

NARODNA IN UNIVERZITETNA KNJARNICA

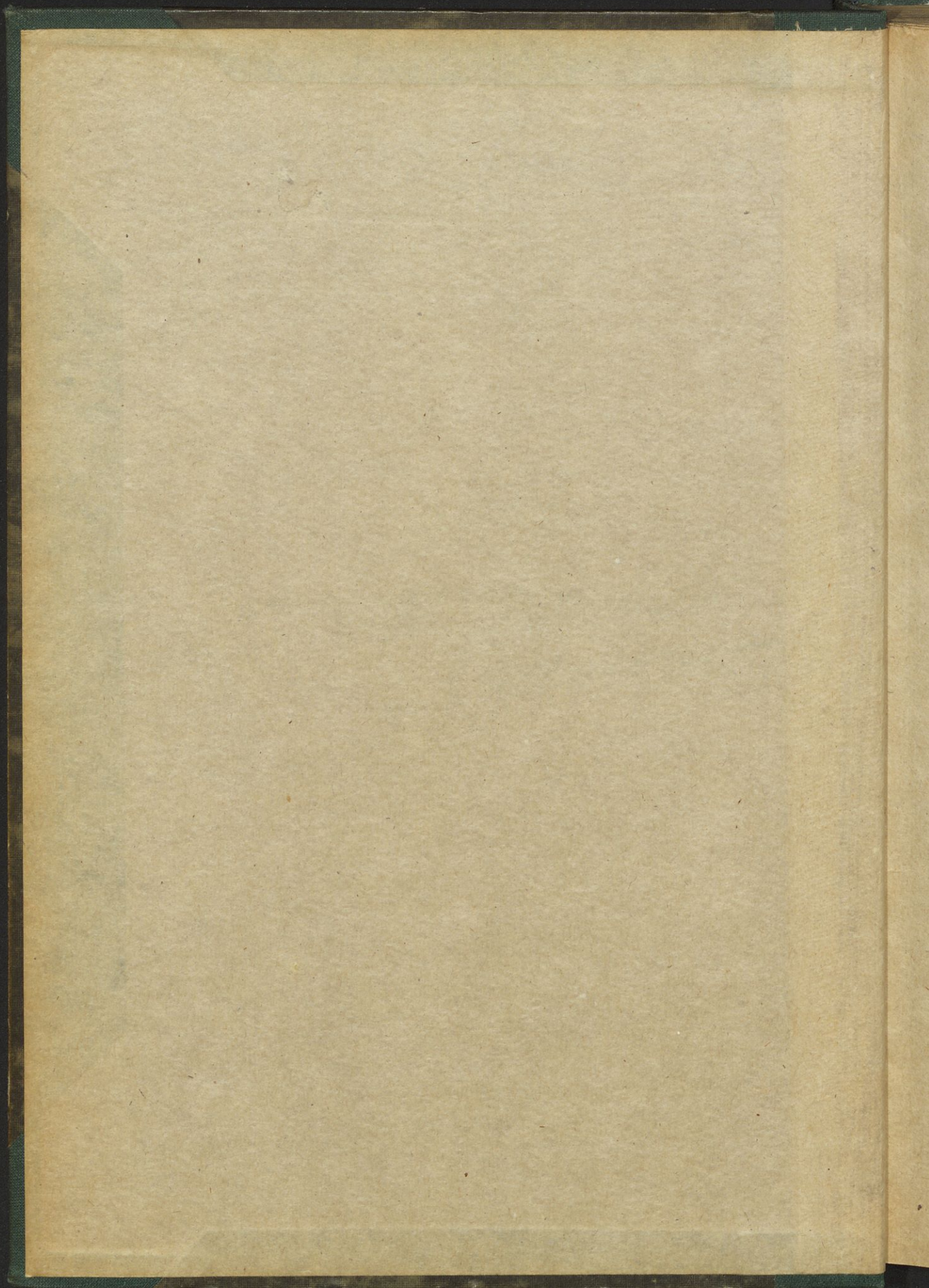
DS

II 181 964 d1



396500157

COBISS



Univerza v Ljubljani

Ekonomska fakulteta

Marijan Blejec

Statistične metode v ekonomskih raziskavah



Ljubljana 1963

UNIVERZA V LJUBLJANI
Ekonomska fakulteta

dr. Marijan Blejec

STATISTIČNE METODE V EKONOMSKIH RAZISKAVAH

Ljubljana 1963

II 181964pl₁

II 181964 pl₁



D 157/1965

Izdala Ekonomska fakulteta
Tiskala in založila Univerzitetna založba v Ljubljani
Naklada 250 izvodov

V S E B I N A

U V O D

Osnova statistične analize pojavov	1
Načini statistične analize	3
Uporaba statističnih metod v ekonomskih raziskavah ...	4

STATISTIČNO OPISOVANJE MNOŽIČNIH POJAVOV

Sistematika množičnih pojavov	7
Frekvenčne porazdelitve	8
Lorenzov grafikon	12
Ginijev koeficient koncentracije	15
Lorenzov grafikon in Ginijev koeficient koncentracije iz negrupiranih podatkov	17
Specifični primeri analize z relativnimi števili	20
<u>Proučevanje korelacijskih odvisnosti</u>	
<u>Korelacija relativnih odnosov</u>	34
Spearmanov koeficient korelacije	44
Kendallov koeficient korelacije	47

ANALIZA DINAMIKE POJAVOV

Primerljivost podatkov v časovni vrsti	52
Elementarna analiza časovnih vrst	54
Enostavni indeksi s stalno bazo	56
Logaritemski grafikoni	61
Komponente dinamike pojavov	66
Modeli časovnih vrst	67
Vloga povprečij pri analizi časovnih vrst	68

TREND

Preskus o značilnosti trenda	70
Grafično in mehanično določanje trenda	73

Prostoročna metoda	73
Metoda sredin med najvišjimi in najnižjimi točkami ...	74
Metoda drsečih sredin	77
Vrsta drsečih sredin z enakimi razmaki	77
Vrsta drsečih sredin s spremenljivimi razmaki	80
Analitično določanje trenda	87
Metoda izbranih točk	92
Metoda delnih sredin	95
Metoda delnih vsot	97
Metoda najmanjših kvadratov	108
Linearni trend	112
Polinomi potenc X^T	114
Polinomi potenc x^T	115
Polinomi binomskih funkcij $\binom{x}{r}$	122
Ortogonalni polinomi	138

PERIODIČNI VPLIVI

Metode za merjenje statične sezone komponente	164
✓ Metoda vsot	165
✓ Metoda kvocientov na trend	166
✓ Metoda kvocientov na drsečo sredino	167
Metoda iteracije	173
✓ Metoda verižnih kvocientov	174
✓ Metoda grafičnega približka	180
Proučevanje dinamične sezone komponente	181
Grafična metoda analize dinamične sezone komponente	182
Proučitev dinamične sezone komponente z analizo varianco	184

CIKLIČNI VPLIVI

Preskus o značilnosti ciklične komponente	189
Merjenje ciklične komponente	193
Rezidualna metoda	193
Eliminacija trenda in sezonskih vplivov	193
Eliminacija iregularnih vplivov	201
Sistemi tehtanja v vrsti drsečih sredin	202
Netehtane sredine	202
Sredine, tehtane z binomskimi koeficienti	202
Grafično eliminiranje	203
Metoda drsečih lokov	204
Primerjava ciklov - standardizacija	209

IREGULARNI VPLIVI

Preskus s χ^2	214
Preskusi o neodvisnosti iregularnih vplivov	216
Preskus sekvenc	217
Preskus s χ^2	218

PROUČEVANJE KORELACIJE PRI DINAMIKI POJAVOV

Korelacija med dvema časovnima vrstama	221
Analiza korelacije z ortogonalnimi polinomi	225
Korelacija z odlogom	231
Asociacija z odlogom	234
Avtokorelacija	242

Tečaj iz statističnih metod v okviru poglobljenega študija iz zunanje trgovine obravnava statistične metode z vidikov, ki se pojavljajo pri proučevanju problemov v zunanji trgovini. Ker zavzemajo v tej zvezi posebno mesto metode analize dinamike pojavov, jih obravnavamo podrobno, medtem ko so druge metode obdelane le za tipične in specifične primere statistične analize problemov iz zunanje trgovine. Zato skripta niso sistematičen učbenik o statističnih metodah v ekonomskih raziskavah, temveč dopolnilo h knjigi: M. Blejec, Statistične metode za ekonomiste Ljubljana, 1961, v kateri najdemo sistematično obdelane statistične metode, ki se pojavljajo v socialno-ekonomskih raziskavah.

Osnova statistične analize pojavov

0.1 Statistika se bavi s kvantitativnim proučevanjem množičnih pojavov, s specifičnimi metodami odkriva zakonitosti množičnega pojavljanja in podaja kvalitativno analizo pojavov. Iz te definicije sledi, da so ekonomska raziskavanja tipično področje, v katerem uporabljamo statistične metode analiz. Ekonomski pojavi se namreč z malimi izjemami pojavljajo množično. Tako je množičen pojav akt kupoprodaje, ker se v času in prostoru pojavlja v velikem številu, množičen pojav je tudi proizvodnja določenega artikla, akt izvoza ali uvoza itd.

Specifične metode, ki so tipične za statistično proučevanje, so metode kvantitativnega proučevanja variabilnosti pojavov, proučevanja medsebojnih zvez in vplivanja med pojavi, ki sodi v proučevanje korelacijskih odvisnosti in ne na zadnjem mestu proučevanje dinamike pojavov.

V definiciji statistike smo navedli, da statistika s kvantitativnimi metodami daje kvalitativno sliko pojavov. V pojasnilo omenimo samo povprečno proizvodnjo na enoto časa. Ta je

tipičen kvalitativen pokazatelj, čeprav je izražen kvantitativno in kaže produktivnost dela. Podobno je obseg proizvodnje ali potrošnje določenega artikla pokazatelj štandarda, procent slabih artiklov ali mera variabilnosti pokazatelj kvalitete proizvodnje itd.

Ena izmed osnovnih črt množičnih pojavov je variabilnost, na katero naletimo pri statističnem proučevanju na vseh področjih. Pojavi, ki niso variabilni, v kolikor ti pojavi v naravi in družbi sploh obstojajo, niso predmet statističnega proučevanja. Kljub temu, da nekateri pojavi izgledajo na prvi pogled konstantni oziroma enaki, temu ni tako. Vzemimo n.pr. samo proizvodnjo določenega artikla pod določenimi stalnimi pogoji. Zaradi individualnih slučajnostnih vplivov so artikli glede na proizvodne pogoje več ali manj različni. Vrsta metod za proučevanje množičnih pojavov ima posredno ali neposredno za osnovo proučevanje variabilnosti pojava. Cela disciplina statističnega proučevanja - planiranje eksperimentov pa je zasnovana izključno na proučevanju variabilnosti.

Zaradi variabilnosti, ki izvira iz individualnih in slučajnostnih vplivov se zdi, da so zakonitosti o pojavih zamegleane. Vendar se po zakonu o velikih številih rezultati individualnih vplivov v množici pojavov v povprečju uničijo in tako izbiije tipičnost oziroma zakonitost, če pojav proučujemo množično. Produktivnost posameznega delavca je rezultat vseh - splošnih in individualnih vplivov kot so starost, čas zaposlitve na delovnem mestu, zdravstvena kondicija itd. V povprečju pa se rezultat individualnih vplivov zabriše. Zato je povprečna produktivnost dela izraz splošnih pogojev dela, nivoja produktivnosti itd. Enako je teža posameznega artikla rezultat vseh, splošnih in individualnih pogojev, pod katerimi je bil artikel proizveden, mera variabilnosti v proizvodnji, ki jo dobimo računsko iz podatkov za posamezne artikle pa karakteristika proizvodnega procesa ali stroja, na katerem so bili artikli proizvedeni, ne pa posameznega artikla.

Načini statistične analize

Statistična analiza sestoji iz več vsebinsko različnih načinov.

0.2 Statistično opisovanje množičnih pojavov sestoji iz grupiranja podatkov po vsebinskih skupah in iz izračunavanja različnih pokazateljev, s katerimi opisujemo značilnosti množičnih pojavov. Tipični opisni pokazatelji so relativna števila, srednje vrednosti, mere variacije itd. Statistična analiza obstoji v tem primeru iz tabelarne analize v tem smislu, da primerjamo med seboj posamezne pokazatelje, ki jih izračunamo po skupah, in tako odkrijemo zakonitosti v populaciji.

Do podatkov o posameznih enotah, s katerimi opisujemo množičen pojav, pridemo na dva, tehnično različna načina. S popolnim opazovanjem, običajno s popisom, dobimo podatke o vseh enotah populacije in iz njih izračunamo ustrezne opisne pokazatelje. Ta način, v kolikor je zaradi popolnega zajetja populacije nesporen, bolj in bolj izpodrivajo metode delnega opazovanja, predvsem vzorčenje. Z vzorčenjem, pri katerem zavestno ne opazujemo vseh enot, temveč le del enot populacije, ki jih izberemo na slučajnostni način, objektivno ocenjujemo opisne pokazatelje. Čeprav so z vzorčenjem dobljeni rezultati le ocena pravih pokazateljev, ga zaradi očitnih prednosti pred drugimi metodami delnega opazovanja in tudi pred metodami popolnega opazovanja, uporabljamo z vedno večjim uspehom. Možnost ocenjevanja napake, ki izvira iz vzorčenja in reguliranje te napake, so teoretične prednosti, ki jih ima vzorčenje pred drugimi metodami delnega opazovanja. Hitrost, s katero pridemo do podatkov, razmeroma nizki stroški, kvaliteta izvedbe itd., pa so tehnične in materialne prednosti, ki jih ima vzorčenje pred metodami popolnega opazovanja.

0.3 Preskušanje hipotez je druga tipična metoda za analiziranje množičnih pojavov. Prav tako z vzorčenjem, ki ima za osnovo verjetnostni račun, s posebnimi metodami preskušamo hipoteze o določenem množičnem pojavu. Statistično presku-

Šanje hipotez je stvarno osnova velikega števila analitičnih statističnih metod. Celotna statistična kontrola kvalitete ima za teoretično osnovo preskušanje hipotez o kvaliteti. Planiranje eksperimentov, ki je osnova raziskovalnega dela, je osnovano na preskušanju hipotez in ima za osnovo analizo variance.

0.4 S korelacijsko in regresijsko analizo proučujemo odvisnosti med množičnimi pojavi. Te odvisnosti niso funkcijske. Zaradi individualnih in slučajnostnih vplivov so zakonitosti v odvisnosti med množičnimi pojavi zamegljene. S korelacijsko in regresijsko analizo pa uspemo te odvisnosti odkriti in analizirati. Tako količina blaga na trgu in cena nista odvisni funkcijsko, temveč korelacijsko. Enako je korelacijska odvisnost med količino in vrednostjo izvoza, vrednostjo izvoza in uvoza itd.

0.5 S posebnimi statističnimi metodami proučujemo dinamiko pojavov. Proučevanje dinamike pojavov je posebna disciplina statistične analize, ki se je razvila predvsem iz proučevanja ekonomskih pojavov in se tudi z največjim uspehom uporablja pri analizi dinamike ekonomskih pojavov. Konjunktorno proučevanje ekonomskih pojavov je zasnovano na analizi časovnih vrst in ima za osnovo metode analize dinamike in korelacijske analize časovnih vrstah. Ekonomski pojavi niso statični, ampak se časovno spreminjajo. Spremembe pa glede na faktorje, ki vplivajo nanje, slede določenim zakonitostim kot so n.pr. osnovna smer razvoja, sezonski vplivi, ciklični vplivi itd. katere proučujemo s posebnimi statističnimi metodami.

Uporaba statističnih metod v ekonomskih raziskavah

0.6 Statističnih podatkov ali metod statistične analize se v ekonomiji poslužujemo v najrazličnejše svrhe. Tako potrebujemo pri planiranju novih investicij kompleksne podatke o dosegljivosti surovin, o trendu potreb po določenem artiklu, o

klimatskih prilikah, o delovni sili, o življenjskih stroških itd. Tu pridejo v poštev najrazličnejši podatki in metode statistične analize. Pri načrtu prodaje je treba poznati trend, sezonsko in ciklično komponento v prodaji. Če poznamo elemente, moremo s korelacijsko analizo doseči koordinacijo med produkcijo, prodajo in zalogami. Problem minimalno potrebnih zalog je v ozki povezanosti s proučevanjem odnosov med proizvodnjo in prodajo, proučevanjem obračanja zalog itd.

0.7 Posebno poglavje uporabe statističnih metod v ekonomiji je kontrola kvalitete. Statistična kontrola kvalitete ima v glavnem tri cilje:

- a) pomagati pri določanju standardov za posamezne artikule
- b) kontrolirati proizvodni proces, če teče proizvodnja v skladu s predpisanimi standardi
- c) kontrolirati gotovo blago, pri čemer ugotavljamo, ali prodano ali kupljeno blago ustreza danim specifikacijam,

Statistična kontrola standardov pokaže ali in v koliko je proizvodnja zmožna, da proizvaja artikule določene specifikacije. Z vzorcem poizkusne proizvodnje dobimo pokazatelje, ki povedo, v koliko proizvodnja ustreza standardom. Pri tem preiskusu ugotovimo, kolik del proizvodnje ustreza specifikaciji, more pa ta kontrola odkriti tudi primere, da je toleranca, ki jo dopušča standard, večja kot pa jo daje stroj. V tem primeru odkrijemo, da je stroj glede na dano specifikacijo preveč natančen.

Statistična kontrola proizvodnega procesa sproti kontrolira, ali proizvodni proces teče pravilno ali pa je zaradi kateregakoli vzroka začel proizvajati proizvode, ki so od predvidene specifikacije različni. Pri tej kontroli običajno kontroliramo povprečja določenih karakteristik artiklov kot so: teža, upor, trdnost itd., razen tega pa variabilnost teh karakteristik. Zvečanje variabilnosti karakteristike, ki je kontroliramo, kaže običajno resnejše motnje v proizvodnem procesu kot pa sprememba povprečne karakteristike. Napake, ki izvirajo iz variabilnosti namreč običajno težje odpravimo kot pa moremo

uravnati stroj na pravo povprečje.

Statistična kontrola blaga pri prevzemu ima za cilj, da z razmeroma majhnimi vzorci ugotovimo, ali izdana pošiljka ustreza ali ne ustreza danim specifikacijam.

Pri kontroli prevzema na osnovi statistične kontrole kvalitete z vzorcem sprejmemo kot ustrezno ali zavrneemo kot neustrezno posamezno skupino artiklov. Statistična kontrola prevzema naj:

- a) ščiti konzumenta, da ne sprejme preveč slabih skupin,
- b) ščiti producenta oziroma prodajalca, da ne zavrne preveč dobrih skupin,
- c) zagotovi, da v velikem številu preskusov število slabih artiklov ni preveliko,
- d) zmanjša stroške kontrole na čim manjšo mero.

0.8. Statistične metode analize s pridom uporabljamo tudi pri trgovanju. Znale so statistične metode analize prodaje, analize tržišč in območij, ki morejo v perspektivi nastopiti kot potencialni trg. Statistična analiza trga, ki je zasnovana na anketah ali statističnih eksperimentih, odkrije najboljši način prodaje, daje informacije o željah potrošnikov, da odgovor na vprašanja o efektnosti različnih sredstev reklame, oglašanje itd.

Pri proučevanju pojavov iz trgovine na sploh in iz zunanje trgovine posebej z metodami analize dinamike pojavov odkrivamo smeri razvoja v zunanji trgovini, odvisnosti v razvoju v zunanji trgovini, odvisnosti v razvoju zunanje trgovine med državami in odvisnosti zunanje trgovine od drugih ekonomskih pojavov.

1 STATISTIČNO OPISOVANJE MNOŽIČNIH POJAVOV

Sistematika v množičnih pojavih

1.1. Kot množičen pojav smatramo vsak pojav, ki v času in prostoru množično nastopa, kot statistično populacijo pa definiramo skupnost istovrstnih pojavov, ki zadoščajo določenim opredeljujočim pogojem. Statistične populacije so sestavljene iz statističnih enot. Vsaka enota ima določene značilnosti, ki jih imenujemo znake. Statistični znaki pa imajo svoje vrednosti znakov, ki se spreminjajo od enote do enote. Kvantitativne značilnosti populacij imenujemo statistične parametre. Te običajno izvedemo iz znakov oziroma iz vrednosti znakov za posamezne enote.

Statistične parametre, s katerimi opisujemo na kvantitativen način populacije, izvedemo iz vrednosti znakov enot, ki populacijo sestavljajo. Parametre dobimo s statistično obdelavo o vrednostih znakov - podatkov. Kot smo že navedli, je ta obdelava specifična in jo izvedemo z različnimi statističnimi metodami.

Če vzamemo kot primer za posamezne navedene pojme primer iz zunanje trgovine, moremo kot populacijo vzeti skupnost držav, ki so imele v letu 1961 zunanjetrgovinske stike z FLRJ. Ta populacija je opredeljena s pogojem: da je imela država v letu 1961 zunanjetrgovinske stike z FLRJ. S tem pogojem države, ki so enote populacije, ločimo od držav, ki zunanjetrgovinskih stikov niso imele in niso enote populacije. Enote navedene populacije so posamezne države, statistični znaki pa so n.pr. vrednost uvoza ali izvoza v letu 1961, razmerje med izvozom in uvozom, celina, iz katere država izhaja, leto v katerem je država vzpostavila zunanjetrgovinske stike z FLRJ itd. Čeprav ima posamezna država nebroj značilnosti, izmed teh smatramo kot statistične znake v ožjem smislu le tiste značilnosti, ki jih v dani raziskavi opazujemo in analiziramo.

Vrednosti znakov so konkretne vrednosti zgornjih znakov za posamezno državo. Kot parameter moremo za zgornjo populacijo vzeti skupno vrednost izvoza ali uvoza vseh držav z FLRJ, ki so imele zunanjetrgovinske stike z FLRJ v letu 1961.

Frekvenčne porazdelitve

1.2 Za obsežnejše populacije je pregled vrednosti populacije v razširni vrsti nemogoč. Z odstopom od skrajne natančnosti razporeda, ki ga dobimo z ranžirno vrsto na račun večje preglednosti in nazornosti, vrednosti v populaciji uredimo v frekvenčno porazdelitev, v kateri nazorno do določene natančnosti prikažemo, kakšne so vrednosti enot v populaciji.

Frekvenčno porazdelitev dobimo, če numerični znak, po katerem proučujemo določeno populacijo, najprej zgrupiramo v razrede, tako da je vsaka vrednost znaka v enem in samo enem razredu. S preštevanjem dobimo, koliko enot populacije ima vrednosti v posameznem razredu. Ta števila imenujemo frekvence.

V praksi pridejo za formiranje razredov v glavnem v poštev trije načini.

Če ni vsebinskega razloga za neko drugo razdelitev znaka, vzamemo razrede z enakimi širinami (širina razreda $i_k = x_k - \max_{\min} x_k$, $\max_{\min} = i$ je razlika med največjo in najmanjšo vrednostjo v razredu). Meje razredov so v tem primeru aritmetično zaporedje.

Če vzamemo za primer frekvenčne porazdelitve strukturnih deležev držav v svetovnem izvozu v letu 1928-1958, dobimo naslednje štiri frekvenčne porazdelitve.

Tabela 1.1 Frekvenčne porazdelitve strukturnih deležev držav
v svetovnem izvozu in uvozu v letih 1928 in 1958

Odstotek	izvoz		uvoz	
	1928	1958	1928	1958
0,0-0,4	56	53	57	49
nad 0,4-0,8	14	17	14	18
nad 0,8-0,2	4	7	4	6
nad 1,2-1,6	7	3	8	7
nad 1,6-2,0	3	4	2	3
nad 2,0-2,4	3	3	3	2
nad 2,4-2,8	2	1	2	2
nad 2,8-3,2	1	2	1	1
nad 3,2-3,6	1	-	1	1
nad 3,6-4,0	-	1	1	1
nad 4,0-4,4	1	-	-	-
nad 4,4-4,8	-	1	-	-
nad 4,8-5,2	-	1	-	2
nad 5,2	4	3	4	3
	96	96	96	95

Zgornje frekvenčne porazdelitve imajo tipično obliko, ki jo zasledimo v mnogih ekonomskih pojavih. Velika gostitev oziroma velike frekvence v razredih z majhnimi vrednostmi in rapiden padec frekvenc v razredih z velikimi vrednostmi. Slika takih frekvenčnih porazdelitev je J porazdelitev. Podobno frekvenčno porazdelitev dobimo pri grupiranju podjetij po velikosti (po številu delavcev, po vrednosti proizvodnje itd.), pri grupiranju kmetijskih gospodarstev po površini itd.

1.3. Za primere, ki smo jih nakazali, v prejšnjem odstavku, je bolj upravičena grupacija oziroma razredi, ki nimajo enako absolutno, ampak relativno širino. Razredi imajo enako relativno širino, če je kvocient med zgornjo in spodnjo mejo za vse razrede enak. Posebno pri podatkih, ki so med seboj zelo različni in so v isti populaciji enote z zelo majhnimi vrednostmi in enote z zelo velikimi vrednostmi, je pri

primerjanju podatkov smiselna relativna primerjava. Če primerjamo izvoz dveh držav, smatramo, da je med državama A z izvozom 10 in državo B z izvozom 20 veliko večja razlika kot pa med državama C z izvozom 100 in državo D z izvozom 110, čeprav je absolutna razlika med prvima in drugima državama enaka. Relativna razlika med prvima državama je namreč 100 %, med drugima pa le 10 %. Zato smatramo v relativnem kot enako velike tiste razrede, pri katerih je kvocient med zgornjo in spodnjo mejo enak. Potreba po relativno enakih razredih je v proučevanjih iz zunanje trgovine pogosta. Vse analize, ki imajo za osnovo podatke po državah, so v večini primerov navezane na relativne primerjave, ker nastopajo države z zelo majhnimi in države z zelo velikim zunanjetrgovinskim prometom.

V nadaljnjem navajamo nekaj primerov z relativno enakimi razredi. Za razrede s konstantnim kvocientom

$\frac{x_{\max}}{x_{\min}} = 2$ dobimo naslednjo geometrijsko zaporedje za meje razredov: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048 itd.

Za konstantni kvocient $\frac{x_{\max}}{x_{\min}} = 3$, dobimo geometrijsko zaporedje: 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19683, 59049, 177147, 531441, 1594323, 4782969, 14348907, 43046721, 129140163, 387420489, 1162261467, 3486784401, 10460353203, 31381059609, 94143178827, 282429536481, 847288609443, 2541865828329, 7625597484987, 22876792454961, 68630377364883, 205891132094649, 617673396283947, 1853020188851841, 5559060566555523, 16677181699666569, 50031545098999707, 150094635296999121, 450283905890997363, 1350851717672992089, 4052555153018976267, 12157665459056928801, 36472996377170786403, 109418989131512359209, 328256967394537077627, 984770902183611232881, 2954312706550833698643, 8862938119652501095929, 26588814358957503287787, 79766443076872509863361, 239299329230617529580083, 717897987691852588740249, 2153693963075557766220747, 6461081889226673308662241, 19383245667680019925986723, 58149737003040059777960169, 174449211009120179333880507, 523347633027360537991641521, 1570042899082081613974924563, 4710128697246244841924773689, 14130386091738734525774321067, 42391158275216203577322963201, 127173474825648610731968889603, 381520424476945832195906668809, 1144561273430837496587719906427, 3433683820292512489763159719281, 10301051460877537469289479157843, 30903154382632612407868437473529, 92709463147897837223605312420587, 278128389443693511670815937261761, 834385168331080535012447811785283, 2503155504993241605037343435355849, 7509466514979724815112030306067547, 22528399544939174445336090918202641, 67585198634817523336008272754607923, 202755595904452570008024818263823769, 608266787713357710024074454791471307, 1824799363140073130072223364374413921, 5474398089420219390216670093123241763, 16423194268260658170649010279369725289, 49269582804781974511947030838109175867, 147808748414345923535841092514327527601, 443426245243037770607523277542982582803, 1330278735729113311822569832628947748409, 4000836207187339935467709497886843245227, 12002508621562019806393128493660529735681, 36007525864686059419179385480981589207043, 108022577594058178257538156442944767621129, 324067732782174534772614469328834302863387, 972203198346523604317843407986502908590161, 2916609595039570812953530223959508725770483, 8749828785118712438860590671878526177311449, 26249486355356137316581772015635578531934347, 78748459066068411949745316046906735595803041, 236245377198205235849235948140720206787409123, 70873613159461570754770784442216062036222737, 212620839478384712264312353326648186108668211, 637862518435154136792937059979944558325904633, 1913587555305462409378811179939833674977713899, 5740762665916387228136433539819500924933141697, 17222287997749161684409300619458502774809425091, 51666863993247485053227901858375508324428275273, 154990591979742455159683705575126524973284825819, 464971775939227365479051116725379574919854477457, 1394915327817682096437153350176138724759563432371, 4184745983453046289311459950528416174278690297113, 12554237950359138867934379851585248522836070891339, 37662713851077416603803139554755745568508212674017, 112988141553232249811409418664267236705524638022051, 338964424659696749434228255992801710116573914066153, 1016893273979090248302684767978405130349721742198459, 305067982193727074490805430393521539004916522659537, 915203946581181223472416291180564617014749567978611, 274561183974354367041724887354169385104424870393583, 823683551923063091325174662062508155313274611180749, 2471050655769189273975523986187524465939823833542247, 7413151967307567821926571958562573397819471490626741, 22239455891922703465779715875687720193458414471880223, 66718367675768108397339147627063160580375243415640669, 200155093027304325192017442881189481741125730246921907, 600465279081912975576052328643568445223377190740765721, 1801395837245738926728156985930705335670131572222287163, 5404187511737216780184470957792115907010394716666861489, 16212562535211650340553412873376347721031184149990584467, 4863768760563495102166023862012904316309355244997175339, 14591306281690485306498071586038712948928065734991526017, 43773918845071455919494214758116138846784197204974578051, 131321756535214367758482644274348416540352591614923734153, 393965269605643093275447932823045249621057774844771202459, 1181895808816929279826343798469135748863173324534313607377, 3545687426450787839479031395407407246589519973602940822131, 10637062279352363518437094186222221739768559920808822466393, 31911186838057080555311282558666665219305679762426467399179, 95733560514171241665933847675999995657917039287279402197537, 287190681542513724997801543027999986973751117861838206592611, 861572044627541174993404629083999960921253353585514619777833, 2584716133882623524980213887251999882763759060756543859333501, 7754148401647870574940641661755999648291277182269631577900503, 23262445204943611724821924985267998944873831546808894733701509, 70007335614830835174465774955803996834621494640426684101104527, 210022006844492505523397324867411990503864483921279052303313581, 630066020533477516570191974602235971511593451763837156909940743, 1890198061590432549710575923806707914534780355291511470729822229, 5670594184771297649131727771419123743604341065874534412189466687, 17011782554313892947395183314257371230813023197623603236568390051, 51035347662941678792185549942772113692439069592870809709705170153, 153106042988825036376556649828316341077317208778612429129115510459, 459318128966475109129669949484949023231951626335837287387346531377, 1377954386899425327389009848454847069695854879007511862162039594131, 4133863160698275982167029545364541209087564637022535586486118782393, 12401589482094827946501088636093623627262693911067606759458356347179, 37204768446284483839503265898280870881788081733202820278375069041537, 111614305338853451518509797694842612645364245199608460835125207124611, 334842916016560354555529393084527837936092735598825382505375621373833, 1004528748049681063666588179253583513808278206796476147516126864121501, 3013586244149043190999764537760750541424834620389428442548380592364503, 9040758732447129572999293613282251624274503861168285327645141777093509, 27122276197341388728997880839846754872823511583504855982935425331280527, 81366828592024166186993642519540264618470534750514567948806275993841581, 244090485776072498560980927558620793855411604251543693846418827981524743, 732271457328217495682942782675862381566234812754630981539256483944574229, 2196814371984652487048828348027587144698704438263892944617769451833732687, 6590443115953957461146485044082761434096113314791678833853308355501208061, 19771329347861872383439455132248284302288339944375036501559925066503624183, 59313988043585617150318365396744852906865019833125109504679775199510872549, 177941964130756851450955096190234558720595059499375328514039325598532617647, 533825892392270554352865288570703676161785178498125985542117976795597852941, 1601477677176811663058595865712110928485355535494377956626353930386793558823, 4804433031530434989175787597136332785456066606483133869879061791150380676469, 14413299094591304967527362791408998356368199819449401609637185373451142029407, 43239897283773914902582088374226995069104599458348204828911556120353426088221, 129719691851321744707746265122680985207313798375044614486734668361060278264663, 389159075553965234123238795368042955621941395125133843460203905083180834793989, 1167477226661895702369716386104128866865824185375401530380611715249542504381967, 3502431679985687107109149158312386590597472556126204591141835145748627513145901, 10507295039957061321327447474937159771792417668378613773425505437245882539437703, 31521885119871183963982342424811479315377252995135841320276516311737647618293109, 94565655359613551891947027274434437946131758985407523960829548935212942854879327, 283696966078840655675841081823303313838395276956222571882488646805638828564637981, 851090898236521967027523245469909941515185830868667715647465940416916485693913943, 2553272694709565901082569736409729824545557492605903146942397821250749457081741829, 7659818084128697703247709209229189473636672477817709440827193463752248371245225487, 22979454252386093109743127627687568420908017433453128322481580391256745113735676461, 68938362757158279329229382883062705262724052300359384967444741173770235341206929383, 206815088271474837987688148649188115788172156901078154902334223521310706023620788149, 620445264814424513963064445947564347364516470703234464707002670563932118070862364447, 1861335794443273541889193337842693042093549412109703394121008011691796354212587093341, 5584007383329820625667579913528079126280648236329109182363024035075389062637761280023, 16752022149989461876992739740584237378841944708987327547089072095226167187913283840069, 50256066449968385630978219221752712136525834126961982641267216285678501563739851520207, 150768199349905156892934657665258136409577502380885947923801648856035504691219554560621, 452304598049715470678803972995774409228732507142657843771404946568106513973658663681863, 1356913794149146412036411918987323227686197521427973531314214839704319541920975991045589, 4070741382447439236109235756961969683058592564283920593942644519112958625762927973136767, 12212224147342317708327707270885909049175777692851761781827933557338875877288783919410301, 36636672442026953124983121812657727147527333078555285345483800671916627631866351758230903, 110000017326080859374949365437973181442581999235665856036451401915749882895599055274692709, 330000051978242577924848096313939544327745997706997568109354205747249648686797165824078127, 990000155934727733774544288941818632983237993120992704328062617241748946058391497472134381, 2970000467804183201323632865825455898949713979362978112984187851725246838175174492416403143, 8910001303412549603970898597476367696849141938088934338952563555175740514525523477249209429, 26730003910237648811912695792429073090547425814266803016857690665527221543576570431747628287, 80190011730712946435738087377287219271642277442790409050573071996581664630729711295242884861, 240570035192138839307214262131861657814926832328371227151719215989744993892189133885728654583, 721710105576416517921642786395584973444780496985113681455157647969234981676567401657185963759, 2165130316729249553764928359186754920334341490955340944365472943907704945029702204971557891277, 6495390950187748661294785077560264760903024472866022833096418831723114835089106614914673673831, 19486172850563245983884355232680794282709073418598068499289256495169344505267319844744021021493, 58458518551689737951653065698042382848127219255794205497867769485508033515801959534232063064479, 175375555655069213854959197094127148544381657767382616493603308456524090547405878602696189193437, 526126666965207641564877591282381445633144973302147849480809925369572271642217635808088567580311, 1578380000895622924694632773847144336899434919906443548442429776108716814926652907424265692740933, 4735140002686868774083898321541432990698304759719330645327289328326150444779958722272797078222799, 14205420008060606372251694964624298972094914279157991935981867984978451334339876166818391234668397, 42616260024181819116755084893872896916284742837473975807945603954935353903019628490455173703905193, 127848780072545457350265254681618690748854228512421927423836811864806061709058885471355521111715579, 383546340217636372050795763944856072246562685537265782271510435594418185127176656413966563335146737, 1150638020652909116152387291834568216739688056611797346814531306783254555381529969241899689905439211, 3451914061958727348457161875503704650219064169835392040443593920349763666144589907725699069716317633, 10355742185876182045371485626511113950657192509506176121330781761049290998433769723177097209149952899, 31067226557628546136114456879533341851971577528518528363992345283147872995301309169531291627449878697, 93201679672885638408343370638599925555914732585555585091977035849443618987903927508593874882349656091, 279605039018656915225030111915799776667744197756666755275931107548330856963711782525781624647048968273, 83881511705597074

dva odstopa od konstantnega razmerja 2: od 8 smo prešli na 15 namesto na 16 (razmerje 1,88 namesto 2,00), od 60 smo pa prešli na 125 namesto na 120 in je kvociient 2,08 namesto 2,00.

Zaporedje s približnimi verižnimi razmerji 2,5 je: 1; 2.5; 6; 15; 40; 100.

Zaporedje s približnim verižnim razmerjem 3 je: 5,15,50, 150.

Zaporedje s približnimi verižnimi razmerji 4 pa: 1,4,15,60, 250,1000.

Seveda moramo meje razredov glede na problem prirediti z množenjem 10^x na poljubne veličine oziroma jih nadaljevati: n.pr. za prvo zgornjo zaporedje: 1000, 2000, 4000 itd.

1.4. Vzemimo kot primer frekvenčnih porazdelitev z relativno enakimi razredi odstotke za vrednost izvoza in uvoza za države v svetovni trgovini v letu 1928 in 1958, ki smo ga obravnavali že v tabeli 1.1. Ustrezne frekvenčne porazdelitve so prikazane v tabeli 1.2.

Tabela 1.2 Frekvenčne porazdelitve strukturnih deležev držav v svetovnem izvozu in uvozu v letu 1928 in 1958

Odstotek	izvoz		uvoz	
	1928	1958	1928	1958
nad 0,01-0,02	5	-	2	-
nad 0,02-0,04	6	6	7	4
nad 0,04-0,08	14	7	12	6
nad 0,08-0,15	12	17	14	14
nad 0,15-0,30	8	13	11	11
nad 0,30-0,60	19	18	18	25
nad 0,60-1,25	14	16	12	16
nad 1,25-2,50	9	10	12	9
nad 2,50-5,00	5	6	4	5
nad 5,00-10,00	2	2	2	4
nad 10,00-20,00	2	1	2	1
	96	96	96	95

Porazdelitev držav po deležih v svetovnem izvozu oziroma uvozu v tabeli 1,2 se bistveno razlikuje od porazdelitve v tabeli 1.1. Namesto J - distribucij dobimo frekvenčne porazdelitve, ki imajo tipično lastnost unimodalnih ali bimodalnih porazdelitev. Prvi vrh je v glavnem v vseh porazdelitvah v razredu nad 0,08 - 0,15, drugi vrh v razredu 0,30 - 0,60. To kaže na to, da je populacija heterogena in sestavljena iz dveh vsebinsko različnih skupin: razvite - nerazvite države.

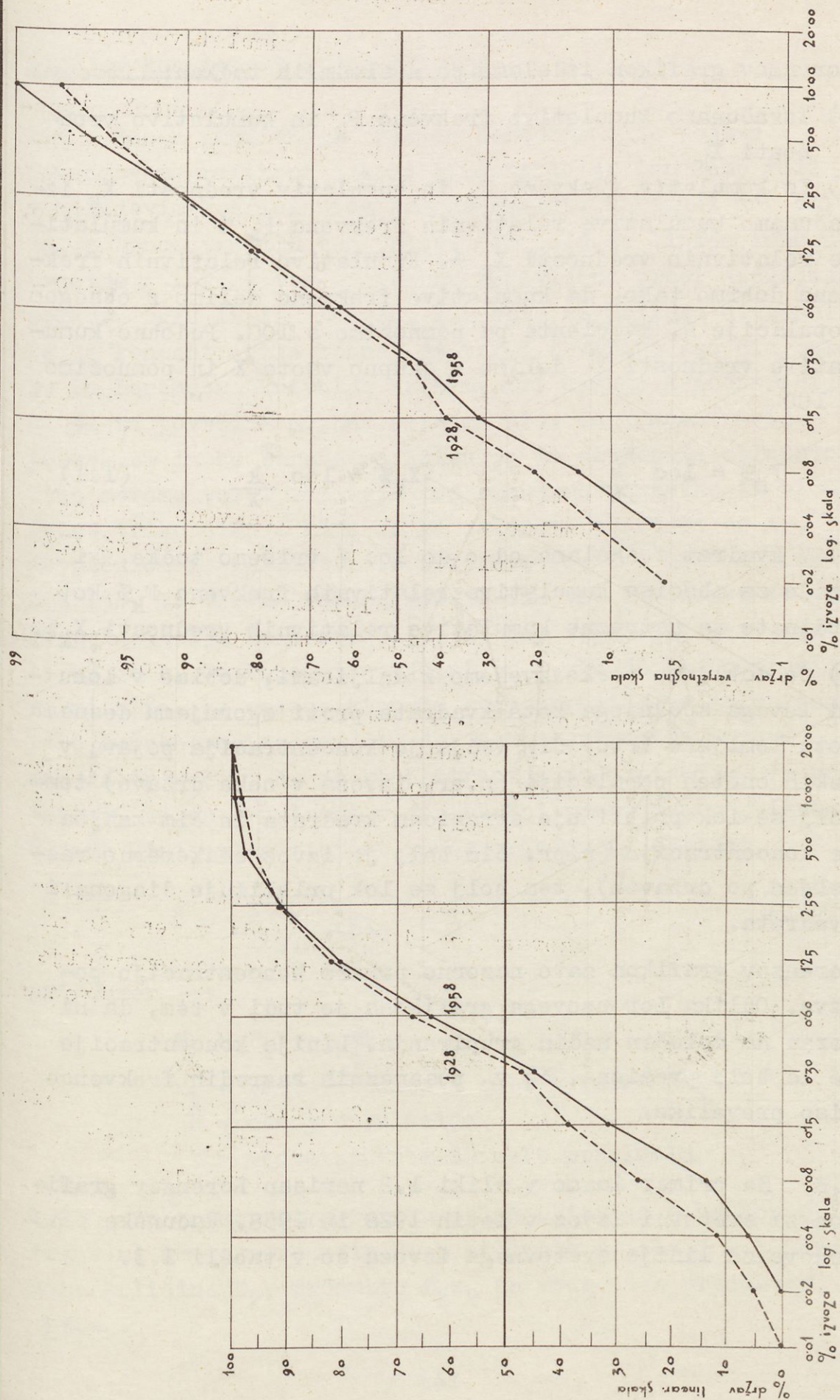
1.5 Frekvenčne porazdelitve tipa kot so prikazane v tabeli 1,2 grafično prikazujemo v histogramih ali poligonih, pri katerih je skala za znak logaritemska. V verjetnostnem grafikonu pa je ena os logaritemska, druga pa verjetnostna. V sliki 1.1 vidimo, da so linije kumulativ relativnih frekvenc na logaritemskem grafikonu precej regularne (v smeri premice) razen odklonov v razredu 0,15-0,30 zaradi bimodalnosti. Iz istega vzroka, zaradi katerega smo uvedli relativno enake razrede je tudi kot mera centralne tendence umestnejša geometrijska kot aritmetična sredina.

V grafikonu so prikazane frekvenčne porazdelitve strukturalnih deležev v svetovni zunanji trgovini v letu 1953.

1.6 Tretja vrsta grupiranja znaka v frekvenčni porazdelitvi nima nobene omejitve glede mej oziroma širine razredov. Razredi so formirani po vsebinskem kriteriju in imajo razrede prilagojene vsebini in cilju analize.

Lorenzov grafikon

1.7 Če za vsak razred v frekvenčni porazdelitvi razen frekvenc f_k poznamo še vsoto vrednosti podatkov x_k , noremo z Lorenzovim grafikonom nazorno prikazati koncentracijo pojave, ki ga prikazuje frekvenčna porazdelitev.



sl.1.1 Frekvenčne porazdelitve deležev držav v svetovnem izvozu v letih 1928 in 1958

Lorenzov grafikon izdelamo po naslednjih točkah:

- a) Izračunamo kumulativno frekvenco F_k in kumulativno vrednost X_k
- b) Iz kumulativ frekvenc F_k in kumulativ vrednosti X_k izračunamo kumulativne relativnih frekvenc $F_k\%$ in kumulativne relativnih vrednosti $X_k\%$. Kumulativno relativnih frekvenc dobimo tako, da kumulativno frekvenco delimo z obsegom populacije N , kvociente pa pomnožimo s 100. Podobno kumulativne vrednosti X_k delimo s skupno vsoto X in pomnožimo s 100

$$F_k\% = 100 \frac{F_k}{N} \qquad X_k\% = 100 \frac{X_k}{X} \qquad (1.1)$$

- c) V kvadrat s skalama od 0 do 100 % vrišemo točke, ki imajo za abscise kumulativne relativnih frekvenc $F_k\%$ kot ordinate pa ustrezne kumulativne relativnih vrednosti $X_k\%$.
- č) Če dobljene točke zvežemo z daljicami, dobimo v loku od levega spodnjega kota kvadrata proti zgornjemu desnemu kotu lomljeno črto. Čim večja je koncentracija pojava v nekih enotah populacije (n.pr. izvoza v neke države) tem bolj se lok približuje stranicam kvadrata in čim manjša je koncentracija (n.pr. čim bolj je izvoz enakomerno razdeljen po državah), tem bolj se lok približuje diagonali kvadrata.

Lorenzov grafikon zato nazorno pokaže koncentracijo pojava. Odlika Lorenzovega grafikona je tudi v tem, da ni vezan na določen način grupiranja. Linija koncentracije je le bolj precizna, če v posameznih razredih frekvence niso prevelike.

1.8. Za primer imamo v sliki 1.2 narisane Lorenzove grafikon za svetovni izvoz v letih 1928 in 1958. Računske osnove za linijo svetovnega izvoza so v tabeli 1.3.

Ginijev koeficient koncentracije

1.9. Razen grafičnega prikaza koncentracije pojava v Lorenzovem grafikonu jakost koncentracije izražamo tudi z Ginijevim koeficientom koncentracije. Nakazali smo že, da je koncentracija tem večja, čim bolj je linija koncentracije v Lorenzovem grafikonu ukrivljena proti spodnjemu desnemu oglu in tem manjša, čim bolj se prilega diagonali. Če je koncentracija močna, je torej površina med diagonalo in Lorenzovo krivuljo velika, pri majhni koncentraciji pa je ta površina majhna oziroma nič, če koncentracije pojava ni in se Lorenzova krivulja in diagonala skladata. Zato moremo vzeti razmerje med omenjeno ploščino in ploščino trikotnika ΔABC , ki ga oklepata abscisna os AB, navpičnica BC in diagonala kvadrata AC, kot mero koncentracije. To merilo koncentracije ima vse lastnosti dobrega pokazatelja koncentracije: a) ima vrednosti med 0 in 1; b) je 0, če koncentracije ni in 1, če je koncentracija maksimalna, za vmesne stopnje koncentracije pa je pokazatelj koncentracije manjši, če je koncentracija pojava manjša in večji, če je koncentracija pojava večja. Iz podatkov, ki so grupirani v frekvenčni porazdelitvi, izračunamo Ginijev koeficient koncentracije po obrazcu

$$C = \frac{\sum f_k x_k}{N \cdot X} - 1 \quad (1.2)$$

pri čemer je:

$$\phi_k = F_k + F_{k+1}$$

x_k = vsota vrednosti enot v razredu k

N = obseg populacije

X = vsota znaka x za celo populacijo

1.10. Za primer strukturnih deležev izvoza v svetovni trgovini imamo v zadnjih dveh stolpcih v tabeli 1.3 nakazane količine ϕ_k , produkte $\phi_k x_k$ in vsoto teh produktov $\sum \phi_k x_k$.

Tako dobimo za svetovni izvoz v letu 1958 po podatkih iz tabele 1.3 in po obrazcu 1.2 Ginijev koeficient koncentracije

$$C_{58} = \frac{16219,28}{96100} - 1 = 0,690$$

Če primerjamo koeficient koncentracije za izvoz $C_{58} = 0,690$ z indeksom koncentracije izvoza v letu 1928 $C_{28} = 0,728$, spoznamo, da se je koncentracija v izvozu zmanjšala in je indeks $I_{58/28} = 100 \cdot C_{58}/C_{28} = 100 \cdot 0,690/0,728 = 94,7$.

Tabela 1.3 Računske osnove za Lorenzov grafikon in Ginijev koeficient koncentracije za strukturne deleže držav v svetovnem izvozu v letu 1958

% izvoza	f_k	F_k	$F_k\%$	x_k	X_k	$X_k\%$	ϕ_k	$x_k \phi_k$
0,02-0,04	6	0	0,00	0,18	0,00	0,00	6	1,08
0,04-0,08	7	6	6,25	0,40	0,18	0,18	19	7,60
0,08-0,15	17	13	13,54	1,93	0,58	0,58	43	82,99
0,15-0,30	13	30	31,25	3,16	2,51	2,51	73	230,68
0,30-0,60	18	43	44,79	7,14	5,67	5,67	104	742,56
0,60-1,25	16	61	63,54	13,45	12,81	12,81	138	1856,10
1,25-2,50	10	77	60,21	18,21	26,26	26,26	164	2986,44
2,50-5,00	6	87	90,62	22,19	44,47	44,47	180	3994,20
5,00-10,00	2	93	96,87	16,77	66,66	66,66	188	3152,76
10,00-20,00	1	95	98,96	16,57	83,43	83,43	191	3164,87
	96	96	100,00	100,00	100,00	100,00		16219,28

V našem primeru sta vrsti x_k in $X_k\%$ identični, ker proučujemo v osnovi že strukturne deleže, katerih skupna vsota je 100.

Lorenzov grafikon in Ginijev koeficient koncentracije
iz negrupiranih podatkov

1.11. Pri proučevanju pojavov iz zunanje trgovine dostikrat naletimo na populacije, ki imajo razmeroma majhno število enot. Zato zanje ne pride v poštev grupiranje v frekvenčne porazdelitve. Najbolj tipičen primer je skupnost držav uvoznic ali izvoznic za določeno državo.

Kljub temu, da nimamo frekvenčne porazdelitve, pa moremo tudi iz negrupiranih podatkov narisati Lorenzov grafikon po naslednjem postopku:

- a) Podatke uredimo po velikosti v ranžirno vrsto in pripišemo posameznim podatkom range R
- b) Po obrazcu

$$R \% = 100 \cdot \frac{R}{N} \quad (1.3)$$

izračunamo relativne range R %

- c) Iz rangiranih podatkov znaka X_i izračunamo kumulativne vsote X_i in relativne vsote $X_i\%$ po obrazcu

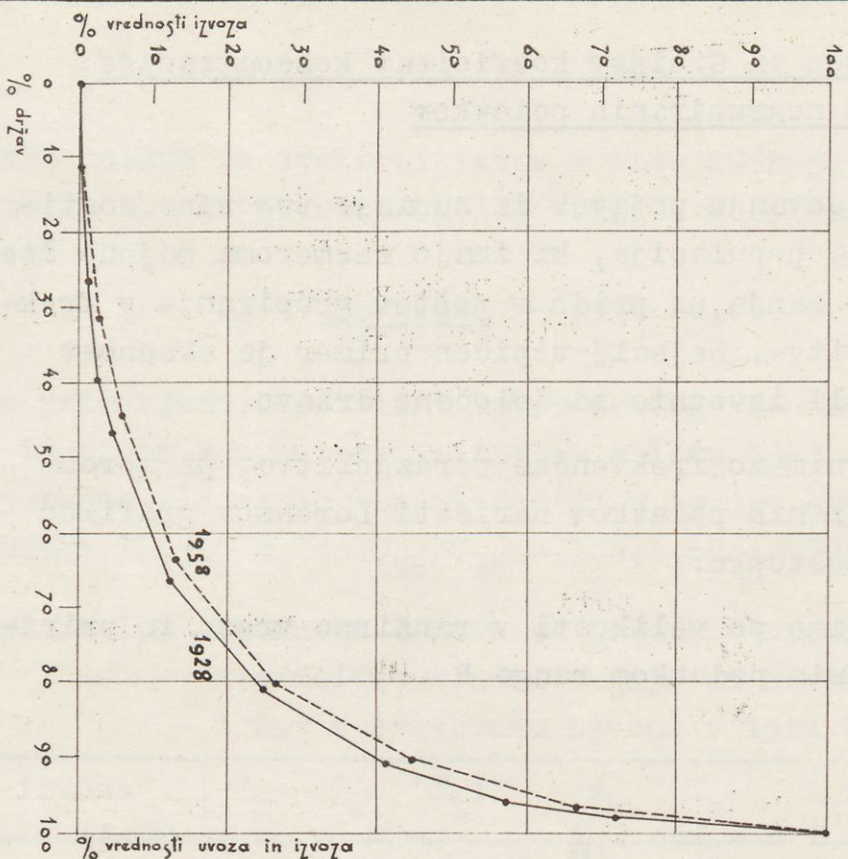
$$X_i \% = 100 \cdot \frac{X_i}{X} \quad (1.4)$$

Pri računanju kumulativnih vsot moramo paziti, da je

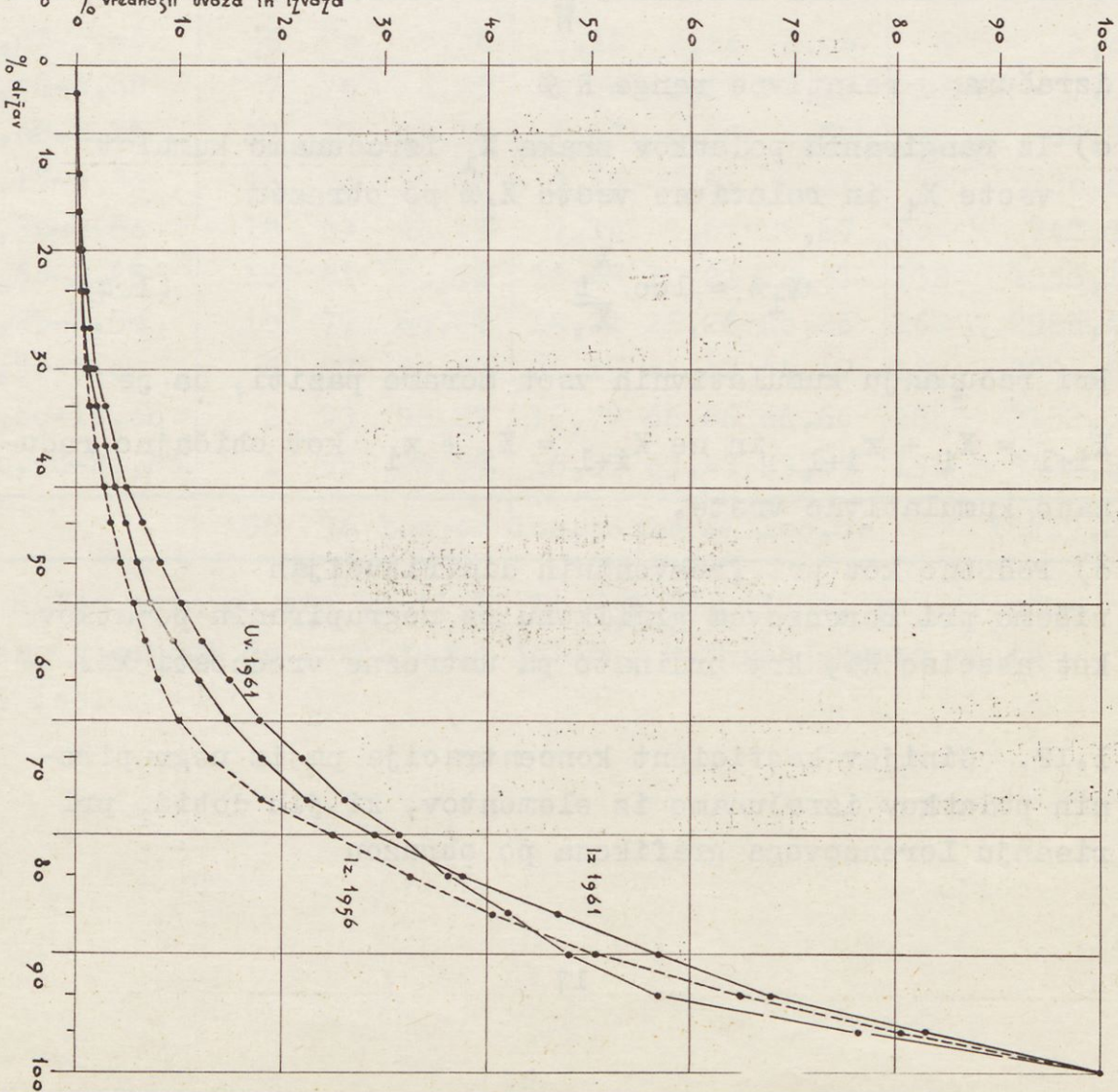
$X_{i+1} = X_i + x_{i+1}$ in ne $X_{i+1} = X_i + x_i$ kot običajno računamo kumulativne vrste.

- č) Podobno kot pri frekvenčnih distribucijah rišemo pri Lorenzovem grafikonu iz negrupiranih podatkov kot absciso R%, kot ordinato pa ustrezne vrednosti X%.

1.12. Ginijev koeficient koncentracije pa iz negrupiranih podatkov izračunamo iz elementov, ki jih dobimo pri risanju Lorenzovega grafikona po obrazcu



sl.1.2 Lorenzov grafikon za svetovni izvoz v letih
1928 in 1958



sl.1.3 Lorenzov grafikon za vrednosti uvoza in izvoza FLRJ v
Evropi (l. trimesecje 1961)

$$C = 1 - \frac{2 \sum X_k - X}{N \bar{X}} \quad (1.5)$$

pri čemer je $\bar{X} = \sum x_k$

Če računamo Ginijev koeficient koncentracije iz kumulativnih relativnih vsot pa velja obrazec

$$C = 1 - \frac{2 \sum X_k\% - 100}{100 \cdot N} \quad (1.6)$$

pri čemer je $\sum X_k\% = \sum x_k\%$ vsota kumulativnih relativnih vsot.

1.13 Za primer vzemimo vrednost izvoza FLRJ v evropske države v prvem tromesečju 1961.

Tabela 1.4 Elementi za Lorenzov grafikon in izračun Ginijevega koeficienta koncentracije za vrednost izvoza FLRJ v evropske države v 1. tromesečju 1961 (vrednost izvoza x_i v mlj.din).

država	R	R%	x_i	X_i	$X_i\%$
Island	1	3,8	0	0	0,0
Portugal	2	7,7	0	0	0,0
Irska	3	11,5	3	3	0,0
Albanija	4	15,4	12	15	0,1
Finska	5	19,2	26	41	0,1
Malta	6	23,1	43	84	0,3
Norveška	7	26,9	48	132	0,4
Danska	8	30,8	125	257	0,9
Španija	9	34,6	225	482	1,6
Belgija-Lux	10	38,5	228	710	2,4
Holandska	11	42,3	293	1003	3,4
Bolgarija	12	46,2	318	1321	4,5
Švica	13	50,0	325	1646	5,6
Švedska	14	53,8	385	2031	6,9
Romunija	15	57,7	621	2652	9,0
Francija	16	61,5	737	3389	11,6
Grčija	17	65,4	823	4212	14,4
Madžarska	18	69,2	1052	5264	17,9
ČSR	19	73,1	1188	6452	22,0
Avstrija	20	76,9	1939	8391	28,6
Poljska	21	80,8	2583	10974	37,4
NDR	22	84,6	2679	13653	46,5
Zap. Nemčija	23	88,5	2885	16538	56,4
Anglija	24	92,3	3268	19806	67,5
Italija	25	96,1	4531	24337	83,0
SSSR	26	100,0	5000	29337	100,0
					520,5

V Lorenzov grafikon nanašamo R% kot abscise in X% kot ordinate. V sliki 1.3 sta razen Lorenzove krivulje za izvoz v 1. tromesečju 1961 narisani Lorenzovi krivulji tudi za uvoz v istem razdobju in za izvoz v letu 1956.

Če za zgornji primer izračunamo še Ginijev koeficient koncentracije, dobimo po obrazcu 1.6

$$C_I = 1 - \frac{2\sum X\% - 100}{100 \cdot N} = 1 - \frac{2 \cdot 520,5 - 50}{100 \cdot 26} = 0,638$$

Podobno dobimo, da je indeks koncentracije za uvoz za isto razdobje $C_u = 0,641$. Razlika med koeficientoma je minimalna. Pač pa opazimo znatne razlike v Lorenzovih krivuljah, ki izvirajo iz različne strukture izvoza in uvoza. Za izvoz za leto 1956 $C_{I,56} = 0,680$ je koeficient koncentracije znatno večji, kar je razvidno tudi iz Lorenzovega grafikona.

Specifični primeri analize z relativnimi števili

1.14 Najpogostejše in najbolj efektno primerjamo statistične podatke z relativnimi števili. O relativnih številih govorimo v statistiki vselej, kadar izračunamo kvociente med podatkom, ki ju primerjamo. Tako dobimo strukturne deleže, če primerjamo z relativnim številom del s celoto, n.pr. uvoz iz SSSR v FLRJ v primerjavi s skupnim uvozom v Jugoslavijo, statistične koeficiente, če primerjamo med seboj dva podatka, ki sta sicer raznovrstna, sta pa v vsebinski zvezi. V to skupino relativnih števil spadajo koeficienti proizvodnje potrošnje, uvoza ali izvoza na prebivalca, koeficienti, ki jih dobimo, če proizvodnjo primerjamo z izvršeni mi urami ali številom delavcev, itd. Tretjo vrsto relativnih števil - indekse - dobimo, če med seboj primerjamo istovrstne pojave, ki pa so si prirejeni. Najpogostejše izračunavamo časovne indekse, ki v znatni meri pripomorejo k analizi dinamike pojavov in jih zato podrobneje obravnavamo v poglavju o dinamiki pojavov. Imamo tudi druge vrste indeksov.

Stvarne indekse dobimo, če se primerjano podatka razlikujeta med seboj v stvarnem znaku n.pr. razmerje med izvozom in uvozom. Krajevne indekse pa dobimo, če n.pr. primerjamo razmerja med izvozom in uvozom za posamezne države z razmerjem med izvozom in uvozom za neko karakteristično državo, s povprečnim razmerjem itd.

1.15 V nadaljnjem navajamo tri primere grafičnega prikazovanja struktur. Z njimi želimo prikazati, kako z enostavnimi sredstvi statistične analize, če jih uporabimo kombinirano, kompleksno analiziramo statistične podatke.

Za prvi primer navedimo časovni vrsti struktur vrednosti uvoza in izvoza Jugoslavije po stopnji obdelave. Ker imamo tri stopnje obdelave: neobdelani produkti, navadna obdelava in visoka obdelava, najlepše prikažemo razvoj strukture izvoza in uvoza po stopnji obdelave v trikotniku.

Ker ponazarja enačba

$$X\% + Y\% + Z\% = 100 \quad (1.7)$$

ravnino v prostoru z ordinatnimi odseki 100, leže vse točke trojne strukture, prikazane v prostoru, v ravnini, ki v pozitivnem kvadrantu predstavlja trikotnik. Če ta trikotnik položimo v horizontalno ravnino, dobimo trikotnik, v katerem so s točkami prikazane trojne strukture.

V sliki 1.4 so prikazane s točkami časovne vrste strukture po stopnji obdelave iz tabele 1.5.

Tabela 1.5 Struktura vrednosti izvoza in uvoza Jugoslavije
v razdobju 1952-1961

(N = neobdelani; NO = navadna obdelava, VO = visoka obdelava)

Leto	i z v o z				u v o z			
	skup.	N	NO	VO	skup.	N	NO	VO
1939	100	56	39	5	100	20	26	54
1952	100	50	43	7	100	28	25	47
1953	100	33	50	7	100	38	18	44
1954	100	37	46	17	100	39	20	41
1955	100	38	46	16	100	42	18	40
1956	100	37	43	20	100	45	19	36
1957	100	32	41	27	100	36	23	41
1958	100	35	36	29	100	26	25	49
1959	100	26	37	37	100	30	23	47
1960	100	26	38	36	100	20	23	57
1961	100	25	38	37	100	24	22	54

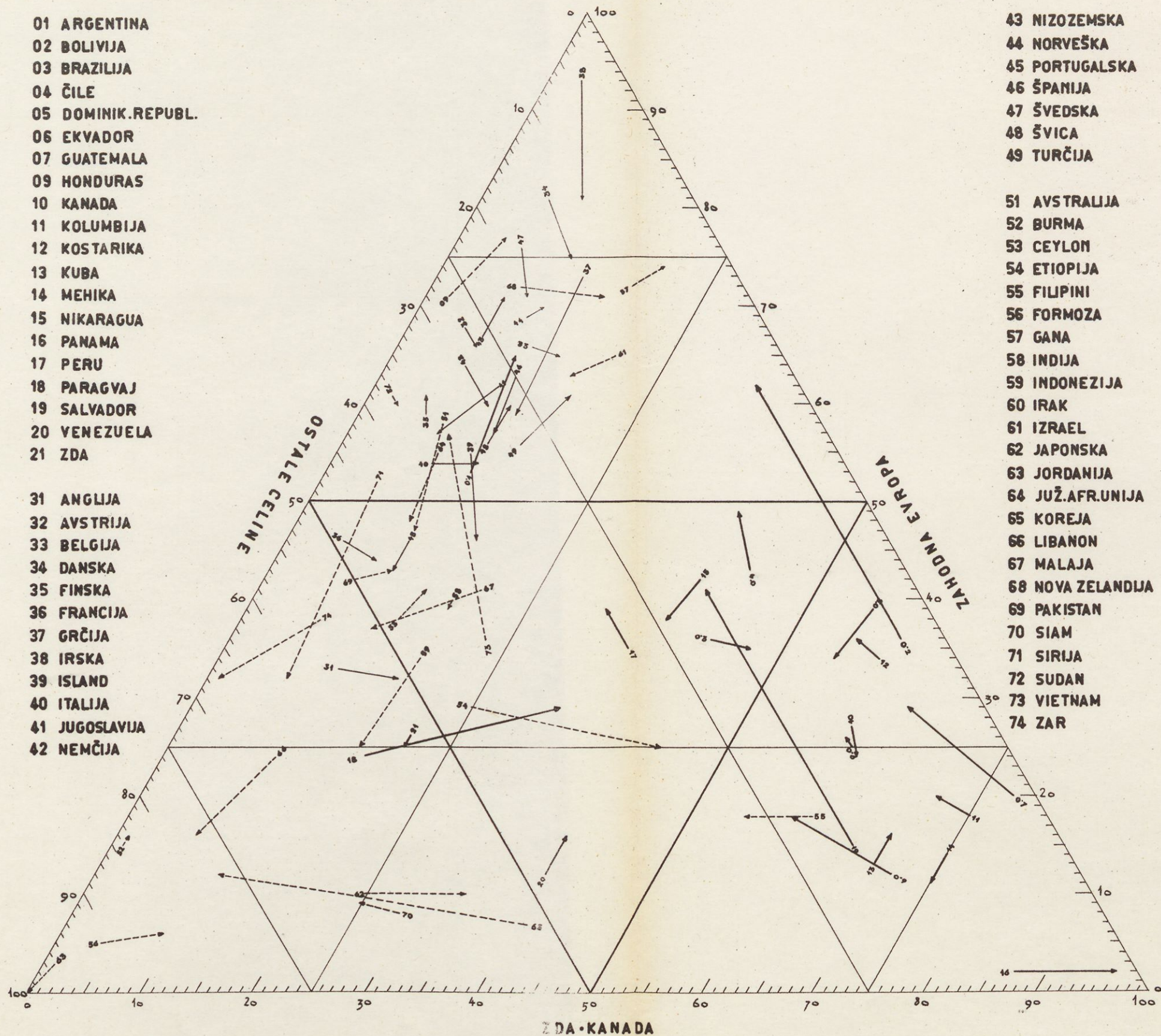
Struktura uvoza kaže tipičen razvoj. Od leta 1952 do 1956 se je odstotek uvoza neobdelanih produktov večal na račun produktov navadne in visoke obdelave. Od leta 1957 pa se smer obrne in je delež neobdelanih produktov v uvozu od leta do leta manjši, večja pa se predvsem delež produktov visoke obdelave. Vzrok tega preokreta je sprememba v ekonomski politiki.

Struktura izvoza kaže tendenco k stalnemu manjšanju deleža neobdelanih produktov predvsem na račun večjega izvoza visoko obdelanih produktov, kar je v zvezi z vedno večjo industrializacijo države. Enako kaže postopno zmanjšanje v našem izvozu tudi odstotek produktov navadne obdelave, čeprav to zniževanje ni tako intenzivno kot pri neobdelanih produktih. Struktura izvoza po stopnji obdelave pa je v razdobju 1959-1961 ustaljena.

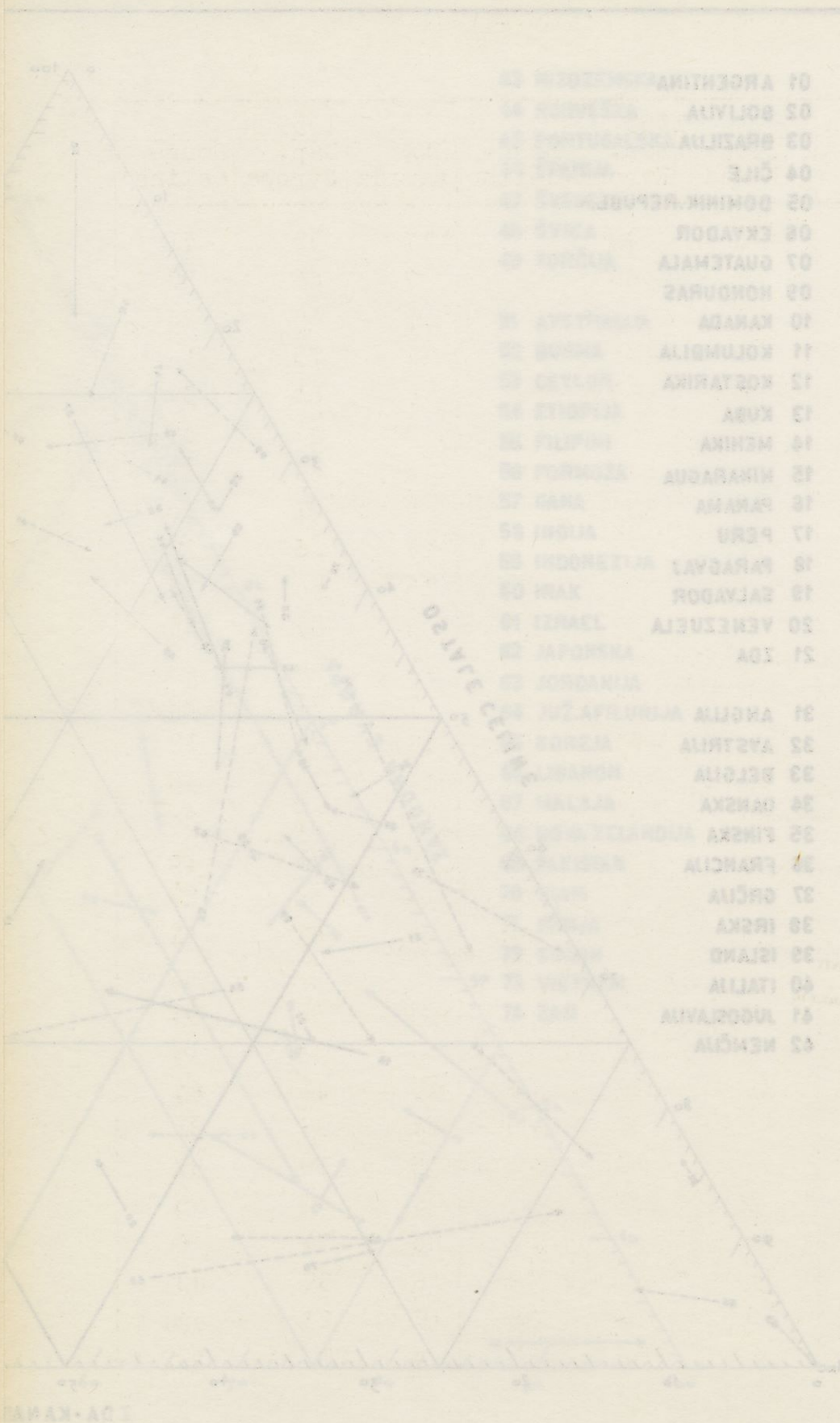
1.16 Kot drugi primer uporabe trikotniške strukture pri analizi podatkov iz zunanje trgovine vzemimo dinamiko v regionalni orientaciji izvoza pomembnejših držav izvoznic v razdobju 1955-1959. Da ne preobremenimo grafikona, smo od časovne vrste struktur v razdobju 1955-1959 vzeli samo začetno leto 1955 in končno leto 1959. Izvoz je razdeljen v tri regionalne grupe: ZDA + Kanada, Zapadna Evropa, druge države. Za vsako državo izvoznico imamo torej strukturno točko za leto 1955 in strukturno točko za leto 1959. Za vsako državo sta točki povezani v vektor, usmerjen od leta 1955 proti letu 1959.

Tabela 1.6 Regionalna orientacija izvoza za pomembnejše države izvoznice v razdobju 1955-1959

Šifra	Država	1955			1959		
		ZDA Kanada	Zap. Evropa	Druge celine	ZDA Kanada	Zap. Evropa	Druge celine
01	Argentina	13	53	34	15	65	24
02	Bolivija	60	36	4	34	62	4
03	Brazilija	43	36	21	47	35	18
04	Čile	43	43	14	39	49	12
05	Domin.republika	56	39	5	55	34	11
06	Ekvador	61	25	14	60	26	14
07	Guatemala	78	20	2	64	29	7
08	Honduras	71	12	17	59	18	23
09	Kanada	60	27	13	62	24	14
10	Kolumbija	75	18	7	71	20	9
11	Kostarika	59	34	7	56	36	8
12	Kuba	69	13	18	69	16	15
13	Mehika	75	14	11	75	11	14
14	Mikaragua	39	42	19	38	36	24
15	Panama	87	2	11	96	2	2
16	Peru	36	35	29	32	39	39
17	Paragvaj	18	24	58	33	29	38
18	Salvador	66	25	9	40	41	19
19	Venezuela	40	12	48	40	16	44
20	ZDA	21	26	53	21	25	54



sl.1.5 Regionalna orientacija izvoza pomembnejših držav izvoznic od 1955-1959



Šifra	Država	1955			1959		
		ZDA Kanada	Zap. Evropa	Druge celine	ZDA Kanada	Zap. Evropa	Druge celine
31	Anglija	11	33	56	17	32	51
32	Avstrija	5	63	27	7	66	27
33	Belgija	12	66	22	15	65	20
34	Danska	6	81	13	11	75	14
35	Finska	6	59	45	5	61	34
36	Francija	5	46	49	9	44	47
37	Grčija	13	73	14	14	59	37
38	Irska	3	93	4	9	81	10
39	Island	12	55	33	17	46	37
40	Italija	9	54	37	13	54	33
41	Jugoslavija	11	62	27	8	57	45
42	Nemčija	7	64	29	11	60	29
43	Nizozemska	7	67	26	7	71	22
44	Norveška	10	69	21	11	70	19
45	Portugalska	11	46	43	11	43	46
46	Španija	12	63	25	13	57	30
47	Švedska	6	76	18	9	71	20
48	Švica	13	56	31	13	60	27
49	Turčija	16	56	28	18	61	21
51	Avstralija	8	58	34	11	47	42
52	Burma	1	15	84	1	16	83
53	Ceylon	14	38	48	15	41	44
54	Etiopija	25	29	46	44	25	31
55	Filipini	61	18	21	55	18	37
56	Formoza	4	5	91	9	6	85
57	Gana	18	72	10	20	74	6
58	Indija	18	40	42	18	39	43
59	Indonezija	18	34	38	17	25	53
60	Irak	2	71	27	4	77	19

Šifra	Država	1955			1959		
		ZDA Kanada	Zap. Evropa	Druge celine	ZDA Kanada	Zap. Evropa	Druge celine
61	Izrael	20	65	15	17	63	20
62	Japonska	25	10	65	34	10	56
63	Jordanija	1	3	96	-	-	100
64	Juž.afr.Unija	9	55	36	10	48	42
65	Koreja	41	7	52	11	12	57
66	Libanon	10	24	66	7	16	76
67	Malaja	20	41	39	12	37	51
68	Nova Zelandija	8	72	20	16	71	13
69	Pakistan	8	42	50	11	43	46
70	Siam	29	8	63	25	9	74
71	Sirija	5	52	43	7	32	61
72	Sudan	2	61	36	3	60	37
73	Vietnam	23	36	41	9	57	34
74	ZAR	7	38	55	1	32	67

V grafikonu je prikazanih za 64 držav 128 strukturnih vrst za skupno 384 podatkov. Države so grupirane po celinah. Podatki se nanašajo na 21 ameriških držav, 19 evropskih in 24 držav iz drugih celin. V grafikonu so začetki usmerjenih vektorjev, ki ustrezajo regionalni strukturi v letu 1955 za ameriške države, zaznamovani s kvadratom, za evropske države s krogi, za države drugih celin pa s trikotniki.

Ne da bi se spuščali v podrobno analizo grafikona, moremo iz njega napraviti nekaj splošnih zaključkov. Če statično proučimo lego vektorjev glede na položaj v trikotniku, sklepamo, da večina ameriških držav izvaža predvsem v ZDA in Kanado, da evropske države izvažajo pretežno v evropske države. Približno isto velja tudi za večino držav iz drugih kontinentov. Večina teh držav izvaža predvsem v države izven Evrope in Severne Amerike.

Če pa proučimo dinamiko izvoza pa iz usmeritve in dolžine vektorjev sklepamo, da se je v razdobju 1955-1959 regionalna struktura izvoza večine ameriških držav preusmerila proti zahodni Evropi. To sklepamo iz smeri vektorjev. Dinamika v strukturi je precejšnja, na kar sklepamo iz dolžine vektorjev.

Regionalna preusmeritev izvoza za evropske države je bolj pestra in imamo primere držav, ki so v letu 1959 v primerjavi z letom 1955 povečale delež izvoza v evropske države, druge pa so ga zmanjšale.

Vektorji za države iz drugih oelin so v veliki meri usmerjeni proti trikotu, v katerem je čez 50 % izvoza v neevropske in neameriške države, kar kaže na povečano medsebojno trgovino med temi državami.

Vektorji za te države so v primerjavi z večino vektorjev za ameriške države, posebno pa za evropske države znatno daljši. Spremembe v orientaciji izvoza v razdobju 1955-1959 so za te države znatno večje.

1.17 Kot tretji primer za specifičen grafični prikaz struktur vzemimo strukturo izvoza in uvoza FLRJ po količini in vrednosti. V logaritemskem grafikonu, v katerem sta obe osi logaritemski, je abscisa os za odstotke uvoza, ordinatna os pa os za odstotke izvoza. V ta grafikon so vnešeni podatki iz tabele 1,7, katera prikazuje strukturo uvoza in izvoza po količini in vrednosti po panogah. Za vsako panogo je za odstotek vrednosti uvoza in izvoza v grafikonu 1,7 narisana točka. Prav tako je narisana točka iz podatkov o strukturnih deležih za količino. Ti dve točki sta povezani v vektor, ki je usmerjen od točke za količino proti točki za vrednost.

Iz mesta, kjer vektor leži, sklepamo na delež, ki ga predstavlja posamezna panoga v celotni zunanji trgovini.

Čimbolj je vektor pomaknjen proti desni in čim višje leži, tem večji je delež določene panoge v zunanji trgovini.

Glede na to, ali je posamezno krajišče ali ves vektor nad ali pod črto pod kotom 45 %, ki teče v diagonali grafikona, velja, da je razmerje vrednosti in količin izvoza in uvoza večje ali manjše kot je razmerje med skupnim izvozom in uvozom.

Iz smeri in dolžine vektorja sklepamo na razlike v vrednosti na enoto teže za posamezne panoge. Če točki za vrednost in količino sovpadata in je dolžina vektorja nič, je vrednost na enoto teže tako pri izvozu kot pri uvozu enaka kot je v povprečju za vso zunanjo trgovino v Jugoslaviji. Čim daljši je vektor, tem večje so v splošnem razlike med vrednostjo na enoto teže za določeno panogo in povprečjem za zunanjo trgovino v FLRJ. Iz slike 1.6a vidimo, da je razlika med ordinatama točk V in Q v sorazmerju z logaritmom indeksa vrednosti izvoza na enoto količine (baza = povprečje V_i/Q_i). Razlika med abscisama pa je v sorazmerju z logaritmom indeksa vrednosti uvoza na enoto količine (baza = povprečje V_n/Q_n). Iz smeri vektorja pa posredno sklepamo na razlike v sestavu med izvozom in uvozom.

V sliki 1.6b je osem sektorjev vseh možnih smeri vektorjev. Dvojni krog, v katerem notranji krog predstavlja uvoz, zunanji kolobar pa izvoz, je razdeljen v osem sektorjev A do H. V posameznih krogovih izsekih za uvoz in v delih kolobarja za izvoz je --, -, +, ++ označeno, ali je indeks vrednosti na enoto teže pri izvozu v primerjavi z indeksom vrednosti na enoto teže pri uvozu močnejše narastel ali padel oziroma obratno. Enojen znak + ali - pomeni, da je porast (+) ali padec (-) vrednosti na enoto teže v izvozu ali uvozu šibkejši kot v sektorju, v katerem je dvojni plus (++) ali minus (--).

Če je smer vektorja v sektorju A, je v tej panogi vrednost izvoza in uvoza na enoto teže večja kot je v povprečju, vendar je povečanje relativno večje pri uvozu kot pri izvozu.

Če je smer vektorja v sektorju B, je za to panogo vrednost izvoza in na enoto večja kot v povprečju, vendar je relativno

povečanje večje pri izvozu kot pri uvozu.

Če je smer vektorja v sektorju C, je vrednost izvoza na enoto teže za to panogo večje kot v povprečju, za uvoz pa manjše, vendar je relativno zvečanje izvoza večje kot je zmanjšanje uvoza.

Če je smer vektorja v sektorju D, je vrednost izvoza na enoto teže večje kot v povprečju, vrednost uvoza na enoto teže pa manjše kot je povprečje; relativno pa je zmanjšanje za uvoz večje kot pa zvečanje za izvoz.

Če je smer vektorja v sektorju E je tako za uvoz kot za izvoz vrednost na enoto teže v tej panogi manjše kot v povprečju, vendar je relativno zmanjšanje za uvoz večje kot za izvoz.

Če je smer vektorja v sektorju F, je za uvoz in za izvoz vrednost na enoto teže manjša kot v povprečju, relativno zmanjšanje pa je za izvoz večje kot za uvoz.

Če je smer vektorja v sektorju G, je za to panogo vrednost izvoza na enoto teže manjša kot v povprečju, vrednost uvoza na enoto teže pa večja kot je povprečna. Relativno pa je zmanjšanje vrednosti na enoto teže pri izvozu večje kot pri uvozu.

Če je smer vektorja v sektorju H, je za to panogo vrednost izvoza na enoto teže manjši kot je povprečje, vrednost na enoto teže za uvoz pa večje kot v povprečju. Relativno pa je zvečanje uvoza večje kot zmanjšanje izvoza.

Iz lege točk za vrednost in količino oz. iz dolžine in smeri vektorja, ki ga dobimo, če povežemo ti točki, za vsako panogo posebej analiziramo strukturo zunanje trgovine v primerjavi s povprečnimi količinami.

TABELA 1.7

Struktura količin in vrednosti izvoza in uvoza za I. polletje 1961 v FLRJ

Vir: Statistika spoljne trgovine 1961, tabela 1-7 in 1-8

Panoga dejavnosti	K o l i č i n a				V r e d n o s t			
	i z v o z		u v o z		i z v o z		u v o z	
	t	o/oo	t	o/oo	mlj din	o/oo	mlj din	o/oo
Skupno	2 428 918	1000,00	2 652 484	1000,00	81 520 346	1000,00	124 115 533	1000,00
Industrija	1 708 908	703,57	2 268 021	855,06	60 045 756	736,52	106 725 208	859,89
111 Elektroenergija	-	-	-	-	117 445	1,44	361	0,00
112 premog in deriv.	80 886	33,30	771 623	290,91	394 624	4,84	540 050	28,62
113 nafta in deriv.	143 686	59,16	181 829	68,55	865 473	10,66	1 590 413	12,81
114 črna metalurgija	118 539	48,80	372 064	140,27	203 102	39,29	10 191 116	82,11
115 barvna metalurg.	628 991	258,96	34 250	12,92	208 750	88,42	4 180 617	33,69
116 nekovine	173 923	71,60	194 611	73,37	058 227	25,25	2 070 806	16,68
117 kovinska industr.	53 778	22,14	95 157	35,87	938 785	109,64	209 357	348,15
118 ladjedelništvo	41 792	17,21	12 587	4,75	624 344	68,99	496 719	4,00
119 elektroindustr.	19 622	8,08	8 459	3,19	583 148	43,95	6 991 900	56,33
120 kemična industr.	52 608	21,66	359 126	135,39	698 429	20,83	9 737 774	78,47
121 ind. gradb. mater.	18 550	7,64	20	0,01	144 220	1,77	568	0,00
122 lesna industrija	271 946	111,96	7 233	2,73	245 071	113,40	421 146	3,39
123 papirna industr.	17 689	7,28	29 662	11,18	889 385	10,91	771 438	14,27
124 tekstilna ind.	16 004	6,59	42 066	15,86	519 822	55,44	12 662 817	102,03
125 industrija usnja in obutve	3 342	1,38	53	0,02	315 017	16,13	57 171	0,46
126 industrija gume	75	0,03	15 979	6,02	15 204	0,19	3 870 306	31,18
127 živilska industr.	60 038	24,72	143 047	53,93	824 406	95,97	5 501 114	44,33
128 grafična industr.	66	0,03	249	0,09	27 917	9,34	348 852	2,81
129 tobakna industr.	7 372	3,04	1	0,00	311 596	28,35	1 314	0,01
130 filmska industr.	1	0,00	5	0,00	56 773	0,70	81 369	0,66

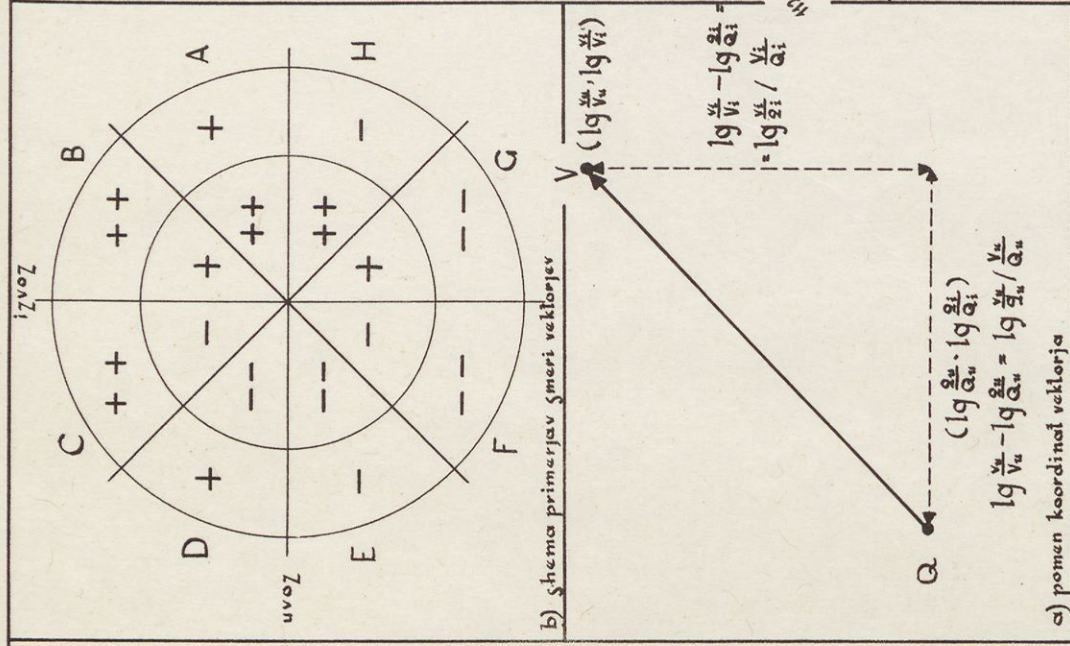
Panoga dejavnosti	K o l i č i n a				V r e d n o s t			
	i z v o z		u v o z		i z v o z		u v o z	
	t	o/oo	t	o/oo	mlj din	o/oo	mlj din	o/oo
Kmetijstvo	402 512	165,72	381 728	143,91	19 632 093	240,81	17 243 673	138,93
211 poljedelstvo	286 172	117,82	302 423	114,01	6 476 905	79,45	8 546 577	68,86
212 sadjarstvo	3 147	1,30	37 814	14,26	154 364	1,89	1 633 907	13,16
214 živinoreja	84 565	34,81	30 345	11,44	11 314 702	138,79	6 334 235	51,03
215 ribolov	1 575	0,65	6 683	2,52	200 846	2,46	548 240	4,42
216 domača predelava kmetijskih proizvodov.	27 053	11,14	4 463	1,68	1 485 276	18,22	180 714	1,46
Gozdarstvo	317 498	130,72	2 735	1,03	1 842 497	22,60	146 652	1,18
313 eksploatacija gozdov	310 833	127,97	1 523	0,57	1 320 223	16,19	77 493	0,62
314 lov in zdravilna zelišča	6 665	2,75	1 212	0,46	522 274	6,41	69.159	0,56

Iz grafikona napravimo več zanimivih zaključkov. Odločno odstopa od povprečnih odnosov eksploatacija gozdov. Na to panogo odpade količinsko čez 100 o/oo vsega izvoza, na uvoz pa pod 1 o/oo. Vektor za to panogo je usmerjen navzdol, kar pomeni, da je vrednost izvoza na enoto količine iz te panoge znatno pod povprečno vrednostjo izvoza na enoto količine, da pa je vrednost uvoza na enoto teže za to panogo malenkostno nad povprečno. Za večino panog so vektorji usmerjeni tako, da izražajo za izvoz in za uvoz večjo ali manjšo vrednost na enoto količine. To je posledica narave panoge same. Le za nekaj panog je to razmerje obrnjeno in imamo vrednost na enoto količine za izvoz večji, za uvoz pa manjši kot je povprečje (panoge 118, 127, 212, 216), za panogi 115 in 313 pa obrnjeno razmerje večje vrednosti uvoza in manjše vrednosti izvoza na enoto količine.

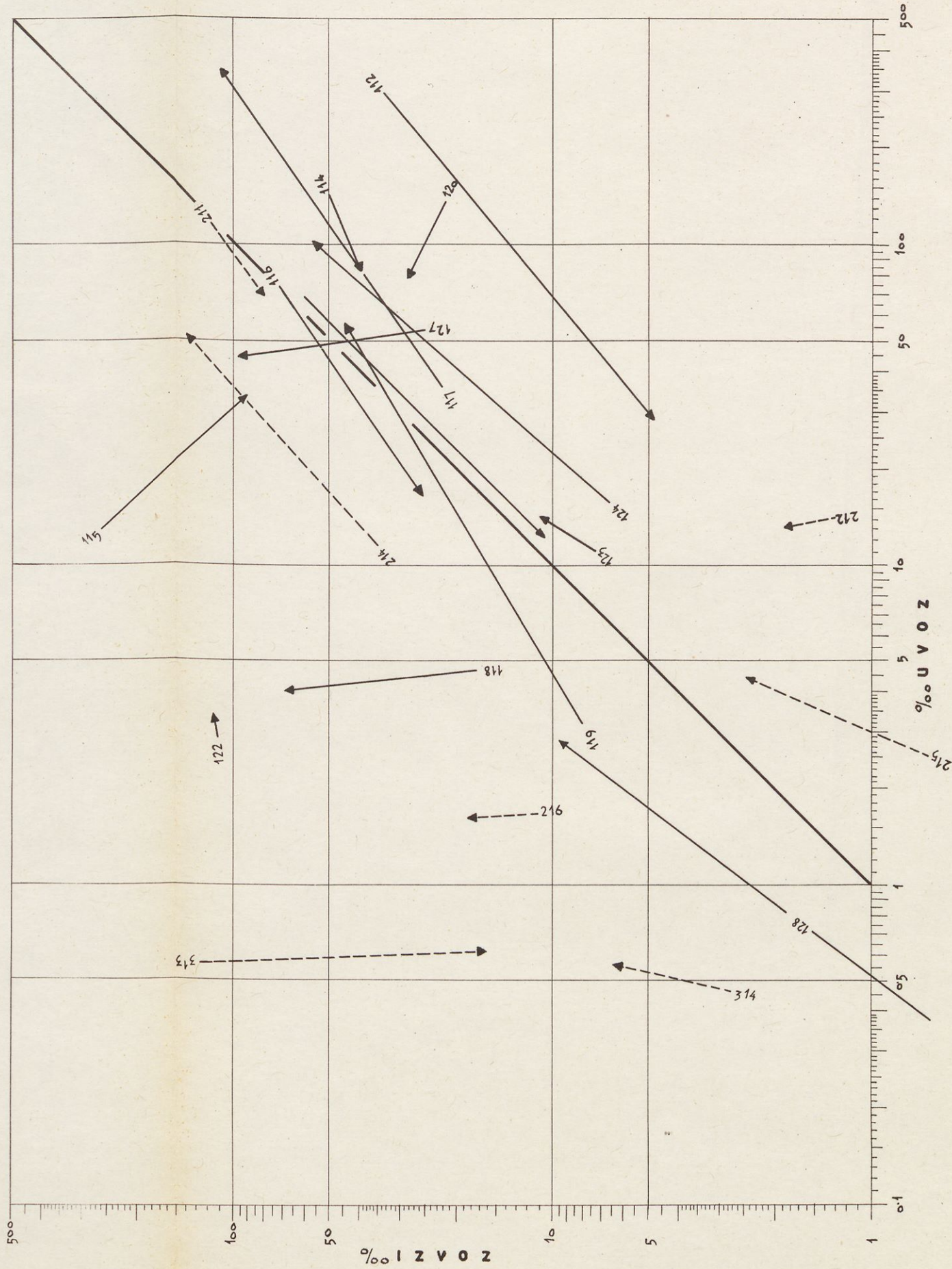
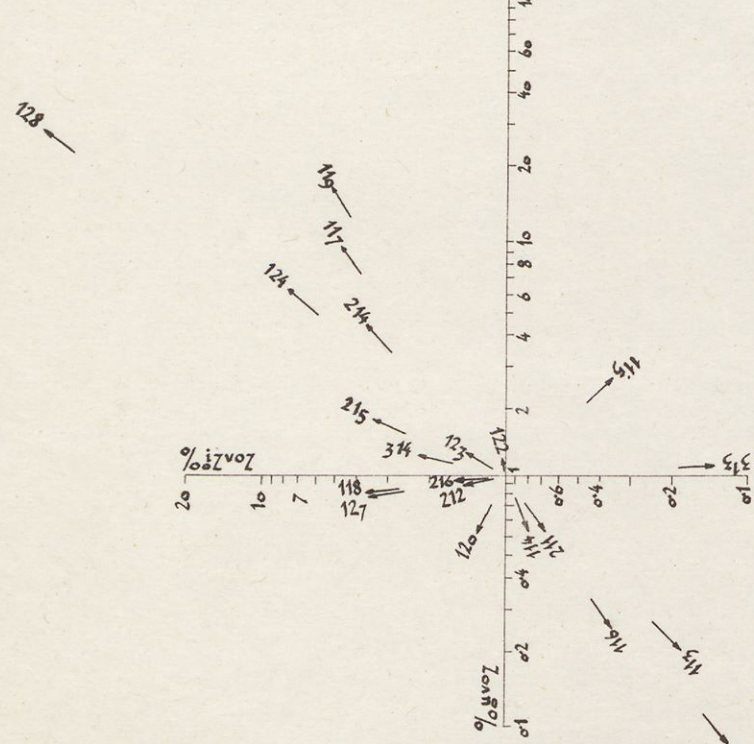
PROUČEVANJE KORELACIJSKIH ODVISNOSTI

Korelacija relativnih odnosov

1.18 Pri proučevanju korelacijskih odvisnosti za določene probleme iz zunanje trgovine naletimo na podobne težave oziroma probleme kot pri frekvenčnih porazdelitvah. Podatki se med seboj zelo razlikujejo, distribucije so pretirano asimetrične oziroma imajo obliko J-porazdelitve. Korelacijski grafikon ima v takem primeru tipično sliko velike gostitve okrog izhodišča koordinatnega sistema in več ali manj neurejen sistem točk brez izrazite smeri razvoja. Tipičen primer take razmestitve je korelacijski grafikon med vrednostjo uvoza in vrednostjo izvoza v FLRJ v letu 1959 po državah v sliki 1.7. Tudi v teh primerih so smiselnejše in važnejše relativne kot pa absolutne primerjave podatkov, zato dobimo pravilno sliko odnosov, če korelacijski grafikon narišemo v logaritemskem grafikonu, v katerem sta abscisna in ordinatna skala logaritmični. V sliki 1.7 je nazorno prikazana razlika med obema načinoma



- 112 premoq in deriv.
- 113 nafta in deriv.
- 114 črna metalurgija
- 115 barvna metalurgija
- 116 nekovine
- 117 kovinska industrija
- 118 ladjedelništvo
- 119 elektro industrija
- 120 kemična industrija
- 122 lesna industrija
- 123 papirna industrija
- 124 tekstilna industrija
- 127 živilska industrija
- 128 grafična industrija
- 211 poljedelstvo
- 212 sadjarstvo
- 214 živinoreja
- 215 ribolov
- 216 dom. pred. kmet. proizv.
- 313 eksploatacija gozdov
- 314 lov in zdrav. zelišča



sl.1.6 Struktura količin in vrednosti uvoza in izvoza FLRJ v I. polletju 1961 po panogah

prikazovanja: z linearnimi in logaritemskimi skalami. V logaritemskem grafikonu se meglica točk obnaša regularno, odnosi med uvozom in izvozom pa so podani nazorno in pravilno, ker so dani relativno, ne pa absolutno. Na linearnih skalah pa so točke nakopičene v izhodišču grafikona.

1.19 Iz istega razloga kot uporabljamo logaritemske skale, da dobimo sliko relativnih odnosov, vzamemo v zgornjem in v podobnih primerih v korelacijski tabeli razrede z mejami v geometrijskem zaporedju.

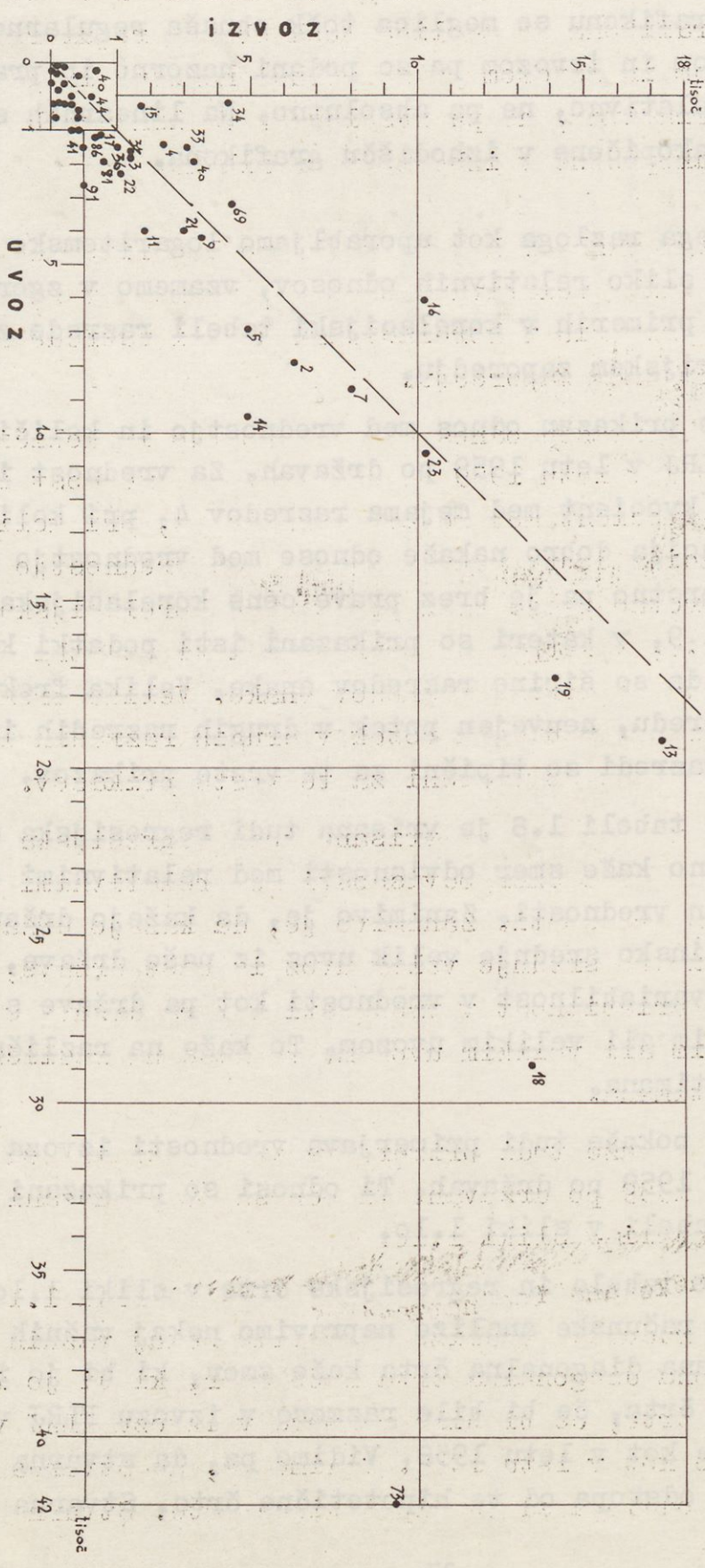
V sliki 1.8 je prikazan odnos med vrednostjo in količino za izvoz iz FLRJ v letu 1959 po državah. Za vrednost izvoza smo vzeli kot kvocient med mejama razredov 4, pri količini pa 5. Ta grupacija dobro nakaže odnose med vrednostjo in količino. Nasprotno pa je brez prave cene korelacijska tabela v sliki 1.9, v kateri so prikazani isti podatki kot v sliki 1.8, le da so širine razredov enake. Velika frekvenca v skrajnem razredu, neuvejen potek v drugih razredih in nujni odprti razredi so tipični za te vrste prikazov.

V korelacijski tabeli 1.8 je vrisana tudi regresijska črta sredin. Ta jasno kaže smer odvisnosti med relativnimi odnosi količin in vrednosti. Zanimivo je, da kažejo države, ki imajo količinsko srednje velik uvoz iz naše države, relativno večjo variabilnost v vrednosti kot pa države s količinsko majhnim ali velikim uvozom. To kaže na različnejšo strukturo asortimana.

Zanimivo sliko pokaže tudi primerjava vrednosti izvoza med letoma 1958 in 1959 po državah. Ti odnosi so prikazani v korelacijski tabeli v sliki 1.10.

Iz korelacijske tabele in regresijske črte v sliki 1.10 že brez nadaljnje računske analize napravimo nekaj važnih zaključkov. Črtkana diagonalna črta kaže smer, ki bi jo imela regresijska črta, če bi bile razmere v izvozu FLRJ v letu 1959 podobne kot v letu 1958. Vidimo pa, da stvarna regresijska črta odstopa od te hipotetične črte. Stvarna črta

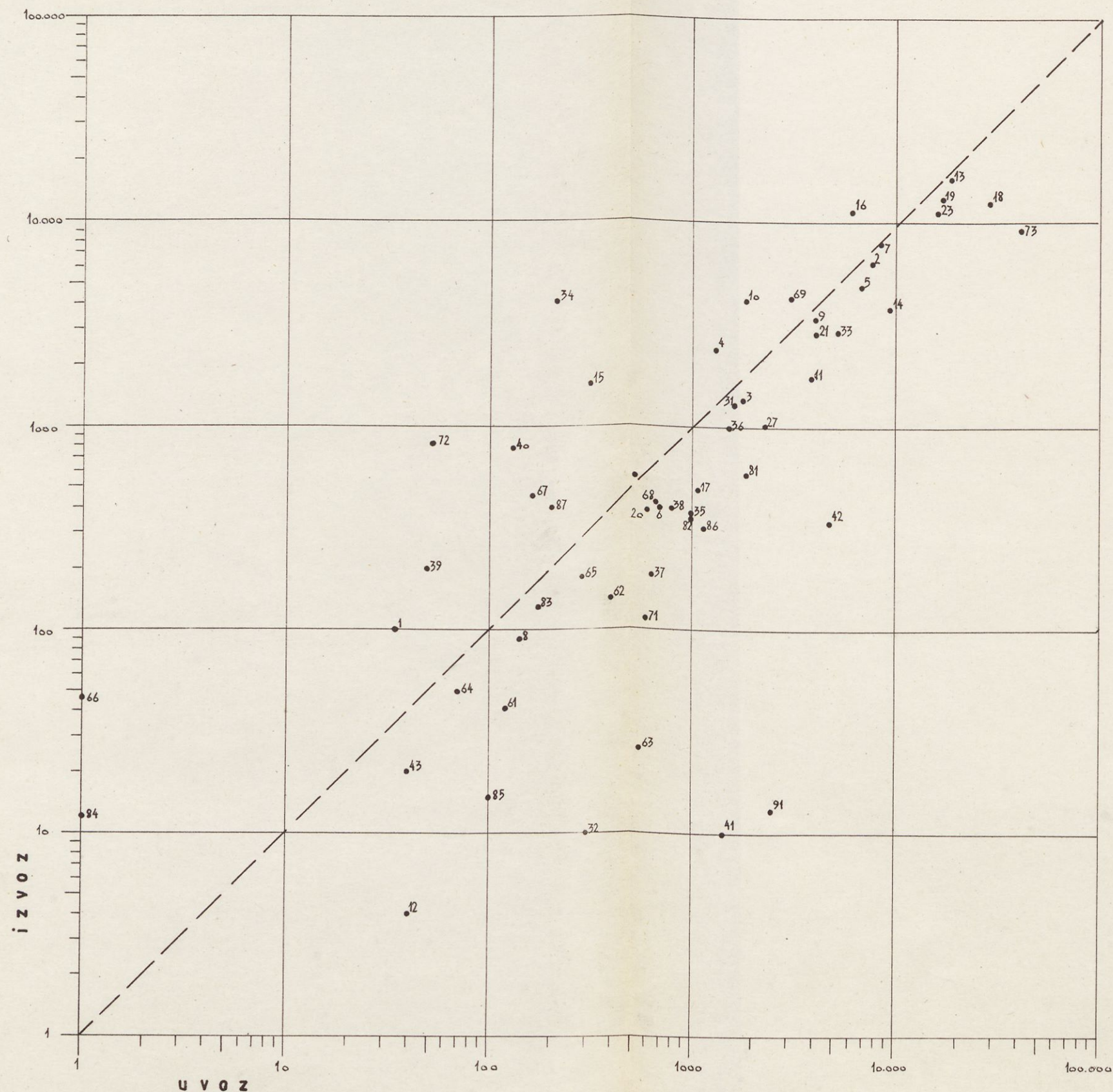
- | | | | | | | |
|----------------------|-----------------|-------------------|----------------|---------------------|--------------|---------------|
| 1 ALBANIA | 11 HOLANDIJA | 21 ŠVICA | 37 JORDAN | 62 ETIOPIJA | 72 PANAMA | 91 AVSTRALIJA |
| 2 AVSTRIJA | 12 IRSKA | 22 ŠVEDSKA | 38 KITAJSKA | 63 JUŽNOAFRIŠKA UN. | 73 ZDA | |
| 3 BELGIJA-LUKSEMBURG | 13 ITALIJA | 23 VEL. BRITANIJA | 39 CIPER | 64 KENIJA-UGANDA | | |
| 4 BOLGARIJA | 14 MADARSKA | | 40 LIBANON | 65 MAROKO | 81 ARGENTINA | |
| 5 ČEHOSLOVAŠKA | 15 NORVEŠKA | | 41 MALAJA | 66 NIGERIJA | 82 BRAZILIJA | |
| 6 DANSKA | 16 POLJSKA | 31 BURMA | 42 PAKISTAN | 67 SUDAN | 83 ČILE | |
| 7 D.R. NEMCIJA | 17 ROMUNIJA | 32 CEJLON | 43 SIJAM | 68 TUNIS | 84 PARAGVAJ | |
| 8 FINSKA | 18 Z.R. NEMCIJA | 33 INDIJA | 44 TURCIJA | 69 ZAR | 85 PERU | |
| 9 FRANCIJA | 19 SSSR | 34 INDOZEZIJA | | 71 KANADA | 86 URUGVAJ | |
| 10 GRČIJA | 20 ŠPANIJA | 35 IRAK | 61 BELG. KONGO | | 87 VENEZUELA | |
| | | 36 IZRAEL | | | | |



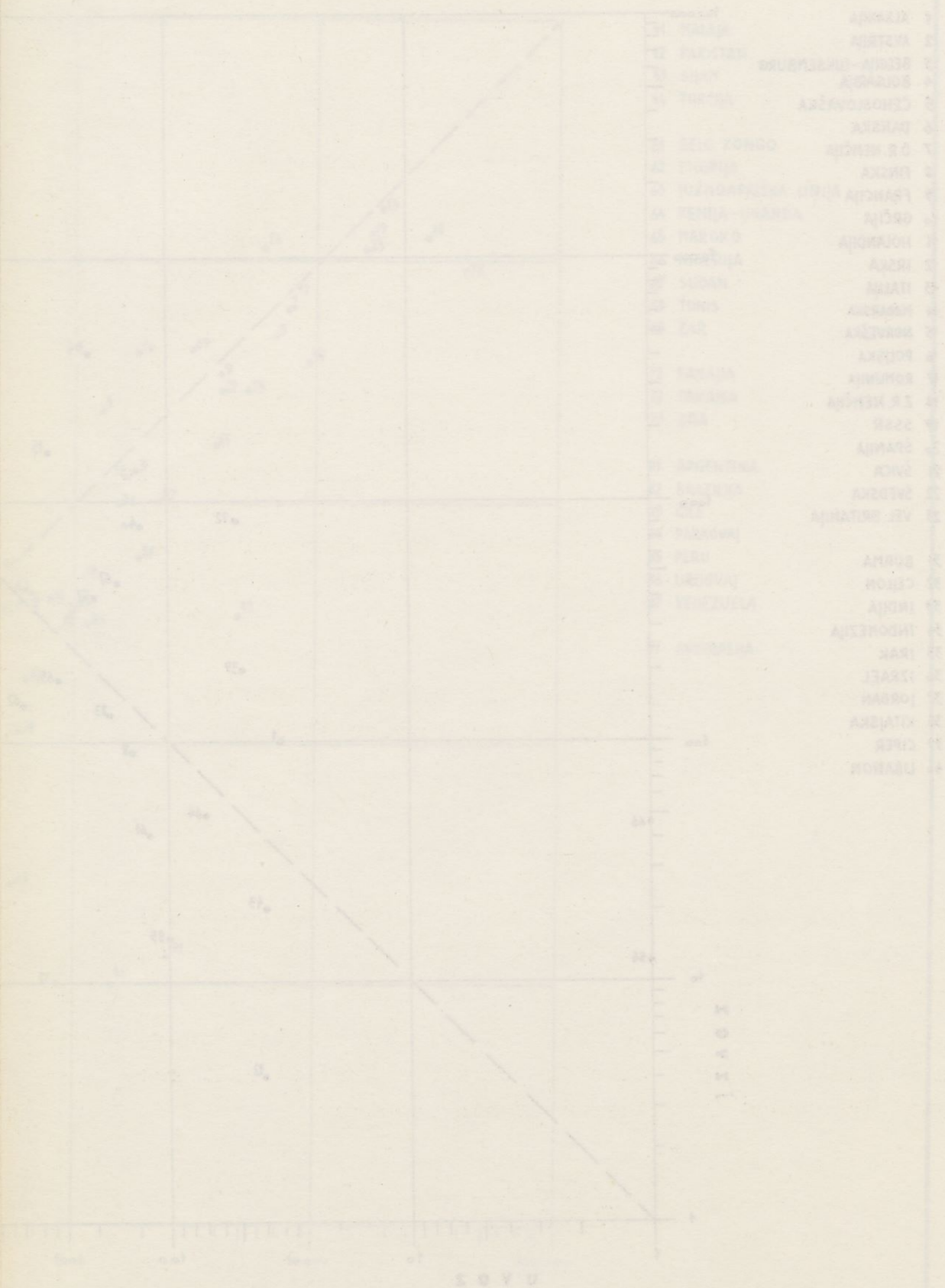
SI.1.7a KORELACIJSKI GRAFIKON MED VREDNOSTJO UVOZA IN IZVOZA FLR J V LETU 1955
(linearne skale)

- 1 ALBANIJA
- 2 AVSTRIJA
- 3 BELGIJA-LUKSEMBURG
- 4 BOLGARIJA
- 5 ČEHOSLOVAŠKA
- 6 DANSKA
- 7 D.R. NEMČIJA
- 8 FINSKA
- 9 FRANCIJA
- 10 GRČIJA
- 11 HOLANDIJA
- 12 IRSKA
- 13 ITALIJA
- 14 MAĐARSKA
- 15 NORVEŠKA
- 16 POLJSKA
- 17 ROMUNIJA
- 18 Z.R. NEMČIJA
- 19 SSSR
- 20 ŠPANIJA
- 21 ŠVICA
- 22 ŠVEDSKA
- 23 VEL. BRITANIJA
- 31 BURMA
- 32 CEJLON
- 33 INDIJA
- 34 INDONEZIJA
- 35 IRAK
- 36 IZRAEL
- 37 JORDAN
- 38 KITAJSKA
- 39 CIPER
- 40 LIBANON

- 41 MALAJA
- 42 PAKISTAN
- 43 SIJAM
- 44 TURČIJA
- 61 BELG. KONGO
- 62 ETIOPIJA
- 63 JUŽNOAFRIŠKA UNIJA
- 64 KENIJA-UGANDA
- 65 MAROKO
- 66 NIGERIJA
- 67 SUDAN
- 68 TUNIS
- 69 ZAR
- 71 KANADA
- 72 PANAMA
- 73 ZDA
- 81 ARGENTINA
- 82 BRAZILIJA
- 83 ČILE
- 84 PARAGVAJ
- 85 PERU
- 86 URUGVAJ
- 87 VENEZUELA
- 91 AVSTRALIJA



SI.1.7 b KORELACIJSKI GRAFIKON MED VREDNOSTJO UVOZA IN IZVOZA FLRJ V LETU 1959 (logariŕmične skale)



je položnejša in diagonalno črto v nižjih razredih v letu 1958 prekoračuje, v višjih pa je pod njo. To kaže smer razvoja zunanje trgovine FLRJ. Trgovina z državami, s katerimi smo imeli v letu 1958 razmeroma majhne stike, se je poživila. To se pokaže posebno v veliki razgibanosti in dinamiki od leta 1958 na leto 1959 v državah, ki so imele v letu 1958 izredno majhno zunanjetrgovinsko dejavnost. Variacija v spremembi od leta 1958 na 1959 je za te države izredno velika in je v vseh državah razen v enem primeru prešla v višje razrede.

Splošen zaključek, ki ga napravimo iz gornjih primerov, je, da v mnogih primerih proučevanje korelacije iz netransformiranih podatkov ne da prave slike o odnosih. Z logaritemsko transformacijo dosežemo, da pridejo pravilno do izraza relativni odnosi. To je posebno velikokrat primer pri pojavih, za katere so zaradi narave pojava razlike med podatki zelo veliki.

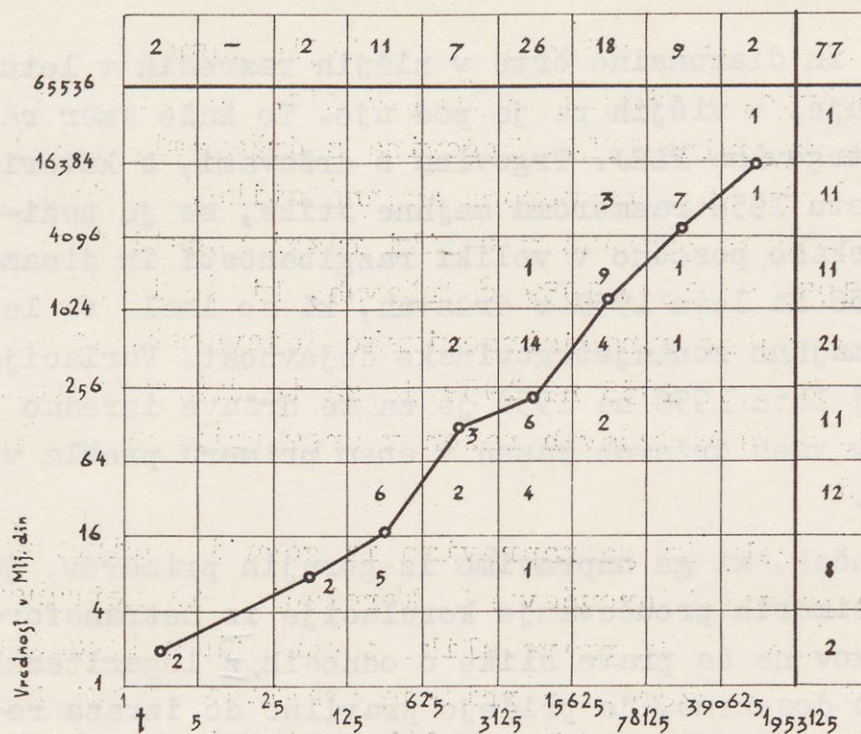
1.19 Če so v korelacijski analizi razlike med podatki veliki, z izjemno velikimi ekstremnimi vrednostmi, Pearsonov korelacijski koeficient

$$r_{xy} = \frac{c}{\sigma_x \sigma_y} \quad (1.8)$$

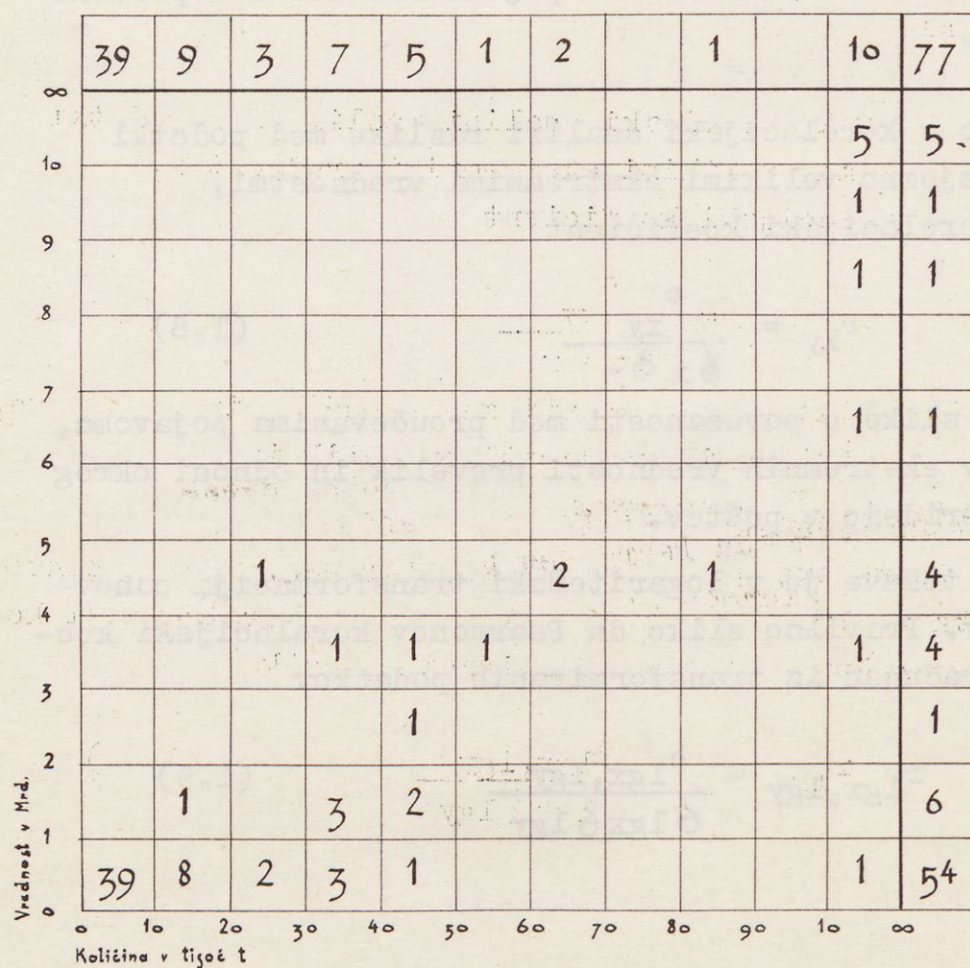
ne da prave slike o povezanosti med proučevanima pojavoma, ker je vpliv ekstremnih vrednosti prevelik in odnosi okrog sredine ne pridejo v poštev.

Izhod iz te težave je v logaritemski transformaciji osnovnih podatkov. Pravilno sliko da Pearsonov korelacijski koeficient, izračunan iz transformiranih podatkov

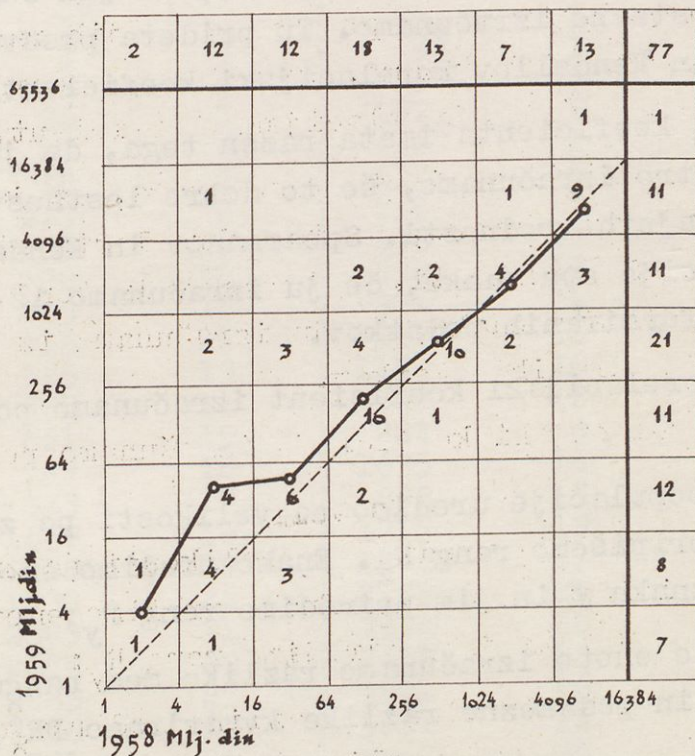
$$r_{\lg x, \lg y} = \frac{c_{\lg x, \lg y}}{\sigma_{\lg x} \sigma_{\lg y}} \quad (1.9)$$



sl.1.8 Korelacijska tabela med količino in vrednostjo izvoza FLRJ po državah namena v letu 1959: relativni odnosi (Vir: ST FNRJ 59)



sl.1.9 Korelacijska tabela med količino in vrednostjo izvoza FLRJ po državah namena v letu 1959: absolutni odnosi



sl.1.10 Korelacijska tabela med vrednostjo izvoza FLRJ v letih 1958 in 1959 po državah namena (vir. ST FNRJ 59)

Spearmanov koeficient korelacije

1.20 ^{MS} Izračun Pears~~on~~ovih korelacijskih koeficientov, posebno še iz transformiranih podatkov je računsko zelo zahteven. Dostikrat se zato poslužujemo drugih meril korelacijskih odvisnosti. Čeprav v vseh primerih ta merila nimajo take teoretične vrednosti kot jo ima Pearsonov korelacijski koeficient, imajo to prednost, da jih razmeroma hitro in enostavno izračunamo. Tu prideta predvsem v poštev Spearmanov in Kendallov korelacijski koeficient.

Oba omenjena koeficienta imata razen tega, da ju tehnično razmeroma hitro izračunamo, še to dobro lastnost, da omilita vpliv skrajnih vrednosti. Spearmanov in Kendallov koeficient korelacije sta enaka, če ju izračunamo iz osnovnih ali iz transformiranih podatkov.

Spearmanov korelacijski koeficient izračunamo po naslednjih točkah:

a) enote populacije uredimo po velikosti po znaku x in vsaki enoti pripišemo rang R_x . Enako uredimo enote v ranžirno vrsto po znaku y in jim priredimo rang R_y ;

b) za vsako enoto izračunamo razliko med rangoma $DR = R_y - R_x$ in posamezne razlike kvadriramo DR^2 ;

c) če kvadrate razlik med rangoma seštejemo in vsoto $\sum(DR)^2$ vnesemo v obrazec

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum(DR)^2}{N(N^2 - 1)} \quad (1.10)$$

dobimo Spearmanov korelacijski koeficient.

Če je med znakoma x in y korelacija, je korelacija tudi med rangoma R_x in R_y . Čim večja je korelacija med znakoma x in y , tem večja je tudi koordinacija med rangoma R_x in R_y . Zato služi korelacijski koeficient med rangoma R_x in R_y kot dober pokazatelj korelacije med x in y .

Tabela 1.8 Osnove za izračun Spearmanovega koeficienta korelacije
Vrednost v I. tromesečju 1961 v milj.din (Vir: Spoljna trgovina I. tromesečje 1961)

	I z v o z		U v o z		DR	(DR) ²
	X	R _x	Y	R _y		
Island	0 ^x	1	4	4	-3	9
Portugal	0 ^x	2	45	5	-3	9
Irska	3	3	0 ^x	1	+2	4
Albanija	12	4	0 ^x	3	+1	1
Finska	26	5	157	7	-2	4
Malta	43	6	0 ^x	2	+4	16
Norveška	48	7	132	6	+1	1
Danska	125	8	408	9	-1	1
Španija	225	9	438	10	-1	1
Belgija	228	10	618	13	-3	9
Holandaska	293	11	874	14	-3	9
Bolgarija	318	12	501	11	+1	1
Švica	325	13	1150	16	-3	9
Švedska	385	14	602	12	+2	4
Romunija	621	15	224	8	+7	49
Francija	737	16	1635	18	-2	4
Grčija	823	17	898	15	+2	4
Madžarska	1052	18	1716	19	-1	1
Čehoslovaška	1188	19	1242	17	+2	4
Avstrija	1939	20	2198	21	-1	1
Poljska	2583	21	2034	20	+1	1
Nemška DR	2679	22	2638	23	-1	1
ZR Nemčija	2885	23	9921	26	-3	9
Anglija	3268	24	3631	24	0	0
Italija	4531	25	8067	25	0	0
SSSR	5000	26	2286	22	+4	16
						168

^x čeprav so ⁰ zaokrožene vrednosti med seboj enake se iz nezaokroženih vrednosti da določiti rang .

Iz tabele 1.8 dobimo, da je $\sum (DR)^2 = 168$. Če gornje podatke vnesemo v obrazec 1.10, sledi, da je

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum (DR)^2}{N(N^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 168}{26/26^2 - 1/} = 0,943$$

Korelacija med vrednostjo uvoza in izvoza po državah je zelo visoka.

1.21 Če sta dve ali več vrednosti za x ali y med seboj enake, vzamemo za vse enote, ki imajo enako vrednost, range enake povprečju iz rangov enakih vrednosti. V tem primeru izračunamo Spearmanov korelacijski obrazec po korigiranem obrazcu

$$\rho = \frac{N(N^2-1) - 6 \frac{\sum k_x + \sum k_y}{2} (DR)^2}{\sqrt{[N(N^2-1) - \sum k_x] [N(N^2-1) - \sum k_y]}} \quad (1.11)$$

Pri tem pomeni k_x in k_y korekturo za vsako skupino po več vrednosti x ali y. Pri tem znese korektura za vsako skupino po dve enaki vrednosti 6, po tri enake vrednosti 24, za po štiri enake vrednosti 60, za po pet enakih vrednosti 100 ali na splošno za t enakih vrednosti $t(t^2-1)$. Kot shematičen primer vzemimo populacijo z $N = 10$ enotami.

Tabela 1.9 Izračun Spearmanovega korelacijskega koeficienta s korekturo

x	R_x	y	R_y	DR	DR^2
13	1	26	2	-1	1
15	2,5	24	1	+1,5	2,25
15	2,5	27	3,5	-1,0	1
18	4	30	7,5	-3,5	12,25
19	5	27	3,5	+1,5	2,25
23	6	28	5	+1	1
30	8	30	7,5	+0,5	0,25
30	8	36	10	-2	4
30	8	33	9	-1	1
33	10	29	6	+4	16
					$41 = \sum (DR)^2$

Za znak x se vrednost 15 ponovi dvakrat, vrednost 30 pa trikrat. Ker sta vrednosti 15 druga in tretja po rangi je vezani skupni rang $\frac{2+3}{2} = 2,5$.

Ker so vrednosti 3o sedma, osma in deveta po rangi, je skupni rang $(7+8+9) : 3 = 8$.

Korektura pa je $\sum k_x = 6 + 24 = 30$. V znaku y vrednosti 27 in 3o ponovita dvakrat, korektura je $\sum k_y = 6+6 = 12$, vezani rangi pa so $\frac{3+4}{2} = 3,5$ in $\frac{7+8}{2} = 7,5$. Ker je v našem primeru $N(N^2-1) = 10(10^2-1) = 990$, $\sum (DR)^2$ pa 41, je korigiran Spearmanov korelacijski koeficient po obrazcu 1.11

$$r_s = \frac{990 - 6 \cdot 41 - \frac{30 + 12}{2}}{\sqrt{(990-30) \cdot (990-12)}} = 0,747$$

Nekorigirana vrednost pa je

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot 41}{10(10^2-1)} = + 0,751$$

Razlika med korigirano in nekorigirano vrednostjo je torej malenkostna.

Kendallov koeficient korelacije

1.12 Kendall je uvedel drug koeficient korelacije, ki je prav tako kot Spearmanov zasnovan na rangih. Če imamo enote urejene po velikosti znaka x v ranžirano vrsto, od dane vrednosti naprej po definiciji vse vrednosti presegajo dano vrednost. Če je med znakom x in y pozitivna korelacija, velja zgornje tudi za nekatere vrednosti y, ki so prirejene urejenim vrednostim x in to tem bolj, čim večja je korelacija. To lastnost ima za osnovo Kendallov korelacijski koeficient, ki ga izračunamo po naslednjem postopku:

a) Enote populacije uredimo po znaku x v ranžirno vrsto in pripišemo k vsaki vrednosti x ustrezno vrednost za y.

b) Preštejemo koliko enot ima y večji kot je vrednost za prvo enoto. To število pripišemo k prvi enoti. Postopek

ponovimo z drugim členom in preštejemo, koliko enot od druge dalje ima y večji kot je y_2 . Podobno postopamo s tretjim, četrtim itd. do zadnjega člena.

e) Seštejemo dobljene vrednosti v in dobimo $\sum v = k$

č) Če vstavimo k v obrazec

$$S = 2k - \binom{N}{2} \quad (1.12)$$

dobimo Kendalllovo številko S .

e) Kendallov korelacijski koeficient, ki ima enake lastnosti kot Pearsonov ali Spearmanov korelacijski koeficient, pa dobimo po obrazcu

$$t = \frac{S}{\binom{N}{2}} \quad (1.13)$$

1.23 Kot primer za izračun Kendalllovega koeficienta korelacije vzemimo iste podatke kot za izračun Spearmanovega koeficienta korelacije.

Tabela 1.10 Osnova za izračun Kendalllovega koeficienta korelacije t (Vir: tabela 1.9)

Država	vrednost v milij. din		v
	izvoz	uvoz	
Island	0	4	22
Portugal	0	45	21
Irska	3	0	23
Albanija	12	0	21
Finska	26	157	19
Malta	43	0	20
Norveška	48	132	19
Danska	125	408	17
Španija	225	438	16
Belgija	228	613	13
Holandska	293	874	12
Bolgarija	318	501	13

Država	vrednost v milij. din		
	izvoz	uvoz	v
Švica	325	1150	10
Švedska	385	602	11
Romunija	621	224	11
Francija	737	1635	8
Grčija	823	898	9
Madžarska	1052	1716	7
ČSR	1188	1242	7
Avstrija	1939	2198	5
Poljska	2583	2034	5
NDR	2679	2638	4
ZRN	2885	9921	0
Anglija	3268	3631	1
Italija	4531	8067	0
SSSR	5000	2286	0
			$\Sigma v = 294 = k$

Po obrazcih 1.12 in 1.13 je dalje

$$S = 2k - \binom{N}{2} = 2 \cdot 294 - \frac{26 \cdot 25}{1 \cdot 2} = 263$$

$$t = S / \binom{N}{2} = 263 / \frac{26 \cdot 25}{1 \cdot 2} = 0,809$$

1.24 Prednost Spearmanovega in Kendallovega koeficienta je med drugim tudi v tem, da jih moremo izračunati tudi za nenumerične podatke, če le imajo ti lastnost, da jih moremo razvrstiti v ranžirno vrsto. Tako moremo vrste različnega blaga razvrstiti po kvaliteti, določeno število sadežev po izgledu itd. Veliko takih pojavov je tudi s področja psiholoških raziskav.

Pri proučevanju dinamike pojavov s pridom uporabljamo Kendallov koeficient korelacije ranga za preskušanje hipotez o določenih komponentah v časovni vrsti.

2 ANALIZA DINAMIKE POJAVOV

2.1 Pri proučevanju socialno-ekonomskih pojavov ima posebno mesto analiza dinamike pojavov. Spremembe, ki so rezultat najrazličnejših faktorjev, ki vplivajo na ekonomske pojave, se pojavljajo v določenih zakonitostih. Z odkrivanjem in analiziranjem teh zakonitosti dobimo splošno sliko o dinamiki pojavov in predvidevamo ekonomske pojave za bodočnost. Posebna disciplina, veda o konjunkturi se bavi specialno z odkrivanjem zakonitosti v dinamiki ekonomskih pojavov v zvezi s predvidevanjem o ekonomskih pojavih. Seveda je napovedovanje ekonomskih dogodkov bolj ali manj nezanesljivo, ker ne moremo v analizo zajeti vseh faktorjev, ki na pojav vplivajo, niti se vselej ne izpolnijo predpostavke, pod katerimi je bila prognoza izdelana.

Osnova za proučevanje dinamike ekonomskih pojavov in vede o konjunkturah na sploh so časovne vrste. Časovna vrsta je niz istovrstnih podatkov, ki se nanašajo na sukcesivna časovna razdobja ali momente. Glede na to ločimo intervalne in momentne časovne vrste. Intervalna časovna vrsta je n.pr. vrednost proizvodnje po mesecih, momentna pa stanje zalog konec meseca.

Metode statistične analize časovnih vrst se v bistveni meri razlikujejo od metod za proučevanje drugih statističnih vrst. Pri analizi časovnih vrst uporabljamo niz metod, ki so specifične za proučevanje časovnih vrst. V kolikor pa pri analizi časovnih vrst uporabljamo splošne metode statistične analize, so te v večini primerov posebej prilagojene za primer analize časovnih vrst oziroma dinamike pojavov. Tako pri analizi časovnih vrst uporabljamo n.pr. sredine, vendar je metoda sredin v večini primerov prilagojena za proučevanje dinamike pojavov. Tipičen primer so vrste drsečih sredin.

Primerljivost podatkov v časovnih vrstah

2.2 Kljub temu, da so podatki v časovnih vrstah isto-
vrstni, podatki v časovni vrsti niso vselej med seboj pri-
merljivi. Ker pa je primerljivost podatkov v časovni vrsti
osnoven pogoj za proučevanje dinamike, je treba časovno
vrsto, za katero podatki niso primerljivi, pred analizo
preurediti, da je ta pogoj izpolnjen.

Eden izmed osnovnih pogojev za primerljivost podatkov v ča-
sovni vrsti je nedvoumna in enaka opredelitev v časovnem
razmaku, ki ga proučujemo.

Podatki, ki jih časovna vrsta prikazuje, so v bistveni me-
ri odvisni od razmaka, na katerega se nanašajo. Enako pa
je tudi velikost spremembe od člena do člena odvisna od
razmaka med dvema členoma v časovni vrsti. Zato je osnov-
no, da so razmaki med členi v časovni vrsti, katero analizir-
amo, med seboj enaki. Če ta pogoj ni izpolnjen, je treba
časovno vrsto pred analizo v tem smislu korigirati. Medtem
ko je časovna vrsta letnih podatkov take narave, da je ča-
sovno razdobje, na katerega se nanašajo intervalni podat-
ki - z nebistvenim odklonom za prestopna leta - izpolnjen,
je problem bolj pereč pri časovnih vrstah mesečnih podat-
kov. Ker niso redki primeri, pri katerih analiziramo ča-
sovne vrste mesečnih podatkov, je ta problem v praksi ze-
lo pomemben. Razlika v dolžini mesecev znese do tri dni ali
ca 10 % dolžine meseca, kar bistveno izkrivi stvarno sliko
dinamike pojava. Korigiranje na standardni mesec dni, vrste
mesečnih dnevnih povprečij, so metode, s katerimi odpravimo
vpliv različne dolžine mesecev. Pri proučevanju določenih
pojavov, korekture na koledarske dolžine mesecev niso u-
spešne, če gre za pojave, ki so odvisni n.pr. od števila
delovnih dni. V tem primeru morejo biti razlike med posa-
meznimi meseci še večje kot pri koledarskem mesecu. Take
podatke korigiramo s številom delovnih dni po mesecih.

Tudi pri momentnih časovnih vrstah moramo paziti, da so razmaki med členi v časovni vrsti, ki jo proučujemo, enaki. Časovne vrste, za katere ta pogoj ni izpolnjen, ne moremo oziroma težko analiziramo. Niz metod, s katerimi analiziramo dinamiko časovnih vrst, ne moremo uporabiti za časovne vrste, za katere ta pogoj ni izpolnjen.

2. 3 Ker se večina ekonomskih pojavov spreminja v skladu s skupnim številom prebivalstva ali z določeno kategorijo prebivalstva, n.pr. številom delavstva, številom kmečkega prebivalstva itd., povečanje skupne potrošnje ali povečanje skupne proizvodnje še ne pomeni nujno povečanje standarda ali produktivnosti dela. Šele časovne vrste, ki jih reduciramo s skupnim številom prebivalstva ali s številom prebivalstva v ustrezni kategoriji, pravilno kažejo dinamiko standarda, produktivnosti dela, intenzivnosti izvoza ali uvoza itd. Zato pogosto analiziramo določene pojave s časovnimi vrstami "na prebivalca", "na delavca" itd.

Eden izmed pogostih faktorjev, ki vpliva na spremembe pojavov nasploh kakor tudi na spremembe v časovni dinamiki, je spremenba strukture pojavov. Sprememba v strukturi proizvodnje je eden izmed bistvenih faktorjev, ki vpliva na sumarno produktivnost dela. Spremembe v socialni strukturi prebivalstva vplivajo na niz pojavov iz področja skupne potrošnje, narodnega dohodka itd. S standardizacijo podatkov, t.j. izračunavanjem sumarnih povprečnih pokazateljev pri stalni strukturi proizvodnje dobimo pokazatelj o dinamiki čiste proizvodnosti dela. S standardiziranimi povprečnimi pokazatelji potrošnje pri stalni socialni strukturi dobimo pokazatelj o dinamiki standarda itd. Seveda se poslužujemo standardizacije podatkov le, kadar je eliminacija vpliva strukture vsebinsko upravičena.

Posebej moramo biti oprezni pri proučevanju časovnih vrst vrednostnih pokazateljev. Dinamika vrednosti izvoza ali uvoza ne daje direktno dinamiko volumna izvoza ali uvoza, ker ga

motijo spremembe v cenah. Šele izračun vrednosti po "stalnih cenah" odpravi to hibo vrednosti po "tekočih cenah".

Izračun vrednosti po "stalnih cenah", ki ga izvršimo samo zaradi spremljanja dinamike volumna izvoza, uvoza, proizvodnje itd., je seveda zamudno. Računsko manj natančna, vendar tehnično lažje izvedljiva je metoda, po kateri iz vrednosti po "tekočih" cenah, ki jo imamo iz osnovnih evidenc, ocenimo vrednost po "stalnih" cenah, tako da vrednost po "tekočih cenah" delimo z ustreznim indeksom cen.

Elementarna analiza časovnih vrst

2.4 Najenostavnejše analiziramo časovno vrsto tako, da primerjamo med seboj člene v časovni vrsti. Primerjavo moremo izvesti na več načinov.

Ker je dinamika za določen pojav razvidna iz spreminjanja vrednosti členov v časovni vrsti ustreznega pokazatelja, elementarno analiziramo dinamiko pojava, če primerjamo po vrsti po dva in dva zaporedna člena v časovni vrsti.

Že ugotovitev, ali se vrednosti členov v časovni vrsti od člena do člena dvigajo ali padajo, da vpogled v dinamiko pojava. Ta enostaven pokazatelj, ki nakazuje samo dvig ali padec (+ -) pojava, v nadaljevanju dostikrat uporabimo kot osnovo za podrobnejšo analizo časovne vrste.

Bolj natančen pokazatelj dinamike je vrsta absolutnih razlik D_k med dvema zaporednima členoma v časovni vrsti.

$$D_k = Y_k - Y_{k-1} \quad (2.1)$$

Vrsta absolutnih razlik vsebuje kvaliteto prvega pokazatelja, ki daje smer sprememb od člena do člena, ima pa še dodatno informacijo-absolutno velikost spremembe.

Običajno boljši pokazatelj dinamike kot absolutna razlika, je relativni pokazatelj spremembe od člena do člena ali koeficient dinamike

$$k_k = Y_k / Y_{k-1} \quad (2.2)$$

Ta v obliki koeficienta pokaže dvig ali padec od člena do člena. Koeficient dinamike je 1, če se pojav v primerjavi s predhodnim členom ne spremeni, je večji od 1, če je pojav narastel in manjši od 1, če se je zmanjšal.

Nazornejšo sliko relativne razlike dobimo, če izrazimo koeficient dinamike v obliki verižnega indeksa I_k

$$I_k = 100 \cdot Y_k / Y_{k-1} \quad (2.3)$$

Podobno kakor koeficient dinamike tudi verižni indeks kaže relativno spremembo in je 100, če se pojav napram predhodnemu ne spremeni, je večji kot 100, če se je pojav povečal in manjši kot 100, če se je zmanjšal.

Tempo rasti T_k izraža povečanje ali zmanjšanje v odstotkih. Izračunamo ga po obrazcu

$$T_k = 100 \frac{Y_k - Y_{k-1}}{Y_{k-1}} \quad (2.4)$$

Med navedenimi pokazatelji dinamike je enostavna zveza in sicer je:

$$I_k = 100 \cdot k_k \quad (2.5)$$

$$T_k = 100 \cdot D_k / Y_{k-1} = 100 (k_k - 1) = I_k - 100$$

2.5 Za svetovno proizvodnjo boksita v razdobju 1950-1956 so v tabeli 2.1. izračunani vsi navedeni pokazatelji dinamike. Tabela 2.1. Pokazatelji dinamike za svetovno proizvodnjo boksita (Vir SG-58)

leto	Y_k	D_k	k_k	I_k	T_k
1950	7700				
1951	10300	+ 2600	1,34	134	+ 33,8
1952	11900	+ 1600	1,16	116	+ 15,5
1953	13000	+ 1100	1,09	109	+ 9,2
1954	14850	+ 1850	1,14	114	+ 14,2
1955	15350	+ 500	1,13	103	+ 3,4
1956	16900	+ 1550	1,10	110	+ 10,1

2.6 Navedeni pokazatelji dinamike imajo skupno črto, da podajajo dinamiko pojava s primerjavo po dveh zaporednih členih. Možni pa so tudi drugi pokazatelji dinamike. Eden izmed običajnih pokazateljev dinamike za pojave, ki so sezonskega značaja, so pokazatelji, ki jih dobimo s primerjavo podatkov za iste mesece dveh zaporednih let. V tem primeru primerjamo januar tekočega leta z januarjem predhodnega leta, februar tekočega leta s februarjem predhodnega leta itd. Ta primerjava je upravičena in bolj smiselna kakor primerjava dveh zaporednih mesečnih podatkov zategadelj, ker sta zaradi sezonskega značaja n.pr. februar tekočega leta in februar preteklega leta bolj sorodna in je taka primerjava bolj smiselna kakor primerjava med februarjem in januarjem istega leta. Tudi za ta tip primerjave moremo izračunati katerokoli izmed zgornjih pokazateljev dinamike.

Enostavni indeksi s stalno bazo

2.7 Razen zgornjih pokazateljev dinamike, pogosto, posebno pa kadar kompleksno primerjamo več časovnih vrst, hkrati, izračunavamo indeksne vrste s stalno osnovo ali bazo.

Primerljivost v dinamiki med več raznovrstnimi časovnimi vrstami motijo različne enote mere in različni nivoji, na katerih se nahajajo podatki v posameznih časovnih vrstah. To hibo odpravimo z vrstami indeksov s stalno bazo.

Osnovno vrsto indeksov z isto bazo ali osnovo dobimo, če z relativnimi števili primerjamo vse člene v časovni vrsti z enim in istim členom oziroma z enim in istim časom oziroma razdobjem. Osnovni obrazec za izračun indeksa s stalno bazo je

$$I_{1/0} = 100 \cdot \frac{Y_1}{Y_0} \quad (2.6)$$

pri čemer pomeni Y_1 tekočo, Y_0 pa bazično vrednost.

Če primerjamo istočasno več statističnih vrst med seboj, vzamemo za vse časovne vrste za bazo isti moment ali razdobje. Le v tem primeru dosežemo popolno primerljivost v dinamiki pojavov.

2.8. Za primer vzemimo vrednost izvoza FLRJ v važnejše afriške države v razdobju 1957-1961. Za bazo vzemimo prvo leto v naših časovnih vrstah 1957.

Tab. 2.2 Izvoz FLRJ v važnejše afriške države v razdobju 1957-1961.

Država	Vrednost v mlj dinarjev					Indeks 1957 = 100				
	1957	1958	1959	1960	1961	1957	1958	1959	1960	1961
Afrika skupaj	6187	8230	6888	10199	7922	100	133	111	165	125
Alžir	509	795	444	345	164	100	156	87	68	32
Egipt	3958	4981	3895	5736	5038	100	126	98	145	119
Etiopija	120	88	146	494	159	100	73	122	411	133
Maroko	236	193	184	195	182	100	82	78	83	77
Tunis	66	162	472	656	434	100	245	715	994	658
Afrika ostalo	1298	2011	1747	2773	1945	100	155	135	214	150

Ker je vrednost izvoza za posamezne države na različnih nivojih, je dinamika izvoza v posamezne države med seboj težko primerljiva. Vrste indeksov pa ta problem rešijo tako, da je izhodiščni nivo za vse države isti.

2.9 Izračunavanje indeksnih vrst je v glavnem brez posebne problematike, če izvzamemo vprašanje izbire bazičnega razdobja, ki mora biti vselej vsebinsko utemeljeno in normalno. To pomeni, da ne smemo vzeti kot bazo leto izjemnih prilik kakor je n.pr. čas tik pred vojno, med vojno ali tik po vojni, leto gospodarskega zastoja. Bazično razdobje ne sme biti preveč odmaknjeno od razdobja, v katerem proučujemo pojav itd.

Je pa nekaj tehničnih problemov, ki jih moramo poznati, če hočemo z indeksi proučevati dinamiko pojavov.

a) Iz indeksne časovne vrste s stalno osnovo moremo enako kot iz absolutnih podatkov po istih načelih izračunati vse relativne elementarne pokazatelje dinamike k_k , I_k in T_k kot iz absolutnih podatkov.

b) Obratno moremo iz vrste koeficientov dinamike k_k sestaviti s kumulativnim množenjem indeksno vrsto s poljubno stalno bazo po obrazcih

$$\begin{aligned} I_{1/0} &= 100 \cdot k_1 \\ I_{2/0} &= 100 \cdot k_1 \cdot k_2 \\ I_{3/0} &= 100 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \end{aligned} \quad (2.7)$$

itd.

Pogosto nastopi problem, da moramo indeksno vrsto z dano osnovo^o preračunati na indeksno vrsto z drugo bazo l. Ta preračun je preprost. Iz podatkov indeksne vrste z osnovo^o izračunamo novo indeksno vrsto z osnovo l kot iz absolutnih podatkov po obrazcu

$$I_{k/l} = 100 \frac{I_{k/o}}{I_{1/o}} \quad (2.8)$$

Ta problem v praksi pogosto nastopi. Včasih imamo za različne pojave indeksne vrste iz različnih virov z različnimi bazami. Če hočemo izdelati primerljive vrste, moramo vse indeksne vrste prevesti na isto bazo.

2.10 Drug problem, ki ga rešujemo z indeksnimi vrstami, pa je naslednji. Za isti pojav hočemo za daljše razdobje sestaviti indeksno vrsto s stalno bazo. Iz različnih virov pa imamo na razpolago za dva odseka osnovnega razdobja samostojni indeksni vrsti, ki sta izračunani na različni bazi, če se dani indeksni vrsti vežeta med seboj tako, da imamo vsaj za en člen indeks v prvi indeksni vrsti $I'_{r/1}$, ki je vezan z enim členom druge indeksne vrste $I'_{r/2}$, moramo prevesti člene druge indeksne vrste na skupno bazo 1 po obrazcu

$$I'_{k/1} = I'_{k/2} \frac{I'_{r/1}}{I'_{r/2}} \quad (2.9)$$

Če je treba časovno vrsto sestaviti iz treh različnih odsekov, vključimo podobno še tretji odsek itd. Če je treba združeno indeksno vrsto preračunati na novo bazo, uporabimo obrazec 2.8.

2.11 Za primer vzemimo indeksne vrste volumna uvoza zunanje trgovine ZDA v razdobju 1937-1958. Razpolagamo s podatki iz treh virov: UN Yearbook, Inter.Fin Statistics June 1951 in okt. 1960.

Tabela 2. 3 Preračun indeksa volumna uvoza ZDA v
razdobju 1928-1959 na bazo 1937 = 100

UN Yearbook 1937 = 100	Inter. Fin Statistics June 1951 1937 = 100	Inter Fin. Statistics Oct. 1960 1953 = 100	Združeni indeks 1928-1959 1937 = 100
1937	100		100
1938	72		72
1939	82		82
1940	86		86
1941	102		102
1942	76		76
1943	85		85
1944	92		92
1945	93		93
1946	99		99
1947	95	95	95
1948	108	108	108
1949		105	105
1950		128	128
1951		91	127
1952		96	134
1953		100	140
1954		93	130
1955		103	144
1956		112	156
1957		115	160
1958		119	166
1959		142	198

Navedene časovne vrste ustrezajo zgornjemu pogoju, zato
moremo sestaviti združeno indeksno vrsto.

Prehod iz leta 1949 na 1950 ni problematičen, ker je baza za prvo in drugo indeksno vrsto ista (leto 1937). Od leta 1951 naprej pa je indeks preračunan po obrazcu 2. 9.

Za leto 1951 dobimo

$$91 \cdot \frac{128}{92} = 127$$

za leto 1952

$$96 \cdot \frac{128}{92} = 134 \text{ itd.}$$

Logaritemski grafikoni

2.12 Najbolj naravno sliko o dinamiki pojava dobimo z grafičnim prikazom časovnih vrst. Načinov za grafično prikazovanje časovnih vrst imamo več. Vendar so najboljše in najuniverzalnejše sredstvo za prikazovanje časovnih vrst logaritemski grafikoni. Zato zaradi pomembnosti obravnavamo logaritemske grafikone za prikazovanje in analizo časovnih vrst posebej.

Zaradi svoje velike preglednosti odnosov med pojavi, možnosti prikazovanja raznovrstnih podatkov, ki so v medsebojni vsebinski zvezi in zaradi lastnosti logaritmov, ki so v ozki zvezi z relativnimi odnosi med podatki, skoro izključno uporabljamo za prikazovanje časovnih vrst logaritemske grafikone. Zaradi lastnosti logaritmov, da je

$$\log B - \log A = \log \frac{B}{A} \quad (2.10)$$

je namreč v logaritemskem grafikonu daljica med ordinata dveh podatkov v sorazmerju s kvocientom med ustreznima podatkoma.

Mreža logaritemskega grafikona je pollogaritemska in sicer je časovna skala linearna, skala za podatke pa logaritemska. Zaradi zgornje lastnosti moremo iz logaritemskega časovnega grafikona odbrati vse vrste relativnih števil: razlika od člana do člana za isto časovno vrsto je v sorazmerju z logaritmom koeficienta dinamike oziroma verižnega indeksa (glej a na sliki 2.1). Razdalja med ordinatama za podatke v dveh poljubnih časovnih obdobjih je na logaritemskem grafikonu v sorazmerju z logaritmom indeksa, pri čemer je en člen baza. Če prikazujemo v istem grafikonu dve časovni vrsti, od katerih je ena celota, druga pa del, je razdalja med ordinatama obeh vrst za isti moment ali isto obdobje v sorazmerju z logaritmom za strukturni delež. Iz dveh raznovrstnih časovnih vrst, ki so narisane v istem grafikonu, pa na enak način kot pri strukturah dobimo, da so razdalje med dvema podatkom v grafikonu v sorazmerju z ustreznim statističnim koeficientom.

Te odnose v praksi odčitavamo s posebno premakljivo logaritemsko skalo, narisano ob rob papirja. To tehniko zasledimo sistematično uporabljeno v mesečni statistični reviji SZS INDEKS, v kateri so vsi grafikoni časovnih vrst logaritemski, na platnicah pa sta narisani logaritemski skali, ki ju odrežemo in uporabljamo kot premakljivi skali pri analizi odnosov in dinamike.

A tudi brez pomožne skale moremo iz logaritemskega grafikona vizuelno analizirati dinamiko odnosov med podatki. Če je razvoj pojava tak, da se razvija v logaritemskem grafikonu linearno, sklepamo, da je osnovna tendenca razvoja pojava eksponentna funkcija s stalnim koeficientom

dinamike. Če tečeta liniji za dva pojava, ki sta v medsebojni povezavi paralelno, pomeni, da so odnosi med pojavoma v tem razdobju stalni itd.

2.13. Da na praktičnem primeru prikažemo prednosti logaritemskih časovnih grafiknov, vzemimo vrednost in količino izvoza in uvoza v FLRJ v razdobju 1946 - 1960.

Osnovni podatki iz tabele 2.4. so prikazani v grafikonu 2.1.

Tabela 2.4 Količina in vrednost uvoza in izvoza
v FLRJ v razdobju 1946-1960 (Vir: SC
1961)

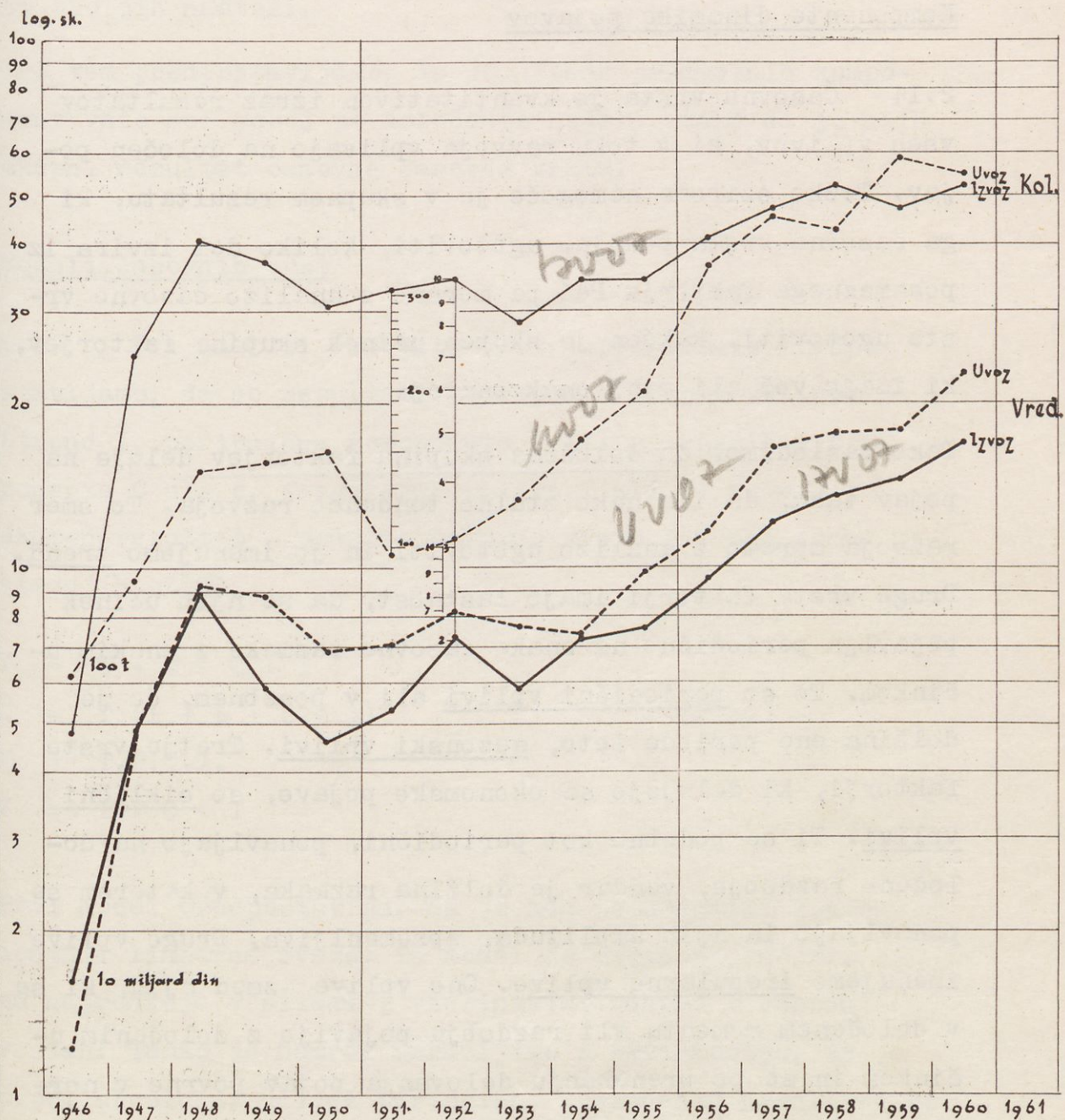
leto	količina v tisoč ton		vrednost v milijardah din po tekočih cenah	
	izvoz	uvoz	izvoz	uvoz
1946	486	622	16,2	12,2
1947	2491	946	49,1	49,8
1948	4097	1471	89,1	91,9
1949	3757	1522	59,6	88,4
1950	3082	1603	46,3	69,2
1951	3228	1038	53,6	70,5
1952	3479	1098	74,0	81,4
1953	2880	1301	55,8	77,4
1954	3443	1704	72,1	74,7
1955	3388	2079	77,0	93,1
1956	4067	3627	97,0	110,0
1957	4680	4513	118,5	162,5
1958	5143	4134	132,4	180,4
1959	4766	5973	143,0	174,9
1960	5205	5394	169,9	229,5

Logaritemska skala v logaritemskih grafikonih je neimeno-
vana, ter v njem prikazujemo raznovrstne časovne vrste
(količine in vrednost). Za katere enote mere gre vred-
nost, označimo pri vsaki posamezni časovni vrsti. Z 10^x
nakažemo, s katerim mnogokratnikom od 10 pomnožimo vrednosti,
ki jo odčitamo na skali, da dobimo pravi podatek.

Ne da bi se spuščali v podrobnejšo vsebinsko analizo pri-
kazanih podatkov, lahko napravimo iz grafikona nekaj važno-
nih zaključkov. Te iz tabele zaradi obilice podatkov in
ker iz njih niso neposredno razvidni relativni odnosi,
ne moremo napraviti.

Primerjava volumna izvoza in uvoza pokaže, da se razmerje
med izvozom in uvozom v prikazanem razdobju veča v korist
uvoza in da se uvoz veča z večjim povprečnim koeficientom
dinamike kot izvoz. Drugačna slika se pokaže, če primer-
jamo uvoz in izvoz po vrednosti. Za te podatke, razen za
nekaž izjem, ugotovimo, da je razmerje med vrednostjo u-
voza in izvoza več ali manj v vsem razdobju precej usta-
ljeno in je vrednost uvoza v splošnem večja kot vrednost
izvoza. Za leto 1951, ko je disproporc med volumnom iz-
voza in uvoza največji, je nakazano, kako s pomožno ska-
lo odčitamo relativni odnos med izvozom in uvozom (ca 3,1).

Če primerjamo med seboj linijo vrednosti in količin, mo-
remo posredno sklepati na sestav uvoza ali izvoza, pri
čemur je treba seveda upoštevati, da so vrednosti dane v
tekočih cenah. Primerjava teh odnosov za uvoz in izvoz
kaže na razlike v sestavu oziroma stopnji obdelave v uvo-
zu in izvozu. Tako n.pr. za leto 1952 vidimo, da je to
razmerje zelo neugodno, ker je iz grafikona razvidna so-
razmerno veliko večja vrednost na enoto teže pri uvozu
kot pa pri izvozu.



sl.2.1 Količina in vrednost izvoza in uvoza FLRJ v razdobju 1946-1960

Komponente dinamike pojavov

2.14 Časovna vrsta je kvantitativen izraz rezultatov vseh vplivov, ki v toku razvoja vplivajo na določen pojav. Težko oziroma nemogoče je v skupnem rezultatu, ki ga časovna vrsta podaja, ugotoviti, koliko del izvira iz posameznega faktorja. Pač pa moramo z analizo časovne vrste ugotoviti, kakšen je skupen učinek skupine faktorjev, ki imajo več ali manj enak značaj.

Tako zasledimo, da določena skupina faktorjev deluje na pojav tako, da ima neko stalno tendenco razvoja. To smer razvoja moremo z analizo ugotoviti in jo imenujemo trend. Druge vrste faktorji imajo lastnost, da se njih učinek pojavlja periodično na enake časovne razmake z enakim učinkom. To so periodični vplivi ali v posebnem, če je dolžina ene periode leto, sezonski vplivi. Tretje vrste faktorji, ki delujejo na ekonomske pojave, so ciklični vplivi. Ti se podobno kot periodični, ponavljajo na določeno razdobje, vendar je dolžina razmaka, v katerem se ponavljajo in njih amplituda, spremenljiva. Druge vplive imenujemo iregularne vplive. One vplive izmed njih, ki se v določenem momentu ali razdobju pojavijo z določenim učinkom in se po prenehanju delovanja pojav povrne v normalno stanje, imenujemo enkratne. V vsakem pojavu zasledimo še slučajne faktorje, ki trajno, vendar iregularno vplivajo na pojav.

Če s statistično analizo že ne moremo iz časovne vrste izluščiti, kolik je učinek posameznega faktorja, pa moremo s posebnimi metodami analize časovno vrsto praktično razstaviti na komponente v tem smislu, da ugotovimo, ko-

lik del izvira iz posamezne vrste oziroma skupine vplivov, ki smo jih našteali.

Pri tem predpostavljamo, da se učinek posameznih komponent veže med seboj po določenem modelu, tako da je njih skupni rezultat osnovna časovna vrsta.

Modeli časovnih vrst

2.15 Pri analizi časovnih vrst najpogosteje predpostavljamo, da se rezultati posameznih skupin vplivov (trend T , periodična komponenta P ali p , ciklična komponenta C ali c , iregularni vplivi I ali i) vežejo v skupen rezultat - osnovno časovno vrsto Y v eni izmed naslednjih oblik

$$Y = T + P + C + I$$

$$Y = T(1 + p + c + i) \quad (2.11)$$

$$Y = T.P.C.I.$$

$$Y = T.P.C + I$$

Prvi model predpostavlja, da je med posameznimi komponentami linearna zveza. Ta model je najenostavnejši, je pa najredkeje v skladu z vsebinskimi odnosi v časovnih vrstah. Težko je namreč združljivo s stvarnostjo, da je n.pr. absolutni učinek periodične komponente neodvisen od trenutnega nivoja pojava, ki je dan s trendom in se preminja. Vpliv nivoja na absoluten učinek upoštevajo vsi trije ostali modeli.

Pri proučevanju stvarnih časovnih vrst pa moremo zadnje tri modele prevesti na prvega, ki je najenostavnejši. Če namreč v drugem modelu stvarne vrednosti v časovni vrsti

Y delimo s trendom T, dobimo linearen model med drugimi komponentami: $Y/T = 1+p+c+i$.

Tretji model prevedemo v linearno obliko z logaritmiranjem $\log Y = \log T + \log P + \log C + \log I$.

Jasno je, da v časovnih vrstah po letih ne zasledimo sezone komponente, da v razdobjih, v katerih ni enkratnih vplivov, ti izpadejo iz modela, da nekateri pojavi nimajo cikličnih faktorjev itd. V teh primerih iz gornjih modelov, ki vsebujejo vse komponente, komponento, ki ne nastopa, izpustimo.

Vloga povprečij pri analizi časovnih vrst

2.16 Enostaven, a učinkovit pripomoček pri proučevanju časovnih vrst so srednje vrednosti. Pod določenimi pogoji s sredinami iz časovne vrste učinke nekaterih komponent uničimo, medtem ko druge ohranimo. Zato sredine s pridom uporabljamo pri razstavljanju časovne vrste na komponente, kar je osnovna naloga analize časovnih vrst.

V vrsti drsečih sredin se trend ohranja, če je linearen, se pa izravnava, če je trend krivuljčen. Efekt izravnave trenda je tem večji, čim daljša so razdobja, za katera izračunamo povprečja.

Sezonska oziroma periodična komponenta se v povprečju v enem letu oziroma na splošno iz povprečja iz razdobja ene periode uniči. Če je razdobje, iz katerega izračunavamo povprečje, daljše ali krajše od ene periode, ni pa mnogokratnik periode, se periodična komponenta ne uniči, pač pa le omili. Prav tako predpostavljamo tudi za ciklično komponento, da se v razdobju enega cikla uniči.

Učinki slučajnostnih vplivov se v povprečju omilijo in to tembolj, čim daljše je razdobje, za katero izračunavamo povprečje.

Kombiniranje teh predpostavk je mogoče koristiti pri razstavljanju časovnih vrst na komponente.

TREND

2.17 Osnovni smer razvoja zasledimo v daljšem razdobju pri vseh ekonomskih pojavih. V gospodarstvu ga povzročajo: naraščanje prebivalstva, naraščanje energetskih virov, akumulacija in izboljšanje tehnične metode, povpraševanje po določenem artiklu itd.

Trend proučujemo iz dveh razlogov. Določanje trenda kot osnovne smeri razvoja ekonomskih pojavov da uvid v zakonitosti razvoja, kar izkoriščamo n.pr. pri planiranju gospodarske dejavnosti.

Poznavanje osnovne smeri razvoja oziroma trenda pa izkoriščamo tudi pri proučevanju drugih komponent v časovnih vrstah. Tako si z njim pomagamo zlasti pri proučevanju cikličnih vplivov in sezonskih oziroma periodičnih vplivih.

Pri proučevanju trenda ločimo dolgoročne - sekularne trende, ki podajajo osnovno smer razvoja za daljša razdobja, od kratkoročnih trendov, ki podajajo smer razvoja za krajša obdobja. Metod za določanje trenda je veliko. Vsaka izmed njih ima za osnovo različne predpostavke in postopke. Zato je važno in odgovorno delo v vsakem posameznem primeru, izbrati primerno metodo, ki da čim pravilnejšo smer razvoja. Mehanična uporaba metod more vča-

sih dovesti do pogrešnih rezultatov in zaključkov. Trend določamo grafično z določenimi postopki, katerih osnova so sredine, ali analitično, s prilagajanjem ustreznih funkcij danim podatkom. Od grafičnih metod za določanje trenda bomo obravnavali: prostoročno metodo in metodo sredin med najnižjimi in najvišjimi točkami. Mehanična metoda je metoda drsečih sredin. Analitičnih metod pa je več. Od njih ima vsaka določene predpostavke in so nekatere teoretično bolj, druge manj neoporečne. Od njih bomo obravnavali metodo izbranih točk, metodo delnih sredin, metodo delnih vsot in metodo, ki ima za osnovo metodo najmanjših kvadratov. Ker je ta metoda najvažnejša in se v praksi zelo pogosto uporablja, jo bomo navedli v treh različnih variantah: pri prvi so osnova funkcije potenc časa, pri drugi binomske funkcije časa, pri tretji pa ortogonalni polinomi.

Preizkus o značilnosti trenda

2.18 Čeprav predpostavljamo, da imajo vsi ekonomski pojavi v daljšem razdobju dano smer razvoja, je vendar včasih časovna vrsta taka, da iz nje ni možno brez vsega razbrati smer razvoja. Včasih je časovno razdobje prekratko, včasih pa je variacija podatkov prevelika. Zato v takih primerih ni umestno določati trenda, čeprav bi določena metoda, uporabljena mehanično, tudi pokazala neko smer razvoja. Ali je v časovni vrsti značilna smer razvoja, s pridom uporabljamo preskus s Kendall-ovim številom S.

Kendall-ovo število S poznamo že iz neparametričnega Kendalllovega korelacijskega koeficienta. Postopek je analogen izračunavanju Kendallovega koeficienta korelacije, pri čemer je znak x čas, znak y pa podatek, za katerega preizkušamo značilnost trenda. Po tem postopku preizkusimo značilnost trenda po naslednjih stopnjah:

a) Za izpisano časovno vrsto od člana do člana ugotovimo, koliko podatkov v časovni vrsti od tega člana dalje je večjih od njega. Ta števila v vpišemo v posebno kolono k ustreznemu členu v časovni vrsti.

b) Seštejemo dobljene vrednosti v za vse člene v časovni vrsti. Tako dobimo k .

c) Po obrazcu $S = 2k - \binom{N}{2}$ izračunamo Kendalllovo število S

d) Za časovne vrste z $N \leq 10$ členi pri preizkusih značilnosti uporabimo tablico:

Tabela za preizkus Kendallovega števila S

N	0.05	0.01	0.001
4	6	..	..
5	8	10	..
6	11	13	..
7	13	17	4
8	16	20	24
9	18	24	30
10	21	27	35

Če pa je $N > 10$, izračunamo po obrazcu:

$$SD_S = \sqrt{\frac{n(n-1)}{18} \cdot (2n+5)} \quad (2.12)$$

standardni odklon za S in preizkusimo S s standardiziranim odklonom

$$z_S = \frac{S-1}{SD_S} \quad (2.13)$$

Trend je značilen na stopnji $\alpha = 0,05$, če je $1,96 < z_S < 2,58$,

na stopnji $\alpha = 0,01$, če je $2,58 < z_S < 3,29$ in na stopnji $\alpha = 0,001$, če je $z_S > 3,29$.

2.19 Za preizkus značilnosti trenda vzemimo volumen v 1000 tonah v predvojni in povojni Jugoslaviji.

Tabela 2.5 Preizkus o značilnosti trenda volumna izvoza v 1000 tonah v Jugoslaviji pred in po vojni (vir SG 1961)

leto	Y	v	leto	Y	v
1920	915	19	1946	486	14
1921	1584	18	1947	2491	13
1922	2214	17	1948	4097	4
1923	3026	13	1949	3757	5
1924	3916	7	1950	3082	9
1925	4398	5	1951	3228	8
1926	4885	1	1952	3479	5
1927	4251	4	1953	2880	7
1928	4527	3	1954	3443	5
1929	5330	0	1955	3388	5
1930	4733	0	1956	4067	4
1931	3323	5	1957	4680	3
1932	2398	7	1958	5143	1
1933	2930	5	1959	4766	1
1934	3584	2	1960	5205	0
1935	3327	3			
1936	2868	3			
1937	4557	0			
1938	3702	0			
1939	3462	0			

$$\sum v = k = 84$$

$$112 = k = \sum v$$

Za izvoz pred vojno dobimo

$$S = 2k - \binom{n}{2} = 2 \cdot 112 - \binom{20}{2} = + 32$$

$$SD_S = \sqrt{\frac{n(n-1)(2n+5)}{18}} = \sqrt{\frac{20 \cdot (20-1)(2 \cdot 20+5)}{18}} = 30,8$$

$$z_S = \frac{S-1}{SD_S} = \frac{+32-1}{30,8} = +1,01$$

Za izvoz po vojni dobimo:

$$S = 2k - \binom{n}{2} = 2 \cdot 84 - \binom{15}{2} = + 63$$

$$SD_S = \sqrt{\frac{n(n-1)(2n+5)}{18}} = \sqrt{\frac{15(15-1)(2 \cdot 15 + 5)}{18}} = 20,2$$

$$z_S = \frac{S-1}{SD_S} = \frac{+63-1}{20,2} = + 3,07$$

Trend volumna izvoza za pred vojno se je pokazal kot ne-
značilen, ker je z_S znatno manjši kot $z_{0,05} = 1,96$, po
vojni pa je trend v volumnu izvoza visoko značilen, ker
je z_S večji kot $z_{0,01} = 2,58$. Seveda pa rezultat o zna-
čilnosti trenda ne pove nič o obliki trenda.

Grafično in mehanično določanje trenda

Prostoročna metoda

2.20 Trend moremo določiti grafično enostavno, tako da
v časovni grafikon, ki ga imamo narisane na linearnih
ali logaritmenskih mrežah, prostoročno narišemo med stvar-
ne vrednosti krivuljo, za katero smatramo, da se danim
vrednostim najbolj prilega. Ta metoda je subjektivna, ven-
dar jo zaradi svoje enostavnosti, posebno v preliminiranih
raziskavah, pogosto uporabljamo.

2.21 Za primer je v sliki 2.2 včrtan prostoročno trend
v časovno vrsto izvoza za Anglijo.

Metoda sredin med najvišjimi in najnižjimi točkami

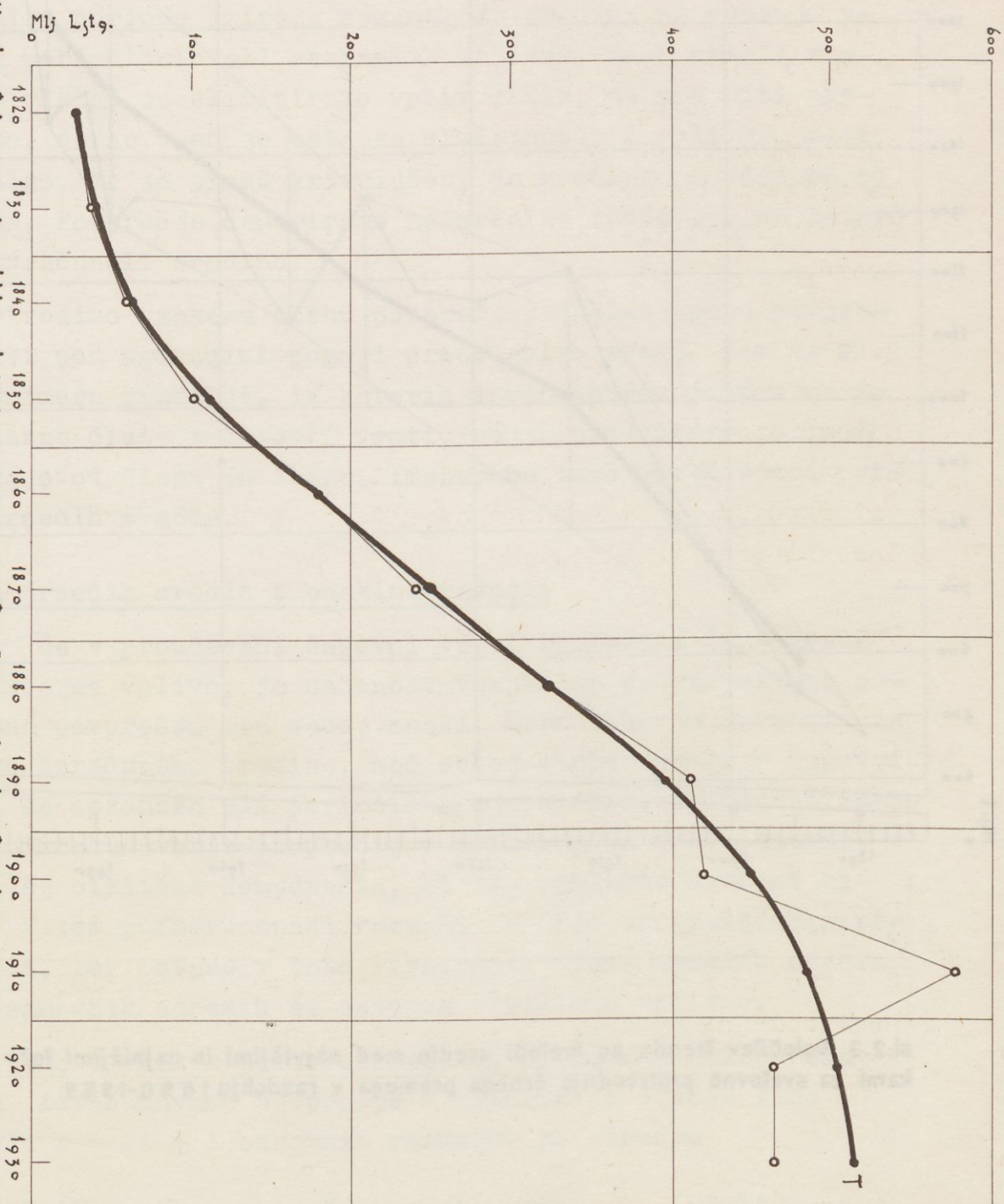
2.22 Grafična metoda sredin med najvišjimi in najnižjimi točkami sloni na predpostavki, da leži trend sredi pasu, ki ga omejimo, če povežemo med seboj najvišje in najnižje osti v linijskem grafikonu. Zgornjo mejo pasu dobimo, če povežemo med seboj najvišje osti v grafikonu. Enako dobimo spodnjo mejo pasu, če zvežemo najnižje osti v grafikonu. Če od osti potegnemo navpičnice do nasprotne meje pasu in te daljice razpolovimo, dobimo točke v sredini pasu. Če te točke med seboj povežemo, dobimo lomljeno črto, ki teče med stvarnimi vrednostmi in jo v aproksimaciji vzamemo za trend.

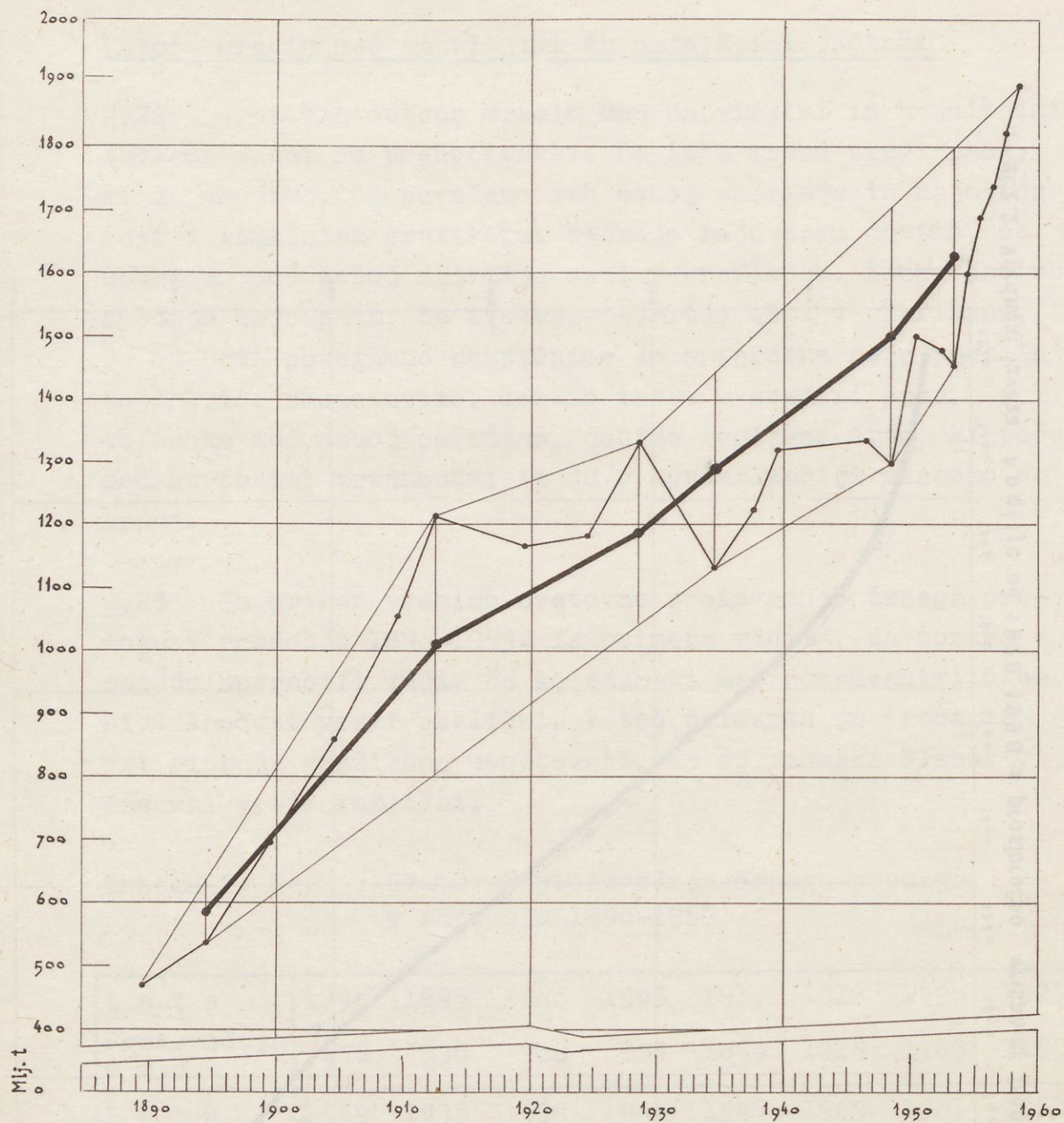
2.23 Za primer vzemimo svetovno proizvodnjo črnega premoga v razdobju 1890-1959. Iz primera vidimo, da moramo metodo uporabiti tudi, če so razmaki med posameznimi členi v časovni vrsti različni. V teh primerih je treba le pri risanju grafikona upoštevati, da so razmaki členov v časovni vrsti različni.

Tabela 2. 5a. Svetovna proizvodnja črnega premoga v razdobju 1890-1959

L e t o	1890	1895	1900	1905	1910	1913	1920	1925
Proizvodnja v mlj t	474	536	700	858	1059	1215	1165	1185
L e t o	1929	1935	1938	1940	1947	1949	1951	1953
Proizvodnja v mlj t	1333	1130	1225	1320	1340	1300	1500	1480
L e t o		1954	1955	1956	1957	1958	1959	
Proizvodnja v mlj t		1455	1601	1690	1739	1822	1896	

sl.2.2 Vrednosti izvoza Anglije od 1820 1930 s prosforično vrisanim trendom





sl.2.3 Določitev trenda po metodi sredin med najvišjimi in najnižjimi točkami za svelovno proizvodnjo črneqa premoqa v razdobju 1890-1959

Metoda drsečih sredin

2.24 Zaradi lastnosti, ki smo jih že nakazali, leži povprečje, izračunano iz določenega števila osnovnih podatkov pod določenimi pogoji na trendu ali vsaj blizu trenda. Razdobje, za katero računamo povprečje, mora biti enako mnogokratniku periode oziroma sezone, da sredina ne vsebuje učinka periodičnih ali sezonskih vplivov, mora obseči razdobje cikla, da eliminiramo vpliv cikla, ne sme biti prekratko, da ne vsebuje ostanka slučajnostnih vplivov, niti predolgo, če je trend krivuljčen, da sredina ne odstopa od trenda. Povprečje centriramo na sredino razdobja, za katero smo izračunali sredino.

Če priredimo vsakemu členu povprečje, dobimo vrsto povprečij, ki pod zgornjimi pogoji predstavlja trend. Ker se v tem primeru razdobja, iz katerih izračunavamo povprečja za posamezne člene v časovni vrsti, nujno prekrivajo oziroma pomikajo od člena do člena, imenujemo tako vrsto sredin vrsto drsečih sredin.

Vrsta drsečih sredin z enakimi razmaki

2.25 Če v proučevani časovni vrsti zasledimo samo trend in slučajne vplive, je najenostavnejše, da so razmaki za posamezna povprečja med seboj enaki. Prav tako so razmaki, za katere izračunamo sredine, med seboj enaki, če je v časovni vrsti še sezonska ali periodična komponenta. Problematičnejše je izračunavanje povprečij v primeru, da je v časovni vrsti še ciklična komponenta, ki ima različne dolžine ciklov. V tem primeru enaki razmaki ne dajejo zadovoljivega rezultata, ker ostane v tako izračunani vrsti drsečih sredin na posameznih odsekih še ostanek cikličnih vplivov.

Da dobimo v vsakem primeru sredino, prirejeno določenemu členu, izračunavamo povprečje v primeru da obsega liho število $r = 2l + 1$ osnovnih razmakov po obrazcu

$$\bar{Y}_0 = \frac{1}{r} (Y_{-l} + Y_{-l+1} + \dots + Y_0 + \dots + Y_{l-1} + Y_l) \quad (2.14)$$

pri sodem številu razmakov $r = 2i$ pa po obrazcu

$$\bar{Y}_0 = \frac{1}{2r} (Y_{-i} + 2Y_{-i+1} + \dots + 2Y_0 + \dots + 2Y_{i-1} + Y_i) \quad (2.15)$$

2.26 Za primer vzemimo indeks volumna za rastlinsko proizvodnjo v FLRJ v razdobju 1947-1960 ($\emptyset$ 1947-1956=100).

Iz osnovne časovne vrste, še bolj pa iz grafikona je razvidno, da ima rastlinska proizvodnja izrazit dvoletni cikel. To komponento eliminirajo edino sredine, izračunane iz razdobja dveh let ali mnogokratnika dveh let. Da uničimo slučajnostne vplive, naj bi bil razmak za izračunavanje sredin čim daljši, ker pa izgleda, da je smer razvoja rastlinske proizvodnje v razdobju 1947-1960 krivuljčena, je možno, da se ta smer izravna, če vzamemo razdobja prevelika. Da prikažemo učinek vseh navedenih efektov, pri različnih dolžinah, izračunajmo vrste drsečih sredin pri različnih dolžinah: $r = 2$, $r = 3$, in $r = 6$.

Sistematično izračunamo vrsto drsečih sredin po postopku, ki je v tabeli 2.6 nakazan za $r = 3$ in $r = 6$.

Če je število razmakov liho, k osnovni vrsti pripišemo v drugi stolpec osnovno vrsto, premaknjeno za r členov. Iz osnovne in premaknjene časovne vrste izračunamo razlike

$$r^d_k = Y_k - Y_{k-r} \quad (2.16)$$

Prvi člen v vrsti drsečih vsot S_{r+1} izračunamo tako, da seštejemo prvih r členov v osnovni časovni vrsti, druge pa dobimo s kumulativnim prištevanjem razlik d_k

$$S_{k+1} = S_k + r^d_k \quad (2.17)$$

Če podatke v vrsti drsečih vsot delimo z r , dobimo ustrezne člene v vrsti drsečih sredin

$$Y_k = \frac{S_{k+1}}{r} \quad (2.18)$$

Če je število razmakov, za katera izračunavamo povprečja, sodo, ($r = 2i$), na enak način kot zgoraj izračunamo najprej vrsto drsečih vsot S_k , iz teh pa s seštevanjem po dve sosedni vrednosti najprej

$$S'_{k-i} = S_k + S_{k+1} \quad (2.19)$$

iz S'_k pa drseče sredine $\bar{Y}_k$ po obrazcu

$$\bar{Y}_k = \frac{S'_k}{2r} \quad (2.20)$$

Tabela 2.6 Izračun vrste drsečih sredin za indeks volumna rastlinske proizvodnje v FLRJ v razdobju 1947-1960 (1947-56 = 100) (Vir: SG-1961)

	r = 3					r = 6						r = 2
	Y_k	Y_{k-3}	d_k	S_k	$\bar{Y}_k$	Y_k	Y_{k-6}	d_k	S_k	S'_k	$\bar{Y}_k$	$\bar{Y}_k$
1947	95					95						
1948	110				105,7	110						106,7
1949	112				97,7	112						101,2
1950	71	95	-24	317	101,3	71				1175	97,9	93,8
1951	121	110	+11	293	86,3	121				1178	98,2	95,0
1952	67	112	-45	304	102,0	67				1169	97,4	93,2
1953	118	71	+47	259	91,7	118	95	+23	576	1203	100,2	98,2
1954	90	121	-31	306	110,3	90	110	-20	599	1251	104,3	105,2
1955	123	67	+56	275	102,3	123	112	+11	579	1329	110,7	107,5
1956	94	118	-24	331	121,0	94	71	+23	590	1432	119,3	114,2
1957	146	90	+56	307	120,0	146	121	+25	613	1537	128,1	126,5
1958	120	123	-3	363	144,7	120	67	+53	638			138,5
1959	168	94	+74	360	144,3	168	118	+53	691			150,2
1960	145	146	-1	434		145	90	+55	741			
				433					796			

Iz tabele 2.6 in slike 2.4 vidimo, da je časovna vrsta drsečih sredin krajša kakor osnovna časovna vrsta in sicer za i členov na začetku in na koncu. To je ena izmed hib vrste drsečih sredin. Če primerjamo dobljene tri vrste drsečih sredin v tabeli ali grafikonu, opazimo, da je res v vrsti drsečih sredin za $r = 3$ ostal še del cikla in podatki ciklično nihajo. Lepo izglačene so vrste za $r = 2$ in $r = 6$, vendar pri vrsti z $r = 2$ opazimo še vpliv slučajnih vzrokov, medtem ko je iz zgoraj omenjene ga vzroka vrsta drsečih sredin iz šestih členov sistematično prevelika, ker je razdobje šestih let predolgo in izravna krivuljo trenda.

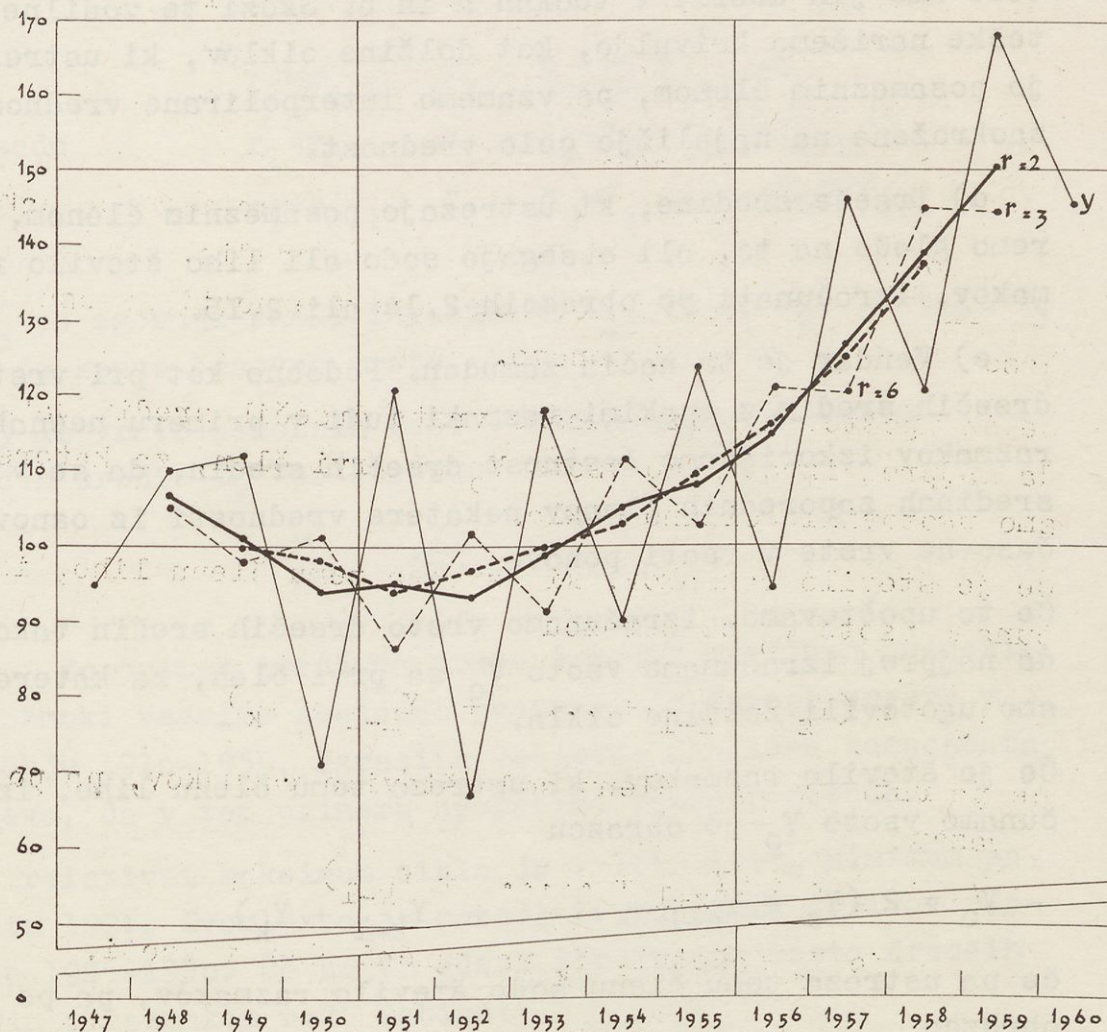
Vrsta drsečih sredin s spremenljivimi razmaki

2.27 Če je dolžina ciklov spremenljiva, pri uporabi metode drsečih sredin nastane težava, ker je treba razmake, za katere izračunavamo sredine, prilagajati spremenljivi dolžini ciklov. V teh primerih modificiramo metodo drsečih sredin takole:

a) Določimo dolžine posameznih ciklov, ki jo merimo s časovnim razmakom od ene do druge najvišje vrednosti cikla. Ta dolžina razmaka velja za povprečje, ki ga centriramo na sredino cikla.

b) Določimo dolžine posameznih ciklov iz najnižjih vrednosti cikla. Te dolžine razmaka veljajo za povprečja, ki jih centriramo na sredini ciklov, ki smo jih določili po najnižjih točkah.

Opomba: Da določeneje ugotovimo najvišje in najnižje točke ciklov, je priporočljivo, da iz osnovne časovne vrste okrog ekstremov izračunamo vrste kratkoročnih drsečih sredin iz razmakov $r = 2$ in iz njih določimo člene z ekstremi ciklov.



sl.2.4 Drseče sredine za indeks volumna rastlinske proizvodnje v FLRJ v razdobju 1947-1960 ($\bar{x}$ 1947-1960=100)

c) Za druge člene določimo dolžine ciklov z interpolacijo. Eden izmed možnih načinov je grafična interpolacija. V grafikon vnesemo dolžine ciklov za člene, za katere smo jih dobili v točkah a in b. Skozi te vodilne točke narišemo krivuljo, kot dolžine ciklov, ki ustrezajo posameznim členom, pa vzamemo interpolirane vrednosti, zaokrožene na najbližjo celo vrednost.

d) Drseče sredine, ki ustrezajo posameznim členom, moremo glede na to, ali obsegajo sodo ali liho število razmakov, izračunati po obrazcih 2.14 ali 2.15.

e) Vendar je ta način zamuden. Podobno kot pri vrstah drsečih sredin z enakimi razmaki tudi v primeru neenakih razmakov izkoriščamo lastnost drsečih sredin, da se v sredinah zaporednih členov nekatere vrednosti iz osnovne časovne vrste v vsoti ponove.

Če to upoštevamo, izračunamo vrsto drsečih sredin tako, da najprej izračunamo vsoto V_0 za prvi člen, za katerega smo ugotovili dolžino cikla.

Če je število razmakov, ki ustreza temu členu liho, izračunamo vsoto V_0 po obrazcu

$$V_0 = 2 (Y_z + Y_{z+1} + \dots + Y_{k-1} + Y_k)$$

če pa ustreza temu členu sodo število razmakov, pa po obrazcu

$$V_0 = Y_z + 2 (Y_{z+1} + \dots + Y_{k-1}) + Y_k$$

Pri tem je Y_z začetni, Y_k pa končni člen v vsoti.

f) Iz izračunane vsote za prvi člen dobimo vsoto za drugi člen in iz tega postopoma vse nadaljnje pomožne vsote. Glede na to, ali je število členov, ki ustreza prvemu členu r_0 liho ali sodo in glede na to ali je r_1 za člen, ki sledi členu o enak $r_1 = r_0 - 1$, $r_1 = r_0$ ali $r_1 = r_0 + 1$ računamo nadaljnje vsote po shemi:

$$\begin{array}{lll}
r_1=r_0-1 & V_1 = V_0 - 2Y_Z - Y_{Z+1} + Y_{k+1} \\
r_0 = \text{liho število} & r_1=r_0 & V_1 = V_0 - 2Y_Z + 2Y_{k+1} \\
& r_1=r_0+1 & V_1 = V_0 - Y_Z + 2Y_{k+1} + Y_{k+2} \\
\\
r_1=r_0-1 & V_1 = V_0 - Y_Z - 2Y_{Z+1} + Y_k \\
r_0 = \text{sodo} & r_1=r_0 & V_1 = V_0 - Y_Z - Y_{Z+1} + Y_{k+1} \\
& r_1=r_0+1 & V_1 = V_0 - Y_Z + Y_k + 2Y_{k+1}
\end{array}$$

Iz V_0 po zgornji shemi izračunamo V_1 , iz V_1 V_2 , iz tega V_3 itd. do konca časovne vrste.

g) Iz vrste pomožnih vsot V dobimo časovno vrsto drsečih sredin $\bar{Y}_k$ po obrazcu

$$\bar{Y}_k = \frac{V}{2r}$$

2.28 Za primer izračuna vrste drsečih sredin z neenakimi razmaki vzemimo svetovno proizvodnjo živega srebra v razdobju 1910-1959. Izrazita večletna ciklična komponenta zahteva, da v tem primeru uporabimo zgornjo metodo.

Prvi relativni maksimum cikla je v letu 1912, minimum pa v letu 1921. Dvomljivo je zaradi iregularnih vplivov razdobje 1926-1930. Če za ta odsek izračunamo vrsto drsečih sredin z razmakom $r=2$, dobimo:

$$\bar{Y}_{27} = 1/4(116+2 \cdot 150+149)=141,3$$

$$\bar{Y}_{28} = 1/4(150+2 \cdot 149+163)=152,8$$

$$\bar{Y}_{29} = 1/4(149+2 \cdot 163+109)=146,0$$

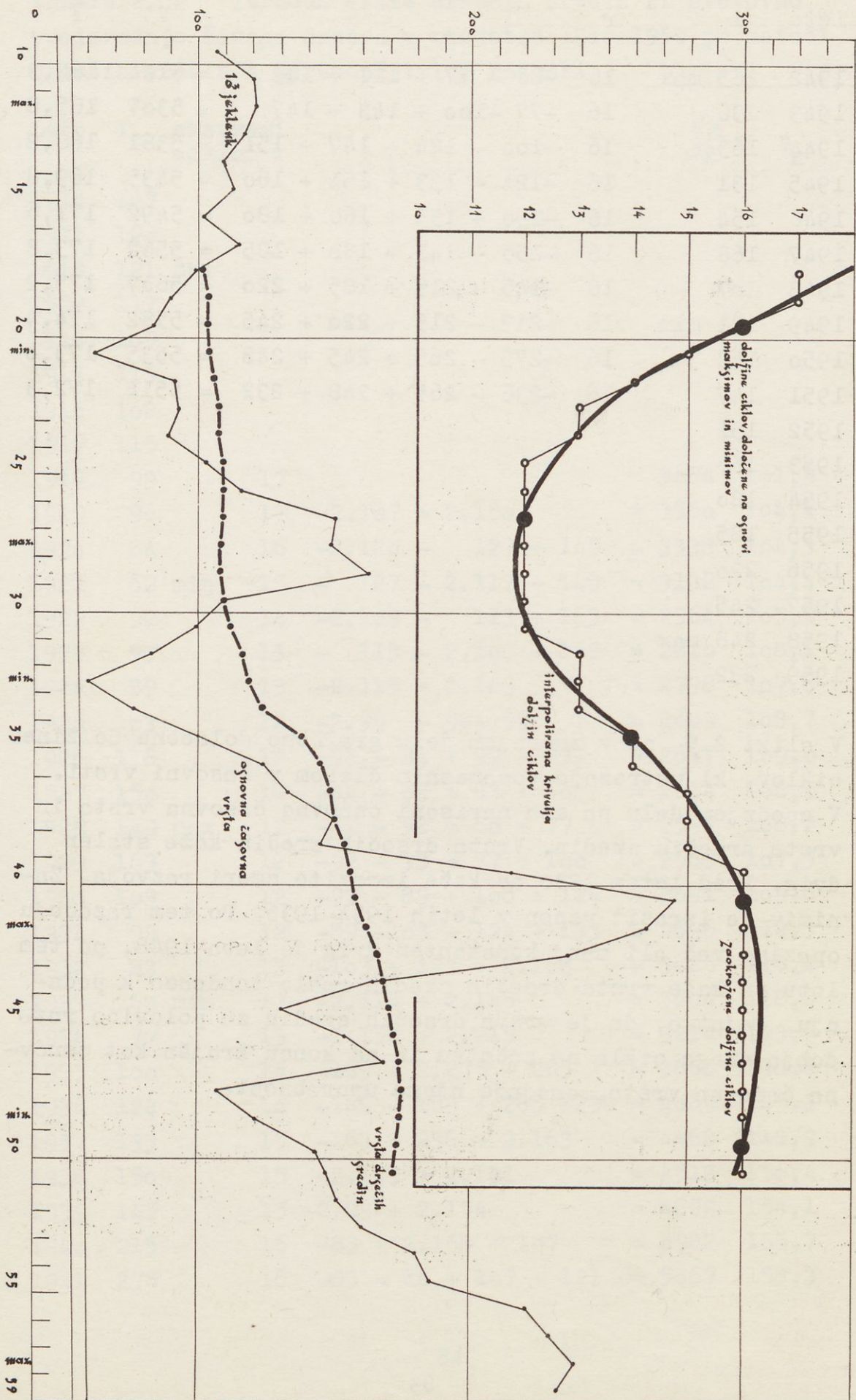
Iz zgornje vrste drsečih sredin dobimo, da maksimum cikla ni v letu 1929, ampak v letu 1928. Večja vrednost v letu 1929 v osnovni časovni vrsti je izraz individualnih vplivov. Podobno postopamo tudi v drugih primerih in dobimo naslednji minimum cikla v letu 1933, maksimum v letu 1942, zadnji minimum v letu 1949 in zadnji maksimum v letu 1958.

Tabela 2.6a Izračun vrste drsečih sredin za svetovno proizvodnjo živega srebra v razdobju 1910-1959 po metodi drsečih sredin s spremenljivimi razmaki

Leto	Y	ekstremi cikla r		V_k Y_k	$\bar{Y}_k$
1910	107				
1911	120				
1912	121 max				
1922	117				
1914	109				
1915	113				
1916	102				
1917	115				
1918	99	17		3464	101,9
1919	90	17	-2.107 + 2.150	= 3550	104,4
1920	84	16	-2.120 - 127 + 149	= 3338	104,3
1921	62 min	15	- 127 - 2.117 + 149	= 3132	104,4
1922	92	14	-2.109 - 113 + 163	= 2964	105,9
1923	93	13	- 113 - 2.102 + 163	= 2810	108,1
1924	89	13	-2.115 + 2.109	= 2798	107,6
1925	103	12	-2.99 - 90 + 99	= 2609	108,7
1926	116	12	-90 - 84 + 99 + 83	= 2617	109,0
1927	150	12	-84 - 62 + 83 + 60	= 2614	108,9
1928	149 max	12	-62 - 92 + 60 + 77	= 2597	108,2
1929	163	12	-92 - 93 + 77 + 100	= 2589	107,9
1930	109	12	-93 - 89 + 100 + 124	= 2631	109,6
1931	99	12	-89 -103 + 124 + 133	= 2696	112,3
1932	83	13	-103 + 133 + 2.150	= 3026	116,4
1933	60 min	13	-2.116 + 2.145	= 3084	118,6
1934	77	13	-2.150 + 2.215	= 3214	123,6
1935	100	14	-149 + 2.275 + 265	= 3880	138,6
1936	124	14	-149 - 163 + 265 +236	= 4069	145,3
1937	133	15	-163 + 236 + 2.163	= 4468	148,9
1938	150	15	-2.109 + 2.131	= 4512	150,4
1939	145	15	-2.99 + 2.154	= 4622	154,1
1940	215	16	-83 + 2.168 + 107	= 4982	155,7
1941	275	16	-83 - 60 + 107 + 121	= 5067	158,3

Leto	Y	r		V	$\bar{Y}$
1942	265 max	16	-60 - 77 + 121 + 143	= 5194	162,3
1943	236	16	-77 -100 + 143 + 147	= 5307	165,8
1944	163	16	-100 - 124 + 147 + 151	= 5381	168,2
1945	131	16	-124 - 133 + 151 + 160	= 5435	169,8
1946	154	16	-150 - 133 + 160 + 180	= 5492	171,6
1947	168	16	-150 - 145 + 180 + 185	= 5562	173,8
1948	167	16	-145 - 215 + 185 + 220	= 5607	175,2
1949	121 min	16	-217 - 215 + 220 + 245	= 5582	174,4
1950	143	16	-275 - 265 + 245 + 248	= 5535	173,0
1951	147	16	-236 - 265 + 248 + 232	= 5514	172,3
1952	151				
1953	160				
1954	180				
1955	185				
1956	220				
1957	245				
1958	248 max				
1959	232				

V sliki 2.5 so v zgornjem delu grafično določene dolžine ciklov, ki ustrezajo posameznim členom v časovni vrsti. V spodnjem delu pa sta narisani osnovna časovna vrsta in vrsta drsečih sredin. Vrsta drsečih sredin kaže stalen dvig. Pred letom 1930 ne kaže izrazite smeri razvoja. Zanimiv je izrazit vzpon v letih 1934-1936. Po tem razdobju opazimo več ali manj konstanten dvig do leta 1948, po tem letu pa kaže vrsta drsečih sredin rahlo tendenco k padanju. Dejstvo, da je vrsta drsečih sredin za polovico razdobja enega cikla na začetku in na koncu krajša kot osnovna časovna vrsta, omejuje njeno uporabnost.



sl.2.5 Vršila drsečih sredin za svetovno proizvodnjo živega srebra v razdobju 1910-1959

Analitično določanje trenda

Izbira tipa krivulje:

2.29 Pri analitičnem določanju trenda je osnova za trend funkcija, ki določa odvisnost med časom x in trendom T .

$$T = f(x) \quad (2.22)$$

Pri analitičnih metodah je za določanje trenda najvažnejša naloga, da izmed različnih funkcij, izberemo ustrežno funkcijo, ki naj ponazarja trend. Katera funkcija ustreza za dan pojav kot trend, moremo včasih ugotoviti iz predpostavk o zakonitosti razvoja proučevane ga pojava. Tako predpostavki, da pojav narašča enakomerno, ustreza kot trend premica, predpostavki, da se pojav razvija s stalno relativno razliko, ustreza eksponentna funkcija itd.

Včasih pa funkcijo, ki naj predstavlja trend, določimo iz same časovne vrste, če jo prikažemo grafično, prostoročno poskusno vrišemo linijo trenda in iz nje sklepamo na analitično obliko trenda. Ta način je vsebinsko znatno slabši kakor prvi, ker je formalen.

Najpogosteje uporabljamo za izračunavanje trenda eno izmed naslednjih funkcij:

1. Premica: $T = a + bx$
2. Parabola druge, tretje ... stopnje: $T = a + bx + cx^2 + dx^3 \dots$
3. Parabola: $T = a + b\sqrt{x}$
4. Eksponentna funkcija: $T = ab^x \quad (2.23)$
5. Modificirana eksponentna funkcija: $T = k + ab^x$
6. Gompertzova funkcija: $T = k \cdot a^{b^x}$
7. Pearl-Reedova logistična funkcija:

$$T = \frac{T_{\infty}}{1 + a \cdot b^x}$$

V teh funkcijah pomeni x čas, T trend, a, b, c, k, T_{∞} pa so parametri trenda, ki so za posamezno časovno vrsto konkretne vrednosti.

Določanje trenda po analitični metodi sestoji torej iz več stopenj. Najprej z vsebinsko analizo pojava ali iz grafikona določimo tip funkcije, ki jo uporabimo za trend. Drug problem je izračunati vrednosti parametrov za ustrezen tip funkcije. Končno pa iz dane funkcije izračunamo vrednosti trenda za posamezne člene v časovni vrsti ali ekstrapolirane vrednosti.

2.30. Pri izračunavanju parametrov za posamezne funkcije, ki predstavljajo trend, je s tehničnega stališča najprikladneje, da je funkcija taka, da so parametri a, b in c, k itd. med seboj v linearni zvezi.

Izmed funkcij v odstavku 2.29 imajo to lastnost le prve tri. Četrto, to je eksponentno funkcijo moremo v tako obliko prevesti, če jo logaritmiramo. Tako dobimo

$$\log T = \log a + x \log b \quad (2.24)$$

Če postavimo konstanto $\log a = a'$ in $\log b = b'$, dobimo, da je logaritem trenda pri eksponentni funkciji $T' = a' + b'x$

Modificirano eksponentno funkcijo, Gompertzovo in Pearl-Reedovo funkcijo ne moremo prevesti s transformacijo v obliko, v kateri so parametri med seboj v linearni zvezi. Pač pa moremo prevesti Gompertzovo in logistično funkcijo v modificirano eksponentno, ki je od vseh treh najenostavnejša. Če namreč Gompertzovo funkcijo $T = k \cdot a^{b^x}$ logaritmiramo, dobimo

$$\log T = \log k + b^x \log a \quad (2.25)$$

Če vzamemo, da je $\log T = T'$, $\log k = k'$, $\log a = a'$, $b = b'$, dobimo

$$T' = k' + a' \cdot b'^x \quad (2.26)$$

modificirano eksponentno funkcijo.

Enako dobimo za logistično funkcijo, če izračunamo iz

$$T = \frac{T_{\infty}}{1 + a \cdot b^x} \quad (2.27)$$

recipròk

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_{\infty}} + \frac{a}{T_{\infty}} \cdot b^x \quad (2.28)$$

Če postavimo

$$1/T = T', \quad 1/T_{\infty} = k', \quad a/T_{\infty} = a' \text{ in } b = b' \quad (2.29a)$$

dobimo za logistično funkcijo

$$T' = k' + a' \cdot b'^x \quad (2.29b)$$

2.31 Pri izbiri tipa krivulje trenda moramo v splošnem zelo paziti. Časovna vrsta, za katero določamo trend, mora biti taka, da se iz nje da trend razbrati. Iz časovne vrste za prekratka razdobja je dostikrat nemogoče določiti trend, posebno če je v pojavu ciklična komponenta. Krivulja oziroma funkcija, ki jo za take časovne vrste prilagodimo, sicer prikazuje smer razvoja v tem razdobju, vendar to ni trend, ker je v tej smeri razvoja vključena tudi ciklična komponenta. Enako tudi za daljša razdobja dobimo s šablonsko uporabo tehničnih metod za prilagajanje funkcij linijo razvoja, ki ni čisti trend, ampak vsebuje tudi ciklične vplive, če proučevano razdobje ne vsebuje zaključenih ciklov.

Pri predhodnem študiju časovne vrste, pri katerem izbiramo, katera funkcija je v danem primeru najprimernejša kot funkcija trenda, je najsplošnejši pripomoček grafikon časovne vrste z aritmetičnimi in logaritemskimi skalami.

Če kaže časovna vrsta, risana na aritmetični mreži linearen razvoj, vzamemo kot funkcijo trenda premico.

Če je na grafikonu nakazana krivuljčna smer razvoja z eno krivino, je dostikrat ustrezna funkcija trenda parabola druge stopnje tipa $T = a + bx + cx^2$. Če pa na grafikonu opazimo prevoj, je kot trend dostikrat uporabna parabola tretje stopnje: $T = a + bx + cx^2 + dx^3$.

Če kažejo podatki, narisani na pollogaritemskem papirju, linearno smer razvoja, je trend eksponentna funkcija. Krivulja z enim zavojem pa kaže, da je trend logaritmična parabola $T = a \cdot b^x \cdot c^{x^2}$.

Preskus o tipu krivulje trenda izvedemo tudi z naslednjim postopkom. Osnovno časovno vrsto narišemo na aritmetičnem ali logaritmičnem grafikonu in vanj prostoročno narišemo linijo trenda. Na celotnem razmaku časovne vrste v enakih časovnih razmakih izberemo na prostoročno načrtanem trendu najmanj pet vrednosti. Nadaljnji preizkus o funkciji trenda je naslednji.

Če so prve razlike med vrednostmi prostoročnega narisanega trenda $DT_k = T_k - T_{k-1}$ konstantne, je trend linearen. Če so druge difference med vrednostmi trenda $D^2T_k = DT_k - DT_{k-1}$ konstantne, je trend parabola druge stopnje. Če pa so konstantne tretje difference ali difference iz drugih diferenc $D^3T_k = D^2T_k - D^2T_{k-1}$, je trend parabola tretje stopnje.

Če enak preizkus ponovimo z logaritmi iz vrednosti trenda, ki smo ga dobili prostoročno in so prve difference iz teh vrednosti konstantne, je trend eksponentna funkcija. Če pa niso konstantne prve, temveč druge difference iz logaritmov trenda, je trend logaritmična parabola druge stopnje $T = a \cdot b^x \cdot c^{x^2}$.

Preizkus za eksponentni trend dobimo tudi, če iz vrednosti trenda izračunamo verižne indekse. Če je trend eksponenten, je vrsta verižnih indeksov konstantna. Če pa verižni indeksi niso konstantni, pač pa so konstantni verižni indeksi, ki jih izračunamo iz vrste verižnih indeksov, je trend logaritmična parabola.

Če verižni indeksi iz trenda niso konstantni, pač pa so konstantni verižni indeksi iz prvih diferenc DT_k , je trend modificirana eksponentna krivulja.

Če napravimo ta preizkus z logaritmi trenda in so verižni indeksi iz diferenc iz logaritmov trenda konstantni, je trend Gompertzova krivulja. Če pa napravimo ta preiz-

kus z reciproki in so konstantni verižni indeksi iz diferenc iz reciprokov trenda, je trend logistična krivulja.

Drug preizkus, ki da odgovor na to, ali je krivulja trenda logistična ali Gompertzova, je grafikon prvih diferenc iz osnovne časovne vrste ali iz vrednosti prostoročnega trenda.

Če se pojav giblje v Pearl-Reedovi logistični krivulji, je slika prvih diferenc iz trenda simetrična unimodalna distribucija; če pa je trend Gompertzova krivulja, je slika prvih diferenc unimodalna asimetrična krivulja. *o sliki*
Značilna lastnost logističnega trenda je, da relativni prirastek pri logističnem trendu linearno pada.

Preizkus o tem, ali je trend modificirana eksponencialna funkcija, Gompertzova funkcija ali Pearl-Reedova logistična funkcija, je možen tudi z grafikonov naslednjih izrazov.

Če narišemo na logaritemskem grafikonu podatke ($Y - k$) in ti kažejo linearno tendenco, je trend modificirana eksponentna krivulja. Če kažejo na logaritemskem grafikonu linearno tendenco izrazi ($\log Y - k'$), je trend Gompertzova funkcija, če pa kažejo na logaritemskem grafikonu linearno tendenco izrazi ($1/Y - k'$), je trend logistična krivulja. Težava pri tem preizkusu je edino v tem, da je treba primerno konstanto k oziroma k' ugotoviti s preizkušanjem.

Pri odločitvi o tipu krivulje, ki naj predstavlja trend, vedno soodloča vsebinska upravičenost pred formalno. Če izbiramo, kateri tip krivulje je pravi, upoštevamo, da so primernejše funkcije z manjšim številom parametrov. Jasno je namreč, da se funkcija oziroma krivulja, ki ima več parametrov, vse bolje in bolje prilega stvarnim podatkom. V skrajnem primeru, če je število parametrov enako številu členov v osnovni časovni vrsti, gre prilagojena krivulja skozi vse točke stvarne časovne vrste. Vendar to ni trend. Čim večje je število parametrov v funkciji, ki naj predstavlja trend, tembolj se izpostav-

ljamo nevarnosti, da prilagojena krivulja ni trend, ampak vsebuje še ostanke drugih vplivov.

Metoda izbranih točk

2.32 Subjektivni element, vendar v zmanjšani meri, kot ga ima prostoročna grafična metoda, ima tudi metoda izbranih točk. Po tej metodi iz grafikona najprej z analizo ugotovimo tip krivulje, ki ustreza ~~koč~~ trend. Glede na število parametrov v funkciji trenda določimo v grafikonu osnovne časovne vrste toliko točk, kolikor parametrov ima funkcija, ki predstavlja trend. Te točke so jasno izbrane subjektivno. Včasih celo najprej narišemo prostoročno trend in na tej krivulji trenda izberemo ustrezno število točk na trendu. Razumljivo je, da točke ne smejo biti izbrane na prekratnem razmaku, ker se v tem primeru vpliv subjektivnega elementa in pogreške poveča. Če ima funkcija dva parametra, izberemo torej eno točko bolj na začetku, drugo pa pri koncu časovne vrste. Če ima funkcija tri parametre, izberemo eno točko v sredini časovne vrste, dve pa pri robnih členih, enako odmaknjeni od sredine itd.

Metodo izbranih točk prav pogosto uporabljamo, kadar je trend funkcija, v kateri parametri niso med seboj v linearni zvezi in so druge metode, če že ne onemogočene, vsaj otežkočene.

2.33 Za primer vzenimo določanje trenda za izvoz Anglije v razdobju 1820-1930 v mlj. Lstg po stalnih cenah.

Tabela 2.7. Izvoz iz Anglije v razdobju 1820-1930 v mlj Lstg

leto	1820	1830	1840	1850	1860	1870
izvoz Y	27	37	58	99	176	236
DY		+10	+21	+41	+77	+60
x	-11	- 9	- 7	- 5	- 3	- 1

leto	1880	1890	1900	1910	1920	1930
izvoz Y	320	407	416	573	459	461
DY	+84	+87	+9	+157	-114	+2
x	+1	+3	+5	+7	+9	+11

Če v grafikonu prvih diferenc podatke grafično izravnamo, dajo prve difference precej simetrično unimodalno krivuljo. Zato sklepamo, da je primerno, da uporabimo kot funkcijo trenda logistično funkcijo. (Glej sliko 2.9)

Da si olajšamo izračun parametrov in trenda, si izberemo nov znak x (čas), ki ima izhodišče v sredini celotnega razdobja (v letu 1875) in je v zvezi z osnovnim časom z enačbo

$$x = \frac{L - 1875}{10/2} \quad (2.30)$$

Ker ima logistična funkcija tri parametre, izberemo na trendu tri točke, eno v sredini, dve pa na robih. Tako izberemo koordinate za tri točke na trendu: $T_1(-10, 30)$, $T_2(0, 285)$ in $T_3(+10, 500)$. Če vnesemo te koordinate v obrazec za reciprok logistične funkcije

$$1/T = k' + a' \cdot b'^x \quad (2.31)$$

dobimo tri enačbe, ki posredujejo tri parametre: k' , a' , b'

$$1/30 = 0,033333 = k' + a' \cdot b'^{-10}$$

$$1/285 = 0,003509 = k' + a' \quad (2.32)$$

$$1/500 = 0,002000 = k' + a' \cdot b'^{+10}$$

Če odštejemo drugo enačbo od prve, tretjo pa od druge, eliminiramo parameter k' in dobimo iz sistema treh enačb s tremi parametri sistem dveh enačb z dvema parametroma: a' , b'

$$\begin{aligned} 0,029824 &= a' \cdot b'^{-10} \cdot (1 - b'^{+10}) \\ 0,001509 &= a' \cdot (1 - b'^{+10}) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Dobljeni enačbi delimo drugo s prvo. S tem eliminiramo še parameter a' in dobimo

$$b'^{10} = \frac{0,001509}{0,029824} = 0,05059683$$

Z logaritmi dobimo, da je $b' = 0,7420$

Vstavimo vrednost b'^{10} v zadnjo enačbo v sistemu 2.33.

Tako dobimo, da je

$$0,001509 = a' \cdot (1 - 0,05059683)$$

$$\text{oziroma } a' = \frac{0,001509}{1 - 0,05059683} = 0,001589$$

Iz druge enačbe v sistemu enačb 2.32 sledi, da je

$$0,003509 = k' + 0,001589$$

$$\text{oziroma } k' = 0,001920$$

Funkcija recipročnih vrednosti za trend je torej:

$$T' = k' + a' b'^x = 0,001920 + 0,001589 \cdot 0,742^x$$

Če upoštevamo, da je po obrazcih $T_{\infty} = 1/k' =$

$$= 1/0,001920 = 520,8$$

$$a = a'/k' = 0,001589/0,001920 = 0,827 \text{ in } b = b' = 0,742$$

dobimo, da je funkcija logističnega trenda za izvoz Anglije

$$T = \frac{T_{\infty}}{1 + a \cdot b^x} = \frac{520,8}{1 + 0,827 \cdot 0,742^x} \quad (2.34)$$

Pri tem morano opozoriti, da je med časom x in stvarnim časom L zveza iz obrazca 2.30.

Izračun trenda za leta, ki so dana v tabeli 2.7, je nakazan v tabeli 2.8, slika osnovne časovne vrste iz ustreznega trenda pa v sliki 2.5.

Tabela 2.8 Izračun logističnega trenda za izvoz
iz Anglije od leta 1820 do 1930

leto	Y	x	$a' \cdot b'^x +$	k'	$=$	T'	$T=1/T'$
1820	27	-11	0,042332 +	0,001920	=	0,044252	23
1830	37	-9	23306 +	1920	=	25226	40
1840	58	-7	12832 +	1920	=	14752	68
1850	99	-5	7647 +	1920	=	9567	105
1860	176	-3	4210 +	1920	=	6130	163
1870	236	-1	2318 +	1920	=	4238	236
1880	320	+1	1276 +	1920	=	3196	313
1890	407	+3	703 +	1920	=	2623	381
1900	416	+5	387 +	1920	=	2307	434
1910	573	+7	213 +	1920	=	2133	469
1920	459	+9	117 +	1920	=	2037	491
1930	461	+11	65 +	1920	=	1985	504

Metoda delnih sredin

2.34 Metodo izbranih točk moremo nadomestiti z objektivnejšo metodo, metodo delnih sredin. Subjektivno izbrane vrednosti nadomesti objektivno določena srednja vrednost.

Metoda delnih sredin izkorišča lastnost, da se v povprečju uničijo slučajnostni vplivi ter periodični in ciklični vplivi, če je razdobje, za katerega izračunamo sredine, enako dolžini periode ali cikla ali mnogokratnik iz teh dolžin. Dalje vemo, da povprečje iz trenda leži na trendu, če je v razdobju, za katerega izračunavamo sredino, linearen. Vse te lastnosti dajo dosti omejitev za uporabnost metode delnih sredin. Če upoštevamo zgornje omejitve, moremo po metodi delnih sredin določati linearen trend. V tem so vključeni tudi primeri, da je trend funkcija, ki jo moremo s transformacijo prevesti v linearno funkcijo. Taka funkcija je n.pr. eksponentna funkcija $T = a \cdot b^x$, ki jo z logaritmiranjem prevedemo v $\log T = \log a + x \cdot \log b$. Enako hiperbolo tipa $T = \frac{a}{x - b}$,

s transformacijo

$1/T = \frac{x - b}{a} = a' + b'x$ prevedemo v linearno funkcijo itd. Za eksponentno funkcijo velja iz zgornjega, da na trendu leže geometrijske sredine, za hiperbole pa harmonične sredine iz osnovnih podatkov. Postopek izračuna funkcije trenda po metodi delnih sredin je torej v mnogočem sličen metodi izbranih točk. Za vrste, za katere je trend krivuljčen, moremo vzeti približek, da je na krajšem odseku kljub temu, da je v celoti krivuljčen, trend linearen. Za take primere izračunavamo sredine iz čim krajših razdobj. To pa se kosa z drugo omejitvijo, po kateri mora biti zaradi slučajnostnih cikličnih in periodičnih vplivov razmak, iz katerega izračunavamo sredine, čim daljši oziroma mora imeti dano dolžino.

2.35 Za primer izračunajmo po metodi delnih sredin trend oziroma smer razvoja za indeks industrijske proizvodnje v Franciji. Trend se izkaže kot linearen.

Tabela 2.9 Izračun trenda za indeks industrijske proizvodnje za Francijo po metodi delnih sredin

leto	x	Y	T
1953	-7	100	101
1954	-5	110	111
1955	-3	120	121
1956	-1	133	131
1957	+1	144	141
1958	+3	150	151
1959	+5	156	161
1960	+7	173	171

Točki na trendu sta $T_1/-4, 115,75/$ in $T_2/+4, 155,75/$, enačbi, ki ju dobimo iz enačbe

$$T = a + bx$$

Če vanjo vstavimo koordinati za obe točki pa

$$115,75 = a - 4b$$

$$155,75 = a + 4b$$

$$271,50 = 2a$$

$$a = 135,75$$

$$40 = 8b$$

$$b = 5$$

enačba trenda pa $T = 135,75 + 5x$

Če vnesemo v to enačbo zaporedoma vrednosti za x , dobimo vrednosti trenda.

Metoda delnih vsot

2.36 Hiba metode delnih sredin je v tem, da sredine, izračunane iz razdobja, v katerem trend ni linearen, ne leže na trendu, ampak delujejo v smeri izravnavanja trenda. To hibo odpravimo z metodo delnih vsot.

Enako kakor pri metodi delnih sredin tudi pri metodi delnih vsot časovno vrsto razdelimo v toliko - najprimerneje po obsegu enakih delov - kolikor ima funkcija trenda parametrov.

Če predpostavljamo, da je proučevani pojav odvisen le od trenda in slučajnostnih vplivov, moremo vzeti aproksimacijo, da se slučajnostni vplivi v vsoti v razdobjih, iz katerih izračunamo vsote, uničijo. Tako dobimo iz osnovnega modela

$$Y = T + S \quad (2.35)$$

toliko enačb tipa

$$\sum Y = \sum T \quad (2.36)$$

kolikor parametrov ima funkcija. V primeru, da so v časovni vrsti še ciklični ali periodični vplivi, dobimo po znanih pravilih za ta primer enačbe tipa 2.36 le, če so razdobja, za katera računamo vsote, mnogokratniki iz dolžin period oziroma ciklov.

Metoda delnih vsot je kot objektivna metoda za določanje trenda posebno primerna takrat, če v funkciji trenda zveza med parametri ni linearna oziroma se niti s transformacijo ne da prevesti v tako obliko. Pri funkcijah, ki pridejo v praksi najpogosteje v poštev, imajo to lastnost modificirana eksponencialna funkcija, Gompertzova funkcija in Pearl-Reedova logistična krivulja.

Ker pri metodi delnih vsot predpostavljamo, da so komponente med seboj v aditivni zvezi, moramo v primerih, v katerih kaže osnovna časovna vrsta ali analiza pojava drugače, osnovno časovno vrsto s transformacijo prevesti v aditivno zvezo (n.pr. če je med komponentami faktorska zveza z logaritmiranjem).

2.37. Kot prvi primer za uporabo metode delnih sredin za določanje trenda vzemimo razvoj števila potniških avtomobilov v FLRJ v razdobju 1946-1960. Vsebinska analiza kakor tudi podatki kažejo tendenco razvoja, ki je tipična za različne ekonomske pojave. Ob osvoboditvi smo razpolagali z določenim številom osebnih avtomobilov iz okupacije. Na to osnovno število so se od leta do leta superponirali avtomobili in sicer zaradi izrednega dviga avtomobilizma v geometrijski progresiji. Tej predpostavki ustreza kot funkcija trenda modificirana eksponencialna funkcija.

$$T = k + a \cdot b^X \quad (2.37)$$

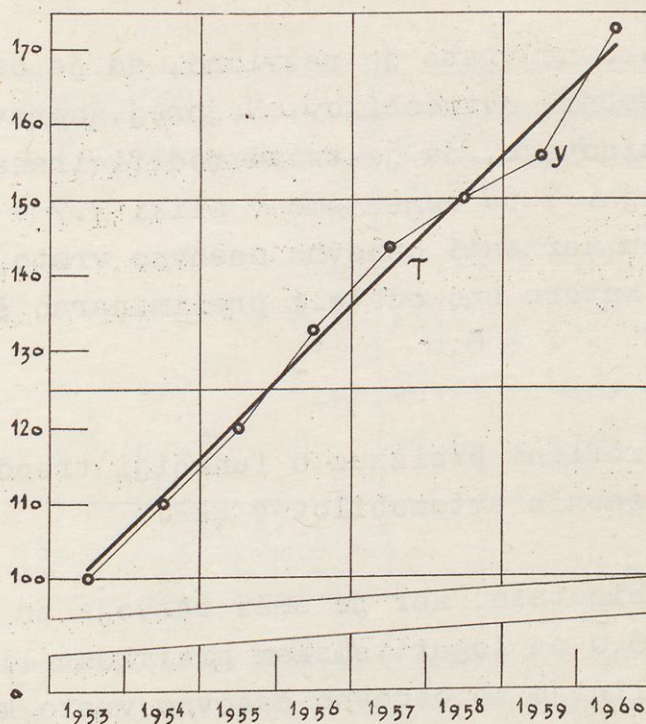
oziroma model časovne vrste

$$Y = T + S = k + a \cdot b^X + S \quad (2.38)$$

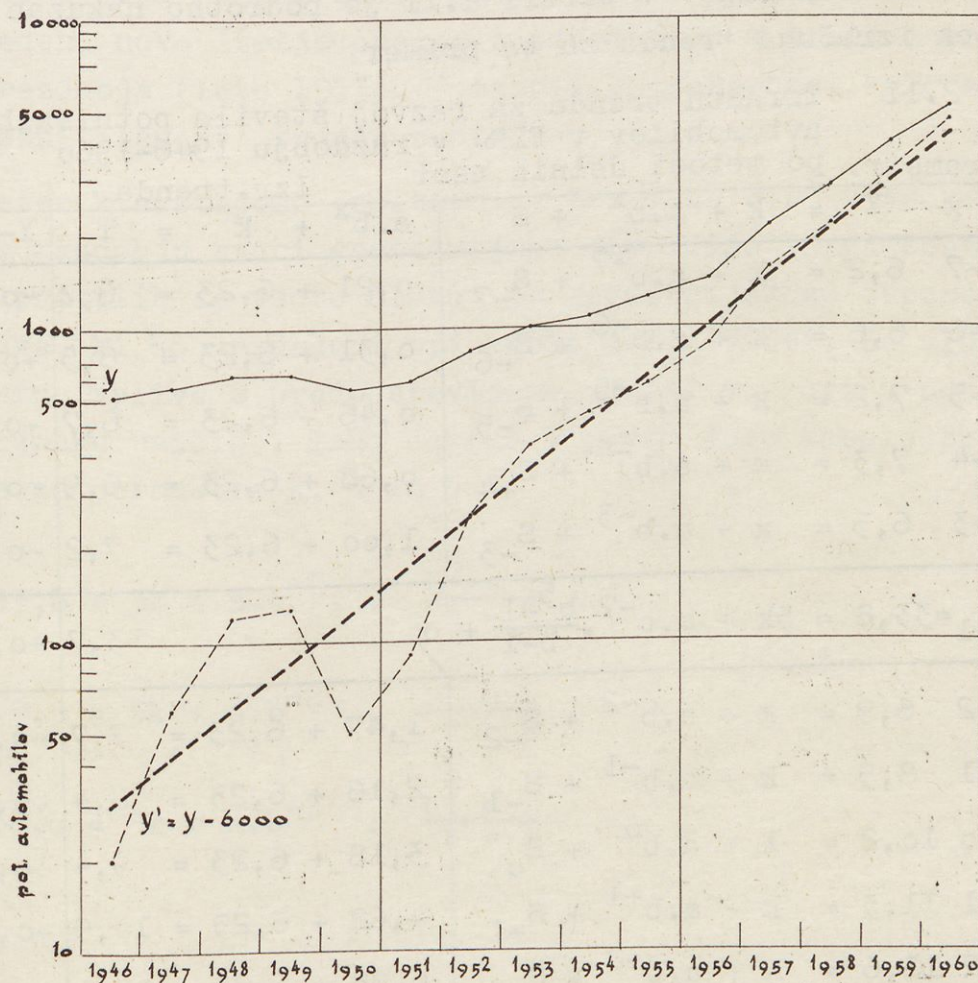
ker predpostavljamo, da so razen trenda v tem razdobju vplivali na pojav le slučajnostni vplivi.

Tabela 2.10 Število potniških avtomobilov v FLRJ
v razdobju 1946-1960 (v tisoč avtomobilih)

leto	1946	1947	1948	1949	1950	1951	1952	
Y	6,2	6,6	7,2	7,3	6,5	6,9	8,5	
leto	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960
Y	10,2	11,3	12,6	14,7	21,6	28,4	39,0	54,3



sl.2.6 Trend za indeks industrijske proizvodnje Francije v razdobju 1953-1960



sl.2.7 Grafični preiskus o modificirani eksponentni funkciji kot funkciji trenda za število osebnih avtomobilov v FLRJ v obdobju 1946-1960

Iz osnovne časovne vrste je razvidno, da je osnovni štart okrog 6000 osebnih avtomobilov. Najprej napravimo grafični preizkus hipoteze, da je trend modificirana eksponentialna funkcija. V ta namen smo v sliki 2.7 v logaritemskem grafikonu narisali osnovno časovno vrsto Y in časovno vrsto, od katere smo odšteli preliminarно šest tisoč avtomobilov $Y' = Y - 6,0$

Slika 2.7 Grafični preizkus o funkciji trenda za število osebnih avtomobilov v FLRJ

Slika potrди hipotezo, ker je smer razvoja za časovno vrsto $Y' = Y - 6,0$ na logaritemskem grafikonu linearna, medtem ko je linija za osnovno časovno vrsto krivuljčna.

Na osnovi te analize prilagodimo osnovni časovni vrsti eksponentno funkcijo. V tabeli 2.11 je podrobno nakazan postopek izračuna trenda za ta primer.

Tabela 2.11 Izračun trenda za razvoj števila potniških avtomobilov v FLRJ v razdobju 1946-1960

Izr. parametr. po metodi delnih vsot				Izr. trenda	
leto	x	Y = k + a.b ^x + S		a.b ^x + k = T	Y-T
1946	-7	6,2 = k + a.b ⁻⁷ + S ₋₇		0,21 + 6,23 = 6,4	-0,2
1947	-6	6,6 = k + a.b ⁻⁶ + S ₋₆		0,31 + 6,23 = 6,5	+0,1
1948	-5	7,2 = k + a.b ⁻⁵ + S ₋₅		0,46 + 6,23 = 6,7	+0,5
1949	-4	7,3 = k + a.b ⁻⁴ + S ₋₄		0,68 + 6,23 = 6,9	+0,4
1950	-3	6,5 = k + a.b ⁻³ + S ₋₃		1,00 + 6,23 = 7,2	-0,7
Vsota $\sum_1 = 33,8 = 5k + a.b^{-7} \cdot \frac{b^5 - 1}{b - 1} + 0$				33,7	+0,1
1951	-2	6,9 = k + a.b ⁻² + S ₋₂		1,47 + 6,23 = 7,7	-0,8
1952	-1	8,5 = k + a.b ⁻¹ + S ₋₁		2,16 + 6,23 = 8,4	+0,1
1953	0	10,2 = k + a.b ⁰ + S ₀		3,18 + 6,23 = 9,4	+0,8
1954	+1	11,3 = k + a.b ⁺¹ + S ₊₁		4,68 + 6,23 = 10,9	+0,4
1955	+2	12,6 = k + a.b ⁺² + S ₊₂		6,88 + 6,23 = 13,1	-0,5
Vsota $\sum_2 = 49,5 = 5k + a.b^{-2} \cdot \frac{b^5 - 1}{b - 1} + 0$				49,5	0

leto	Izračun parametrov				Izračun trenda	
	x	y	$= k + a \cdot b^x + S$		$a \cdot b^x + k = T$	Y-T
1956	+3	14,7	$= k + a \cdot b^{+3} + S_{+3}$		$10,13 + 6,23 = 16,4$	-1,7
1957	+4	21,6	$= k + a \cdot b^{+4} + S_{+4}$		$14,91 + 6,23 = 21,1$	+0,5
1958	+5	28,4	$= k + a \cdot b^{+5} + S_{+5}$		$21,95 + 6,23 = 28,2$	+0,2
1959	+6	39,0	$= k + a \cdot b^{+6} + S_{+6}$		$32,31 + 6,23 = 38,5$	+0,5
1960	+7	54,3	$= k + a \cdot b^{+7} + S_{+7}$		$47,56 + 6,23 = 53,8$	+0,5
Vsota $\Sigma_3 = 158,0 = 5k + a \cdot b^{+3} \cdot \frac{b^5 - 1}{b - 1} + 0$					158,0	0

V tabeli je sistematično prikazán sestav posameznih komponent za posamezna leta in delne vsote. Ker celotno razdobje, ki ga proučujemo, obsega 15 let, smo ga razdelili v tri delna razdobja po pet let. Namesto let v običajnem štetju je uvedeno novo štetje časa x z izhodiščem v sredi časovnega razdobja (leto 1953). V tabeli je nakazano, kako se posamezni elementi trenda sumirajo.

Parameter k seštejemo enostavno v $5k$. Člen $a \cdot b^x$ v vsakem delnem razdobju tvori geometrijsko zaporedje in ga seštejemo po pravilih za vsoto členov iz geometrijskega zaporedja v izraze, ki so naznačeni pri vsaki delni vsoti. Za slučajnostne vplive S predpostavljamo, da se v vsoti v petletnem razmaku uničijo. Tako dobimo v prvem delu tabele tri enačbe za parametre k, a in b

$$\begin{aligned}
 \Sigma_1 &= 33,8 = 5k + a \cdot b^{-7} \cdot \frac{b^5 - 1}{b - 1} \\
 \Sigma_2 &= 49,5 = 5k + a \cdot b^{-2} \cdot \frac{b^5 - 1}{b - 1} \\
 \Sigma_3 &= 158,0 = 5k + a \cdot b^{+3} \cdot \frac{b^5 - 1}{b - 1}
 \end{aligned}
 \tag{2.39}$$

Tretjo enačbo odštejemo od druge, drugo pa od prve. Tako eliminiramo parameter k in dobimo dve enačbi za parametra a in b

$$\Sigma_3 - \Sigma_2 = 108,5 = a \cdot b^{-2} \frac{(b^5 - 1)^2}{b - 1} \quad (2.40)$$

$$\Sigma_2 - \Sigma_1 = 15,7 = a \cdot b^{-7} \frac{(b^5 - 1)^2}{b - 1}$$

Če nadalje v tem sistemu dveh enačb delimo prvo z drugo, eliminiramo parameter a in dobimo, da je

$$\frac{\Sigma_3 - \Sigma_2}{\Sigma_2 - \Sigma_1} = \frac{108,5}{15,7} = 6,9108 = b^5 \quad (2.41)$$

Z logaritmiranjem dobimo, da je

$$b = 1,472$$

Vstavimo vrednost b v prvo enačbo v sistemu enačb 2.40!

Tako dobimo, da je

$$a = (\Sigma_3 - \Sigma_2) \cdot b^2 \cdot \frac{b - 1}{(b^5 - 1)^2} = 108,5 \cdot 1,472^2$$

$$\frac{1,472-1}{(6,9108-1)^2} = 3,176 \quad (2.42)$$

Parameter k dobimo, če vnesemo vrednosti za parameter a in b v drugo enačbo v sistemu enačb 2.39

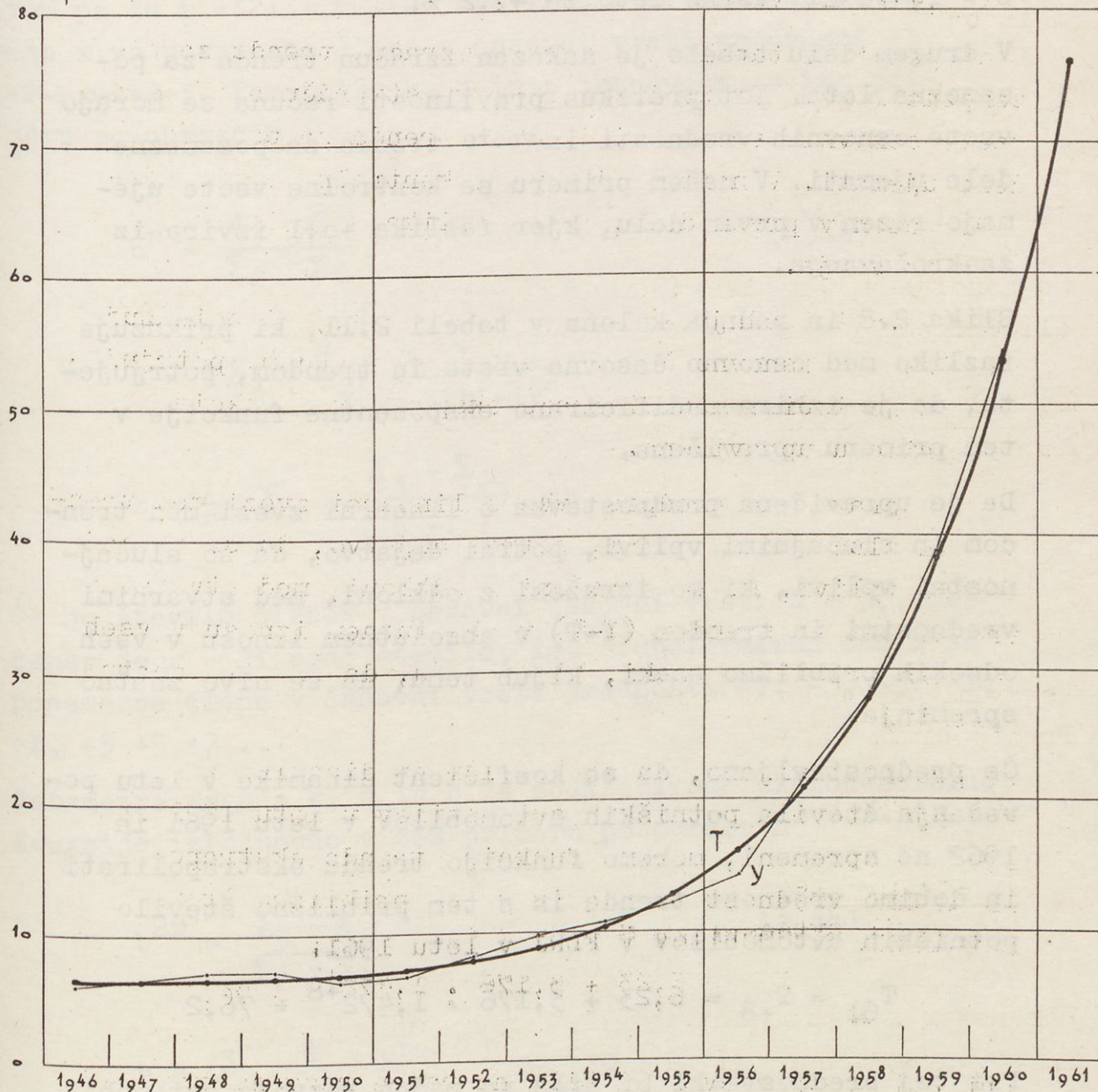
$$k = \frac{1}{b^5} \left(\Sigma_2 - \frac{\Sigma_3 - \Sigma_2}{b^5 - 1} \right) = \frac{1}{5} \left(49,5 - \frac{108,5}{5,9108} \right) = 6,23$$

Končno dobimo, da je trend za število potniških avtomobilov v FLRJ dan z enačbo

$$T = 6,23 + 3,176 \cdot 1,472^x$$

Konstanta $b = 1,472$ pomeni, da se je število osebnih avtomobilov v FLRJ, ne upoštevaše število avtomobilov, ki smo jih prevzeli ob osvoboditvi ($k = 6,23$), v petnajstletnem

000 pol. avtom.



sl.2.8 Število osebnih avtomobilov v FLR J v obdobju 1946-1960
s prilagojeno modificirano eksponentno funkcijo kot trendom

razdobju dvigalo s povprečnim koeficientom dinamike $b = 1,472$ ali vsako leto za 47,2 %.

V drugem delu tabele je nakazan izračun trenda za posamezna leta. Kot preizkus pravilnosti računa se morajo vsote osnovnih vrednosti in vsote trenda za posamezne dele ujemati. V našem primeru se kontrolne vsote ujemajo razen v prven delu, kjer razlika +0,1 izvira iz zaokroževanja.

Slika 2.8 in zadnja kolona v tabeli 2.11, ki prikazuje razlike med osnovno časovno vrsto in trendom, potrjujejo, da je izbira modificirane eksponentne funkcije v tem primeru upravičena.

Da je upravičena predpostavka o linearni zvezi med trendom in slučajnimi vplivi, potrdi dejstvo, da so slučajnostni vplivi, ki so izraženi z odkloni, med stvarnimi vrednostmi in trendom (Y-T) v absolutnem iznosu v vseh odsekih približno enaki, kljub temu, da se nivo znatno spreminja.

Če predpostavljamo, da se koeficient dinamike v letu povečanja števila potniških avtomobilov v letu 1961 in 1962 ne spremeni, moremo funkcijo trenda ekstrapolirati in dobimo vrednost trenda in s tem približno število potniških avtomobilov v FLRJ v letu 1961.

$$T_{61} = T_{+8} = 6,23 + 3,176 \cdot 1,472^{+8} = 76,2$$

Pri tej predpostavki bi bila na račun razvoja avtomobilizma vrednost trenda v letu 1961 - 76.200 potniških avtomobilov, v letu 1962 pa 109,3. Vendar je treba biti pri ekstrapolaciji trenda previden. Ekstrapolacija za daljše časovno razdobje mora biti zelo problematična, ker se more zakonitost razvoja spremeniti (nova uredba o uvozu potniških avtomobilov!).

2.38 Postopek za izračunavanje modificirane eksponentne funkcije trenda $T = k + ab^x$ po metodi delnih vsot posplošimo na poljubno drugo število členov v časovni vrsti!

Če je skupno število členov v časovni vrsti $N = 3r$, pri tem pa je $r = 2i + 1$ liho število, ima transformirani čas x za posamezne člene v časovni vrsti vrednosti $-3, -2-1+1+2+3$. Parametre k , a in b izračunamo v tem primeru po obrazcih

$$b^r = \frac{\sum_3 - \sum_2}{\sum_2 - \sum_1} \quad (2.43)$$

$$a = (\sum_3 - \sum_2) b^i \frac{b - 1}{(b^r - 1)^2}$$

$$k = \frac{1}{r} \left(\sum_2 - \frac{\sum_3 - \sum_2}{b^r - 1} \right)$$

Če je število členov v osnovni časovni vrsti $N = 3r$, pri čemer je $r = 2i$ sodo število, ima transformiran čas x za posamezne člene v časovni vrsti vrednosti $-7, -5, -3, -1, +1, +3, +5, +7 \dots$

Parametre trenda k , a in b za modificirano eksponencialno funkcijo izračunamo v tem primeru po obrazcih

$$b^{2r} = \frac{\sum_3 - \sum_2}{\sum_2 - \sum_1} \quad (2.44)$$

$$a = (\sum_3 - \sum_2) b^{r-1} \frac{b^2 - 1}{(b^{2r} - 1)^2}$$

$$k = \frac{1}{r} \left(\sum_2 - \frac{\sum_3 - \sum_2}{b^{2r} - 1} \right)$$

Pri tem povprečen koeficient dinamike reduciranih vrednosti $(Y - k)$ ni b , ampak b^2 .

2.39 Kot drugi primer za izračun funkcije trenda po metodi delnih vsot vzemimo skupen izvoz Anglije v razdobju 1820-1930.

Z analizo podatkov smo že v odstavku 2.33 nakazali, da je trend logistična funkcija. Zato ima postopek določevanja trenda naslednje stopnje:

a) Za osnovno časovno vrsto izračunamo recipročne vrednosti $Y' = 1/Y$.

b) Ker so recipročne vrednosti iz logistične funkcije modificirana eksponencialna funkcija, po postopku za izračunavanje trenda po metodi delnih sredin za modificirano eksponentno funkcijo izračunamo trend recipročnih vrednosti T' . Recipročne vrednosti iz T' dajo logističen trend.

d) Podobno je s parametri logističnega trenda. Ko imamo izračunane parametre k' , a' , b' za modificirano eksponentno funkcijo reciprokov, dobimo parametre za logistično funkcijo iz zvez: $T_{00} = 1/k'$, $a = a'/k'$, $b = b'$ (glej obrazca 2.29).

Tabela 2.12 Izračun logističnega trenda po metodi delnih vsot za izvoz Anglije v razdobju 1820-1930

leto	Izračun vsot			Izračun trenda			
	x	Y	$Y' = 1/Y$	$a'b'^x + k'$	$= T' = 1/T$	$T = 1/T'$	
1820	-11	27	0,037037	0,041350 + 0,001946	= 0,043296		23
1830	- 9	37	27027	22790 + 1946	= 0,24736		40
1840	- 7	58	17241	12560 + 1946	= 14506		69
1850	- 5	99	10101	6922 + 1946	= 8868		113
	$\Sigma_1 = 0,091406$			$\Sigma_1 = 0,091406$			
1860	- 3	176	0,005682	0,003815 + 0,001946	= 0,005761		174
1870	- 1	236	4237	2103 + 1946	= 4049		247
1880	+ 1	320	3125	1159 + 1946	= 3105		322
1890	+ 3	407	2457	639 + 1946	= 2585		387
	$\Sigma_2 = 0,015501$			$\Sigma_2 = 0,015500$			
1900	+ 5	416	0,002404	0,000352 + 0,001946	= 0,02298		435
1910	+ 7	573	1745	194 + 1946	= 2140		467
1920	+ 9	459	2179	107 + 1946	= 2053		487
1930	+11	461	2169	59 + 1946	= 2005		499
	$\Sigma_3 = 0,008497$			$\Sigma_3 = 0,008496$			

Iz tabele 2.12 povzamemo, da je

$$\Sigma_1 = 0,091406, \quad \Sigma_2 = 0,015501, \quad \Sigma_3 = 0,008497$$

$$\Sigma_2 - \Sigma_1 = 0,015501 - 0,091406 = -0,075905$$

$$\Sigma_3 - \Sigma_2 = 0,008497 - 0,015501 = -0,007004$$

Ker je število podatkov v posameznem delu $r = 4 = 2.2$ oziroma sodo, uporabimo za izračun parametrov k' , a' , b' obrazce 2.44. Po teh dobimo, da je

$$b'^8 = \frac{\Sigma_3 - \Sigma_2}{\Sigma_2 - \Sigma_1} = \frac{-0,007004}{-0,075905} = 0,092273$$

Z logaritmiranjem dobimo $b' = 0,74239$; $b'^2 = 0,55114$;

$$b'^3 = 0,40916$$

Dalje je

$$a' = (\Sigma_3 - \Sigma_2) b'^3 \frac{b'^2 - 1}{(b'^8 - 1)^2} = (-0,007004) \cdot 0,40916$$

$$\frac{(0,55114 - 1)}{(0,092273 - 1)^2} = 0,0015611$$

in

$$k' = \frac{1}{4} \left(\Sigma_2 - \frac{\Sigma_3 - \Sigma_2}{b'^8 - 1} \right) = \frac{1}{4} \left(0,015501 \cdot \frac{-0,007004}{0,092273 - 1} \right) = 0,0019463$$

Funkcija trenda za recipročne vrednosti je torej

$$T' = k' + a' b'^x = 0,0019463 + 0,0015611 \cdot 0,74239^x,$$

za logističen trend izvoza Anglije pa

$$T = \frac{513,9}{1 + 0,80241 \cdot 0,74239^x}, \text{ ker je}$$

$$T_\infty = 1/k' = 1/0,0019463 = 513,9$$

$$a = a'/k' = 0,0015611/0,0019463 = 0,80241$$

$$b = b' = 0,74239$$

Za interpolacijo in ekstrapolacijo trenda dobimo zvezo med letom L , za katero izračunavamo trend in pogojnim časom x , po obrazcu

$$x = \frac{L - 1875}{10/2} = \frac{L - 1875}{5}$$

Letu 1863 ustrezno vrednost trenda dobimo n.pr., če v logistično funkcijo trenda postavimo

$$x = \frac{1863 - 1875}{5} = -2,40$$

Najprej z logaritmiranjem izračunajmo vrednost drugega dela v imenovalcu funkcije trenda: $0,80241 \cdot 0,74239^{-2,4}$

$$\begin{aligned} \log 0,74239 &= 0,8706321_{-1} = - \underline{0,1293679} \\ -2,4 \cdot \log 0,74239 &+ 0,3104830 \\ + \log 0,80241 &+ \underline{0,9043963-1} \\ &0,12148793 \end{aligned}$$

Antilogaritem tega izraza je 1,6401, vrednost trenda pa po obrazcu za logističen trend

$$T_{1863} = \frac{513,9}{1 + 1,6401} = 194$$

Vrednost trenda v letu 1863 je $T_{1863} = 194$

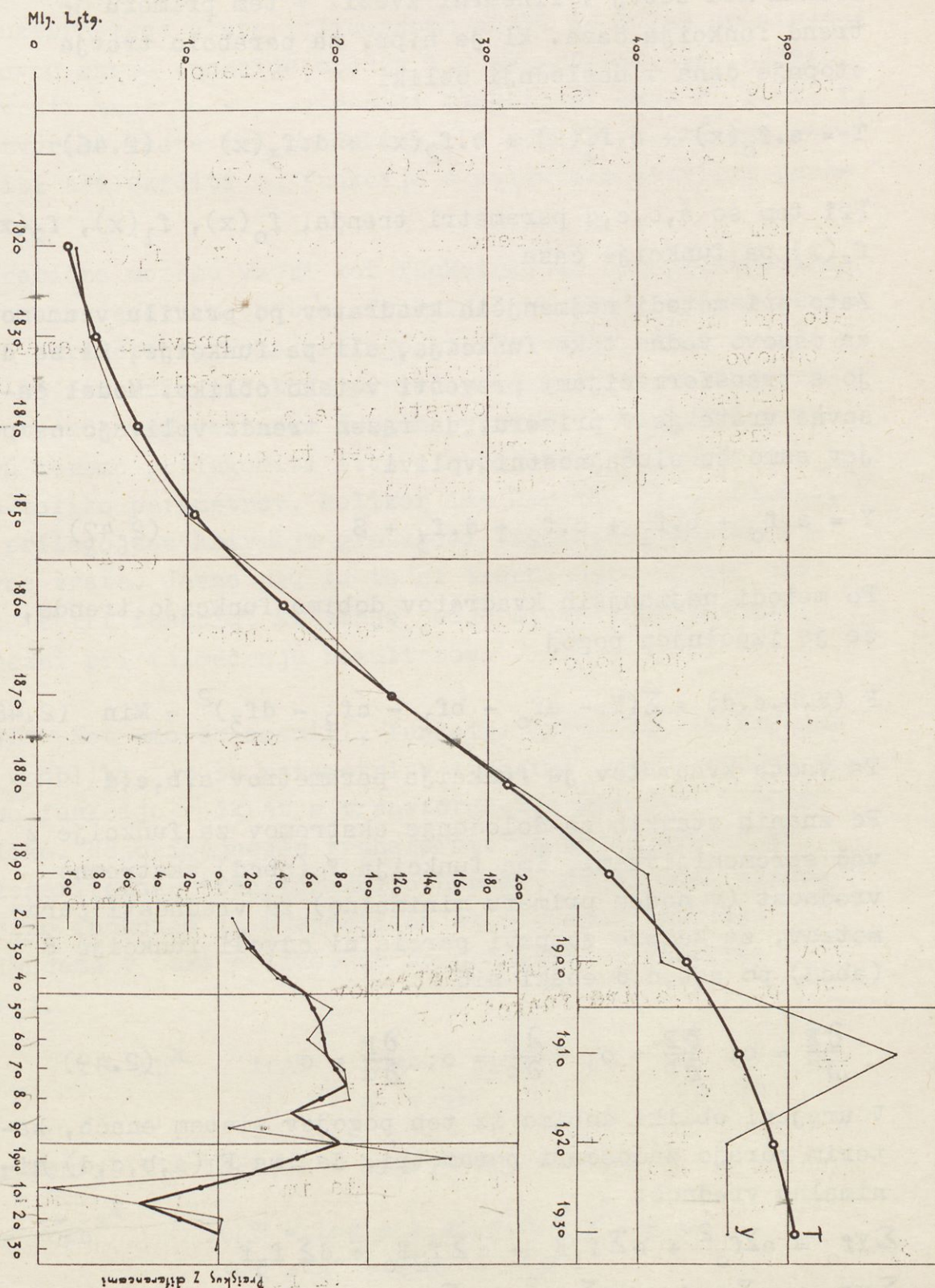
Metoda najmanjših kvadratov

Splošno

2.40 Med analitičnimi metodami za določanje trenda ima posebno mesto metoda najmanjših kvadratov, ki jo v statističnih analizah pogosto uporabljamo, med drugim posebno pri proučevanju korelacijskih odvisnosti. V primeru odvisnosti danega pojava od časa zamenja regresijsko krivuljo, ki daje smer odvisnosti, trend, ki je smer časovnega razvoja. Splošen pogoj, da po metodi najmanjših kvadratov prilagodimo dani časovni vrsti funkcijo, ki jo pod danimi pogoji smatramo za trend, je, da je vsota kvadratov odklonov stvarnih vrednosti v časovni vrsti od vrednosti prilagojene funkcije najmanjša. V simbolih je ta pogoj

$$\sum (Y - T)^2 = \text{Min} \quad (2.45)$$

sl.2.9 Logistični trend za skupno vrednosti izvoza Anglije v razdobju 1820-1930



Tehnično je postopek za določanje trenda po metodi najmanjših kvadratov najlažje rešljiv, če so parametri trenda med seboj v linearni zvezi. V tem primeru je trend funkcija časa, ki je n.pr. za parabolo tretje stopnje dana v naslednji obliki

$$T = a.f_0(x) + b.f_1(x) + c.f_2(x) + d.f_3(x) \quad (2.46)$$

Pri tem so a, b, c, d parametri trenda, $f_0(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ pa funkcije časa.

Zato pri metodi najmanjših kvadratov po pravilu vzamemo za osnovo vedno take funkcije, ali pa funkcije, ki se daje s transformacijami prevesti v tako obliko. Model časovne vrste je v primeru, da razen trenda vplivajo na pojav samo še slučajnostni vplivi

$$Y = a.f_0 + b.f_1 + c.f_2 + d.f_3 + S \quad (2.47)$$

Po metodi najmanjših kvadratov dobimo funkcijo trenda, če je izpolnjen pogoj

$$F(a, b, c, d) = \sum (Y - af_0 - bf_1 - cf_2 - df_3)^2 = \text{Min} \quad (2.48)$$

Ta vsota kvadratov je funkcija parametrov a, b, c, d .

Po znanih stavkih za določanje ekstremov za funkcije z več spremenljivkami, ima funkcija $F(a, b, c, d)$ ekstremno vrednost (v našem primeru minimalno) za vrednosti parametrov, za katere so prvi parcialni odvodi funkcije $F(a, b, c, d)$ po a, b, c, d enaki nič

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial b} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial c} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial d} = 0 \quad (2.49)$$

V urejeni obliki dobimo iz teh pogojev sistem enačb, katerim morajo zadoščati parametri, da ima $F(a, b, c, d)$ minimalno vrednost

$$\begin{aligned} \sum Yf_0 &= a \sum f_0^2 + b \sum f_1 f_0 + c \sum f_2 f_0 + d \sum f_3 f_0 \\ \sum Yf_1 &= a \sum f_0 f_1 + b \sum f_1^2 + c \sum f_2 f_1 + d \sum f_3 f_1 \\ \sum Yf_2 &= a \sum f_0 f_2 + b \sum f_1 f_2 + c \sum f_2^2 + d \sum f_3 f_2 \\ \sum Yf_3 &= a \sum f_0 f_3 + b \sum f_1 f_3 + c \sum f_2 f_3 + d \sum f_3^2 \end{aligned} \quad (2.50)$$

To pa je sistem linearnih enačb za parametre a, b, c, d . Struktura tega sistema linearnih enačb je dokaj enostavna. Osnovno shemo funkcije trenda $T = af_0 + bf_1 + cf_2 + df_3$ namreč po vrsti množimo s posameznimi funkcijami časa f_0, f_1, f_2, f_3 in tvorimo vsote teh produktov. Po potrebi jo moremo razširiti ali skrajšati na funkcije s poljubnim številom parametrov.

Teoretično moremo vzeti kot funkcije, ki jih prilagodimo stvarnim časovnim vrstam, funkcije, ki imajo veliko število parametrov. Taka prilagojena krivulja pa ni trend, ker se stvarnim podatkom preveč prilagaja in vsebuje razen trenda tudi ostanke drugih vplivov. V skrajnem primeru moremo prilagoditi stvarnim podatkom krivuljo, ki ima toliko parametrov, kolikor ima časovna vrsta členov. Ta prilagojena krivulja gre skozi vse člene osnovne časovne vrste. Jasno je, da to ni trend. Zato moramo biti pri izbiri funkcij, ki imajo večje število parametrov, oprezni pri tolmačenju rezultatov.

2.41 Kot smo že omenili, funkcija trenda ni vselej dana v obliki, da so parametri v linearni zvezi. Vendar moremo funkcijo večkrat s transformacijo prevesti v tako obliko. Najobičajnejša transformacija je logaritemska. Z logaritemsko transformacijo uspemo, da navadno eksponentno funkcijo in kvadratično eksponentno funkcijo privedemo v tako obliko, da so parametri v linearni zvezi.

$$\begin{aligned} T &= ab^x & \log T &= \log a + x \log b \\ T' &= a' + xb' & & (2.51) \end{aligned}$$

Pri tem je $T' = \log T$; $a' = \log a$; $\log b = b'$

$$\begin{aligned} T &= abc^x x^2 & \log T &= \log a + x \log b + x^2 \log c \\ T' &= a' + b'x + c'x^2 \end{aligned}$$

Pri tem je $\log T = T'$; $\log a = a'$; $\log b = b'$; $\log c = c'$

Enako je s hiperboličnim trendom

$$T = \frac{a}{x - b} \quad (2.52)$$

Funkcijo trenda prevedemo v željeno obliko, če vzamemo recipročne vrednosti

$$\frac{1}{T} = \frac{x - b}{a} \quad (2.53)$$

$$T' = a' + b'x \quad (2.54)$$

Pri tem je $1/T = T'$; $-\frac{b}{a} = a'$; $\frac{1}{a} = b'$

Linearni trend po metodi najmanjših kvadratov

2.42 Najenostavnejša funkcija, ki jo moremo uporabiti za trend, je premica. V tem primeru je funkcija trenda

$$T = a_1 + b_1 X \quad (2.55)$$

Če primerjamo to funkcijo s splošno funkcijo v obrazcu 2,46, vidimo, da dobimo iz splošne oblike linearno funkcijo, če postavimo

$$f_0 = 1 \text{ in } f_1 = X \quad f_2 = 0, \quad f_3 = 0$$

Sistem normalnih enačb je v tem primeru dan z enačbama

$$\sum Y = a_1 N + b_1 \sum X \quad (2.56)$$

$$\sum YX = a_1 \sum X + b_1 \sum X^2$$

Ta sistem enačb za parametra a in b se znatno poenostavi, če za čas vzamemo transformiran čas z izhodiščem v središču časovne vrste. V tem primeru je $\sum X = 0$ in iz zgornjih dveh enačb dobimo

$$\begin{aligned} \sum Y &= a_1 N; & a_1 &= \sum Y / N \\ \sum YX &= b_1 \sum X^2 & b_1 &= \sum YX / \sum X^2 \end{aligned} \quad (2.57)$$

2.43 Za primer prilagoditve premice po metodi najmanjših kvadratov vzemimo indeks industrijske proizvodnje za Francijo v razdobju 1953-1960.

Tabela 2.13 Trend za indeks industrijske proizvodnje za Francijo

leto	X	x	Y	Yx	x ²	T
1953	0	-7	100	-700	49	101
1954	1	-5	110	-550	25	111
1955	2	-3	120	-360	9	121
1956	3	-1	133	-133	1	131
1957	4	+1	144	+144	1	141
1958	5	+3	150	+450	9	151
1959	6	+5	156	+780	25	161
1960	7	+7	173	1211	49	171
		0	1086	+842	168	

Po obrazcih 2.57 je $a_1 = \sum Y/N = 1068/8 = 135,75$
 $b_1 = \sum Yx/\sum x^2 = +842/168 = 5,012$

$T = 135,75 + 5,012x$.

Glede na vrednosti x, dobljeni b ni povprečen absoluten letni prirastek trenda. Da dobimo enačbo trenda s primernejšo oznako časa (X, ki ima za prvi člen vrednost 0, nadalje pa 1,2 ... N-1/, moramo upoštevati zvezo med x in X. Če je število členov v časovni vrsti liho, je

$$x = X - \frac{N-1}{2} \quad (2.58 a)$$

če pa je sodo, je $x = 2X - (N-1) \quad (2.58 b)$

Ker je v našem primeru $N = 8$, je $x = 2X - 7$.

Če vstavimo transformirano spremenljivko za čas v enačbo trenda, je trend v novih koordinatah

$$T = 135,75 + 5,012(2X-7) = 100,7 + 10,02X$$

Letni prirastek je torej $B = 10,02$ vrednost trenda za prvi člen pa je 100,7. Če v obrazec za funkcijo trenda vnašamo vrednosti za X, dobimo vrednosti za trend za posamezna leta.

Polinomi potenc X^r

2.44 Naravna posplošitev linearnega trenda so polinomi višjih stopenj

$$T = a_1 + bX$$

$$T = a_2 + b_2X + c_2X^2 \quad (2.59)$$

$$T = a_3 + b_3X + c_3X^2 + d_3X^3$$

$$T = a_4 + b_4X + c_4X^2 + d_4X^3 + e_4X^4$$

Prva funkcija je linearna. Njene karakteristike so, da so zanjo prve difference konstanta. Druga funkcija je parabola druge stopnje. Ima dve smeri nagnjenosti. Zanja je značilno, da so druge difference konstantne. Tretja funkcija je parabola tretje stopnje z eno prevojno točko. Možne so tri smeri razvoja. Zanja je značilno, da so tretje difference konstantne. Četrta funkcija je parabola četrte stopnje z dvema prevojnima točkama. Možne so tri smeri razvoja. Zanja je značilno, da so četrte difference konstantne.

2.45 Normalne enačbe za polinome tipa $T = \sum a_k X^k$ dobimo v enostavni in pregledni obliki. Funkcije f_k , ki jih imamo v splošnem sistemu 2.50, so v tem primeru potence od X

$$f_k = X^k \quad (2.60)$$

Če to upoštevamo, dobimo za trend v obliki polinoma potenc naslednje sisteme normalnih enačb:

Polinom prve stopnje: premica $T = a_1 + b_1X$

$$\sum Y = a_1N + b_1\sum X \quad (2.61)$$

$$\sum YX = a_1\sum X + b_1\sum X^2$$

Polinom druge stopnje: parabola druge stopnje:

$$T = a_2 + b_2X + c_2X^2$$

$$\sum Y = a_2N + b_2\sum X + c_2\sum X^2$$

$$\sum YX = a_2\sum X + b_2\sum X^2 + c_2\sum X^3 \quad (2.62)$$

$$\sum YX^2 = a_2\sum X^2 + b_2\sum X^3 + c_2\sum X^4$$

Polinom tretje stopnje: parabola tretje stopnje

$$T = a_3 + b_3 X + c_3 X^2 + d_3 X^3$$

$$\begin{aligned}\sum Y &= a_3 N + b_3 \sum X + c_3 \sum X^2 + d_3 \sum X^3 \\ \sum YX &= a_3 \sum X + b_3 \sum X^2 + c_3 \sum X^3 + d_3 \sum X^4 \\ \sum YX^2 &= a_3 \sum X^2 + b_3 \sum X^3 + c_3 \sum X^4 + d_3 \sum X^5 \\ \sum YX^3 &= a_3 \sum X^3 + b_3 \sum X^4 + c_3 \sum X^5 + d_3 \sum X^6\end{aligned} \quad (2.63)$$

Polinom četrte stopnje: parabola četrte stopnje

$$T = a_4 + b_4 X + c_4 X^2 + d_4 X^3 + e_4 X^4$$

$$\begin{aligned}\sum Y &= a_4 N + b_4 \sum X + c_4 \sum X^2 + d_4 \sum X^3 + e_4 \sum X^4 \\ \sum YX &= a_4 \sum X + b_4 \sum X^2 + c_4 \sum X^3 + d_4 \sum X^4 + e_4 \sum X^5 \\ \sum YX^2 &= a_4 \sum X^2 + b_4 \sum X^3 + c_4 \sum X^4 + d_4 \sum X^5 + e_4 \sum X^6 \\ \sum YX^3 &= a_4 \sum X^3 + b_4 \sum X^4 + c_4 \sum X^5 + d_4 \sum X^6 + e_4 \sum X^7 \\ \sum YX^4 &= a_4 \sum X^4 + b_4 \sum X^5 + c_4 \sum X^6 + d_4 \sum X^7 + e_4 \sum X^8\end{aligned} \quad (2.64)$$

Polinomi potenc x^k

2.46 Reševanje zgornjih sistemov linearnih enačb je zamudno. Zelo se poenostavijo že, če namesto časovnega znaka X vpeljemo znak x , ki je z X v znani zvezi

$x = X - \frac{(N-1)}{2}$, če ima časovna vrsta liho število členov in $x = 2X - (N-1)$, če ima časovna vrsta sodo število členov.

V prvem primeru ima znak x vrednosti $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4$

v drugem pa: $\dots -7, -5, -3, -1, +1, +3, +5, +7 \dots$

Ker je vsota lihih potenc $\sum x^{2r+1}$ za nove znake v vsakem primeru enaka 0, dobimo enostavnejše sisteme normalnih enačb.

Polinom prve stopnje:

$$\begin{aligned}\sum Y &= a_1 N \\ \sum Yx &= b_1 \sum x^2\end{aligned}\quad (2.65)$$

Polinom druge stopnje:

$$\begin{aligned}\sum Y &= a_2 N + c_2 \sum x^2 \\ \sum Yx &= b_2 \sum x^2 \\ \sum Yx^2 &= a_2 \sum x^2 + c_2 \sum x^4\end{aligned}\quad (2.66)$$

Polinom tretje stopnje:

$$\begin{aligned}\sum Y &= a_3 N + c_3 \sum x^2 \\ \sum Yx &= b_3 \sum x^2 + d_3 \sum x^4 \\ \sum Yx^2 &= a_3 \sum x^2 + c_3 \sum x^4 \\ \sum Yx^3 &= b_3 \sum x^4 + d_3 \sum x^6\end{aligned}\quad (2.67)$$

Polinom četrte stopnje:

$$\begin{aligned}\sum Y &= a_4 N + c_4 \sum x^2 + e_4 \sum x^4 \\ \sum Yx &= b_4 \sum x^2 + d_4 \sum x^4 \\ \sum Yx^2 &= a_4 \sum x^2 + c_4 \sum x^4 + e_4 \sum x^6 \\ \sum Yx^3 &= b_4 \sum x^4 + d_4 \sum x^6 \\ \sum Yx^4 &= a_4 \sum x^4 + c_4 \sum x^6 + e_4 \sum x^8\end{aligned}\quad (2.68)$$

Iz zgornjih enačb vidimo, da smo s transformacijo iz X v x dosegli, da smo pri polinomu prve stopnje dobili eno enačbo s parametrom a , drugo s parametrom b .

Za parabolo druge stopnje razpade sistem treh enačb v sistem dveh enačb s parametroma a in c in eno enačbo s parametrom b .

Za parabolo druge stopnje razpade sistem štirih enačb za parametre a, b, c, d v dva ločena sistema dveh enačb za parametre a in c in b in d .

Podobno razpade sistem petih linearnih enačb za parametre a, b, c, d, e v sistem treh enačb s tremi parametri a, c, e in sistem dveh enačb s parametrom b in d .

Če razrešimo n.pr. sistem enačb za parabolo druge stopnje, dobimo:

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{\sum x^4}{N\sum x^4 - (\sum x^2)^2} \sum Y - \frac{\sum x^2}{N\sum x^4 - (\sum x^2)^2} \sum Yx^2 \\ b_2 &= \frac{1}{\sum x^2} \sum Yx \\ c_2 &= \frac{N}{N\sum x^4 - (\sum x^2)^2} \sum Yx^2 - \frac{\sum x^2}{N\sum x^4 - (\sum x^2)^2} \sum Y \end{aligned} \quad (2.69)$$

Če analiziramo sestav obrazcev za izračun parametrov a, b, c , so vseh izrazi $\sum Y, \sum Yx, \sum Yx^2$. Samo ti so odvisni od dane časovne vrste Y . Druge količine pa vsebujejo samo izraze, izračunane iz x . Ti izrazi pa so enaki pri vseh časovnih vrstah, ki imajo enako število členov. N.pr.

če je $N = 7$ je $(x : -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3)$ je

$$\sum x^2 = 3^2 + 2^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 = 28.$$

Zato jih moremo za posamezne časovne vrste glede na število členov v časovni vrsti izračunati vnaprej. V zgornjem primeru je

$$\begin{aligned} a_2 &= A_2 \sum Y - K_2 \sum Yx^2; & b_2 &= B_2 \sum Yx; \\ c_2 &= C_2 \sum Yx^2 - K_2 \sum Y \end{aligned} \quad (2.70)$$

Pri tem so A_2, B_2, C_2 in K_2 konstantne, ki so odvisne le od števila členov v časovni vrsti N in so tabelirane v tabeli 2.14.

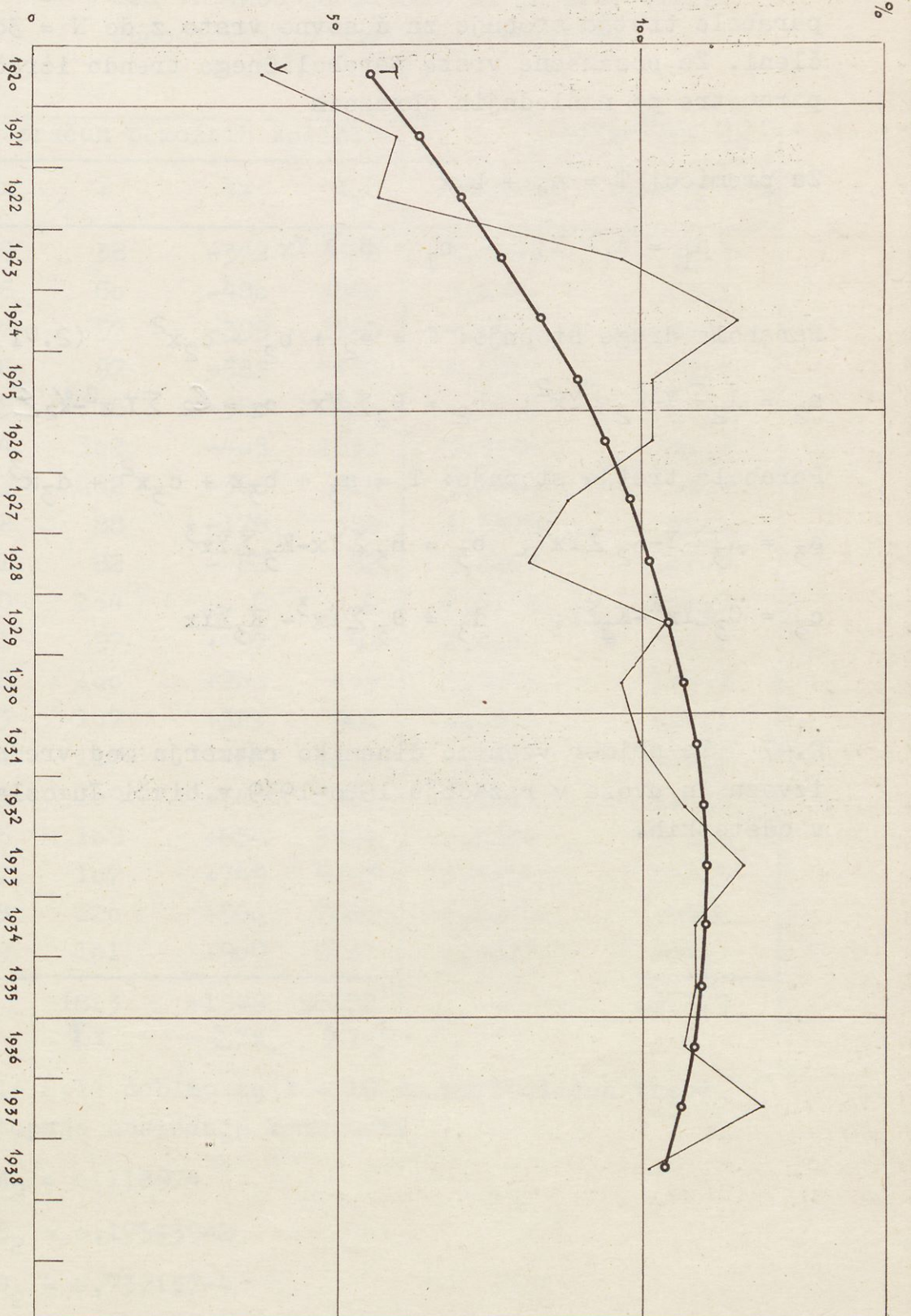
Tabela 2.14 Konstante za izračun parametrov paraboličnega trenda prve, druge in tretje stopnje

$$T = a_1 + b_1x \quad ; \quad a_1 = A_1 \sum Y \quad ; \quad b_1 = B_1 \sum Yx$$

$$T = a_2 + b_2x + c_2x^2 \quad ; \quad a_2 = A_2 \sum Y - K_2 \sum Yx^2; \quad b_2 = B_2 \sum Yx \quad ; \quad c_2 = C_2 \sum Yx^2 - K_2 \sum Y$$

$$T = a_3 + b_3x + c_3x^2 + d_3x^3; \quad a_3 = A_3 \sum Y - K_2 \sum Yx^2; \quad b_3 = B_3 \sum Yx - K_3 \sum Yx^3; \quad c_3 = C_3 \sum Yx^2 - K_2 \sum Y; \quad d_3 = D_3 \sum Yx^3 - K_3 \sum Yx$$

N	A ₁	B ₁ = B ₂	A ₂ = A ₃	C ₂ = C ₃	K ₂	B ₃	D ₃	K ₃	N
2	.500 000	.500 000	-	-	-	-	-	-	2
3	.333 333	.500 000	.100 000 ₊₁	.150 000 ₊₁	.100 000 ₊₁	-	-	-	3
4	.250 000	.500 000 ₋₁	.640 625	.156 250 ₋₁	.781 250 ₋₁	.633 681	.868 056 ₋₂	.711 806 ₋₁	4
5	.200 000	.100 000	.485 714	.714 286 ₋₁	.142 857	.902 778	.694 444 ₋₁	.236 111	5
6	.166 667	.142 857 ₋₁	.394 531	.167 411 ₋₂	.195 312 ₋₁	.112 675	.241 127 ₋₃	.487 076 ₋₂	6
7	.142 857	.357 143 ₋₁	.333 333	.119 048 ₋₁	.476 190 ₋₁	.262 566	.462 963 ₋₂	.324 074 ₋₁	7
8	.125 000	.595 238 ₋₂	.239 062	.372 024 ₋₃	.781 250 ₋₂	.419 633 ₋₁	.263 047 ₋₄	.973 274 ₋₃	8
9	.111 111	.166 667 ₋₁	.255 411	.324 675 ₋₂	.216 450 ₋₁	.114 338	.701 459 ₋₃	.827 722 ₋₂	9
10	.100 000	.303 030 ₋₂	.228 906	.118 371 ₋₃	.390 625 ₋₂	.204 013 ₋₁	.505 860 ₋₅	.296 434 ₋₃	10
11	.909 091 ₋₁	.909 091 ₋₂	.207 459	.116 550 ₋₂	.116 550 ₋₁	.603 794 ₋₁	.161 875 ₋₃	.208 138 ₋₂	11
12	.833 333 ₋₁	.174 825 ₋₂	.189 732	.468 202 ₋₄	.223 214 ₋₂	.114 945 ₋₁	.134 896 ₋₅	.114 662 ₋₃	12
13	.769 231 ₋₁	.549 451 ₋₂	.174 825	.499 500 ₋₃	.699 301 ₋₂	.358 461 ₋₁	.485 625 ₋₄	.121 406 ₋₂	13
14	.714 286 ₋₁	.109 090 ₋₂	.162 109	.214 629 ₋₄	.139 509 ₋₂	.412 567 ₋₂	.446 347 ₋₆	.518 655 ₋₄	14
15	.666 667 ₋₁	.357 143 ₋₂	.151 131	.242 405 ₋₃	.452 489 ₋₂	.230 459 ₋₁	.174 571 ₋₄	.503 068 ₋₃	15
16	.625 000 ₋₁	.735 294 ₋₃	.141 555	.109 419 ₋₄	.930 060 ₋₃	.472 600 ₋₂	.172 274 ₋₆	.262 201 ₋₄	16
17	.588 235 ₋₁	.245 098 ₋₂	.133 127	.128 999 ₋₃	.309 598 ₋₂	.157 020 ₋₁	.716 661 ₋₅	.308 164 ₋₃	17
18	.555 556 ₋₁	.515 996 ₋₃	.125 651	.604 633 ₋₅	.651 042 ₋₃	.329 671 ₋₂	.746 522 ₋₇	.144 080 ₋₄	18
19	.526 316 ₋₁	.175 439 ₋₂	.118 974	.737 137 ₋₄	.221 141 ₋₂	.111 832 ₋₁	.325 755 ₋₅	.175 256 ₋₃	19
20	.500 000 ₋₁	.375 940 ₋₃	.112 973	.556 004 ₋₅	.473 485 ₋₃	.239 172 ₋₂	.354 081 ₋₇	.044 833 ₋₅	20
21	.476 190 ₋₁	.129 070 ₋₂	.107 551	.445 778 ₋₄	.163 452 ₋₂	.024 851 ₋₂	.160 517 ₋₅	.105 620 ₋₃	21
22	.454 545 ₋₁	.102 326 ₋₃	.102 620	.220 567 ₋₅	.355 114 ₋₃	.179 058 ₋₂	.100 582 ₋₇	.521 881 ₋₅	22
23	.434 783 ₋₁	.900 142 ₋₅	.981 366 ₋₁	.202 326 ₋₄	.124 224 ₋₂	.625 000 ₋₂	.340 865 ₋₆	.667 207 ₋₄	23
24	.416 667 ₋₁	.217 391 ₋₃	.940 232 ₋₁	.142 521 ₋₅	.273 164 ₋₃	.137 548 ₋₂	.977 507 ₋₈	.536 458 ₋₅	24
25	.400 000 ₋₁	.769 231 ₋₃	.902 415 ₋₁	.185 805 ₋₄	.966 184 ₋₃	.486 235 ₋₂	.469 203 ₋₆	.438 236 ₋₄	25
26	.384 815 ₋₁	.170 940 ₋₃	.867 531 ₋₁	.953 907 ₋₆	.214 629 ₋₃	.107 959 ₋₂	.556 168 ₋₈	.224 803 ₋₅	26
27	.370 370 ₋₁	.610 501 ₋₃	.835 249 ₋₁	.126 310 ₋₄	.766 204 ₋₃	.385 274 ₋₂	.272 893 ₋₆	.297 453 ₋₄	27
28	.357 143 ₋₁	.136 836 ₋₃	.805 208 ₋₁	.657 867 ₋₆	.171 703 ₋₃	.862 955 ₋₃	.330 112 ₋₈	.154 823 ₋₅	28
29	.344 828 ₋₁	.492 611 ₋₃	.777 407 ₋₁	.882 815 ₋₅	.617 971 ₋₃	.310 473 ₋₂	.165 056 ₋₆	.207 641 ₋₄	29
30	.333 333 ₋₁	.111 235 ₋₃	.755 395 ₋₁	.465 547 ₋₆	.139 599 ₋₃	.700 681 ₋₃	.203 194 ₋₈	.109 440 ₋₃	30



sl.2.10 Trend razmerja med vrednostjo izvoza in uvoza v biv. Jugoslaviji v razdobju 1920 - 1938

2.46 a. V tabeli 2.14 so tabelirane konstante za izračun parametrov linearnega trenda, parabole druge in parabole tretje stopnje za časovne vrste z do $N = 30$ členi. Za posamezne vrste parabolicihnega trenda izračunamo parametre po naslednjih obrazcih

Za premico: $T = a_1 + b_1x$

$$a_1 = A_1 \sum Y; \quad b_1 = B_1 \sum Yx$$

Parabola druge stopnje: $T = a_2 + b_2x + c_2x^2$ (2.71)

$$a_2 = A_2 \sum Y - K_2 \sum Yx^2; \quad b_2 = B_2 \sum Yx; \quad c_2 = C_2 \sum Yx^2 - K_2 \sum Y$$

Parabola tretje stopnje: $T = a_3 + b_3x + c_3x^2 + d_3x^3$

$$a_3 = A_3 \sum Y - K_2 \sum Yx^2; \quad b_3 = B_3 \sum Yx - K_3 \sum Yx^3$$

$$c_3 = C_3 \sum Yx^2 - K_2 \sum Y; \quad d_3 = D_3 \sum Yx^3 - K_3 \sum Yx$$

2.47 Za primer vzemimo dinamiko razmerja med vrednostjo izvoza in uvoza v razdobju 1920-1939 v bivši Jugoslaviji v odstotkih.

Tabela 2.15 Izračun paraboličnega trenda za razmerje med vrednostjo izvoza in uvoza v bivši Jugoslaviji v razdobju 1920-1939

leto	Izračun pomožnih količin				Izračun trenda	
	x	Y	Yx	Y_x^2	(c_2x+b_2)	$(c_2x+b_2)x+a_2$
1920	-9	38	-342	3078	5,5139	55,1
1921	-8	60	-480	3840	5,2030	63,1
1922	-7	57	-399	2793	4,8921	70,5
1923	-6	97	-582	3492	4,5812	77,3
1924	-5	116	-580	2900	4,2703	83,3
1925	-4	102	-408	1632	3,9594	88,9
1926	-3	102	-306	918	3,6485	93,8
1927	-2	88	-176	352	3,3376	98,1
1928	-1	82	-82	82	3,0267	101,7
1929	0	104	0	0	2,7158	104,7
1930	+1	97	+97	97	2,4049	107,2
1931	+2	100	+200	400	2,0940	108,9
1932	+3	107	+321	963	1,7831	110,1
1933	+4	117	+468	1872	1,4722	110,6
1934	+5	109	+545	2725	1,1613	110,6
1935	+6	109	+654	3924	0,8504	109,9
1936	+7	107	+749	5243	0,5395	108,5
1937	+8	120	+960	7680	0,2286	106,6
1938	+9	101	+909	8181	0,0823	104,0
		1813	+1548	50172		1812,9
		ΣY	ΣYx	ΣYx^2		

Iz tabele 2.14 dobimo za $N = 19$ za paraboličen trend druge stopnje naslednje konstante

$$A_2 = 0,118974$$

$$B_2 = 0,175439-2$$

$$C_2 = 0,737137-4$$

$$K_2 = 0,221141-2$$

Iz njih in iz podatkov iz tabele 2.15 izračunamo parametre a_2 , b_2 in c_2 po obrazcih 2.72

$$a_2 = A_2 \sum Y - K_2 \sum Yx^2 = 0,118974 \cdot 1813 - 0,221141 \cdot 50172 = 104,7490$$

$$b_2 = B_2 \sum Yx = 0,175439 \cdot 1548 = +2,7158$$

$$c_2 = C_2 \sum Yx^2 - K_2 \sum Y = 0,737137 \cdot 50172 - 0,221141 \cdot 1813 = -0,3109$$

$$\text{Enačba trenda je: } T = 104,7490 + 2,7158x - 0,3109x^2$$

Polinomi binomskih funkcij $\binom{x}{r}$ kot funkcije trenda

2.48 Določene računsko tehnične prednosti dosežemo, če v funkciji trenda polinome potenc znaka x zamenjamo z binomskimi funkcijami $\binom{x}{r}$. Pri tem je binomska funkcija definirana z

$$\binom{x}{r} = \frac{x(x-1) \dots (x-r+1)}{1 \cdot 2 \dots r} \quad (2.72)$$

Funkcije trenda so v tem primeru naslednje funkcije

$$\text{Premica: } T = A_0 + A_1 \binom{x}{1}$$

$$\text{Parabola druge stopnje } T = B_0 + B_1 \binom{x}{1} + B_2 \binom{x}{2} \quad (2.73)$$

$$\text{Parabola tretje stopnje } T = C_0 + C_1 \binom{x}{1} + C_2 \binom{x}{2} + C_3 \binom{x}{3}$$

Pri določanju trenda imajo binomske funkcije praktične prednosti pred navadnimi potencami. Pri računanju parametrov trenda in pri računanju časovne vrste trenda odpade namreč vsako množenje. Razen tega so parametri količine, ki imajo vsebinski pomen. Prav tako imajo analitično vrednost tudi pomožne vrste pri izračunu trenda.

$$\text{Za shematičen primer je: } K_0 = 45+11=56; K_1=106-24 = 82$$

$$K_2 = 114+43 = 157 \quad K_3 = 59-69 = -10 \text{ in količnik } K_0, K_1, K_2, K_3.$$

Postopek določanja trenda za dano časovno vrsto poteka po naslednjih točkah:

a) Časovno vrsto s sodim številom $N=2i$ ali lihim številom $N=2i+1$ členi razdelimo v dva dela: prvi del z i členi in drugi del z i oziroma $i+1$ členi. Izhodišče znaka x v vsakem primeru vstavimo v prvi člen drugega dela časovne vrste.

b) Glede na to, ali iščemo trend v obliki premice, parabole druge ali tretje stopnje, iz obeh polovic časovne vrste izračunamo ustrezno število kumulativ kot kaže shematičen primer za parabolo tretje stopnje.

Tabela 2.16 Izračun kumulativ

	Y		K		K		KK		K
- 4	1	=	1	=	1	=	1	=	1
- 3	3	=	4	=	5	=	6	=	7
- 2	4	=	8	=	13	=	19	=	26
- 1	3	=	11	=	24	=	43	=	69
			"		"		"		"
			K_{+0}		K_{-1}		K_{-2}		K_{-3}
			K_{+0}		K_{+1}		K_{+2}		K_{+3}
			"		"		"		"
0	6	=	45		106		114		59
+ 1	7	=	+39	+	67	+	47	+	12
+ 2	9	=	+32	+	35	+	12	+	0
+ 3	11	=	+23	+	12	+	0		
+ 4	12	=	+12	+	0				

c) Iz vrednosti kumulativ K_{-0} , K_{+0} , K_{-1} , K_{-2} , K_{+2} , K_{-3} , K_{+3} izračunamo količine:

$$K_0 = K_{+0} + K_{-0}$$

$$K_1 = K_{+1} - K_{-1}$$

$$K_2 = K_{+2} + K_{-2}$$

$$K_3 = K_{+3} - K_{-3}$$

(2.74)

d) Parametre trenda izračunamo iz matrik konstant v tabeli 2.16. V tabeli so dane matrike po obrazcih 2.75, 2.76 in 2.77 za konstante za premico, parabolo druge in tretje stopnje za časovne vrste z do $N = 30$ členi.

Za premico: $A = aK$

$$\begin{aligned} A_0 &= a_{00}K_0 + a_{01}K_1 \\ A_1 &= a_{10}K_0 + a_{11}K_1 \end{aligned} \quad (2.75)$$

Za parabolo druge stopnje: $B = bK$

$$\begin{aligned} B_0 &= b_{00}K_0 + b_{01}K_1 + b_{02}K_2 \\ B_1 &= b_{10}K_0 + b_{11}K_1 + b_{12}K_2 \\ B_2 &= b_{20}K_0 + b_{21}K_1 + b_{22}K_2 \end{aligned} \quad (2.76)$$

Za parabolo tretje stopnje: $C = cK$

$$\begin{aligned} C_0 &= c_{00}K_0 + c_{01}K_1 + c_{02}K_2 + c_{03}K_3 \\ C_1 &= c_{10}K_0 + c_{11}K_1 + c_{12}K_2 + c_{13}K_3 \\ C_2 &= c_{20}K_0 + c_{21}K_1 + c_{22}K_2 + c_{23}K_3 \\ C_3 &= c_{30}K_0 + c_{31}K_1 + c_{32}K_2 + c_{33}K_3 \end{aligned} \quad (2.77)$$

Posamezne vrste v matrikah konstant torej pomnožimo z vektorjem

$$K = \begin{pmatrix} k_0 \\ k_1 \\ 1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix}$$

da dobimo vrstam ustrezne parametre A , B ali C glede na to, ali iščemo premico, parabolo druge ali tretje stopnje.

Za naš shematičen primer za vrsto $N = 11$ členi je po tabeli matrika c_{kl} enaka (zaokrožena na 6 mest)

$$c_{kl} = \begin{pmatrix} .255411 & -.216450_{-1} & -.432900_{-1} & - \\ -.216450_{-1} & .101732 & -.389610_{-1} & -.454545_{-1} \\ -.432900_{-1} & -.389610_{-1} & .382395_{-1} & .252525_{-1} \\ - & -.454545_{-1} & .252525_{-1} & .252525_{-1} \end{pmatrix}$$

$$K_1 = \begin{pmatrix} 56 \\ 82 \\ 157 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$C = cK \text{ ali}$$

$$C_k = \sum_1 c_{kl} K_l$$

Po tej shemi so parametri C_k

$$C_0 = 0,255411 \cdot 56 - 0,216450 \cdot 82 - 0,432900 \cdot 157 + 0 \cdot (-10) = 5,731596$$

$$C_1 = 0,216450 \cdot 56 + 0,101732 \cdot 82 - 0,389610 \cdot 157 + 0,454545 \cdot (-10) = + 1,467572$$

$$C_2 = 0,432900 \cdot 56 - 0,389610 \cdot 82 + 0,382395 \cdot 157 - 0,252525 \cdot (-10) = + 0,132035$$

$$C_3 = 0,56 - 0,454545 \cdot 82 + 0,252525 \cdot 157 - 0,252525 \cdot 10 = 0,010151$$

Če parametre zaokrožimo na tri decimalke, dobimo trend

$$T = 5,732 + 1,468 \left(\frac{x}{1}\right) + 0,132 \left(\frac{x}{2}\right) + 0,015 \left(\frac{x}{3}\right)$$

e) Parametri trenda kot konstante pri posamezni binomski funkciji imajo svoj vsebinski smisel. Prvi parameter v našem primeru $C_0 = 5,732$ je vrednost trenda za $x = 0$.

Drugi parameter vezan s prvo binomsko funkcijo $\left(\frac{x}{1}\right)$ je prva diferenca trenda za $x = 0$ (v našem primeru $C_1 = 1,468$). Ta pove, da v času $x=0$ trend narašča, če je C_1 pozitiven in da pada, če je C_1 negativen.

Parameter B_2 oziroma C_2 je druga diferenca trenda v času $x=0$, v našem primeru $C_2 = +0,132$. Če je ta parameter pozitiven, pomeni, da se prve difference v času $x=0$ večajo, kar pomeni, da je v tem času trend konkaven oziroma obratno, da je trend konveksen, če je B_2 ali C_2 negativen.

Parameter C_3 pove, kakšna je za $x=0$ tretja diferenca. Če je pozitiven, se hitrost sprememb v rasti pojava večja oz. se obratno manjša, če je C_3 negativen.

f) Iz parametrov, ki jih izračunamo po zgornjih točkah, dobimo vrsto trenda s postopnim kumuliranjem. V časovno vrsto vpišemo v $x=0$ ustrezno vrsto parametre C_3, C_2, C_1 in C_0 .

Parametru C_2 kumulativno prištevamo (za člene od $x=0$ navzgor) in kumulativno odštevamo (za člene od $x=0$ navzdol) parameter C_3 . Tako dobimo časovno vrsto drugih diferenc trenda. Če vrsto drugih diferenc trenda kumulativno prištevamo parametru C_1 za člene večje od $x=0$ in odštevamo za člene manjše od $x=0$, dobimo vrsto prvih diferenc trenda.

Ko prve difference kumulativno prištejemo in odštejemo od parametra C_0 , dobimo linijo trenda.

Če podamo nakazani postopek na naši shematični časovni vrsti, dobimo:

Tabela 2.17 Shematičen primer izračuna trenda

x	d_x	P_x	T	T_{zaok}
-4	+0,192	+0,791	1,479	1,5
-3	+0,177	+0,982	2,270	2,3
-2	+0,162	+1,159	3,252	3,3
-1	+0,147	+1,321	4,411	4,4
0	$C_3 = -0,015$ $C_2 = +0,132$ $G = 1,468$ $C_0 = 5,732$			5,7
+1	+0,117	+1,600	7,200	7,2
+2	+0,102	+1,717	8,800	8,8
+3	+0,087	+1,819	10,517	10,5
+4	+0,072	+1,905	12,336	12,3

Iz C_3 in C_2 izračunamo postopoma vrsto drugih diferenc

$$d_0 = C_2 = 0,132$$

$$d_{+1} = d_0 + C_3 = 0,132 + (-0,015) = 0,117$$

$$d_{+2} = d_{+1} + C_3 = 0,117 + (-0,015) = 0,102$$

$$d_{-1} = d_0 - C_3 = 0,132 - (-0,015) = 0,147$$

$$d_{-2} = d_{-1} - C_3 = 0,147 - (-0,015) = 0,162$$

Iz vrste drugih diferenc in parametra C dobimo vrsto prvih diferenc s kumuliranjem

$$p_0 = C_1$$

$$p_{+1} = p_0 + d_0 = 1,468 + 0,132 = 1,600$$

$$p_{+2} = p_{+1} + d_{+1} = 1,600 + 0,117 = 1,717$$

⋮

$$p_{-1} = p_0 - d_{-1} = 1,468 - 0,147 = 1,321$$

$$p_{-2} = p_{-1} - d_{-2} = 1,321 - 0,162 = 1,159$$

⋮

Iz vrste prvih diferenc in parametra C_0 pa končno dobimo po enakem postopku kumuliranja vrsto trenda

$$T_0 = C_0 = 5,732$$

$$T_{+1} = T_0 + p_0 = 5,732 + 1,468 = 7,200$$

$$T_{+2} = T_1 + p_1 = 7,200 + 1,600 = 8,800$$

$$T_{-1} = T_0 - p_{-1} = 5,732 - 1,321 = 4,411$$

$$T_{-2} = T_{-1} - p_{-2} = 4,411 - 1,159 = 3,252$$

2.49 Po metodi binomskih funkcij dobimo funkcijo trenda in časovno vrsto trenda v glavnem s kumulativnim seštevanjem in odštevanjem, kar je precejšnja tehnična prednost pred metodo polinomov običajnih potenc.

Razen tega nudijo vrste diferenc, ki jih dobimo pri izračunu trenda kot postranski rezultat, osnovo za podrobnejšo analizo trenda. Pozitivne prve difference na določenem odseku pomenijo, da trend raste, negativne pa, da trend pada. Pozitivne druge difference pomenijo, da prve difference naraščajo, kar pomeni, da se temp sprememb trenda večja in obratno, negativne druge difference pomenijo, da se temp sprememb manjša. Pozitiven koeficient C_3 pri paraboli tretjega reda pomeni, da se na tem odseku druge difference trenda večajo, to je, da se spremembe v porastu pojavajo večajo.

Ob času, ko prve difference spremenijo svoj predznak, ima funkcija trenda ekstremno vrednost (maksimum če je druga diferenca v tem razdobju negativna in minimum, če je druga diferenca v tem razdobju pozitivna). V razdobju, ko druga diferenca menja predznak, pa ima trend prevojno točko.

Če primerjamo vrsto prvih diferenc z vrsto drugih diferenc, dobimo kompleksno analizo sprememb v dinamiki časovne vrste oziroma trenda. Za časovno razdobje, v katerem so prve in druge difference pozitivne, trend narašča progresivno. Za razdobje, v katerem so prve difference pozitivne, druge pa negativne, trend sicer raste, povečanje pa je manjše in manjše, dokler ni hitrost naraščanja trenda enaka nič. V razdobju, v katerem so prve difference negativne, a druge pozitivne, trend pada, a hitrost padanja je manjša in manjša, dokler trend ne pride do svojega minimuma, ko prve difference spremenijo predznak. V razdobju, v katerem so prve in druge difference negativne, trend pada in se padanje veča od člena do člena.

V tabeli 2.18 so nazorno prikazane zgornje kombinacije.

Tabela 2.18 Prikaz analize trenda iz prvih in drugih diferenc

prve difference	druge difference	dinamika trenda
pozitivne	pozitivne	progresivno večanje
negativne	pozitivne	degresivno večanje
pozitivne	negativne	degresivno zmanjševanje
negativne	negativne	progresivno zmanjševanje
sprememba predznaka	pozitivne	minimalen
sprememba predznaka	negativne	maksimalen
pozitivne ali negativne	sprememba predznaka	infleksija

V razdobju, ko druge difference menjajo predznak, ima trend prevojno točko in je sprememba hitrosti ekstremna.

Če je tretja diferenca v tem primeru negativna, je sprememba hitrosti maksimalna. Če pa je tretja diferenca v tem členu pozitivna, pa je hitrost spremembe trenda minimalna.

2.50 V tabeli 2.19 publicirane konstante služijo za izračun trenda do parabole tretje stopnje za časovne vrste z največ 30 členi. Če je število členov v osnovni časovni vrsti preveliko, si pomagamo tako kakor v prikazanem primeru časovne vrste živega srebra za idrijski rudnik. Letno časovno vrsto s 135 členi smo reducirali na časovno vrsto s 27 členi tako, da smo podatke združili v petletna povprečja. Podobno moremo časovno vrsto z n.pr. $N = 60$ členi reducirati na časovno vrsto z $N = 30$ členov, če izračunamo vrsto povprečij iz dveh členov.

Podrobneje o metodi binomskih funkcij glej: M. Blejec: Upotreba binomnih funkcija u primeni najmanjih kvadrata, Zavod za statistiku i evidenciju NR Srbije, Beograd 1953.

2.51 Za primer izračuna trenda po metodi binomskih polinomov vzemimo proizvodnjo živega srebra rudnika v Idriji v razdobju 1816-1950. Časovna vrsta je vrsta povprečne letne proizvodnje v petletnih razdobjih. Da zmanjšamo podatke, ki jih dobimo v vmesnih računih, od podatkov v osnovni časovni vrsti odštejemo 100. Zato v končnih rezultatih funkcijo trenda korigiramo tako, da prvemu parametru C_0 isto vrednost (v našem primeru 100) prištejemo. Ta enostaven trik pripomore k olajšanju vmesnih računov. Ker analiza osnovne časovne vrste pokaže, da je najprimernejša krivulja, ki pride v poštev kot trend, parabola tretje stopnje, iščemo funkcijo trenda v obliki

$$T = C_0 + C_1 \binom{x}{1} + C_2 \binom{x}{2} + C_3 \binom{x}{3} \quad (2.78)$$

Po navodilih za izračun trenda s pomočjo binomskih funkcij moramo iz osnovne časovne vrste najprej izračunati količine K_0 , K_1 , K_2 in K_3 , ker iščemo parabolo tretje stopnje.

Te količine izračunamo s kumulativami kot je nakazano v tabeli 2.20.

TABELA 2.9. MATRIKE KONSTANT ZA IZRAČUNAVANJE PARAMETROV PARABOLIČNEGA TRENDNA PO METODI BINOMSKIH FUNKCIJ

N	k	1	$a_{k,1} =$	$\begin{Bmatrix} a_{00} & a_{10} \\ a_{01} & a_{11} \end{Bmatrix}$		0	1	$b_{k,1} =$		$\begin{Bmatrix} b_{00} & b_{10} & b_{20} \\ b_{01} & b_{11} & b_{21} \\ b_{02} & b_{12} & b_{22} \end{Bmatrix}$		0	1	2	3
3	0	1	,333 333 33	-	-	,100 000 +1	-	,100 000 00 +1	-	-200 000 00 +1	-	-	-	-	-
	1	2	-	,500 000 00	-	,100 000 +1	,200 000 00 +1	,300 000 00 +1	,300 000 00 +1	-	-	-	-	-	-
4	0	1	,300 000 00	,100 000 00	-	,500 000	-	,400 000 00	-	,500 000 00	-	,100 000 00 +1	-	,100 000 00 +1	-
	1	2	,100 000 00	,200 000 00	-	,400 000	,120 000 00 +1	,100 000 00 +1	,100 000 00 +1	,100 000 00 +1	,100 000 00 +1	-	,200 000 00 +1	,700 000 00 +1	,400 000 00 +1
5	0	1	,200 000 00	-	-	,485 714 29	-	,142 857 14	-	,285 714 28	-	,485 714 29	-	,142 857 14	-
	1	2	-	,100 000 00	-	,142 857 14	,171 428 57	,142 857 14	,142 857 14	,142 857 14	,142 857 14	-	,571 428 57	-	,857 142 86
6	0	1	,180 952 38	,285 714 28 -1	-	,371 428 57	-	,114 285 72	-	,142 857 14	-	,460 317 46	-	,476 190 48 -1	-
	1	2	,285 714 28 -1	,571 428 57 -1	-	,114 285 72	,164 285 71	,107 142 86	,107 142 86	,107 142 86	,107 142 86	-	,214 285 71	-	,142 857 14
7	0	1	,142 857 14	-	-	,333 333 33	-	,476 190 48 -1	-	,952 380 95 -1	-	,333 333 33	-	,476 190 48 -1	-
	1	2	-	,357 142 86 -1	-	,476 190 48 -1	,238 095 24 -1	,476 190 48 -1	,476 190 48 -1	,476 190 48 -1	,476 190 48 -1	-	,214 285 71	-	,142 857 14

vejica pred konstanto pomeni decimalno vejico. Številko m za konstanto pomeni, da je treba konstanto množiti z 10^m . $a_{k,1}$ so matrike za premico, $b_{k,1}$ za parabolo do druge stopnje, $c_{k,1}$ matrike za parabolo tretje stopnje.

N	k	a _{k1}			b _{k1}			a _{k1}			
		1	0	1	0	1	2	0	1	2	3
8	0	,130 952 33	,119 047 62 ₋₁	,279 761 91	-,476 190 48 ₋₁	-,595 238 10 ₋₁	,313 852 81	-,216 450 22 ₋₂	,108 225 11	-,670 995 67 ₋₁	-,454 545 46 ₋₁
	1	,119 047 62 ₋₁	,238 095 24 ₋₁	,476 190 48 ₋₁	,238 095 24 ₋₁	-,177 705 63	-,216 450 22 ₋₂	-,670 995 67 ₋₁	,160 173 16	,909 090 91 ₋₁	-,606 060 61 ₋₁
	2		-,595 238 10 ₋₁	2238 095 24 ₋₁	,238 095 24 ₋₁	-,454 545 45 ₋₁	-,606 060 61 ₋₁	-,606 060 61 ₋₁	,909 090 91 ₋₁		
9	0	,111 111 11	,166 666 67 ₋₁	,255 411 26	-,216 450 22 ₋₁	-,432 900 43 ₋₁	,255 411 26	-,216 450 22 ₋₁	-,432 900 43 ₋₁	-,454 545 45 ₋₁	-,454 545 45 ₋₁
	1			,216 450 22 ₋₁	,199 134 20 ₋₁	,649 350 65 ₋₂	-,216 450 22 ₋₁	,101 731 60	-,389 610 39 ₋₁	-,389 610 39 ₋₁	-,252 525 25 ₋₁
	2			-,432 900 43 ₋₁	,649 350 65 ₋₂	,129 870 13 ₋₁	-,432 900 43 ₋₁	-,389 610 39 ₋₁	,382 395 38 ₋₁	,382 395 38 ₋₁	,252 525 25 ₋₁
10	0	,103 030 30	,606 060 61 ₋₂	,224 242 42	-,242 424 24 ₋₁	-,303 030 30 ₋₁	,251 025 64	,233 100 22 ₋₂	-,512 820 51 ₋₁	-,512 820 51 ₋₁	-,139 860 14 ₋₁
	1	,606 060 61 ₋₂	,121 212 12 ₋₁	,242 424 24 ₋₁	,196 969 70 ₋₁	,757 575 76 ₋₂	,233 100 22 ₋₂	,617 715 62 ₋₁	-,256 410 26 ₋₁	-,256 410 26 ₋₁	-,221 445 22 ₋₁
	2			-,303 030 30 ₋₁	,757 575 76 ₋₂	-,512 820 51 ₋₁	-,512 820 51 ₋₁	-,256 410 26 ₋₁	,337 995 34 ₋₁	,337 995 34 ₋₁	,174 825 18 ₋₁
11	0	,909 090 91 ₋₁		,207 459 21	-,116 550 12 ₋₁	-,233 100 23 ₋₁	-,207 459 21	-,116 550 12 ₋₁	-,233 100 23 ₋₁	-,233 100 23 ₋₁	-,163 170 16 ₋₁
	1			,116 550 12 ₋₁	,102 564 10 ₋₁	,233 100 23 ₋₂	-,116 550 12 ₋₁	,559 440 56 ₋₁	-,139 860 14 ₋₁	-,139 860 14 ₋₁	-,582 750 58 ₋₂
	2			-,233 100 23 ₋₁	,233 100 23 ₋₂	,466 200 47 ₋₂	-,233 100 23 ₋₁	-,139 860 14 ₋₁	-,104 895 11 ₋₁	-,104 895 11 ₋₁	,582 750 58 ₋₂
12	0	,850 815 85 ₋₁	,349 650 35 ₋₂	,187 062 94	-,139 860 14 ₋₁	-,174 825 18 ₋₁	,196 581 20	,233 100 22 ₋₂	-,256 410 26 ₋₁	-,256 410 26 ₋₁	-,543 900 54 ₋₂
	1	,349 650 35 ₋₂	,699 300 70 ₋₂	,139 860 14 ₋₁	,999 000 40 ₋₂	,299 700 30 ₋₂	,233 100 22 ₋₂	,379 620 38 ₋₁	-,109 890 11 ₋₁	-,109 890 11 ₋₁	-,932 400 92 ₋₂
	2			-,174 825 18 ₋₁	,299 700 30 ₋₂	-,256 410 26 ₋₁	-,256 410 26 ₋₁	-,109 890 11 ₋₁	,999 001 00 ₋₂	,999 001 00 ₋₂	,466 200 47 ₋₂
13	0	,769 230 77 ₋₁		,174 825 18	-,699 300 70 ₋₂	-,139 860 14 ₋₁	,74 825 18	-,699 300 70 ₋₂	-,139 860 14 ₋₁	-,139 860 14 ₋₁	-,699 300 70 ₋₂
	1			,549 450 55 ₋₂	-,699 300 70 ₋₂	,999 001 00 ₋₃	,199 300 70 ₋₂	,339 660 34 ₋₁	-,599 400 60 ₋₂	-,599 400 60 ₋₂	,174 825 18 ₋₂
	2			-,139 860 14 ₋₁	,999 001 00 ₋₃	,199 800 20 ₋₂	-,139 860 14 ₋₁	-,339 660 34 ₋₁	,374 625 38 ₋₂	,374 625 38 ₋₂	,174 825 18 ₋₂

N	k	ak1			bk1			ck1		
		1	0	1	1	2	0	1	2	3
14	0	,725 274 73 ₋₁	,219 780 22 ₋₂	,160 439 56	-,879 120 88 ₋₂	-,169 890 11 ₋₁	,166 363 05	,182 170 77 ₋₂	-,146 911 91 ₋₁	-,246 812 01 ₋₂
	1	,219 780 22 ₋₂	,439 560 44 ₋₂	-,879 120 88 ₋₂	,576 923 07 ₋₂	,137 362 64 ₋₂	,182 170 77 ₋₂	,247 840 40 ₋₁	-,525 944 64 ₋₂	-,442 204 85 ₋₂
	2			-,109 890 11 ₋₁	,137 362 64 ₋₂	,137 362 64 ₋₂	-,146 911 91 ₋₁	-,525 944 64 ₋₂	,368 748 90 ₋₂	,154 257 51 ₋₂
	3						-,246 812 01 ₋₂	-,442 204 85 ₋₂	,154 257 51 ₋₂	,102 838 34 ₋₂
15	0	,666 666 67 ₋₁	-	,151 131 22	-,452 488 69 ₋₂	-,904 977 37 ₋₂	,151 131 22 ₋₂	-,452 488 69 ₋₂	-,904 977 37 ₋₂	-
	1	-	,357 142 86 ₋₂	-,452 488 69 ₋₂	-,452 488 69 ₋₂	,381 383 32 ₋₂	,494 809 31 ₋₃	-,452 488 69 ₋₂	,221 365 25 ₋₁	-,339 366 52 ₋₂
	2			-,904 977 37 ₋₂	,484 809 31 ₋₃	,969 618 62 ₋₃	-,904 977 37 ₋₂	-,290 885 59 ₋₂	,159 807 51 ₋₂	,628 456 51 ₋₃
	3						-	-,339 366 52 ₋₂	,628 456 51 ₋₃	,628 456 51 ₋₃
16	0	,632 352 94 ₋₁	,147 058 82 ₋₂	-,140 441 18	-,588 235 29 ₋₂	-,735 294 12 ₋₂	,144 379 61	,136 937 37 ₋₂	-,922 838 77 ₋₂	-,125 029 77 ₋₂
	1	,147 058 82 ₋₂	,294 117 65 ₋₂	-,588 235 29 ₋₂	,364 145 66 ₋₂	,700 280 11 ₋₃	,136 937 37 ₋₂	,169 938 42 ₋₁	-,275 292 30 ₋₂	-,230 213 54 ₋₂
	2			-,735 294 12 ₋₂	,700 280 11 ₋₃	,700 280 11 ₋₃	-,922 838 77 ₋₂	-,275 292 30 ₋₂	,159 334 99 ₋₂	,595 379 85 ₋₃
	3						-,125 029 77 ₋₂	-,230 213 54 ₋₂	,595 379 85 ₋₃	,396 919 90 ₋₃
17	0	,588 235 29 ₋₁	-	,133 126 93	-,309 597 52 ₋₂	-,619 195 05 ₋₂	,133 126 93	-,309 597 52 ₋₂	-,619 195 05 ₋₂	-
	1	-	,245 098 04 ₋₂	-,309 597 52 ₋₂	,257 997 94 ₋₂	,257 997 94 ₋₃	-,309 597 52 ₋₂	,152 218 78 ₋₁	-,154 798 76 ₋₂	-,180 598 56 ₋₂
	2			-,619 195 05 ₋₂	,257 997 94 ₋₃	,515 995 87 ₋₃	-,619 195 05 ₋₂	-,154 798 76 ₋₂	,773 993 81 ₋₃	,257 997 94 ₋₃
	3						-	-,180 598 56 ₋₂	,257 997 94 ₋₃	,257 997 94 ₋₃
18	0	,580 715 52 ₋₁	,103 199 17 ₋₂	,124 871 00	-,412 796 70 ₋₂	-,515 995 87 ₋₂	,127 622 98	,103 198 90 ₋₂	-,619 195 77 ₋₂	-,687 999 29 ₋₃
	1	,103 199 17 ₋₂	,206 398 35 ₋₂	-,412 796 70 ₋₂	,245 098 04 ₋₂	,386 996 90 ₋₃	,103 198 90 ₋₂	,121 238 93 ₋₁	-,154 800 20 ₋₂	-,128 399 93 ₋₂
	2			-,515 995 87 ₋₂	,386 996 90 ₋₃	,386 996 90 ₋₃	-,619 195 77 ₋₂	-,154 800 20 ₋₂	,773 993 81 ₋₃	,257 997 94 ₋₃
	3						-,667 999 29 ₋₃	-,128 399 93 ₋₂	,257 997 94 ₋₃	,171 998 62 ₋₃
19	0	,526 315 79 ₋₁	-	,118 973 91	-,221 141 09 ₋₂	-,442 282 18 ₋₂	,118 973 91	-,221 141 09 ₋₂	-,442 282 18 ₋₂	-
	1	-	,175 438 60 ₋₂	-,221 141 09 ₋₂	,182 809 97 ₋₂	,147 427 39 ₋₃	-,221 141 09 ₋₂	,109 096 27 ₋₁	-,884 564 35 ₋₃	-,103 199 17 ₋₂
	2			-,442 282 18 ₋₂	,147 427 39 ₋₃	,294 854 78 ₋₃	-,442 282 18 ₋₂	-,884 564 35 ₋₃	,412 126 57 ₋₃	,117 271 79 ₋₃
	3						-	-,103 199 17 ₋₂	,117 271 79 ₋₃	,117 271 79 ₋₃

N	a_{k1}			b_{k1}			c_{k1}		
	k	1	0	1	2	0	1	2	3
20	0	,503 759 40 ₋₁	,751 879 70 ₋₃	,112 406 91 ₋₁	-,306 751 88 ₋₂	,114 404 94 ₋₁	,788 416 04 ₋₃	-,436 513 28 ₋₂	-,403 822 86 ₋₃
	1	,751 879 70 ₋₃	,150 375 94 ₋₂	-,300 751 88 ₋₂	,173 160 17 ₋₂	,788 416 04 ₋₃	,894 004 36 ₋₂	-,922 410 95 ₋₃	-,766 855 52 ₋₃
	2			-,375 939 85 ₋₂	,227 842 33 ₋₃	-,436 513 28 ₋₂	-,922 440 95 ₋₃	,411 398 18 ₋₃	,122 370 56 ₋₃
21	0	,476 190 48 ₋₁		,107 551 49	-,163 452 11 ₋₂	,403 822 86 ₋₃	-,766 855 52 ₋₃	,122 370 56 ₋₃	,815 803 75 ₋₄
	1			-,163 452 11 ₋₂	,134 327 92 ₋₂	,107 551 49	-,163 452 11 ₋₂	-,326 904 22 ₋₂	
	2		,129 870 13 ₋₂	-,326 904 22 ₋₂	,891 556 95 ₋₄	-,163 452 11 ₋₂	,808 344 97 ₋₂	-,534 934 17 ₋₃	-,624 089 87 ₋₃
22	0	,457 368 72 ₋₁		,102 202 14	-,225 861 10 ₋₂	,103 699 96	,612 202 45 ₋₃	-,319 771 76 ₋₂	-,249 635 95 ₋₃
	1	,564 652 74 ₋₃	,112 930 55 ₋₂	-,225 861 10 ₋₂	,127 046 87 ₋₂	,612 202 45 ₋₃	,677 286 10 ₋₂	-,576 540 16 ₋₃	-,478 468 90 ₋₃
	2			-,282 326 37 ₋₂	,141 163 19 ₋₃	-,319 771 76 ₋₂	-,576 540 16 ₋₃	,234 776 67 ₋₃	,624 089 87 ₋₄
23	0	,434 782 61 ₋₁		,981 366 46 ₋₁	-,124 223 60 ₋₂	,981 366 46 ₋₁	-,124 223 60 ₋₂	-,248 447 20 ₋₂	
	1		,988 142 29 ₋₃	-,124 223 60 ₋₂	,101 637 49 ₋₂	-,124 223 60 ₋₂	,615 471 49 ₋₂	-,338 791 65 ₋₃	,395 256 92 ₋₂
	2			-,248 447 20 ₋₂	,564 652 74 ₋₄	-,248 447 20 ₋₂	-,338 791 65 ₋₃	,143 334 93 ₋₃	,364 043 78 ₋₄
24	0	,418 840 58 ₋₁		,936 956 52 ₋₁	-,173 913 04 ₋₂	,948 470 21 ₋₁	,485 091 79 ₋₃	-,241 545 89 ₋₂	-,161 030 60 ₋₃
	1	,434 782 61 ₋₃	,869 565 22 ₋₃	-,173 913 04 ₋₂	,936 778 35 ₋₃	,485 091 79 ₋₃	,524 982 27 ₋₂	-,374 987 33 ₋₃	-,310 800 31 ₋₃
	2			-,217 391 30 ₋₂	,942 131 34 ₋₄	-,241 545 89 ₋₂	-,374 987 33 ₋₃	,141 637 10 ₋₃	,337 836 43 ₋₄
25	0	,400 000 00 ₋₁		,902 415 46 ₋₁	-,966 183 57 ₋₃	,902 415 46 ₋₁	-,966 183 57 ₋₃	-,193 236 72 ₋₂	
	1		,769 230 77 ₋₃	-,966 183 57 ₋₃	,767 811 22 ₋₃	-,966 183 57 ₋₃	,479 375 70 ₋₂	-,222 965 44 ₋₃	-,260 126 35 ₋₃
	2			-,193 236 72 ₋₂	,371 609 07 ₋₄	-,193 236 72 ₋₂	-,222 965 44 ₋₃	,912 131 34 ₋₄	,168 913 21 ₋₄

Tabela 2.20 Izračun pomožnih količin K_0 , K_1 , K_2 in K_3 za trend proizvodnje živega srebra rudnika Idrija

Razdobje	X	Povprečna proizv.v t y_i	$y_i - 100$	P_i	D_i	T_i	
1816 - 1820	-13	169	69	69	69	69	
1821 - 1825	-12	138	38	107	176	245	
1826 - 1830	-11	151	51	158	334	579	
1831 - 1835	-10	190	90	248	582	1161	
1836 - 1840	-9	159	59	407	889	2050	
1841 - 1845	-8	171	71	378	1267	3317	
1846 - 1850	-7	150	50	428	1695	5012	
1851 - 1855	-6	156	56	484	2179	7191	
1856 - 1860	-5	229	129	613	2792	9983	
1861 - 1865	-4	202	102	715	3507	13490	
1866 - 1870	-3	263	163	878	4385	17875	
1871 - 1875	-2	376	276	1151	5539	23414	
1876 - 1880	-1	379	279	1433	6972	30386	114772
1881 - 1885	0	439	339	5603	34570	128286	329935
1886 - 1890	+1	511	411	5264	29306	98980	
1891 - 1895	+2	512	412	4853	24453	74527	
1896 - 1900	+3	511	411	4441	20012	54515	
1901 - 1905	+4	519	419	4030	15982	38533	
1906 - 1910	+5	563	463	3611	12371	26162	
1911 - 1915	+6	699	599	3148	9223	16939	
1916 - 1920	+7	500	400	2549	6674	10265	
1921 - 1925	+8	607	507	2149	4525	5740	
1926 - 1930	+9	581	481	1642	2883	2857	
1931 - 1935	+10	392	392	1161	1722	1135	
1936 - 1940	+11	398	298	869	853	282	
1941 - 1945	+12	389	289	571	282		
1946 - 1950	+13	382	282	282			

$$\begin{aligned}
 K_{+0} &= 5603 & K_{+1} &= 34570 & K_{+2} &= 128286 & K_{+3} &= 329935 \\
 +K_{-0} &= 1433 & -K_{-1} &= -6972 & +K_{-2} &= 30386 & -K_{-3} &= 114772 \\
 \hline
 K_0 &= 7036 & K_1 &= 27598 & K_2 &= 158672 & K_3 &= 215163
 \end{aligned}$$

Ker ima časovna vrsta $N = 27$ členov, iščemo pa trend tretje stopnje, vzamemo za izračun parametrov C_0 , C_1 , C_2 in C_3 matriko c_{kl} za $N = 27$ iz tablice matrik za izračunavanja parametrov trenda v tabeli 2.19.

Množenje matrike c_{kl} z vektorjem pomožnih količin K_k izvedemo sistematično takole:

$$c_{kl} = \begin{bmatrix} ,835 \ 249 \ 04_{-1} & -,766 \ 283 \ 52_{-3} & -,153 \ 256 \ 71_{-2} & - \\ -,766 \ 283 \ 52_{-3} & ,380 \ 615 \ 55_{-2} & -,151 \ 572 \ 57_{-3} & -,176 \ 834 \ 66_{-3} \\ -,153 \ 256 \ 71_{-2} & -,151 \ 572 \ 57_{-3} & ,603 \ 483 \ 36_{-4} & ,982 \ 414 \ 78_{-5} \\ - & -,176 \ 834 \ 66_{-3} & ,982 \ 414 \ 78_{-5} & ,982 \ 414 \ 78_{-5} \end{bmatrix}$$

$$K_k = \begin{matrix} 7036 & 27598 & 158 \ 672 & 215 \ 163 \end{matrix}$$

Člene v vsakem stolpcu pomnožimo z ustreznim K_k in dobimo

$$K_k c_{kl} = \begin{bmatrix} 587,681 \ 22 & -21,147 \ 89 & -243,175 \ 49 & - \\ - \ 5,391 \ 57 & +105,042 \ 28 & - \ 24,050 \ 32 & -38,048 \ 28 \\ -10,783 \ 14 & - \ 4,183 \ 10 & + \ 9,575 \ 59 & + \ 2,113 \ 79 \\ - & - \ 4,880 \ 28 & + \ 1,588 \ 82 & + \ 2,113 \ 79 \end{bmatrix}$$

Če vrednosti v matriki $K_k c_{kl}$ seštejemo v vodoravni smeri, dobimo parametre C_0, C_1, C_2, C_3

$$\sum_k K_k c_{kl} = C_l = \begin{bmatrix} +323,357 \ 84 = C_0 \\ + \ 37,552 \ 11 = C_1 \\ - \ 3,276 \ 86 = C_2 \\ - \ 1,207 \ 67 = C_3 \end{bmatrix}$$

Ker smo v začetku od osnovnih vrednosti odšteli l_{00} , moramo dobljeni parameter C_0 povečati za l_{00} . Enačba trenda se torej glasi:

$$T(x) = 423,357 \ 84 + 37,552 \ 11 \left(\frac{x}{1}\right) - 3,276 \ 86 \left(\frac{x}{2}\right) - 1,207 \ 67 \left(\frac{x}{3}\right)$$

Ker bomo v končni obliki vrednosti trenda zaokrožili na cele vrednosti, moremo parametre zaokrožiti na tri decimalke.

Tako dobimo končno obliko trenda:

$$T(x) = 423,358 + 37,552\left(\frac{x}{1}\right) - 3,277\left(\frac{x}{2}\right) - 1,208\left(\frac{x}{3}\right)$$

Ker so v razdobju 1818-1828 prve difference negativne, druge pa pozitivne, trend v tem razdobju degresivno pada. Ker prve difference med 1828-1833 spremene predznak, druge difference pa so pozitivne, ima trend med temi leti svoj minimum. Od tu dalje trend narašča v vsem razdobju od 1833 do 1908 (ker so prve difference p_x pozitivne). Naraščanje je v začetku (1833-1868) progresivno (prve in druge difference pozitivne). Brzina sprememb ima med leti 1868-1873 svoj maksimum, trend pa infleksijo, ker druge difference spremenijo predznak, tretja diferenca pa je negativna. Od 1873-1908 je večanje trenda degresivno, ker so prve difference pozitivne, druge pa negativne. Med letoma 1908 in 1913 ima trend svoj maksimum (ker prve difference spremenijo predznak, druge difference pa so negativne), od 1913 dalje pa trend progresivno pada (ker so prve in druge difference negativne).

V sliki 2.12 je stvarni časovni vrsti prilagojen trend tretje stopnje, ki smo ga izračunali v tabeli 2.21.

Če vpišemo dobljene parametre v sredino tabele ($x = 0$) v obratnem vrstnem redu C_3, C_2, C_1, C_0 , dobimo s postopnim kumuliranjem vrednosti končno vrednost trenda.

Tabela 2.21 Izračun časovne vrste trenda po metodi binomskih funkcij

leto	x	t _x	d _x	p _x	T _x	T _{zaok}
1818	-13		+12,427	-29,775	186,615	187
1823	-12		+11,219	-17,348	156,840	157
1828	-11		+10,011	- 6,129	139,492	139
1833	-10		+ 8,803	+ 3,882	133,363	133
1838	- 9		+ 7,595	+12,685	137,245	137
1843	- 8		+ 6,387	+20,280	149,930	150
1848	- 7		+ 5,179	+26,667	170,210	170
1853	- 6		+ 3,971	+31,846	196,877	197
1858	- 5		+ 2,763	+35,817	228,723	229
1863	- 4		+ 1,555	+38,580	264,540	265
1868	- 3		+ 0,347	+40,135	303,120	303
1873	- 2		- 0,861	+40,482	343,255	343
1878	- 1		- 2,069	+39,621	383,737	384
1882	0	-1,208	- 3,277	+37,552	423,358	423
1888	+ 1		- 4,485	+34,275	460,910	461
1893	+ 2		- 5,693	+29,790	495,185	495
1898	+ 3	-	- 6,901	+24,097	524,975	525
1903	+ 4		- 8,109	+17,196	549,072	549
1908	+ 5		- 9,317	+ 9,087	566,268	566
1913	+ 6		-10,525	- 0,230	575,355	575
1918	+ 7		-11,733	-10,755	575,125	575
1923	+ 8		-12,941	-22,488	564,370	564
1928	+ 9		-14,149	-35,429	541,882	542
1933	+10		-15,357	-49,578	506,453	506
1938	+11		-16,565	-64,935	456,875	457
1943	+12		-17,773	-81,500	391,940	392
1948	+13		-18,981	-99,273	310,440	310

Za kontrolo služi lastnost metode najmanjših kvadratov, da je

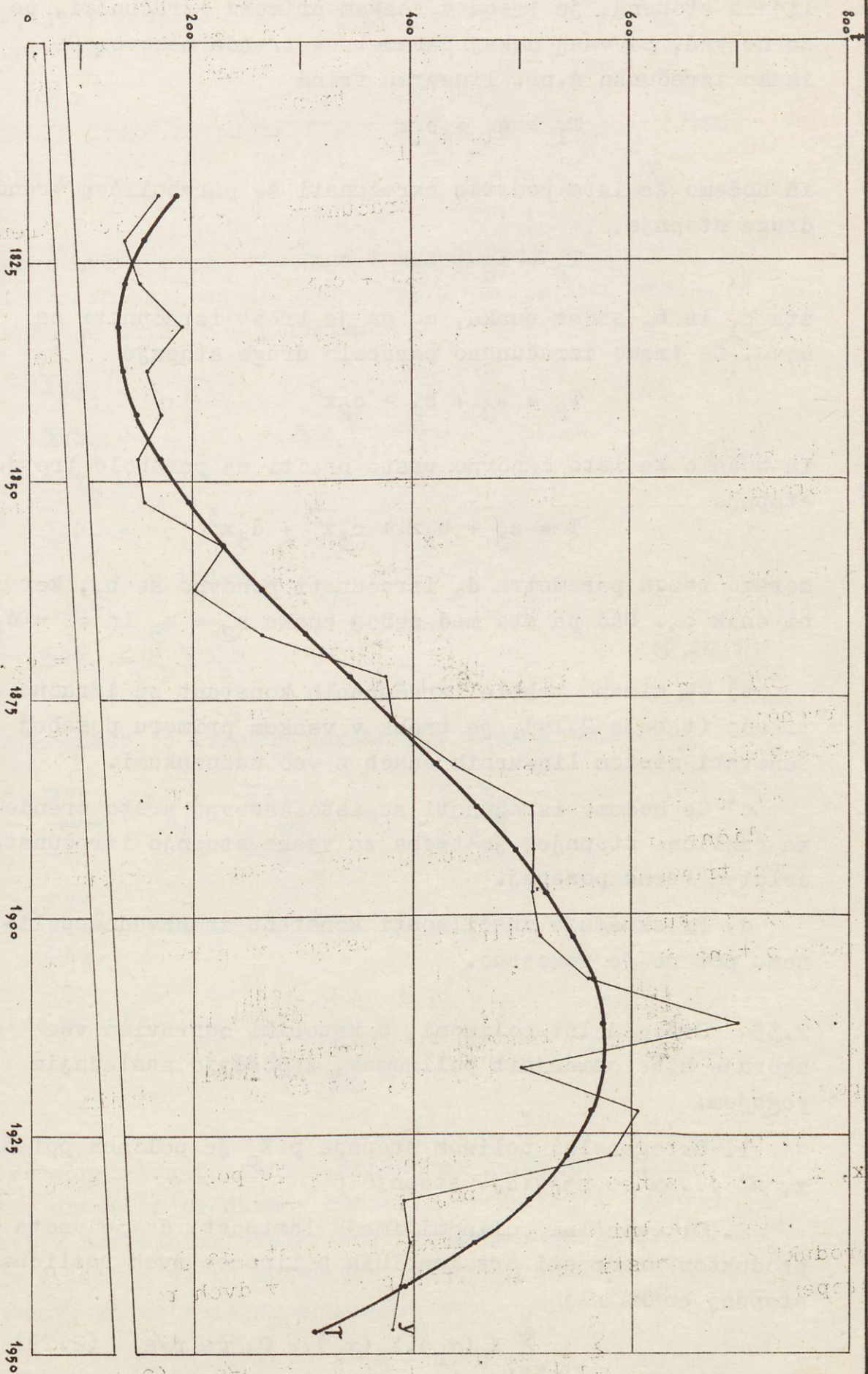
$$\sum Y_k = K_0 + N y = \sum T$$

V našem primeru je $K_0 = 7036$ $N=27$, $y = 100$ $\sum T = 9734$
 $7036 + 27 \cdot 100 = 9736$. Razlika 2 izvira iz zaokroževanja.

Ortogonalni polinomi X_k

2.52 Razen polinomov potenc in binomskih funkcij uporabljamo za določanje trendov višjih stopenj tudi ortogonalne polinome. Uporaba polinomov enostavnih potenc je namreč nesmotena iz več razlogov.

sl.2.11 Trend proizvodnje živega srebra v rudniku Idrija v razdobju 1816-1950



a) Če za isto časovno vrsto izračunamo trende različnih stopenj, je treba v vsakem primeru izračunati, če že ne vse, pa vsaj nekaj parametrov trenda nanovo. Če imamo izračunan n.pr. linearen trend

$$T_1 = a_1 + b_1 x$$

in hočemo za iste podatke izračunati še parabolichen trend druge stopnje,

$$T_2 = a_2 + b_2 x + c_2 x^2$$

sta b_1 in b_2 sicer enaka, a_2 pa je treba izračunati na novo. Če imamo izračunano parabolo druge stopnje

$$T_2 = a_2 + b_2 + c_2 x^2$$

in hočemo za isto časovno vrsto preiti na parabolo tretje stopnje

$$T = a_3 + b_3 x + c_3 x^2 + d_3 x^3$$

moramo razen parametra d_3 izračunati ponovno še b_3 , ker ni enak b_2 . Pač pa sta med seboj enaka $a_2 = a_3$ in $c_2 = c_3$.

b) Če nimamo tabele izračunanih konstant za izračun trenda (tabela 2.14), je treba v vsakem primeru posebej reševati sistem linearnih enačb z več neznankami.

c) Če hočemo izračunati za isto časovno vrsto trende za različne stopnje, je treba za vsako stopnjo izračunati celoten trend posebej.

d) Preskušanje značilnosti konstant za navadne polinome potenc je zamotano.

2.53 Ortogonalni polinomi, s katerimi odpravimo vse zgornje hibe običajnih polinomov, zadoščajo naslednjim pogojem:

1. Ortogonalni polinom stopnje p X_p je polinom potenc x , $x^2 \dots x^p$ z najvišjo stopnjo p

2. Ortogonalni polinomi imajo lastnost, da je vsota produktov vrednosti ortogonalnih polinomov dveh različnih stopenj enaka nič

$$\sum_{k=1}^N X_p(x_k) \cdot X_s(x_k) = 0, \text{ če } p \neq s \quad (2.79)$$

Funkcije trenda, izražene z ortogonalnimi polinomi so torej premica:

$$T = B_0 + B_1 X_1$$

parabola druge stopnje: $T = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2$ (2.80)

parabola tretje stopnje: $T = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3$

itd.

Če upoštevamo drugo lastnost ortogonalnih polinomov, se sistem normalnih enačb 2.50 reducira na sistem enačb, v katerih je po en sam parameter

$$\begin{aligned} \sum YX_0 &= B_0 \sum X_0^2 \\ \sum YX_1 &= B_1 \sum X_1^2 \\ \sum YX_2 &= B_2 \sum X_2^2 \\ \sum YX_3 &= B_3 \sum X_3^3 \\ &\text{itd.} \end{aligned} \quad (2.81 \text{ a})$$

na splošno

$$\sum YX_p = B_p \sum X_p^2 \quad (2.81 \text{ b})$$

Iz teh enačb je izračun parametrov trenda enostaven

$$\begin{aligned} B_0 &= \frac{\sum YX_0}{\sum X_0^2} ; \quad B_1 = \frac{\sum YX_1}{\sum X_1^2} ; \quad B_2 = \frac{\sum YX_2}{\sum X_2^2} ; \\ B_3 &= \frac{\sum YX_3}{\sum X_3^2} ; \quad \text{itd.} \end{aligned} \quad (2.82 \text{ a})$$

ali na splošno

$$B_p = \frac{\sum YX_p}{\sum X_p^2} \quad (2.82 \text{ b})$$

Z ortogonalnimi polinomi izračunamo parametre trenda B_p tako, da vsoto produktov osnovnih vrednosti v časovni vrsti z ustreznimi vrednostmi ortogonalnega polinoma tipa p delimo z vsoto kvadratov vrednosti ortogonalnih polinomov, ki ustrezajo posameznim vrednostim x .

Iz zgornjega povzamemo dve važni lastnosti ortogonalnih polinomov. Z ortogonalnimi polinomi izračunamo parametre trenda neposredno, če le poznamo vrednosti normalnih polinomov za posamezne vrednosti za x , ne pa iz sistema linearnih normalnih enačb.

3. Parameter B_p , ki se nanaša na ortogonalni polinom X_p je enak, ne glede na to, kakšno stopnjo trenda izračunamo. Če inamo dan po metodi ortogonalnih polinomov trend stopnje p , dobimo trend stopnje $p + 1$, če izračunamo parameter B_{p+1} in trendu T_p dodamo $B_{p+1} X_{p+1}$.

Tako predstavlja funkcija $T = B_0 X_0$ nivo časovne vrste, ker je polinom nulte stopnje. Če temu nivoju T_0 dodamo člen $B_1 X_1$, dobimo linearen trend $T_1 = T_0 + B_1 X_1$. Če linearnemu trendu T_1 dodamo člen $B_2 X_2$, dobimo trend v obliki parabole druge stopnje $T_2 = T_1 + B_2 X_2$ itd.

Ker je prva ortogonalna funkcija funkcija nulte stopnje, je prvi ortogonalni polinom X_0 konstanta. Ker nanj ne postavljamo drugih zahtev, postavimo enostavno, da je $X_0 = 1$.

Iz enačbe

$$B_0 = \frac{\sum Y X_0}{\sum X_0^2} = \frac{\sum 1 \cdot 1}{\sum 1^2} = \frac{\sum Y}{N} = \bar{Y} \quad (2.83)$$

dobimo, da je prvi parameter B_0 pri ortogonalnih polinomih enak povprečju iz osnovnih vrednosti v časovni vrsti.

Iz lastnosti pogojnega časovnega znaka x , ki ima vrednosti $-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3 \dots$ če je število členov v časovni vrsti N liho število in $-5, -3, -1, +1, +3, +5 \dots$ če je N sodo število, povzamemo, da moremo vzeti kot ortogonalni polinom X_1 kar znak x , ker ima zahtevane lastnosti.

Ker je

$$\sum X_0 X_1 = \sum 1 \cdot x = 0 \quad (2.84)$$

ima namreč znak x lastnost ortogonalne funkcije X_1 , da mora biti $\sum X_0 X_1 = 0$ in da je linearna funkcija.

Ne da bi se spuščali v dokazovanje, navajamo prvih pet ortogonalnih polinomov

$$X_0 = 1$$

$$X_1 = x$$

$$X_2 = 12x^2 - (N^2 - 1) \quad (2.85)$$

$$X_3 = 20x^3 - (3N^2 - 7)x$$

$$X_4 = 560x^4 - 40(3N^2 - 13)x^2 + 3(N^2 - 1)(N^2 - 9)$$

2.54 V tabeli 2.22 so tabelirane vrednosti za ortogonalne polinome prve, druge in tretje stopnje X_1 , X_2 , X_3 za posamezne vrednosti x v območju časovne vrste. Ta tabela omogoča hiter in enostaven izračun parametrov trenda $B_p = \sum YX_p / \sum X_p^2$, ker so za vsak $N = 3$ do $N = 30$ dane vrednosti ortogonalnih polinomov za posamezne vrednosti in vsota kvadratov teh vrednosti.

Obsežnejše tabele ortogonalnih polinomov dobimo v Fisher and Yates: Statistical Tables for Biological Agricultural and Medical Research. V teh tabelah imamo ortogonalne polinome do pete stopnje za vrste 2 do $N = 75$ členi.

Tabela 2.22 je skržena tabela iz navedene knjige.

Tabela 2.22 ORTOGONALNI POLINOMI (nadaljevanje)

N = 9			N = 10			N = 11			N = 12			N = 13			N = 14		
X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3
-4	+28	-14	-9	+6	-42	-5	+15	-30	-11	+55	-33	-6	+22	-11	-13	+13	-143
-3	-7	+7	-7	+2	+14	-4	+6	+6	-9	+25	+3	-5	+11	0	-11	+7	-11
-2	-8	+13	-5	-1	+35	-3	-1	+22	-5	-17	+25	-3	-5	+8	-5	-5	+95
-1	-17	+9	-3	-3	+31	-2	-6	+23	-3	-29	+19	-2	-10	+7	-3	-7	+67
0	-20	0	-1	-4	+12	-1	-9	+14	-1	-35	+7	-1	-13	+4	-1	-8	+24
+1	-17	9	+1	-4	-12	0	-10	0	+1	-35	-7	0	-14	0	+1	-8	-24
+2	-8	-13	+3	-3	-31	+1	-9	-14	+3	-29	-19	+1	-13	-4	+3	-7	-67
+3	+7	-7	+5	-1	-35	+2	-6	-23	+5	-17	-25	+2	-10	-7	+5	-5	-95
+4	+28	+14	+7	+2	-14	+3	-1	-22	+7	+1	-21	+3	-5	-8	+7	-2	-98
			+9	+6	+42	+4	+6	-6	+9	+25	-3	+4	+2	-6	+9	+2	-66
						+5	+15	+30	+11	+55	+33						
												+5	+11	0	+11	+7	+11
												+6	+22	+11	+13	+13	+143
60	2,772	990	330	132	8,580	110	858	4,290	572	12,012	5,148	182	2,002	572	910	728	97,240

Tabela 2.22 ORTOGONALNI POLINOMI (nadaljevanje)

N = 15			N = 16			N = 17			N = 18			N = 19			N = 20		
X ₁	X ₂	X ₃	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁	X ₂	X ₃
7	+91	-91	-15	+35	-455	-8	+40	-28	-17	+68	-68	-9	+51	-204	-19	+57	-969
-6	+52	-13	-13	+21	91	-7	+25	-7	-13	+23	+13	-8	+34	-68	-17	+39	-357
-5	+19	+35	-9	-1	+267	-6	+12	+7	-11	+5	33	-7	+19	+28	-13	+9	+377
-4	-8	+58	-7	-9	+301	-5	+1	+15	-9	-10	+42	-6	+6	+89	-11	-3	+539
-3	-29	+61	-5	-15	+265	-4	-8	+18	-7	-22	+42	-5	-5	+120	-9	-13	+591
-2	-44	+49	-3	-19	+179	-3	-15	+17	-5	-31	+35	-4	-14	+126	-7	-21	+553
-1	-53	+27	-1	-21	+63	-2	-20	+13	-3	-37	+23	-3	-21	+112	-5	-27	+445
0	+56	0	-1	-21	+63	-1	-23	+7	-3	-37	+23	-2	-26	+83	-3	-31	+287
+1	-53	-27	+1	-21	-63	-1	-23	+7	-1	-40	+8	-1	-29	+44	-1	-33	+99
+2	-44	-49	+3	-19	-179	0	-24	0	+1	-40	-8	0	-30	0	+1	-33	-99
+3	-29	-61	+5	-15	-265	+1	-23	-7	+3	-37	-23	+1	-29	-44	+3	-31	-287
+4	-8	-58	+7	-9	-301	+2	-20	-13	+5	-31	-35	+2	-26	-83	+5	-27	-445
+5	+19	-35	+9	-1	-267	+3	-15	-17	+7	-22	-42	+3	-21	-112	+7	-21	-553
+6	+52	+13	+11	+9	-143	+4	-18	-17	+9	-10	-42	+4	-14	-126	+9	-13	-591
+7	+91	+91	+15	+35	+455	+5	+1	-15	+11	+5	-33	+5	-5	-120	+11	-3	-539
						+6	+12	-7	+13	+23	-13	+6	+6	-89	+13	+9	-377
						+7	+25	+7	+15	+44	+20	+7	+19	-28	+15	+23	-85
						+8	+40	+28	+17	+68	+68	+8	+34	+68	+17	+39	+357
												+9	+51	+204	+19	+57	+969
280	37,128		1,360	5,712		408	7,752		1,938	23,256		570	213,180		2,660	4,903,140	
	39,780			1,007,760			3,876			23,256			13,566			17,556	

TABELA 2.22. ORTOGONALNI POLINOMI (NADAJEVANJE)

N = 21			N = 22			N = 23			N = 24		
X ₁	X ₂	X ₃	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁	X ₂	X ₃
- 10	+ 190	- 285	- 21	+ 35	- 133	- 11	+ 77	- 77	- 23	+ 253	- 1771
- 9	+ 133	- 114	- 19	+ 25	- 57	- 10	+ 56	- 35	- 21	+ 187	- 847
- 8	+ 82	+ 12	- 17	+ 16	0	- 9	+ 37	- 3	- 19	+ 127	- 133
- 7	+ 37	+ 98	- 15	+ 8	+ 40	- 8	+ 20	+ 20	- 17	+ 73	+ 391
- 6	- 2	+ 149	- 13	+ 1	+ 65	- 7	+ 5	+ 35	- 15	+ 25	+ 745
- 5	- 35	+ 170	- 11	- 5	+ 77	- 6	- 8	+ 43	- 13	- 17	+ 949
- 4	- 62	+ 166	- 9	- 10	+ 78	- 5	- 19	+ 45	- 11	- 53	+ 1023
- 3	- 83	+ 142	- 7	- 14	+ 70	- 4	- 28	+ 42	- 9	- 83	+ 987
- 2	- 98	+ 103	- 5	- 17	+ 55	- 3	- 35	+ 35	- 7	- 107	+ 861
- 1	- 107	+ 54	- 3	- 19	+ 35	- 2	- 40	+ 25	- 5	- 125	+ 665
0	- 110	0	- 1	- 20	+ 12	- 1	- 43	+ 13	- 3	- 137	+ 419
+ 1	- 107	- 54	1	- 20	- 12	0	- 44	0	- 1	- 143	+ 143
+ 2	- 98	- 103	3	- 19	- 35	+ 1	- 43	- 13	+ 1	- 137	- 419
+ 3	- 83	- 142	5	- 17	- 55	+ 2	- 40	- 25	+ 3	- 125	- 665
+ 4	- 62	- 166	7	- 14	- 70	+ 3	- 35	- 35	+ 5	- 107	- 861
+ 5	- 35	- 170	9	- 10	- 78	+ 4	- 28	- 42	+ 7	- 83	- 987
+ 6	- 2	- 149	11	- 5	- 77	+ 5	- 19	- 45	+ 9	- 53	- 1023
+ 7	+ 37	- 98	13	+ 1	- 65	+ 6	- 8	- 43	+ 11	- 35	- 949
+ 8	+ 82	- 12	15	+ 8	- 40	+ 7	+ 5	- 35	+ 13	+ 25	- 745
+ 9	+ 133	+ 114	17	16	0	+ 8	+ 20	- 20	+ 15	+ 73	- 391
+ 10	+ 190	+ 285	19	+ 25	+ 57	+ 9	+ 37	+ 3	+ 17	+ 127	+ 133
			21	+ 35	+ 133	+ 10	+ 56	+ 35	+ 19	+ 187	+ 847
						+ 11	+ 77	+ 77	+ 23	+ 253	+ 1771
770	201,894	432,620	3,542	7,084	96,140	1,012	35,420	32,890	4,600	394,680	17,760,600

TABELA 2.22. ORTOGONALNI POLINOMI (NADALJEVANJE)

N = 25			N = 26			N = 27		
X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3
- 12	+ 92	- 566	- 25	+ 50	- 1150	- 13	+ 325	- 130
- 11	+ 69	- 253	- 23	+ 38	- 598	- 12	+ 250	- 70
- 10	- 48	- 55	- 21	+ 27	- 161	- 11	+ 181	- 22
- 9	+ 29	- 93	- 19	+ 17	+ 171	- 10	+ 118	+ 15
- 8	+ 12	+ 196	- 17	+ 8	+ 408	- 9	+ 61	+ 42
- 7	- 3	+ 259	- 15	0	+ 560	- 8	+ 10	+ 60
- 6	- 16	+ 287	- 13	- 7	+ 637	- 7	- 35	+ 70
- 5	- 27	+ 285	- 11	- 13	+ 649	- 6	- 74	+ 73
- 4	- 36	+ 258	- 9	- 18	+ 606	- 5	- 107	+ 70
- 3	- 43	+ 211	- 7	- 22	- 518	- 4	- 134	+ 62
- 2	- 48	+ 149	- 5	- 25	- 395	- 3	- 155	+ 50
- 1	- 51	+ 77	- 3	- 27	+ 247	- 2	- 170	+ 35
0	- 52	0	- 1	- 28	+ 84	- 1	- 179	+ 18
+ 1	- 51	- 77	+ 1	- 28	- 84	0	- 182	0
+ 2	- 48	- 149	+ 3	- 27	- 247	+ 1	- 179	- 18
+ 3	- 43	- 211	+ 5	- 25	- 395	+ 2	- 170	- 35
+ 4	- 36	- 258	+ 7	- 22	- 518	+ 3	- 155	- 50
+ 5	- 27	- 285	+ 9	- 18	- 606	+ 4	- 134	- 62
+ 6	- 16	- 257	+ 11	- 13	- 649	+ 5	- 107	- 70
+ 7	- 3	- 259	+ 13	- 7	- 637	+ 6	- 74	- 73
+ 8	+ 12	- 196	+ 15	0	- 560	+ 7	- 35	- 70
+ 9	+ 29	- 93	+ 17	+ 8	- 468	+ 8	+ 10	- 60
+ 10	+ 48	- 55	+ 19	+ 17	- 171	+ 9	+ 61	- 42
+ 11	+ 69	+ 253	- 21	+ 27	+ 161	+ 10	+ 118	- 15
+ 12	+ 92	+ 566	- 23	+ 38	+ 598	+ 11	+ 181	+ 22
			+ 25	+ 50	+ 1150	+ 12	+ 250	+ 70
						+ 13	+ 325	+ 130
1.300	5.820	1.480.050	5.850	16.230	7.603.900	1.638	712.550	101.790

TABELA 2.22. ORTOGONALNI POLINOMI (NADALJEVANJE)

X ₁	N = 28		X ₃	N = 29		X ₅	N = 30	
	X ₂	X ₄		X ₂	X ₄		X ₂	X ₃
- 27	+ 117	- 585	- 14	+ 126	- 819	- 29	+ 203	- 1827
- 25	+ 91	- 325	- 13	+ 99	- 468	- 27	+ 161	- 1071
- 23	+ 67	- 115	- 12	+ 74	- 182	- 25	+ 122	- 450
- 21	+ 45	+ 49	- 11	+ 51	+ 44	- 23	+ 86	+ 46
- 19	+ 25	+ 171	- 10	+ 30	+ 215	- 21	+ 53	+ 427
- 17	+ 7	+ 255	- 9	+ 11	+ 336	- 19	+ 23	+ 703
- 15	- 9	+ 305	- 8	- 6	+ 412	- 17	- 4	+ 884
- 13	- 23	+ 325	- 7	- 21	+ 448	- 15	- 28	- 980
- 11	- 35	+ 319	- 6	- 34	+ 449	- 13	- 49	+ 1001
- 9	- 43	+ 291	- 5	- 45	+ 420	- 11	- 67	+ 957
- 7	- 53	+ 245	- 4	- 54	+ 366	- 9	- 82	+ 858
- 5	- 59	+ 185	- 3	- 61	+ 292	- 7	- 94	+ 714
- 3	- 63	+ 115	- 2	- 66	+ 203	- 5	- 103	+ 535
- 1	- 65	+ 39	- 1	- 69	+ 104	- 3	- 109	+ 331
+ 1	- 65	- 39	0	- 70	0	- 1	- 112	+ 112
+ 3	- 63	- 115	+ 1	- 69	- 104	+ 1	- 112	- 112
+ 5	- 59	- 185	+ 2	- 66	- 203	+ 3	- 109	- 331
+ 7	- 53	- 245	+ 3	- 61	- 292	+ 5	- 94	- 535
+ 9	- 45	- 291	+ 4	- 54	- 366	+ 7	- 82	- 714
+ 11	- 35	- 319	+ 5	- 45	- 420	+ 9	- 67	- 858
+ 13	- 23	- 325	+ 6	- 34	- 449	+ 11	- 53	- 957
+ 15	- 9	- 305	+ 7	- 21	- 448	+ 13	- 49	- 1001
+ 17	+ 7	- 255	+ 8	- 6	- 412	+ 15	- 28	- 980
+ 19	+ 25	- 171	+ 9	+ 11	- 336	+ 17	- 4	- 884
+ 21	+ 45	- 49	+ 10	+ 30	- 215	+ 19	+ 23	- 703
+ 23	+ 67	+ 115	+ 11	+ 51	+ 44	+ 21	+ 53	+ 427
+ 25	+ 91	+ 325	+ 12	+ 74	+ 182	+ 23	+ 86	+ 450
+ 27	+ 117	+ 585	+ 13	+ 99	+ 468	+ 25	+ 122	+ 480
			+ 14	+ 126	+ 819	+ 27	+ 161	+ 1071
						+ 29	+ 203	+ 1827
7,308	95,004	2,105,660	2,030	113,274	4,207,320	8,990	302,064	21,360,240

2.55 S tabelami za ortogonalne polinome izračunamo trend po naslednjih stopnjah:

a) V tabeli vrednosti za ortogonalne polinome izberemo številu členov v časovni vrsti N ustrezne vrednosti za X_1 , če gre za linearen trend, X_1 in X_2 , če gre za parabolo druge stopnje in X_1 , X_2 in X_3 , če gre za parabolo tretje stopnje. Te vrednosti pripišemo ustreznim členom v časovni vrsti Y .

b) Izračunamo produkte

YX_1 , YX_2 in YX_3

in poiščemo vsote $\sum Y$, $\sum YX_1$, $\sum YX_2$ in $\sum YX_3$

c) Ker imamo v tabelah ortogonalnih polinomov pod vsakim stolpcem ortogonalnega polinoma ustrezno vsoto kvadratov $\sum X_p^2$, izračunamo iz vrst, ki smo jih dobili v točki c, parametre trenda po obrazcih

$$\begin{aligned} B_0 &= \sum Y/N; \quad B_1 = \sum YX_1 / \sum X_1^2; \quad B_2 = \sum YX_2 / \sum X_2^2; \\ B_3 &= \sum YX_3 / \sum X_3^2 \end{aligned} \quad (2.86 \text{ a})$$

ali splošno

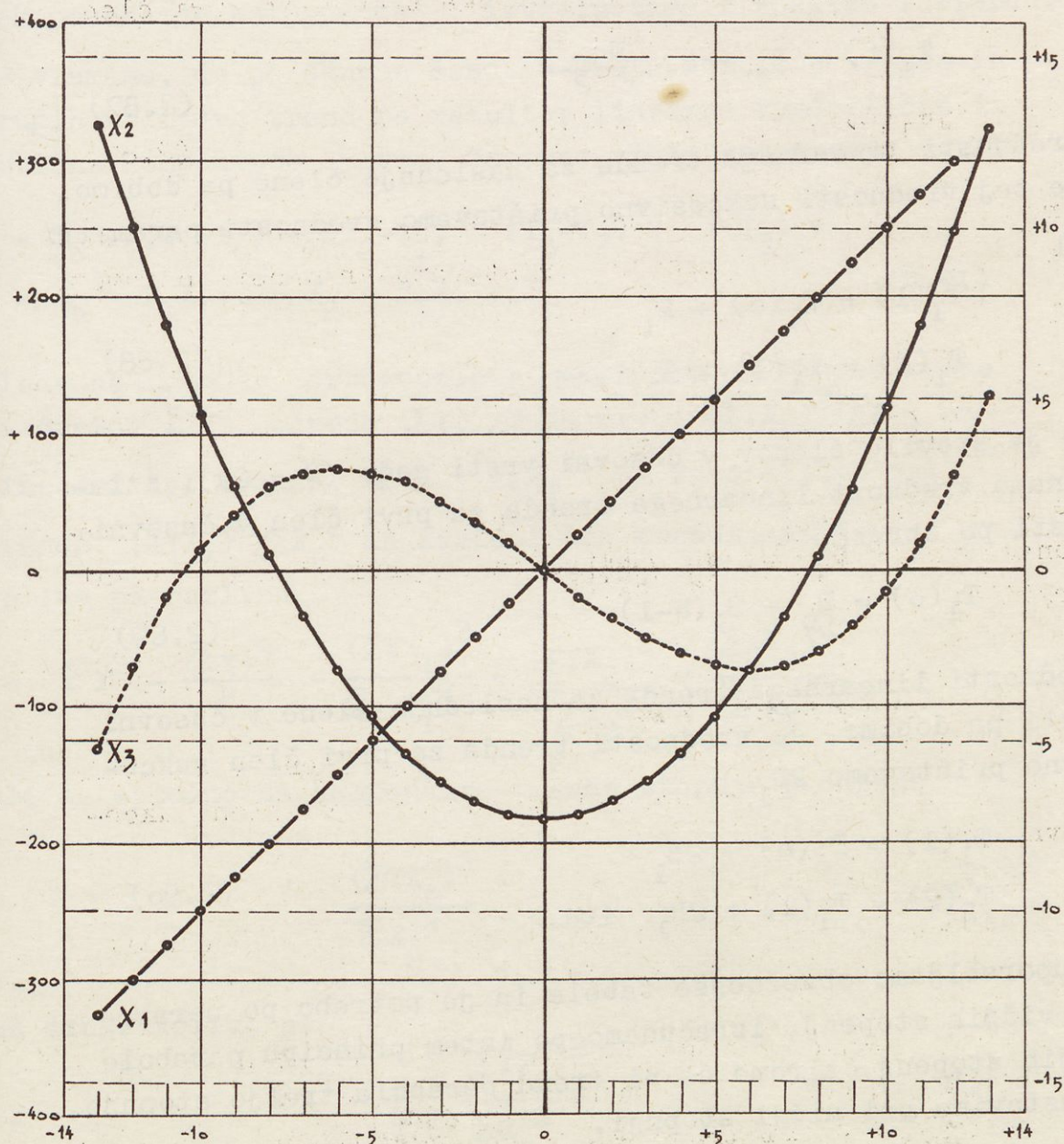
$$B_p = \sum YX_p / \sum X_p^2 \quad (2.86 \text{ b})$$

d) V nadaljevanju obdelovalne tabele izračunamo oz. vpišemo vrednosti $B_0 X_0 = B_0$. Ta časovna vrsta pokaže povprečen nivo, na katerem se giblje pojav. Moremo ga zato imenovati trend nulte stopnje T_0 .

e) Izračunamo produkte $B_1 X_1$ in jih vpišemo v poseben stolpec. Če seštejemo $T_0 + B_1 X_1 = T_1$, dobimo trend prve stopnje ali linearni trend.

f) Izračunamo produkte $B_2 X_2$. Če te vrednosti prištejemo linearnemu trendu $T_1 + B_2 X_2 = T_2$, dobimo paraboličen trend druge stopnje.

g) Izračunamo produkte $B_3 X_3$. Te vrednosti prištejemo paraboličnemu trendu druge stopnje T_2 in dobimo $T_2 + B_3 X_3 = T_3$ vrednosti paraboličnega trenda tretje stopnje.



sl.2.12 Ortogonalni polinomi X_1, X_2 in X_3 za $N=27$

h) Primernejše je izračunati linearni trend direktno po naslednjem postopku:

Če je število členov v časovni vrsti liho, $N = 2K + 1$, dobimo ustrezno vrednost linearnega trenda za prvi člen v časovni vrsti po obrazcu:

$$T_1(0) = B_0 - B_1 \frac{N-1}{2} \quad (2.87)$$

Vrednosti linearnega trenda za naslednje člene pa dobimo, če tej vrednosti sukcesivno prištevamo vrednosti parametra B_1

$$T_1(1) = T_1(0) + B_1 \quad (2.88)$$

$$T_1(2) = T_1(1) + B_1 \text{ itd.}$$

Če je število členov v časovni vrsti sodo ($N = 2k$), izračunamo vrednost linearnega trenda za prvi člen v časovni vrsti po obrazcu

$$T_1(0) = B_0 - B_1(N-1) \quad (2.89)$$

vrednosti linearnega trenda za naslednje člene v časovni vrsti pa dobimo, če vrednosti trenda za prvi člen sukcesivno prištevamo $2B_1$

$$T_1(1) = T_1(0) + 2B_1 \quad (2.90)$$

$$T_1(2) = T_1(1) + 2B_1 \text{ itd.}$$

Če uporabljamo obsežnejše tabele in je potreba po parabolah višjih stopenj, izračunamo po istem principu parabole višjih stopenj oziroma če ni trend parabola tretje stopnje, se ustavimo pri nižji stopnji.

Po tem postopku dobimo kompleksno analizo trenda. Istočasno dobimo namreč linearni, kvadratični, kubični itd. trend $T_1, T_2, T_3 \dots$ oziroma prispevke posameznih komponent trenda (linearne, kvadratične in kubične itd.) k skupnemu trendu. Ti prispevki so: prispevek linearne komponente $B_1 X_1$, prispevek kvadratične komponente: $B_2 X_2$, prispevek kubične komponente $B_3 X_3$.

Z navedenim postopkom ugotovimo učinek posamezne komponente na posamezen člen.

2.57 Analiza variance komponent trenda. Kompleksen učinek posamezne komponente iz vrednotimo z analizo variance.

Če vzamemo, da je skupna časovna vrsta rezultat trenda in drugih vplivov, trend pa rezultat linearne kvadratične in kubične komponente, moremo časovno vrsto razstaviti takole:

$$\begin{aligned} Y &= T_0 + (T_1 - T_0) + (T_2 - T_1) + (T_3 - T_2) + (Y - T_3) = \\ &= B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3 + S \end{aligned} \quad (2.91)$$

Glede na lastnosti ortogonalnih polinomov od skupne vsote kvadratov $\sum Y^2$ odpade $(\sum Y)^2/N$ na nivo, $(\sum YX_1)^2/\sum X_1^2$ na linearni del trenda, $(\sum YX_2)^2/\sum X_2^2$ na kvadratični del trenda, $(\sum YX_3)^2/\sum X_3^2$ na kubični del trenda, na druge vplive pa razlika

$$\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{N} - \frac{(\sum YX_1)^2}{\sum X_1^2} - \frac{(\sum YX_2)^2}{\sum X_2^2} - \frac{(\sum YX_3)^2}{\sum X_3^2}$$

ali na splošno na komponento trenda stopnje p odpade

$$\frac{(\sum YX_p)^2}{\sum X_p^2} \quad (2.92)$$

na druge vplive pa

$$\sum Y^2 - \sum_{p=1}^r \frac{(\sum YX_p)^2}{\sum X_p^2} \quad (2.93)$$

Ostanek (2.93) je vsota kvadratov odklonov stvarnih vrednosti od trenda.

Če predpostavljamo, da so odkloni stvarnih vrednosti od trenda slučajnostni, in da se porazdeljujejo normalno, moremo z zgornjim postopkom razstaviti vsoto kvadratov po izvoru, z F testom analizirati trend in objektivno določiti

ti, ali je posamezna stopnja (linearna, kvadratična, kubična) v trendu značilna ali ne.

Analiza variance ima v tem primeru naslednjo obliko:

Vir	Vsota kvadratov	stopinj pro- stosti	s^2	F
skupna vsota kvadratov	Y^2	N		
nivo	$(\sum Y)^2/N$	1	$(\sum Y)^2/N = s_n^2$	s_n^2/s_e^2
linearna komponenta	$(\sum YX_1)^2/\sum X_1^2$	1	$(\sum YX_1)^2/\sum X_1^2 = s_e^2$	s_1^2/s_e^2
kvadratična komponenta	$(\sum YX_2)^2/\sum X_2^2$	1	$(\sum YX_2)^2/\sum X_2^2 = s_k^2$	s_k^2/s_e^2
kubična komponenta	$(\sum YX_3)^2/\sum X_3^2$	1	$(\sum YX_3)^2/\sum X_3^2 = s_c^2$	s_c^2/s_e^2
ostanek = slučajnostni vplivi: $= (N - 4) s_e^2 =$				
$\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{N} - \frac{(\sum YX_1)^2}{\sum X_1^2} - \frac{(\sum YX_2)^2}{\sum X_2^2} - \frac{(\sum YX_3)^2}{\sum X_3^2}$				
		N-4	s_e^2	1

V tem primeru značilnost posameznih komponent prekusimo s F-preskusom tako, da izračune vrednosti $\frac{(\sum YX_p)^2/\sum X_p^2}{s_e^2}$

primerjamo s teoretičnimi tabličnimi vrednostmi

$F_{\alpha}(m_1=1, m_2 = N - r-1)$ pri stopnji tveganja, α če gre za trend v obliki polinoma r-te stopnje.

2.58 Za primer prilagajanja parabol stvarnim podatkom z ortogonalnimi polinomi vzemimo časovno vrsto indeksov izvoza FLRJ v razdobju 1950-1960.

V tabeli je nakazan celoten postopek izračuna parametrov paraboličnega trenda in trenda samega.

Tabela 2.23 Izračun parabolčnega trenda za indeks vrednosti izvoza iz FLRJ
v razdobju 1950-1960

Indeksi vrednosti izvoza v FLRJ (Vir: SG 1961)		Ortogonalni polinomi				Izračun parametrov			
leto (1)	indeks - Y izvoza(2)	X_0	X_1	X_2	X_3	$Y \cdot X_0$	YX_1	YX_2	YX_3
		(3)	(4)	(5)	(6)	(7) = (2)x(3)	(8) = (2)x(4)	(9) = (2)x(5)	(10) = (2)x(6)
1	1950	27	-5	+15	-30	27	-135	+405	-810
2	1951	32	-4	+6	+6	32	-128	+129	+129
3	1952	43	-3	-1	+22	43	-129	-43	+946
4	1953	33	-2	-6	+23	33	-66	-198	+759
5	1954	42	-1	-9	+14	42	-42	-378	+588
6	1955	45	0	-10	0	45	0	-450	0
7	1956	57	+1	-9	-14	57	+57	-513	-798
8	1957	70	+2	-6	-23	70	+140	-420	-1610
9	1958	78	+3	-1	-22	78	+234	-78	-1716
10	1959	84	+4	+6	-6	84	+336	+504	-504
11	1960	100	+5	+15	+30	100	+500	+1500	+3000
		11	110	858	4290	611	+762	+458	-16
		$\sum X_0^2$	$\sum X_1^2$	$\sum X_2^2$	$\sum X_3^2$	$\sum YX_0$	$\sum YX_1$	$\sum YX_2$	$\sum YX_3$

Tabela 2.23 Izračun paraboličnega trenda za indeks vrednosti izvoza iz FIRR
v razdobju 1950-1960 (nadaljevanje)

	I z r a č u n t r e n d a					
	I n v o $B_0 \cdot X_0$	L i n e a r o n t r e n d $B_1 \cdot X_1$	T_1	K v a d r a t i č e n t r e n d $B_2 X_2$	T_2	T_2 zaok
(11) = $B_0 x(3)$		(12) = $B_1 x(4)$	(13) = (11) + (12)	(14) = $B_2 x(5)$	(15) = (13) + (14)	(16)
1	55,5455	-34,6365	20,9090	+8,0070	28,9160	28,9
2	55,5455	-27,7092	27,8363	+3,2028	31,0391	31,0
3	55,5455	-20,7819	34,7636	-0,5338	34,2298	34,2
4	55,5455	-13,8546	41,6909	-3,2028	38,4881	38,5
5	55,5455	-6,9273	48,6182	-4,8042	43,8140	43,8
6	55,5455	0,0000	55,5455	-5,3380	50,2075	50,2
7	55,5455	+6,9273	62,4728	-4,8042	57,6686	57,7
8	55,5455	+13,8546	69,4001	-3,2028	66,1973	66,2
9	55,5455	+20,7819	76,3274	-0,5338	75,7936	75,8
10	55,5455	+27,7092	83,2547	-3,2028	86,4575	86,5
11	55,5455	+34,6365	90,1820	+8,0070	98,1890	98,2
			611,0005		611,0005	
			ΣT_1		ΣT_2	

Čeprav časovna vrsta kaže, da je smer razvoja parabola druge stopnje, izračunajmo in analizirajmo časovno vrsto s parabolom tretje stopnje, da z analizo variance objektivno preskusimo tip trenda.

Iz tabele 2.22 ortogonalnih polinomov za $N = 11$ so v kolone (4) do (6) prepisane vrednosti za ortogonalne polinome do tretje stopnje. Zaradi enotnosti postopka so v koloni (3) podatki tudi za $X_0 = 1$. V kolonah (7) do (10) so vpisani produkti osnovnih vrednosti z ustreznimi vrednostmi za ortogonalne polinome: XX_0 , YX_1 , YX_2 , YX_3 . Iz vsot teh produktov $\sum YX_p$ in vsot kvadratov iz vrednosti ortogonalnih polinomov $\sum X_p^2$ izračunamo parametre B_p za funkcijo trenda in izvedemo analizo variance.

Parametri funkcije trenda do tretje stopnje so:

$$\begin{aligned} B_0 &= Y/N &= 611/11 &= 55,5455 \\ B_1 &= YX_1 / \sum X_1^2 &= 762/110 &= 6,9273 \\ B_2 &= YX_2 / \sum X_2^2 &= 458/858 &= 0,5338 \\ B_3 &= YX_3 / \sum X_3^2 &= -16/4290 &= 0,0037 \end{aligned}$$

Že parametri sami kažejo, da je prispevek tretje stopnje k trendu neznamen, ker je B_3 v primerjavi z drugimi parametri izredno majhen.

2.59 Če predpostavimo, da so odkloni indeksov vrednosti od trenda iregularni in jih v analizi smatramo za slučajne, moremo izvesti analizo variance, ki nakazuje značilnosti posameznih komponent trenda.

V tabeli 2.24 je nakazano, kako se skupna vsota kvadratov $\sum Y^2 = 39769$ razdeli na posamezne komponente: nivo, linearno, kvadratično in kubično komponento trenda. F - test za zgornji primer pokaže, da je linearna komponenta v razvoju zelo značilna, ker je izračunani F za linearno komponento $F = 120,3$ znatno večji kot teoretični F na stopnji tveganja $\alpha = 0,001$. $F_{0,001}(m_1 = 1, m_2 = 7) = 29,25$. Kvadratična komponenta je na meji značilnosti s tveganjem $\alpha = 0,05$ ker sta zanjo teoretični F in izračunani F praktično enaka. $F_{0,05}(m_1 = 1, m_2 = 7) = 5,59$.

Tabela 2.24 Analiza variance za indkse vrednosti izvoza FLRJ
v razdobju 1950-1960

Komponenta	Vsota kvadrata	stop. prost.	s^2	F
(1) Osnovne vrednosti	$\sum Y^2$ 39 769,0000	11		
(2) Nivo-povprečje	$(\sum Y_0)^2 / \sum X_0^2$ 33 938,3005	1	33 938,3005	
(3) Odkloni od povprečja	(1) - (2) 5 830,6995	10		
(4) Linearna komponenta	$(\sum YX_1)^2 / \sum X_1^2$ 5 278,6026	1	5 278,6026	120,3
(5) Odkloni od linearnega trenda	(3) - (4) 552,0969	9		
(6) Kvadratična komponenta	$(\sum YX_2)^2 / \sum X_2^2$ 244,4804	1	244,4804	5,57
(7) Odkloni od trenda 2. stopnje	(5) - (6) 307,6165	8		
(8) Kubična komponenta	$(\sum YX_3)^2 / \sum X_3^2$ 0,0592	1	0,0592	0,00013
(9) Odkloni od trenda 3. stopnje	(7) - (8) 307,5573	7	43,9368	1,00

Kubična komponenta v trendu je neznačilna, ker je izračunani $F = 0,00013$ znatno manjši kot teoretični F s tveganjem $\alpha = 0,05$. Iz tega zaključimo, da je funkcija trenda parabola druge stopnje in izdelamo revidirano oziroma reducirano analizo variance. Ker kubična komponenta ni značilna, analizo variance zaključimo s parabolo druge stopnje in kot trend upoštevamo parabolo druge stopnje:

Tabela 2.25 Reducirana analiza variance za indeks izvoza FLRJ v razdobju 1950-1960

Linearna komponenta trenda	5278,60	1	5278,60	137,2
Kvadratična komponenta trenda	244,48	1	244,48	6,37
Odkloni od trenda 2. stopnje = slučajnostni odkloni	307,62	8	38,45	1,0
Skupno odkloni od nivoja	5830,70	10		

V reducirani analizi variance se tudi kvadratična komponenta trenda izkaže kot zanesljivo značilna na stopnji $\alpha = 0,05$, ker je za njo izračunana vrednost $F = 6,37$, tablična vrednost pa $F_{0,05}(1,8) = 5,32$. Enako je linearna komponenta kot prej značilna na visokem nivoju, saj je tablični $F_{0,001}(1,8) = 25,42$.

$s_e^2 = s_{y.2}^2 = 38,45$ je varianca odklonov od trenda druge stopnje in sumarno kaže jakost individualnih vplivov oz. odklonov trenda. Če izračunamo kvadratni koren iz rezidualne variance

$$\sqrt{s_{y.2}^2} = s_{y.2} = \sqrt{38,45} = 6,2 \text{ dobimo standardno}$$

napako ocene razvoja indeksov izvoza, če ga aproksimiramo s parabolo druge stopnje.

Glede na to, da analiza variance nakaže, da kubična komponenta ni značilna in da je trend le kvadratičen, smo v zadnjem delu tabele 2.23 izračunali kvadratičen trend. Konstanti $\bar{Y} = B_0 X_0$ smo najprej prišteli linearni del $B_1 X_1$, ki ga dobimo, če vrednosti ortogonalnega polinoma X_1 pomnožimo s parametrom B_1 . Tako dobimo linearni trend T_1 . S tem, da vrednosti ortogonalnega polinoma X_2 pomnožimo s parametrom B_2 in produkte $B_2 X_2$ prištejemo linearnemu trendu, dobimo kvadratični trend T_2 . V zadnji koloni so zaokrožene vrednosti za kvadratični trend.

Iz primera vidimo odločno prednost ortogonalnih polinomov. Ta je med drugim tudi v tem, da dobimo kot vmesne rezultate tudi trende nižjih stopenj (v našem primeru T_1) in prispevke posameznih komponent k skupnemu trendu (v našem primeru: Nivo-povprečje, linearno in kvadratično komponento).

V sliki 2.22 je med drugim prikazana časovna vrsta indeksa vrednosti izvoza in parabolichen trend druge stopnje.

Splošno

2.60 Na veliko ekonomskih pojavov vplivajo faktorji, ki se na določeno razdobje periodično pojavljajo z enakim učinkom. Tako imamo dnevne, tedenske in mesečne periodične vplive, razen periodičnih vplivov, ki se pojavljajo pri določenih pojavih z drugimi dolžinami periode (n.pr. v periodi ene izmene deкаде itd.). Večdnevna časovna vrsta o uporabi električne energije, o porabi vode, o pojavih iz lokalnega prometa itd., kažejo dnevno periodičnost. Enako kažejo večtedenske časovne vrste po dnevih tedensko periodo v prometu, številu nočnin v turizmu, v prometu v gostinstvu, trgovini na drobno, itd. Najpogostejše pa opazujemo v ekonomskih pojavih sezone periodičnosti. Sezonske periodičnosti so predvsem rezultat klimatskih vplivov, ki imajo odločilen vpliv na vse pojave v kmetijstvu, v turizmu, v gradbeništvu itd. in ustaljenih navad in dogovorov, ki so terminirani na določene ustaljene datume : (npr. gospodarski sejmi itd.).

Jakost sezonskih vplivov na določene pojave more biti večji ali manjši. Velikokrat so sezonski vplivi, vsaj kar zadeva klimatske izvore, škodljivi oziroma nezaželeni.

Tako imamo povečano gradbeno dejavnost v poletnih mesecih in zmanjšano v zimskih mesecih. Enako imamo povečano turistično dejavnost v poletnih mesecih itd., kar izhaja iz neenakomernosti v zaposlenosti, izkoriščenosti kapacitet itd.

Sezonske vplive proučujemo statistično iz več razlogov: Enako kot pri trendu tudi periodične vplive proučujemo in analiziramo zaradi njih samih ali pa zaradi tega, da posredno z njimi omogočimo analizo nekih drugih, npr. cikličnih vplivov. Pri proučevanju cikličnih vplivov z eliminacijo trenda in periodičnih oziroma sezonskih vplivov skušamo dobiti iz skupne časovne vrste ciklično komponento.

Same zase pa proučujemo periodične vplive zato, da analiziramo jakost in značaj periodičnih vplivov. V glavnem je sezonski vpliv kvaren. Tako v turizmu pri zadostnih kapacitetah v sezoni ostanejo kapacitete v mrtvi sezoni neizkoriščene. Važna naloga turizma je ustvariti pogoje za razvoj turizma in izkoriščanje teh kapacitet tudi v "mrtvi" sezoni. Podobno v gradbeni dejavnosti vpeljava industrijskega načina gradnje spreminja sezonsko komponento v gradbeništvo, ki bolj in bolj postaja neodvisna od gradbene sezone. Proučevanje sezonske komponente omogoča najprej prikaz sezonskega karakterja določenega pojava, naknadno pa primerjavo sezonske komponente pred in po izvedbi določenih ukrepov, katerih namen je omilitev sezonskih vplivov.

2.61 Pri proučevanju sezonske komponente vzamemo kot osnovo časovno vrsto po tednih, dekadah, mesecih ali kvartalnih. Odločitev o tem je predvsem odvisna od vsebine analize. Čim večja so namreč osnovna razdobja podatkov v časovni vrsti, tem bolj je zabrisana sezonska komponenta.

Če pa so razdobja prekratka, more biti slika nepregledna in zaradi slučajnostnih vplivov, ki pridejo v tem primeru bolj do izraza, tudi manj vidna. Kompromisna rešitev, ki do neke mere zadosti obema zgornjima pogojem, so mesečne časovne vrste.

Dvanajst členov v eni periodi oziroma sezoni je dovolj, da so jasno vidne osnovne črte sezone, mesec pa je zadosti dolgo razdobje, da ne pridejo preveč do izraza slučajnostni vplivi.

Mesečni podatki pa imajo druge slabosti, ki otežujejo oziroma zameglijo sezonsko komponento. Različno število dni v mesecu je že eden izmed vzrokov. Med mesecem z najmanjšim številom dni v mesecu in meseci z največjim številom dni v mesecu je razlika tri dni ali deset odstotkov. To dejstvo, ki nima z vsebinsko platjo pojava nobene zveze, vpliva na pojav tako, da je sistematično v

februarju manjši kot v januarju ali marcu itd. Prav tako je oteženo proučevanje sezonske komponente iz mesečnih podatkov za take pojave, ki imajo še drugo periodično komponento z dolžino periode, ki ni mnogokratnik dolžine meseca. Tipična taka motnja so tedenske periodičnosti, ki se v najenostavnejši obliki izražajo s tem, da število nedelj ni v vseh mesecih enako, oziroma obratno, da število delovnih dni od meseca do meseca močno variira. Če k temu dodamo, da ima veliko pojavov še razlike v dnevih, morejo mesečni podatki močno variirati zaradi tega, ker obsežejo enkrat več, drugič manj delovnih dni v mesecu ali ker obsežejo različne dneve. Prilagoditev podatkov, da odstranimo iz njih vplive, ki s pravo periodičnostjo sezonskih pojavov nimajo nobene zveze, je v določenih primerih enostavna, more pa biti tudi komplicirana.

Če predpostavljamo, da aktivnost določenega pojava ni odvisna od dneva (npr. število rojstev, smrti ipd.), reduciramo osnovne podatke enostavno tako, da izračunamo mesečno vrsto povprečij na en dan, če mesečni podatek delimo s številom koledarskih dni, ki jih ima posamezen mesec. Podatke reduciramo na standardne mesece z 30 dnevi, če osnovne podatke pomnožimo z ustreznimi koeficienti $k = 30/d$. Pri tem pomeni k koeficient za ustrezen mesec, d pa število koledarskih dni v mesecu. Če gre za dejavnost, za katero moremo predpostaviti, da njena intenziteta ni odvisna od dneva v tednu, razen da se v nedeljo ne vrši, osnovne podatke reduciramo tako, da izračunamo povprečja na delovni dan. Težji primer pa so dejavnosti, ki so odvisne od dneva v tednu. V teh primerih mesečni podatki variirajo pri isti intenziteti zaradi tega, ker niso posamezni dnevi v razdobju enega meseca enakomerno zastopani. Enakomerno so zastopani edino v februarju, ker vključuje točno štiri tedne. Ta vpliv je še posebno močan v turizmu, kjer je v dosti primerih v lokalnem gostinstvu večina dejavnosti skoncentrirana na nedeljo. Iz naštetih situacij vidimo, da ni pravila, ki bi ga mogli slepo uporabiti za posamezne primere, temveč moramo v vsakem posebnem primeru presoditi, ali je umestno, da uvedemo ko-

rekturo in če jo, je treba poskrbeti, da je v skladu z naravo pojava.

2.62 Vprašanje zase je razdobje, za katero proučujemo sezonsko komponento.

Običajno proučujemo časovno komponento iz časovnih vrst za več let, da so dobljeni rezultati reprezentativni. Če predpostavljamo, da je sezonska komponenta statična, to pomeni, da je od leta do leta nespremenjena. Število let pa pri večini pojavov ne sme biti predolgo, ker predpostavka o nespremenjeni sezonski komponenti v daljšem razdobju ne velja in jo moramo zamenjati s predpostavko, da se sezonska komponenta kontinuirano spreminja.

Metode proučevanja statistične in dinamične komponente se med seboj razlikujejo in iščemo pri statičnem modelu za posamezen mesec povprečne učinke sezonskih vplivov, pri dinamičnem modelu pa smer razvoja sezonske komponente za posamezne mesece.

Pri hitri spremembi sezonske komponente statično proučujemo sezonsko komponento iz razdobja malega števila let npr. tri leta, včasih pa proučujemo statično sezonsko komponento iz daljših, iz deset ali tudi večletnih časovnih vrst, če so dani pogoji za predpostavko, da se sezonska komponenta v tem razdobju ni spremenila.

Metode za merjenje statične sezonske komponente

2.63 Metod za merjenje sezonske komponente imamo več. Katero izmed njih izberemo, je odvisno od časovne vrste oziroma dinamike pojava, ki ga proučujemo in od tega, kakšno natančnost rezultatov zahtevamo. Običajno uporabljamo te metode za proučevanje statične sezonske oziroma periodične komponente:

- a) metoda vsot
- b) metoda kvocientov na trend
- c) metoda kvocientov na vrsto drsečih sredin

- d) metodo verižnih indeksov
- e) metodo grafičnega približka.

Metoda vsot

2.64 Če v razdobju, ko pojav proučujemo, ni izrazitega trenda, moremo sezonsko oziroma periodično komponento iz časovne vrste dobiti enostavno z metodo vsot:

Iz modela za tako časovno vrsto

$$Y_{lm} = A(1 + p_m + s_{lm}) \quad (2.94)$$

dobimo, da je vsota podatkov za isti mesec enaka

$$S_m = \sum_l Y_{lm} = LA(1 + p_m) \quad (2.95)$$

ker se v vsoti večih let slučajni vplivi uničijo.

Povprečna vsota iz dobljenih vsot po mesecih pa je

$$\bar{S} = LA \quad (2.96)$$

ker se v vsoti enega leta po definiciji periodični vplivi uničijo:

Če izračunamo po mesecih kvociente

$$S_m / \bar{S} = LA(1 + p_m) / LA = 1 + p_m \quad (2.97)$$

dobimo sezonske kvociente oziroma, če jih pomnožimo s 100 sezonske indekse.

V izpeljavi pomeni: Y_{lm} = osnovni podatek za leto l in mesec m

p_m = sezonska komponenta za mesec m

s_{lm} = slučajnostna komponenta v mesecu m leta l

A = konstanta - nivo časovne vrste

L = število let v razdobju, v katerem proučujemo sezonsko komponento

S_m = vsota podatkov Y_{lm} za mesec m

$\bar{S}$ = povprečje iz mesečnih vsot

Če ponovimo postopek izračuna sezonske komponente, dobimo za tako časovno vrsto sezonsko komponento po naslednjem postopku.

- a) Iz podatkov za osnovno časovno vrsto Y_{lm} tvorimo vsote iz podatkov različnih let za iste mesece: S_m
- b) Iz dobljenih vsot izračunamo mesečno vsoto $\bar{S}$
- c) Sezonske indekse $1 + p_m$ dobimo, če mesečne vsote delimo s povprečno vsoto, kvociente pa pomnožimo s 100.

Ta metoda je posebno prikladna pri proučevanju časovnih vrst s krajšimi periodami: tedni ali dnevi, ker je za te primere predpostavka, da v časovni vrsti trenda ni sprejemljiva.

Metoda kvocientov na trend.

2.65 Stvarni podatki večkrat ustrezajo modelu

$$Y_{lm} = T_{lm} (1 + p_m + s_{lm}) \quad (2.98)$$

da je v časovnem razvoju pojava trend, kot pa modelu, da trenda ni. Opozoriti moramo, da ta model predpostavlja, da v časovni vrsti ni ciklične komponente in je zato omejen samo na pojave, v katerih je razen trenda še periodičen oziroma sezonski vpliv in iregularni vplivi.

Iz te časovne vrste eliminiramo trend, če člene v osnovni časovni vrsti delimo z ustreznimi členi trenda. Tako dobimo

$$K_{lm} = Y_{lm}/T_{lm} = A (1 + p_m + s_{lm}) \quad (2.99)$$

Konstanta A je teoretično enaka 1, praktično pa je količina, ki je blizu ena. Iz obrazca 2.99 vidimo, da je na-

daljnji postopek podoben oziroma enak kot pri metodi vsot. Po metodi kvocientov na trend torej izračunamo sezonsko komponento tako, da :

- a) Osnovni časovni vrsti izračunamo ustrezen trend T_{1m}
- b) poiščemo kvociente med vrednostmi osnovne časovne vrste in trenda K_{1m}
- c) iz dobljenih kvocientov poiščemo sezonsko komponento enako kot smo iz osnovnih vrednosti v časovni vrsti poiskali sezonsko komponento po metodi vsot.

Vendar to metodo zaradi običajno zamudnega izračunavanja trenda in zaradi predpostavke, da časovna vrsta ne vsebuje ciklične komponente, razmeroma redko uporabljamo. Obe zgornji hibi namreč do neke mere odpravi metoda kvocientov na vrsto drsečih sredin, ki jo zato pogosteje uporabljamo kot metodo kvocientov na trend.

Metoda kvocientov na drseče sredine

2.66 Z metodo drsečih sredin, pri kateri izračunavamo drseče sredine iz razdobi, ene periode, odstranimo iz osnovne časovne vrste slučajne in periodične vplive. V vrsti drsečih sredin pa se učinek ciklične komponente nekoliko omili, trend pa delno izravna, če je krivuljčen. Če zane-marimo ta dva efekta, dobimo z vrsto drsečih sredin $\bar{Y}_{1m}$ iz vrste osnovnih podatkov y_{1m} po modelu

$$\bar{Y}_{1m} = T_{1m} \cdot C_{1m} (1 + p_{1m} + s_{1m}) \quad (2.100)$$

naslednjo časovno vrsto

$$\bar{Y}_{1m} = T_{1m} \cdot C_{1m} \quad (2.101)$$

Če delimo podatke iz osnovne časovne vrste z ustreznimi vrednostmi v vrsti drsečih sredin, dobimo torej

$$K_{lm} = Y_{lm} / \bar{Y}_{lm} = A (1 + p_m + s_{lm}) \quad (2.102)$$

pri čemer je konstanta A teoretično ena, praktično pa število, ki je zelo blizu ena.

Iz obrazca 2.102 vidimo, da je desna stran slična modelu, pri 2.94 in je nadaljnji račun sezone komponente sličen kot pri metodi vsot. Če združimo ves postopek v enotno navodilo, določimo sezonsko komponento po metodi kvocientov po naslednjih točkah:

- a) Dani časovni vrsti Y_{lm} izračunamo stvarni časovni vrsti ustrezno vrsto drsečih sredin $\bar{Y}_{lm}$ iz razdobj ene periode.
- b) V obliki indeksov izračunamo kvociente K_{lm} med stvarnimi vrednostmi Y_{lm} in ustreznimi vrednostmi v vrsti drsečih sredin $\bar{Y}_{lm}$.
- c) Da se izognemo odklonom, ki morejo nastati zaradi enkratnih vplivov, iz kvocientov za vsak mesec izračunamo modificirano aritmetično sredino tako, da izmed vseh kvocientov za ustrezen mesec črtamo najmanjši in največji kvocient, iz ostalih pa izračunamo povprečje. Tako dobimo za vsak mesec povprečen kvocient $\bar{K}_m$, ki predstavlja nekorigiran sezonski indeks. S tem smo iz periodične komponente izločili enkratne in slučajnostne vplive.
- d) Iz nekorogiranih sezonskih indeksov $\bar{K}_m$ izračunamo korigirane sezonske indekse; če iz njih izračunamo povprečje $\bar{K}$ in posamezne nekorigirane sezonske indekse delimo s tem povprečjem

$$\bar{K}_m / \bar{K} = 1 + p_m \quad (2.102)$$

2.67 Kot primer za izračun sezone komponente po metodi kvocientov na drseče sredine vzemimo indeks izvoza za FLRJ v razdobju 1954-1960.

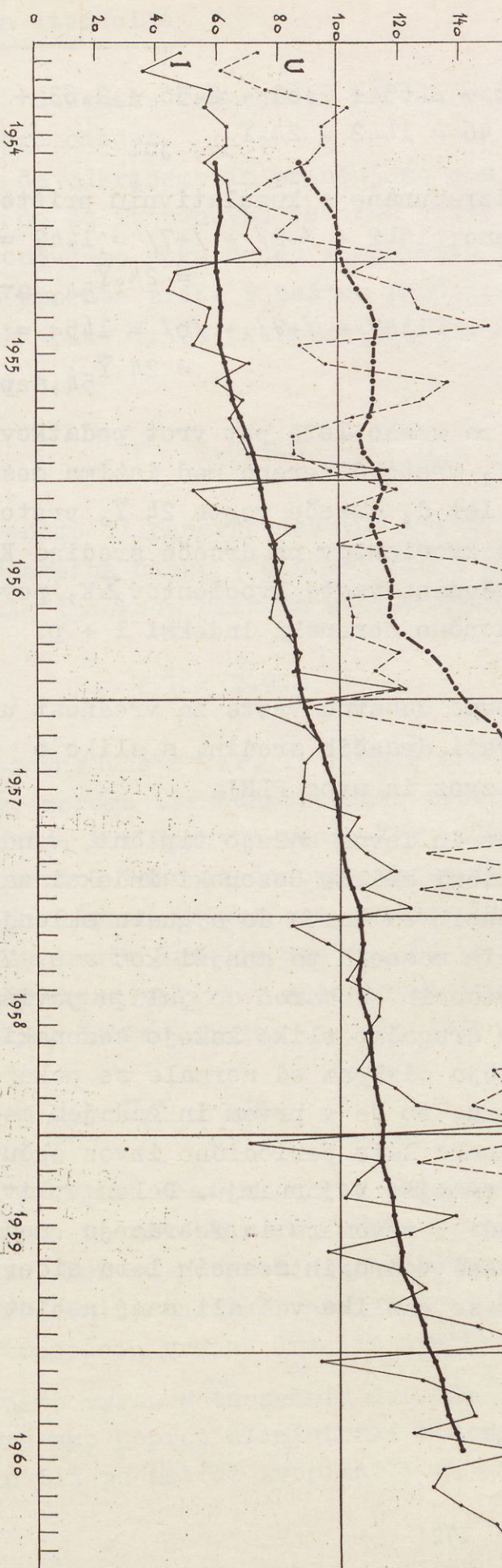
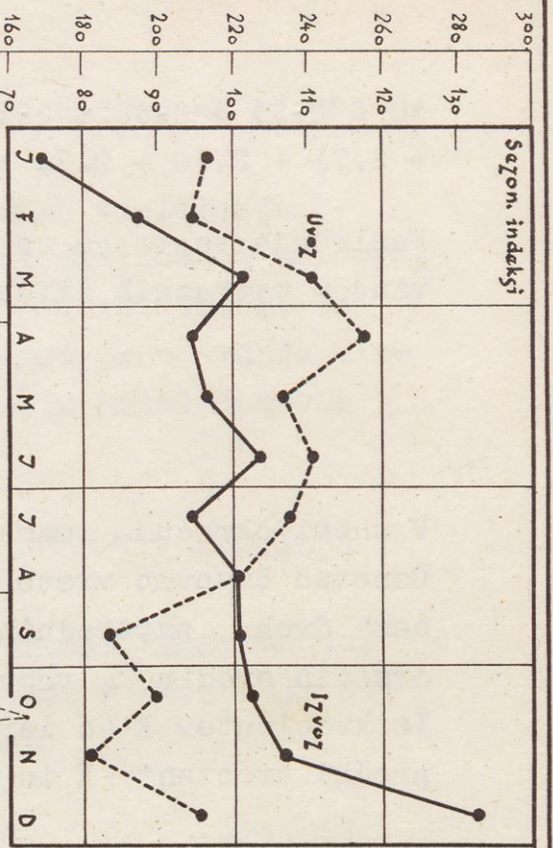
Vrsta drsečih sredin je izračunana s postopnim prištevanjem dvojnih diferenc. Prva drseča vsota je

Tabela 2.26 Izračun sezonske komponente za izvoz v FLRJ po metodi kvocientov
na drseče sredine (podatki v lo⁸ dinarjih)

		J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1954	Y d	48	36	58	56	63	63	56	63	64	71	70	74
	24 $\bar{Y}$	-	-	-	-	-	-	1442	1447	1454	1454	1432	1439
	$\bar{Y}$ K	-	-	-	-	-	-	60,1	60,3	60,6	60,6	60,1	60,0
		-	-	-	-	-	-	93,2	104,5	105,6	117,2	116,5	123,3
1955	Y d	46	43	58	56	52	70	60	68	64	67	70	116
	24 $\bar{Y}$	-2	+7	0	0	-11	+7	+4	+5	0	-4	0	+42
	$\bar{Y}$ K	1450	1459	1464	1460	1456	1498	1546	1568	1611	1659	1709	1747
		60,4	60,8	61,0	60,8	60,7	62,4	64,4	65,3	67,1	69,1	71,2	72,8
		76,2	70,7	95,1	92,1	85,7	112,1	93,2	104,1	95,4	97,0	98,3	159,3
1956	Y d	52	59	85	77	81	79	78	77	83	87	85	121
	24 $\bar{Y}$	+6	+16	+27	+21	+29	+9	+18	+9	+19	+20	+15	+5
	$\bar{Y}$ K	1774	1801	1829	1868	1903	1923	1949	1999	2037	2057	2075	2090
		73,9	75,0	76,2	77,8	79,3	80,1	81,2	83,3	84,9	85,7	86,5	87,1
		70,4	78,7	111,5	99,0	102,1	98,6	96,1	92,4	97,8	101,5	98,3	138,9
1957	Y d	73	88	94	88	88	87	106	103	109	118	108	123
	24 $\bar{Y}$	+21	+29	+9	+11	+7	+8	+28	+26	+26	+31	+23	+2
	$\bar{Y}$ K	2126	2180	2232	2289	2343	2468	2381	2400	2420	2440	2455	2536
		88,6	90,8	93,0	95,4	97,6	98,7	99,2	100,0	100,8	101,9	103,5	105,7
		82,4	96,9	101,1	92,2	90,2	88,1	106,9	103,0	108,1	115,8	104,3	116,4
1958	Y d	84	96	106	102	113	113	109	110	96	109	125	161
	24 $\bar{Y}$	+11	+8	+12	+14	+25	+26	+3	+7	-13	-9	+17	+38
	$\bar{Y}$ K	2565	2575	2569	2547	2555	2610	2634	2637	2644	2674	2699	2734
		106,9	107,3	107,0	106,1	106,5	108,8	109,8	109,9	111,0	111,4	112,5	113,9
		78,6	89,5	99,1	96,1	106,1	103,9	99,3	100,1	86,5	97,8	111,1	141,4

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	
1959	Y d 24Y	70 -14 2731	113 +17 2728	116 +10 2770	102 0 2810	138 +25 2838	123 +10 2859	96 -13 2884	120 +10 2912	128 +32 2942	117 +8 3010	145 +20 3038	162 +1 3061
	Y K	113,8 61,5	113,7 99,4	115,4 100,5	117,1 87,1	118,3 116,7	119,1 103,3	120,2 79,9	121,3 98,9	122,6 104,4	125,4 93,3	126,6 114,5	127,5 127,1
1960	Y d 24Y	94 +24 3136	117 +4 3185	142 +26 3208	144 +42 3254	124 -14 3299	160 +37 3352	134 +38	131 +11	140 +12	151 +34	156 +11	204 +42
	Y K	130,7 71,9	132,7 88,2	133,7 106,2	135,6 106,2	137,5 90,2	139,7 114,5						
(1+p) zaok.	ΣK K 1+p	297,1 74,28 74,19 74	353,3 88,33 88,23 88	406,9 101,75 101,63 102	379,4 94,85 94,74 95	388,6 97,15 97,04 97	417,9 104,48 104,36 104	381,8 95,45 95,34 95	406,1 101,53 101,41 101	403,2 100,80 100,68 101	412,1 103,03 102,91 103	428,2 107,05 106,93 107	530,7 132,68 132,53 133

Y = osnovna časovna vrsta
 d = različne istih mesecev dveh zaporednih let
 24Y = drseče vsote
 Y = drseče sredine
 K = kvocient na drseče sredine
 ΣK = modificirane vsote kvocientov
 K = modificirani povprečni kvocienti
 1+p = sezonska komponenta
 (1+p) zaok. = sezonska komponenta; zaokroženi podatki.



sl.2.13 Sezonska komponenta za vrednosti uvoza in izvoza FLRJ v obdobju 1954-1960 po metodi indeksov na vrsto drsečih sredin

$$48 + 2.36 + 2.58 + 2.56 + 2.63 + 2.63 + 2.56 + 2.63 + 2.64 + 2.71 + 2.70 + 2.74 + 46 = 1442 = 24.\bar{Y}_{54}, \text{ jul}$$

Naslednje vsote pa so izračunane s kumulativnim prištevanjem ustreznih diferenc: $1442 + /-2/ + /+7/ = 1447 =$

$$= 24.\bar{Y}_{54}, \text{ avg.}$$

$$1447 + /+7/ + /0/ = 1454 =$$

$$= 24.\bar{Y}_{54}, \text{ sept. itd.}$$

V shemi obračuna imamo za vsako leto pet vrst podatkov. Osnovno časovno vrsto Y , vrsto diferenc med istima mesecema dveh zaporednih let d , drseče vsote $24 \bar{Y}$, vrsto drsečih sredin $\bar{Y}$, vrsto kvocientov na drseče sredine K . Iz kvocientov K so izračunane vsote kvocientov $\sum K$, povprečni kvocienti $\bar{K}$ in končno sezonski indeksi $1 + p$.

V sliki so vrisane osnovne časovne vrste za vrednost uvoza in izvoza FLRJ in vrsti drsečih sredin, s sliko o sezonskih indeksih za izvoz in uvoz FLRJ.

Sezonski indeksi za uvoz in izvoz kažejo tipični, vendar med seboj bistveno različni sliki. Sezonski indeksi za vrednost uvoza so v mesecih od marca do avgusta sklenjeno večji od sto, v drugih mesecih pa manjši kot sto. V uvozu torej opazimo v mesecih od marca do julija povišano dejavnost. Popolnoma drugačno sliko kažejo sezonski indeksi za izvoz. Največja odklona od normale se pokaže ta v januarju in decembru, to je v prvem in zadnjem mesecu leta in sicer se vsako leto periodično izvoz občutno zviša v decembru in zmanjša v januarju. Delen vpliv konca leta je čutiti tudi v novembru in februarju, medtem ko so sezonski indeksi v drugih mesecih leta sicer od sto različni, vendar so razlike več ali manj nebitvene.

2.68 Sezonsko komponento iščemo enako kot trend zaradi dvojnega cilja:

- a) da odkrijemo in proučujemo sezonsko variiranje
- b) da jo iz osnovne časovne vrste eliminiramo v primeru, da proučujemo neko drugo komponento v časovni vrsti. Ta druga uporaba pride v poštev predvsem pri proučevanju cikličnih vplivov. Če predpostavljamo, da je model časovne vrste

$$Y = T.C.P.S \quad (2.103)$$

odstranimo iz osnovne časovne vrste sezonsko komponento, če posamezne člene v časovni vrsti delimo z ustreznim sezonskim indeksom oziroma koeficientom.

$$Y/P = T.C.S \quad (2.104)$$

Iz časovne vrste Y/P , iz katere smo eliminirali sezonski vpliv, moremo izračunati vrsto drsečih sredin iz krajših razdobj, ker časovna vrsta Y/P ne vsebuje več sezonske komponente. Tako iz časovne vrste TCI izločimo slučajnostne oziroma iregularne vplive. Običajno vzamemo petmesečno vrsto drsečih sredin. Če predpostavimo, da se slučajnostni vplivi v petmesečni vrsti drsečih sredin uničijo, dobimo da je

$$\bar{Y}/\bar{P} = TC \quad (2.105)$$

Tako dobljena časovna vrsta objektivneje prikazuje časovno vrsto trend-cikel kot vrsta dvanajstmesečnih drsečih sredin, ker so povprečja izračunana iz krajših razdobj (petmesečnih) in cikli niso tako izravnani kot pri dvanajstmesečnih vrstah drsečih sredin.

Dobljeno vrsto petmesečnih drsečih sredin iz vrste, iz katere smo poprej eliminirali sezonsko komponento, ki smo jo dobili po metodi kvocientov na drseče sredine, moremo

uporabiti za točnejšo določitev sezonske komponente.

Sezonske indekse, ki jih dobimo po metodi kvocientov na dvanajstmesečne drseče sredine, moremo smatrati samo za približek prave sezonske komponente, ker vsebujejo kvocienti na to vrsto še del ciklov. Ker pa je vrsta petmesečnih drsečin vsota iz vrste iz katere smo eliminirali sezonski vpliv boljši približek za T.C., postopek kvocientov na drseče sredine ponoviti z novo vrsto drsečih sredin $\bar{Y}/\bar{P}$, ki bolje ponazarja T.C. Jasno je, da je v tem primeru tudi časovna vrsta kvocientov osnovnih vrednosti z novo vrsto drsečih sredin boljše očiščena vplivov cikla in boljše predstavlja komponento P.S. Tako pridemo z iteracijo do realnejše slike o sezonski komponenti. Metoda iteracije ima po zgornjih izvajanjih naslednje stopnje:

a) Po navadni metodi kvocientov na dvanajstmesečne drseče sredine izračunamo prvo oceno za sezonsko komponento P.

b) S tem, da delimo osnovno časovno vrsto Y z ustrezno sezonsko komponento (indeksi) P, iz osnovne časovne vrste eliminiramo sezonsko komponento: $Y/P = T.C.S.$

c) Z vrsto petmesečnih drsečih sredin $\bar{Y}/\bar{P}$ iz vrste Y/P eliminiramo slučajnostne vplive: $\bar{Y}/\bar{P} = TC$.

d) S ponovno uporabo metode kvocientov na petmesečne drseče sredine $\bar{Y}/\bar{P}$ izračunamo popravljeno sezonsko komponento P.

Metoda verižnih kvocientov

2.69 Hiba metode kvocientov na drseče sredine je v tem, da je treba izračunati vrsto drsečih sredin, kljub temu, da je neposredno ne potrebujemo. Zato v primerih, ko moremo predpostavljati, da je trend vsaj približno eksponentna funkcija, uporabljamo metodo verižnih kvocientov.

V tem primeru je model časovne vrste

$$Y_{1m} = T_{1m} (1 + p_m + s_{1m}) = a \cdot b^{12 \cdot 1 + m} (1 + p_m + s_{1m}) \quad (2.106)$$

$$k_{1m} = \frac{Y_{1m}}{Y_{1(m-1)}} = \frac{a \cdot b^{12 \cdot 1 + m} (1 + p_m + s_{1m})}{a \cdot b^{12 \cdot 1 + m - 1} (1 + p_{m-1} + s_{1m-1})} = b \cdot \frac{1 + p_m + s'_{1m}}{1 + p_{m-1}} \quad (2.107)$$

Od trenda je v verižnem kvocientu k_{1m} ostal le parameter b , za slučajnostno komponento pa zaradi enostavnosti predpostavljamo, da je tudi v kvocientih z drugimi komponentami v aditivni zvezi. Če iz verižnih kvocientov k_{1m} izračunamo mesečna povprečja, se prvi del ne spremeni, ker je za posamezen mesec konstanta. Slučajnostna komponenta pa se v povprečju eliminira.

Tako dobimo

$$\bar{k}_m = b \cdot \frac{1 + p_m}{1 + p_{m-1}} \quad (2.108)$$

Geometrijska sredina iz povprečnih verižnih kvocientov

$\bar{k}_m$ je

$$G_{\bar{k}_n} = \sqrt[n]{\bar{k}_1 \cdot \bar{k}_2 \cdot \dots \cdot \bar{k}_{12}} = \sqrt[n]{b^{\frac{1+p_1}{1+p_{12}} \cdot \frac{1+p_2}{1+p_1} \cdot \dots \cdot \frac{1+p_{12}}{1+p_{11}}} = b \quad (2.109)$$

konstanta b , ki jo iz povprečnih verižnih kvocientov $\bar{k}_m$ eliminiramo, če jih z $G_{\bar{k}_m}$ delimo.

$$\bar{k}_m / G_{\bar{k}_m} = b \cdot \frac{1 + p_m}{1 + p_{m-1}} / b = \frac{1 + p_m}{1 + p_{m-1}} = t_m \quad (2.110)$$

S kumulativnim množenjem dobimo iz t_m postopoma

$$\begin{aligned}
K_1 &= t_1 = \frac{1 + p_1}{1 + p_{12}} \\
K_2 &= K_1 t_2 = \frac{1 + p_1}{1 + p_{12}} \cdot \frac{1 + p_2}{1 + p_1} = \frac{1 + p_2}{1 + p_{12}} \\
K_3 &= K_2 t_3 = \frac{1 + p_2}{1 + p_{12}} \cdot \frac{1 + p_3}{1 + p_2} = \frac{1 + p_3}{1 + p_{12}} \\
K_4 &= K_3 t_4 = \frac{1 + p_3}{1 + p_{12}} \cdot \frac{1 + p_4}{1 + p_3} = \frac{1 + p_4}{1 + p_{12}} \\
&\vdots \\
K_{12} &= K_{11} t_{12} = \frac{1 + p_{11}}{1 + p_{12}} \cdot \frac{1 + p_{12}}{1 + p_{11}} = \frac{1 + p_{12}}{1 + p_{12}}
\end{aligned} \tag{2.111}$$

Členi v vrsti kumulativnih produktov K_m so sezonske komponente $1 + p_m$, deljena z $1 + p_{12}$.

Ker se v povprečju oziroma v vsoti periodična komponenta uniči ($\sum p_m = 0$), je

$$\bar{K} = \frac{1}{1 + p_{12}} \tag{2.112}$$

Tako dobimo, da je

$$K_m / \bar{K} = \frac{1 + p_m}{1 + p_{12}} / \frac{1}{1 + p_{12}} = 1 + p_m \tag{2.113}$$

Če ponovimo gornja izvajanja, izračunamo sezonsko komponento po metodi verižnih kvocientov po naslednjem postopku:

1. Iz osnovne časovne vrste izračunamo vrsto verižnih kvocientov k_{1m} (ali indeksov I_{1m})
2. Da eliminiramo vpliv enkratnih faktorjev iz vrste verižnih kvocientov, črtamo za vsak mesec najmanjšo in največjo vrednost, iz preostalih pa izračunamo vrsto

mesečnih povprečnih verižnih kvocientov $\bar{k}_m$.

3. Iz povprečnih mesečnih verižnih kvocientov $\bar{k}_m$ izračunamo (z logaritmiranjem) geometrijsko sredino $G_{\bar{k}_m}$

4. Zgornji, teoretično izpeljan postopek nadalje računsko znatno olajšamo z logaritmi po naslednjih stopnjah:

a) Za povprečne mesečne verižne koeficiente $\bar{k}_m$ poiščemo logaritme

$$\log \bar{k}_m$$

b) Iz $\log \bar{k}_m$ izračunamo po obrazcu

$$\log G_{\bar{k}} = \frac{1}{12} \sum \log \bar{k}_m \quad (2.114)$$

povprečje

c) V vrsti $\log \bar{k}_m$ od posameznega člena odštejemo $\log G_{\bar{k}}$.

Tako dobimo

$$\log \bar{k}_m - \log G_{\bar{k}} = \log t_m \quad (2.115)$$

d) Iz $\log t_m$ izračunamo kumulativo. Tako dobimo vrsto $\log K_m$.

$$\log t_1 = \log K_1; \log K_1 + \log t_2 = \log K_2; \log K_2 + \log t_3 = \log K_3 \text{ itd.}$$

e) Člene v vrsti $\log K_m$ antilogaritmiramo in dobimo K_m

f) Iz K_m izračunamo povprečje

$$\bar{K} = \frac{1}{12} \sum K_m \quad (2.116)$$

g) Sezonsko komponento, izraženo s koeficientom dobimo po obrazcu

$$1 + p_m = K_m / \bar{K}$$

sezonske indekse pa dobimo, če dobljene kvociente pomnožimo s 100.

Čeprav velja metoda verižnih kvocientov strogo le, če je izpolnjena hipoteza, da je trend eksponenten, jo s pridom

Tabela 2.27 Izračun sezonskih indeksov za vrednost izvoza FLRJ v razdobju
1954-1962 po metodi verižnih kvocientov

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
a) Osnovni podatki: v 10 ⁸ dinarjev												
1954	48	36	58	56	63	63	56	63	64	71	70	74
1955	46	43	58	56	70	70	60	68	64	67	70	116
1956	52	59	85	77	79	79	78	77	83	87	85	121
1957	73	88	94	88	87	87	106	103	109	118	108	123
1958	84	96	106	102	113	113	109	110	96	109	125	161
1959	70	113	106	102	123	123	96	120	128	117	145	162
1960	94	117	142	144	160	160	134	131	140	151	156	154

b) Izračun sezonske komponente: verižni kvocient

1954	-	0,750	1,611	0,966	1,125	1,000	0,889	1,125	1,016	1,109	0,986	1,057
1955	0,622	0,935	1,349	0,966	0,929	1,346	0,857	1,133	0,941	1,047	1,045	1,657
1956	0,448	1,135	1,441	0,906	1,052	0,975	0,987	0,987	1,078	1,048	0,977	1,424
1957	0,603	1,205	1,068	0,936	1,000	0,989	1,216	0,972	1,058	1,083	0,915	1,139
1958	0,683	1,143	1,104	0,962	1,108	1,000	0,955	1,009	0,873	1,135	1,147	1,288
1959	0,435	1,614	1,027	0,879	1,353	0,891	0,780	1,250	1,067	0,914	1,239	1,117
1960	0,580	1,245	1,214	0,014	0,861	1,290	0,838	0,978	1,069	1,079	1,033	1,308
Σk_{1m}	2,253	5,663	6,176	4,736	5,214	5,254	4,526	5,232	5,151	5,366	5,188	6,276
$\bar{k}_m$	0,563	1,133	1,235	0,947	1,043	1,051	0,905	1,046	1,030	1,073	1,038	1,255

uporabljamo tudi tedaj, če je smer razvoja v vsem proučevanem razdobju ali naraščajoča ali padajoča.

2.70 Za primer izračuna sezonske komponente po metodi verižnih kvocientov vzemimo časovno vrsto za vrednost izvoza FLRJ v razdobju 1954-1962.

Povprečni mesečni verižni kvocienti so izračunani z modificiranimi aritmetičnimi sredinami tako, da je za vsak mesec črtan najmanjši in največji kvocient. Za januar imamo en kvocient manj kot za druge mesece, ker januar za prvo leto ne moremo izračunati verižnega kvocienta. Zato delimo reducirano vsoto verižnih kvocientov s štiri in ne s pet., kot za druge mesece.

Tabela 2.27 c Izračun sezonskih indeksov za vrednost izvoza FLRJ v razdobju 1954-1962 po metodi verižnih kvocientov

	$\bar{k}_m$	$\log \bar{k}_m$	$\log t_m$	$\log K_m$	K_m	$100(1_m + p_m)$
J	0,563	0,75051 ₋₁	0,74658 ₋₁	0,74658 ₋₁	0,5579	75
F	1,133	0,05423	0,05039	0,79697 ₋₁	0,6265	84
M	1,235	0,09169	0,08776	0,88473 ₋₁	0,7669	103
A	0,947	0,97635 ₋₁	0,97242 ₋₁	0,85715 ₋₁	0,7197	97
M	1,043	0,01828	0,01435	0,87150 ₋₁	0,7439	100
J	1,051	0,02160	0,01767	0,88917 ₋₁	0,7748	104
J	0,905	0,95665 ₋₁	0,95272 ₋₁	0,84189 ₋₁	0,6949	93
A	1,046	0,01953	0,01560	0,85749 ₋₁	0,7203	97
S	1,030	0,01284	0,00891	0,86640 ₋₁	0,7352	99
O	1,073	0,03060	0,02667	0,89307 ₋₁	0,7818	105
N	1,038	0,01620	0,01227	0,90534 ₋₁	0,8042	108
D	1,255	0,09864	0,09471	0,00005 ₋₁	1,0001	134
		$0,04712 = \sum \log \bar{k}_m$			$8,9262 = \sum K_m$	
		$0,00393 = \log G_K$			$0,7438 = \bar{K}$	

Iz tabele 2.27 c dobimo, da je $\log G_K = \frac{0,04712}{12} = 0,00393$
in nadalje, da je $\bar{K} = \frac{8,9262}{12} = 0,7438$

Metoda grafičnega približka

2.71 Zadosti dober približek sezonskih indeksov dobimo z razmeroma majhnim trdom tudi grafično. Metoda je po svoji osnovi metoda kvocientov na vrsto sredin, le da postopek izvršimo grafično. Rezultat je zaradi tega sicer manj natančen, kot če bi ga izvršili računsko, tehnično pa je postopek znatno olajšan.

Z metodo grafičnega približka določimo sezonske indekse po naslednjih stopnjah:

a) Na pollogaritmičen grafikon v razmeroma velikem merilu narišemo osnovno časovno vrsto po mesecih.

b) Izračunamo letna povprečja in jih v grafikonu narišemo v sredine ustreznih let.

c) Te točke so vodilne točke in skozi nje prostoročno vrisemo krivuljo, ki najbolj ponazarja vsoto trenda in ciklične komponente.

d) Pravokotno na rob lista papirja narišemo izhodiščno črto z vrednostjo 100. Ta papir uporabimo za vrisanje odklonov osnovne časovne vrste od vrisane črte trend-cikel. Izhodišče 100 na papirju naravnamo na vrednost črte trend-cikel za januar prvega leta. Na tako naravnem papirju s črtico naznačimo odklon stvarne vrednosti od črte trend-cikel. Podobno ob isti rob nanese odklone za januarje vseh let v časovni vrsti.

e) Ko smo zaznamovali odklone za januarje vseh let, prečrtamo obe skrajni črtici. Za točke, ki so ostale, na oko določimo težišče oziroma povprečje, ki ga ob robu narišemo z drugačno oznako. Težišče moremo kontrolirati, če upoštevamo, da mora biti vsota pozitivnih in negativnih odklonov enaka. Dobljeno težišče je modificirana geometrijska sredina odklonov od linije trend-cikel in je po svoji vsebini nekorigiran sezonski indeks za januar.

f) Ko smo tako dobili nekorigiran sezonski indeks za januar, papir preganemo pravokotno na izhodiščno črto 100 in postopek ponovimo za februar. Podobno dobimo končno vrsto nekorigiranih sezonskih indeksov za vse mesece.

g) Če razgrnemo preganjeni papir, pomenijo oznake, s katerimi smo zaznamovali težišča za posamezne mesece, logaritme nepopravljenih sezonskih indeksov. Zato moremo z logaritemsko skalo odbrati vrsto nepopravljenih sezonskih indeksov.

h) Če je vsota nepopravljenih sezonskih indeksov približno 1200 (razlika manj kot 6) dobljene indekse ne popravljamo.

i) Če pa je vsota nepopravljenih sezonskih indeksov od 1200 različna za več kot 6, izračunamo kvocient med vsoto nepopravljenih indeksov in 1200. To razmerje zaznamujemo v skladu z logaritemsko skalo na nagubanem papirju in ustrežno znižamo ali zvišamo izhodišče 100. Z logaritemsko skalo odberemo od nove izhodiščne črte popravljene sezonske indekse.

Proučevanje dinamične sezone

2.72 Kot smo že omenili, je predpostavka, da je sezonska komponenta statična sprejemljiva v omejenem obsegu. Za veliko pojavov, posebno v primerih, ko skušamo z določenimi ukrepi zavestno vplivati na sezonsko komponento, se sezonska komponenta od leta do leta spreminja. Definicija sezonske komponente, da se na določeno razdobje perioda pojavlja z enakim učinkom, za primer dinamične sezonske komponente ne velja. V tem primeru velja le, da so določeni vplivi odvisni od sezone.

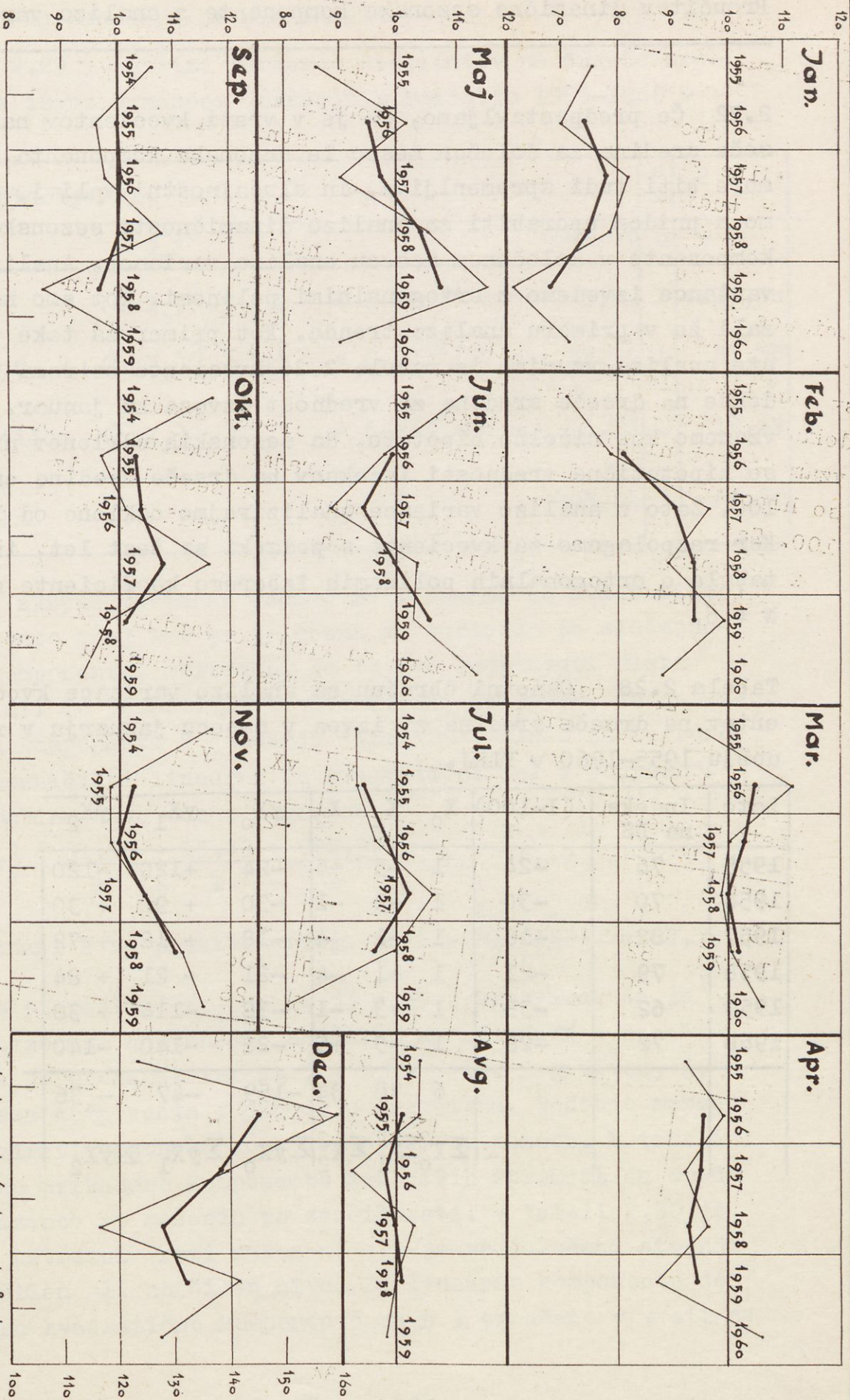
Za take pojave moremo opazovati sezonsko komponento z dosedaj nakazanimi metodami za določanje statične komponente le, če je razdobje, katero proučujemo, tako kratko, da se sezonska komponenta še ni bistveno spremenila. V tem primeru pa pride do izraza kvaren vpliv slučajnostnih faktorjev.

Kot osnovo za proučitev dinamične sezonske komponente moremo vzeti vrsto kvocientov na drseče sredine. V časovni vrsti kvocientov na vrsto drsečih sredin je iz razlogov,

ki smo jih omenili že pri metodi kvocientov ostala le sezonska in slučajnostna komponenta. Ker je pri statični sezonski komponenti učinek sezone v istem mesecu v vseh letih enak, se kvocienti na drseče sredine za različna leta za isti mesec med seboj razlikujejo samo zaradi slučajnostnih vplivov. V časovni vrsti kvocientov na drseče sredine za določen mesec so v tem primeru vrednosti na istem nivoju in v njej ni neke tendence sprememb po letih. Če pa je sezonska komponenta dinamična, so razlike med kvocienti na drseče sredine za isti mesec po letih razen od slučajnostnih vplivov odvisne tudi od spremembe sezonske komponente. V tem primeru opazimo v vrsti kvocientov na drseče sredine po letih za določen mesec tendenco sprememb - nek trend.

Grafična metoda analize dinamične sezonske komponente

2.73 V sliki 2.12 so za vrednost izvoza FLRJ za posamezne mesece prikazane časovne vrste kvocientov na drseče sredine po letih. Razen časovne vrste teh kvocientov so vrisane tudi drseče sredine teh podatkov, da je boljje vidna smer razvoja sezonske komponente v posameznem mesecu. Ta grafična metoda daje prvi uvid v dinamičnost sezonske komponente. Iz slike je npr. nazorno razvidno, da je v nekaterih mesecih podana določena tendenca razvoja sezonske komponente, v drugih pa ne. Vendar je ta metoda proučitve dinamičnosti sezonske komponente subjektivna.



sl. 2.14. Dinamična sezon. komponenta za vrednosti izvoza iz FLR J v razdobju 1954-1960. Indeksi osnovnih podatkov na vrsto presekih sredin

2.72 Če predpostavljamo, da je v vrsti kvocientov na drseče sredine za določen mesec le sezonska komponenta, ki more biti tudi spremenljiva, in slučajnostni vplivi, moremo s pridom uporabiti za analizo dinamičnosti sezone komponente v določenem mesecu analizo variance. Analizo variance izvedemo z ortogonalnimi polinomi, kot smo nakazali že v primeru analize trenda. Kot primer za take vrste analize vzemimo iz tabele 2.26 kvociente oziroma indekse na drseče sredine za vrednost izvoza za januar. Če vzamemo kot ničelno hipotezo, da sezonskih odklonov ni, so hipotetične vrednosti indeksov na drseče sredine enake 100. Zato z analizo variance analizirajmo odklone od 100. Ker razpolagamo za kvociente s podatki za šest let, iz tabele o ortogonalnih polinomih izberemo koeficiente za $N = 6$.

Tabela 2.28 Osnovni obračun za analizo variance kvocientov na drseče sredine za izvoz v mesecu januarju v razdobju 1955-1960 v FLRJ.

Leto	Indeks na DS	(I-100) Y	X_0	X_1	X_2	yX_0	yX_1	yX_2
1955	76	-24	1	-5	+5	-24	+120	-120
1956	70	-30	1	-3	-1	-30	+90	+30
1957	82	-18	1	-1	-4	-18	+18	+72
1958	79	-21	1	+1	-4	-21	-21	+84
1959	62	-38	1	+3	-1	-38	-114	+38
1960	72	-28	1	+5	+5	-28	-140	-140
			6	70	84	-159	-47	-36
			$\sum X_0^2$	$\sum X_1^2$	$\sum X_2^2$	$\sum yX_0$	$\sum yX_1$	$\sum yX_2$

Analiza variance pa je naslednja:

Tabela 2.29 Analiza variance kvocientov na drseče sredine za izvoz v mesecu januarju v razdobju 1955-1960 v FLRJ.

Vir variacije			s.p.	s ²
Skupno	$\sum y^2$	4469,00	6	-
Nivo	$(\sum yX_0)^2 / \sum X_0^2 = (-159)^2 / 6 = 4213,50$	1	4213,50	
Linearna	$(\sum yX_1)^2 / \sum X_1^2 = (-47)^2 / 70 = 31,56$	1	31,56	
Kvadratična	$(\sum yX_2)^2 / \sum X_2^2 = (-36)^2 / 84 = 15,43$	1	15,43	
razlika = pogreška	208,51	3	69,50	

Ker od skupne variance odpade na linearno in kvadratično komponento manj kot pa je ocena za varianco za slučajnostno komponento, sklepamo, da ti dve komponenti nista značilni. To pomeni, da ni utemeljen zaključek, da je sezonska komponenta v januarju dinamična. Glede na to združimo neznačilni linearni in kvadratični del s pogreško. Tako dobimo novo oceno pogreške

$$s_e^2 = \frac{31,56 + 15,43 + 208,51}{1 + 1 + 3} = 51,10$$

Izračunani F za preskus nivoja je $F = \frac{4213,50}{51,10} = 82,5$

Ker je teoretični $F_{0,001}(1,5) = 47,2$ smatramo, da je nivo sezonske komponente značilen na nivoju $\alpha = 0,001$. Ker pa je predznak izraza $\sum y X_0 = -159$ negativen, je sezonska komponenta v januarju negativna. Podobno moremo analizirati sezonsko komponento za vse mesece. V tabeli 2.30 so prikazane komponente sezonskih sprememb za vrednost izvoza po mesecih po značilnosti. V tabeli 2,30 je z N v ustrezni vrsti nakazano ali je na določeni stopnji neznačilen ali značilen nivo. Za linearno komponento je z L, za kvadratično komponento pa s K označeno v vrsti za

ustrezno stopnjo značilnosti le za mesece, v katerih je linearna ali kvadratična komponenta značilna.

Tabela 2.30 Prikaz značilnosti komponent za dinamično analizo sezonskih variacij (N = nivo, L = linearna komponenta, K = kvadratična komponenta)

Mesec		J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Stopnja značilnosti													
pozitiven značilen na stopnji	$\alpha = 0,001$												
	$\alpha = 0,01$											N	
	$\alpha = 0,05$						K				NK		
	$\alpha = 0,10$		L										
	neznačilen			N	N	N	N	N	N	N	N		
negativen značilen na stopnji	$\alpha = 0,10$												
	$\alpha = 0,05$		N										
	$\alpha = 0,01$												
	$\alpha = 0,001$	N											

Iz tabele povzamemo, da moremo kot značilno smatrati sezonsko variacijo v januarju, februarju, juniju, novembru in decembru. V januarju je visoko značilen odklon nivoja navzdol. V januarju se izkaže kot zelo značilno znižanje vrednosti izvoza in sicer na istem nivoju v vseh mesecih. Po podatkih v tabeli 2,30 sklepamo s 5% tveganjem na sezonsko znižanje nivoja v vrednosti izvoza v februarju. S tveganjem $\alpha = 0,10$ pa moremo zaključiti, da se sezonski indeks po letih v februarju linearno večja. Čeprav je v juniju v povprečju nivo sezonske komponente neznačilen, se izkaže, da je s tveganjem $\alpha = 0,05$ značilna kvadratična komponenta. Sezonski indeks je po tem takem v razdobju proučevanih šestih let najprej padal, nato pa zopet naraščal, kar lepo vidimo tudi iz grafikona za mesec junij v sliki 2.12. V mesecu novembru sta značilna nivo in kvadratična komponenta, iz česar zaključimo, da se na splošno v novembru vrednost izvoza zaradi sezonskega vpliva odklanja v pozitivno smer, da pa se je ta odklon prva leta v proučevanem

razdobju šestih let manjšal, kasneje pa zopet večal. Zaradi velikih slučajnostnih variacij v decembru mesecu, kar je razvidno tudi v grafikonu, se kljub nakazanemu zmanjšanju sezonske komponente izkaže v decembru kot značilen le splošen odstop vrednosti izvoza od trenda navzgor, ki je pa zelo velik. Iz analize se pokaže jasna tendenca sezonske komponente v vrednosti izvoza FLRJ. Povečan izvoz v zadnjih dveh mesecih leta in zmanjšan izvoz v prvih dveh mesecih leta. Medtem, ko se za skrajna meseca letnega razdobja (december in januar) pokaže sicer izrazito velik sezonski vpliv, se v naslednjih sosednih mesecih pokaže tudi sprememba sezonske variacije v teh mesecih: v februarju linearni dvig, v novembru pa značilna kvadratična komponenta sezonskih koeficientov. Če napravimo podobno analizo za vrednost uvoza, dobimo naslednjo sliko:

Tabela 2.31: Prikaz značilnosti komponent za dinamično analizo sezonskih variacij za vrednost uvoza FLRJ (N = nivo, L = linearna komponenta, K = kvadratična komponenta)

Mesec	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
$\alpha = 0,001$												
$\alpha = 0,01$												
$\alpha = 0,05$		K	N									
$\alpha = 0,10$				N								
neznačilno	N	N			N	N	N	N				N
$\alpha = 0,10$												
$\alpha = 0,05$									N		N	
$\alpha = 0,01$										N		
$\alpha = 0,001$												

Slika o značilnosti nivoja nakaže tipično konturo o sezonski komponenti za uvoz, ki je povsem različna od sezonske variacije za izvoz. Za razliko od izvoza, pri katerem so se elementi dinamičnosti v sezonski komponenti pokazali v treh mesecih, se je pri uvozu pokazala kot značilna le kvadratična komponenta v februarju. Tako opazimo značilnosti v dinamiki sezonske variacije v februarju pri uvozu in izvozu.

2.74 Pri mnogih, posebno pa pri ekonomskih pojavih, opazimo pri proučevanju dinamike ciklično komponento. Gospodarski cikli so nihanja, ki izhajajo iz več ali manj zakonitega naraščanja in upadanja gospodarske dejavnosti. Čeprav opazimo pri ciklični komponenti do neke mere enake značilnosti kot pri periodični komponenti, vendar niti trajanje niti oblike ciklov nista tako stalna kot pri periodičnih nihanjih. Razen tega se menjajo od cikla do cikla tudi amplitude. Čeprav torej pri cikličnih nihanjih zasledimo zakonitosti, da ima vsak cikel svojo dolžino, razdobje, v katerem se dejavnost veča, moment, v katerem doseže dejavnost svoj relativni maksimum, razdobje upadanja dejavnosti in moment, v katerem je dejavnost relativno minimalna, dolžina in oblika cikla ni tako regularna, kot sta regularna dolžina in oblika pri periodičnih nihanjih.

Ne da bi se spuščali v vzroke, ki pogojujejo ciklična nihanja, bomo nakazali nekaj metod, s katerimi iz časovne vrste za dan pojav izluščimo ciklično komponento. S proučevanjem ciklov in s primerjavo med cikličnimi komponentami za različne pojave, ki so med seboj v vsebinski zvezi, osvetlimo določene ekonomske zakonitosti, opismujemo in analiziramo zakonitosti ekonomskih pojavov in iz analogij ali odvisnosti med pojavi napovedujemo ekonomski razvoj.

Preskus o značilnosti ciklične komponente

2.75 Pri proučevanju cikličnih nihanj je včasih umestno, da pred uporabo določenih računskih metod preskusimo, ali časovna vrsta, ki prikazuje določen pojav, kaže značilnosti, ki so tipične za ciklična nihanja. Ena izmed metod za preskušanje značilnosti o trendu, je neparametrična metoda sekvenc, s katero enostavno in hitro preskusimo, ali je v pojavu ciklična komponenta značilna ali ne.

Vzemimo, da ima trend za proučevano časovno vrsto na celotnem intervalu isto tendenco naraščanja ali padanja in da na pojav vplivajo razen trenda samo še slučajnostni oziroma iregularni vplivi. V časovni vrsti, ki prikazuje tak pojav, absolutne difference dveh zaporednih členov od člena do člena spreminjajo svoj predznak slučajnostno po zakonitostih slučajnostnega pojavljanja. V tem primeru ni verjetna daljša sekvenca stanovitega naraščanja ali padanja pojava, niti stanovito zakonito padanje ali naraščanje. Število sekvenc, to je število razdobij, v katerih pojav oziroma časovna vrsta konstantno narašča ali pada, torej v primeru slučajnostnega pojavljanja ni niti zelo majhno niti zelo veliko. V primeru pa, da so v dinamiki pojava vzroki, ki pogojujejo ciklična gibanja, je število sekvenc bodisi izredno majhno ali izjemno veliko. Iz tega se ponuja rešitev, da s testom sekvenc preskusimo ali je v časovni dinamiki nekega pojava značilna ciklična komponenta ali ne. V primeru preskusa ciklične komponente uporabimo test sekvenc po naslednjem postopku:

- 1) $S +$ oziroma $-$ v časovni vrsti od člena do člena nakažemo, ali je absolutna difference pozitivna ali negativna.
- 2) zaznamujemo grupe neprekinjenih istih predznakov $+$ ali $-$.
- 3) preštejemo število grup neprekinjenih predznakov $+$ ali $-$.
Tako dobimo število sekvenc r .
- 4) Preštejemo pluse in minuse. Število pozitivnih predznakov zaznamujemo z n_1 , število negativnih predznakov pa z n_2 . Za kontrolo velja, da je vsota $n_1 + n_2 = N-1$ za eno manjša, kot je število členov v osnovni časovni vrsti.
- 5) Ker proučujemo ciklična gibanja le v daljših časovnih vrstah, za katere je $N > 10$ uporabimo zakonitost oziroma približek, da se izraz

$$z = \frac{r - M_r}{SD_r} \quad (2.117)$$

porazdeljuje v standardizirani normalni porazdelitvi. Ciklična komponenta je značilna na stopnji $\alpha = 0,05$, če je $1,96 < |z| < 2,58$ na stopnji $\alpha = 0,01$, če je $2,58 < |z| < 3,29$ in značilna na stopnji $\alpha = 0,001$, če je $|z| > 3,29$.

Pri tem iz r, n_1 in n_2 izračunamo

$$M_r = \frac{2n_1n_2}{n_1+n_2} + 1 \quad SD_r = \sqrt{\frac{(M_r-1)(M_r-2)}{n_1+n_2-1}} \quad (2.118)$$

2.76 Za primer vzemimo angleško industrijsko proizvodnjo v razdobju 1819-1913

V tabeli 2.32 nimamo osnovne časovne vrste, temveč samo $z -$ in $+$ zaznamovan padec $(-)$ oziroma porast $(+)$ industrijske proizvodnje napram prejšnjemu letu.

$$M_r = \frac{2 \cdot n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2} + 1 = \frac{2 \cdot 57 \cdot 38}{57 + 38} + 1 = 46,6$$

$$SD_r = \sqrt{\frac{(M_r - 1) \cdot (M_r - 2)}{n_1 + n_2 - 1}} = \sqrt{\frac{(46,6 - 1) \cdot (46,6 - 2)}{57 + 38 - 1}} = 4,64$$

$$z = \frac{r - M_r}{SD_r} = \frac{30 - 46,6}{4,64} = -3,57$$

Leto	smer razvoja	Leto	smer razvoja	Leto	smer razvoja
1818		1847	-	1880	+
19	-	48	- 2	81	+
1820	- 2	49	+	82	+
21	+	1850	+	83	+
22	+	51	+	84	-
23	+	52	+	85	- 3
24	+	53	+	86	-
25	+	54	+	87	+
26	- 1	55	- 1	88	+
1927	+	1856	+	1889	+
28	+	57	+	1890	+
29	- 1	58	- 1	91	-
1830	+	59	+	92	- 4
31	+	1860	+	93	-
32	- 1	61	-	94	-
33	+	62	- 3	95	+
34	+	63	-	96	+
35	+	64	+	97	+
36	+	65	+	98	+
37	-	66	+	99	+
38	-	67	-	1900	+
39	- 6	68	- 2	01	-
1840	-	69	+	02	- 4
41	-	1870	+	03	-
42	-	71	+	04	-
43	+	72	+	05	+
44	+	73	+	06	+
45	+	74	-	07	+
46	+	75	-	08	- 1
		76	- 6	09	+
		77	-	1910	+
		78	-	11	+
		79	-	12	+
				13	+

38 57
n2 n1
r = 30

Glede na to, da je absolutna vrednost izračunanega z večja kot $z_{0,001} = 3,29$ zaključimo, da je ciklična komponenta v industrijski proizvodnji v Angliji visoko značilna.

Merjenje ciklične komponente

2.77 Če iz osnovne časovne vrste eliminiramo trend, periodične oziroma sezonske vplive in iregularne oziroma slučajnostne vplive, ostane čista ciklična komponenta. Ta zasnova je osnova rezidualne metode določanja ciklične komponente. Jasno je, da ni v vseh časovnih vrstah periodične oziroma sezonske komponente, bodisi zaradi narave pojava, ki ga proučujemo, bodisi zaradi časovne vrste same. V vrsti letnih podatkov namreč ne zasledimo sezonskih variacij, kljub temu, da je pojav sezonskega značaja.

Razen rezidualne metode, po kateri dobimo časovno vrsto ciklov v določenem razdobju, proučujemo ciklična gibanja tudi sumarno v obliki povprečnega cikla, katerega analiziramo po nekaterih značilnih obdobjih in točkah in nekaterih značilnostih kot so povprečna dolžina cikla, povprečna oblika itd.

Rezidualna metoda za določanje ciklične komponente

Eliminacija trenda in sezonskih vplivov

2.78 Pri rezidualni metodi iz časovne vrste postopoma eliminiramo trend, sezonsko komponento in iregularne oz. slučajnostne vplive.

Če predpostavljamo, da je model časovne vrste

$$Y = T.P.C.I. \quad (2.119)$$

moremo eliminirati trend in sezonske oziroma periodične vplive na tri načine, ki dajejo končno enak rezultat:

Po prvem načinu iz osnovne časovne vrste najprej eliminiramo trend

$$Y/T = P.C.S \quad (2.120 a)$$

iz dobljene vrste pa eliminiramo sezonsko komponento tako, da kvociente na trend delimo s sezonskimi indeksi

$$(Y/T) / P = C.S \quad (2.120 \text{ b})$$

Drug možen način je, da iz osnovne časovne vrste najprej eliminiramo sezonske vplive. Osnovno časovno vrsto delimo s sezonskimi indeksi

$$Y/P = T.C.S \quad (2.121 \text{ a})$$

dobljeno časovno vrsto, katero smo očistili sezonskih vplivov, pa naknadno delimo s trendom, da odstranimo trend

$$(Y/P) / T = C.S \quad (2.121 \text{ b})$$

Po tretji metodi pa najprej izračunamo takoimenovano normalo, ki je skupna vrsta trenda in sezonskih vplivov

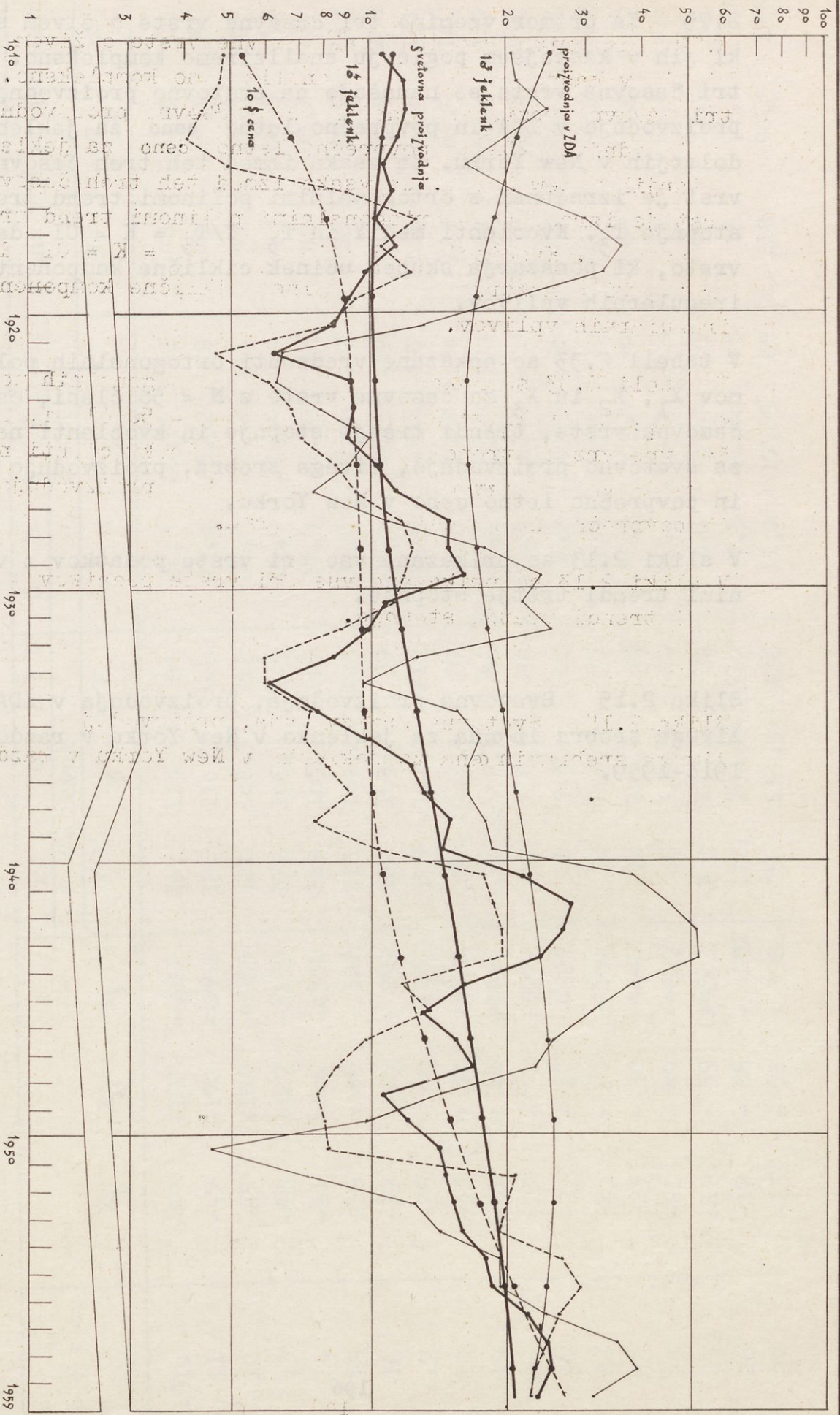
$$N = T.P \quad (2.122)$$

in jo dobimo, če vrednosti trenda pomnožimo s sezonskimi indeksi. Če osnovno časovno vrsto delimo z normalo, dobimo

$$Y/N = Y/T.P = C.S \quad (2.123)$$

Prvo metodo redko uporabljamo, ker vmesni rezultat $P.C.S$ nima posebnega vsebinskega pomena. Druga metoda je bolj uporabna, ker dobimo kot vmesni rezultat časovno vrsto, ki je očiščena sezonskih vplivov. Ker v analizah dosti-krat potrebujemo take časovne vrste, je ta pot praktična. Če pa proučujemo pojave, ki bodisi niso sezonskega značaja ali pa je proučevana časovna vrsta taka, da sezonsko komponento zabriše (časovne vrste letnih podatkov), pri tej metodi odpade eliminacija sezonskih vplivov in dobimo časovno vrsto CI tako, da osnovno časovno vrsto delimo s trendom.

Tretji način pa ima to prednost, da dobimo kot vmesni rezultat normalo ($N = T.P$), ki ima svojo analitično vrednost.



sl. 2.15 svetovna proizvodnja in proizvodnja živega srebra v ZDA in cena za jeklenko ž. srebra v New Yorku v razd.

1910 — 1959

2.79 Za primer vzemimo tri časovne vrste o živem srebru, ki jih v kasnejšem poglavju analiziramo kompleksno. Te tri časovne vrste se nanašajo na svetovno proizvodnjo, proizvodnjo v ZDA in povprečno letno **ceno** za jeklenko v dolarjih v New Yorku. Za vsako izmed teh treh časovnih vrst je izračunan z ortogonalnimi polinomi trend tretje stopnje T_3 . Kvocianti med Y in T_3 $Y/T_3 = K = CI$ dajo vrsto, ki ponazarja skupen učinek ciklične komponente in iregularnih vplivov.

V tabeli 2.33 so nakazane vrednosti ortogonalnih polinomov X_1 , X_2 in X_3 za časovne vrste z $N = 50$ členi, osnovne časovne vrste, trendi tretje stopnje in kvocianti na trend za svetovno proizvodnjo, živega srebra, proizvodnjo v ZDA in povprečno letno ceno v New Yorku.

V sliki 2.13 so prikazane vse tri vrste podatkov z vrisanimi trendi tretje stopnje.

Slika 2.15 Svetovna proizvodnja, proizvodnja v ZDA živega srebra in ceno za jeklenko v New Yorku v razdobju 1910-1959.

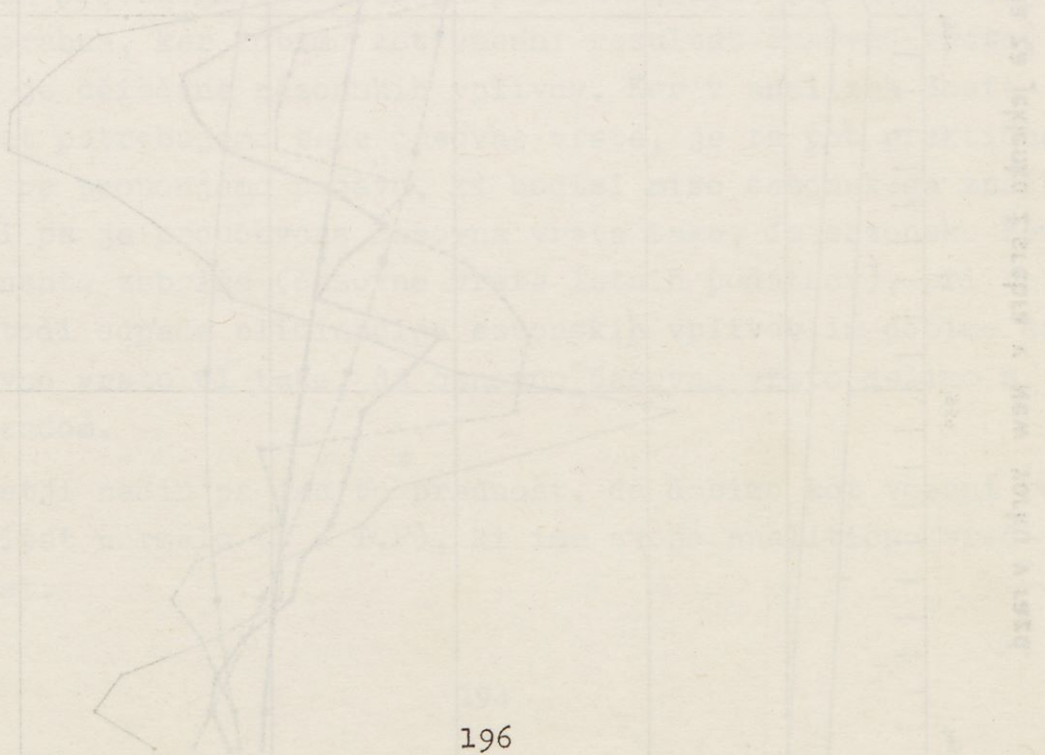


Tabela 2.33 Elininacija trenda iz časovnih vrst za svetovno proizvodnjo, proizvodnjo v ZDA in povprečno letno ceno v New Yorku za živo srebro

L e t o	Svetovna										Cena v \$ za jeklenko		
	P R O I Z V					O D N J A					Y	T ₃	K
	X ₁	X ₂	X ₃	Y	T ₃	K	Y	T ₃	K	A			
1910	-49	+196	-9212	107	113,3	94	20,3	24,87	82		48	53,3	90
11	-47	+172	-6956	120	110,8	108	21,0	23,52	89		47	59,1	80
12	-45	+149	-4935	121	108,7	111	24,7	22,32	111		43	64,3	67
13	-43	+127	-3139	117	106,9	109	19,9	21,24	94		40	68,9	58
14	-41	+106	-1558	109	105,4	103	16,3	20,29	80		49	73,0	67
15	-39	+86	-182	113	104,2	108	20,8	19,46	107		88	76,6	115
16	-37	+67	+999	102	103,4	99	29,5	18,75	157		127	79,8	159
17	-35	+49	+1995	115	102,7	112	35,7	18,14	197		108	82,6	131
18	-33	+32	+2816	99	102,4	97	32,5	17,65	184		125	84,9	147
19	-31	+16	+3472	90	102,4	88	21,1	17,25	122		93	87,0	107
1920	-29	+1	+3972	84	102,5	82	13,2	16,94	78		82	88,7	92
21	-27	-13	+4329	62	103,0	60	6,3	16,73	38		46	90,1	51
22	-25	-26	+4550	92	103,7	89	6,3	16,60	38		60	91,3	66
23	-23	-38	4646	93	104,6	89	7,8	16,54	47		67	92,2	73
24	-21	-49	+4627	89	105,7	84	10,0	16,56	60		71	93,0	76
25	-19	-59	+4503	103	107,1	96	9,1	16,65	55		84	93,6	90
26	-17	-68	+4282	116	108,6	107	7,5	16,80	45		93	94,1	99
27	-15	-76	+3980	150	110,3	136	11,1	17,05	65		118	94,5	125

Tabela 2.33 Eliminacija trenda iz časovnih vrst za svetovno proizvodnjo, proizvodnjo v ZDA in povprečno letno ceno v New Yorku za živo srebro (nadaljevanje)

L e t o	X ₁	X ₂	X ₃	P R O I Z V O D N J A						Cena v \$ za jeklenko		
				Svetovna			Z D A					
				Y	T ₃	K	Y	T ₃	K		Y	T ₃
1928	-13	- 83	+3601	149	112,3	133	17,9	17,27	104	124	94,9	130
29	-11	- 89	+3157	163	114,4	142	23,7	17,58	135	122	95,3	128
1930	- 9	- 94	+2658	109	116,6	93	21,6	17,92	121	115	95,6	120
31	- 7	- 98	+2114	99	119,0	83	24,9	18,31	136	87	96,1	91
32	- 5	-101	+1535	83	121,6	68	12,6	18,72	67	58	96,6	60
33	- 3	-103	+ 931	60	124,3	48	9,7	19,16	51	59	97,2	61
34	- 1	-104	+ 312	77	127,1	61	15,4	19,63	78	74	98,0	76
35	+ 1	-104	- 312	100	130,1	77	17,5	20,10	87	72	99,0	73
36	+ 3	-103	- 931	124	133,1	93	16,6	20,59	81	80	100,2	80
37	+ 5	-101	-1535	133	136,3	98	16,5	21,08	78	90	101,7	88
38	+ 7	- 98	-2114	150	139,5	108	18,0	21,57	83	75	103,4	80
39	+ 9	- 94	-2658	145	142,8	102	18,6	22,05	84	104	105,5	98
1940	+11	- 89	-3157	215	146,2	147	37,8	22,52	168	177	107,9	164
41	+13	- 83	-3601	275	149,7	184	44,9	22,98	195	185	110,7	167
42	+15	- 76	-3980	265	153,2	173	50,8	23,45	217	196	114,0	172
43	+17	- 68	-4284	236	156,7	151	51,9	23,82	218	195	117,7	166
44	+19	- 59	-4503	163	160,3	102	37,7	24,19	156	118	121,9	97

Tabela 2.33 Eliminacija trenda iz časovnih vrst za svetovno proizvodnjo, proizvodnjo v ZDA in povprečno letno ceno v New Yorku za živo srebro (nadaljevanje)

L e t o	P R O I Z V O D N J A										Cena v \$ za jeklenko		
	Svetovna										Z D A		
	X ₁	X ₂	X ₃	Y	T ₃	K	Y	T ₃	K	Y	T ₃	Y	T ₃
1945	+21	- 49	-4627	131	163,9	80	30,8	24,52	126	135	126,6	107	126,6
46	+23	- 38	-4646	154	167,9	92	25,3	24,82	102	98	131,9	74	131,9
47	+25	- 26	-4550	168	171,2	98	23,2	25,06	93	84	137,8	61	137,8
48	+27	- 13	-4329	107	174,9	61	14,4	25,25	57	76	144,3	53	144,3
49	+29	+ 1	-3973	121	178,5	68	9,9	25,38	39	79	151,4	52	151,4
1950	+31	+ 16	-3472	143	182,1	79	4,5	25,45	18	81	159,3	51	159,3
51	+33	+ 32	-2816	147	185,7	79	7,3	25,45	29	210	167,9	125	167,9
52	+35	+ 49	-1995	151	189,2	80	12,5	25,37	49	199	177,2	112	177,2
53	+37	+ 67	- 999	160	192,7	83	14,3	25,21	57	193	187,4	103	187,4
54	+39	+ 86	+ 182	180	196,1	92	18,5	24,97	74	264	198,3	133	198,3
55	+41	+106	+1558	185	199,5	93	19,0	24,63	77	290	210,1	138	210,1
56	+43	+127	+3139	220	202,8	108	24,2	24,20	100	260	222,9	117	222,9
57	+45	+149	+4935	245	206,0	119	34,6	23,67	146	247	236,5	104	236,5
58	+47	+172	+6959	248	209,1	119	38,0	23,03	169	229	251,1	91	251,1
59	+49	+196	+9212	232	212,1	109	30,8	22,28	138	227	266,8	85	266,8

Iz tablic o ortogonalnih polinomih dobimo, da je

$$\sum x_1^2 = 41.650; \sum x_2^2 = 433.160; \sum x_3^2 = 770.715.400$$

Z računskim strojem so izračunane vsote produktov:

$$\text{Svetovna proizvodnja: } \sum Y = 7020; \sum YX_1 = +49246;$$

$$\sum YX_2 = 49247; \sum YX_3 = -713427$$

$$\text{Parametri trenda: } B_0 = \frac{\sum Y}{N} = \frac{7020}{50} = 140,4;$$

$$B_1 = \frac{\sum YX_1}{\sum x_1^2} = \frac{+49246}{41650} = +1,182377$$

$$B_2 = \frac{\sum YX_2}{\sum x_2^2} = \frac{49247}{433160} = 0,113692$$

$$B_3 = \frac{\sum YX_3}{\sum x_3^2} = \frac{-713427}{770715.400} = -0,000925668$$

$$T_3 = 140,4 + 1,182377 X_1 + 0,113692 X_2 - 0,000925668 X_3$$

Podobno dobimo za proizvodnjo v ZDA:

$$\sum Y = 1057,5 \quad \sum YX_1 = 3042,9 \quad \sum YX_2 = 5359,9 \quad \sum YX_3 = -407499,3$$

Parametri trenda so:

$$B_0 = \frac{\sum Y}{N} = \frac{1057,5}{50} = 21,15$$

$$B_1 = \frac{\sum YX_1}{\sum x_1^2} = \frac{3042,9}{41650} = 0,0730589$$

$$B_2 = \frac{\sum YX_2}{\sum x_2^2} = \frac{5359,9}{433160} = 0,0123739$$

$$B_3 = \frac{\sum YX_3}{\sum x_3^2} = \frac{-407499,3}{770.715.400} = -0,000528728$$

trend pa

$$T_3 = 21,15 + 0,0730589 X_1 + 0,0123739 X_2 - 0,000528728 X_3$$

Za povprečno letno ceno je:

$$\sum Y = 5992; \sum YX_1 = 64316; \sum YX_2 = +88807; \sum YX_3 = +2600043$$

Parametri trenda so:

$$B_0 = \frac{\sum Y}{N} = \frac{5992}{50} = 119,84$$

$$B_1 = \frac{\sum YX_1}{\sum X_1^2} = \frac{64316}{41650} = 1,5442$$

$$B_2 = \frac{\sum YX_2}{\sum X_2^2} = \frac{88807}{433160} = + 0,205021$$

$$B_3 = \frac{\sum YX_3}{\sum X_3^2} = \frac{2,600,043}{770,715,400} = 0,00337354$$

trend pa

$$T_3 = 119,84 + 1,5442 X_1 + 0,205021 X_2 + 0,00337354 X_3$$

Eliminacija iregularnih vplivov

2.80 Ko eliminiramo iz časovne vrste trend in sezonske vplive, ostane v časovni vrsti še ciklična komponenta in rezultat iregularnih oziroma slučajnostnih vplivov. Naslednja faza pri določanju ciklov je, da iz časovne vrste CI odstranimo vpliv iregularnih oziroma slučajnostnih faktorjev in dobimo oceno čiste ciklične komponente C.

Enostavna, vendar učinkovita metoda, po kateri eliminiramo iz časovne vrste iregularne oziroma slučajnostne vplive, je metoda drsečih sredin. Edina hiba, ki jo ima ta metoda, je v tem, da povprečja, izračunana za krajša razdobja, ne eliminirajo v celoti slučajnostnih vplivov, drseče sredine iz daljših razdobj pa ne eliminirajo le slučajnostnih vplivov, temveč vplivajo tudi na ciklično komponento in jo izravnavajo oziroma deformirajo. Zato metoda navadnih drsečih sredin običajno pri proučevanju ciklične komponente odpove, ker ima ciklična komponenta na določenih delih osti, metoda navadnih drsečih sredin pa te osti otopi.

Sistemi tehtanja v vrsti drsečih sredin

2.81 Netehtane sredine. Običajna metoda drsečih sredin, ki smo jo že obravnavali pri določanju trenda, ima za osnovo netehtane aritmetične sredine. Te izračunamo po obrazcu

$$K_0 = \frac{K_{-k} + K_{-k+1} + \dots + K_0 + \dots + K_{k-1} + K_k}{r} \quad (2.124)$$

če sredine računamo iz razmaka $r = 2k + 1$ z lihim številom osnovnih razmakov in po obrazcu

$$K_0 = \frac{1/2 K_{-k} + K_{-k+1} + \dots + K_0 + \dots + K_{k-1} + 1/2 K_k}{r} \quad (2.125)$$

če izračunavamo drseče sredine iz razmaka $r = 2k$, ki ima sodo število osnovnih razmakov.

Ta metoda se pod določenimi pogoji razmeroma dobro obnese pri določanju trenda. Pri določanju ciklične komponente iz CI pa ima omejeno vrednost predvsem zaradi krivin, ki se pojavljajo v ciklični komponenti. Sredine iz kratkih razmakov vsebujejo še slučajnostne vplive, sredine iz daljših razmakov pa otope osti ciklične komponente.

2.82 Sredine, tehtane z binomskimi koeficienti. Slabosti, ki jih imajo netehtane drseče sredine, izvirajo predvsem iz tega, ker imajo na izračunane sredine prevelik vpliv robni členi. To hibo odpravimo s primernim tehtanjem. Eden izmed uporabnih načinov tehtanja je tehtanje z binomskimi koeficienti. Za tehtane drseče sredine uporabljamo binomske koeficiente druge, četrte in šeste potence binoma oziroma, v primeru potrebe in umestnosti tudi binomske koeficiente nadaljnjih sodih potenc binoma.

Tako so v primeru binomskih koeficientov druge stopnje ponderi 1 2 1, vsoto produktov vrednosti členov s ponderi pa delimo s 4.

Binomski koeficienti četrte stopnje so 1 4 6 4 1, vsoto produktov pa delimo s 16.

V primeru binomskih koeficientov šeste stopnje pa so ponderi

1 6 15 20 15 6 1

vsoto produktov pa delimo s 64.

Ustrezne sredine so centrirane na srednji člen.

V splošnem da vrsta drsečih sredin, ki so ponderirane z binomskimi koeficienti, boljše rezultate, ker se tudi pri daljših razmakih boljše prilagajo ciklu in ne pačijo cikla tako močno kakor enostavne netehtane sredine.

Časovno vrsto drsečih sredin, ki so tehtane z binomskimi koeficienti, dobimo enostavno iz vrst vsot sosednih členov, če postopek seštevanja sosednih vrednosti večkrat ponovimo. V tabeli 2.34 je za svetovno proizvodnjo živega srebra nakazan a) postopek izračuna vrste drsečih sredin, ki so tehtane z binomskimi koeficienti

1 2 1; b) izračun vrste drsečih sredin, ki so tehtane z binomskimi koeficienti 1 4 6 4 1.

2.83 Grafično eliminiranje iregularnih vplivov. Izravnano vrsto sredin, ki so ponderirane z binomskimi koeficienti, dobimo tudi grafično.

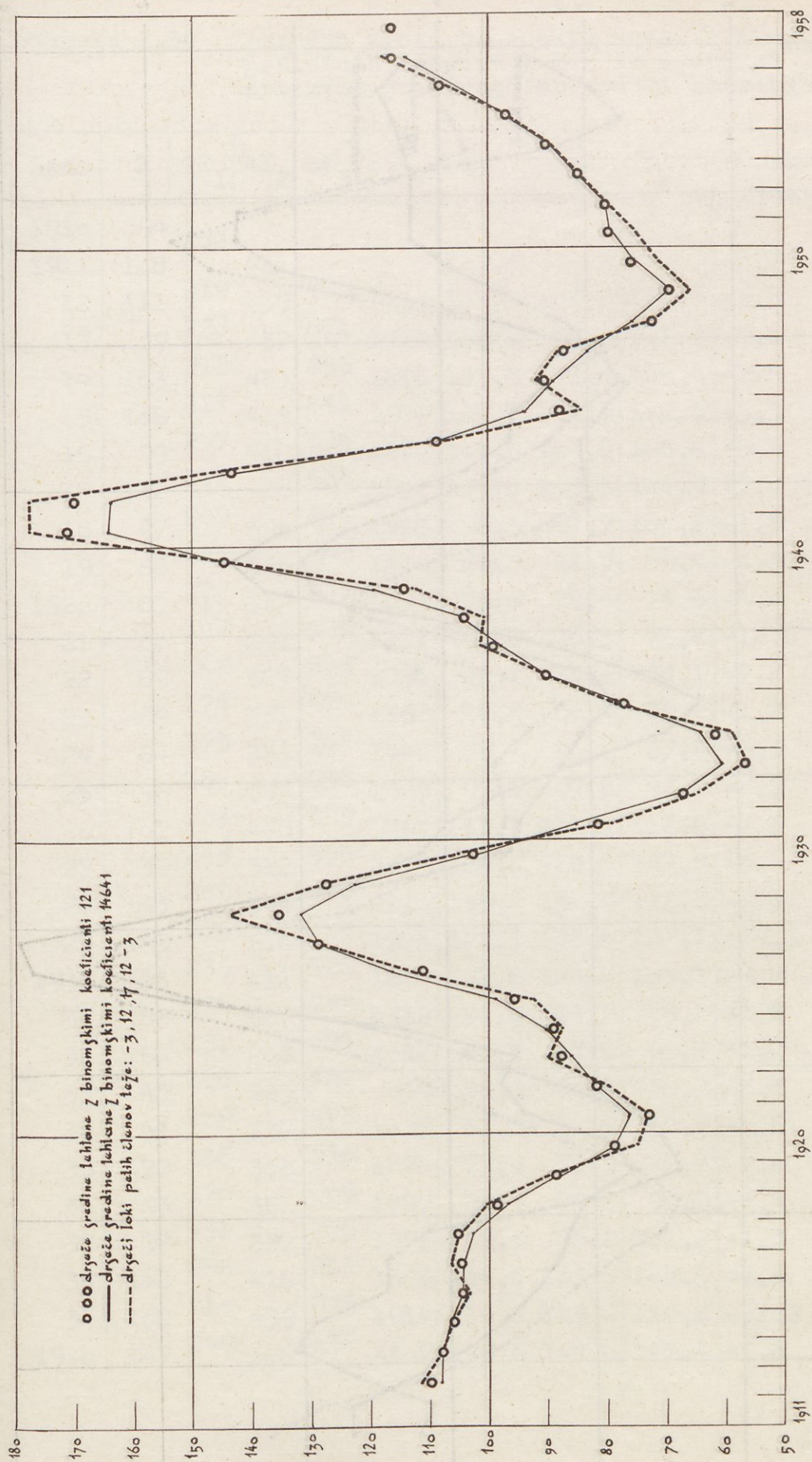
Če narišemo linijski grafikon komponente CI in v njem zvežemo razpolovišča A veznic z daljicami, so presečišča B daljic z ustreznimi navpičnicami srednjih členov enaka sredinam iz srednjega člena in obeh srednjih členov, tehtane s ponderi 1 2 1. Če na novo dobljeni izravnani liniji postopek ponovimo (A' B'), dobimo vrsto sredin, ki je ponderirana s ponderi 1 4 6 4 1 itd. (glej sliko 2.18).

2.84 Metoda drsečih lokov. Da čim boljše eliminiramo iregularne vplive brez izravnavanja amplitud v ciklični komponenti, razen binomskim koeficientov uporabljamo pri tehtanih drsečih sredinah tudi druge načine tehtanja. Najobičajnejši je sistem polinomov. Po tej metodi skozi več točk oziroma vrednosti po metodi najmanjših kvadratov prilagodimo parabolo določene stopnje, od vseh vrednosti pa uporabimo samo vrednost v sredini razmaka, v katerem izvedemo prilagoditev. Tako za vsak člen v časovni vrsti (razen ustreznemu številu robnih členov) izračunamo določeno vrednost, ki predstavlja po tej predpostavki vrednost cikla. Ker za vsak člen prilagodimo vrednost z lokom neke krivulje, imenujemo to metodo metodo drsečih lokov.

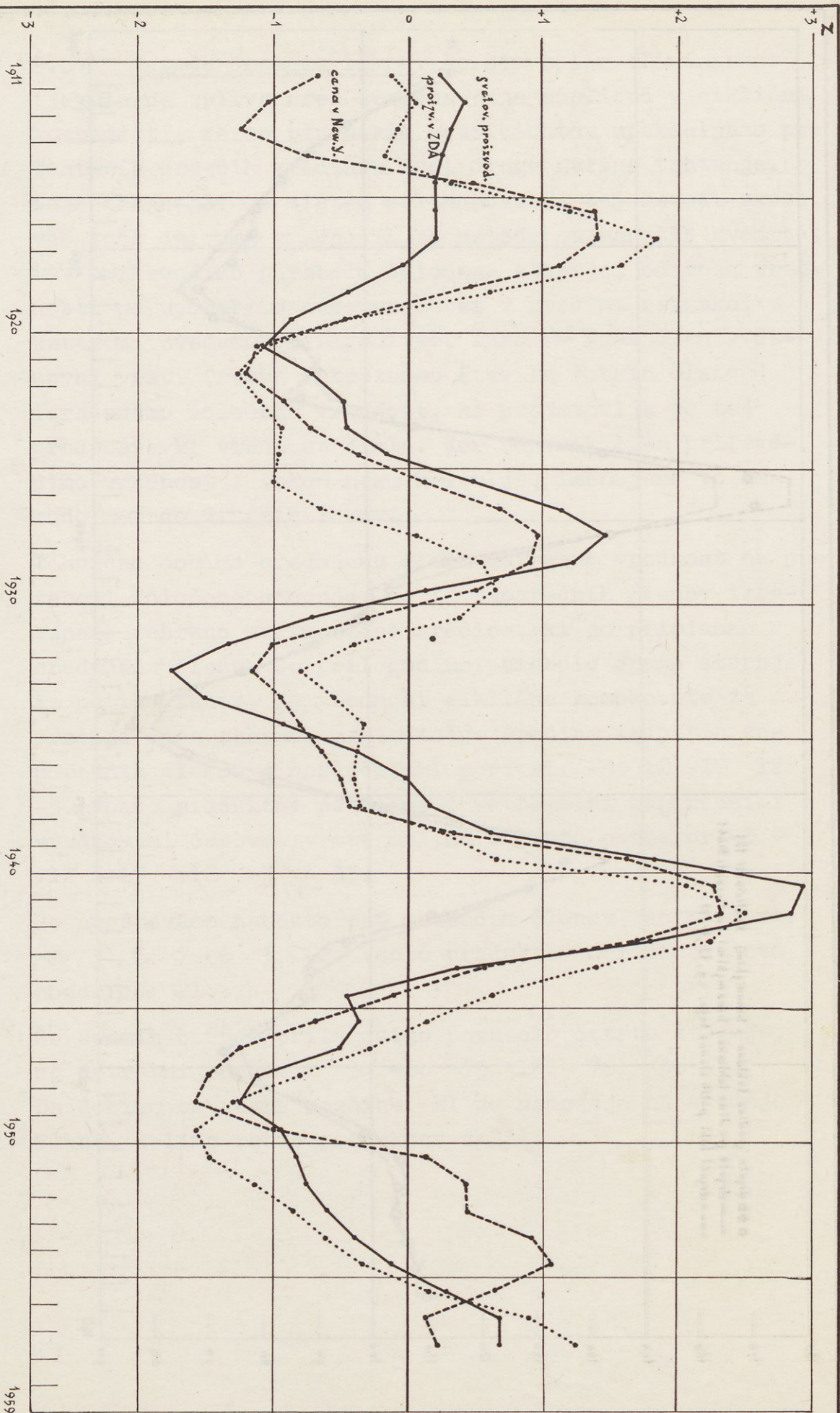
Tehnično dobimo srednjemu členu ustrezno vrednost na paraboli določene stopnje, če iz zaporednih členov izračunamo tehtano aritmetično sredino, ki jo pripišemo srednjemu členu. Če prilagodimo parabolo druge stopnje iz petih členov, je vrednost ciklične komponente za srednji člen tehtana aritmetična sredina iz petih zaporednih členov z naslednjimi ponderi: -3 12 17 12 -3. Vsoto produktov ponderov z ustreznimi zaporednimi vrednostmi časovne vrste delimo z vsoto ponderov -3 +12 +17 +12 -3 = 35.

Če upoštevamo namesto pet po sedem členov, so ponderi: -2 3 6 7 6 3 -2. Vsoto produktov delimo z vsoto ponderov: 21.

Če sedmim členom prilagodimo parabolo četrte stopnje, so ustrezni ponderi: 5 -30 75 131 75 -30 5. Da dobimo ustrezne sredine, ki se nanašajo na srednje člene, delimo vsoto produktov z 231.



sl.216 Indeksi ciklične komponente za svetovno proizvodnjo z.srebra, določeni po različnih metodah



sl.2.17 Standardizirana ciklična komponenta za proizvodnjo ž.srebra v svetu in v ZDA in ceno ž.sr. v New Yorku

Tabela 2.34 Izračun vrste binomskih drsečih sredin in vrsta petletnih drsečih lokov za svetovno proizvodnjo živega srebra od 1910-1959

Leto	K	2K ₁	4K ₂	8K ₃	16K ₄	K ₂	K ₄	K _p	K-K ₂	$\log \frac{K}{K_2} = 100$
1910	94	202								
1911	108	421				105,3			+2,7	+2,6
12	111	219	439	860	1731	109,8	108,2	111,4	+1,2	+1,1
13	109	220	432	871	1726	108,0	107,9	107,8	+1,0	+0,9
14	103	212	423	855	1696	105,8	106,0	106,4	-2,8	+2,6
15	108	211	418	841	1677	104,5	104,8	102,8	+3,5	+3,3
16	99	207	418	836	1674	104,5	104,6	106,4	-5,5	-5,3
17	112	211	420	838	1652	105,0	103,3	104,8	+7,0	+6,7
18	97	209	394	814	1563	98,5	97,7	100,2	-1,5	-1,5
19	88	185	355	749	1416	88,8	88,5	89,4	-0,8	-0,8
1920	82	170	312	667	1270	78,0	79,4	74,6	+4,0	+5,1
21	60	142	291	603	1221	72,8	76,3	72,6	-12,8	-17,6
22	89	149	327	618	1296	81,8	81,0	80,1	+7,2	+8,6
23	89	178	351	678	1382	87,8	86,4	89,2	+1,2	+1,4
24	84	173	353	704	1440	88,3	90,0	87,4	-4,3	-4,9
25	96	180	383	736	1565	95,8	97,8	92,8	+0,2	+0,2
26	107	203	446	829	1787	111,5	111,7	112,9	-4,5	-3,9
27	136	243	512	958	2014	128,0	128,9	127,9	+8,0	+6,2
28	133	269	544	1056	2110	136,0	131,9	142,8	-3,0	-2,2
29	142	275	510	1054	1975	127,5	123,4	127,7	+14,5	+11,4
1930	93	235	411	921	1659	102,8	103,7	105,1	-9,8	-9,5
31	83	176	327	738	1332	81,8	83,7	79,2	+1,2	+1,5
32	68	151	267	594	1086	66,8	67,9	64,7	+1,2	+1,8
33	48	116	225	492	964	56,3	60,2	56,7	-8,3	+14,7
34	61	109	247	472	1027	61,8	64,2	58,7	-0,8	-1,3
35	77	138	308	555	1224	77,0	76,5	77,7	0,0	-0,0
36	93	170	361	669	1427	90,3	89,2	90,7	+2,7	+3,0
37	98	191	397	758	1571	99,3	98,2	101,2	-1,3	-1,3
38	108	206	416	813	1688	104,0	105,5	100,5	+4,0	+3,8
39	102	210	459	875	1914	114,8	119,6	112,8	-12,8	-11,2
1940	147	249	580	1039	3307	145,0	144,2	145,3	+2,0	+1,4

Tabela 2.34 (nadaljevanje)

Leto	K	$2K_1$	$4K_2$	$8K_3$	$16K_4$	K_2	K_4	K_p	$K-K_2$	$100 \frac{K}{K_2} - 100$
1941	184	331	688	1268	2637	172,0	164,8	177,4	+12,0	+7,0
42	173	357	681	1369	2627	170,3	164,2	177,5	+2,7	+1,6
43	151	324	557	1258	2270	144,3	141,9	145,0	+6,7	+4,6
44	102	253	435	1012	1801	108,8	112,6	106,0	-6,8	-6,2
45	80	182	354	789	1505	88,5	94,1	84,0	-8,5	-9,6
46	92	172	362	716	1427	90,5	89,2	91,7	+1,5	+1,7
47	98	190	349	711	1348	87,3	84,3	87,4	+10,7	+12,2
48	61	159	288	637	1201	72,0	75,1	71,9	-11,0	-15,3
49	68	129	276	564	1145	69,0	71,6	65,9	-1,0	-1,4
1950	79	147	305	581	1203	76,3	75,2	71,0	+2,7	+3,5
51	79	158	317	622	1261	79,3	78,8	74,2	-0,3	-0,4
52	80	159	322	639	1299	80,5	81,2	79,7	-0,5	-0,6
53	83	163	338	660	1358	84,5	84,9	84,5	-1,5	-1,8
54	92	175	360	698	1444	90,0	90,2	88,9	+2,0	+2,2
55	93	185	386	746	1560	96,5	97,5	96,4	-3,5	-3,6
56	108	201	428	814	1707	107,0	106,7	107,1	+1,0	+0,9
57	119	227	465	893	1824	116,3	114,0	118,3	+2,7	+2,3
58	119	238	466	931		116,5			+2,5	+2,1
59	109	228								

2.86 Pri izbiri sistema odstranjevanja iregularnih vplivov iz ciklične komponente je treba paziti, da izberemo primeren sistem tehtanja in primerno dolžino intervalov, iz katerih računamo drseče sredine ali drseče loke. Ostre amplitude in kratki cikli govore za to, da vzamemo sistem sredin ali lokov iz relativno krajših raz-

makov kot v primerih, v katerih amplitude niso velike in cikli obsegajo večje število osnovnih razmakov.

Pri odstranjevanju iregularnih vplivov si včasih pomagamo tudi tako, da za vrsto, ki po prvi uporabi določenega načina izglajevanja še ni zadosti izglajena, ampak kaže še ostanke iregularnosti, isti postopek izglajevanja ponovimo na izglajeni vrsti. Avtomatično se uveljavi ta princip pri sredinah, ki imajo za ponderacijo binomske koeficiente. S postopno uporabo binomskih koeficientov prve stopnje 1 1 pridemo do vseh nadaljnjih sistemov binomske ponderacije. Po tem načelu je v tabeli 2.34 izračunana vrsta drsečih sredin z binomskimi koeficienti četrte stopnje.

Primerjava ciklov - standardizacija

2.87 Kompleks faktorjev, ki imajo za rezultat ciklična nihanja, ne vpliva samo na en pojav, ampak na niz ekonomskih pojavov, ki so med seboj povezani hkrati. Žato ima posebno vlogo pri analiziranju ekonomskih pojavov primerjava cikličnih komponent za več pojavov, ki so v medsebojni povezanosti oziroma odvisnosti. Tako isti kompleks faktorjev vpliva istočasno na proizvodnjo najrazličnejših artiklov; na cene teh artiklov, na izvoz in uvoz surovin in končnih izdelkov itd.

Ciklična komponenta za posamezen pojav je dana v časovni vrsti indeksov cikla, ki pokažejo, kako se v določenem času normala (trend + sezonski vplivi) poveča zaradi cikličnih vplivov. Ker je ciklična komponenta za določen pojav prikazana z indeksi, moremo formalno primerjati cikle za različne pojave, ne glede na enote mere za osnovne podatke (količinske, vrednostne).

Primerljivost ciklov za različne pojave pa moti predvsem to, da je učinek faktorjev, ki povzročajo cikle, na nekatere pojave močnejši, na druge pa šibkejši. To se kaže na različnih amplitudah ciklov za različne pojave.

Različno občutljivost posameznih pojavov na ciklične faktorje odpravimo s standardizacijo ciklične komponente.

Standardizacijo cikla izvedemo po naslednjih točkah:

a) iz indeksov ciklične komponente C za posamezen pojav izračunamo povprečje $\bar{C}$ in standardni odklon SD_C ,

b) iz $\bar{C}$, SD_C in indeksov ciklične komponente izračunamo standardizirane z - odklone

$$z_C = \frac{C - \bar{C}}{SD_C} \quad (2.126)$$

S standardizacijo ciklične komponente izenačimo razlike v amplitudah ciklov za različne pojave in omogočimo boljšo primerjavo med cikličnimi komponentami za pojave, ki so v medsebojni zvezi in odvisnosti.

2.88 Za primer vzemimo časovne vrste svetovne proizvodnje, proizvodnje v ZDA in povprečne letne cene živega srebra iz tabele 2.33. Neočiščene časovne vrste kvocientov na trend $Y/T_3 = K = CI$ so očiščene iregularnih vplivov z vrsto drsečih sredin, $\bar{K}$, ponderiranimi z binomskimi koeficienti 1 2 1. Časovno vrsto $\bar{K} = C$ smatramo kot čisto ciklično komponento. Za vsako časovno vrsto drsečih sredin so izračunani $\bar{C}$ in SD_C , ki so osnova za standardizacijo cikla po obrazcu 2.126. V tabeli 2.35 so vnešeni podatki: kvocienti na trend K , vrsta drsečih sredin $\bar{K}$ in standardizirana ciklična komponenta z_C . Standardizirana ciklična komponenta za vse tri časovne vrste je narisana v grafikonu v sliki 2.17. Iz slike lahko sledimo zakonitosti odvisnosti med proučevanimi tremi cikli.

Tabela 2.35 Standardizacija ciklične komponente za svetovno proizvodnjo, proizvodnjo v ZDA in povprečno letno za cono v New Yorku za Bivo srebro

leto	P r o i z v o d n j a						C e n a		
	Svetovna			Z D A					
	K=CI	$\bar{K}=C$	z_c	K=CI	$\bar{K}=C$	z_c	K=CI	$\bar{K}=C$	z_c
1910	94			82			90		
11	108	105,3	+0,23	89	92,8	-0,13	80	79,3	-0,67
12	111	109,8	+0,41	111	101,3	+0,06	67	68,0	-1,05
13	109	108,0	+0,33	94	94,8	-0,08	58	62,5	-1,23
14	103	105,8	+0,25	80	90,3	-0,18	67	76,8	-0,75
15	108	104,5	+0,19	107	112,8	+0,31	115	114,0	+0,48
16	99	104,5	+0,19	157	154,5	+1,21	159	141,0	+1,38
17	112	105,0	+0,21	197	183,8	+1,84	131	142,0	+1,41
18	97	98,5	-0,05	184	171,8	+1,58	147	133,0	+1,11
19	88	88,8	-0,44	122	126,5	+0,60	107	113,3	+0,46
1920	82	78,0	-0,87	78	79,0	-0,43	92	85,5	-0,47
21	60	72,8	-1,08	38	48,0	-1,10	51	65,0	-1,15
22	89	81,8	-0,72	38	40,3	-1,26	66	63,8	-1,19
23	89	87,8	-0,48	47	48,0	-1,10	73	71,8	-0,92
24	84	88,3	-0,46	60	55,5	-0,94	76	78,7	-0,69
25	96	95,8	-0,16	55	53,8	-0,97	90	88,8	-0,36
26	107	111,5	+0,48	45	52,5	-1,00	99	103,2	+0,12
27	136	128,0	+1,14	65	69,8	-0,63	125	119,8	+0,67
28	133	136,0	+1,46	104	102,0	+0,07	130	128,3	+0,96
29	142	127,5	+1,12	135	123,8	+0,54	128	126,5	+0,90
1930	93	102,8	+0,12	121	128,3	+0,64	120	114,8	+0,51
31	83	81,8	-0,72	136	115,0	+0,35	91	90,5	-0,30
32	68	66,8	-1,33	67	80,3	-0,40	60	68,0	-1,05
33	48	56,3	-1,75	51	61,8	-0,80	61	64,5	-1,16
34	61	61,8	-1,53	78	73,5	-0,55	76	71,5	-0,95
35	77	77,0	-0,92	87	83,3	-0,33	73	75,5	-0,80
36	93	90,3	-0,38	81	81,8	-0,37	80	80,3	-0,64
37	98	99,3	-0,02	78	80,0	-0,40	88	84,0	-0,51
38	108	104,0	+0,17	83	82,0	-0,36	80	86,5	-0,45
39	102	114,8	+0,61	84	104,8	+0,13	98	110,0	+0,35

Tabela 2.35 (nadaljevanje)

leto	P r o i z v o d n j a						C e n a		
	Svetovna			Z D A					
	K=CI	$\bar{K}=C$	z_c	K=CI	$\bar{K}=G$	z_c	K=CI	$\bar{K}=C$	z_c
1940	147	145,0	+1,83	168	128,8	+0,65	164	148,3	+1,62
41	184	172,0	+2,92	195	193,8	+2,06	167	167,5	+2,26
42	173	170,3	+2,85	47	211,8	+2,45	172	169,3	+2,32
43	151	144,3	+1,80	218	202,3	+2,24	166	150,3	+1,69
44	102	108,8	+0,37	156	164,0	+1,41	97	116,8	+0,57
45	80	88,5	-0,45	126	127,5	+0,62	107	96,3	-0,11
46	92	90,5	-0,37	102	105,8	+0,15	74	79,0	-0,68
47	98	87,3	-0,50	93	86,3	-0,27	61	62,3	-1,24
48	61	72,0	-1,12	57	61,5	-0,81	53	54,8	-1,48
49	68	69,0	-1,24	39	38,3	-1,31	52	52,0	-1,58
1950	79	76,3	-0,94	18	26,0	-1,57	51	69,8	-0,99
51	79	79,3	-0,82	29	31,3	-1,46	125	103,3	+0,13
52	80	80,5	-0,77	49	46,0	-1,14	112	113,0	+0,45
53	83	84,5	-0,61	57	59,3	-0,85	103	112,8	+0,44
54	92	90,0	-0,39	74	70,5	-0,61	133	126,8	+0,91
55	93	96,5	-0,13	77	82,0	-0,36	138	131,5	+1,06
56	108	107,0	+0,29	100	105,8	+0,15	117	119,0	+0,65
57	119	116,3	+0,67	146	140,3	+0,90	104	104,0	+0,15
58	119	116,5	+0,68	169	155,5	+1,23	91	92,8	+0,22
59	109			138			85		

Za svetovno proizvodnjo je $\bar{C} = 99,7$, $SD_C = 24,8$. Za proizvodnjo v ZDA dobimo, da je $\bar{C} = 98,7$, $SD_C = 46,2$, za povprečno letno ceno pa je $\bar{C} = 99,5$, $SD_C = 30,1$. SD_C je ona od skupnih parametrov cikličnih nihanj in meri jakost vplivanja cikličnih faktorjev na določen pojav. Glede na to sklepamo, da izmed proučevanih treh vrst vplivajo ciklični faktorji najbolj na proizvodnjo v ZDA.

2.89 Če iz časovne vrste CI izračunamo vrsto za ciklično komponento, za vsak člen v časovni vrsti ocenimo iregularno komponento I, če neočiščeno vrsto CI delimo s ciklično komponento.

$$I = \frac{CI}{C} \quad (2.127)$$

Če predpostavljamo, da sta ciklična in iregularna komponenta vezani aditivno (C+I), dobimo iregularno komponento, če od neočiščene ciklične komponente C+I očiščeno ciklično komponento odštejemo

$$I = (C+I) - C \quad (2.128)$$

Iregularne vplive proučujemo bodisi glede na splošen učinek, ki ga imajo na pojav, bodisi individualno. Po svojem nastanku in učinku na pojav delimo iregularne vplive v dve vrsti: a) slučajnostne, ki vplivajo na pojav stalno in njihov efekt variira v skladu z zakonitostmi slučajnostnega pojavljanja in b) enkratne vplive, katerih učinek je večji oziroma drugačen kot pri slučajnostnih in je rezultat določenega enkratnega dogodka, ki vpliva na proučevani pojav.

Statistično proučimo in ločimo slučajnostne vplive od enkratnih tako, da iz iregularne komponente I izračunamo standardizirane odklone. Za rezultat enkratnih, ne pa slučajnostnih vplivov smatramo vse vrednosti, za katere so standardizirani odkloni absolutno večji kot 2 oziroma 3.

Kompleksno sliko o značaju iregularnih vplivov dobimo, če sestavimo za iregularno komponento I frekvenčno porazdelitev. Običajno pokažemo iregularno komponento v odklonih iregularnih indeksov od 100. ($I' = 100 \cdot I - 100$).

2.90 Preskus s X^2 ⁺

Če iregularna komponenta sledi prostemu slučajnostnemu zakonu brez omejitev, se iregularna komponenta I oziroma I' porazdeljuje v normalni porazdelitvi. Ali iregularna komponenta zažosti temu pogoju ali ne, doženemo s preskusom, ali se stvarna porazdelitev za I ali I' značilno odklanja od teoretične - normalne porazdelitve. Preskus izvršimo s X^2 - preskusom.

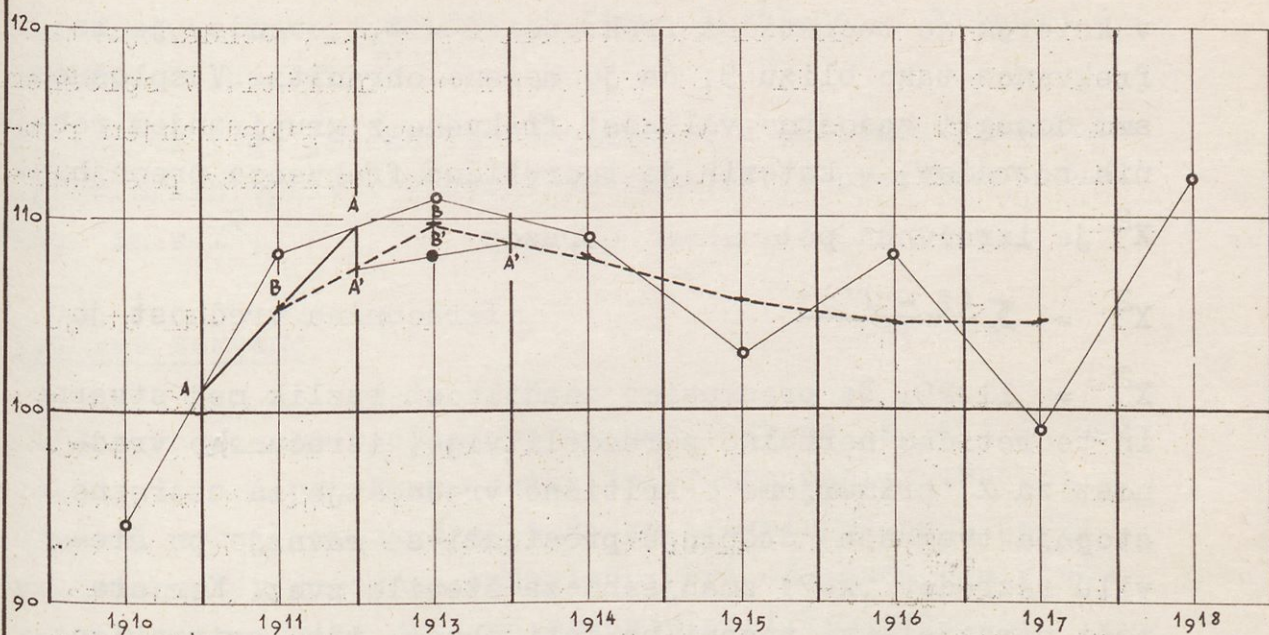
2.91 Za svetovno proizvodnjo živega srebra so v tabeli 2.34 v zadnjem stolpcu izračunani v odstotkih iregularni odkloni od binomske vrste druge stopnje. Frekvenčna porazdelitev teh relativnih odklonov je dana v tabeli 2.36

Tabela 2.36 Frekvenčna porazdelitev iregularnih odklonov za svetovno proizvodnjo živega srebra s X^2 preskusom

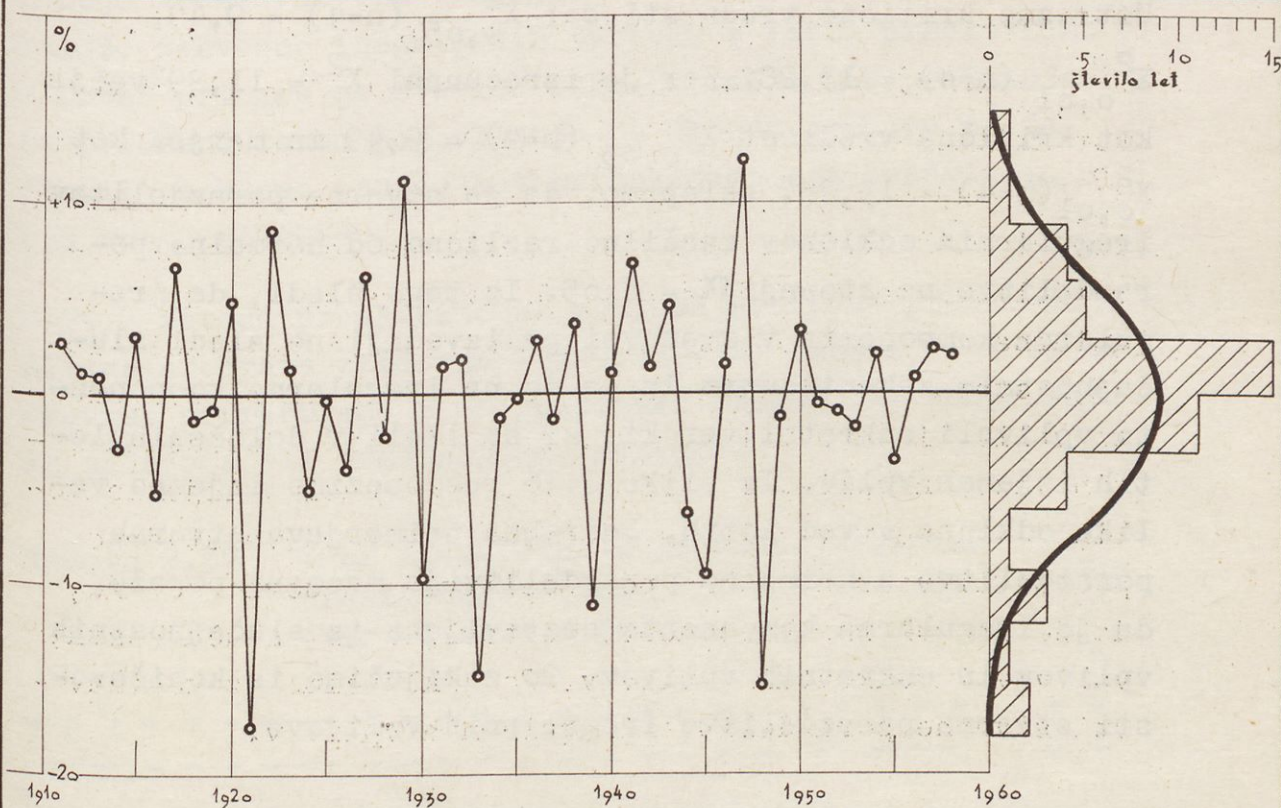
$I' \%$	f	f'	$(f-f')$	$\frac{(f-f')^2}{f'}$
-17,9 - -15,0	2	6	4,1	0,88
-14,9 - -12,0	1			
-11,9 - - 9,0	3			
- 8,9 - - 6,0	1	4,9	-3,9	3,11
- 5,9 - -3,0	4	7,4	-3,4	1,56
- 2,9 - 0,0	11	8,9	+2,1	0,49
+ 0,1 - +3,0	15	8,7	+6,3	4,57
+ 3,1 - +6,0	5	6,8	-1,8	0,48
+ 6,1 - +9,0	4	6	7,2	0,20
+ 9,1 - +12,0	1			
+12,1 - +15,0	1			
$n = 48$				$11,29 = X^2$

Porazdelitvi iregularne komponente I' je prilagojena normalna porazdelitev z istim n , $\bar{I}$ in $s_{I'}$. Pri izračunu X^2 je upoštevana omejitev, da teoretične frekvence ne smejo biti premajhne, ker le v tem primeru velja aproksimativno X^2 preskus. Pravilo, naj nobena izmed teoretičnih frekvenc ne bo manjša kakor 5, je kršeno le v najnižjem razredu,

⁺ Znak X^2 pomeni hi-kvadrat



sl.2.18 Grafična izravnava začetka vrste C1 za svetov. proizvodnjo živ.srebra



sl.2.19 Iregularna komponenta v svetov. proizvodnji živ.srebra v razdobju 1910 - 1959

v katerem je teoretična frekvenca $f' = 4,1$, vendar je ta frekvenca tako blizu 5, da jo moremo ohraniti. V splošnem smo dosegli zadostno velikost frekvenc z grupiranjem robnih razredov, v katerih je teoretična frekvenca premajhna. χ^2 je izračunan po osnovnem obrazcu

$$\chi^2 = \sum \frac{(f - f')^2}{f'} \quad \text{Izračunana vrednost je}$$

$\chi^2 = 11,29$. Da preskusimo značilnost razlik med stvarno in teoretično normalno porazdelitvijo, izračunano vrednost za χ^2 primerjamo s kritično vrednostjo za ustrezne stopnje tveganja. Stopinje prostosti se ravna po številu razredov ($k=7$) zmanjšano za število zvez. Ker sta naši porazdelitvi vezani na isti obseg, isto aritmetično sredino in standardni odklon, se število stopinj prostosti zmanjša za 3; število stopinj prostosti je torej $m = 7 - 3 = 4$.

Ustrezne kritične vrednosti so: $\chi^2_{0,05}(m=4) = 9,49$.

$\chi^2_{0,01}(m=4) = 13,28$. Ker je izračunani $\chi^2 = 11,29$ večji kot kritična vrednost $\chi^2_{0,05}(m=4) = 9,49$ in manjša kot $\chi^2_{0,01}(m=4) = 13,28$, sklepamo, da je stvarna porazdelitev iregularnih odklonov značilno različna od normalne porazdelitve na stopnji $\alpha = 0,05$. Iz tega sledi, da iregularna komponenta v svetovni proizvodnji ne sledi slučajnostnim zakonitostim in da so na iregularno komponento vplivali enkratni vzroki, ki so imeli v določenih letih izjemen vpliv. Iz slike 2.16 res opazimo izjemno velike odklone v več letih. Podrobna primerjava stvarne porazdelitve z normalno porazdelitvijo masovno pokaže, da je iregularna komponenta sestavljena iz slučajnostnih vplivov in enkratnih vplivov. To zaključimo iz koničavosti stvarne porazdelitve iregularnih vplivov.

Preskus neodvisnosti iregularnih vplivov

2.92 Če so iregularni vplivi neodvisni v časovnem redosledu, sekvence pozitivnih in negativnih odklonov sledijo zakonu slučajnostnega pojavljanja. Enako pri neodvisnem

redosledu v smeri odklona od člena do člena ni kolera-
cijske odvisnosti.

Na osnovi tega preskusimo neodivnost v časovnem redosledu
iregularnih vplivov z dvená preskusoma: s preskusom sek-
venc in s X^2 .

Preskus sekvenc

2.93 Po znanem postopku preskusa sekvenc, ki smo ga upo-
rabili že pri preskusu o ciklični komponenti v osnovni
časovni vrsti, preskušamo tudi za iregularno komponento
neodvisnost v časovnem redosledu. Pri odvisnem redosledu
se moreta pojaviti dva, po značaju različna primera.
Predznak iregularne komponente more v časovnem redosledu
od člena do člena sistematično menjati predznak, ali pa
morejo v časovni vrsti iregularne komponente nastopati
daljše sekvence iregularnih vplivov z istim predznakom.
V prvem primeru je število sekvenc večje kot pričakuje-
mo pri neodvisnem pojavljanju, v drugem primeru pa je
število sekvenc manjše kot pričakujemo pri neodvisnem
časovnem redosledu.

2.94 Metodo preskusimo na primeru svetovne proizvodnje
živega srebra v razdobju 1910-1959. Iz tabele 2.34 za ta
preskus potrebujemo samo predznake iregularne komponente
iz zadnjega ali predzadnjega stolpca.

Tabela 2.37 Smer iregularne komponente svetovne
proizvodnje živega srebra v razdobju 1910-1959
(vir: tabela 2.34)

+	+	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+	+	-	+	-	+	-	+	-	+	+	-	-	-	+	-	+
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	+	+	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	-	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

V tabeli so v prvi vrsti s + in - zaznamovani pozitivni in
negativni učinki iregularne komponente, v drugi vrsti pa

so s črtami označene sekvence istosmernih iregularnih učinkov po letih. Leta niso vpisana, ker bi motila preglednost.

Iz tabele 2.37 razberemo, da je število pozitivnih vrednosti iregularne komponente $n_1 = 26$, število negativnih vrednosti pa $n_2 = 22$. Skupno je torej 48 vrednosti, ker robni dve v vrsti drsečih sredin odpadeta. Število sekvenc $r = 31$.

Po obrazcih 2.117 in 2.118 dobimo, da je

$$M_r = \frac{2 \cdot n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2} + 1 = \frac{2 \cdot 26 \cdot 22}{26 + 22} + 1 = 24,8$$

$$SD_r = \sqrt{\frac{(M_r - 1)(M_r - 2)}{n_1 + n_2 - 1}} = \sqrt{\frac{(24,8 - 1)(24,8 - 2)}{26 + 22 - 1}} = 3,39 \quad (2.130)$$

$$z = \frac{r - M_r}{SD_r} = \frac{31 - 24,8}{3,39} = + 1,83$$

Ker je absolutna vrednost za z manjša kot $z_{0,05} = 1,96$, smatramo, da ni razloga za zaključek, da vrstni red pozitivnih in negativnih vrednosti za iregularno komponento ni slučajnost.

Preskus s χ^2

2.95 Če so iregularna gibanja neodvisna, ni značilne korelacije med zaporednimi členi. To moremo preskusiti s serialnim korelacijskim koeficientom zaporednih členov. Enostavnejše neodvisnost iregularne komponente preskusimo, če proučimo smeri oziroma predznake po dveh zaporednih členov. Dvojice predznakov po dveh zaporednih členov imajo naslednje možne kombinacije: ++ +- -+ --. Iz teh kombinacij sestavimo kombinacijsko tabelo. s χ^2 - preskusom pa preskusimo, ali so predznaki med seboj značilno odvisni.

2.96 Če obdelamo po tej metodi predznake, ki podajajo smer iregularne komponente v tabeli 2.34, so začetne kombinacije po dva predznaka naslednje: ++ ++ +- -- +- -- +- -- -- +- itd.

Kombinacijska tabela dvojic predznakov pa je dana v tabeli 2.38

Tabela 2.38 Kombinacijska tabela predznakov iregularne komponente za dve zaporedni leti za svetovno proizvodnjo živega srebra

prvo leto	naslednje leto		skupaj	prvo leto	teoretična razporeditev pri neodvisnosti naslednje leto		skupaj
	+	-			+	-	
+	10	15	25				
-	15	7	22	+	13,3	11,7	25
				-	11,7	10,3	22
skupaj	25	22	47	skupaj	25	22	47

Teoretične frekvence so izračunane po znanem pravilu, da je v kombinacijski tabeli teoretična frekvenca pri neodvisnosti enaka kvocientu med produktom ustreznih robnih frekvenc in obsega n . V našem primeru je teoretična frekvenca za kombinacijo ++

$$f'_{++} = \frac{25 \cdot 25}{47} = 13,3$$

Analogno so izračunane tudi druge teoretične frekvence.

Za tabelo 2 x 2 izračunamo χ^2 po obrazcu, ki upošteva Yates-ovo korekturo

$$\chi^2 = (|f - f'| - 0,5)^2 \cdot \sum \frac{1}{f'} \quad (2.131)$$

Za naš primer je

$$\chi^2 = (|f - f'| - 0,5)^2 \cdot \sum \frac{1}{f'} = (|10 - 13,3| - 0,5)^2 \cdot$$

$$\left[\frac{1}{13,3} + \frac{1}{11,7} + \frac{1}{11,7} + \frac{1}{10,3} \right] = 2,69$$

Ker je teoretični χ^2 ($m=1$) = 3,84 tudi ta preskus nakaže neznčilne razlike v redosledu v iregularni komponenti.

2.96 Zaradi odvisnosti med pojavi na sploh ~~opazimo~~ ne samo pri statičnem opazovanju pojavov, temveč tudi pri proučevanju dinamike med pojavi odvisnosti oziroma povezanosti. Zaradi specifičnosti časovnih vrst so tudi nekatere metode proučevanja korelacije pri dinamiki pojavov specifične, čeprav so osnovne metode proučevanja korelacije pri dinamiki iste kot splošne metode proučevanja korelacije.

Proučevanje korelacije v časovnih vrstah je ozko povezano s problemom napovedovanja razvoja določenih ekonomskih pojavov, v kolikor ne gre za planirane pojave, za katere je kratkoročen ali dolgoročen razvoj določen s planom.

Ta napoved more biti zasnovana na osnovi korelacije med členi v sami časovni vrsti (avtokorelacija za ciklična nihanja) ali na osnovi korelacije med časovnimi vrstami za več pojavov, ki so v medsebojni zvezi (serialne korelacije) ali pa ima za podlago druge metode, ki niso v zvezi s korelacijsko analizo.

2.97 Razen za primere, v katerih moremo trend zanemariti, proučujemo korelacijo večinoma za časovne vrste, iz katerih eliminiramo trend. Trend pri proučevanju odvisnosti med pojavi vnese element, ki moti odvisnosti med drugimi komponentami, v sami časovni vrsti ali med različnimi povezanimi časovnimi vrstami. To velja predvsem za ciklično komponento. Ali proučujemo odvisnosti med osnovnimi časovnimi vrstami, ki so rezultat vseh vplivov na pojav, ali pa časovno vrsto "očistimo" določenih komponent, je odvisno od cilja analize. Tako pri proučevanju korelacij med cikličnimi pojavi dostikrat proučujemo časovne vrste, iz katerih pred analizo eliminiramo trend in sezonsko komponento i.p.

Pri proučevanju korelacije v dinamiki pojavov največkrat proučujemo odvisnost med različnimi časovnimi vrstami, pri

čemer iščemo odvisnosti med členi v časovnih vrstah, ki se nanašajo na ista razdobja. Teoretično in praktično pa so velike važnosti korelacije z odlogom, pri katerih iščemo odvisnost določenega pojava od drugega pojava, temveč za časovno razdobje, ki je za določeno razdobje - odlog, odmaknjeno. Poseben problem pri dinamiki pojavov je avtokorelacija. Pri avtokorelaciji proučujemo zvezo med členi v isti časovni vrsti, ki se med seboj razlikujejo za čas t . Avtokorelacija na poseben način osvetli problem časovnih ritmov, kot so n.pr. sezonsko ali periodična nihanja nasploh in ciklična nihanja.

Korelacija med dvema časovnima vrstama

2.98 Kljub pridržkom, da posamezni členi v časovni vrsti niso neodvisni in ki omejujejo izračunavanje najrazličnejših mer korelacije za časovne vrste, korelacijska metoda analize časovnih vrst da določene važne informacije o zakonitostih v dinamiki pojavov.

Kot prvi primer vzemimo proučevanje korelacije med vrsto indeksov cen za uvoz in izvoz iz FLRJ v razdobju 1946-1960. S preskusom s Kendalovim številom S , ki smo ga navedli pri proučevanju značilnosti trenda, smo dognali, da v navedenih časovnih vrstah ni značilnega trenda. Zato proučimo korelacijo v vrsti osnovnih podatkov. Tehnično si olajšamo izračun pokazateljev korelacije in regresije, če jih izračunamo po metodi pomožnega znaka u tako, da od osnovnih časovnih vrst za izvoz in uvoz odštejemo 100.

Tabela 2.38 Izračun pokazateljev linearne korelacije v dinamiki indeksov izvoznih in uvoznih cen v FLRJ v razdobju 1948-1960 (Vir: SGJ-61)

leto	i n d e k s izvoza x	c e n uvoza y	u	v	u^2	$u \cdot v$	v^2
1949	96	97	-4	-3	16	+12	9
1950	80	84	-20	-16	400	+320	256
1951	106	105	+6	+5	36	+30	25

Tabela 2.38 (nadaljevanje)

leto	i n d e k s izvoza	c e n uvoza	u	v	u ²	u.v	v ²
	x	y					
1952	110	101	+10	+1	100	+10	1
1953	86	97	-14	-3	196	+42	9
1954	89	95	-11	-5	121	+55	25
1955	96	99	-4	-1	16	+4	1
1956	99	98	-1	-2	1	+2	4
1957	102	104	+2	+4	4	8	16
1958	101	100	+1	0	1	0	0
1959	98	98	-2	-2	4	4	4
1960	100	100	0	0	0	0	0
			-37	-22	895	487	350
			-3,08	-1,83	$\frac{-114,08}{780,92}$	$\frac{-67,83}{419,17}$	$\frac{-40,33}{309,67}$
			$\frac{100}{96,92}$	$+$ $\frac{100}{98,17}$	K _u	K _{uv}	K _v
			$\bar{x}$	$\bar{y}$			

$$\bar{x} = x_0 + \frac{U}{N} = 100 + \frac{-37}{12} = 96,92 \quad \bar{y} = y_0 + \frac{V}{N} = 100 + \frac{-22}{12} = 98,17$$

$$K_u = \sum u^2 - \frac{U^2}{N} = 895 - \frac{(-37)^2}{12} = 780,92$$

$$K_{uv} = \sum uv - \frac{UV}{N} = 487 - \frac{(-37 \cdot -22)}{12} = 419,17$$

$$K_v = \sum v^2 - \frac{V^2}{N} = 350 - \frac{(-22)^2}{12} = 309,67$$

$$b_1 = \frac{K_{uv}}{K_u} = \frac{419,17}{780,92} = 0,5368$$

$$b_2 = \frac{K_{uv}}{K_v} = \frac{419,17}{309,67} = 1,3536$$

$$r = \frac{K_{uv}}{\sqrt{K_u \cdot K_v}} = \frac{419,17}{\sqrt{780,92 \cdot 309,67}} = 0,852$$



Regresijski premici imata enačbi:

$$y' = \bar{y} + b_1(x - \bar{x}) = 98,17 + 0,5368(x - 96,92) = 46,14 + 0,5368x$$

$$x' = \bar{x} + b_2(y - \bar{y}) = 96,92 + 1,3536(y - 98,17) = -35,96 + 1,3536 \cdot y$$

Vsebinsko pomembna sta regresijska koeficienta, ki imata značilni vrednosti (x).

Če proučujemo n.pr. odvisnost v obliki linearne regresije

$$Y = A + B(x - \bar{x}) + E \quad (2.133)$$

pri čemer sta A in B parametra regresijske premice, E pa slučajnostna komponenta z variacijo σ_E^2 :

ocenimo posamezne pokazatelje linearne regresije takole: Ocena regresijske premice je:

$$Y' = a + b_1(x - \bar{x}) = 98,17 + 0,5368(x - 96,92)$$

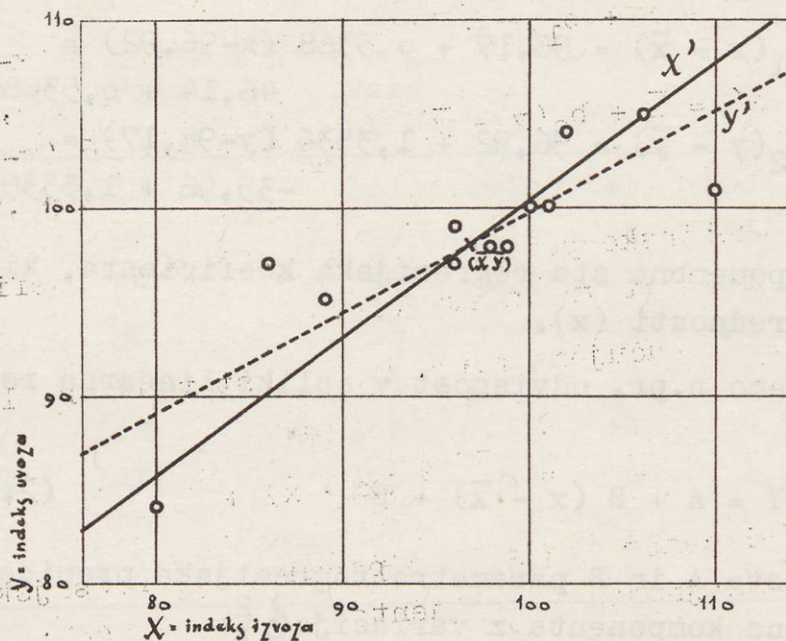
Ocena standardnega odklona slučajnostne komponente

$$s_{y \cdot x} \text{ je: } s_{y \cdot x} = \sqrt{\frac{K_v - \frac{K_{uv}^2}{K_u}}{n - 2}} = \sqrt{\frac{309,67 - \frac{(419,17)^2}{780,92}}{12 - 2}} = 2,89 \quad (2.134)$$

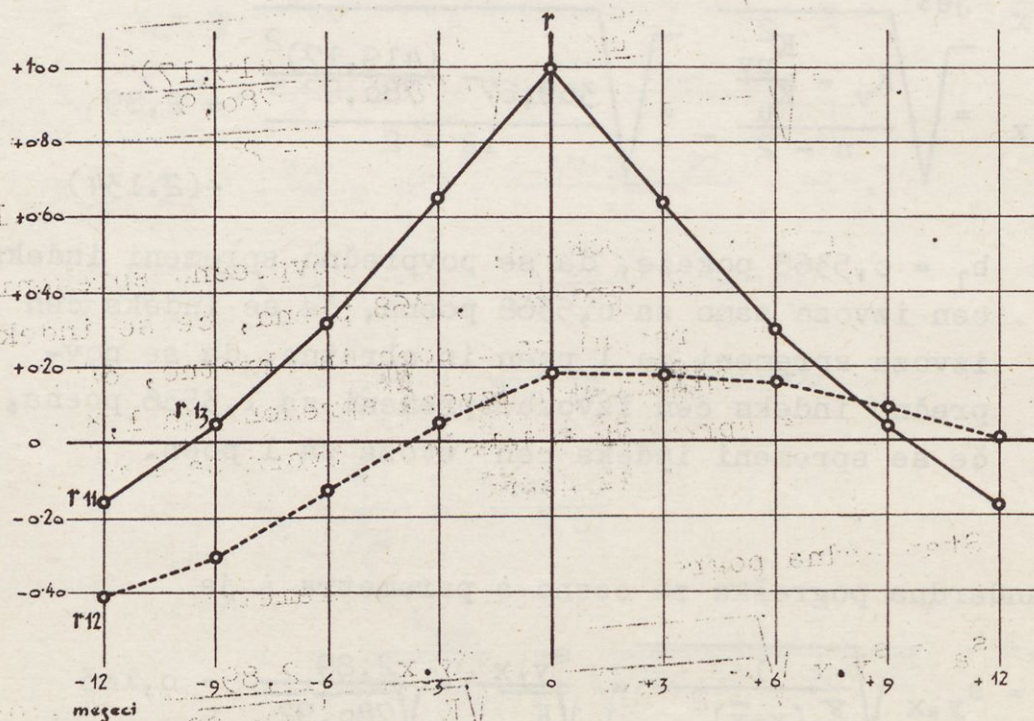
(x) $b_1 = 0,5368$ pokaže, da se povprečno spremeni indeks cen izvoza samo za 0,5368 poena, če se indeks cen izvoza spremeni za 1 poen in obratno, da se povprečno indeks cen izvoza spremeni za 1,3536 poena, če se spremeni indeks cen uvoza za 1 poen.

Standardna pogreška za oceno a parametra A je

$$s_a = s_{y \cdot x} \sqrt{\frac{1}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \frac{s_{y \cdot x}}{\sqrt{K_u}} = \frac{2,89}{\sqrt{780,92}} = 0,103 \quad (2.136)$$



sl.2.20 Korelacijski grafikon med indeksom izvoznih in uvoznih cen za FLRJ
v razdobju 1949-1960



sl.2.21 Korelacija z odlogom med volumnom industrijske proizvodnje 1, proizvodnje surovega železa 2 in splošnim indeksom cen 3 za ZDA v razdobju
1897-1913

Če vzamemo za primer, da je v določenem letu indeks izvoznih cen $x = 105$, je ocena indeksa uvoznih cen na regresijski premici

$$y' = 98,17 + 0,5368 (105 - 96,92) = 102,51$$

standardna pogreška te ocene pa je

$$s_{y'} = s_{y.x} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x-\bar{x})^2}{\sum (x-\bar{x})^2}} = 2,89 \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{(105-96,92)^2}{780,92}} = 1,19 \quad (2.137)$$

standardna pogreška prognoze za y iz regresijske premice pa

$$s_y = s_{y.x} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x-\bar{x})^2}{\sum (x-\bar{x})^2}} = 2,89 \sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{(105-96,92)^2}{780,92}} = 3,11 \quad (2.138)$$

Pri eventualnem določanju mej zaupanja za posamezne izračunane ocene moramo upoštevati, da iz tablic izberemo ustrezni t z $m = n-2 = 12-2$ stopinjami prostosti, n.pr. $t_{0,05} (m=10) = 2,228$.

Analiza korelacije z ortogonalnimi polinomi

2.99 Kot smo že omenili, je manjši interes za proučevanje korelacijskih odvisnosti med skupnimi rezultati vseh učinkov na pojav kot za koleracijske odvisnosti med posameznimi komponentami. Pri tem je predvsem trend tista komponenta, ki analizo odvisnosti v dinamiki pojavov zamagljuje oziroma dovede do napočnih zaključkov. Pri proučevanju odvisnosti med cikličnimi ali iregularnimi komponentami za različne odvisne pojave zato proučujemo predvsem časovne vrste, iz katerih poprej na znane načine eliminiramo trend in sezonsko komponento, če se ta nahaja v proučevanih časovnih vrstah.

Če predpostavljamo, da je trend z drugimi komponentami vezan aditivno (če je zveza factorska, osnovno časovno vrsto pred analizo z logaritmi privedemo v aditivno obliko, da

je ta pogoj izpolnjen) in imamo trend izračunan z ortogonalnimi polinomi, je korelacijska analiza odklonov od trenda $Y - T$, ki so dani z razlikami med stvarnimi vrednostmi v časovni vrsti in trendom, enostavna.

Zaznamujemo ortogonalne polinome z X_p , vrednosti za prvo časovno vrsto Y , za drugo pa z Z !

Iz podatkov o X_p , Y in Z potrebujemo izraze: $\sum Y^2$, $\sum Z^2$, $\sum YZ$, $\sum YX_p$, $\sum ZX_p$ in $\sum X_p^2$. Delno dobimo te izraze v tablicah o ortogonalnih polinomih ($\sum X_p^2$), delno pri izračunavanju trendov za časovni vrsti ($\sum YX_p$, $\sum ZX_p$) ali analize variance ($\sum Y^2$ in $\sum Z^2$). Na novo moramo izračunati izraz $\sum YZ$.

Iz zgornjih izrazov izračunamo korelacijske koeficiente odklonov od povprečja $\bar{X}$ in $\bar{Z}$ r_0 , odklonov od linearnih trendov r_1 , odklonov od paraboličnega trenda druge stopnje r_2 ali na splošno odklonov paraboličnega trenda stopnje k , r_k po obrazcih:

$$r_0 = \frac{\sum YZ - \frac{(\sum Y)(\sum Z)}{N}}{\sqrt{\left[\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{N}\right] \cdot \left[\sum Z^2 - \frac{(\sum Z)^2}{N}\right]}}$$

$$r_1 = \frac{\sum YZ - \frac{\sum Y \cdot \sum Z}{N} - \frac{\sum YX_1 \cdot \sum ZX_1}{\sum X_1^2}}{\sqrt{\left[\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{N} - \frac{(\sum YX_1)^2}{\sum X_1^2}\right] \cdot \left[\sum Z^2 - \frac{(\sum Z)^2}{N} - \frac{(\sum ZX_1)^2}{\sum X_1^2}\right]}}$$

(2.139)

$$r_2 = \frac{\sum YZ - \frac{\sum Y \cdot \sum Z}{N} - \frac{\sum YX_1 \cdot \sum ZX_1}{\sum X_1^2} - \frac{\sum YX_2 \cdot \sum ZX_2}{\sum X_2^2}}{\sqrt{K_Y \cdot K_Z}}$$

$$K_Y = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{N} - \frac{(\sum YX_1)^2}{\sum X_1^2} - \frac{(\sum YX_2)^2}{\sum X_2^2}$$

$$K_Z = \sum Z^2 - \frac{(\sum Z)^2}{N} - \frac{(\sum ZX_1)^2}{\sum X_1^2} - \frac{(\sum ZX_2)^2}{\sum X_2^2}$$

ali na splošno

$$\sum YZ - \sum_{p=0}^k \frac{(\sum YX_p \sum ZX_p)}{\sum X_p^2}$$

$$r_k = \sqrt{\left[\sum y^2 - \sum_{p=0}^k \frac{(\sum YX_p)^2}{\sum x_p^2} \right] \left[\sum z^2 - \sum_{p=0}^k \frac{(\sum ZX_p)^2}{\sum x_p^2} \right]} \quad (2.140)$$

Pri tem pomeni:

r_0 = korelacijski koeficient odklonov od povprečja/
navadni korelacijski koeficient iz osnovnih podatkov

r_1 = korelacijski koeficient odklonov od linearnega trenda

r_2 = korelacijski koeficient odklonov od trenda parabole
druge stopnje

r_k = korelacijski koeficient odklonov od trenda parabole
k-te stopnje.

2.100 Za primer vzemimo indekse o vrednosti uvoza in
izvoza FLRJ v razdobju 1950-1960

Tabela 2.39 Indeks vrednosti uvoza in izvoza FLRJ
v razdobju 1950-1960 (vir: SG - 1961)

indeks						
vrednosti	1950	1951	1952	1953	1954	1955
izvoza Y	27	32	43	35	42	45
Uvoza Z	28	28	33	31	30	40
X_1	-5	-4	-3	-2	-1	0
X_2	+15	+6	-1	-6	-9	-10
X_3	-30	+6	+22	+23	+14	0

Tabela 2.39 (nadaljevanje)

indeks vrednosti		1956	1957	1958	1959	1960
izvoza	Y	57	70	78	84	100
uvoza	Z	44	66	73	71	100
	X ₁	+1	+2	+3	+4	+5
	X ₂	-9	-6	-1	+6	+15
	X ₃	-14	-23	-22	-6	+30

Za izračun korelacijskih koeficientov potrebni vmesni rezultati so naslednji:

$$\begin{aligned}
 \sum Y^2 &= 39769 & \sum YZ &= 35940 & \sum Z^2 &= 32780 \\
 \sum Y &= 611 & & & \sum Z &= 544 & N &= 11 \\
 \sum YX_1 &= +762 & & & \sum ZX_1 &= +736 & \sum X_1^2 &= 110 \\
 \sum YX_2 &= +458 & & & \sum ZX_2 &= +760 & \sum X_2^2 &= 858 \\
 \sum YX_3 &= -16 & & & \sum ZX_3 &= +21 & \sum X_3^2 &= 4290
 \end{aligned}$$

$$\frac{(\sum Y)^2}{N} = \frac{611^2}{11} = 33938,30 \quad \frac{\sum Y \sum Z}{N} = \frac{611 \cdot 544}{11} = 30216,73$$

$$\frac{(\sum Z)^2}{N} = \frac{544^2}{11} = 26903,25$$

$$\frac{(\sum YX_1)^2}{\sum X_1^2} = \frac{(+762)^2}{110} = 5278,60 \quad \frac{\sum YX_1 \sum ZX_1}{\sum X_1^2} = \frac{762 \cdot 736}{110} = 5098,47$$

$$\frac{(\sum ZX_1)^2}{\sum X_1^2} = \frac{736^2}{110} = 4924,50$$

$$\frac{(\sum YX_2)^2}{\sum X_2^2} = \frac{458^2}{858} = 244,48 \quad \frac{\sum YX_2 \sum ZX_2}{\sum X_2^2} = \frac{458 \cdot 760}{858} = 405,69$$

$$\frac{(\sum ZX_2)^2}{\sum X_2^2} = \frac{760^2}{858} = 673,21$$

$$\frac{(\sum YX_3)^2}{\sum X_3^2} = \frac{(-16)^2}{4290} = 0,06 \quad \frac{\sum YX_3 \sum ZX_3}{\sum X_3^2} = \frac{(-16)(+21)}{4290} = -0,08 \quad \frac{(\sum ZX_3)^2}{\sum X_3^2} = \frac{21^2}{4290} = 0,10$$

Glede na obrazce 139 in izračunane izraze so

$$r_0 = \frac{35940 - 30216,73}{\sqrt{(39769 - 33938,30) \cdot (32780 - 26903,25)}} = 0,978$$

$$r_1 = \frac{35940 - 30216,73 - 5098,47}{\sqrt{(39769 - 33938,30 - 5278,60) \cdot (32780 - 26903,25 - 4924,50)}} = 0,863$$

$$r_2 = \frac{35940 - 3046,73 - 5098,47 - 405,19}{\sqrt{(39769 - 33938,30 - 5278,60 - 244,48) \cdot (32780 - 26903,25 - 4924,50 - 673,21)}} = 0,747$$

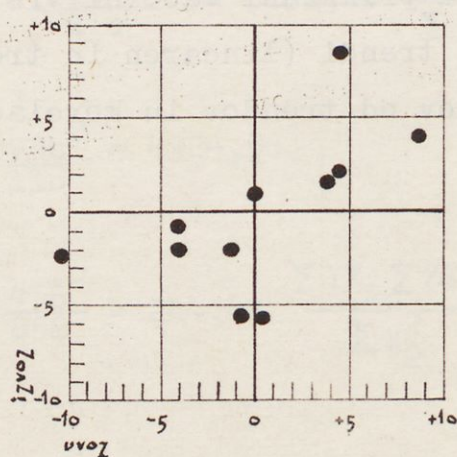
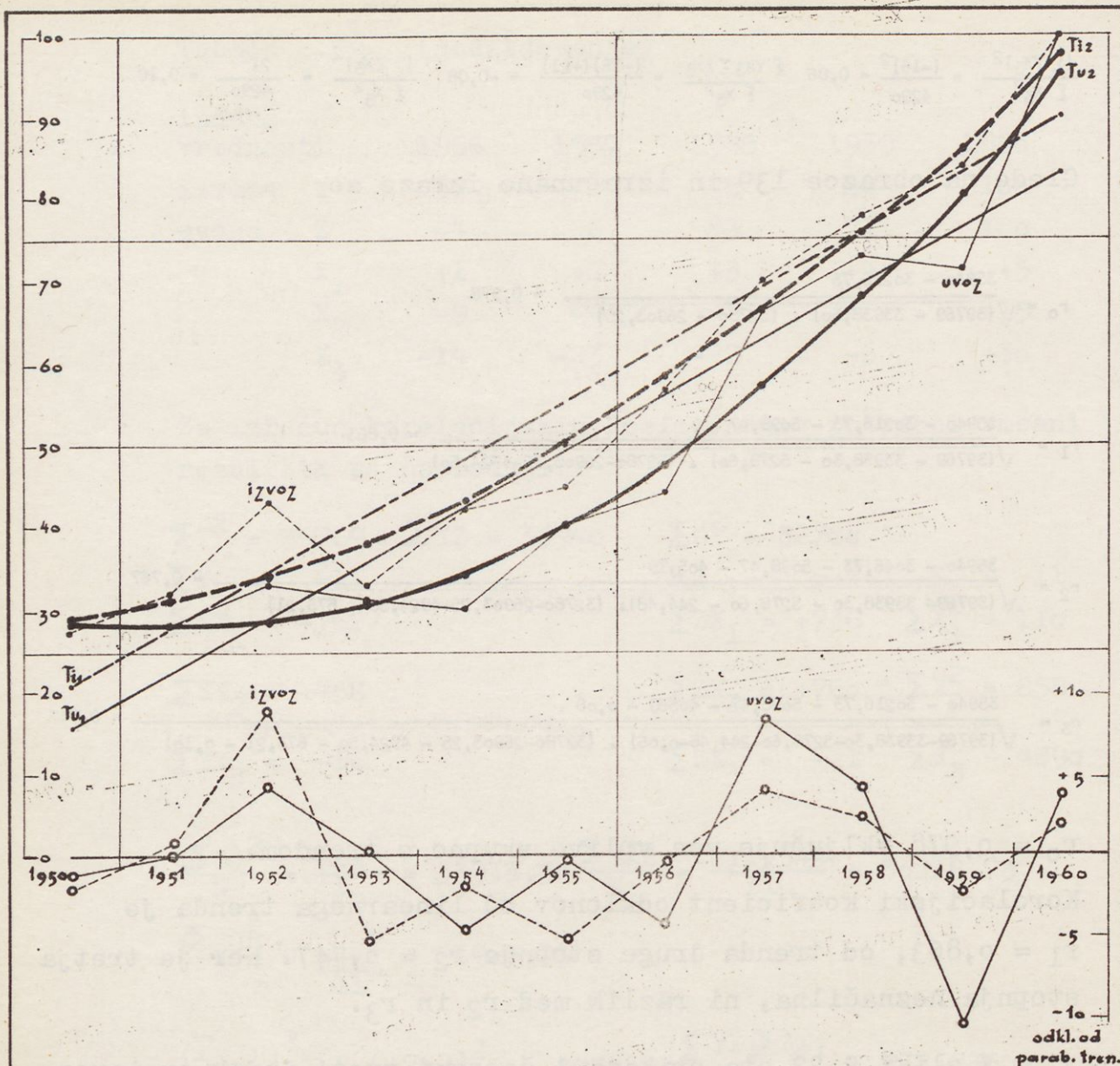
$$r_3 = \frac{35940 - 30216,73 - 5098,47 - 40569 - 0,08}{\sqrt{(39769 - 33938,30 - 5278,60 - 244,48 - 0,06) \cdot (32780 - 26903,25 - 4924,50 - 673,21 - 0,10)}} = 0,747$$

$r_0 = 0,978$ vključuje vse vplive skupno s trendom.

Korelacijski koeficient odklonov od linearnega trenda je

$r_1 = 0,863$, od trenda druge stopnje $r_2 = 0,747$. Ker je tretja stopnja neznačilna, ni razlik med r_2 in r_3 .

V sliki 2.22 sta prikazani časovni vrsti indeksov izvoza in uvoza z vrisanimi trendi (linearen in trend druge stopnje, časovni vrsti odklonov od trendov in korelacijski grafikon odklonov.



korelacijski graf.
odklonov od parabol. trenda

s l.2.22 Korelacija med časovnima vrstama indeksov izvoza in uvoza FLRJ
v razdobju 1950-1960

Korelacija z odlogom

2.101 V primerih, ki smo jih navedli v prejšnjih odstavkih, smo pri proučevanju korelacije med dvema časovnim vrstama proučevali odvisnost podatkov za isti moment ali razdobje.

Tako smo proučevali zvezo indeksov cen izvoza in indeksov cen uvoza za ista leta, zvezo indeksov vrednosti uvoza in indeksov vrednosti v istem letu.

Pri proučevanju dinamike pojavov pa naletimo tudi na probleme, v katerih ta koncept ni smiselno upravičen. Če vzamemo kot primere odvisnosti med izvozom in proizvodnjo za določen artikel, med nabavo surovin in proizvodnjo, stanjem zalog blaga in prodajo itd., spoznamo, da zaradi dinamike ekonomskih procesov ne vpliva vselej večja proizvodnja v določenem mesecu na zvišanje izvoza v istem mesecu, da večja nabava surovin ni v direktni zvezi s proizvodnjo v istem mesecu, da imajo velike zaloge v določenem momentu za rezultat zvečano prodajo v enem izmed naslednjih obdobji itd. Iz tega zaključimo, da je v teh primerih upravičeno proučevanje korelacije podatka x v danem razdobju s podatkom y v razdobju, ki je časovno ustrezno odmaknjen. Zato primerjamo izvoz v tekočem mesecu s proizvodnjo v preteklem mesecu ali s proizvodnjo pred dvema mesecema itd., proizvodnjo v tekočem mesecu z nabavljenimi surovinami v preteklem mesecu ali v predpreteklem mesecu itd.

V teh primerih govorimo o proučevanju korelacije z "odlogom". Razdobje, za kolikor sta podatka, katerih korelacijo proučujemo, odmaknjena, imenujemo "odlog", znamujemo pa ga s t .

S proučevanjem korelacije z odlogom podrobno proučimo odnose v dinamiki med pojavi. Podobno kot običajno proučevanje korelacije časovnih vrst, vendar še v večji meri, je proučevanje korelacije z odlogom pri sestavljanju prognoz za določene pojave še pomembnejše kot običajno proučevanje korelacije.

Statistično pri proučevanju korelacije z odlogom proučujemo korelacijske odnose in regresijske odnose med pojavoma Y_x in Z_{x+t} , ki je časovno pomaknjen za odlog t od pojava, ki je prikazan s časovno vrsto Y_x .

Običajno pri proučevanju odvisnosti med pojavi proučujemo korelacijske odnose med dvema pojavoma pri različnih odlogih. Pomemben je odlog $t_{\max}$, pri katerem je korelacija najtesnejša. Ta odlog pove, za kakšno razdobje stvarno dani pojav prehiteva drugega ali zaostaja za njim.

2.102 Kot primer vzemimo korelacijo med volumnom industrijske proizvodnje in proizvodnje surovega železa in volumnom industrijske proizvodnje in splošnim indeksom cen pa ZDA v ekonomsko razmeroma stabilnem razdobju 1897-1913. Podatki so vzeti iz obširnejše študije korelacije z odlogom za 13 glavnih ekonomskih pokazateljev v knjigi: H.T. Davis, The Analysis of Economic Time Series, The Principia Press Inc. Bloomington Indiana 1941.

Odlog t je izražen v mesecih, korelacijski koeficienti z odlogom pa računani v razmakih treh mesecev.

Korelacijski koeficienti z odlogom med volumnom industrijske proizvodnje in proizvodnje surovega železa so:

$$r_{-12} = -0,165, \quad r_{-9} = +0,060, \quad r_{-6} = 0,325,$$

$$r_{-3} = 0,651, \quad r_0 = 0,994, \quad r_{+3} = 0,636,$$

$$r_{+6} = 0,313, \quad r_{+9} = 0,046, \quad r_{+12} = -0,177$$

Korelacijski koeficienti z odlogom med volumnom industrijske proizvodnje in splošnim indeksom cen pa so:

$$r_{-12} = -0,409, \quad r_{-9} = -0,305, \quad r_{-6} = -0,131,$$

$$r_{-3} = 0,052, \quad r_0 = 0,192, \quad r_{+3} = 0,181,$$

$$r_{+6} = 0,167, \quad r_{+9} = 0,090, \quad r_{+12} = 0,011$$

Indeks pri simbolu r pove, koliko mesecev znaša odlog.

Če analiziramo vrsto korelacijskih koeficientov z odlogom med skupnim volumenom industrijske proizvodnje in proizvodnje surovega železa, vidimo, da je največji korelacijski koeficient $r_0 = 0,994$, v primeru, če odloga ni. Čim večji je odlog naprej ali nazaj, tem manjši so korelacijski koeficienti.

Če analiziramo še odnose med volumenom industrijske proizvodnje in splošnim indeksom cen, spoznamo, da je v vrsti indeksov z odlogom med tema dvema podatkovna absolutno največji $r_{-12} = -0,409$, kar pomeni, da se največja negativna odvisnost cen kot rezultat sprememb industrijske proizvodnje pokaže šele v enem letu.

Asociacija z odlogom

2.103 Korelacijo z odlogom pa ne proučujemo samo s korelacijskim koeficientom r . Kot merilo korelacije z odlogom uporabljamo katerikoli drug koeficient: koeficient korelacije ranga, Kendallov koeficient korelacije itd. Eden izmed meril korelacije, ki ga dobimo izredno hitro, ki pa da osnovno analizo o korelaciji z odlogom, je koeficient asociacije med verižnim zvišanjem + in znižanjem - od člana do člana v časovnih vrstah. V tem primeru iščemo asociacijo med zvišanjem + in znižanjem - od člana do člana v prvi časovni vrsti in zvišanjem in znižanjem med člani druge časovne vrste, ki so pomaknjeni za odlog t .

Kot merilo asociacije vzamemo v tem primeru bodisi Yuleov koeficient asociacije

$$Q = \frac{ad - bc}{ad + bc} \quad (2.141)$$

ali pa χ^2 z Yatesovo korekturo

$$\chi^2 = (|a - b| - 0,5)^2 \sum \frac{1}{f} \quad (2.142)$$

Čeprav je drugi pokazatelj tehnično težje izračunati, ima to prednost, da moremo z njim preskusiti tudi značilnost zvez.

Z asociacijo proučujemo zveze z odlogi bodisi na osnovni časovni vrsti ali, če zahteva analiza, na časovnih vrstah, ki so očiščene določenih komponent, n.pr. trenda, sezone, sezone, sezone itd.

2.104 Postopek analize korelacije z odlogom s koeficienti asociacije je naslednji:

a) Za časovni vrsti, za kateri proučujemo korelacijo z odlogom, od člana do člana s + in - zaznamujemo, ali se je pojav povečal ali zmanjšal napram prejšnjemu členu. Za drugo izmed primerjanih časovnih vrst znake zmanjšanja - in zvečanja + napišemo premaknjene navzdol ali navzgor ustrezno odlogu t .

b) Za vse člene, za katere imamo predznaka + ali - pri obeh vrstah, s črtkanjem sestavimo kombinacijsko tabelo kombinacij

++ +-
-+ --

ustreznih parov predznakov pri obeh vrstah.

c) Iz kombinacijske tabele

I.	II.	+	-
+	-	a	b
-	+	c	d

izračunamo ali koeficient Q ali X^2 po obrazcih 2.141 oziroma 2.142

d) Predznake za drugo časovno vrsto je prikladno pisati ob premakljiv rob papirja, da moremo vrsto uporabiti za proučevanje asociacije pri različnih odlogih preprosto tako, da rob premaknemo navzgor ali navzdol.

2.105 Za primer vzemimo časovni vrsti za proizvodnjo živega srebra v ZDA in povprečno letno ceno za jeklenko živega srebra v New Yorku v razdobju 1910-1959 iz tabele 2.33

Tabela 2.40 Proizvodnja živega srebra v New Yorku in povprečna letna cena živega srebra za jeklenko v New Yorku (osnovna tabela za proučitev asociacije z odlogom)

		proizv. cena		odlog t						
		v ZDA	v \$	0	+1	+2	+3	-1	-2	-3
						-	-			
1910	20,3		48		-	-	-			
11	21,0	+	47	-	-	-	+			
12	24,7	+	43	-	-	+	+	-		
13	19,9	-	40	-	+	+	+	-	-	
14	16,3	-	49	+	+	+	-	-	-	-
15	20,8	+	88	+	+	-	+	+	-	-
16	29,5	+	127	+	-	+	-	+	+	-
17	35,7	+	108	-	+	-	-	+	+	+

Tabela 2.40 (nadaljevanje)

	proizv. cena		odlog t							
	v ZDA	v Š	0	+1	+2	+3	-1	-2	-3	
1918	32,5	-	125	+	-	-	-	-	+	+
19	21,1	-	93	-	-	-	+	+	-	+
1920	13,2	-	82	-	-	+	+	-	+	-
21	6,3	-	46	-	+	+	+	-	-	+
22	6,3	-	60	+	+	+	+	-	-	-
23	7,8	+	67	+	+	+	+	+	-	-
24	10,0	+	71	+	+	+	+	+	+	-
25	9,1	-	84	+	+	+	+	+	+	+
26	7,5	-	93	+	+	+	-	+	+	+
27	11,1	+	118	+	+	-	-	+	+	+
28	17,9	+	124	+	-	-	-	+	+	+
29	23,7	+	122	-	-	-	-	+	+	+
1930	21,6	-	115	-	-	-	+	-	+	+
31	24,9	+	87	-	-	+	+	-	-	+
32	12,6	-	58	-	+	+	-	-	-	-
33	9,7	-	59	+	+	-	+	-	-	-
34	15,4	+	74	+	-	+	+	+	-	-
35	17,5	+	72	-	+	+	-	+	+	-
36	16,6	-	80	+	+	-	+	-	+	+
37	16,5	-	90	+	-	+	+	+	-	+
38	18,0	+	75	-	+	+	+	+	+	-
39	18,6	+	104	+	+	+	+	-	+	+
1940	37,8	+	177	+	+	+	-	+	-	+
41	44,9	+	185	+	+	-	-	+	+	-
42	50,8	+	196	+	-	-	+	+	+	+
43	51,9	+	195	-	-	+	-	+	+	+
44	37,7	-	118	-	+	-	-	-	+	+
45	30,8	-	135	+	-	-	-	-	-	+
46	25,3	-	98	-	-	-	+	+	-	-
47	23,2	-	84	-	-	+	+	-	+	-
48	14,4	-	76	-	+	+	+	-	-	+
49	9,9	-	79	+	+	+	-	-	-	-

Tabela 2.40 (nadaljevanje)

	proizv.cena		odlog t						
	v ZDA	v §	0	+1	+2	+3	-1	-2	-3
1950	4,5 -	81	+	+	-	-	+	-	-
51	7,3 +	210	+	-	-	+	+	+	-
52	12,5 +	199	-	-	+	+	+	+	+
53	14,3 +	193	-	+	+	-	-	+	+
54	18,5 +	264	+	+	-	-	-	-	+
55	19,0 +	290	+	-	-	-	+	-	-
56	24,2 +	260	-	-	-	-	+	+	-
57	34,6 +	247	-	-	-		-	+	+
58	39,0 +	229	-	-			-	-	+
59	30,8 -	227	-				-	-	-
							-	-	-
								-	-
								-	-

Iz vrste predznakov za proizvodnjo in predznakov za cene za posamezne odloge dobimo iz tabele 2.40 naslednje korelacijske tabele:

Tabela 2.41 Korelacijske tabele med smerjo sprememb za proizvodnjo živega srebra v ZDA in ceno za jeklenko v New Yorku
(+ povečanje, - zmanjšanje)

		cena t = -3		
		+	-	Σ
proizvodnja	+	14	11	25
	-	11	10	21
	Σ	25	21	46

		cena t = -2		
		+	-	Σ
proizvodnja	+	17	8	25
	-	8	14	22
	Σ	25	22	47

		cena t = -1		
		+	-	Σ
proizvodnja	+	19	7	26
	-	6	16	22
	Σ	25	23	48

		cena t = 0		
		+	-	Σ
proizvodnja	+	14	13	27
	-	11	11	22
	Σ	25	24	49

		cena t = +1		
		+	-	Σ
proizvodnja	+	12	15	27
	-	13	8	21
	Σ	25	23	48

Tabela 2.41 (nadaljevanje)

		cena $t = +2$		
		+	-	Σ
proizvodnja	+	13	13	26
	-	12	9	21
	Σ	25	22	47

		cena $t = +3$		
		+	-	Σ
proizvodnja	+	12	13	25
	-	13	8	21
	Σ	25	21	46

Yuleov koeficient asociacije je npr. za prvo tabelo za $t = -3$

$$Q_{-3} = \frac{ad - bc}{ad + bc} = \frac{14 \cdot 10 - 11 \cdot 11}{14 \cdot 10 + 11 \cdot 11} = +0,07$$

Analogno izračunamo še vse druge. Tako dobimo vrsto koeficientov asociacije med smerjo dinamike za proizvodnjo živega srebra v ZDA in povprečno letno oceno v New Yorku za jeklenko:

$$\begin{array}{lll} Q_{-3} = +0,07 & Q_{-2} = +0,58 & Q_{-1} = +0,72 \\ Q_0 = +0,04 & Q_{+1} = -0,34 & Q_{+2} = -0,14 \\ Q_{+3} = -0,28 & & \end{array}$$

Izračunani koeficienti asociacije so zelo različni med seboj. $Q_0 = +0,04$ koeficient asociacije, izračunan iz podatkov brez odloga, je najmanjši. Karakteristično je, da ima največji koeficient $Q_{-1} = 0,72$ za odlog $t = -1$. Iz tega sklepamo, da je najtesneje povezana proizvodnja v tekočem letu s ceno na svetovnem tržišču v New Yorku pred enim letom.

Če skozi točke za $t = -2$, $t = -1$ in $t = 0$ v grafikonu interpoliramo parabolo druge stopnje in poiščemo njen maksimum, moremo izračunati t , pri katerem je Q maksimalen in maksimalno vrednost za Q . t pri maksimalnem Q je vsebinsko pomemben, ker natančneje pove, pri katerem odlogu je odvisnost med pojavoma maksimalna. Za naš primer dobimo:

Če je $Q = a + bt + ct^2$ enačba iskane parabole, dobimo parametre, če v to enačbo vstavimo koordinate

$$0,58 = a - 2b + 4c$$

$$0,72 = a - b + c$$

$$0,04 = a$$

Iz teh treh enačb dobimo, da je $a = 0,04$, $b = -1,09$ in $c = -0,41$.

Zgornja funkcija je maksimalna pri pogoju

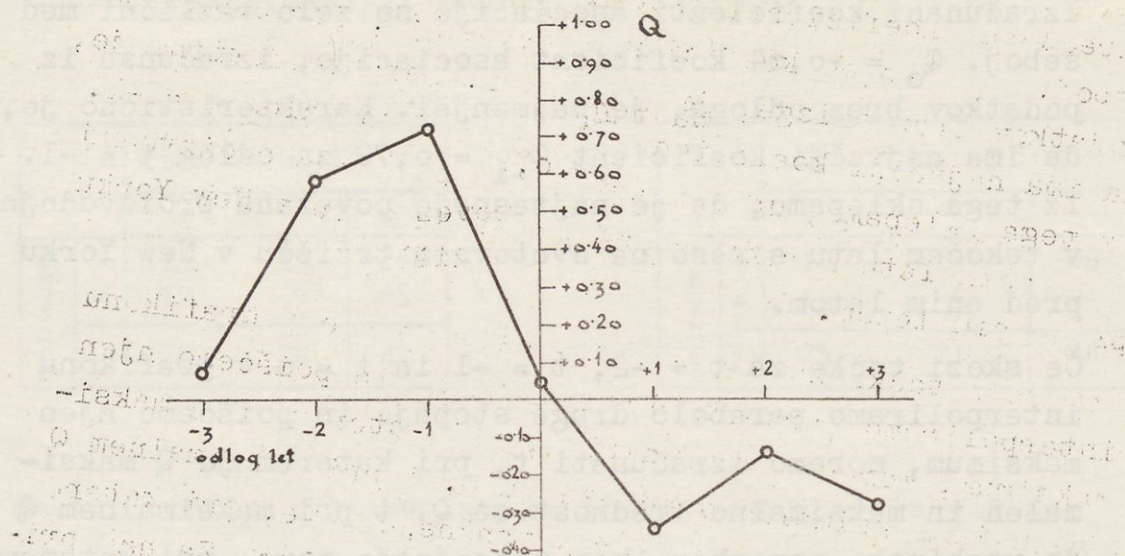
$$\frac{dQ}{dt} = b + 2ct = 0$$

$$t_{\max} = \frac{-b}{2c} = - \frac{-1,09}{2 \cdot (-0,41)} = -1,33$$

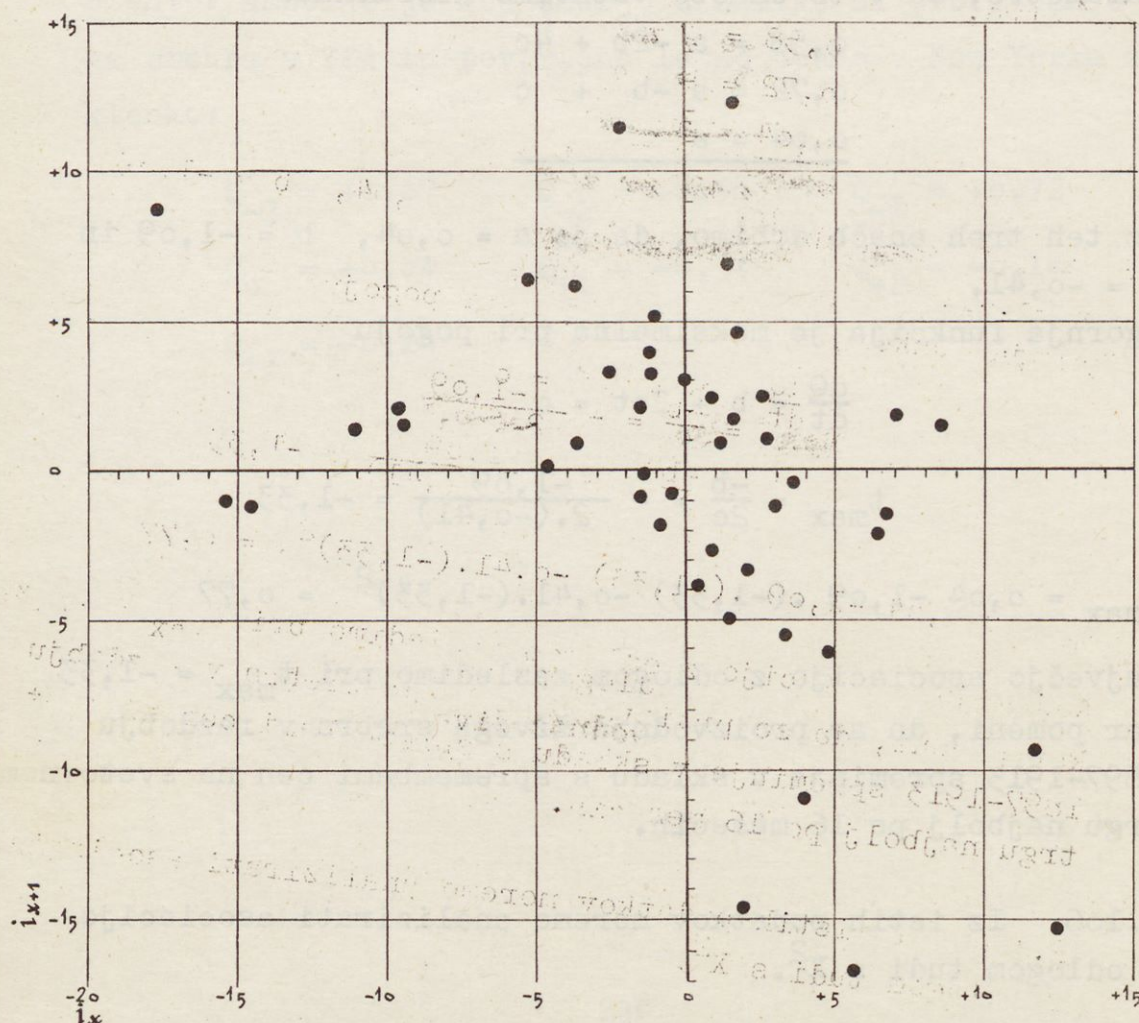
$$Q_{\max} = 0,04 - 1,09 \cdot (-1,33) - 0,41 \cdot (-1,33)^2 = 0,77$$

Največjo asociacijo z odlogom zasledimo pri $t_{\max} = -1,33$, kar pomeni, da se proizvodnja živega srebra v razdobju 1897-1913 spreminja v skladu s spremembami cen na svetovnem trgu najbolj po 16 mesecih.

2.106 Iz istih podatkov moremo analizirati asociacijo z odlogom tudi s X^2 .



sl.223 Yuleovi koeficienti asociacije z odlogom med smerjo sprembe za proizvodnjo žive srebra v ZDA in ceno za jeklenko v New Yorku v obd. 1910-1959



sl.224 Korelacijski grafikon za avtokorelacijo z $t=+1$ za iregularno komponento v svetovni proizvodnji živega srebra 1911-1958

Če za primer izračunamo X^2 za odlog $t = -1$, dobimo iz kombinacijske tabele za $t = -1$ v tabeli 2.41

Tabela 2.42 Stvarne in teoretične frekvence predznakov sprememb za $t = -1$

	f		Σ		f'		Σ
	+	-			+	-	
+	19	7	26	+	13,5	12,5	26
-	6	16	22	-	11,5	10,5	22
Σ	25	23	48	Σ	25	23	48

teoretične frekvence f' , če produkte ustreznih robnih frekvenc delimo s skupno frekvenco 48, n.pr.

$$f'_{11} = \frac{25 \cdot 26}{48} = 13,5$$

$$X^2 \text{ je po obrazcu 2.142 enak } X^2 = (If - f'I - 0,5)^2 \cdot \sum \frac{1}{f} =$$

$$= (119 - 13,51 - 0,5)^2 \left[\frac{1}{13,5} + \frac{1}{12,5} + \frac{1}{11,5} + \frac{1}{10,5} \right] = 8,40$$

Podobno dobimo X^2 tudi za druge odloge.

Tako dobimo vrsto

$$X^2_{-3} = 0,00 \quad X^2_{-2} = 3,57 \quad X^2_{-1} = 8,40$$

$$X^2_0 = 0,00 \quad X^2_{+1} = 0,87 \quad X^2_{+2} = 0,03$$

$$X^2_{+3} = 0,43$$

Pri preiskavi značilnosti odvisnosti upoštevamo, da je število stopinj prostosti za tabelo 2×2 ena. Iz tablic za X^2 - porazdelitev dobimo, da so kritične vrednosti

$$X^2_{0,10} = 2,71 \quad X^2_{0,05} = 3,84 \quad X^2_{0,01} = 6,64$$

$$X^2_{0,005} = 7,88 \quad X^2_{0,001} = 10,83.$$

Če primerjamo izračunane vrednosti za X^2 s kritičnimi vrednostmi, zaključimo, da za odlog $t = -2$ obstaja sum za značilnost odvisnosti, ker je izračunani $X^2 = 3,57$ večji kot kritična vrednost na stopnji $\alpha = 0,10$ in manjši kot kritična vrednost na stopnji $\alpha = 0,05$, da pa je za odlog $t = -1$ odvisnost visoko značilna na stopnji $\alpha = 0,005$, ker je izračunana vrednost $X^2 = 8,40$ večja kot kritična vrednost na stopnji $\alpha = 0,005$ in manjša kot kritična vrednost na stopnji $\alpha = 0,001$. Za vse druge odloge pa izračunani X^2 kažejo na neznačilne odvisnosti.

Avtokorelacija

2.107 V prejšnjih odstavkih smo proučevali korelacijo z odlogom za odvisnost med dvema različnima statističnima vrstama. Korelacijo z odlogom pa moremo proučevati tudi na isti časovni vrsti, če iščemo korelacijsko odvisnost med členi, ki so odmaknjeni za t členov. V tem primeru govorimo o avtokorelaciji. S proučevanjem avtokorelacije odkrijemo določene zakonitosti v ritmičnem pojavljanju v isti časovni vrsti. S tega vidika je avtokorelacija važen pripomoček pri analizi časovnih vrst oziroma dinamike pojavov. Z avtokorelacijo med drugimi preskušamo tudi hipoteze o neodvisnosti iregularnih vplivov, ki jih dobimo, če iz časovne vrste postopoma eliminiramo vse druge vplive.

Pri korelaciji z odlogom iščemo korelacijo med dvema različnima časovnima vrstama, ki sta za t odmaknjeni (med Y_x in Z_{x+t}). Pri avtokorelaciji primerjamo posamezne člene s členi v isti časovni vrsti, ki so za t odmaknjeni (med Y_x in Y_{x+t}).

2.108 Kot prvi primer vzemimo časovno vrsto indeksov volunna za rastlinsko proizvodnjo v FLRJ, iz katere smo izločili z vrsto drsečih sredin trend. V sliki 2.25 je v grafikonu a prikazana časovna vrsta indeksov na vrsto drsečih sredin. Ta vrsta je tipičen primer ritmičnega gi-

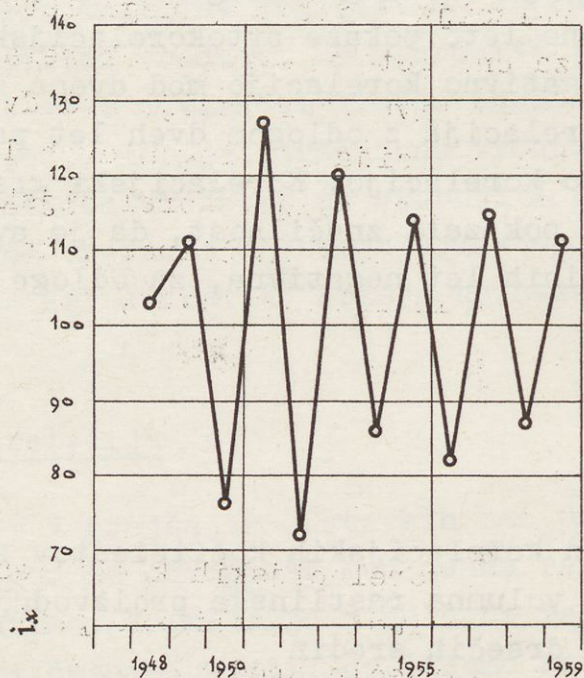
banja in sicer v dvoletnih razmakih. Ta značilnost se jasno pokaže v korelacijskem grafikonu, v katerem je prikazana avtokorelacija z odlogom enega leta in dveh let. Pri odlogu za eno leto pokaže avtokorelacijski grafikon izrazito negativno korelacijo med dvema zaporednima členoma. Avtokorelacija z odlogom dveh let pa pokaže izrazito pozitivno korelacijo. Korelacijski grafikoni za odloge več let bi pokazali značilnost, da je avtokorelacija za odloge lihih let negativna, za odloge sodih let pa pozitivna.

Tabela 2.43 Izračun korelacijskih koeficientov za avtokorelacijo za indeks volumna rastlinske proizvodnje v FLRJ
 I_x = indeks na vrsto drsečih sredin

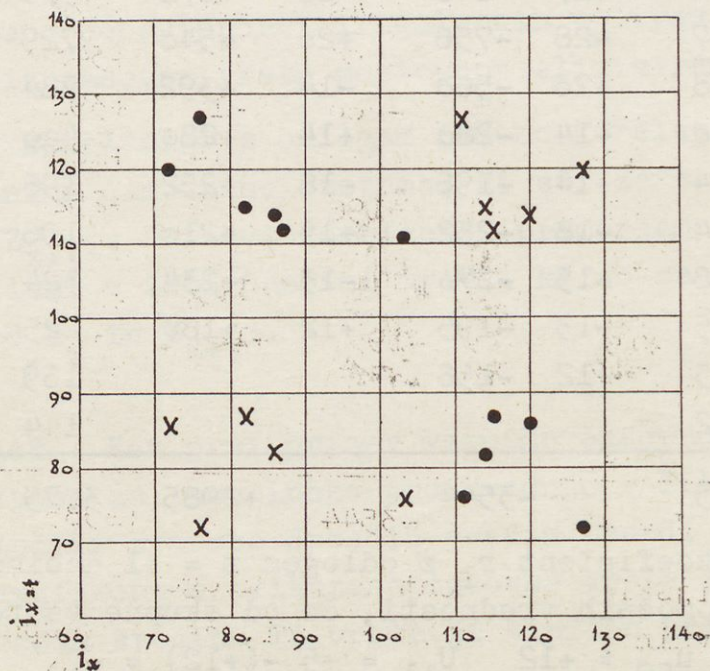
leto	I_x	$I_x - 100$					
		u_x	u_{x+1}	$u_x u_{x+1}$	u_{x+2}	$u_x u_{x+2}$	u_x^2
1948	103	+ 3	+11	+ 33	-24	- 72	9
1949	111	+11	-24	-264	+27	+297	121
1950	76	-24	+27	-648	-28	+672	576
1951	127	+27	-28	-756	+20	+540	729
1952	72	-28	+20	-560	-14	+392	784
1953	120	+20	-14	-280	+14	+280	400
1954	86	-14	+14	-196	-18	+252	196
1955	114	+14	-18	-252	+15	+210	196
1956	82	-18	+15	-270	-13	+234	324
1957	115	+15	-13	-195	+12	+180	225
1958	87	-13	+12	-156			169
1959	112	+12					144
U = +5			-3544		+2985	3875	

Za korelacijski koeficient r_1 z odlogom $t = +1$ dobimo vsoto osnovnih pomožnih vrednosti, če od skupne vsote $U = +5$ odštejemo $u_{59} = +12$ $U_{11} = +5 - (+12) = -7$,

a). Indeksi na vrsto drsečih sredin



b). Korelacijski grafikon avtokorelacije • $t=1$ * $t=2$



sl.2.25 Avtokorelacija za indeks volumna rastlinske proizvodnje v FLR J
v razdobju 1948-1959

vsoto odloženih vrednosti pa, če od skupne vsote odšte-
jemo $u_{48} = +3$ za prvi člen $U_{12} = +5 - (+3) = +2$.

Podobno dobimo tudi ustrezne vsote kvadratov. Če od
skupne vsote $\sum u_x^2 = 3875$ odštejemo kvadrat zadnjega
člena $u_{59}^2 = 144$, dobimo vsoto kvadratov za osnovno vrsto

$\sum_{11} u_x^2 = 3875 - 144 = 3731$, vsoto kvadratov odloženih
vrednosti pa, če od skupne vsote kvadratov odštejemo
kvadrat prvega člena $u_{48}^2 = 9$: $\sum_{12} u_x^2 = 3875 - 9 = 3866$.

Iz teh izrazov izračunamo avtokorelacijski koeficient z
odlogom eno leto po obrazcu

$$r_1 = \frac{\sum u_x u_{x+1} - \frac{U_{11} \cdot U_{12}}{N-1}}{\sqrt{\left(\sum_{11} u_x^2 - \frac{U_{11}^2}{N-1} \right) \left(\sum_{12} u_x^2 - \frac{U_{12}^2}{N-1} \right)}} =$$

$$= \frac{-3544 - \frac{(-7) \cdot (+2)}{12-1}}{\sqrt{\left(3731 - \frac{(-7)^2}{12-1} \right) \left(3866 - \frac{(+2)^2}{12-1} \right)}} = -0,93 \text{ (2.143)}$$

Podobno dobimo elemente za izračun avtokorelacijskega
koeficienta z odlogom $t = 2$, če od skupne vsote U in
skupne vsote kvadratov odštejemo po dva prva oziroma
zadnja člena

$$U_{21} = U - u_{59} - u_{58} = (+5) - (+12) - (-13) = +6$$

$$U_{22} = U - u_{48} - u_{49} = (+5) - (+3) - (+11) = -9$$

$$\sum_{21} u_x^2 = \sum u_x^2 - u_{59}^2 - u_{58}^2 = 3875 - 144 - 169 = 3562$$

$$\sum_{22} u_x^2 = \sum u_x^2 - u_{48}^2 - u_{49}^2 = 3875 - 9 - 121 = 3745$$

Avtokorelacijski koeficient z odlogom $t = 2$ pa je enak

$$r_2 = \frac{\sum u_x u_{x+2} - \frac{U_{21} U_{22}}{N-2}}{\sqrt{\left(\sum u_x^2 - \frac{U_{21}^2}{N-2} \right) \left(\sum u_{x+2}^2 - \frac{U_{22}^2}{N-2} \right)}} =$$

$$= \frac{+2985 - \frac{(+6)(-9)}{12-2}}{\sqrt{\left(3562 - \frac{(+6)^2}{12-2} \right) \left(3745 - \frac{(-9)^2}{12-2} \right)}} = +0,82$$

Koeficient avtokorelacije z odlogom $t = +1$ ($r_1 = -0,93$) kaže za ta primer visoko negativno, z odlogom $t = +2$ pa visoko pozitivno korelacijo ($r_2 = +0,82$), kar je tipično za dvoletni ritem.

2.109 Kot drugi primer vzemimo koeficiente avtokorelacije za volumen industrijske proizvodnje v ZDA v primerjavi z vrsto korelacijskih koeficientov z odlogom med volumnom industrijske proizvodnje in proizvodnjo surovega železa v ZDA.

Tabela 2.44 Koeficienti serialne korelacije med volumnom industrijske proizvodnje in proizvodnjo surovega železa v ZDA v razdobju 1897-1913 (Vir: H.T.Davis: The Analysis of Economic Time Series)

odlog:t mesecev	avtokorelacija volumen proizvodnje	korelacija z od- logom-vol.proizv.- proizvodnja suro- vega železa	avtokore- lacija surovo železo
	r_{11}	r_{12}	r_{22}
-12	-0,165	-0,165	-0,175
-9	+0,048	0,060	0,062
-6	0,311	0,325	0,340
3	0,645	0,651	0,656
0	1,000	0,994	1,000
+3	0,645	0,636	0,656
+6	0,311	0,313	0,340
+9	0,048	0,046	0,062
+12	-0,165	-0,177	-0,175

Vrsti koeficientov avtokorelacije volumna proizvodnje s koeficienti korelacije z odlogom med volumnom industrijske proizvodnje in proizvodnjo surovega železa se razmeroma zelo dobro ujemata. Iz tega zaključimo, da moramo smatrati proizvodnjo surovega železa kot zelo dober pokazatelj dinamike skupne industrijske proizvodnje v istem mesecu, ker je maksimalna korelacija $r_0 = 0,994$, če je odlog $t = 0$ in so koeficienti avtokorelacije za volumen proizvodnje in koeficienti korelacije z odlogom med volumnom industrijske proizvodnje in proizvodnje surovega železa med seboj zelo podobni.

2.110 Z avtokorelacijo večkrat preskušamo tudi hipoteze o časovni neodvisnosti iregularne komponente.

Pri proučevanju iregularne komponente smo navedli že dva preskusa neodvisnosti, ki imata za osnovo neparametrične metode z verižnimi predznaki.

Kot primer uporabe avtokorelacije pa vzemimo iregularno komponento za svetovno proizvodnjo živega srebra iz tabele 2.34.

V tabeli 2.45 imamo vpisane podatke za iregularno komponento, izraženo v odstotkih odklonov od ciklične komponente.

Tabela 2.45 Iregularna komponenta za svetovno proizvodnjo živega srebra (izražena v odstotkih odklonov od ciklične komponente)

leto	1911	1912	1913	1914	1915	1916	1917	1918
ir.kom.	+2,6	+1,1	+0,9	-2,6	+3,3	-5,3	+6,7	-1,5
leto	1919	1920	1921	1922	1923	1924	1925	1926
ir.kom.	-0,8	+5,1	-17,6	+8,6	+1,4	-4,9	+0,2	-3,9
leto	1927	1928	1929	1930	1931	1932	1933	1934
ir.kom.	+6,2	-2,2	+11,4	-9,5	+1,5	+1,8	-14,7	-1,3
leto	1935	1936	1937	1938	1939	1940	1941	1942
ir.kom.	-0,0	+3,0	-1,3	+3,8	-11,2	+1,4	+7,0	+1,6
leto	1943	1944	1945	1946	1947	1948	1949	1950
ir.kom.	+4,6	-6,2	-9,6	+1,7	+12,2	-15,3	-1,4	+3,5
leto	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958
ir.kom.	-0,4	-0,6	-1,8	+2,2	-3,6	+0,9	+2,3	+2,1

Podatki iz tabele 2.45 so grafično prikazani v sliki 2.24

Slika 2.24 Korelacijski grafikon za avtokorelacijo s $t = +1$ za iregularno komponento v svetovni proizvodnji živega srebra v razdobju 1911-1958.

Koeficient avtokorelacije za odlog enega leta je $r_{+1} = 0,38$. Preskus značilnosti koeficienta avtokorelacije izvršimo s t -preizkusom po obrazcu

$$r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} = t \quad (m = n-2) \quad (2.145)$$

Ker je korelacijski koeficient izračunan iz $n = 47$ členov, je izračunani t po obrazcu 2.145

$$t = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} = -0,38 \sqrt{\frac{47-2}{1-(-0,38)^2}} = -2,74$$

Število stopinj prostosti je po obrazcu 2.145

$$m = n-2 = 47-2 = 45$$

teoretične vrednosti za t pa

$$t_{0,01}(m=45) = 2,69 \quad t_{0,001}(m=45) = 3,52$$

Iz zgornjih rezultatov sklepamo, da je korelacijski koeficient $r = -0,38$ značilno različen na nivoju $\alpha = 0,01$ ker velja:

$$2,69 < -2,74 < 3,52$$

LITERATURA

Croxton and Cowden: Practical Business Statistics,
Prentice-Hall Inc. Englewood Cliffs N.J. 1960

H.T. Davis: The Analysis of Economic Time Series
The Principia Press Inc. Bloomington,
Indiana 1941

J.R. Riggleman and I.N. Frisbee, Mc Graw -Hill Book
Company, New York 1951 Business Statistics

J.G. Smith and A.J. Duncan: Elementary Statistics and
Applications Mc Graw - Hill Book Company,
New York 1944

M. Blejec: Statistične metode za ekonomiste,
Ljubljana 1961

POPRAVKI

stran	vrsta	napačno	pravilno
8	6 sp	$-x_{k, \min}$	$-x_{k, \min}$
10	16 zg	enakih razredov	enakimi razredi
15	8 sp	$+ F_{k+1}$	$+ F_{k+1}$
23	slika 1.4	$x + y = 100$	$x + y + z = 100$
28	12 sp	usmerljivih	usmerjenih
29	8 sp	v grafikonu 1.7	v grafikonu 1.6
41	13 zg	o odnosih z	o odnosih. Z
44	2 zg	Pearsovih	Pearsonovih
48	7 zg	številko S	število S
83	5 zg	$V_1 = V_0 - Y_Z - Y_{Z+1} + Y_{k+1}$	$V_1 = V_0 - Y_Z - Y_{Z+1} + Y_k + Y_{k+1}$
84	4 zg	Y_k	V_k
89	2 zg	$\frac{L}{T} =$	$\frac{1}{T} =$
108	6 zg	$0,74239^{-2,4}$	$0,74239^{-2,4}$
111	3 sp	$T = ab \cdot c^{x^2}$	$T = ab^{x_0} x^2$
120	9 zg	$c_2 \neq c_2 \sum Yx^2 - k_2 \quad Y$	$c_2 = c_2 \sum Yx^2 - K_2 \sum Y$
124	2 zg	2.16	2.19
143	4 zg	$\sum X_0 X_1 = 1$	$\sum X_0 X_1 = 0$
164	13 zg	statistične	statične
175	obr. 2,108	$k_m =$	$\bar{k}_m =$
179	tab. 2.270 zadnja kolona	$100(1_m + p_m)$	$100(1 + p_m)$
216	8 zg	izračunamo	izračunano
219	2 sp	$X^2(m-1) =$	$X^2(m=1) =$
245	5 zg	$U_{S9}^2 =$	$u_{59}^2 =$
247	4 zg	moramo	moremo

96.)



