki.* Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

Učenci s težavami pri izbirnem predmetu matematična delavnica

Pupils with Difficulties in the Mathematical Workshop Elective Subject

Tilka Jakob
OŠ Vitanje

Σ Povzetek

V prispevku je prikazana izkušnja z delom z učenci s posebnimi potrebami pri izbirnem predmetu matematična delavnica (s slabovidnim učencem, z učencema s primanjkljaji – motnja branja in pisanja, motnja pozornosti in koncentracije). Iz vsake matematične delavnice (MD) je izbrana tudi ena od nalog in zapis pomoči tem učencem pri reševanju naloge.

Ključne besede: matematična delavnica, učne težave, fraktal, lupa, trikotniška števila

Σ Abstract

The paper presents the experience of working with pupils with special needs in the Mathematical Workshop elective subject (with a visually impaired pupil and with two pupils with deficiencies – reading and writing disorder, attention deficit hyperactivity disorder). One assignment and written record of the help provided to these pupils in solving an assignment was selected from each Mathematical Workshop.

***Key words:** mathematical workshop, learning difficulties, fractal, magnifying glass, triangular numbers*

α Uvod

Na OŠ Vitanje izvajamo izbirni predmet MD v 7., v 8. oz. 9. razredu že 10 let. Zaradi razbremenitve učencev večino programa izvajam v strnjeni obliki na Gorenju (v času od oktobra do decembra). Delo poteka v soglasju s starši, ti pokrijejo stroške bivanja v domu. Starši svoje otroke pripeljejo v center CŠOD na Gorenje v petek ob 15.30 uri, po njih pa pridejo v nedeljo ob 16.30 uri. V centru so nam na voljo praktično vsi prostori, tako da se učenci lahko v prostem času ukvarjajo tudi s športom. Predmet MD je namenjen učencem različnih matematičnih sposobnosti. Izberejo si ga tudi učenci s posebnimi potrebami. Vsebine in oblike dela prilagajam sposobnostim učencev, ki so vključeni v skupino, saj je to tudi splošno didaktično priporočilo, ki je zapisano v učnem načrtu za izbirni predmet matematična delavnica. Delo izvajam tako, da so učenci večinoma časa dejavni in da znanje pridobivajo iz lastnih izkušenj. V tem šolskem letu je v skupini MD 7 bil tudi (prvič) slabovidni učenec, v skupini MD 8 učenka z motnjami branja in pisanja, v skupini MD 9 pa učenec s primanjkljaji na posameznih področjih učenja – motnja pozornosti in koncentracije. Vsakokrat, ko sem se pripravljala na izvedbo MD v strnjeni obliki, sem imela v mislih te učence. Ti učenci potrebujejo drugačne metode, pripomočke, učne prijeme in poti za dosego standardov tega predmeta. Bila sem v skrbeh, ali bom uspela ustrezno pripraviti gradivo za te učence, še posebej za slabovidnega.

Ti trije učenci imajo pri rednem pouku matematike (poučuje jih druga učiteljica) prilagoditve, ki so predpisane z odločbo o usmeritvi (ZRSŠ). Slabovidni učenec ima še napotke s strani Zavoda za slepo in slabovidno mladino Ljubljana. Na timskem sestanku pred pričetkom šolskega leta pripravimo za te učence vzgojno-izobraževalne cilje za šolsko leto. Ob koncu vsakega redovalnega obdobja pa so učitelji seznanjeni z napredkom in doseženimi cilji učenca.

Slabovidni učenec (po odločbi, 2010) ima pri rednih urah matematike poleg uporabe digitalne lupe in računalnika, prilagoditve gradiva (velikost pisave 22–24), z dopolnitvami zapisa v šolski zvezek, uporabo pisal, ki puščajo debelejšo sled, uporabo šestila s flomastrom.

Učenka z motnjo branja in pisanja (po odločbi, 2013) je pri rednem pouku matematike deležna razlage navodil, razlaga se ji večkrat ponovi, pri reševanju nalog je vodena s pomočjo dodatnih vprašanj. Predstavi se ji več konkretnih primerov, pogovori o rešitvah, saj sama nelogičnih rešitev ne opazi. Težje si zapomni različne postopke, saj je njena pozornost kratkotrajna, zato tudi postopke večkrat ponovi. Težave, ki jih ima z obračanjem številk, ne vplivajo na njeno oceno.

Učencu z motnjo pozornosti in koncentracije (po odločbi, 2012) se pri urah matematike podajajo kratka in jasna navodila, pri reševanju besedilnih nalog dobi dodatna vprašanja, dodatne napotke. Snov se z njim večkrat ponovi in utrjuje na novih primerih. Dosega minimalne cilje. Kot pripomoček ima lahko žepno računalo.

Podobne prilagoditve sem učencem nudila pri izbirnem predmetu MD. Vsebin pa za te tri učence nisem posebej prilagajala. Pri delu pogosto uporabljam Navodila za izobraževalne programe s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo za devetletno osnovno šolo, ki mi pomagajo pri iskanju ustrezne pomoči učencem s posebnimi potrebami.

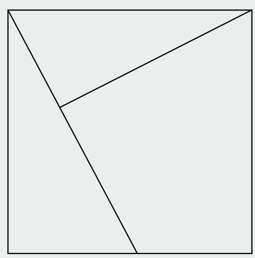
β Matematična delavnica 7 – slaboviden učenec

Prav tako me je skrbelo, ali bom v prostorih CŠOD ustrezno prilagodila prostor – tako z vidika varnosti kot z vidika spodbujanja k učenju in raziskovanju. Strah je bil odveč, učenec je dobil dobro osvetljen prostor, blizu table, usedel se je k sošolcu, v primeru, ko pa je potreboval večjo delovno površino, pa mu jo je sošolec odstopil, tako, da se je presedel drugam. Pouk slabovidnega učenca je zahteval posebne metode dela. Pripravila sem prilagojeno gradivo. Učencu sem nekaj delovnih listov pripravila v večji pisavi (22), nekaj sem jih povečala na kopirnem stroju. Pri nekaterih delovnih listih si je pomagal z (ročno) lupo. Gradivo pa, ki sem ga imela pripravljeno na power pointu, sem mu naložila na njegov računalnik, na katerem ima program za povečanje teksta. Kot pripomoček je uporabljal tudi kalkulator. Bil je edini učenec, ki je lahko uporabljal mobilni telefon, na njem ima ustrezno aplikacijo – povečan kalkulator. Delo s slabovidnim je temeljilo tudi na stalnem ustnem kontaktu med menoj in učencem. Saj sem le na ta način lahko sproti spremlja razumevanje učenca pri obravnavani snovi. Ne glede na ostanek vida je bil slabovidni učenci sposoben reševati predpisane aritmetične naloge. Zaradi slabše orientacije na listu papirja je imel pri pisnem računanju večkrat težave pri podpisovanju števil, še posebno pri deljenju in pri različnih računskih postopkih. Potreboval je več časa. Določene težave so se kazale pri spoznavanju geometrijskih vsebin in pri reševanju nalog iz geometrije. Zaradi slabšega vida je imel težave pri orientaciji na ravnini in v prostoru, to se je odražalo tudi na ocenjevanju velikosti, razdalj, kotov. Težave so se pojavile pri nalogi, kjer je bilo potrebno na hitro skicirati podatke ali narediti skice. Razmišljanja o ploščinah in obsegih likov mu niso delala težav. Kljub težavam je ta učenec zelo rad izvajal naloge iz merjenja. Za svoje delo pa je potreboval nekaj več časa oziroma je naredil v istem času nekaj manj kot videči. Tudi z ostalimi učenci je bilo potrebno delo diferencirati in individualizirati. Saj so pri učencih, ki si izberejo ta predmet (precejšnje) individualne razlike v zmogljivostih, matematičnem predznanju, sposobnostih in interesih.

Več truda kot v računanje je moral učenec vložiti v geometrijske naloge, risanje oz. izrezovanje likov, pri tem se je uprl na pomoč sošolca.

Sestavljanka

1. Na trši papir nariši kvadrat s stranico 8 cm.
2. Označi razpolovišča stranic in nariši daljico, kot kaže slika.
3. Razreži na tri dele.
4. Iz teh delov poskušaj sestaviti: *trikotnik, kvadrat, pravokotnik, paralelogram, trapez, petkotnik, šestkotnik.* Je možno še kaj drugega?
5. Opiši like, ki si jih sestavil. Kolikšna je ploščina nastalih likov?



[Slika 1] *Kvadrat*

V primeru sestavljanke mu je razpolovišča pomagal poiskati sošolec, nato je učenec sam pravilno vrisal črti. Nato pa mu je po zarisanih črtah kvadrat na like razrezal sošolec. Sestavljene like je dobro opisoval, prav tako mu raziskovanje ploščin ni delalo težav.

[Slika 2] Povečan tekst na računalniku

[Slika 3] Branje s pomočjo lupe

γ Matematična delavnica 8 – primanjkljaji – motnje branja in pisanja

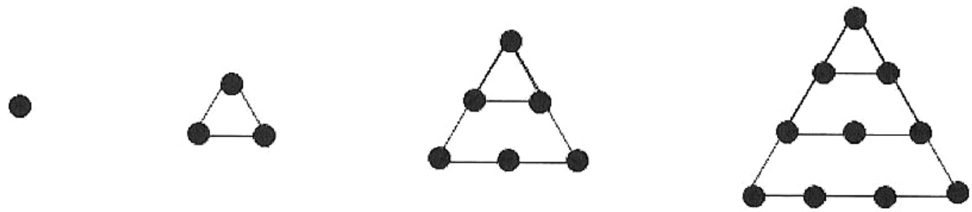
V skupini je bila učenka z motnjo branja in pisanja. Učenka je imela težave pri orientaciji v prostoru, pri organizaciji, slabše je razumela prebrano, bolj hitro je pozabljala. Težave so se kazale pri izražanju misli v pisni obliki, pri povezovanju glasov in simbolov. Težko je usklajevala več procesov hkrati, npr. hkratno poslušanje in pisanje. Zamenjuje podobne črke (d b …) oz. zloge (do od ...). Težave ji dela tudi uporabljanje simbolov. Ker pisanje in branje ni avtomatizirano, pozornost usmeri v tehniko branja in pozabi na vsebino prebranega. Te učenke pri branju besedila na glas nisem izpostavljala. Na glas je prebrala samo kakšno kratko navodilo. Poudarek sem dajala na njeno razmišljanje, da je iskala določene odgovore, da je povezovala znanje, da se smiselno organizirala za delo. Vesela pa je bila sprotne povratne informacije o njeni uspešnosti, saj je s tem zmanjšala strah in napetosti pred delom s tekstom. Težave je imela na področju reševanja aritmetičnih problemov, zlasti računanja z velikimi števili, težave pri merjenju dolžin, težave z iskanjem strategij za reševanje matematičnega problema, težave je imela pri osvajanju strategij za igre – igre s kartami, spomin, sudoku ... Učenki sem pomagamo z učenjem po korakih, povezovanjem matematičnih problemov s primeri iz življenja. Še največ pa je učenka pridobila s sodelovalno obliko učenja – z vrstniškim učenjem.

Trikotniška števila – T_n

Trikotniško število je število, ki je predstavljeno v obliki točk mreže trikotnika, kjer na posamezni stranici leži ena točka več kot na stranici manjšega trikotnika (Slika 4).

Trikotniška števila pa si lahko predstavljamo tudi drugače. Te točke lahko preuredimo tako, da oblikujejo enakokrake, pravokotne trikotnike. V prvo vrsto položimo eno točko, v drugo dve, v tretjo tri itn.

Pri iskanje trikotniških števil je bila učenka uspešna, dokler si je pomagala s sliko. Nato sva po korakih izpolnili preglednico,



$T_1 = 1$ $T_2 = 3$ $T_3 = 6$ $T_4 = 10$

[Slika 4] Trikotniška števila

$T_1 = 1$ $T_2 = 3$ $T_3 = 6$ $T_4 = 10$

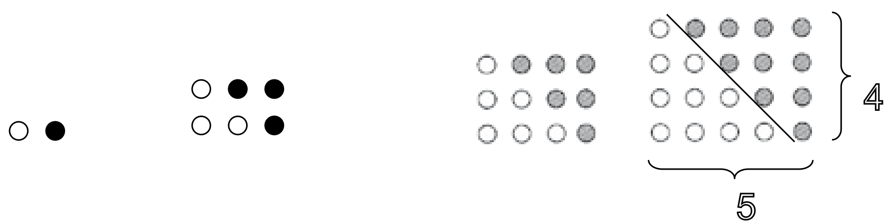
Zgornje slike prikazujejo prva štiri trikotniška števila so 1, 3, 6, 10.

a) Z risanjem poišči peto in šesto trikotniško število.
b) Koliko točk potrebuješ za sedmo trikotniško število?
c) Sistematično zapisuj, koliko točk potrebuješ za posamezno število. Koliko točk potrebuješ za *n*-to število?

ime	$n = 1$	2	3	4	5	6	7	8	… n
T_n	1	3	6						

[Preglednica 1] Trikotniška števila

se večkrat vrnile nazaj na prvi korak (sliko). Skupino pa sem do splošne ugotovitve, vodila s pomočjo zlaganja dveh enakih trikotnikov (trikotniških števil) skupaj tako, da je nastal pravokotnik.



$1 + 1$ ali $1 \cdot 2$ $3 + 3$ ali $2 \cdot 3$ $6 + 6$ ali $3 \cdot 4$ $10 + 10$ ali $4 \cdot 5$

Videli smo, da oba trikotnika skupaj sestavljata pravokotnik. Najprej smo določili, koliko točk je v nastalem pravokotniku (npr. $4 \cdot 5 = 20$). Nato pa koliko je vseh točk enega trikotnika (npr. $4 \cdot 5 : 2 = 10$).

Učenci so ugotovili, da je vseh točk enega trikotnika, polovica točk, ki oblikujejo pravokotnik in tako smo prišli do formule:

$T_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ oz. n-to trikotniško število dobimo tako, da število n pomnožimo z $n + 1$ in dobljeni zmnožek delimo z dve. Formulo smo nato večkrat ponovili v enostavni obliki, ki so si jo zapomnili vsi učenci.

Učenka pa najbolj s pomočjo, da smo na glas ponovili skupaj nekaj primerov. Npr. če iščeš 7 trikotniško število, izračunaš produkt števila 7 in za eno večjega števila, to je 8, nato dobljeni produkt deliš z 2.

Formulo je nato uspešno uporabila pri nalogah o vsoti zaporednih naravnih števil.

$1 = 1$

$1 + 2 = 3$

$1 + 2 + 3 = 6$

…

$$1+2+3+\ldots+n=\frac{n\left(n+1\right)}{2}$$

Poišči vsoto vseh naravnih števil od 1 do 20. Ta vsota je dvajseto trikotniško število. T_{20}= ?

Kolikšna je vsoto prvih 100 naravnih števil?

δ Matematična delavnica 9 – primanjkljaji na posameznem področju učenja – motnje pozornosti in koncentracije

Učenec je dobro obvladal postopke, ki so avtomatizirani (npr. pisno seštevanje, pisno deljenje), imel pa je težave zaradi nezmožnosti vizualizacije matematike. Ta učenec je potreboval veliko slikovnih ponazoril in usmeritev, da je lahko dejavnosti, ki so se odvijale uspešno, izvedel od začetka do konca. Učencu je zelo pomagala postopna pomoč, pomoč po korakih, kratki namigi, kot tudi povezovanje matematičnih problemov s primeri iz življenja. Ta učenec ni bil zmožen sam dolgo ohranjati pozornost in biti vztrajen. To je zmogel ob podpori, ali s strani sošolcev ali pa z moje strani. Sedel je blizu table in mene. Pomagala sem mu tudi z jasnimi in kratkimi pravili, z ustaljenim redom obveznosti, z vključevanjem zanimivih dogodkov (gibalne dejavnosti, slikovno gradivo, menjavanje višine glasu ipd.), z razdelitvijo daljših nalog na posamezne dele, z rabo učnih in tehničnih pripomočkov in seveda z vključitvijo večih odmorov. Učenci pri MD imajo zelo radi sodelovalne oblike dela, zlasti skupinsko. Veliko jih spodbujam k samostojnemu raziskovanju, seveda se na začetku lotimo lažjih nalog, da učenci ne potrebujejo dodatnih nasvetov. Ker pa so skupine zelo heterogene, učenci najdejo različne poti reševanja, kar takšno delo še posebej bogati.

Trikotnik Sierpinskega (fraktal)

[Slika 5] Nastanek trikotnika Sierpinskega

Algoritem, ki ga izvajamo se glasi:

1. Dan je enakostranični trikotnik.
2. Razdelimo ga na štiri enake trikotnike in odvzemimo srednjega.
3. Postopek ponavljajmo na vseh trikotnikih, nastalih na ta način.

Učenec s posebnimi potrebami je po risanju trikotnikov Preglednico 2 izpolnil z napotki: preštej število trikotnikov, upoštevaj, da je produkt števila trikotnikov in ploščina enega trikotnika vedno 16 kvadratnih enot … Učenec je prepoznal zaporedje potenc števila 4, zapisala pa sva jih skupaj. Tudi za *n*-ti trikotnik sva tabelo izpolnila skupaj ...

Ideje za nalogo o trikotniških številih sem dobila v prispevku (Harej, 2013) in delovnem zvezku (Felda, idr., 2005). Naloga o trikotniku Sierpinskega je povzeta iz prispevka (K. Kmetec, 2013).

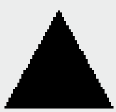
ε Zaključek

Kljub vsemu so bili ti učenci ves čas vključeni v dinamiko skupine, kjer so spoznavali različne strategije, pri katerih so v ospredju medsebojno učenje, komunikacija, pripravljenost za sodelovanje in pomoč. Učenje v skupini pa seveda vpliva na motivacijo, ki se poveča,

Naloga:

Nariši trikotnik po prejšnjem navodilu s to razliko, da tistega, ki ga odvzameš, pobarvaš z barvo (za vsak novi odvzem trikotnikov uporabi drugo barvo).

Ploščina prvega (črnega) trikotnika je 16 kvadratnih enot. Na podlagi tega izpolni spodnjo preglednico.

korak	**trikotnik**	**število trikotnikov**	**ploščina trikotnika (e^2)**	**produkt št. trikotnikov x ploščina trikotnika**
1.		$1 = 4^0$	$16 = 4^2$	16
2.		$4 = 4^1$	$4 = 4^1$	16
3.		$16 = 4^2$	$1 = 4^0$	16
4.		$64 = 4^3$	$¼ = 4^{-1}$	16
5.		$256 = 4^4$	$1/16 = 4^{-2}$	16
6.		$1024 = 4^5$	$1/64 = 4^{-3}$	16
n-ti		4^{n-1}	4^{-n+3}	$16 = 4^2$

[Preglednica 2] Izpolnjena preglednica – trikotnik Sierpinskega

poveča se tudi vztrajnost pri iskanju rešitev. Spontano prihaja do izzivov, iskanja različnih poti reševanja, povezovanja med učenci v skupini (nesebična pomoč drug drugemu). V treh dneh intenzivnega dela se uspešno stkejo tudi socialne vezi med vrstniki.

Potrebno je bilo več pripovedovanja, tudi ponovitev navodil, stikov s temi učenci, delo poteka po korakih. Posebno dobro se je pokazala izkušnja s slabovidnim učencem, ker je bil zelo vedoželjen in vztrajen. Učenci so dosegli zahtevane standarde znanja. Pomembno pa je tudi to, da so se v skupini dobro počutili. Ob zaključku, ob evalvaciji dela, so učenci povedali, da so se imeli lepo, da so spoznali veliko novega, da so bile naloge tudi težke, da je hitro minilo. Motivacijo, da takšno obliko dela (ki zahteva veliko energije) izvajam še naprej, pa sta mi dala ravno dva zgoraj omenjena učenca, ki sta rekla naslednje: »Ali bomo z MD drugo leto tudi šli na Gorenje?« in »Drugo leto spet izberem ta predmet!«.

K dobremu vzdušju in počutju učencev pripomore tudi dobra oskrba v domu (dobra hrana), kot popestritev prostega časa s športom.

Izkazalo se je, da so bili učenci s posebnimi potrebami pri taki obliki dela uspešni in zadovoljni. Ni jih omejeval čas šolske ure, delo je bilo lahko diferencirano tako, da je spodbudilo vsakega posameznika, s tem pa so izgubili tudi strah pred tem izbirnim predmetom. Zavedam se, da je takšna oblika dela prispevek k sodobnejši šoli. Iz takšnega večdnevnega druženja pa prihajamo bogatejši tako učitelji kot učenci.

η Literatura

1. Felda, D., Arnuš, O., Jakob, M., Domajnko, V. (2005), *Matematična delavnica 7*, Ljubljana: Državna založba Slovenije.
2. Harej, V. (2013), Matematični tabor za nadarjene. V: *Matematika v šoli*, letnik XIX, št. 3/4, str. 4–18.
3. Kmetec, K. (2013), Primeri vzorcev. V: *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi.* Matematika. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
4. Košir, S., et al. (2008), *Otroci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja: navodila za prilagojeno izvajanje programa osnovne šole z dodatno strokovno pomočjo*, Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo. Dostopno: http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/ministrstvo/Publikacije/Navodila_Primanjkljaji_podrocja_ucenja.pdf (10.12. 2014).

5. *Navodila za izobraževalne programe s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo za devetletno osnovno šolo*, Ljubljana *2003*. Dostopno: http://www.zrss.si/doc/210911075800__pp_prilagojeno_izvajanje_programa_os_maj.doc (3. 12. 2014).
6. Učni načrt izbirni predmet Matematična delavnica. Nacionalni kurikularni svet, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, 2004.

Pripomočki za spodbujanje kognitivnega razvoja pri slepih in slabovidnih otrocih

Tools for Promoting Cognitive Development in Blind and Visually Impaired Children

Maja Volk
OŠ Nazarje

Σ Povzetek

Slepi in slabovidni otroci se skozi otroštvo in mladostništvo soočajo z mnogimi težavami, ki jih drugi velikokrat sploh ne zaznajo in opazijo, zato je pomembna zgodnja obravnava ter pomoč otroku in njegovi družini že od rojstva dalje. Ker imajo ti otroci odvzeto ali zelo omejeno sposobnost vidne percepcije, jo morajo kar najhitreje nadomestiti z ostalimi čuti – sluhom, tipom, vonjem in okusom. Za zagotavljanje boljših možnosti in okolja za optimalni razvoj je v pričujočem prispevku predstavljena problematika kognitivnega razvoja slepih in slabovidnih otrok ter pripomočki, s katerimi se lahko zagotovi izboljšanje (Brvar, 2010). Vse to je omogočeno z novima pripomočkoma: malim logikom za slepe, slabovidne in barvno slepe otroke ter sudokom za slepe in slabovidne otroke. Oba sta didaktična pripomočka za vaje tipa, prepoznavanja oblik, urjenje spomina in konkretno-logičnega mišljenja, ki je bistvenega pomena pri razvijanju številskih predstav, zaporedij in reševanju matematičnih problemov, ter sta namenjena otrokom od 4. do 15. leta starosti. Prav tako predstavljata zabavni miselni igri za starejše otroke oziroma odrasle, saj tudi ti potrebujejo ne-

nehno obnavljanje kognitivnih struktur in napredek na vseh področjih, če se želijo dokaj nemoteno vključevati v družbo.

Ključne besede: slepi in slabovidni otroci, kognitivni razvoj, čutila, pripomočki za slepe in slabovidne

Σ Abstract

Blind and visually impaired children face many problems during their childhood and adolescence which others often do not even detect and notice; it is therefore important to intervene early on and provide help to the child and his or her family from birth onwards. Since these children have been deprived of or have a very limited ability of visual perception, they must make up for it as quickly as possible with other senses – of hearing, touch, smell and taste. In order to ensure better opportunities and environment for optimal development, the paper presents the issue of the cognitive development of blind and visually impaired children and the tools with which it can be improved (Brvar, 2010). All of the above is made possible by two new tools: Mali logik za slepe, slabovidne in barvno slepe otroke (Little Logician for Blind, Visually Impaired and Colour-Blind Children) and Sudoku za slepe in slabovidne otroke (Sudoku for Blind and Visually Impaired Children). Both are didactic tools for exercises in touch, recognition of shapes, training memory and concrete/logical thinking, which is essential for developing the concepts of numbers, sequences and solving of mathematical problems; they are intended for children aged 4 to 15. Furthermore, they are entertaining mind games for older children or adults, as they too need constant brushing up on cognitive structures and progress in all fields if they wish to be smoothly integrated into society.

***Key words**: blind and visually impaired children, cognitive development, senses, tools for the blind and visually impaired*

α Uvod

Slepi in slabovidni otroci se skozi razvoj soočajo z različnimi težavami. Glede na to, da v Sloveniji zgodnja obravnava slepih in slabovidnih otrok še ni uzakonjena, so ti upravičeni do pomoči in ustrezne obravnave šele ob vstopu v vzgojno-izobraževalno institucijo (vrtec ali šolo). Kljub težnji k omogočanju enakih možnosti v vzgojno-izobraževalnih procesih se to načelo pri nas še ne izvaja, vsaj ne v formalni obliki, saj bi to pomenilo, da mora biti slepemu ali slabovidnemu otroku zagotovljena ustrezna strokovna pomoč že v najzgodnejših letih otroštva (Kobal Grum, Kobal, 2007). Poskusno se te oblike pomoči izvajajo na Zavodu za slepo in slabovidno mladino v Ljubljani, vendar so v obravnavo vključeni le otroci staršev, ki sami izrazijo skrb in željo po zgodnji obravnavi. Še vedno pa so otroci socialno šibkejših družin iz ekonomsko manj razvitih področij Slovenije deležni strokovne pomoči in obravnave šele ob vstopu v vrtec ali šolo. Predšolsko obdobje zajema leta, ki so usodnega pomena za ves otrokov nadaljnji razvoj, tako za biološki, telesni, socialni ter osebnostni kot tudi kognitivni (Kobal Grum, Kobal, 2006). To seveda pomeni, da strokovnjaki, ki pomagajo tem otrokom odpravljati primanjkljaje zaradi izgube vida, nujno potrebujejo ustrezne pripomočke, s katerimi bi omogočili hitrejši razvoj in napredek otroka na vseh področjih. Za ustrezno pripravljene in izdelane pripomočke pa je nujno potrebno natančno poznati značilnosti posamezne stopnje kognitivnega razvoja.

β Kognitivni razvoj po Piagetu pri slepem ali slabovidnem otroku

Najprej je treba predstaviti teorijo kognitivnega razvoja pri otroku, ki ima popolnoma ali delno izvzeto sposobnost vizualnih percepcij – torej pri slepem ali slabovidnem. Vprašanje je, ali se takšen otrok razvija enako kot polnočuten in ali gre za kakšne razlike v razvoju.

Senzomotorična stopnja

Ugotovljeno je, da na tej stopnji dojenčki spoznavajo sebe in svet s pomočjo čutil in motoričnih dejavnosti. Pri tem imajo v prvem letu zelo pomembno vlogo taktilne, slušne in okušalne percepcije, manj pomembne so vidne, saj se vid šele razvija. Na tej stopnji slepi in slabovidni otroci torej niso v tolikšni meri prikrajšani, da bi bil njihov kognitivni razvoj zelo oviran. Možno je, da se razvijajo nekoliko počasneje kot polnočuteči vrstniki, vendar te razlike niso zelo pomembne in velike. Razlike se pojavijo v obdobju do drugega leta, ko se otroku že razvijajo miselni procesi na podlagi vidnih percepcij. Ker slepi otroci stvari, ki so zelo oddaljene ali pa zelo velike, ne vidijo, niti jih ne morejo otipati, si jih ne znajo predstavljati in tako počasi nastajajo določene vrzeli v procesu kognitivnega razvoja. Zaradi slepote ali slabovidnosti zaostajajo na področju senzomotoričnega razvoja in pri usklajevanju delovanja miselnih procesov – pri ekvilibraciji. Slepi otroci dojemajo svet s pomočjo drugih čutil. Kadar je omogočeno sočasno delovanje večih čutil (sluh, voh, tip ...), si slep otrok lahko zgradi boljše miselne »slike« stvari, ki jih obravnava. V primeru nekih oddaljenih stvari, ki npr. oddajajo le vonj ali zvok, pa slep otrok ustvari popačeno »sliko« predmeta, na podlagi tega po Piagetu poteče niz drugačnih miselnih procesov v možganih (od asimilacije, do akomodacije in ekvilibracije (Labinowicz, 1998; Moll idr., 1984).

Pomemben mejnik v razvoju je samozavedanje, ki ima velik pomen za nadaljnji razvoj, saj otrok dojema sebe kot celoto v okolju: pozna svoj videz, sliši svoj glas, voha, okuša in vse informacije zbira v neko celoto. Tu se pri slepih in slabovidnih otrocih lahko pokaže že večja vrzel, saj morajo vizualno percepcijo ustrezno nadomestiti z drugimi (taktilno, avditivno, okušalno ...). Da bi hitreje in lažje zapolnili to vrzel, je nujno potrebna zgodnja obravnava otroka in dodatna strokovna pomoč (Kobal Grum, Kobal, Celeste, Dremelj, Smolej, Nagode, 2009).

Predoperativni stadij

Za razvoj simbolnega mišljenja je zopet bistvena nadomestitev vizualnih percepcij z drugimi, saj slep ali slaboviden otrok sicer s težavo razvije transduktivno in intuitivno mišljenje. Slep otrok si na primer zelo težko predstavlja že en sam dogodek ali situacijo, kaj šele dve ali več istočasnih, zato jih tudi ne zmore uspešno vzročno-posledično povezati. V tem obdobju se otroku zelo hitro razvija domišljija, jezikovne strukture postajajo zapletenejše, veča se besedišče in otrok je že sposoben določenega posploševanja s posameznega na splošno. Z ustreznimi pripomočki, strategijami in pomočjo lahko slep ali slaboviden otrok brez večjih težav napreduje na tej stopnji kognitivnega razvoja (Svetina, 2005, Begum, 2003). V primeru, ko je slep ali slaboviden otrok zapostavljen, nepravilno obravnavan in neustrezno zdravljen, mu je storjena velika škoda, saj zaostaja v razvoju, kar pomeni, da se ne razvija v skladu s svojimi sposobnostmi (ki jih ima, samo pravilno ga je treba spodbuditi). To je predšolsko obdobje, v katerem naj bi otrok razvil vse osnovne miselne procese, potrebne za všolanje.

Po Oregonski lestvici naj bi do sedmega leta slep ali slaboviden otrok na kognitivnem področju dosegal naslednje stopnje:

Med 3. in 4. letom starosti se pričakuje, da je otrok na področju telesne samopodobe in prostorskih konceptov sposoben:

- poimenovati 10 delov telesa;
- na zahtevo se dotakniti vrha, dna, sprednjega dela, zadnjega dela in obeh strani predmeta;
- prepoznati običajne značilnosti notranjega in zunanjega okolja, npr. stola, stopnice, vrat, pločnika, travnika ...

Na področju klasifikacije in seriacije naj bi:

- poimenoval neprisoten predmet, če se mu opiše njegovo delovanje;
- primerjal drobne predmete v škatli po zvoku, npr. fižol, riž, frnikole ...;
- poimenoval predmete kot enake oziroma različne;
- povedal, kateri predmeti sodijo skupaj: nogavice in čevlji; žlica in krožnik ...;
- na zahtevo prijel oz. se dotaknil 3 likov, npr. kroga, kvadrata, trikotnika ...;
- imenoval like;
- postavil 3 predmete v navpično lego;
- povedal, če je predmet težak ali lahek;
- primerjal med dolgimi in kratkimi predmeti.

Na področju matematike in branja je otrok sposoben:

- primerjave 1 : 1; 1 krožnik, 1 prtiček, 1 otrok, 1 piškot;
- povedati število predmetov v škatli (od 1 do 3), ko mu jih preštejemo;
- primerjati med preprostimi zaporedji ali vzorci, npr. 5 žebljičkov, paličic ...

Med 4. in 5. letom zmore slep ali močno slaboviden otrok:

- po velikosti razvrstiti 5 predmetov (krogi, obroči ...);
- najti svoje ime v brajici, ko mu ga predstavimo v skupini z različnimi imeni;
- povedati, koliko predmetov je v škatli (od 1 do 10), potem ko jih prešteje;
- znati tipati predmete od leve proti desni in od zgoraj navzdol (Kobal Grum idr., 2009).

V tem obdobju je kognitivni razvoj slepega ali slabovidnega otroka zelo odvisen od jezikovnih sposobnosti in jezikovnega razvoja otroka. Če je otrok na tem področju ustrezno razvit, lahko s pomočjo opisov razvija posamezne strukture v kognitivnem razvoju in tako napreduje. Dokazano je, da razvijejo slepi sposobnost konzervacije in seriacije nekoliko kasneje kot polnočuteči, in sicer v starosti od 10 do 12 let, saj ima v tem obdobju vidna percepcija zelo veliko vlogo pri oblikovanju miselnih struktur (učenje z opazovanjem – asimilacija, akomodacija) (Begum, 2003).

Ker so v sodobnem šolstvu poudarjene enake možnosti za razvoj slepih in slabovidnih otrok ter njihovo vključevanje v redne oddelke osnovne šole s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo, je nujno potrebno vedeti, kakšno stopnjo naj bi dosegali slepi in slabovidni otroci v starosti 6 let (pred vstopom v šolo) na kognitivnem in verbalnem področju. Kljub temu da je prispevek vsebinsko matematične narave, je zelo pomembno zavedanje, da sta za slepega ali slabovidnega otroka ravno verbalno področje in jezik dva bistvena dejavnika za uspešen in ustrezen razvoj.

Stopnja konkretnih miselnih operacij

V primeru, da je bil slep ali slaboviden otrok dovolj hitro ustrezno obravnavan in mu je bila nudena pomoč že v prvih dveh stopnjah, tudi na tej ni večjih težav, saj se v obdobju od 7. do 11. leta že kažejo zametki logičnih povezav, ki so posledica dosedanjega razvoja miselnih operacij in niso več v tolikšni meri vizualno pogojene. Otrok zmore (čeprav ne vidi) uspešno sklepati, posploševati s splošnega na posamično, razume bistvo konzervacije, sposoben je reverzibilnega mišljenja ... Prav tako ne zaostaja za polnočutečimi

Kognitivno področje	Verbalno področje
Prepozna vsaj dva različna brajeva znaka.	Uporablja sestavljene stavke (Mama hoče, da pridem, ker ...).
Poveže številko v brajici s številom predmetov (od 1 do 10).	Uporablja besede, ki označujejo kakovost (malo, veliko, nekaj, največ, najmanj).
Prebere 4 preproste besede v brajici.	Pove nasprotja (vroč/mrzel, majhen/velik, prazen/poln).
Prepozna znak za veliko brajevo črko.	Opiše predmete na način, ki je senzorno ustrezen (»Sneg je moker in mrzel,« ne pa »Sneg je bel in mrzel.«)
Brajevi majhni črki pravilno doda znak za veliko začetnico. Loči obe začetnici.	Odgovori na vprašanja: »Kaj se zgodi, če ...?«
Pove, koliko je ura, ko uporabi brajevo uro.	Po vrsti imenuje dneve v tednu.
Razvrsti brajeve številke po pravilnem vrstnem redu (od 1 do 20).	Ko sliši novo ali neznano besedo, vpraša, kaj pomeni.
Poveže številko v brajici s številom predmetov (od 11 do 20).	Pravilno odgovori na tri vprašanja o kratki zgodbi.
Opiše naravo predmeta: se razbije/ne razbije, živ/neživ, se giblje/se ne giblje.	Pravilno uporablja danes, včeraj, včeraj zvečer, jutri.
Imenuje dejavnosti, ki so povezane z letnimi časi.	Pove, kje stanuje (ulica, številka, mesto, država).
S prstom sledi preprosti izbočeni črti na papirju.	Ustrezno uporablja izraze jutro, popoldan in zvečer ...

***[Preglednica 1]** Kognitivne in verbalne sposobnosti otrok pred vstopom v šolo (povzeto po Kobal Grum idr., 2009)* vrstniki v nalogah, ki temeljijo na verbalnem izražanju, kot so razvrščanje samostalnikov, poznavanje silogizmov, hierarhično razvrščanje ... Nekoliko (od 3 do 6 let) še vedno zaostaja na področjih, ki vključujejo figurativne komponente, saj je senzomotorično področje slepih in slabovidnih omejeno (Zupančič, idr. 1999, Moll idr., 1984). V primeru, da je bil otrok neustrezno obravnavan ali pa sploh ni bil deležen pomoči, pa se kaže zaostanek v razvoju na tak način, da je slep ali slaboviden otrok še vedno na predoperativni stopnji in je njegov kognitivni razvoj upočasnjen. To naj sicer ne bi predstavljalo večjih težav, če otrok ne bi bil s šestim letom starosti šoloobvezen. Sicer imajo starši možnost odložitve šolanja (na podlagi zdravniških mnenj), vendar je razvojno zamujene momente kasneje težje nadoknaditi, zato lahko imajo takšni otroci v šoli težave.

Iz prakse je razvidno, da v večini primerov (ob poprečnih kognitivnih sposobnostih) do zadnjega stadija oziroma nekje do 15. leta večina slepih in slabovidnih otrok doseže pričakovane kognitivne sposobnosti in razvoj (izključujoč senzomotorična področja), čeprav so način in koraki do te stopnje bistveno drugačni od polnočutečih.

Stadij formalno logičnega mišljenja

Kot že omenjeno, v tem stadiju večina slepih in slabovidnih otrok razvije podobne kognitivne sposobnosti kot polnočuteči vrstniki, saj so se skozi prve tri faze naučili v dokaj visoki meri nadomestiti vizualno pridobljene informacije z drugimi čutili ter za kognitivni razvoj uporabili verbalne sposobnosti, ki jih slepi in slabovidni otroci zaradi umanjkanja vidne percepcije morajo razviti prej in bolj kot polnočuteči.

Ugotovljeno je, da pri posameznikih z okvarami vida poteka kognitivni razvoj podobno kot pri vrstnikih brez okvar vida. Najboljši pokazatelj, da okvara vida sama po sebi ne vpliva na kognitivne sposobnosti, je akademski uspeh, ki ga dosegajo slepi in slabovidni. Raziskave kažejo, da so morebitni vzroki za šolski neuspeh slepih in slabovidnih učencev v dejavnikih iz okolja, v edukacijskih in socialnih elementih. Med največje dejavnike tveganja za nizko učno uspešnost teh mladostnikov štejemo: stereotipe in predsodke iz okolice, prezaščitenost slepih in slabovidnih otrok in mladostnikov s strani odraslih, zlasti njihovih staršev, prenizka pričakovanja odraslih, zlasti staršev in učiteljev, samoizpolnjujoče se prerokbe. Prav področje kognitivnih sposobnosti je najbolj pod vplivom stereotipov in predsodkov, ki jih imajo drugi do slepih in slabovidnih ljudi. Nizka pričakovanja staršev, vzgojiteljev, učiteljev in drugih, ki so vpeti v medosebne odnose, posledično namreč vodijo v t. i. samoizpolnjujoče se prerokbe: možnost, da slep ali slaboviden posameznik dosega nizke akademske uspehe je v veliki meri pogojena z nizkimi pričakovanji, ki jih ima okolica do njega (Begum, 2003; Kobal Grum, 2009). Za ustrezen kognitivni razvoj so torej poleg dednih kognitivnih predispozicij zelo pomembni tudi drugi dejavniki, kot so: ustrezna socialna ter čustvena klima, notranja motivacija in zagotovljeni ustrezni življenjski pogoji (Murn, 2002; Begum, 2003).

Raziskave so pokazale, da možgani slepih in slabovidnih delujejo nekoliko drugače kot možgani videčih in da določeni možganski centri delujejo čisto drugače ali pa sploh niso aktivni, saj vidni dražljaji ne pridejo do njih ali so drugačni kot pri videčih.

Verjetno nikoli ne bomo vedeli, kako, na kakšen način razmišljajo slepi in slabovidni ljudje ter kako se kognitivno razvijajo. Dejstvo pa je, da slepota ni ovira za normalen kognitivni razvoj (kot že omenjeno, je razvoj počasnejši, vendar vsi ti otroci večinoma dosežejo svoje videče vrstnike).

»*Večina slepih ali slabovidnih učencev v intelektualnih potencialih ne zaostaja za njihovimi videčimi vrstniki, imajo relativno visoko stopnjo razvoja govora, bogat besedni zaklad, sposobnosti logičnega mišljenja. Marsikdo prekaša vrstnike po izjemnih sposobnostih pomnjenja podatkov ali števil. Skoraj zanemarljiva je tudi povezanost med slepoto in strukturo stališč in vrednot. Te so v pretežni meri, tako kot pri ostalih otrocih, socialno pogojene.*« (Murn, 2002, str. 17).

Za razvoj in izboljšanje kognitivnih sposobnosti, kot so prepoznavanje, nadaljevanje zaporedja, razvrščanje, urjenje spomina, reševanje problemov, logično sklepanje ... morajo biti dobro razvite vse že omenjene zaznave, saj so osnovni gradnik miselnih struktur in so z njimi neločljivo povezani. Vsako spoznavanje in učenje je že apriori, povezano s kognicijo, gre pravzaprav za komplementarni odnos med njima. Ni kognicije brez učenja in obratno. Vsi že omenjeni pripomočki so namenjeni prav urjenju in razvijanju kognicije na ravni senzomotoričnega, predoperativnega, konkretno-logičnega in formalno-logičnega mišljenja.

γ Predstavitev pripomočkov in njihove uporabe

Pripomočki za razvijanje kognitivnega razvoja nudijo zelo širok spekter uporabe tudi na različnih matematičnih področjih: aritmetiki, algebri, logiki, geometriji, problemskem razmišljanju ... v nadaljevanju so predstavljeni posamezni pripomočki, njihova uporaba in uporabnost.

Pri **malem logiku** za slabovidne gre za različico originala (Logeo), s povečanim igralnim poljem, liki ter zvezkom z nalogami in rešitvami. Igralno polje je razdeljeno na devet enakih polj, v katera je treba pravilno (po navodilih v zvezku) vstaviti naslednje like: krog, trikotnik in kvadrat, in sicer upoštevaje določeno barvo (rumeno, modro in rdečo).

[Slika 1] Mali logik za slabovidne.

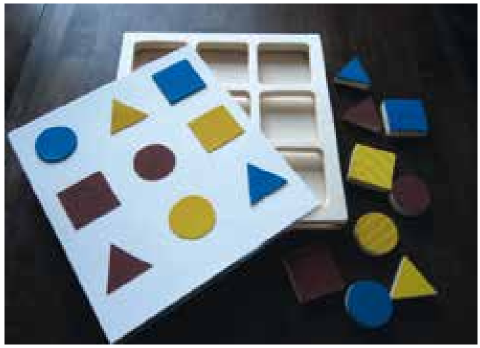
[Slika 2] Mali logik – naloge za slabovidne.

Mali logik za barvno slepe ima enako igralno polje kot mali logik za slepe ali slabovidne. V prazna polja je treba pravilno vstaviti naslednje like: krog, trikotnik in kvadrat, in sicer upoštevaje določeno barvo (črno, belo in črno-belo). Tudi navodila za to različico igre so enaka kot pri originalu, le da so barve likov prilagojene barvno slepim otrokom.

[Slika 3] Mali logik za barvno slepe.

[Slika 4] Mali logik – naloge za barvno slepe.

Mali logik za slepe je prav tako prirejena različica zgoraj opisanega originala, in sicer tako, da igralec v igralno polje vstavi predlogo z določenimi liki (krog, trikotnik in kvadrat) različnih tekstur (gladko – folija, grobo – brusni papir in nagubano – valovita lepenka). Nato si ob igralno ploščo razporedi lesene like omenjenih tekstur in po vrsti od zgoraj navzdol in od leve proti desni v igralni plošči tipa manjkajoči lik ter ga poišče na mizi in vstavi v ustrezno polje. Igra je končana, ko pravilno vstavi vseh devet likov.



[Slika 5] Mali logik za slepe z igralno predlogo.

[Slika 6] Sudoku 1 za slabovidne z zvezkom z navodili, nalogami in rešitvami.

Sudoku 1 za slabovidne vsebuje igralno polje, ki je predeljeno na 16 enakih polj, v katera igralec na podlagi navodil v priloženem zvezku, vstavlja določene like. Pomembno je pravilo, da se v nobeni vodoravni in navpični vrstici ter v posameznem kvartilu (tipno označenem na igralnem polju) ne sme ponoviti niti lik niti barva.

Tudi pri sudoku 1 za barvno slepe se uporablja zgoraj predstavljeno igralno polje. Igra poteka popolnoma enako kot pri različici za slabovidne, le da so liki, ki jih igralec vstavlja v igralno polje črni, beli, sivi in črno-beli.

[Slika 7] Sudoku 1 za barvno slepe z zvezkom z navodili, nalogami in rešitvami.

Sudoku 1 za slepe se uporablja tako, da igralec vstavi igralno podlogo določene težavnostne stopnje v režo igralnega polja. S pomočjo tipanja na že določena mesta postavi ustrezne like in na koncu dopolni nize s preostalimi liki tako, da se lik in tipni material ne ponovi v vodoravni ali navpični vrstici niti v označenem kvartilu.

Pripomoček vsebuje 6 igralnih podlog različnih težavnostnih stopenj, ki so po številkah od 1 do 6 označene tudi z brajevo pisavo.

Podloga št. 1 je najlažja in ima samo 3 nezapolnjena polja.

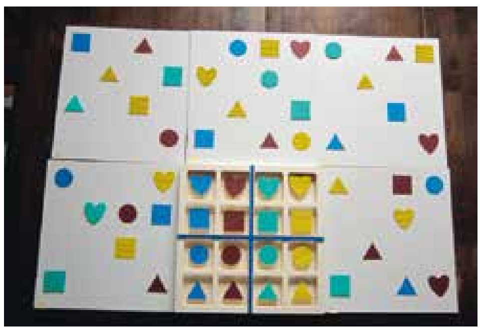
Podlogi št. 2 in 3 sta lahki in imata zapolnjenih 8 polj, preostale zapolni igralec po omenjenem pravilu.

Podlogi št. 4 in 5 sta srednje težki in imata zapolnjenih 7 polj (igralec mora na mizi ostale like ustrezno razporediti na prazna polja).

Predloga št. 6 je najtežja, saj ima zapolnjenih le 6 polj, zato mora igralec najti ustrezno logično rešitev in ustrezno zapolniti prazna polja.

Igralec po končani igri sam preveri, če je upošteval zapisana pravila in zapolnil polja tako, da se noben lik niti tekstura ne ponovita v vodoravni in navpični vrstici niti v kvartilu.

Da se slepa oseba lažje orientira na igralnem polju, so kvartili tipno omejeni z moos peno.



[Slika 8] Sudoku 1 za slepe z igralnimi predlogami.

Sudoku 2 za slepe – ta pripomoček je v prvi vrsti namenjen slepim otrokom, vendar ga prav tako lahko uporabljajo tudi slabovidni. Iz izbranih materialov so izrezani krogi, ki so prilepljeni na lesene podstavke. Igralne podloge so izdelane po enakem principu kot pri igri sudoku 1, le da so orientirani po origianlu sudoka 6 x 6, kjer je posamezna števka zamenjana z določenim materialom (1 = valovita lepenka, 2 = nagubana pena, 3 = filc, 4 = fini brusilni papir, 5 = grobi brusilni papir, 6 = samolepilna folija).

Igra poteka tako, da igralec vstavi izbrano igralno podlogo v režo igralnega polja, na že določena polja razporedi kroge določenih tekstur, nato pa s preostalimi krogi zapolni prazna polja tako, da se nobena tekstura ne ponovi v vodoravni in navpični vrstici, niti v tipno omejenem sekstilu. Igra je končana, ko so vsa polja pravilno zapolnjena. Rešitve s tipanjem preveri igralec sam.

Pripomoček vsebuje pet igralnih podlog, tipno opremljenih po težavnostnih stopnjah od lažjih k težjim nalogam. Vse podloge so označene z brajevo pisavo od 1 do 5. Igralec vstavi podlogo v režo igralnega polja, na že določena polja razporedi kroge določenih tekstur, nato pa s preostalimi krogi zapolni prazna polja tako, da se nobena tekstura ne ponovi v vodoravni in navpični vrstici niti v tipno omejenem sekstilu.

[Slika 9] Sudoku 2 za slepe z igralnimi predlogami.

Podloga št. 1 je najlažja in ima zapolnjenih 23 polj.

Podlogi št. 2 in 3 sta lahki in imata zapolnjenih 22 polj, preostale zapolni igralec po omenjenem pravilu.

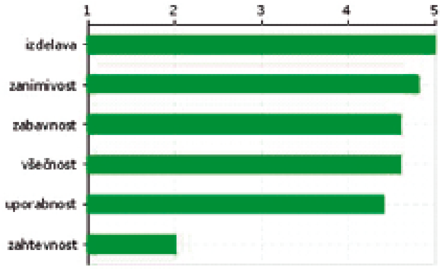
Podlogi št. 4 in 5 sta srednje težki in imata zapolnjenih 20 polj (igralec mora na mizi ostale like ustrezno razporediti na prazna polja).

Igra je končana, ko igralec pravilno razporedi vse like po omenjenem pravilu.

δ Uporaba in ocena izdelka

Predstavljene pripomočke so najprej uporabili polnočuteči otroci, ki so brez ali s prevezo na očeh z navdušenjem reševali miselne naloge. Nato pa je izdelke evalvirala močno slabovidna, 14-letna deklica, ki je slabovidna že od rojstva, slabovidnost so ji diagnosticirali pri enem letu. Ohranjenega ima le 5 % vida, poleg tega ima močno zožano vidno polje, nočno slepoto in delno barvno slepoto (težave predvsem pri modrih, rdečih in zelenih odtenkih).

[Slika 10] Preizkus pripomočka sudoku 1.



[Graf 1] Skupna ocena pripomočkov glede na posamezno lastnost.

Pri vsakem pripomočku je deklica v chek listi označila in ocenila pripomoček z ocenami od 1 do 5. Graf prikazuje skupno oceno vseh pripomočkov po naslednjih lastnostih: izdelavi, zanimivosti, zabavnosti, všečnosti, uporabnosti in zahtevnosti.

Iz grafa je razvidno, da je uporabnica izdelavo vseh pripomočkov ocenila kot odlično, pripomočki se ji zdijo zelo zanimivi in zabavni, zelo so ji všeč in se ji zdijo uporabni, niso pa preveč zahtevni, kar pomeni, da je izpolnjen zadani cilj – izdelati nove, unikatne pripomočke, ki bodo omogočali slepim in slabovidnim otrokom hitrejši kognitivni razvoj, in sicer na področjih logičnega mišljenja, krepitve logičnih struktur in operacij ter urjenja spomina, hkrati pa bodo služili kot pripomočka za vaje tipa, urjenje fine motorike in orientacijo na ploskvi. Ugotovljeno je, da so izdelki zanimivi in uporabni tako za slepe in slabovidne otroke in mladostnike kot tudi za starejše slepe osebe (miselna družabna igra), in nenazadnje za polnočutne otroke, ki na nek nov, zabaven in drugačen način rešujejo miselne naloge, ob tem razvijajo tip in nezavedno vstopajo v svet tistih, ki ne vidijo.

ε Zaključek

S takšnimi in podobnimi pripomočki se slepim in slabovidnim osebam omogoča hitrejši napredek tudi na področju razumevanja matematičnih vsebin. Številske predstave otroci razvijajo s tipanjem in štetjem posameznih likov, ki jih polagajo na igralne podloge. S tipanjem spoznavajo osnovne lastnosti geometrijskih likov in teles (krog, valj, kvadrat, kvader, trikotnik, prizma ...). Z reševanjem nalog po navodilih v zvezku krepijo spomin in problemsko razmišljanje, z uporabo sudoka za slepe pa logično mišljenje. Igralne podloge so uporabne tudi za učenje in razumevanje delov celote ali kot poenostavljen koordinatni sistem. Z malce ideje in domišljije pa je pripomočke mogoče uporabiti tudi v druge namene.

ε Literatura

1. Begum, S. (2003): *Cognitive Development in Blind Children*. Discovery publishing house, New Delhi.
2. Brvar, R. (2010): *Dotik znanja: slepi in slabovidni učenci v inkluzivni šoli.* Modrijan založba, d. o. o., Ljubljana.

3. Kobal G., D. in Kobal, B. ur. (2006): *Zagotavljanje enakih možnosti*. DEMS, Ljubljana.
4. Kobal G., D. in Kobal, B. (2007): Smernice za zagotavljanje pravic najmlajših slepih in slabovidnih otrok. *Socialno delo,* 46 (1/2), str. 33–37. Ljubljana: Fakulteta za socialno delo.
5. Kobal G., D. (2009): Psihološke značilnosti mladostnikov z okvarami vida. *Anthropos,* letn, 213–214, št.1.–2., str. 117–133, Ljubljana: Cankarjeva založba.
6. Kobal G. D., Kobal B., Celeste M., Dremelj P., Smolej S., Nagode M. (2009). *Socialnopsihološki vidiki izobraževanja oseb s posebnimi potrebami*. Pedagoški inštitut, Ljubljana.
7. Labinowizc E. (1989): *Izvirni Piaget: mišljenje - učenje – poučevanje.* Državna založba Slovenije, Ljubljana.
8. Moll, C., L. idr. (1984): Cognitive Development in Blind Children: A Challenge to Piagetian Theory. *Laboratory of Comparative Human Cognition* 6 (4), str. 75–84, San Diego: University of California.
9. Murn, T. (2002): *Kaj piše na tabli? Ne vidim prebrati*. Center slepih in slabovidnih Škofja Loka, Škofja Loka.
10. Svetina, M. (2005): Izkustveno mišljenje kot prehod med predoperacionalnim in konkretnologičnim mišljenjem pri otrocih. *Psihološka obzorja*, Ljubljana.
11. Zupančič, M. idr. (1999): *Razvojnopsihološke značilnosti različno starih otrok ob vstopu v šolo.* Založba Ljubljana, Ljubljana.

Ko pomagam učencu z disleksijo, pomagam vsem

When I Help a Pupil with Dyslexia, I Help Them All

Terezija Juvan
OŠ Jurija Vege Moravče

Σ Povzetek

V članku so prikazani primeri pomoči učencem z disleksijo, da so lahko uspešnejši pri matematiki. Avtorica opozarja na ustrezno pripravo gradiv za učence z disleksijo ter različne načine pomoči pri pomnjenju novih izrazov. Podrobno predstavi tudi način obravnave reševanja besedilnih nalog iz premega in obratnega sorazmerja.

Ključne besede: disleksija, pomnjenje novih pojmov, premo sorazmerje, obratno sorazmerje

Σ Abstract

The article presents examples of helping pupils with dyslexia to do better in mathematics. The author points out the need to prepare suitable materials for pupils with dyslexia and the various ways of helping them to remember new expressions. Presented in detail is the method of evaluating the solving of text assignments in direct and inverse proportion.

***Key words**: dyslexia, remembering new expressions, direct proportion, inverse proportion*

α Uvod

Ko učitelji matematike razmišljamo o učencih s specifičnimi učnimi težavami, običajno pomislimo na učence z učnimi težavami pri računanju in ne na disleksijo. Če učenci, ki imajo težave na področju branja, tega ustrezno ne nadoknadijo, tudi pri matematiki ne dosežejo več kot povprečno znanje, čeprav so lahko zelo nadarjeni. V prispevku je navedenih veliko konkretnih primerov pomoči za razumevanje pojmov. Ti so lahko v pomoč tudi drugim skupinam učencev z učnimi težavami.

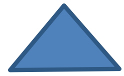
β Primernost gradiv

Ta prispevek je bil v začetku napisan v pisavi Times New Roman, ki je za otroke z disleksijo neprimerna. Pisava, ki jo uporabljam za prilagajanje gradiva, je arial (lahko tudi open dyslexic). Običajno tudi drugi učenci v zadnji triadi dobijo takšna pisna ocenjevanja. Pozorna sem tudi na razmike med številko naloge in računom. Za učence je zelo zahtevna negacija v nalogi, ker jo lahko hitro spregledajo in zato nalogo napačno rešujejo. Sama se zato izogibam negacij pri pisnem ocenjevanju. Za zapis rešitev morajo imeti dovolj prostora. Zaradi težav z bralnim razumevanjem uporabljam učencem poznane izraze. Če se vseeno zgodi, da učenec določene besede ne razume, mu jo, ne glede na njegovo starost, razložim. Moji učenci vedo, da smejo vprašati, vendar to ne pomeni, da jim pomagam rešiti nalogo. Uporabim le sopomenko za nepoznan izraz ali pa mi učenec s svojimi besedami pove, kako razume besedilo, in potrdim, če je prav razumel.

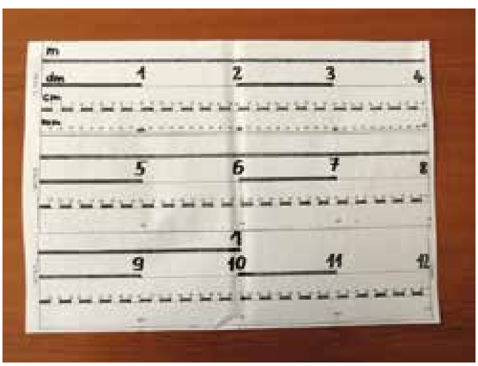
γ Pomoč učencem pri razumevanju in pomnjenju novih poimenovanj

Pri obravnavi na začetku posvetimo veliko časa pogovoru o novih pojmih oz. pojmih, ki bi jih učenci morali že usvojiti v predhodnem obdobju. Učencem skušam pomagati pri pomnjenju tako, da upoštevam različne učne stile otrok. Z učenci se pogovarjamo, si pomagamo s slikovnim gradivom, z modeli in za lažjo zapomnitev učencem povem asociacije ali besede, ki imajo isti koren kot dano poimenovanje. Take pomoči učencem povem šele po matematično pravilni razlagi, zato da si pojem zapomnijo.

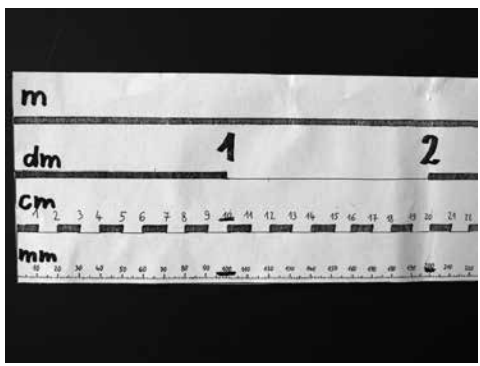
Primeri pomoči za lažje pomnjenje:

Poimenovanje	Pomoč za pomnenje poimenovanja
nasprotni števili	stojita si **nasproti** na številski osi (ponazoritev s sliko na številski osi)
obratni števili	ulomek **obrnemo** (zamenjamo števec in imenovalec)
tri**kot**nik	trije **koti** (preštejemo oglišča) 
štiri**kot**nik	štirje **koti** (preštejemo oglišča) 
pet**kot**nik	pet **kot**ov (preštejemo oglišča) 
piramida	egipčanske **piramide**
prizma	Prizma je tista, ki ni piramida.
pokončna prizma	stoji **pokonci**
poševna prizma	se naslonimo na sestavljen model iz palčk
enakoroba prizma	ima **enake robove** (enako dolge).
obseg	okrog lika (uporaba vrvice)
ploščina	tlakujemo s **plošči**cami (model lika in ploščice cm^2)
plašč	**plašč** kot oblačilo
prostornina	zavzame **prostor**
m, dm, cm, mm	Za lažje pomnjenje dolžinskih enot in pretvornikov zanje imam na A_3 listu pripravljen model metra, kjer so v posameznih vrsticah označeni m, dm, cm in mm. Ko list razrežejo in sestavijo, dobijo model z dolžino 1,2 m. Tak model je tudi na steni v učilnici.
l, dl, cl, ml	Učence poleg prelivanja spodbujam tudi k uporabi predpon. Predpona mili pomeni povsod pred enoto enako (eno tisočino osnovne enote).

[Preglednica 1] Primeri za lažje pomnenje

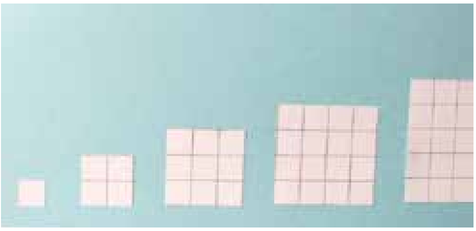


[Slika 1] Model za dolžinske enote na A_3 listu



[Slika 2] Del modela za dolžinske enote

Za usvojitev pojma **kvadrat** števila (ploščina **kvadrata**) in kvadratni koren si pomagam z oporo na steni, kjer so po vrsti kvadratki z robom 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm … Kvadrati so izrezani iz kvadratne mreže, da je možno določanje ploščine kvadrata (s štetjem, z množenjem). Po potrebi si pod slike zapisujemo, kar potrebujemo. Npr.: $3^2 = 9$ ali $\sqrt{9} = 3$.



[Slika 3] *Del plakata s kvadrati*

δ Pomoč pri reševanju besedilnih nalog s premim in obratnim sorazmerjem

Ker večinoma matematiko poučujem v skupini, kjer je veliko učencev z učnimi težavami, rešujemo naloge s pomočjo tabele. Pred reševanjem nalog se **naučimo iskanja spremenljivk v besedilu**. Pomembne podatke v besedilu vedno označimo (podčrtamo, obkrožimo). S tem, ko učenec označi podatke, se tudi osredotoči na natančno branje.

> Primer naloge:
> 1 liter olivnega olja stane 8,5 evra, tehta pa 0,9 kg. Koliko stane 5 litrov enakega olivnega olja?
> Spremenljivki sta :________________
> in __________________
> Odvečen številčni podatek je: _________
> __________________

Naslednji korak je prepoznavanje premega in obratnega sorazmerja.

Primer naloge, ki jo rešujemo na tablo s pomočjo 12 magnetov in modela denarja. **Hkrati s prikazom z magneti in modelom denarja si tudi zapisujemo podatke v tabele.**

> 12 kg jabolk v zaboju stane 24 evrov.
> Koliko stane 1 kg jabolk?
> Koliko stane 2 kg jabolk?

[Slika 4] *Ponazoritev premega sorazmerja z modeli na tabli*

	masa [kg]	cena [evro]	
: 12	12	24	: 12
· 2	1	2	· 2
	2	4	

> Koliko jabolk dobi vsak, če jih pravično razdelimo med dve osebi?
> Koliko jabolk dobi vsak, če jih pravično razdelimo med tri osebe?
> Koliko jabolk dobi vsak, če jih pravično razdelimo med štiri osebe?

		število oseb	masa [kg]		OBRATNO SORAZMERJE
· 3	· 2	1	12	: 2	: 3
		2	6		
		3	4		

Koliko plača vsak za svoj delež jabolk, če si dva pravično razdelita zaboj jabolk? Koliko plača vsak za svoj delež jabolk, če si trije pravično razdelijo zaboj jabolk?

	število oseb	cena [evro]	
· 2	1	24	: 2
· 3	2	12	: 3
	3	8	

OBRATNO SORAZMERJE

Ob tej nalogi hočem učence tudi opozoriti, da je v nalogi pomemben odnos med spremenljivkama, ne pa med predmeti, ki nastopajo v nalogi. Učenci velikokrat prehitro posplošijo, da je cena povezana s premim sorazmerjem. Sledi iskanje drugih primerov premo sorazmernih in obratno sorazmernih količin.

Besedilne naloge iz učbenika rešujemo po korakih:

1. **Preberi** nalogo.
2. V besedilu naloge **poišči neodvisno in odvisno spremenljivko** in ju zapiši v tabelo.
3. Ugotovi **odnos med spremenljivkama** in ga zapiši.

Če se prva količina dvakrat, trikrat … poveča, se tudi druga količina dvakrat, trikrat … poveča.	Če se prve količina dvakrat, trikrat … poveča, se druga količina dvakrat, trikrat … zmanjša.
PREMO SORAZMERJE	OBRATNO SORAZMERJE

4. V 2. vrstico tabele **zapiši poznane količine iz naloge**, izpusti vrstico in v 4. vrstico zapiši poznano količino iz vprašanja.
5. **Izračunaj vrednost** v 3. vrstici (za 1) in nato v 4. vrstici.
6. **Odgovori** na vprašanje.

γ Zaključek

Med poukom se pojavi še veliko drugih vprašanj, vendar upam, da bodo zgornji primeri vsaj malo v pomoč za lažje razumevanje težav otrok z disleksijo in pri iskanju ustrezne pomoči. Če izvajamo pouk z več ponazoritvami, s konkretnimi materiali in z napotki za lažje pomnjenje, tudi ostali učenci, ki nimajo učnih težav, niso prikrajšani.

Naloge z vžigalicami – zabava ali učenje?

Assignments with Matches – Entertainment or Learning?

Σ Povzetek

V prispevku najdemo nekaj možnosti uporabe nalog z vžigalicami pri izbirnem predmetu matematična delavnica. Vsebuje nekaj idej za dejavnosti v sklopih »nenavadna aritmetika«, kjer je nanizanih nekaj nalog z rimskimi in digitalnimi številkami, »tlakovanja« in »miselne igre in zanimivi miselni postopki«, ki so uvrščeni v učni načrt matematična delavnica. Izbirni predmet ni edina možnost, kjer lahko uporabimo igre z vžigalicami, saj so namenjene tako urjenju v računanju, ponavljanju poštevanke ali samo za zabavo in sprostitev, kar nam pomaga pri ohranjanju miselne aktivnosti.

Ključne besede: naloge z vžigalicami, matematična delavnica, rimske številke, tlakovanja

Σ Abstract

The paper mentions a few possibilities of using assignments with matches in the Mathematical Workshop elective subject. It contains a few ideas for activities under the sets »unusual arithmetic«, for which a few assignments with Roman numerals and digital numbers are listed, »paving« and »mind games and interesting mental processes«, which are included in Učni načrt Matematična delavnica (Mathematical Workshop Curriculum). An elective subject is not the only one in which games

Petra Cokan Klabjan
OŠ Dušana Bordona – Semedela Koper

with matches can be used, since they are intended for calculation training, brushing up on the multiplication table or merely for entertainment and relaxation, which helps us to maintain mental activity.

Key words: *assignments with matches, mathematical workshop, Roman numerals, paving*

α Učenje je lahko zabavno

Za pisanje tega članka so me navdušile igre z vžigalicami, ki sem jih spoznala že v osnovni šoli. Bili smo še daleč od današnje tehnologije, vse, kar smo poznali so bili računalnik Commodore, katerega program smo morali prepisati iz revije ali ga sprogramirati. Imeli smo barvni televizor, navadni žični telefon ter knjige in revije. Bila sem še daleč od učiteljice matematike z mnogo zanimanji. Skupaj z vrstniki sem najbolj uživala v družabnih in miselnih igrah. Tako me igre spremljajo do danes, ko brskam za miselnimi igrami po najsodobnejših napravah. Ustavila sem se pri igrah z vžigalicami in razmišljala, kako jih danes uporabiti pri urah pouka. V učnem načrtu za matematično delavnico sem našla kar nekaj vsebinskih sklopov, kjer bi se dalo vključiti igre z vžigalicami.

β Rimske in navadne digitalne številke v nalogah z vžigalicami

Učencem razdelimo vžigalice in jih spodbudimo, da sestavijo preprosto vsoto ali razliko, kjer uporabijo rimske ali navadne številke v digitalnem zapisu. S tem pridobivajo izkušnje in jih povezujejo z matematičnimi znanji, pridobljenimi pri rednem pouku, ter razvijajo sposobnost izražanja svojega matematičnega znanja, kar so splošni cilji predmeta matematična delavnica.

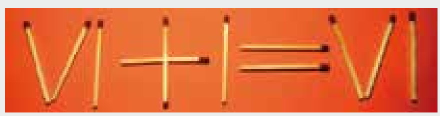
Rimske številke

Naloge z vžigalicami in rimskimi številkami uvrstimo med dejavnosti, ki jih izvajamo z učenci v sklopu nenavadna aritmetika, kjer imamo v ospredju zapisan cilj v učnem načrtu za matematično delavnico »poznati rimski zapis in drugačne zapise števil.« Učni načrt opredeljuje tudi vsebino z naslovom Zanimivosti z vžigalicami (rimske in navadne številke).

Zastavimo naloge:

Naloga 1 - Rimske številke

Navodilo: Premakni eno samo vžigalico, da bo enakost veljala.

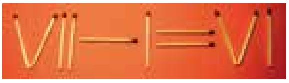


[Slika 1] Naloga 1 – rimske številke

Učencem razložimo, da v navodilu zapisana zahteva premakni vžigalico pomeni, da jo odvzamemo z obstoječega mesta in jo postavimo v isti nalogi na ustrezno prosto mesto.

Učitelj spremlja delo učencev. Učenci poskušajo najti rešitev samostojno, nato se o rešitvah med seboj pogovarjajo, preverjajo predlagane rešitve, dopolnjujejo naloge z različnimi premiki vžigalic. Učitelj povzame ugotovitve.

Rešitev:



[Slika 2] Rešitev naloge 1 – rimske številke

Naloge spodbujajo še motorične spretnosti, če jih sestavljamo iz pravih vžigalic, paličic, zobotrebcev ... Vendar takšen način zahteva kar nekaj časa in glede na to, da smo pri pouku s časom omejeni, nam je na voljo današnja tehnologija, ki nam omogoča, da enake naloge rešujemo na tabličnem računalniku.

Računske operacije z digitalnimi številkami

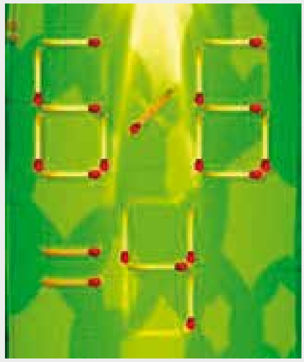
Naloge z vžigalicami z digitalnimi številkami enako kot v prejšnjem razdelku uvrstimo v sklop nenavadna aritmetika, kjer imamo zapisan cilj v učnem načrtu za matematično delavnico »poznati rimski zapis in drugačne zapise števil,« kar se navezuje na vsebino z naslovom Zanimivosti z vžigalicami (rimske in navadne številke).

Namesto rimskih števil se lahko učenci in učenke urijo v miselnih nalogah z navadnimi številkami v digitalnem zapisu z vsemi štirimi računskimi operacijami. Učencem pred zastavljenimi nalogami z vžigalicami razložimo, da sta računski operaciji množenje in deljenje zapisani z drugačnimi znaki, kot jih uporabljamo. Množenje je zapisano z znakom x, deljenje pa s poševnico /.

Nekaj nalog z vsoto, razliko, produktom in količnikom, ki jih zastavimo učencem, je predstavljenih v nadaljevanju.

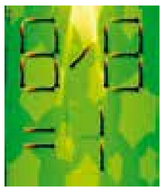
Naloga 2 - Deljenje

Navodilo: Premakni dve vžigalici, da bo enakost veljala.



[Slika 3] Naloga – deljenje

Rešitev:



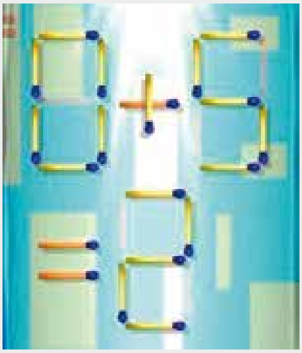
[Slika 4] Rešitev naloge 2 – deljenje

Učenci samostojno rešijo nalogo. Ko najdejo rešitev, predstavijo rešitve drug drugemu. Med sabo utemeljujejo pravilnost ali nepravilnost rešitev. Ob tem povedo, kako so razmišljali pri reševanju.

V nadaljevanju učencem zastavimo naloge, ki imajo več možnih rešitev. Spodbudimo jih, da si zapisujejo vse možne enakosti in rešitve, na katere so pomislili ob reševanju, ter da poiščejo vse možne rešitve.

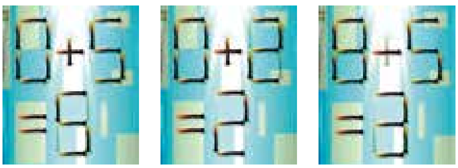
Naloga 3 – Seštevanje 1

Navodilo: Premakni dve vžigalici, da bo enakost veljala. Razišči vse možnosti.



[Slika 5] Naloga – seštevanje 1

Možne rešitve:

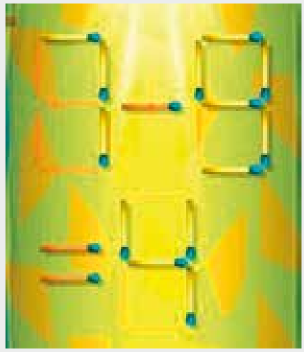


[Slike 6–8] Različne rešitve naloge 3 – seštevanje

Učence povprašamo po rešitvah ter po tem, kakšne strategije so uporabili pri reševanju. Uporabili so lahko prave vžigalice, jih postavljali in ugibali pravilne enakosti, lahko vsako števko proučijo, v katero novo števko jo lahko z enim ali dvema premikoma spremenijo, (npr. 0 spremenijo v 6 ali 9 z enim premikom vžigalice), lahko napišejo vse možnosti enačbe na list in jih rešijo, lahko napišejo možne enakosti, ko je računska operacija seštevanje in enakosti, ko je računska operacija odštevanje. To je samo nekaj od možnosti, ki se jih učenci poslužujejo pri reševanju takšnih nalog. Poseben izziv za učence in tudi za učitelje predstavlja odkrivanje novih načinov reševanja nalog.

Naloga 4 - Odštevanje

Navodilo: Odstrani eno vžigalico, da bo enakost veljala.



[Slika 9] Naloga 4 – odštevanje

Rešitev:

[Slika 10] Rešitev naloge 4 – odštevanje

Učenci samostojno rešijo nalogo. Zastavimo jim novo nalogo, da sestavijo več primerov nalog, v katerih uporabijo različne računske operacije. Med seboj si zamenjajo naloge in jih rešijo. Tako jih spodbujamo k razmišljanju in samostojnem odkrivanju novih nalog.

γ Pravilni liki in tlakovanja

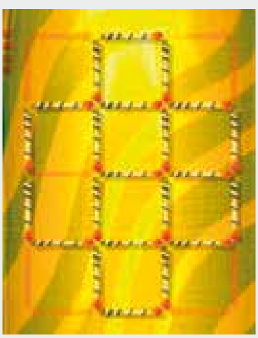
V učnem načrtu za matematično delavnico lahko naloge z vžigalicami uporabimo pri vsebinskem sklopu »tlakovanja.« Tako si učenci lažje predstavljajo, kako bi del ravnine tlakovali. Naloge umestimo v vsebino »tlakovanja s pravilnimi liki,« ki je zapisana v učnem načrtu. Predvidenih je več ciljev sklopa »tlakovanja«, ki jih s temi nalogami osvojimo: »Tlakovati ravnino ali del ravnine s pravilnimi oz. nepravilnimi liki, pri tlakovanjih in preoblikovanjih tlakovanj uporabiti simetrijo ter utemeljiti določene lastnosti likov s tlakovanjem.«

Za začetek poskusimo z nalogami, ki so sestavljene iz pravilnih likov (kvadrat, enakostranični trikotnik, pravilni šestkotnik). Čeprav so naloge miselne, s tem še bolj motivirajo posameznika, da premika vžigalice in išče rešitve. Posledično razvija predstave o tlakovanju. Nekaj primerov uporabe nalog za predstavo kvadratnega, trikotnega in šestkotnega tlakovanja s pomočjo miselnih iger z vžigalicami je nanizanih v nadaljevanju.

Z učenci se pogovorimo, kakšen je ponazorjen kvadrat v nalogah z vžigalicami in kakšne so njegove lastnosti. Kvadrat ima vse štiri stranice skladne (vsaka stranica meri eno vžigalico, ali vsaka stranica meri dve vžigalici ...) in to ponazorimo s pravimi vžigalicami za lažjo predstavo. Ponovimo, da so v nalogi upoštevani različno veliki kvadrati ali tudi takšni, ki nastanejo znotraj večjih kvadratov.

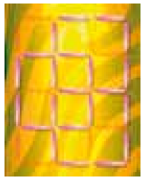
Naloga 5 - Kvadrati

Navodilo: Premakni 4 vžigalice, da dobiš 5 kvadratov.



[Slika 11] Naloga 5 – kvadrati

Rešitev:



[Slika 12] Rešitev – kvadrati

K tej nalogi dodamo nekaj vprašanj. Učenci v dvojicah odgovarjajo na zastavljena vprašanja. Primeri vprašanj:

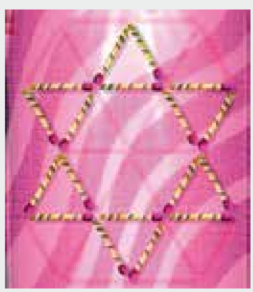
Koliko različno velikih kvadratov smo dobili za rešitev?
Kaj lahko poveš o ploščinah in obsegih kvadratov, če je ena vžigalica ena enota?
Koliko merijo ploščine kvadratov, če ena vžigalica predstavlja 5 cm?
Kaj lahko poveš o ploščini celotnega lika?
Izračunaj obseg celotnega lika, če je dolžina vžigalice 7cm?

Svojemu sošolcu v paru zastavijo tri vprašanja o tej nalogi. Na ta vprašanja naj odgovorijo. Nato vlogi zamenjajo.

Poglejmo si še kakšen primer s trikotniki, kamor je vključen tudi šestkotnik in simetrija.

Naloga 6 - Trikotniki

Navodilo: Premakni dve vžigalici tako, da dobiš 6 trikotnikov. Vse vžigalice morajo biti sestavni del kateregakoli trikotnika.



[Slika 13] Naloga 6 – trikotniki

Rešitev:

[Slika 14] Rešitev – trikotniki

Učencem zastavimo vprašanja.

Koliko skladnih trikotnikov sestavlja rešitev?
Kakšni so ti trikotniki?
Kakšno je razmerje stranic med večjim in manjšim trikotnikom?
Kakšno je razmerje obsegov ali ploščin med manjšim ni večjim trikotnikom?
Koliko meri višina večjega trikotnika (uporaba Pitagorovega izreka)?

Pri nalogi ponovimo še ploščino in obseg šestkotnika. Učencem zastavimo vprašanja:

Kolikšna je ploščina šestkotnika, če vzamemo za merjenje ploščine nestandardno enoto – majhen enakostranični trikotnik (stranica meri eno vžigalico).
Kako izračunamo obseg šestkotnika?
Kakšno je razmerje ploščine šestkotnika in enakostraničnega trikotnika (stranica meri eno vžigalico)?
Ali je nastali lik simetričen?

Spodbudimo učence, da poskušajo zastaviti vprašanja ob nalogi in na njih odgovoriti.

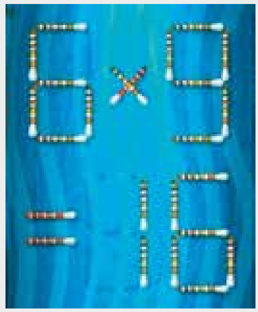
δ Miselne igre

Naloge, ki jih predstavljam v nadaljevanju, lahko učenci rešujejo kot uvod v novo poglavje, za zaključek poglavja ali pa kot aktiven del učne ure, pri čemer zadostimo še didaktičnemu priporočilu za izbirni predmet matematična delavnica – učenje z igro.

Ravno miselne igre sodijo med dejavnosti, ki jih lahko uporabimo v sklopu Miselne igre in zanimivi miselni postopki. V ospredju imamo cilj »razvijati sposobnost izvajanja miselne aritmetike in miselne geometrije« in vsebino z naslovom »različne igre s števili«, kar je del učnega načrta za matematično delavnico.

Naloga 7 – Množenje

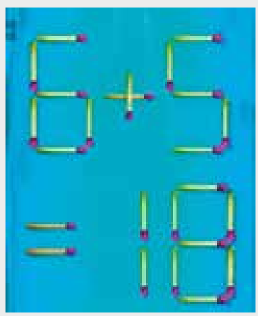
Navodilo: Premakni eno vžigalico, da bo enakost veljala.



[Slika 15] Naloga 7 – množenje

Naloga 8 – Seštevanje 2

Navodilo: Odstrani dve vžigalici, da bo enakost veljala.



[Slika 16] Naloga 8 – seštevanje 2

Učencem postavimo večje število nalog in omejimo čas. Naloga bo tokrat tekmovalnega značaja. Vsak zase samostojno rešujejo naloge. Učenci so motivirani, da naloge rešijo v določenem času, dodatno jih motivira še medsebojna tekmovalnost ter v čim krajšem času rešiti čim več nalog. Po izteku časa se pogovorijo o rešitvah nalog, o morebitnih težavah, napačnih rešitvah. Med seboj primerjajo rešitve. Ugotavljajo, ali pri enaki nalogi različne rešitve ustrezajo dani enakosti.

Poskusite še sami in zgornji nalogi rešite. Rešitvi se namenoma nahajata na koncu.

Veliko zabave ob reševanju vam želim.

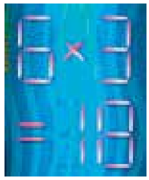
ε Za konec

Te naloge niso namenjene samo izbirnemu predmetu matematična delavnica. Uporabne so lahko v okviru rednega pouka matematike ali pa samo za zabavo, saj pripomorejo tako k ponavljanju poštevanke, računanju in urjenju v razmišljanju in so primerne tako za otroke kot odrasle, ki želijo ostati miselno aktivni.

Če so vam in otrokom logične naloge z vžigalicami všeč in jih ne želite prestavljati na mizi, ker so vam ljubše elektronske naprave (telefoni, tablice), lahko morda z malo brskanja med aplikacijami, najdete takšno, ki vam je všeč in vam nudi še obilo zabave.

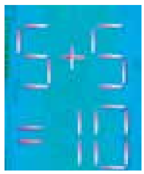
Zabavno je prijetno. Naj bo takšno tudi učenje.

Rešitev 7. naloge:



[Slika 17] Rešitev naloge 7– množenje

Rešitev 8. naloge:



[Slika 18] Rešitev naloge 8 – seštevanje 2

η Viri

1. Domajnko, Vilko ... (2004). *Učni načrt Izbirni predmet: Matematična delavnica.* Ljubljana, Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport, ZRSŠ.

Matematične ViŽe

Alojz Grahor
Škofijska gimnazija
Vipava

Matematične ViŽe so projekt sodelovanja med profesorji matematike in izmenjave dijakov Škofijske gimnazije **Vi**pava in Gimnazije **Že**limlje. Profesorji matematike Gimnazije Želimlje in Škofijske Gimnazije Vipava smo v lanskem šolskem letu pričeli s sodelovanjem na področju matematike. Osmim dijakom in dijakinjam drugih letnikov Gimnazije Želimlje se je za 3 dni v Želimljem pridružilo 8 dijakov drugih letnikov Škofijske gimnazije Vipava skupaj s profesorji. Program 2014, ki smo ga vnaprej podrobno časovno in vsebinsko skupaj oblikovali, je obsegal delavnice iz matematične lingvistike, geometrije, vektorjev in simetrij v naravi, pa tudi zabavni matematiki se nismo odrekli. Seveda se nismo odrekli niti medsebojni predstavitvi na začetku, sproščujočim igram v odmorih in športnem srečanju v nogometu in hokeju. Delavnica iz matematične lingvistike je obsegala predstavitev osnovnih principov reševanja nalog in reševanje izbranih lingvističnih nalog v mešanih skupinah. Ob tem pa je bilo poučno tudi potovanje po različnih delih sveta ob spoznavanju osnov jezikov, ki jih še govorijo manjšine.

[Slika 1] Tremo geometrijske orehe (foto: Klara Vrabec)

Podobno sta bili zasnovani geometrijska in vektorska delavnica, le da je bila dodana še predstavitev reševanja izbranih problemov iz geometrije in podelitev znanja drug drugemu. Simetrije v naravi smo spoznali najprej teoretično, nato pa na sprehodu praktično prepoznavali različne vrste simetrij in jih uvrščali v matematični model. Najbolj zabavna pa je bila seveda delavnica iz zabavne matematike, ki je vsebovala raznovrstne matematične igre in praktične probleme.

Pozitivne izkušnje prvih ViŽ so nam dale pogum, da mo se odločili za podoben program v letu 2015, a tokrat v Vipavi, pa prav tako z dijaki 2. letnikov. Matematični del je obsegal tri delavnice iz prvega srečanja: geometrija (Slika 1), ena izmed nalog iz geometrije (naloga 1), vektorji in simetrije v naravi ter dve novi delavnici: Diofantske enačbe in fraktalne krivulje.

Naloga 1 - Geometrija:

Naj bo trikotnik *ABC* ostrokotni, središče trikotniku *ABC* očrtane krožnice točka S_O, točki *X* in *Y* pa nožišči višin na stranici *AB* ter *BC*. Dokažite, da je nosilka daljice BS_O pravokotna na daljico *XY*.

V delavnici Diofantske enačbe smo skozi teorijo in praktične primere spoznavali metode reševanja teh enačb. Primer je naloga 2.

Naloga 2 – Diofantske enačbe:

Poiščite vse *cele točke*, ki ležijo na premici $-63x + 40y = 521$. (Opomba: Točko imenujemo *cela točka*, če sta njeni koordinati celi števili.).

Vir: Grasseli, J.: *Diofantske enačbe,* DMFA, Ljubljana, 1984.

Pri fraktalih pa so udeleženci pridobljene osnove takoj uporabili v praksi, ko so s pomočjo programskega jezika python sami risali že znane fraktale in kreirali nove. Primer programa je prikazan na Sliki 2, eden izmed izdelkov pa na Sliki 4.

Tudi v drugih ViŽah ni manjkalo druženja in medsebojnega spoznavanja, eno popoldne pa smo si vzeli čas in si peš ogledali kulturno-umetniške lepote okrog Vipave. Pa tudi tokrat ni šlo brez matematike, kar je očitno na Sliki 3.

Evalvacija projekta je pokazala, da so bili dijaki in dijakinje zelo navdušeni nad takim načinom poglabljanja matematičnih znanj. Nekaj njihovih mnenj je zbranih tu:

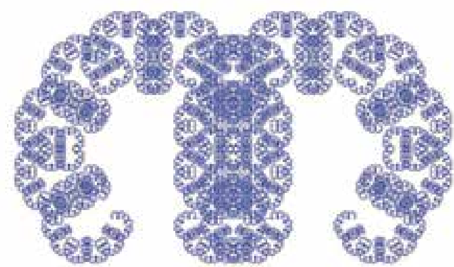
```
from turtle import *
from math import *
def f(krak, globina):
   #  Cik cak krivulja
   if globina == 0:
     forward(krak)
   else:
     left(45)
     f(krak/(2*sqrt(2)), globina-1)
     right(90)
     f(krak/(2*sqrt(2)), globina-1)
     f(krak/(2*sqrt(2)), globina-1)
     left(90)
     f(krak/(2*sqrt(2)), globina-1)
     right(45)
```

```
stranica=2**9
nivo = 1
hideturtle()
penup()
backward(stranica/2)
left(90)
backward (stranica/4)
right(90)
pendown()
speed("fastest")
pencolor("red")
forward(stranica)
backward(stranica)
pensize(5)
pencolor("blue")
f(stranica, nivo)
```

[Slika 2] Program v Pythonu, ki nariše fraktalno krivuljo CIK-CAK

[Slika 3] Na svetu ni samo matematika, a je vse naokrog; ViŽe 2015 na Zemonu (foto: Miha Šušteršič)

- Tabor je bil super organiziran, vsebine so bile zanimive in poučne ... Če bi se dalo, se priporočamo še za en krog.
- Lahko bi trajalo več časa, da bi bilo še več priložnosti za druženje in spoznavanje.
- Daljše, pa da bi še prišli!
- Odlično, velika mera znanja in zabave, odprti, vredno ponovitve.
- Bilo je zabavno, fraktali in geometriji pa sta mi bili najbolj zanimivi temi.
- Zanimive vsebine, všeč mi je bilo delo po skupinah in na računalnikih. Imeli smo lepo priložnost za poglabljanje matematičnega znanja.
- Da bi radi imeli še kakšen matematični tabor.



[Slika 4] To pa je naš »izum« – fraktalna krivulja ViŽe 3

Vsekakor, s projektom bomo nadaljevali.

Geometrija prepogibanja papirja

Geometry of Folding Paper

Nada Razpet

Σ Povzetek

Iz lista papirja formata A4 bomo izdelali nekaj likov in jim določili obseg in ploščino. Enakostranični trikotnik in pravilni šestkotnik pa bomo zložili iz kvadratnega lista papirja. Vsem zloženim likom bomo izračunali dolžine stranic, obseg in ploščino. Večina računov temelji na poznavanjem skladnosti, podobnosti in Pitagorovem izreku. V srednji šoli pa lahko računamo tudi s kotnimi funkcijami. Postopek zlaganja lahko pokažemo in ga narišemo z Geogebro, ali pa učenci prepogibajo papir ob pomoči slik, ki smo jih s tem programom že narisali. Program je lahko tudi v pomoč učencem pri preverjanju lastnosti likov in izračunanih količin, kot so dolžine stranic, obsegi in ploščine likov.

Ključne besede: geometrija, prepogibanje papirja, liki, razvedrilna matematika, GeoGebra

Σ Abstract

We will make a few shapes from an A4 sheet of paper and determine their circumference and area. We will fold an equilateral triangle and regular hexagon from a square sheet of paper. We will calculate the lengths of the sides, the circumference and area of all the folded shapes. Most of the calculations are based

on the knowledge of symmetry, similarity and the Pythagorean theorem. In secondary school the calculations can also be done using trigonometric functions. The folding procedure can be demonstrated and drawn with Geogebra or pupils can fold the paper referring to pictures drawn previously with this program. The program can also assist pupils in checking the properties of shapes and of the calculated quantities, such as the lengths of sides, circumferences and areas of shapes.

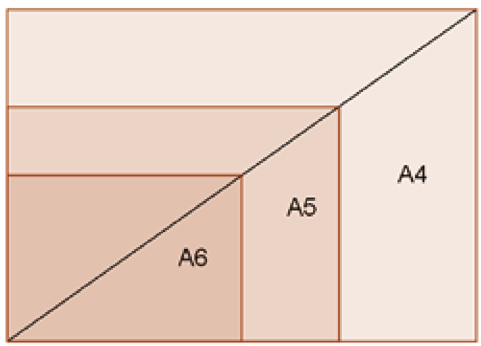
***Key words**: geometry, folding paper, shapes, entertaining mathematics, GeoGebra.*

α Uvod

S prepogibanjem lista papirja formata A4 smo se prvič srečali na enem od seminarjev projekta TEMPUS, ki ga je vodil J. Monaghan (Leeds, 1993). Takrat smo se ukvarjali le z enakostraničnim in enakokrakim trikotnikom. Kasneje smo na seminarjih za učitelje matematike osnovnih in srednjih šol v Sloveniji (v okviru projekta Tempus in strokovnih srečanj DMFA Slovenije) obravnavali še druge like in zlaganje povezali z računalniškim programom Cabri. V prispevku bomo vse slike risali s prosto dostopnim programom GeoGebra.

β Prepogibanje lista papirja formata A4

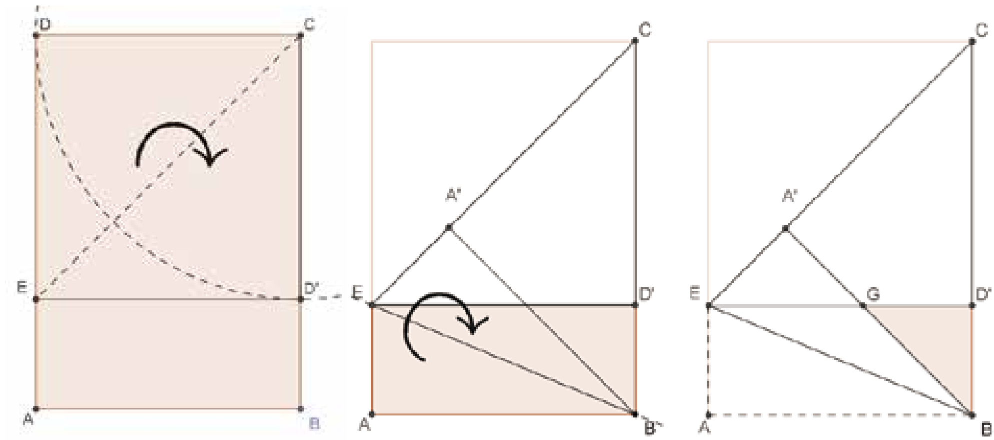
Papir formata A4 dobimo z zaporednim razpolavljanjem pole papirja s ploščino 1 m². To pomeni, da ima list papirja formata A4 ploščino 1/16 m². Dolžini stranic sta določeni tako, da sta v razmerju $a : b = 1 : \sqrt{2}$. Stranici takega lista sta potem približno $a = 210$ mm, $b \approx 297$ mm. Če razrežemo list papirja (pravokotnik) po simetrali daljše stranice, dobimo dva skladna pravokotnika formata A5, s stranicama $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ in njuno razmerje je zopet $1 : \sqrt{2}$. Tudi list formata A6 ima tako razmerje stranic. Vsi ti pravokotniki so si podobni. S prepogibanjem to pokažemo tako, da pravokotnike prepognemo po diagonali in jih položimo drug na drugega tako, da se ujemajo v enem oglišču in ležijo prepognjene diagonale druga na drugi, kot to kaže Slika 1.



[Slika 1] Preverjanje podobnosti listov papirja formatov A4, A5 in A6

Enakokraki trikotnik

Do nadaljnjega bomo uporabljali kot osnovo list papirja formata A4, ki ga bomo poimenovali kratko list. Potek zgibanja enakokrakega trikotnika kaže Slika 2.



[Slika 2] Trikotnik EBC je enakokrak

Ker smo list prepognili tako, da je rob CD poravnan z robom CD', je lik $ED'C$ enakokrak pravokotni trikotnik s krakoma $|ED'| = |D'C| = a$. Diagonala $|EC| = a\sqrt{2} = b$, to pa pomeni, da je $|EC| = |BC|$. Če papir prepognemo še po diagonali EB pravokotnika $ABD'E$, dobimo enakokrak trikotnik EBC, saj ni težko dokazati, da je $\angle AEB = \angle BEC = \angle CBE$.

Dolžini dveh stranic enakokrakega trikotnika EBC že poznamo, saj sta enaki dolžini daljše stranice lista, torej $a\sqrt{2}$. Osnovnica trikotnika pa je dolga:

$$|AB| = a,$$

$$|EA| = |DA| - |DE| = a\sqrt{2} - a,$$

$$|EB| = \sqrt{a^2 + \left(a\sqrt{2} - a\right)^2},$$

$$|EB| = a\sqrt{2}\ \sqrt{2 - \sqrt{2}}\,.$$

Višina na osnovnico trikotnika je:

$$v = \sqrt{|EC|^2 - \left(\frac{|EB|}{2}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{2a^2 - \frac{2a^2\,(2 - \sqrt{2})}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}\ \sqrt{2 + \sqrt{2}}\,.$$

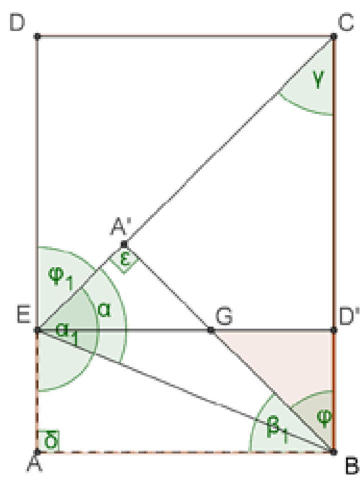
Izračunajmo še obseg trikotnika:

$$o = 2a\sqrt{2} + a\sqrt{2}\ \sqrt{2 - \sqrt{2}} =$$

$$= a\sqrt{2}\left(2 + \sqrt{2 - \sqrt{2}}\right),$$

$$p = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$$

S slike pa je razvidno, da je ploščina tega trikotnika enaka polovični ploščini lista.



[Slika 3] Koti v enakokrakem trikotniku

Izračunajmo še velikosti kotov. Ker je EC diagonala kvadrata, je kot $\gamma = \varphi_1 = 45°$. Kota ob osnovnici enakokrakega trikotnika α in β sta enaka in merita 67,5°. Notranja kota deltoida $ABA'E$ ε in δ sta prava kota, kot $\alpha_1 = 135°$ in zato kot $\beta_1 = 45°$, torej tudi kot $\varphi = 45°$ in je potem trikotnik $BD'G$ enakokrak pravokotni trikotnik.

Pravzaprav bi lahko ploščino trikotnika EBC izračunali hitreje, če bi prej premislili, kako smo zgibali trikotnik. Štirikotnik $ABA'E$ je deltoid, stranica $A'B$ je pravokotna na stranico EC, torej je $|A'B| = v$ višina na stranico EC. Ploščino izračunamo po osnovnem obrazcu za računanje ploščine trikotnika:

$$p = \frac{|EC| \cdot |A'B|}{2} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$$

Točka G je višinska točka trikotnika. Pokažimo, da je to res. Daljica $A'B$ je pravokotna na stranico EC, torej je ena od višin trikotnika EBC. Daljica ED' je pravokotna na krak BC, torej je tudi to višina. Obe daljici se sekata v točki G. Točka G je višinska točka trikotnika EBC.

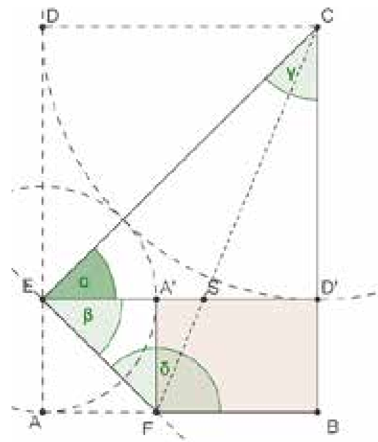
Izračunajmo razdaljo $|GD'|$.
Ker je $|D'B| = a\sqrt{2} - a = a(\sqrt{2} - 1)$
in je trikotnik $BD'G$ enakokrak, je
$|GD'| = |BD'| = a(\sqrt{2} - 1)$.

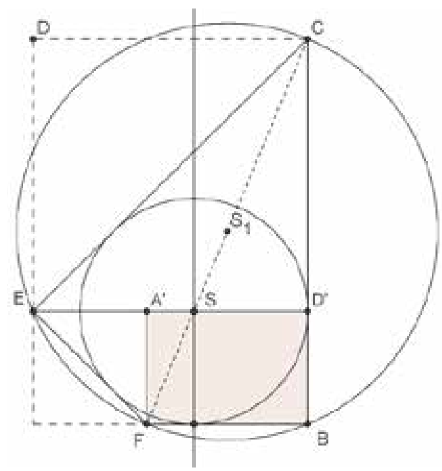
Deltoid

Deltoid zložimo podobno kot enakokrak trikotnik, različna je le zadnja faza prepogibanja, kjer ne prepognemo po diagonali EB, ampak prepognemo tako, da oglišče A pade na daljico ED', kot kaže Slika 4.

Kote deltoida že poznamo: $\alpha = \beta = \gamma = 45°$, $\delta = 135°$. Pokazati moramo, da je $|EF| = |FB|$. Štirikotnik $AFA'E$ je kvadrat, saj smo stranico EA prenesli na ED'. Potem je:

$$|EF| = |EA| \cdot \sqrt{2} = a(\sqrt{2} - 1)\sqrt{2} = a(2 - \sqrt{2}).$$





[Slika 4] Nastal je deltoid EFBC. Deltoidu včrtana in očrtana krožnica

In stranica

$$|FB| = a - a(\sqrt{2} - 1) = a(2 - \sqrt{2}) \Rightarrow |EF| = |FB|.$$

Diagonali deltoida sta

$$|EB| = \sqrt{|EA|^2 + a^2} = a\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} = a\sqrt{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}},$$

$$|FC| = \sqrt{|FB|^2 + (a\sqrt{2})^2} = 2a\sqrt{2 - \sqrt{2}}.$$

Izračunajmo še obseg in ploščino deltoida:

$$o = 2(|CD'| + |D'B'| + |BF|) =$$
$$= 2(|CD'| + |D'A'| + |A'E|) = 2 \cdot 2a = 4a$$

Ali pa drugače:

$$o = 2a\sqrt{2} + 2a(2-\sqrt{2}) = 4a,$$

$$p = \frac{|EB|\cdot|FC|}{2} = a^2\,\sqrt{2}(2-\sqrt{2}).$$

Temu deltoidu lahko krožnico včrtamo in očrtamo.

Središče deltoidu očrtane krožnice je v razpolovišču FC, v točki S_1 polmer pa je

$$r = \frac{|FC|}{2} = a\sqrt{2-\sqrt{2}}.$$

Polmer deltoidu včrtane krožnice s središčem v točki S je $\rho = a(\sqrt{2}-1)$.

Enakostranični trikotnik

Kako zgibamo enakostranični trikotnik, je prikazano na Sliki 5. Najprej prepognemo list po simetrali daljice AB, nato zgibamo oglišče C preko take premice skozi D, da pade C na simetralo AB. Pri tem sta še vedno a in b stranici lista, ki ga prepogibamo.

Ker smo oglišče C položili na C', je štirikotnik $DC'GC$ deltoid s simetralo DG. Z leve slike (Slika 5) razberemo, da je trikotnik $FC'D$ pravokotni trikotnik s hipotenuzo a in eno kateto $a/2$, s kotoma $\angle FDC' = 30°$ in $\angle DC'F = 60°$. Bralec bo hitro izračunal še vse ostale kote in ugotovil, da je tudi pravokotni trikotnik $DC'G$ polovica enakostraničnega trikotnika, pri tem je $|DC'| = v$ višina enakostraničnega trikotnika, ki ga želimo zložiti.

Torej je osnovnica enakostraničnega trikotnika $|DG|$ enaka

$$v = a = \frac{|DG|\cdot\sqrt{3}}{2}, \qquad |DG| = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

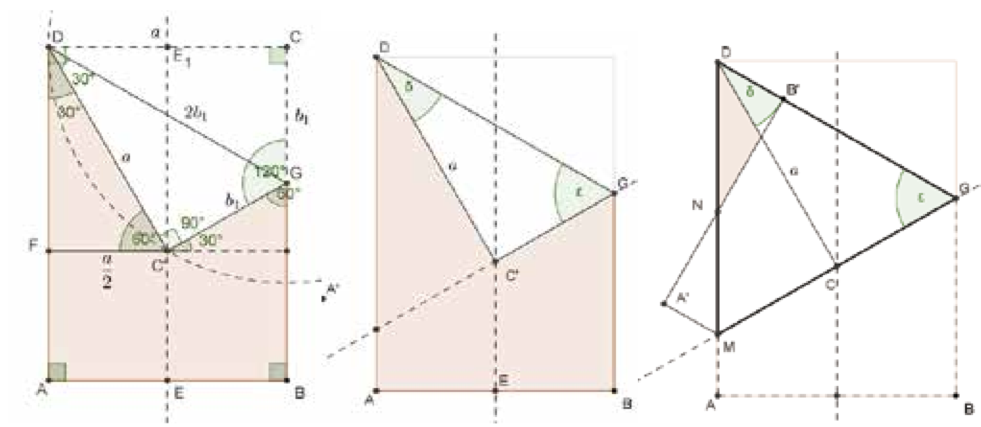
Hitro izračunajmo še obseg in ploščino trikotnika:

$$o = 2a\sqrt{3}, \quad p = \frac{|DG|^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}.$$

Tudi polmera včrtane in očrtane krožnice ni težko izračunati:

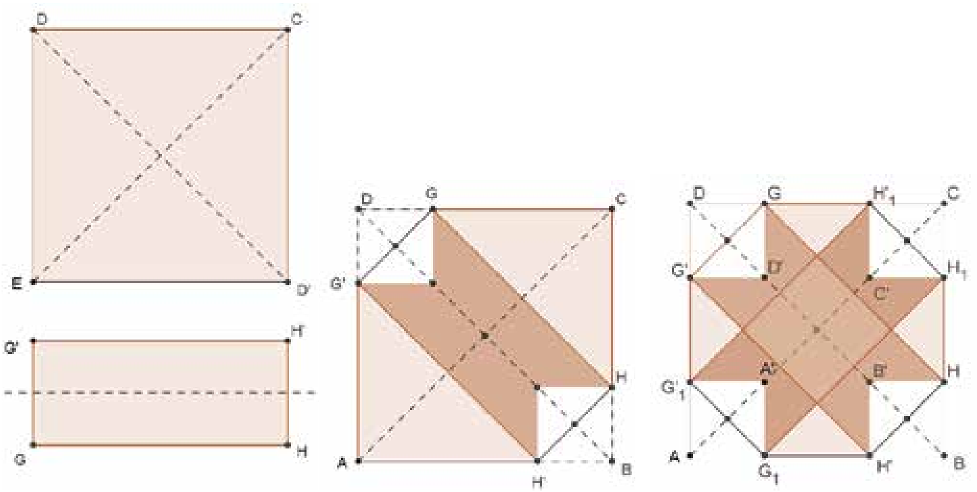
$$r = \frac{2a}{3}, \quad \rho = \frac{a}{3}.$$

Iz enakostraničnega trikotnika lahko dobimo pravilni šestkotnik tako, da poiščemo težišče T in potem oglišča enakostraničnega trikotnika postavimo na točko T. Osnovnica tega šestkotnika je tretjina osnovnice enakostraničnega trikotnika. Od tod dalje pa ni težko izraziti še obsega in ploščino šestkotnika.



[Slika 5] Postopek za zlaganje enakostraničnega trikotnika. Na koncu še spodvihamo trikotnik A'MN

Pravilni osemkotnik



[Slika 6] List formata A4 razdelimo na kvadrat in pravokotnik. Pravokotnik položimo na diagonali kvadrata, kot kaže slika in zavihamo trikotnike

List razdelimo na kvadrat in pravokotnik kot kaže Slika 6. Da smo zares dobili pravilni osemkotnik, moramo pokazati, da je $|G'_1G_1| = |G_1H'|$. Pravokotnik $GHH'G'$ smo simetrično položili na diagonalo DD' kvadrata $AD'CD$. Pravokotnik se točno prilega v kvadrat. To še dokažimo. Stranica pravokotnika $|G'_1G_1| = a(\sqrt{2} - 1)$ in je diagonala kvadrata $AG_1A'G'_1$. Stranica pravokotnika $G'H' = a$. Pokazati moramo, da je stranica pravokotnika $G'H'$ hipotenuza pravokotnega trikotnika GCH in da točki G in H ležita na stranicah kvadrata $ABCD$.

$$|DG| = \frac{a(\sqrt{2}-1)\sqrt{2}}{2} = \frac{a(2-\sqrt{2})}{2},$$

$$|GC| = a - |DG| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$|GH| = |GC|\sqrt{2} = a$$

Torej se pravokotnik $GHH'G'$ natančno prilega kvadratu. Izračunajmo še stranice osemkotnika G_1H'.

$$|G_1H'| = a - 2|AG_1| =$$
$$= a - a(2 - \sqrt{2}) =$$
$$= a(\sqrt{2} - 1) = |G'G_1|.$$

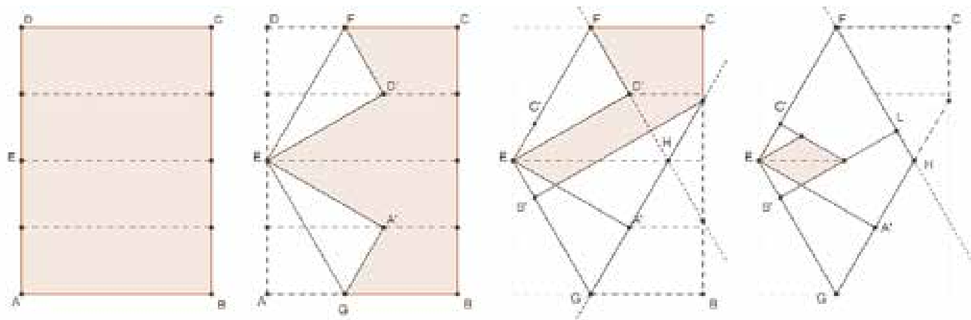
Stranica osemkotnika je torej enaka krajši stranici odrezanega pravokotnika $|GG'| = a(\sqrt{2} - 1)$ torej smo dobili pravilni osemkotnik.

Romb

Navedli bomo dva načina zgibanja romba. Prvi način kaže Slika 7.

List razdelimo na štiri skladne pasove in v vsaki polovici začnemo zgibati tako kot pri zlaganju enakostraničnega trikotnika. Postopek je na Sliki 7. Ni težko ugotoviti, da sta notranja kota tega romba velika 60° in 120°.

S primerjavo rezultatov, ki smo jih dobili pri računanju enakostraničnega trikotnika, ugotovimo, da je $|EA'| = |EA| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ in je to višina enakostraničnega trikotnika z



[Slika 7] Zložili smo romb

osnovnico $|EG|$ in hkrati višina romba. Torej je $|EG| = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Obseg $o = 4 \cdot |EG|$. Ploščina romba je enaka vsoti ploščin dveh skladnih enakostraničnih trikotnikov z osnovnico $|EG|$. Torej:

$$p = 2 \cdot \frac{|EG|^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3},$$

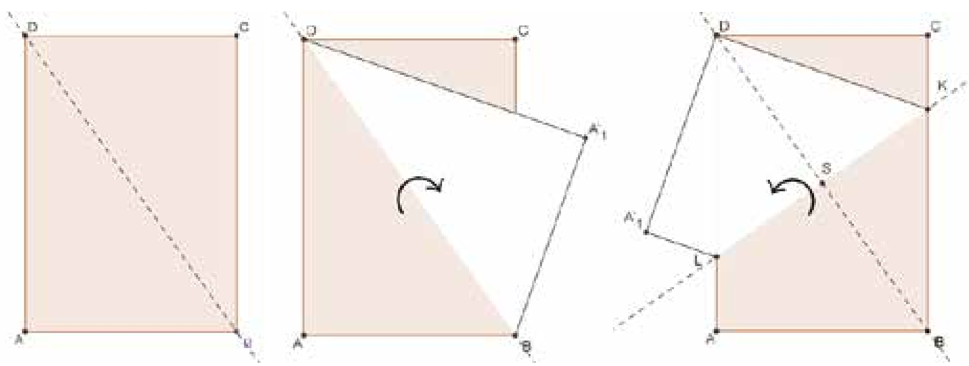
$$o = \frac{4a\sqrt{6}}{3}.$$

Ampak to ni največji romb, ki ga lahko dobimo iz lista formata A4.

Največji romb

Kako ga zložimo, kaže Slika 8.

Daljica DB je diagonala romba in hkrati diagonala pravokotnika $ABCD$. Diagonalo DB smo razpolovili (točka S), nato pa poiskali pravokotnico nanjo tako, da smo točko B postavili na točko D in dobili drugo diagonalo LK. Ker smo dela diagonale DB prekrili vemo, da je $|DS| = |SB|$. Če potegnemo skozi točko S vzporednico z AB, lahko hitro pokažemo (skladni trikotniki), da je tudi $|LS| = |SK|$ (Mimogrede: Točka S razpolavlja vsako daljico, ki ima krajišči na vzporednih stranicah pravokotnika in gre skozi S.) Trikotnika KSB in KSD sta skladna. Oba sta pravokotna imata eno skupno kateto in $|DS| = |SB|$, zato tudi velja, da je $|DK| = |KB|$ in seveda potem iz



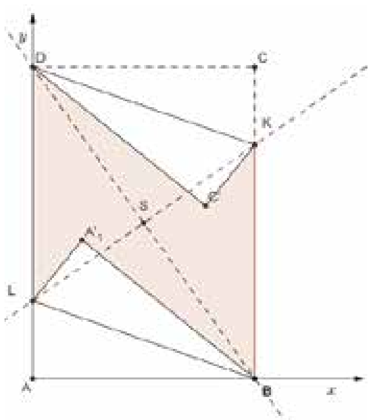
[Slika 8] Daljici DB in LK sta diagonali romba. S je središče pravokotnika ABCD

istega razloga tudi |*LB*| = |*LD*| = |*DK*|. To pa pomeni, da je štirikotnik *LBKD* romb.

Trikotnik *BSK* je podoben trikotniku *BCD*. Dobimo:

$$|BS| = \frac{|BD|}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \text{in}$$

$$|DK| = |KB| = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$$



[Slika 9] Štirikotnik LBKD je romb

Izračunali smo dolžino osnovnice romba. Izračunajmo še dolžini diagonal:

$$|DB| = \sqrt{a^2 + b^2} = a\sqrt{3},$$

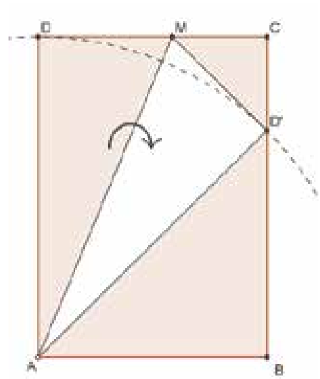
$$|LK| = \sqrt{a^2 + (b-2x)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Ker se v rombu diagonali sekata pravokotno, je ploščina romba

$$p = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{|DB| \cdot |LK|}{2} = \frac{3a^2\sqrt{2}}{4}.$$

Nalogo lahko rešujemo tudi z metodami analitične geometrije. Koordinatni sistem postavimo tako, da kot kaže Slika 9. Poiščemo enačbo premice *p* skozi točki *D* in *B*, določimo koordinate točke *S*, zapišemo enačbo pravokotne premice *q* na premico *p*, ki gre skozi točko *S*. Presečišči premice *q* z nasprotnima stranicama kvadrata sta potem preostali dve oglišči romba.

Še ena zanimivost:



[Slika 10] Ploščina trapeza ABCM je

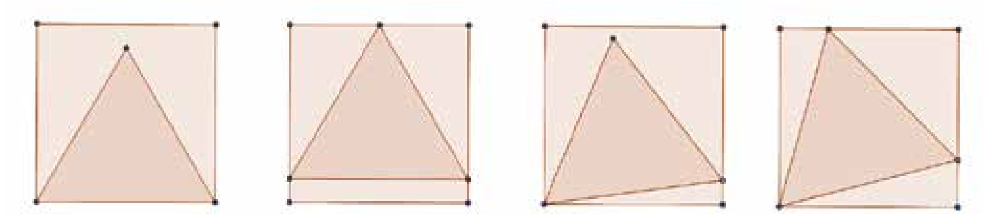
Prepognimo list A4 tako, kot kaže Slika 10. Trikotnika ABD' je enakokrak pravokotni trikotnik, saj je $|AD'| = b = a\sqrt{2}$. Ker je ena kateta tega trikotnika *a*, po Pitagorovem izreku dobimo, da je tudi $|BD'| = a$. Potem je tudi trikotnik *MD'C* enakokrak pravokotni trikotnik, kar hitro ugotovimo, če izračunamo, kolikšni so koti, ki imajo vrh v *D'*. Štirikotnik *ABCM* je trapez. Dolžine vseh stranic poznamo že od prej. Izračunajmo ploščino tega trapeza:

$$p = \frac{(a + |MC|) \cdot |BC|}{2} = \frac{(a\sqrt{2})a\sqrt{2}}{2} = a^2.$$

Ploščina trapeza je torej enaka ploščini kvadrata, ki smo ga odrezali pri izdelavi pravilnega osemkotnika.

γ Prepogibanje kvadratnega lista papirja

V kvadrat lahko narišemo enakostranični trikotnik na več načinov (Hull, 1969), nekaj primerov je na Sliki 11:

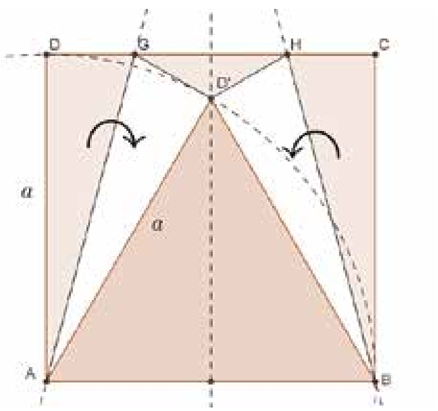


[Slika 11] V kvadrat smo na štiri načine narisali enakostranični trikotnik

a) stranica enakostraničnega trikotnika je enaka stranici kvadrata,
b) nobeno oglišče enakostraničnega trikotnika ni v oglišču kvadrata,
c) eno oglišče enakostraničnega trikotnika je v oglišču kvadrata, drugo oglišče je na eni od stranic kvadrata, tretje je znotraj kvadrata,
d) eno oglišče enakostraničnega trikotnika je v oglišču kvadrata, drugi dve pa sta na stranicah kvadrata.

Skicirajmo te možnosti:

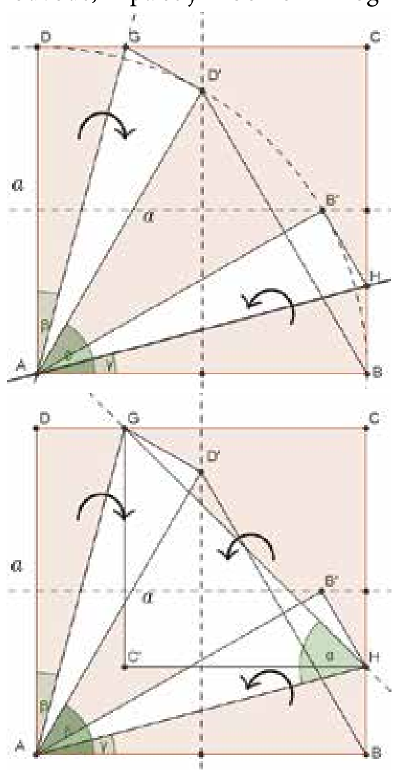
Prvi kvadrat na Sliki 11 lahko iz kvadratnega lista papirja hitro zložimo. Potek kaže Slika 12.



[Slika 12] Trikotnik ABD‘ je enakostraničen

Trikotnik ABD' je enakostraničen. Zakaj? Oglišče D smo preslikali v D', zato je $|AD| = |AD'| = a$.

Ali lahko najdemo največji trikotnik, ki je včrtan v kvadrat s stranico a? Pravzaprav je stranica takega trikotnika že na Sliki 12. Njegova stranica je daljica AG. Kako ga zložimo iz kvadrata, je prikazano na Sliki 13. Hull v svoji knjigi sicer namigne, kako bi izračunali stranice in kote, vendar pri tem največkrat uporablja kotne funkcije in pri dokazovanju tudi odvode, ki pa se jim bomo mi izognili.



[Slika 13] Kvadratu smo včrtali največji možni enakostranični trikotnik

Izračunajmo označene kote na Sliki 13. Trikotnik ABD' je enakostraničen trikotnik z osnovnico a, zato je kot $\delta = 60°$. Daljica AG je simetrala deltoida $ADGD'$, katerega kot z vrhom v oglišču A meri 30°, zato je kot $\beta = 15°$. Trikotnik ABH je skladen s trikotnikom ADG, torej je tudi kot $\gamma = 15°$. Torej meri kot HAG 60°. Ker velja $|AH| = |AG|$, sta kota ob stranici HG skladna, merita po 60°, torej je trikotnik AHG enakostraničen.

Izračunajmo osnovnico trikotnika. Najprej izračunajmo sinus kota 15°. Lahko ga izračunamo kar iz trikotnika ADC na Sliki 14. Naj bo polmer kroga $r = 1$ enota. Trikotnik SDC je polovica enakostraničnega trikotnika z osnovnico SC in višino SD.

$$|SC| = 1, \qquad |DC| = \frac{1}{2}, \qquad |SD| = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

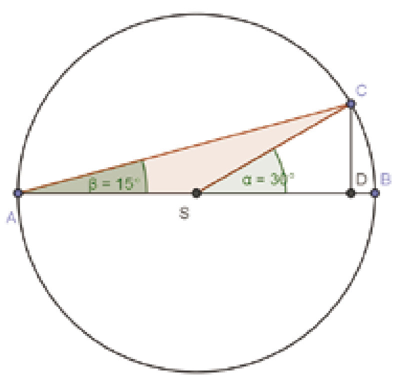
$$|AD| = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{2},$$

$$|AC| = \sqrt{|AD|^2 + |DC|^2} = \sqrt{2+\sqrt{3}},$$

$$\tan 15° = \frac{|CD|}{|AD|} = 2 - \sqrt{3},$$

$$\sin 15° = \frac{|DC|}{|AC|} = \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}},$$

$$\cos 15° = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}.$$



[Slika 14] *Izračunajmo sinus in tangens kota 15°*

V tabelah najdemo vrednost sinusa kota $\beta = 15°$ zapisano drugače, namreč kot

$$\sin 15° = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}.$$

Ampak

$$\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2 = 6 - 2\sqrt{12} + 2 =$$

$$= 8 - 4\sqrt{3} = 4\left(2-\sqrt{3}\right),$$

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}.$$

Zdaj znamo izračunati osnovnico enakostraničnega trikotnika $|AH|$.

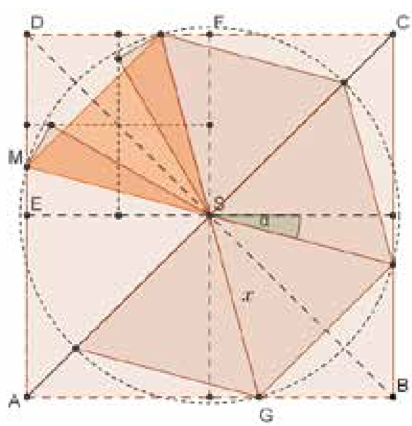
$$\cos\gamma = \frac{a}{|AH|}$$

$$|AH| = \frac{a}{\cos\gamma} = 2\,a\sqrt{2-\sqrt{3}}$$

Nismo navedli dokaza, da je to zares največji enakostranični trikotnik, ki ga lahko včrtamo v kvadrat, ampak o tem kdaj prihodnjič.

Pravilni šestkotnik

Iz kvadratnega lista papirja zložimo še največji možni pravilni šestkotnik.



[Slika 15] *V kvadrat smo včrtali največji možni šestkotnik*

Postopek je podoben kot pri zlaganju enakostraničnega trikotnika, zahteva pa nekaj ročnih spretnosti. Najprej kvadrat razdelimo na štiri skladne kvadrate (Slika 15). V kvadrat *ESFD* »včrtamo« največji možni enakostranični trikotnik, kot smo to naredili pri zlaganju enakostraničnega trikotnika, prikazano na Sliki 13.

Osnovnico šestkotnika lahko hitro določimo, saj poznamo osnovnico največjega enakostraničnega trikotnika, ki ga včrtamo v kvadrat, le da smo zdaj enakostranični trikotnik včrtali v kvadrat z osnovnico $\frac{a}{2}$. Torej je osnovnica šestkotnika $|MS|$ enaka:

$$|MS| = a\sqrt{2-\sqrt{3}}.$$

δ Za konec

V osnovni šoli lahko vse predstavljene izračune izvedemo le s poznavanjem pravokotnega trikotnika in podobnosti. Tudi kotnih funkcij ni treba poznati, saj lahko računamo z razmerji stranic. V srednji šoli pa lahko račune skrajšamo z uporabo kotnih funkcij oziroma računamo največje vrednosti z odvodi. Tudi dolžine stranic lahko izračunamo z razdaljami točk, ki jih dobimo s presečišči premic, ki so nosilke stranic, višin in diagonal likov. Če primerno izberemo stranico osnovnega kvadrata, lahko pravilnost izračunov učenci preverijo z merjenji stranic zloženih likov. Vse slike smo narisali z GeoGebro. Zlaganje lahko torej izvedemo na dva načina: pokažemo postopek, učenci zložijo lik, nato postopek narišejo z GeoGebro, izračunajo stranice in kote in rezultate preverijo z GeoGebro. Lahko pa jim pokažemo sliko lika, narisanega z GeoGebro. Učenci morajo lik zložiti in izračunati stranice ter kote. Risanje slike, ki prikazuje, kako naj lik zložimo, je navadno za učence težavnejše.

ε Literatura

1. Monaghan J. (1993). Seminar v okviru projekta Tempus. University of Leeds. Neobjavljeno gradivo.
2. Hull T. (1969). *Project Origami*, CRC Press. Str. 1–14.

Raziskovalne naloge iz matematike na Srečanju mladih raziskovalcev Slovenije 2014

Borut Jurčič Zlobec
Univerza v Ljubljani
Fakulteta za
elektrotehniko

α Ozadje raziskovalnih nalog iz matematike na Srečanju mladih raziskovalcev Slovenije

Državno Srečanje mladih raziskovalcev Slovenije organizira Zveza za tehnično kulturo Slovenije. Namen srečanja je čim zgodnejše uvajanje mladih v znanost in popularizacija znanosti ter tehnike, odkrivanja nadarjenih učencev in dijakov na posameznih področjih in njihovo spodbujanje k poglabljanju znanja in raziskovalni dejavnosti.

Na to državno srečanje prispejo naloge, ki se bile izbrane na regijskih srečanjih. Vse prispele naloge iz regijskih srečanj dobijo na državnem izboru eno od priznanj.

V letu 2014 je potekalo že 48. državno srečanje v Murski Soboti. Organizator je dobil v pregled 14 nalog, ki so prišle v končni izbor za priznanja, od teh jih je 5 določil za bronasto priznanje.

Ostale naloge so bile predstavljene pred državno komisijo. Komisijo so sestavljali Ajda Fošner, Janja Jerebic in Borut Jurčič Zlobec. Komisija je izbrala šest nalog za srebrno priznanje, tri naloge pa so dobile zlato priznanje. Učenci naloge na državnem izboru tudi predstavijo.

Odločili smo se, da bomo vsako leto objavili recenzijo nalog, ki so dosegle zlata priznanja. Po eni strani, da povemo širši javnosti, kaj delajo naši mladi raziskovalci, in da spodbudimo druge, da bi jim sledili. Morda bomo z opisom dela najboljših dali kakšno idejo tudi drugim, jih spodbudili, da še oni zapišejo svoje misli, ki so se jim ob tem porodile. Seveda imajo tu mentorji pomembno vlogo in enako velja seveda tudi zanje.

S tem, ko so dobili zlato priznanje, so dobili pohvalo za svoje dosežke. Kar potrebujejo za nadaljnje delo, je to, da se jim pove, kaj bi morali popraviti, izboljšati, da bi bili še bolj uspešni. Zato boste v tem opisu pogrešali hvalo in se vam bo zdelo, da smo preveč kritični do izdelkov, za katere so učenci porabili mnogo časa in truda. Res je, vendar naj vzamejo kritiko kot dobronamerno opozorilo za izboljšanje svojega dela. Kaj naredita trener in smučarka, ki je dosegla prvo mesto na tekmovanju, potem ko je praznovanje uspeha mimo? Usedeta se skupaj in natančno analizirata vsako napako, ki jo je storila na zmagoviti vožnji.

β Raziskovalne naloge, nagrajene s srebrnim priznanjem za leto 2014

Sedaj pa k nalogam. Teme nalog, ki so bile predstavljene, so bile predvsem geometrijske, dve iz teorije iger oziroma verjetnosti in ena čisto statistična.

Nalogo, ki ni prišla v izbor za zlato priznanje, dobila je srebrno priznanje, pa bi vseeno želeli omeniti, ker je vzbudila pozornost. Avtorica jo je odlično predstavila in tudi tema je bila zanimiva. To je bila naloga z naslovom Psevdarije avtorice Valentine Geršovnik in mentorice Renate Hvala iz Prve gimnazije v Mariboru. Govori o namernih napakah v matematiki, ki jih je bolj ali manj težko odkriti.

Na tem srečanju je bila predstavljena tudi naloga na temo, ki se pogostokrat pojavlja na izborih, to je bila naloga na temo zlatega reza. Zanimiva je bila po tem, da bi v njej zelo težko našli pravilno trditev. Naloga je med drugim govorila o dimenzijah človeškega telesa, ki naj bi bili v razmerju zlatega reza. Avtor je na vprašanje, ali je preveril na sebi, v kakšnem razmerju so njegovi deli telesa, priznal, da teh meritev ni naredil. V nalogi je bilo med drugim omenjeno, da najdemo zakodirano razmerje zlatega reza v dimenzijah Keopsove piramide, kljub temu da se v starem Egiptu tega nikjer ne omenja. To me je napeljalo, da sem naredil primer raziskovalne naloge na temo dimenzij egiptovskih piramid. Z njo sem želel pokazati drugačen pristop, ki ne išče senzacij in skritih povezav, ki povzročajo bralcu kurjo polt. Koliko sem bil pri tem uspešen, se lahko vsakdo prepriča sam. Spis je na naslovu https://dl.dropboxusercontent.com/u/82902655/piramide.pdf.

γ Raziskovalne naloge, nagrajene z zlatim priznanjem za leto 2014

Nagrajene so bile tri raziskovalne naloge, dve osnovnošolski in ena srednješolska:

sledi kratek opis, najprej za osnovnošolsko, nato za srednješolsko nalogo.

1. Kako lahko zrcalimo
Avtorji: Aleks Birsa, Tadej Uršić in Lenart Žežina
Mentorica: Lucija Filipčič Križaj
Osnovna šola Komen

2. Tlakovanje ravnine
Avtor: Jure Željko
Mentorica: Vesna Harej
Osnovna šola Dravlje, Ljubljana

3. Fraktalna krivulja cik-cak
Avtor: Matjaž Vovk
Mentor: Alojz Grahor
Škofijska gimnazija Vipava

Najprej na kratko o dosežkih v pričujočih nalogah.

1. Učenci so v prvi nalogi pokazali, da obvladajo programsko orodje GeoGebra. Pokazali so izjemno ustvarjalnost, ko so definirali posebne preslikave v ravnini, zrcaljenja preko geometrijskih likov. Glede na literaturo, ki jo navajajo, verjamem, da so te preslikave njihovo lastno delo.
2. V drugi nalogi je učenec pokazal poznavanje geometrije, ki daleč presega osnovnošolsko snov. Dokazi, ki jih v nalogi ni malo, so korektno izpeljani. Učenec je pokazal, da razume, kaj je to dokaz v matematiki, kar še posebej cenimo glede na to, da se na tem nivoju učenci ne srečujejo pogosto z dokazi. Pokazal je tudi, da obvlada programsko orodje GeoGebra.
3. Naloga o fraktalni krivulji ne potrebuje posebne razlage, je vrhunska raziskovalna naloga iz matematike, kjer učenec pokaže, da lahko tudi na gimnazijskem nivoju v matematiki kaj dodamo. To nam omogoča programska oprema, ki jo učenec vrhunsko obvlada. Vse priznanje tudi njegovemu mentorju.

Za tiste, ki se zanimajo za to nalogo, sem jo začasno odložil na naslovu https://dl.dropboxusercontent.com/u/82902655/Fraktalna%20krivulja%20cikcak_mv.pdf.

Naloga z naslovom: Kako lahko zrcalimo

Naloga opisuje zrcaljenja v ravnini. Zrcaljenja konstruira s pomočjo programskega orodja GeoGebra. V prvem delu govori o zrcaljenjih preko točke in premice. Nato se posveti inverziji preko krožnice.

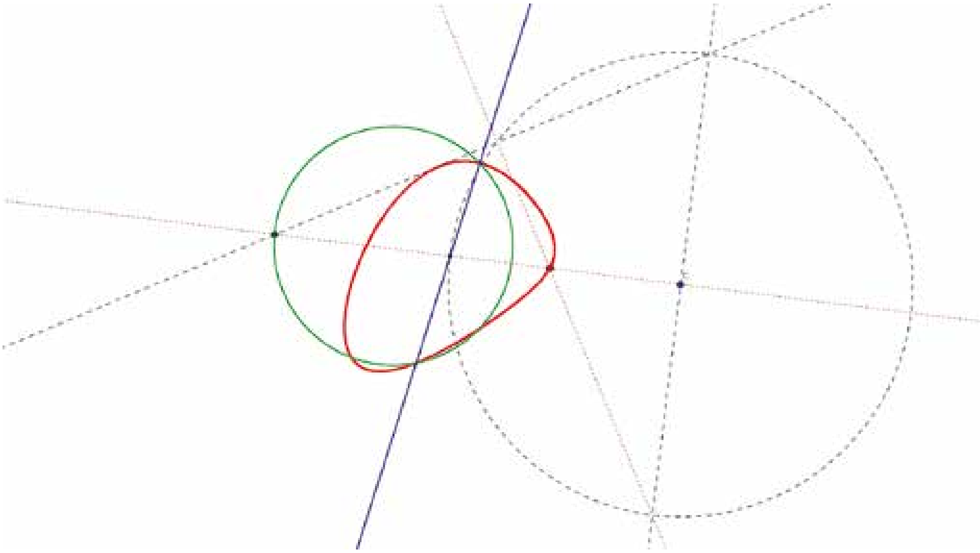
Konstrukcije so natančno in korektno opisane, opremljene z veliko primeri. Avtorji ugotavljajo, da se pri zrcaljenju preko premice in točke razdalje ohranjajo, pri inverziji preko krožnice pa ne. Pri zrcaljenju preko premice in točke se premice preslikajo v premice in krožnice v krožnice. Pri inverziji pa se premice ali krožnice, ki ne potekajo skozi središče inverzije, preslikajo v krožnice, medtem ko se premice ali krožnice, ki potekajo skozi središče inverzije, preslikajajo v premice.

Nekoliko nerodno je napisana ugotovitev, da se krožnica pri inverziji preko druge krožnice preslika sama vase, če sta polmera krožnic pravokotna. Pravilneje bi bilo, če bi bilo zapisano: v primeru, ko se krožnici sekata pravokotno. Vendar pa v nalogi ni govora o kotih.

Posredno je kot omenjen samo v primeru, ko avtorji ugotavljajo, da sliki vzporednih premic tangirata v središču inverzije. Zato v nalogi ni nikjer omenjeno, da se pri inverziji koti ohranjajo. Prav tako ni govora o orientaciji. Tako ni omenjeno, da se pri zrcaljenju preko premice orientacije obrnejo, medtem ko se pri zrcaljenju preko točke orientacije ne obrnejo. To pa zato, ker lahko zrcaljenje preko točke opišemo z zaporednim zrcaljenjem preko dveh pravokotnih premic, ki se sekata v točki zrcaljenja.

Nalogo so avtorji zaključili z zrcaljenji oziroma inverzijami preko trikotnikov in kvadratov. Konstrukcije so zapletene, a so jih uspešno prebrodili s pomočjo programskega orodja GeoGebra. Vendar pa so rezultati zelo nepregledni in jih je težko interpretirati. Tako so vse te zapletene konstrukcije izzvenele nekoliko v prazno.

Bolj bi bilo smiselno, če bi naredili korak nazaj in pregledali transformacije, neke vrste inverzije, preko točke (ki prestavlja središče inverzije) in premice. To vrsto inverzije so definirali pri zrcaljenju preko robov trikotnikov in kvadratov.



[Slika 1] Zrcaljenje krožnice, označene z zeleno barvo, preko premice označene, z modro barvo s središčem inverzije, ki je središče črtkanega kroga

Slika 1 prikazuje zrcaljenje krožnice, označene z zeleno barvo, preko premice označene, z modro barvo s središčem inverzije, ki je središče črtkanega kroga. Slika krožnice je krivulja, ki je označena z rdečo barvo. S Slike 1 se vidi konstrukcija. Točki, ki si ustrezata, sta zelena točka na krožnici in rdeča na krivulji. Premico položimo skozi točko, ki jo želimo preslikati, in skozi središče inverzije. Določimo presečišče tako dobljene premice z dano premico, ki je označena z modro barvo, in načrtamo krožnico s središčem v središču inverzije, ki ima na obodu to presečišče. Na Sliki 1 je ta krožnica označena črtkano. Nato poiščemo sliko inverzije originalne točke preko tako dobljene krožnice.

Naloga z naslovom Tlakovanje ravnine

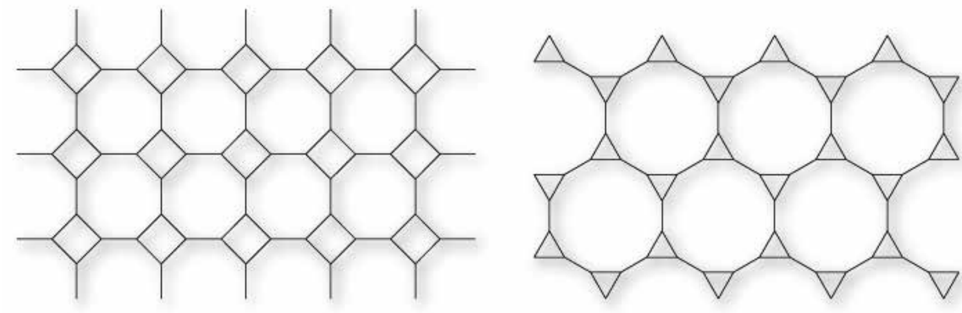
Naloga v uvodu omenja kot motivacijo grafična dela nizozemskega umetnika M. C. Escherja.

Idejo za nalogo pa je učenec dobil v matematični delavnici.

V nadaljevanju so navedeni cilji raziskovalne naloge in hipoteze. Hipoteze, ki naj bi jih naloga ovrgla oziroma potrdila, so v matematičnih nalogah večinoma nepotrebne. Učenec v osnovni šoli tako rekoč nima možnosti, da bi odkril kaj novega. Vedno že v naprej vemo, kako stvar deluje, zato so hipoteze odveč. V pričujoči nalogi so zapisane naslednje hipoteze:

1. Ravnino lahko tlakujemo samo s pravilnimi večkotniki.
2. Najpogosteje se pri tlakovanju pojavljajo pravilni 3, 4, in 6-kotniki.
3. Liki, s katerimi lahko tlakujemo ravnimo, imajo neke skupne lastnosti.

Če navedene hipoteze pogledamo od blizu, hitro ugotovimo, da nimajo nobenega smisla. Kar pravi prva, očitno ni res, vzemimo primer tlakovanja s pravokotniki. Druga nima smisla, ker ne vemo, kaj pomeni



[Slika 2] Primera arhimedskega tlakovanja

najpogosteje. Podobno velja za tretjo: katere so te skupne lastnosti?

V nadaljevanju avtor zapiše, da se je v raziskovalni nalogi ukvarjal s skladnimi liki. To ni čisto res. Glede na to, kako je naloga zastavljena, bi moral reči s pravilnimi mnogokotniki.

Omeni, da se s tujko tlakovanju reče teselacija in da ime izvira iz latinske besede tessella, kar pomeni ploščat kamenček. V resnici to pomeni ploščat kvadratni kamenček s poudarkom na kvadratni. To so kamenčki, s katerimi so delali mozaike. Beseda tessella ima grški koren tessera, kar pomeni štiri.

Na strani 4 avtor omeni Johannesa Keplerja, ki da je bil nemški astrolog, astronom in matematik. Astrologija ni pomembna za njegov prispevek k znanosti, podobno kot alkimija ni bila pomembna za prispevek k znanosti angleškega fizika Isaaca Newtona.

Astrologija je bila Keplerjev postranski zaslužek, ko je lahkovernim petičnežem drago zaračunaval astrološke napovedi.

Srednji del naloge je posvečen pregledu tlakovanj ravnine s pravilnimi mnogokotniki, najprej s pravilnimi skladnimi mnogokotniki, nato pa govori o arhimedskih tlakovanjih.

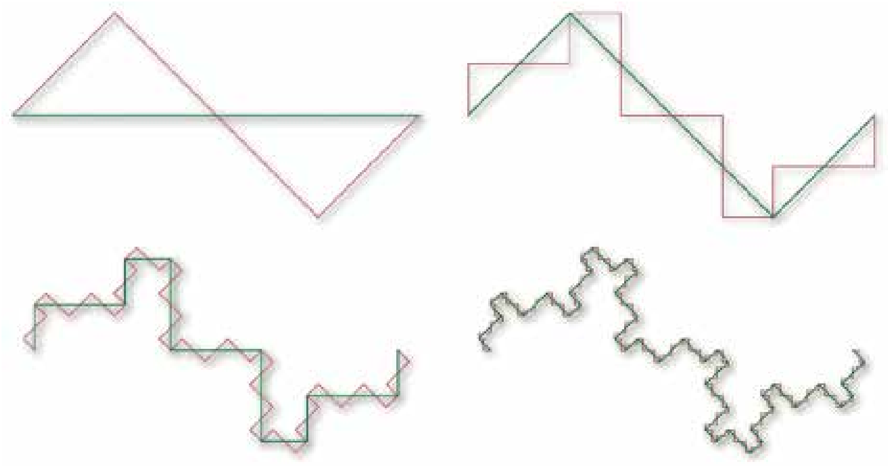
Prvi del je preprost. Tlakovanja s skladnimi mnogokotniki so samo tri: enakostranični trikotniki, kvadrati in pravilni šesterokotniki. Drugi del pa je nekoliko bolj zapleten. Najprej izračuna, kakšni pravilni mnogokotniki (vsi s stranicami enake dolžine) se lahko srečujejo v enem oglišču tlakovanja. Izmed teh izbere tiste primere, ki lahko sodelujejo pri arhimedskem tlakovanju ravnine. Prvi del je natančno izpeljan, drugi pa je povzet z Wikipedije.

Slika 2 prikazuje dva primera arhimedskega tlakovanja. Liki so pravilni mnogokotniki z enako dolgimi stranicami in v vsakem oglišču se stikajo na enak način.

Nalogo nadaljuje s splošnejšimi tlakovanji. Najprej s štirikotniki. Zapiše in nakaže konstrukcijo, kako lahko s poljubnim štirikotnikom tlakujemo ravnino. Nato opiše tlakovanje s poljubnimi trikotniki in na koncu še omeni, da tlakovanja s šestkotniki niso možna v vseh primerih. Takšno tlakovanje je možno, ko je šestkotnik sestavljen iz dveh štirikotnikov, kjer drugega dobimo z zrcaljenjem prvega preko središčne točke ene od njegovih stranic.

Naloga z naslovom Fraktalna krivulja cik-cak

Naloga se ukvarja s fraktalno krivuljo, ki jo avtor imenuje krivulja cik-cak. Slika 3 prika-

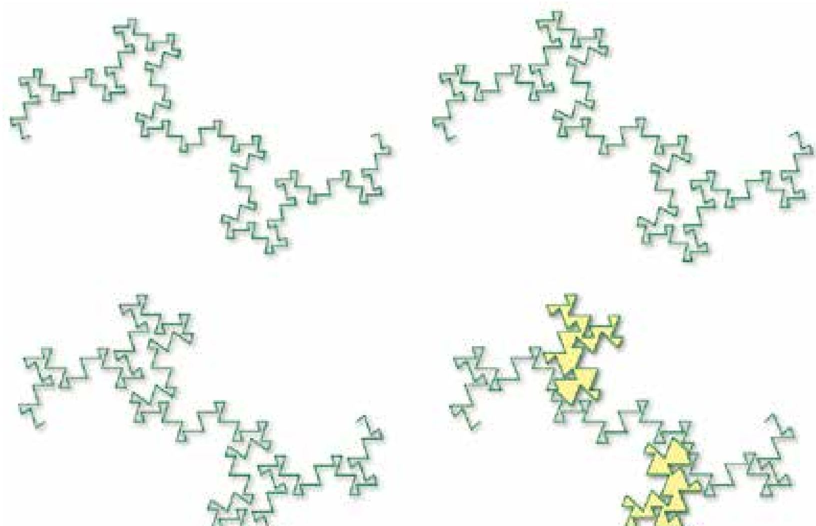


[Slika 3] Dve zaporedni generaciji nastajanja fraktalne krivulje krivulje

zuje po dve zaporedni generaciji nastajanja te krivulje.

Naloga je izjemno skrbno sestavljena, tako kar zadeva jezikovno kot tudi natančno matematično izražanje.

Obravnava nekatere lastnosti fraktalnih krivulj. Fraktalna krivulja je krivulja, ki ne seka same sebe in je sebi podobna, kar pomeni, da jo lahko razdelimo na *n* manjših enakih delov, od katerih je vsak zase pomanjšana kopija celote. Definira pojem fraktalne dimenzije sebipodobnosti kot razmerje med logaritmom števila pomanjšanih delov in logaritmom faktorja pomanjšave.



[Slika 4] S spreminjanjem kota preloma dosežemo sekanje krivulje same s seboj.

V prvem delu raziskovalne naloge avtor dokazuje, da obstaja neskončno fraktalnih krivulj, katerih fraktalna dimenzija je enaka racionalnemu številu.

Moja pripomba je, da obstaja neskončno, ne števno neskončno, fraktalnih krivulj, ki imajo fraktalno dimenzijo enako racionalnemu številu, kot je zapisano v nalogi. Če pogledamo samo krivulje cik-cak za kote na intervalu od (0,54) stopinj, kar zagotavlja, da se krivulje ne sekajo, je realnih števil na tem intervalu več kot števno neskončno. Za vsakega od kotov pa dobimo seveda drugačno fraktalno krivuljo. Sicer je fraktalna dimenzija vseh enaka 4/3. Podobno bi lahko povedali še za druge izpeljanke teh krivulj, ki imajo drugačne fraktalne dimenzije in so tudi omenjene v nalogi. Tako izrek kot oba dokaza izzvenijo v prazno.

V drugem delu avtor raziskuje družino tako imenovanih fraktalnih krivulj cik-cak, ki se razlikujejo glede na kot preloma. Na Sliki 4 je prikazano, kako s spreminjanjem kota preloma dosežemo sekanje krivulje same s seboj.

Z neverjetno vztrajnostjo in potrpežljivostjo avtor ob pomoči programskega orodja Derive določi kote, pri katerih pride do dotikanja krivulje same s seboj za nekaj začetnih generacij.

Na koncu oceni spodnjo mejo dotikalnega kota za vse generacije. Odprto ostaja vprašanje njene natančne vrednosti.

Kaj ste nam sporočili?

Jerneja Bone
Zavod RS za šolstvo

Na vprašalnik se vas je do 31. januarja 2015 odzvalo 185 bralcev revije *Matematika v šoli*. Kot smo zapisali, je to ponovitev in rahla prilagoditev vprašalnika, ki so ga ob izidu prve številke razposlali po slovenskih osnovnih in srednjih šolah učiteljicam in učiteljem matematike. Odgovore objavljamo šele sedaj, ker smo morali predhodno številko oddati v založniško proceduro konec novembra 2014. Zahvaljujemo se vam za razumevanje.

V ležeči pisavi smo zapisali komentarje uredniškega odbora.

α Kdo je oz. ste odgovarjali na tokratni vprašalnik?

Na vprašanje **Ali berete/spremljate revijo *Matematika v šoli*?** vas je 87,6 % odgovorilo z da in 12,4 % z ne.

Veseli smo, da ste na anketo odgovarjali tudi vi, ki revije ne berete oz. spremljate redno. Želimo si, da boste kmalu postali njeni redni bralci in kasneje tudi pisci prispevkov.

Na vprašanje **Koliko časa delate v vzgoji in izobraževanju?** ste odgovorili:

do 10 let	21,6 %
od 11 do 20 let	29,2 %
od 21 do 30 let	26,5 %
od 31 do 40 let	21,6 %
več	1,1 %

Splošen pogled nam pove, da imamo v vsaki starostni skupini približno enako število bralcev, kar nas razveseljuje. Še posebej smo veseli, da je nekaj bralcev tudi tistih, ki ste v šolstvu že več kot 40 let in nas morda berete tudi v zasluženem pokoju.

Na vprašanje **Kje ste zaposleni?** ste odgovorili:

V osnovni šoli	81,1 %
V srednji šoli	16,2 %
Drugo	2,7 %

V drugo se je uvrstila oseba, zaposlena na ZRSŠ in nekdo, ki poučuje tako na fakulteti kot na šoli. Ugotavljamo, da je večina bralcev iz osnovnih šol, kar pomeni, da je velik izziv za uredniški odbor in Predmetno skupino za matematiko na ZRSŠ kot ustanoviteljico revije, kako revijo približati srednješolskim učiteljem. Morda se je le manj učiteljev iz srednjih šol odzvalo in odgovorilo na našo anketo.

β Kaj ste nam sporočili?

Pri naslednjih štirih vprašanjih je bilo možno označiti na štiristopenjski lestvici strinjanje z naštetimi trditvami: 1 – se nikakor ne strinjam; 4 – se popolnoma strinjam. V nadaljevanju vam podajamo povprečno vrednost odgovorov. Vse vaše dodatne odgovore smo združili in jih predstavljamo v Poglavju 3.

Revija naj prinaša sprotne informacije o:

	Povprečje
Strokovnih seminarjih za učitelje matematike.	3,31
Novi in pomembnejši starejši domači in tuji strokovni literaturi (knjige, strokovni članki idr.).	3,20
Delu strokovnih aktivov učiteljev matematike (pomembnejše in zanimivejše vsebine in oblike dela idr.).	3,55
Dogajanju v matematični stroki.	3,39
Matematičnem koledarju (pomembni zgodovinski mejniki, sprotna dogajanja, npr. pregledi tekmovanj idr.).	3,28
Učnih načrtih in njihovih posodobitvah na posameznih stopnjah šolanja.	3,52
Kadrovskem stanju (kdo uči matematiko pri nas in kje).	2,08

V uredniškem odboru smo odprti do prispevkov, ki so omenjeni v zgornjih odgovorih. Tako smo objavili nekaj opisov seminarjev, pisali smo o skupnem srečanju osnovnošolskih in srednješolskih učiteljih v eni izmed regij. Hvala tudi za podporo, da bi objavljali pomembne datume, povezane z matematiko – vabljeni, da nam pri tem pomagate. O dogajanju v matematični stroki in učnih načrtih posredno govorimo v objavljenih prispevkih.

Štirje anketiranci so dopisali še svoje predloge:

- Povzetki diplomskih nalog diplomantov pedagoških fakultet; sledenje poenotenju standardov dela, opremljenosti učilnic, sestavljanje pisnih preizkusov znanja po celi državi; tekma med javnimi in privatnimi šolami, šolami za dekleta.
- Didaktični predlogi:
  - Kako se lotiti pouka matematike celostno in ne po fragmentih?
  - Kako obravnavati nek tematski sklop, za katerega se je izkazalo (na maturi ali NPZ), da je znanje slabše?
- NPZ preverjanje.
- Revija naj poroča o:
  - (ne)pomembnosti in odtujenosti NPZ-jev v OŠ,
  - odtujenosti državnih šolskih institucij (predvsem ministrstva) od šolske prakse.

Hvala za napisane predloge. Želimo si, da bi objavljali pomembne ugotovitve iz diplomskih nalog, pri čemer smo pri tematiki Učencu s težavami znam pomagati, navezali stik z mentorji. V kolikor pa sami kot učitelji poznate diplomanta, ga spodbudite, da z nami deli vsaj del njegovih ugotovitev pri diplomski nalogi. Marsikateri bralec bo ob branju teh predlogov dobil idejo in spodbudo, o čem lahko piše. Vabljeni.

Revija naj popularizira in razvija prakso poučevanja matematike:

	Povprečje
Konkretne izkušnje, uspehe učiteljev praktikov.	3,79
Inovacijska prizadevanja (učna diferenciacija in individualizacija, drugačno preverjanje in ocenjevanje, dnevi dejavnosti, projektno delo, raziskovalni tabori ...).	3,78
Analize stanj, problematike, rezultatov na posamezni šoli v širšem (občinskem, regijskem, državnem) merilu.	2,78
Didaktična gradiva, ki so jih izdelali učitelji praktiki (učne priprave, delovne liste, preizkuse znanja, stenske slike, druga učila za matematiko ...).	3,75
Didaktično-metodične prispevke domačih strokovnjakov s tega področja.	3,55
Različne oblike pomoči učiteljem začetnikom.	3,26

Objavljeni prispevki v veliki meri uresničujejo vsaj katerega od zgoraj naštetih predlogov. V uredniškem odboru upamo, da prenesete opisane izkušnje iz poučevanja v osnovni šoli v neki meri v srednješolsko poučevanje ali obratno.

Pet anketirancev je dopisalo svoje poglede:

- Primerjanje dela učiteljev z učitelji izvajalci dodatne strokovne pomoči, inštruktorji. Opredeliti možnosti napredovanja v nazive povprečnega učitelja, če ta obstaja.
- Didaktično-metodične prispevke tujih strokovnjakov s tega področja s strokovnimi komentarji o tem, kako in v kakšni meri se lahko te uporabijo pri nas.
- IKT tehnologija, e-gradiva pri pouku.
- Intervju z učiteljem o pouku matematike.
- Revija naj bo praktična in uporabna. Večkrat so članki zelo strokovni, zahtevni ...

Zapisani predlogi so dobrodošli in uresničljivi, vendar si želimo vašega sodelovanja pri pisanju prispevkov. Revija Matematika v šoli je strokovna revija in uredniški odbor si prizadeva, da so v reviji objavljeni zelo strokovni prispevki, tudi znanstveni in prispevki iz prakse. V uredniškem odboru stremimo za tem, da je učitelj nekdo, ki se vseskozi izobražuje. Zavedamo se, da so naši bralci zelo raznoliki, zato se kdaj pa kdaj odločimo tudi za težje strokovne prispevke.

Revija naj s prispevki presega okvir togih učnih načrtov:

	Povprečje
Z objavljanjem matematičnih zanimivosti, »orehov«, šal ...	3,61
Pomaga naj povezovati matematiko z drugimi učnimi predmeti, logiko, ekologijo, vsakdanjim življenjem.	3,62
Prinaša naj ideje za delo s posebej nadarjenimi učenci ter z učenci, ki imajo zelo izrazite učne težave.	3,79

Pred leti smo objavljali matematične »orehe«, ki smo jih opustili. Predvsem zato, *ker je bil odziv učiteljev slab. V novi oblikovni podobi so na sivi podlagi objavljene naloge, ki jih lahko uporabite pri pouku. Trem tematikam, ki jih omenjajo zgornje trditve, smo namenili posebne tematske številke. To je bila tema Povezovanje matematike z drugimi predmeti, Nadarjeni. Številka, ki jo ravnokar prebirate, je ena od najmanj dveh revij, kjer je tematika učenci s težavami.*

Dva anketiranca sta dopisala svoje mnenje:

– Matematične delavnice, dnevi dejavnosti.
– To že uresničuje.

Z veseljem objavljamo prispevke, ki se navezujejo na izbirni predmet v osnovni šoli – matematična delavnica – tudi v številki, ki jo berete.

Revija naj bo komunikacijska vez med učitelji:

	Povprečje
V vsaki številki naj bo del prostora namenjen soočanju različnih pogledov, stališč in argumentov v zvezi s konkretnimi problemi, zamislimi, skratka, strokovni polemiki med bralci.	3,08

Zadnjih 6 let v uredništvo nismo prejeli nobenega prispevka, kjer bi avtor zapisal odziv na že objavljen prispevek.

Trije anketiranci so dopisali svoje mnenje:

– Nujno potrebujemo izmenjavo iz prakse! In za prakso.
– Za to naj revija odpre forum v spletni učilnici in objavi povzetek.
– Za to so po mojem mnenju bolj aktualni spletni forumi.

Kolikor je v močeh uredniškega odbora, se trudimo, da objavljeni prispevki odsevajo prakso in so za prakso, da spodbujajo nove ideje pri bralcih ter da te ideje preizkusijo v svoji poučevalni praksi.

V spletnih učilnicah za osnovno šolo, gimnazijo in srednje poklicne in strokovne šole sproti objavimo povezavo na spletno stran, kjer so dosegljivi povzetki in kazalo izdane številke. V forum se lahko oglasite tudi bralci s svojimi komentarji.

To vprašanje Vas ne obvezuje, ker je zgolj informativno in hkrati ponovno vabilo k sodelovanju. Ali lahko pričakujemo v naslednjih dveh letih tudi vaš avtorski prispevek, ki bi ga objavili?

Na to vprašanje ni odgovorilo 11,9 % tistih, ki so izpolnjevali anketo. 42,7 % vas je zapisalo, da od vas ne moremo pričakovati avtorskega prispevka. Kar 35,7 % se vas bo odzvalo povabilu in boste obogatili revijo s svojim prispevkom. Pod drugo (9,7 %) so se pojavili naslednji odgovori:

– (Še) ne vem. (7 odgovorov)
– Morda/mogoče. (4 odgovori)
– Odvisno od tematike revije.
– Sem že prispevala prispevek, ko bo pa kaj takšnega za objavo, bom pa spet.
– Še razmišljam.
– Če bo kaj zanimivega.
– Grem v pokoj, mogoče.
– Če bi bil zanimiv za večji krog ljudi.
– Sem že objavljala. Mogoče tudi še kdaj v prihodnje.

Opogumite se, pošljite nam vaš prispevek, predlog prispevka. Lahko ga napišete tudi v soavtorstvu s katerim od svojih sode-

lavcev. Člani uredniškega odbora smo vam pripravljeni pomagati s konkretnimi napotki, usmeritvami in predlogi. In hvala vsem, ki ste pripravljeni zapisati prispevek in z drugimi deliti vaše znanje in izkušnje.

Bi želeli sporočiti še kaj uredniškemu odboru, založbi … in vas o tem nismo vprašali.

27 jih je dodalo svoje mnenje, mnogi pa so napisali samo NE. Navajamo dobesedne zapise, ki smo jih uredili v skupine:

- Naj revija ostane, ker v času vsesplošnega varčevanja jo lahko kdo ukine.
- Niste postavili vprašanja, zakaj naj ne pričakujete avtorski prispevek. Zaradi prenizke cene na avtorsko polo in prevzemanja pravic nad tem prispevkom.
- Članek vzame precej časa za pisanje, pošteno bi bilo, da je kot strokovno delo tudi plačan.
- Revijo smo odjavili zaradi finančnih težav.
- Zaradi varčevanja, revije več nimamo naročene.

Ne želimo si, da bi kdo revijo ukinil. Res je, da trenutno ne izplačujemo avtorskih honorarjev za avtorske prispevke. Zavedamo se, da pisanje prispevka vzame zelo veliko časa in energije ter da je to strokovno delo. Za strokovne revije, ki jih izdaja ZRSŠ, se avtorski honorarji torej za prispevke ne izplačujejo. Ker želimo revijo ohraniti, računamo na poistovetenje avtorjev z revijo v smislu, da je to njihova strokovna revija, ob kateri se kot avtorji in bralci razvijajo, strokovno napredujejo, so prepoznavni v strokovnih krogih in njihovih debatah. Nenazadnje je objava prispevka v reviji Matematika v šoli tudi strokovna referenca za posameznika in možnost za pridobivanje pogojev ob napredovanju v višji naziv.

V uredniškem odboru se zavedamo, da je situacija v državi zaradi varčevanja težka. Upamo, da se bo finančno stanje izboljšalo in takrat vas vabimo, da se zopet naročite na revijo.

- Revija bi bila ažurnejša, če bi izhajala mesečno, četudi na manj straneh. Še bolje bi bilo, če bi bila dostopna v E-obliki (s plačano pristojbino za dostop z geslom).

Z izdajo ene dvojne številke revije je veliko uredniškega dela. Hvala za pobudo po mesečnem izdajanju. Trudili se bomo, da bo dostopna tudi v e-obliki. Osnovne informacije o aktualni številki so na spletu dosegljive že sedaj, pogledate si lahko kazalo in povzetke na povezavi http://www.zrss.si/zalozba/revije/matematika-v-soli.

- Želeli bi si revijo, ki bi bila v veliki meri uporabna v šoli in morda tudi občasne tematske izdaje (aktualne vsebine, dogodki, metode dela ...): npr. Vzorci v OŠ, Lingvistika ...
- Delate zelo dobro, revija je resnično super, bi si pa želela predvsem več kakšnih motivacijskih nalog, matematičnih zanimivosti, problemov, ki se jih da rešiti tudi z učenci, kakšnih posebnosti po svetu ali kaj podobnega.
- Vem, da se trudite, vendar je revija precej zategnjena, strokovna, zato tudi »suhoparna«. Radi bi prebrali tudi kaj šaljivega (npr. kakšen duhovit dogodek iz prakse), kakšno razmišljanje, občutke ob poučevanju posameznega poglavja, težavah, na katere človek naleti pri poučevanju, v od-

nosih z učenci ... Sama rada ob zaključku šolanja ponudim 9-šolcem anketo o oceni mojega poučevanja in njihovem odnosu pri matematiki. Zelo zanimivo branje! (ki me večkrat potolaži, jaz pravim temu »poboža«– sploh ob koncu leta, ko doživljamo razne pritiske s strani staršev, da sem na pravi poti ...)
- Premalo je vsebin oziroma prispevkov za osnovno šolo.
- Objavite kakšen intervju s priljubljenim učiteljem matematike.
- Kako je najprimerneje izpeljati šolsko uro, ko učencem vrnemo ovrednotene teste?

Na več zapisanih sporočil smo odgovorili že med komentiranjem/odgovarjanjem na druge zapise na prejšnjih straneh. Vsekakor hvala za predloge. Vabljeni, da kaj napišete, naredite intervju in nam pošljete.

- Na vsaki študijski skupini jo kažem učiteljem, ugotavljam, da zelo malo berejo.
- Rada sem prebirala to revijo, lahko jo samo še posodobite.
- Počasi se odpravljam v »penzijo«, pozdravljam pa izhajanje te revije in upam, da bo se le-to nadaljevalo in bo v pomoč učiteljem matematike.
- Matematika v šoli mi je že sedaj zanimiva, ne jo preveč spreminjati, mogoče samo malo dodati.

V uredniškem odboru se zavedamo, da imamo še veliko možnosti za izboljšavo vaše in naše revije Matematika v šoli. Želimo si, da bi bila revija Matematika v šoli tudi povezovalna revija za strokovno delo vertikalnih aktivov. Svetovalke za matematiko jo kot bogat vir strokovnih prispevkov pokažemo učiteljem tako na študijskih skupinah kot tudi na seminarjih ali svetovalnih storitvah ter ob drugih priložnostih.

- Vse pohvale za prizadevno in uspešno delo.
- Super revija, ena redkih za katero vem, da bom v njej našla vedno nekaj zanimivega, novega, poučnega, ... Hvala in kar tako naprej ☺.
- Uspešno delo še naprej.
- Še naprej veliko veselja in ustvarjalnosti pri vodenju urednikovanja.
- Le tako naprej.
- Veliko uspeha in idej pripravi novih revij.
- Pohvalo za zanimivo revijo.
- Revija mi je zelo všeč, dobri ste, kar tako naprej.
- Nadaljujte z delom.
- Vse je ok.
- Pohvale. Pogumno in vztrajno naprej.
- Le kar tako pogumno in ustvarjalno nadaljujte.

Uredniški odbor se zahvaljuje za vse zapise. Ko bomo naleteli na težave, ko nam ne bo šlo, se bomo spomnili teh zapisov, ki nam bodo dali spodbudo za nadaljnje delo. Zavedamo se, da je naše delo za vas in z vami smiselno le, če lahko črpate ustrezne, preverjene, pomembne in žive informacije, ki vam pri vašem delu koristijo, vas bodrijo in vam dajejo nevarljiv občutek, da niste sami.

Rezultati državnega in meddržavnega tekmovanja Hitro in zanesljivo računanje 2015

Sonja Rajh
Zavod RS za šolstvo

α Rezultati: Finale državnega tekmovanja Hitro in zanesljivo računanje 2015

Kraj in datum tekmovanja: Litija, 21. 3. 2015

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Tin Bevc Taraniš	OŠ Center Novo mesto	3.	16175
2.	Tija Žura	OŠ Center Novo mesto	3.	11908
3.	Miha Gorše Pihler	OŠ Fram	3.	11775
4.	Benjamin Bećirević	OŠ Grm Novo mesto	3.	9155
5.	Tomaž Holc	OŠ Breg Ptuj	3.	8228
6.	Žak Smrekar	OŠ Center Novo mesto	3.	8141
7.	Blaž Tonin	OŠ Marije Vere Kamnik	2.	7476
8.	Rebeka Cankar	OŠ Žiri	3.	7087
9.	Denis King	OŠ Šmarjeta	3.	6893
10.	Miha Žvegler	OŠ Blaža Kocena Ponikva	3.	6786
11.	Val Vrhovec	OŠ Center Novo mesto	3.	5598
12.	Jakob Žagar	OŠ Blaža Kocena Ponikva	2.	5147
13.	Anej Tkalčič	OŠ Pohorskega odreda Slovenska Bistrica	3.	4947

[Preglednica 1] Rezultati prve starostne skupine (učenci 1., 2. in 3. razreda)

Matematika v šoli ∞ **XXI.** [2015] ∞ 95-98

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Rene Žižek	OŠ Tišina	5.	20564
2.	Mark Gajšek	OŠ Marije Vere Kamnik	5.	15300
3.	Lenart Frankovič	OŠ Gustava Šiliha Velenje	5.	14923
4.	Luka Gautam	OŠ Grm Novo mesto	4.	12123
5.	Filip Zver	OŠ Križevci	4.	12119
6.	Matevž Hvala	OŠ Šmihel Novo mesto	5.	11992
7.	Barbara Kropec	OŠ Majšperk	4.	11738
8.	Erik Červek Roškarič	OŠ Antona Ingoliča Spodnja Polskava	5.	10596
9.	Jošt Frankovič	OŠ Gustava Šiliha Velenje	5.	10484
10.	Špela Gorenc	OŠ Frana Metelka Škocjan	5.	10012
11.	Tim Bartelj	OŠ Grm Novo mesto	4.	9047
12.	Anžej Pavlin	OŠ Grm Novo mesto	4.	8089
13.	Lana Božič	OŠ Grm Novo mesto	5.	7433
14.	Veronika Klemenčič	OŠ Cvetka Golarja Škofja Loka	4.	2538

[Preglednica 2] Rezultati druge starostne skupine (učenci 4. in 5. razreda)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Nika Zabukovšek	OŠ Blaža Kocena Ponikva	6.	14997
2.	Domen Jug	OŠ Sveta Trojica	6.	13120
3.	Žiga Laci	Dvojezična OŠ Dobrovnik	7.	12902
4.	Meta Majcen	OŠ Sveti Tomaž	7.	12528
5.	Nikola Kovač	Dvojezična OŠ Dobrovnik	7.	12407
6.	Matevž Plisson	OŠ Grm Novo mesto	7.	10923
7.	Nejc Mravinc	OŠ Belokranjskega odreda Semič	6.	10864
8.	Jaka Berk	OŠ Grm Novo mesto	6.	10806
9.	Luka Orbanić	OŠ Vojke Šmuc Izola	7.	10397
10.	Tim Vipavec	OŠ Belokranjskega odreda Semič	7.	10054
11.	Emilio Hidanovič Stariha	OŠ Belokranjskega odreda Semič	7.	9891
12.	Veronika Avbar	OŠ Grm Novo mesto	7.	6940

[Preglednica 3] Rezultati tretje starostne skupine (učenci 6. in 7. razreda)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Urh Krafogel	OŠ Litija	8.	20225
2.	Žiga Škalič	OŠ Tišina	9.	18061
3.	Marko Bjelčević	OŠ Litija	8.	17607
4.	Sinja Mežnar	OŠ Grm Novo mesto	8.	16476
5.	Leja Verbič	OŠ Frana Metelka Škocjan	9.	13380
6.	Aleksander Bajc	OŠ Leskovec pri Krškem	8.	12688
7.	Niko Farič	OŠ Bakovci	9.	12229
8.	Eva Brudar	OŠ Grm Novo mesto	9.	12049
9.	Mitja Barbo	OŠ Bršljin Novo mesto	9.	11730
10.	Tadej Vozel	OŠ Litija	9.	10636
11.	Tina Maček	OŠ Vransko - Tabor	9.	9193
12.	Tilen Križanec	OŠ Majšperk	9.	9063
13.	Patricia Luštek	OŠ Šentjernej	9.	8643

[Preglednica 4] Rezultati četrte starostne skupine (učenci 8. in 9. razreda)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Kaja Tuškei	Gimnazija Murska Sobota	1. letnik SŠ	24868
2.	Maša Juras	I. gimnazija v Celju	3. letnik SŠ	21516
3.	Rok Markelc	Srednja šola za elektrotehniko in računalništvo Ljubljana	4. letnik SŠ	18063
4.	Eugenija Janjoš	Srednja šola Črnomelj	3. letnik SŠ	17566
5.	Samo Matjašič	Srednja šola Črnomelj	2. letnik SŠ	16357
6.	Juš Gašparič	Srednja šola za elektrotehniko in računalništvo Ljubljana	2. letnik SŠ	14327
7.	Luka Skuhala	Srednja poklicna in tehniška šola Murska Sobota	1. letnik SŠ	13546
8.	Attila Bogdan	Dvojezična srednja šola Lendava	2. letnik SŠ	12007
9.	Niko Čergöli	Srednja poklicna in tehniška šola Murska Sobota	1. letnik SŠ	10729

[Preglednica 5] Rezultati pete starostne skupine (srednješolci)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Število točk
1.	Srečko Janjoš		16991
2.	Nusa Zagorc	OŠ Gornja Radgona	13042
3.	Robert Buček	OŠ Litija	11345
4.	Marija Bjelčević	OŠ Litija	10655

[Preglednica 6] Rezultati šeste starostne skupine (odrasli)

Najboljši tekmovalci v peteroboju so postavili kar tri državne rekorde. **Rene Žižek** in **Srečko Janjoš** sta izboljšala svoj lastni in hkrati državni rekord svoje starostne skupine.

Kaja Tuškei, dijakinja 1. letnika, je za skoraj 6000 točk izboljšala dosedanji državni rekord v starostni skupini srednješolcev. Izboljšala je tudi svoj osebni rekord iz leta 2014, ko je še tekmovala kot osnovnošolka. Takrat je »letvico« za tekmovalce 8. in 9. razreda postavila zelo visoko.

Kaja je tudi absolutna rekorderka državnega tekmovanja Hitro in zanesljivo računanje, saj je v peteroboju dosegla največ točk med vsemi finalisti iz vseh starostnih skupin.

Starostna skupina	Rekorder	Število točk	Leto
1. (učenci 1., 2. in 3. razreda)	Rene Žižek	19432	2013
2. (učenci 4. in 5. razreda)	Rene Žižek **Rene Žižek**	19216 **20564**	2014 **2015**
3. (učenci 6. in 7. razreda)	Dominik Lozar	18963	2012
4. (učenci 8. in 9. razreda)	Kaja Tuškei	23583	2014
5. (srednješolci)	Maša Juras **Kaja Tuškei**	18872 **24868**	2013 **2015**
6. (odrasli)	Srečko Janjoš **Srečko Janjoš**	15845 **16991**	2013 **2015**

[Preglednica 7] Državni rekorderji

β Rezultati: Meddržavno tekmovanje Hitro in zanesljivo računanje

Kraj in datum: Riga (Latvija) in Litija (Slovenija), 9. maj 2015

Rezultati vseh tekmovalcev iz Estonije, Litve, Latvije, Ukrajine in Slovenije so objavljeni na spletni povezavi http://miksike.ee/php/live/wcs15/.

V nadaljevanju so predstavljeni dosežki tekmovalcev iz Slovenije:

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
4.	Tin Bevc Taraniš	17973
15.	Tija Žura	13645
19.	Miha Gorše Pihler	12159
20.	Benjamin Bećirević	11492
21.	Tomaž Holc	10159
23.	Žak Smrekar	8303

[Preglednica 8] Rezultati skupine učenk in učencev od 1. do 3. razreda (Primary)

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
3.	Rene Žižek	22434
8.	Lenart Frankovič	16341
9.	Nika Zabukovšek	15596
12.	Domen Jug	14465

[Preglednica 9] Rezultati skupine učenk in učencev od 4. do 6. razreda (Basic)

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
3.	Kaja Tuškei	25246
7.	Maša Juras	22175
11.	Eugenija Janjoš	17534
12.	Sinja Mežnar	15395
14.	Leja Verbič	14211

[Preglednica 10] Rezultati skupine deklet od 7. razreda OŠ do zadnjega letnika SŠ (Girls)

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
13.	Žiga Škalič	18893
14.	Urh Krafogel	18406
18.	Marko Bjelčević	15449
19.	Rok Markelc	14426

[Preglednica 11] Rezultati skupine fantov od 7. razreda OŠ do zadnjega letnika SŠ (Boys)

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
9.	Nuša Zagorc	13751
10.	Marija Bjelčević	11158

[Preglednica 12] Rezultati skupine žensk (Women)

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
6.	Srečko Janjoš	16694
10.	Robert Buček	11387

[Preglednica 13] Rezultati skupine moških (Men)

Tudi na tem tekmovanju so najboljši tekmovalci izboljšali tri slovenske rekorde, dosežene na meddržavnih tekmovanjih. **Rene Žižek** je za 2727 točk izboljšal dve leti star rekord starostne skupine Basic (učenci od 4. do 6. razreda). **Kaja Tuškei** iz skupine deklet (od 7. razreda OŠ do konca SŠ) je izboljšala lastni rekord izpred dveh let kar za 4840 točk. **Nuša Zagorc** pa je za 242 točk izboljšala štiri leta star rekord odraslih žensk.

Starostna skupina	Razredi	Rekorder	Število točk	Leto
Primary	–3. razred	Rene Žižek	21209	2013
Basic	4. –6. razred	Urh Krafogel **Rene Žižek**	19707 **22434**	2013 **2015**
Girls	od 7. razreda OŠ do konca SŠ	Kaja Tuškei **Kaja Tuškei**	20406 **25246**	2013 **2015**
Boys		Matija Lovšin	20038	2012
Women	odrasli	Milena Korpar Majcen **Nuša Zagorc**	13509 **13751**	2011 **2015**
Men	odrasli	Srečko Janjoš	16873	2013

[Preglednica 14] Slovenski rekordi na meddržavnih tekmovanjih

Tako naši tekmovalci iz leta v leto izboljšujejo svoje dosežke in ob igri z računalnikom krepijo svoje strategije računanja na pamet.

Učenci z učnimi težavami pri matematiki - Prepoznavanje učnih težav in model pomoči

Amalija Žakelj
Zavod RS za šolstvo

Izšla je monografija ***Učenci z učnimi težavami pri matematiki - Prepoznavanje učnih težav in model pomoči*** Zavoda Republike Slovenije za šolstvo, 2015, avtoric **Amalije Žakelj, Milene Valenčič Zuljan.**

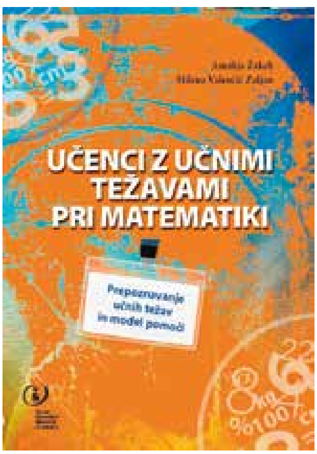
Monografija *Učenci z učnimi težavami pri matematiki* se loteva zelo aktualne tematike – govori o učnih težavah ter ukrepih pomoči učencem z učnimi težavami (pri matematiki). V mnogih segmentih monografija presega okvir matematike, obravnava vrsto vprašanj, ki se nanašajo na uravnavanje in izvajanje pouka matematike, posveča pa se tudi vprašanjem z vidika obče didaktike.

V teoretičnem delu avtorici sledita sodobnim ugotovitvam in spoznanjem na področju dela z učenci z učnimi težavami, združujeta znanje iz didaktike matematike z védenjem o učencih z učnimi težavami ter značilnostih učnih težav, upoštevata tako ugotovitve in izkušnje pri delu z učenci z učnimi težavami, rezultate nacionalnih in mednarodnih raziskav in merjenj znanja učencev, ki kažejo na nevralgične točke pri dosežkih učencev kot tudi teorijo učenja in strategije dela z učenci z učnimi težavami. Tako so v teoretičnem delu monografije pregledno prikazani znaki in vzroki učnih težav učencev pri matematiki, ukrepi pomoči učencem z učnimi težavami ter izvirni model pomoči Pomoč učencem z učnimi težavami pri matematiki *(UTMAT)*. Model temelji na predpostavkah kakovostnega pouka za učence z učnimi težavami: osmišljanje matematičnega znanja s perspektive pomoči učencem z učnimi težavami, pouk kot vzajemna dejavnost učenca in učitelja (načelo vzajemne odgovornosti) ter načelo udeleženosti učenca pri načrtovanju, izvajanju in evalviranju pouka. Model s svojimi rešitvami posega tako na kognitivno kot na konativno področje. Natančno razdela načrtovanje didaktične enote s perspektive pomoči učencem z učnimi težavami pri matematiki ter izvajanje učnega procesa s perspektive pomoči učencem z učnimi težavami pri matematiki.

V empiričnem delu so predstavljeni rezultati empirične raziskave o trenutni praksi načina nudenja pomoči učencem z učnimi težavami pri matematiki. Ugotovitve raziskave nakazujejo vzajemno prepletenost in medsebojni vpliv kognitivnih, emocionalnih in socialnih dejavnikov učenja.

Avtorici v zaključku nakažeta tudi smeri nadaljnjega raziskovanja in razvojnega dela z učenci z učnimi težavami. Tako poudarita, da bi bilo potrebno na temelju rezultatov raziskave nadaljevati razvojno raziskovalno delo na področju dela z učenci z učnimi težavami pri matematiki in širše. Z metodološkega in didaktičnega vidika naj bi te raziskave temeljile tudi na neposrednem opazovanju pouka, sistematičnem delu z učitelji, npr. skozi skrbno načrtovane manjše projekte akcijskega raziskovanja, ki bi vključevali tim učiteljev matematike in interdisciplinarni tim raziskovalcev (npr. specialni didaktik matematike, specialno-rehabilitacijski pedagog, didaktik, psiholog).

Monografija je bogato gradivo tako za raziskovalce na področju pedagoškega raziskovanja kot tudi za študente razrednega pouka in matematike, študente pedagogike, učitelje, strokovne delavce šolske svetovalne službe oz. strokovne delavce, ki delajo neposredno z učenci z učnimi težavami.



Navodila sodelavcem in dopisnikom revije Matematika v šoli

Revija Matematika v šoli objavlja le izvirna, še neobjavljena dela, napisana v slovenščini, za kar odgovarja avtor. Objavljamo znanstvene in strokovne prispevke ter poročila. Prispevki morajo biti napisani strokovno, jezikovno in slogovno neoporečno.

Strokovni prispevki:

- **Naslov prispevka** naj bo kratek, jasen, enostaven in informativen. Vsebuje naj ključne pojme, odraža naj temo prispevka.
- Ob **imenu in priimku avtorja** navedite **ustanovo**, v kateri je zaposlen.
- **Povzetek** (abstract) naj vsebuje največ 200 besed. Umestite ga na prvi strani prispevka, takoj za naslovom prispevka in imenom ter priimkom avtorja ter ustanovo, kjer je zaposlen. Razumljiv mora biti sam po sebi, brez branja celotnega besedila prispevka. Napisan naj bo v 3. osebi, povzema naj bistvo prispevka, pojasni njegov namen in cilje, opiše uporabljene metode in tehnike morebitnega raziskovalnega oziroma znanstvenega pristopa, rezultate in glavne ugotovitve. Praviloma naj bo povzetek oblikovan v enem odstavku.
- **Ključnih besed** naj bo največ pet.
- Sledi **besedilo prispevka** (uvod, osrednji del, zaključek) z vključenimi slikami, fotografijami, preglednicami. Besedilo naj bo logično razdeljeno na poglavja in podpoglavja.
- **Preglednice, slike in druge priloge** naj bodo vključene v besedilo. Vsaka preglednica ali slika naj ima naslov in zaporedno številko in ustrezen podnapis. Slikovno gradivo morajo avtorji priložiti v formatih jpg ali tiff z ločljivostjo najmanj 300 dpi. Če v prispevku uporabite avtorske izdelke učencev oz. dijakov, je treba pridobiti tudi njihova pisna soglasja za objavo, če so polnoletni, oz. dovoljenja enega od staršev, če še niso polnoletni. Dovoljenja se priloži prispevku. Za objavo slikovnega gradiva, ki ni last avtorja prispevka, je treba pridobiti dovoljenja za objavo. Za dovoljenja lahko zaprosi že avtor prispevka ali pa posreduje založbi podatke o avtorjih gradiv, ki uredi potrebna soglasja za objavo.
- Na koncu zapišite seznam citiranih in uporabljenih **virov**.

Uporabljeni viri naj bodo navedeni po abecednem redu priimkov prvih avtorjev oziroma po naslovih del neznanih avtorjev. Navajamo primere navajanja virov.

1. Jerman, M. (2013): Evklidov algoritem, Matematika v šoli, letn. 19, št. 1.–2., str. 54–60.
2. Heacox, D. (2009): Diferenciacija za uspeh vseh, Rokus Klett, Ljubljana.
3. Magajna, Z. (2013): Preverjanje matematičnega znanja s pisnimi preizkusi. V Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Matematika. Ljubljana: ZRSŠ.
4. www.zrss.si/.../konkretno.html (17. 10. 2014).

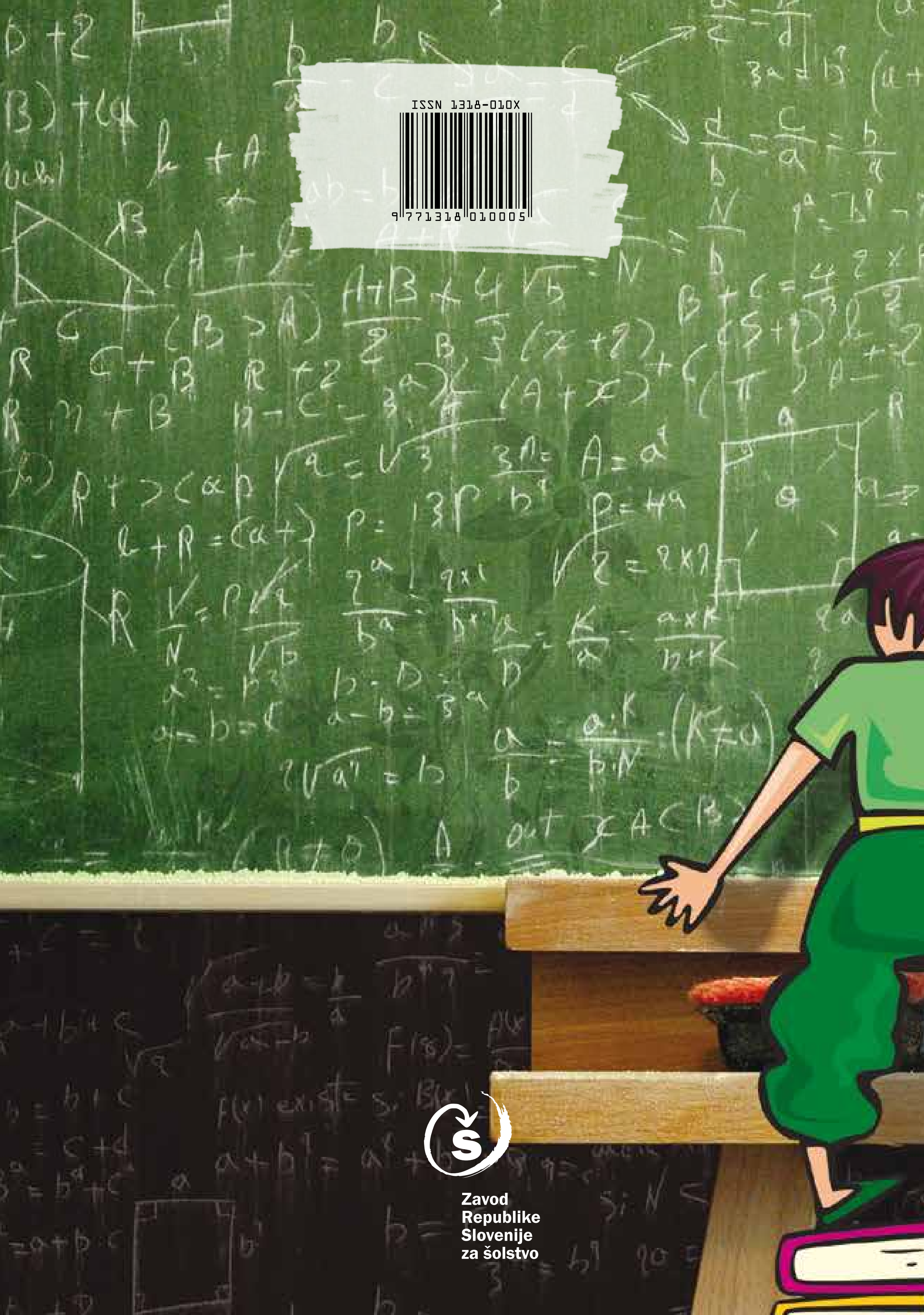
Drugih sestavkov (**sporočil, predstavitev knjig, dogodkov** idr.) ni treba opremiti s povzetkom in ključnimi besedami. Seminarske naloge v obliki, kot so izdelane pri študiju ali na različnih tečajih oz. seminarjih, sprejemamo le, če so ustrezno prirejene za objavo v naši reviji.

Oblika prispevka: Prispevki lahko obsegajo do 15 tipkanih strani s preglednicami, slikami in viri vred (do 30 000 znakov s presledki). Besedilo naj bo napisano v Wordu, s pisavo Times New Roman, velikost črk 12, razmik med vrsticami 1,5.

Za trditve v prispevku odgovarja avtor/-ica, zato mora biti podpisan/-a s celotnim imenom in priimkom. **Avtor mora priložiti lastnoročno podpisano prijavnico za objavo prispevka v reviji**, s katero med drugim jamči, da je prispevek izvirno avtorsko delo (obrazec za prijavo prispevka je skupaj z uredniško politiko in navodili sodelavcem in dopisnikom revije Matematika v šoli dostopen na spletni strani Zavoda Republike Slovenije za šolstvo – Založba – predstavitev revij – Matematika v šoli: http://www.zrss.si/zalozba/revije/matematika-v-soli.

Avtorji morajo svoje prispevke poslati v elektronski obliki po e-pošti odgovorni urednici na naslov **jerneja.bone@zrss.si**, na naslov uredništva pa morajo poslati podpisano in izpolnjeno prijavnico prispevka za objavo v reviji. Nepopolnih prispevkov uredništvo ne bo upošteval.

Naslov uredništva:
Uredništvo revije Matematika v šoli
Zavod RS za šolstvo, OE Nova Gorica
Erjavčeva 2, 5000 Nova Gorica
E-mail: jerneja.bone@zrss.si.



ISSN 1318-010X

9 771318 010005

Zavod
Republike
Slovenije
za šolstvo