

Jožef Stefan predava matematiko

dr. Stanislav Južnič
Univerza v Oklahomi

Izvleček

Stefan je bil vodilni slovenski fizik, manj znano pa je, da si je pot utrl tudi kot uspešen profesor matematike na realki ob objavah temeljnih razprav o integralih. Siromašni predmestni celovski Slovenec Jožef Stefan je uprizoril bliskoviti učiteljski uspeh od srednješolskega učitelja do poglobitnega profesorja učenjaka v Habsburški monarhiji predvsem s pomočjo tedaj vodilnega svetovalca pri ministrstvu za izobraževanje, bohinjskega benediktinskega astronoma Mariana Kollerja. Pripovedujemo domala fantastično zgodbo o vrhunskem sodelovanju obeh vodilnih slovenskih strokovnjakov, saj je Koller, tako kot pred njim Valvasor in Hallerstein, veliko objavljaj v Londonu, kjer so radi brez zamude povzemali tudi Stefanove dunajske dosežke v *Philosophical Magazine*.

Glavne besede: Jožef Stefan, Marian Koller, predavanja o algebri in geometriji, razprave o integralih

Josef Stefan Lectures Mathematics

Abstract

Stefan was once a leading Slovenian physicist, but it is not widely known that he began as a successful professor of mathematics who published fundamental mathematical papers about integral calculus. Josef Stefan, a Slovene from Klagenfurt, achieved lightning-fast pedagogical success from a secondary school professor to a leading scholar in the Habsburg Monarchy. He mainly relied on the help of a fellow Slovene, Marian Koller, a Benedictine astronomer from Bohinj and a leading adviser at the Ministry of Education. The article talks about the unique cooperation of both leading Slovenian experts. Koller published a great deal in London, just like Valvasor and Hallerstein before him, and the British physicists almost simultaneously abstracted Stefan's papers for the *Philosophical Magazine*.

Keywords: Josef Stefan, Marian Koller, lectures on algebra and geometry, papers on integral calculus

Uvod

Marsikdo se sprašuje, kako je Jožefu Stefanu (1835–1893) uspel preskok od nezakonskega edinca predmestne samohranilke Marije Startinikove do vodilnega srednjeevropskega akademika. Odgovor je enostaven, čeravno doslej ni bil očiten: Marian Koller. Še več: Stefanova ključna odskočna deska je bila pravzaprav matematika.

Koller za Stefana

Kot prvorojenec upravnika Zoisovih gorenjskih fužin je bil M. Koller precej bogatejši od sprva dokaj ubožnega J. Stefana. Po dveh desetletjih predavanj na visoki šoli v Kremsmünstru je Koller vodil posodobitve habsburških tehniških šol, vključno z ustanovitvijo realk v Mariboru in Ljubljani (sedanja Vegova). Zdravnik Ernst Wilhelm vitez Brücke je Stefana priporočil svetovalcu na ministrstvu za uk in bogočastje M. Kollerju. Seveda je Koller

zvedel za Stefana [2] že od učiteljev Antona Janežiča, Andreas Ettingshausna in razrednika Karla Robide kljub opazki v končnem spričevalu o Stefanovi nedovzetnosti za dobre nasvete. Koller je že 17. 5. 1860 obiskal Stefanova predavanja na Dunajski realki Bauernmarkte, ustanovljeni leta 1586, ki jo je povzdignil iz nižje v višjo realko z dekretoma ministrstva za uk in bogočastje 2. 4. 1858 št. 1192 in 6. 2. 1859 št. 1422. Realno so vodili z najboljšimi mladimi predavatelji; zato je Stefan tam dobil svojo prvo plačano namestitev v letu 1857/58 s štirimi urami tedenskih predavanj fizike v 4. razredu. Leta 1858/59 je kot razrednik v petem razredu učil dodatnih osem urah matematike, medtem ko je istočasno na univerzi poučeval matematično fiziko tri ure na teden in hidromehaniko eno uro na teden, stanujoč med letoma 1857–1860 na Alservorstadt št. 288 severno od realke v središču mesta; tam so bili že poldrugo stoletje naseljeni predvsem Slovenci, Hrvati in Slovaki.

— 53 —

Konstruktion und Berechnung aller Arten Mauerwerke. Einiges über Steinschnitt. Die verschiedenen Details. Schliessen, Tram und Dippelböden, Stiegen, Fenster, Türen, Tore, Retiraden, Oefen, Küchen, Brunnen u. s. w. Anleitung zu Entwürfen kleinerer Objekte sammt Vorausmass und Kostenausweis. Das Bauzeichnen hatte die eben angeführten Details zum Gegenstande, welche aber nicht mechanisch nach Originalen kopiert, sondern nach kotirten Skizzen der Schüler entworfen wurden. Woch. 4 Stand. G. Kahrer.

Freies Handszeichnen. Die bereits erworbene Fertigkeit wurde durch Kopieren von mehr ausgeführten Köpfen, Figuren und Tierstücken weiter ausgebildet und dabei strenge darauf gesehen, dass bei allem ein Verstehen der Form zu Grunde liege, und besonders auf bestimmte und reine Konturen grosser Wert gelegt. Woch. 6 Stand. J. Quester.

Kalligraphie. Die deutsche Kurrent- und englische Kursivschrift nach Muck's Vorlagen. Die Rotund, Blockschrift und französische Ronde nach jedesmaligen Vorschriften an der Schultafel. Woch. 2 Stand. J. Quester.

Vierte Realklasse.

Religionslehre. Die katholische Glaubenslehre wurde nach Anleitung des Lehrbuches von Dr. K. Martin 2. Teil, 1 Abteilung vortragen. Woch. 2 Stand. M. Linzbauer.

Deutsche Sprache. Behandlung grösserer Satzkomplexe, der Periode. Schematische Darstellung und Vergleichung solcher Komplexe. Sprachliche und sachliche Erklärung der im Lesebuch enthaltenen prosaischen und poet. Lesestücke. Schriftliche Aufsätze aus der Lektüre genommen. Uebungen im mündlichen Vortrage. Woch. 4 Stand. L. Chevalier.

Geschichte. Geschichte der vorderasiatischen Völker, der Meder, Perser, Griechenlands, des macedonischen Reiches, römische Geschichte. Das Mittelalter vom Beginn bis zur Zeit Karls des Grossen. Woch. 3 Stand. F. Krautschneider.

Geographie. Fisikalische und politische Geographie von Asien und Afrika und den drei südlichen Halbinseln Europa's. Die historische Geographie zur Grundlage des geschichtlichen Studiums. Woch. 1 Stand. F. Krautschneider.

Mathematik. Algebra. Einleitendes über Terminologie und Symbolik. Geschichtliches. Die vier Grundoperationen mit allgemeinen Zahlen. Gemeinschaftliches grösstes Mass und kleinstes Vielfache. Teilbarkeit der Zahlen. Zahlensysteme. Dezimalzahlen. Eigenschaften periodischer Dezimalbrüche. Rechnen mit unvollständigen Dezimalbrüchen. Po-

— 54 —

tenzen und Wurzelgrössen. Die Verhältnisse und ihre Anwendung. Lineare Bestimmungsgleichungen. Logarithmen und ihre Anwendung.

Geometrie. Einleitung. Beziehungen zwischen den Geraden. Kongruenz der geradlinigen Figuren. Ähnlichkeit derselben. Einige Sätze über Transversalen des Dreiecks. Harmonische Teilung. Ausmessung, Verwandlung und Teilung der geradlinigen Figuren. Vom Kreise. Beziehungen der Geraden zu demselben. Konstruktion und Berechnung der regulären Polygone. — Beziehungen der Geraden zur Ebene und der Ebenen unter einander. Die Raumecke. Vergleichung und Ausmessung der Polieder. Die runden Körper. Berechnung ihrer Oberflächen und Rauminhalte. Reguläre Polieder. Woch. 8 Stand. Dr. J. Stefan.

Zoologie. Nach gegebener wissenschaftlicher Erklärung der Naturkörper folgte die der einzelnen Organsysteme im Allgemeinen, sodann kamen die einzelnen Tierklassen zur näheren Beschreibung, mit besonderer Rücksicht des innern Baues. Woch. 2 Stand. E. Döll.

Chemie. Als Einleitung das Wesen der Materie, Begriff der Eigenschaften, Manifestierung der Materie durch eine Summe von Eigenschaften qualitative und quantitative Verschiedenheit der letzteren. Nach einer vorausgeschickten Erklärung in der Chemie häufiger vorkommenden Operationen folgten die Aequivalentlehre und einschlägige Rechnungsübungen. In der speziellen Chemie bildeten die Metalloide den Lehrstoff des Jahres. Salz - Salpeter - Schwefelsäure - Fabrikation, Leuchtgasbereitung, wurden ihrer technischen Wichtigkeit gemäss weitläufiger behandelt. Woch. 2 Stand. L. Mayer.

Darstellende Geometrie. I. Semester. Konstruktives Zeichnen: Die Kegelschnittlinien, Zykloiden, Spirallinien, Evoluten und Evolventen.

II. Semester. Perspektivisches Zeichnen: Die wichtigsten Sätze der Perspektivlehre, Zeichnen nach Drat- und Holzmodellen, Ausführen und Schattiren ganzer Gruppen. Woch. 3 Stand. J. Schantroch.

Freies Handszeichnen. Solchen, die im Freihandzeichnen an der Unterrealschule zurückgeblieben oder von Gymnasien übergetreten waren, wurden zur Festigung im elementaren Teile des Unterrichts noch ähnliche Vorlagen wie in der III. Klasse zugeteilt, den talentvollen jedoch wurden teils schwierigere Vorlagen gegeben, teils grössere Modelle in verschiedenen Stellungen und vollendeter Ausführung als Aufgabe gestellt; unstreitig wird damit der Formensinn geweckt, die Anschauungsweise lebendiger. Woch. 6 Stand. F. Maass.

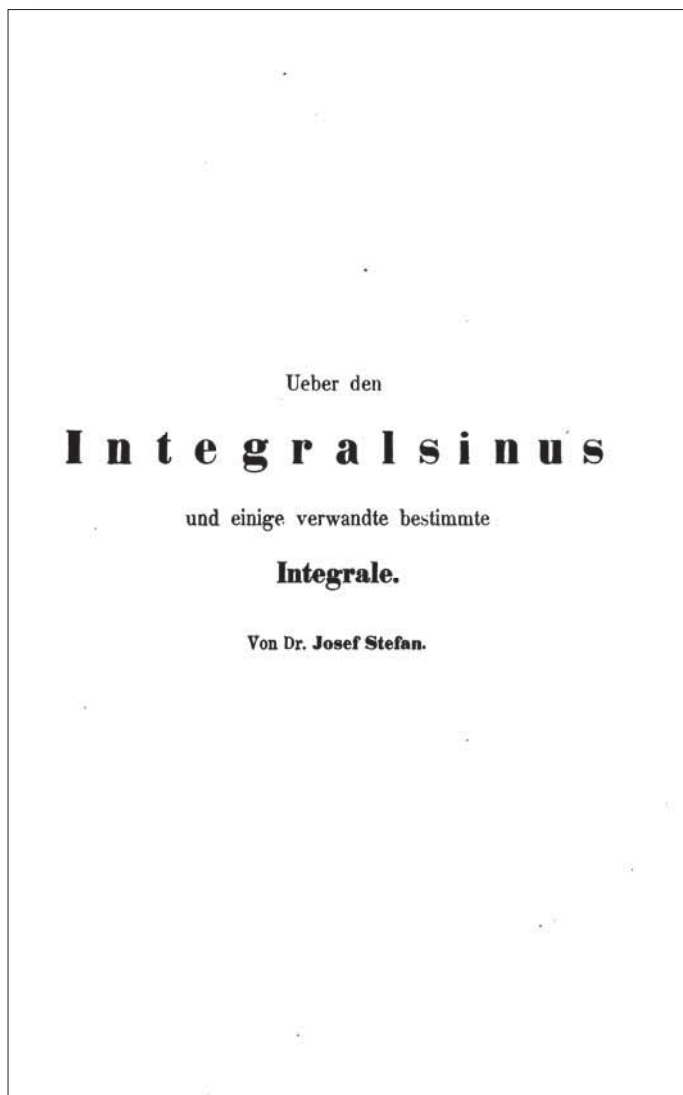
Kalligraphie. Die deutsche Kurrent- und englische Kursivschrift, die Rotund, Italienische, Französische, Römische und Lapidarschrift nach Vorschriften an der Schultafel. Entwerfen, zeichnen und ansarbeiten von kalligraphischen Schriften. Woch. 1 Stand. F. Maass.

Slika 1: Stefanova matematična predavanja na realki – učni načrt pouka algebre leta 1861/62 [1].

V knjižnici realke so bili naročeni na Schlömilchovo matematično revijo, v kateri je objavljala tudi Stefan [3]. 30. 9. 1858 je šolski svetnik in inšpektor realk nekdanji Liechtensteinov zasebni učitelj Moritz Alois Becker (1812 Staré Město na Moravskem–1887 Lienz) organiziral posebno sejo učiteljev na realki, za kar se je ravnatelj prisrčno zahvalil njemu, Kollerju, dunajskemu pomožnemu škofu kanoniku-kantorju pri svetem Štefanu Franzu Ksaverju Zennerju (1794 Dunaj–1861 Dunaj) in komisarju za dunajske srednje šole Josephu Scheinerju (1798 Česká Lípa–1867 Dunaj). Scheiner je bil rimskokatoliški duhovnik, teolog in univerzitetni profesor, od leta 1855 kanonik dunajske stolnice sv. Štefana, nadškofov konzistorialni svetnik, pooblaščenec za katoliške izobraževalne ustanove, dunajske gimnazije in srednje šole. Skupaj s Kollerjem je bil svetovalec pri Ministrstvu za šolstvo [3]. Becker je nato organiziral še par sestankov na realki, 18. 5. 1860 pa sta s Kollerjem inšpicirala realko, za kar se je obema ravnatelj znova posebej zahvalil [3]. Becker je bliskovito napredoval: takoj po Stefanovem odhodu z realke je leta 1864 postal zasebni učitelj nesrečnega prestolonaslednika Rudolfa in njegove sestre Gisele, leta 1867 pa je postal vitez kot topograf in dopisnik dunajskega dnevnika *Die Presse*.

Slika 2: Stefanova matematična predavanja na realki – učni načrt pouka geometrije leta 1861/62 [1].

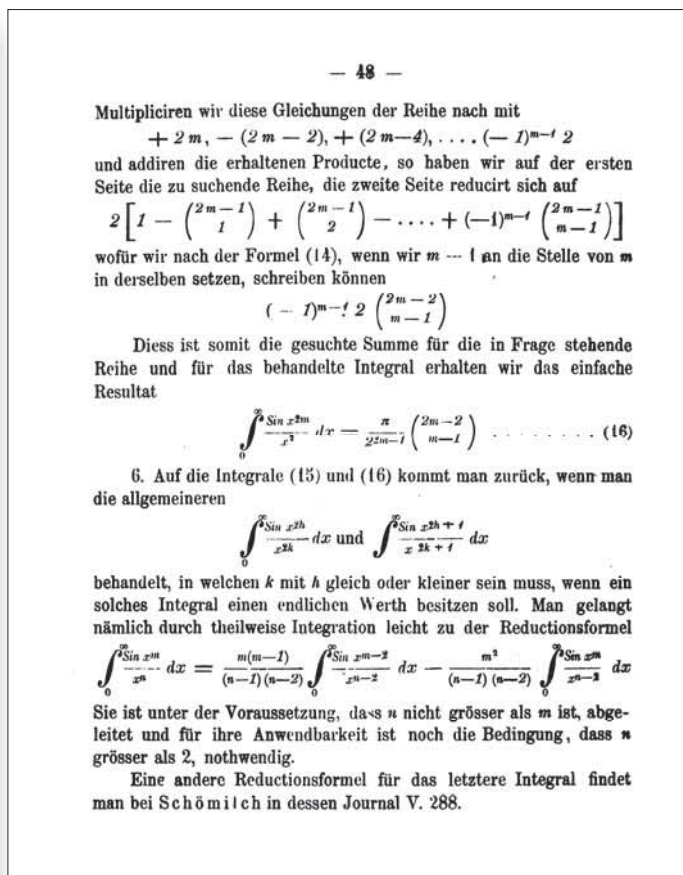
Med letoma 1859/60 in 1862/63 je Stefan na dunajski realki predaval tudi matematiko v 4. razredu po 8 ur tedensko kot redni profesor VI. klase, kar je bilo višje od večine njegovih sodelavcev in je prinašalo večje dohodke dotlej ne ravno premožnemu Stefanu. Skupno je predaval po 16 ur na teden, dodatno še na univerzi. Pri pouku matematike je začel z algebro in končal z geometrijo. Najprej je vpeljal algebrske simbole in oznake, nato pa je pripovedoval o njeni zgodovini. Obravnaval je temeljne operacije s splošnimi števili, največje skupne delitelje, najmanjše skupne večkratnike, deljivost števil in številske sisteme, o katerih je objavil razpravo. Nato so njegova predavanja zaobjela decimalna števila, periodične desetiške ulomke ob računanju z njimi, potence in korene, verjetnostni račun, linearne enačbe ter končno še logaritme. Pri geometriji je najprej pojasnil pojem daljice, nato konstrukcijo pravokotnih likov, Cevov izrek ravninske geometrije o treh prečnicah trikotnika (če prečnice izhajajo iz njegovih oglišč in se sekajo v eni točki, so zmnožki odrezanih odsekov stranic enaki), projekтивно harmonično četverko, odmere, oblike in delitev pravokotnih likov, krog, medsebojne relacije daljic, konstrukcijo in preračunavanje pravokotnih likov. Sledila so razmerja med



Slika 3: Naslovna stran Stefanove razprave o integralih v Izvestjih realke [4].

daljicami in ravninami ter medsebojna razmerja ravnin, presečišča (v prostoru), primerjava in merjenje poliedrov, okrogla telesa, računanje obsegov in prostornine ter končno še pravilni poliedri. Prvi semester se je končal šele 26. februarja, drugi pa nadaljeval 6.3.1860, Moritz A. Becker pa je znova opravil inšpekcijsko šolo. Sledila je ravnateljova zahvala Kollerju, Beckerju, gospodarskemu svetniku Paulu Schmidtu in Scheinerju. Stefan je medtem postal ravnatelj namestnik, docent matematične fizike na univerzi in dopisni član akademije; preselil pa se je v boljše stanovanje na Laimgrube št. 16, medtem ko je 2. 4. 1858 nastavljeni ravnatelj *Gustav Skřivan* (*Skrivan*, 1831 Kruceburk na Češkem–1866 Praga) stanoval na Laimgrube št. 214 kot profesor matematike v 5. in 6. razredu [3]. *Skřivan* je pohvalil Stefana:

»Redni višji predavatelj dr. J. Stefan, dopisni član Akademije, je bil z najvišjim odlokom imenovan za rednega profesorja matematike in fizike na dunajski univerzi, zato je ob koncu 1. semestra zapustil Realko. Njegova odlična učiteljska uspešnost, uspešno delo na področju znanosti, izredno ljubeče vedenje do učencev, trdnost značaja



Slika 4: Omemba Kollerjevega prijatelja Schlömilcha na zaključni strani Stefanove razpravi o integralih v Izvestjih realke [4].

in resnična kolegijskost so mu v največji meri priskrbeli splošno priznanje in spoštovanje.«

Stefan je knjižnici šole podaril Mothov učbenik algebre [8], po katerem se je učil med študijem; ni ga več potreboval, saj je kot predavatelj matematike zaključil kariero za vselej. 1. semester se je tako končal s Stefanovo poslovitvijo 11. februarja 1863, 2. semester pa se je brez Stefana na realki začel 19. februarja 1863. Član inženirskega društva, geografskega in srednješolskega društva *Skřivan je nadomestil lastnika šole botanika fizika Karla Schelivskega* (1814 Kyjev na Moravskem–?), ki je odtlej vodil le sosednjo glavno šolo. *Skřivan* se je kot študent udeležil praških demonstracij na barikadah leta 1848; skupaj s Stefanom je zapustil dunajsko realko in postal prvi profesor matematike na Praški Politehniki leta 1863. Kot novi ravnatelj ga je nadomestil Georg Kahrer, ki je pri pouku strojništva v 6. razredu posebej obravnaval enačbe Kollerjevega prijatelja Ferdinanda Redtenbacherja, čeravno Stefan ni več resno jemal Redtenbacherjevih *Dynamid* [3].

Ni čudno, da je Kollerju srce zaigralo ob Stefanovi nadarjenosti. Talent pa ni dovolj, je kvečjemu predpogoj za resen uspeh: zato se je uveljavljeni profesor Koller podal kar v študentske klopi začetnika Stefana, da je izposloval Stefanovo redno profesuro in članstvo v akademiji. Zadetek v polno!

Stefan učitelj

Dandanes še ni na voljo spletnih videoposnetkov Stefanovih predavanj, ne bo pa jih težko računalniško animirati. Sedaj imamo namreč na voljo natančne zapiske, ki jih je mogoče kombinirati s Stefanovimi slikami in znanimi opisi njegove postave ter načinov gibanja z eno ramo nekoliko povešeno za voljo mladostnega tovorjenja težkih očetovih pekovskih vreč z moko. Veselo na delo!

Matematika v Stefanovi teoriji prevajanja toplote: kazalo predavanj

Stefan je kmalu tako zaslovel, da so večino njegovih razprav Britanci kar sproti prevajali [6]. Kot da bi slutil bližajoče se Stefanove mednarodne uspehe, si je Koller vestno zapisal ducat izmed Stefanovih štirinajstih predavanj v zimskem semestru 1862/63 o matematični teoriji prevajanja toplote, pri čemer so bila tedanja polletja nekoliko premaknjena glede na naša, saj se niso končala januarja, temveč ob veliki noči [2].

Matematične vsebine štirinajstih Stefanovih predavanj o toploti so si sledile takole:

V. predavanje 18. 11. 1862: **Integracija diferencialne enačbe za temperaturo zelo tanke palice ob zanemarjanju toplote, ki odteka od medija**, strani 37–50.

IX. predavanje 16. 12. 1862: **Integriranje za določitev toplote v dani točki X glede na prevodnost λ** , strani 91–105.

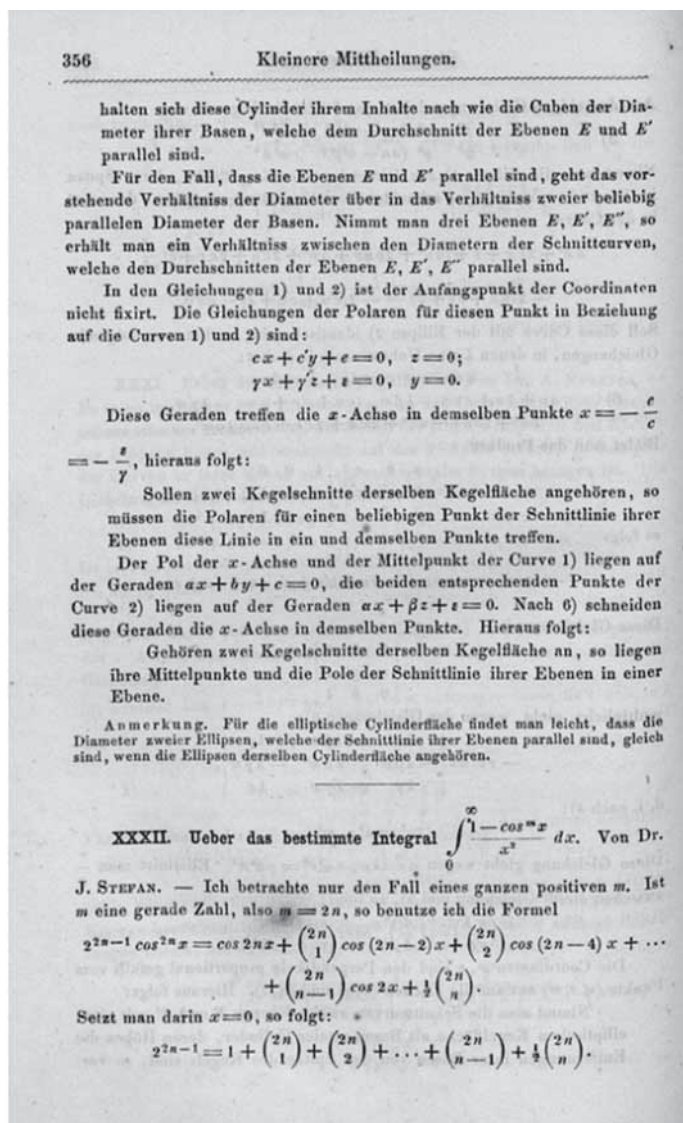
XI. predavanje 20. 1. 1863: Stefan je uvodoma podal **seznam simbolov**, nadaljeval pa je z **integriranjem kosinusne funkcije prevajanja toplote po navodilih Stefanovega urednika Oscarja Xaverja Schlömilcha** [5], strani 109–117.

XII. predavanje 27. 1. 1863: **Določeni integrali in limite prevajanja**, strani 117–127.

XIII. predavanje 3. 2. 1863: **Določena integrala iz prejšnjega predavanja kot lihi trigonometrični-eksponentni funkciji prevajanja toplote na prostornine in površine telesa**, strani 127–140.

XIV. zaključno predavanje 10. 2. 1863: **Integracija Laplaceove eksponentne enačbe za prevajanje toplote, v desnem stolpcu opomb ob strani prečrtana posplošitev v D. Poissonovo enačbo teorije potenciala kot parcialne diferencialne enačbe 2. reda**, strani 140–142.

Koller je svoje zapiske s Stefanovih predavanj o toploti začel s temperaturo telesa ob meritvah temperature. Prvo predavanje je obiskal 21. 10. 1862, zadnje, 14. predavanje, pa 10. 2. 1863. Tisti čas so bili habsburški semestri drugačni kot danes v Sloveniji. Sodobni nemški in nekdanji habsburški zimski semester (WiSe), s katerim večina študentov začne pouk na univerzi, je pogosto potekal od 1. 10. do 31. 3. Predavanja so začeli okoli 15. 10., da so lahko trajala 14 tednov, kar je bilo enako številu Stefanovih štirinajstih vsakotedenskih dvournih predavanj, ki se jih je Koller udeleževal. Zabeležil je dvanajst predavanj in zagotovil prazne strani za nadaljnje 10. predavanje brez danes dostopnih zapiskov, medtem ko je zadnje decembrsko predavanje bržkone



Slika 5: Uvod Stefanove razprave o določenem integralu v slovitom Schlömilchovem časopisu [5].

zamudil zavoljo praznikov. Okoli božiča in novega leta je bil običajno dvotedenski premor, ki se ni štel v 14-tedenski semester. Habsburški in sodobni nemški poletni semester je nato običajno potekal od 1. 4. do 30. 9. 12 tednov predavanj so začeli nekaj dni po veliki noči, zato so bila predavanja v poletnem semestru dva tedna krajša od zimskega. Med 12- do 14-tedenskima prekinitvama predavanj med semestroma so opravljali izpite, prakse, tečaje.

Stefanov predavateljski slog

Stefan je po Josephu Fourieru (1768 Auxerre–1830 Pariz) povzel *Théorie analytique de la chaleur* iz leta 1822. Mož je tedaj postal stalni tajnik pariške akademije; položaj, ki ga je Stefan kmalu zasedel pri dunajski akademiji. Pravzaprav je bil Fourier edina avtoriteta, ki jo je Stefan navajal v svojih predavanjih o teoriji toplote, vsaj glede na Kollerjeve zapiske.

Stefanova integriranja in diferencialne enačbe so bila matematično nekoliko nad ravni današnjih brucev, kar je bil lahko sad Kollerjevih povečevanj Stefanovih zmožnosti. Koller si ni toliko želel naučiti Stefanove kalorimetrije za lastno izobraževanje, saj je o Fourierjevih teorijah že dovolj izvedel kot študent na liceju v Linzu in je kot profesor fizike predaval to in drugo matematiko v Kremsmünstru desetletje in pol. Koller je pisal svoje knjižice polne Stefanovih predavanj za prepričevanje svojih sodelavcev na ministrstvu, da bi Stefanu dodelili piedestal dunajske univerze, četudi Kollerjevi sodelavci v administraciji niso razumeli dolgih matematičnih formul, oziroma ravno zaradi tega. Anton Peterlin je z istim pristopom stoletje pozneje skušal privabiti Borisa Kidriča in Borisa Kraigherja, da bi dala več denarja za Peterlinove projekte, medtem ko je Oppenheimer uporabil enak prijem za ponižanje in hkrati vabo generala Leslie Grovesa (1896 Albany, New York–1970 Washington DC) v zgodnjih štiridesetih letih 20. stoletja.

Fourier je svojo matematično teorijo toplote oprl na svojo teorijo vrst. V nadaljevanju je Stefan postregel z matematičnimi enačbami kot ilustracijo moderni atomistični teoriji prirejenih Fourierjevih idej. Namesto Fourierjevih vrst je raje uporabil na videz priročajši diferencialni račun za definicijo koeficienta prevajanja toplote. Ker ni uporabljal tenzorskega računa, so bile Stefanove izpeljave izredno dolge. Izraz tenzor je sicer uporabil že Irec William Rowan Hamilton (1805 Dublin–1865 Dublin) med prvim letom Irske krompirjeve lakote leta 1846 kot razširitev svojih kvaternionov, ki sta jih propagirala tudi Thomas Andrews (1813 Belfas–1885 Belfast) v Belfastu in Kelvinov škotski sodelavec Peter Guthrie Tait. Med fiziki so tenzorji postali splošno znani šele po Einsteinovi uporabi v splošni teoriji relativnosti v Pragi in Zürichu tik pred prvo svetovno vojno; zato so ostali tuji celo dolgoveznemu Boltzmannu, ki je nekaj časa predaval matematiko na dunajski univerzi.

Stefanovi matematični spisi in recenzije

Stefan je začel objavljati o matematiki že kot študent. V članku *Delivnost* je sicer imel v mislih bolj fizikalno delilnost snovi kot njene matematične osnove; mesec dni pozneje je v naslednjem zvezku iste revije profesor s celovške gimnazije Stefanov razrednik Robida opisal Foucaultovo nihalo [7].

V svojem prvem tiskanem nemškem spisu je Stefan poročal bolj o tehniških vprašanih koroškega dela dunajske kmetijsko-gozdarske razstave. Leta 1856 je prebiral *Diferencialni (Integralni) račun* svojega profesorja Franza Motha [8] in *Geometrijo* sorednika gimnazije v Cottbusu Karla Friedricha Schulza ali novejši učbenik nekdanjega ljubljanskega matematika Leopolda Carla Schulza von Strassnitzkega, nakar je oktobra leta 1857 [9] za prvo številko novega *Glasnika* svojega učitelja zeta M. Kollerjevega brata Janežiča pisal o številskih znamenjih in sestavah; članek je bil objavljen tik pred znamenitim Levstikovim *Popotovanjem* [10].

Ko je leta 1858/59 za tri leta in pol prevzel pouk matematike na realki, je Stefan v glasilu avstrijskih realk pisal o uporabi geometrije v fiziki [11].

Stefan je leta 1862 v poročilih svoje dunajske realke [4] objavil razpravo o integralu sinusa in o določenem integralu $\int_0^\infty \left(\frac{1 - \cos^m x}{x^2}\right) dx$, ki jo je sočasno skrajšano objavil še v sloviti Schlömilchovi reviji [5]. Pri reševanju določenega integrala:

$$\int_0^\infty \frac{1 - \cos mx}{x^2} dx = \frac{m \cdot \pi}{2}$$

Na območju od nič do neskončnosti je Stefan upošteval le cele pozitivne eksponente m . Pri $m = 2 \cdot n$ je uporabil enačbo za potence kosinusov. Z razvojem v vrsto in preurejanjem je dobil pravi rezultat $\frac{m \cdot \pi}{2}$. Obravnaval je še določeni integral:

$$\int_0^\infty \frac{\sin mx}{x} dx = \frac{\pi}{2}$$

na območju od nič do neskončnosti. Integral je reduciral na:

$$\int_0^\infty \frac{\sin^2 mx}{x^2} dx = \frac{m \cdot \pi}{2}.$$

V vsoti neskončne vrste je potem iskal vrednosti binomskih koeficientov, ki jih je njegov učitelj Andreas pl. Ettingshausen prvi vpeljal leta 1826, in dobil s pomočjo integriranja *per partes*:

$$\int_0^\infty \frac{\sin x^{2m+1}}{x} dx = \frac{\pi}{2^{2m+1}} \cdot \binom{2m}{m}$$

in

$$\int_0^\infty \frac{\sin x^{2m}}{x^2} dx = \frac{\pi}{2^{2m-1}} \cdot \binom{2m-2}{m-1}.$$

Čim je postal redni univerzitetni profesor, je Stefan svoje izkušnje srednješolskega predavatelja unovčil z recenzijami v glasilu habsburških gimnazij. Najprej je ocenil učbenik svojega vrstnika, tedanjega direktorja trgovske šole v Aachnu, poznejšega profesorja tamkajšnje politehnike Adolfa Wüllnerja (1835 Düsseldorf–1908 Aachen). Učbenik je kljub naslovu temeljil na Gilles Celestine Jaminovem (1818–1886) delu zgolj v uvodu in v prvem poglavju o ravnovesju in gibanju tekočin in trdnin. Sledila je Wüllnerjeva razlaga atomizma, ki jo je Stefan še posebej odobral. Pri določitvi povprečne gostote Zemlje je navajal tako Cavendisheve poskuse, kot meritve Kollerjevega prijatelja Airyja. Pri obravnavi kapilarnosti je upošteval poskuse Kollerjevih prijateljev Savarta in Magnusa. V tretjem poglavju je obravnaval vakuumsko črpalko, Renaultove poskuse in Bunsenovo raziskovanje absorpcije plinov podobno kot Stefanovo doktorsko delo. V poglavju o valovanju je upošteval poskuse Kollerjevega znanca Charlesa Wheatstonea in Helmholtzeve poskuse z zvokom. V naslednji knjigi o optiki je upošteval Cauchyjevo valovno teorijo disperzije proti delčni optiki ob napovedi odločilnih Foucaultevih in Fraunhoferjevih poskusov. Upošteval je Brewsterjeve poskuse in Kirchhoffov zakon o ekvivalentnosti absorpcije in sevanja svetlobe. Obravnaval je tudi Fresnelova zrcala, ki so bila bistveni del tedanjih Stefanovih predavanj. Za zaključek Stefan ni pohvalil le Wüllnerja, temveč še njegovega leipziškega založnika B. G. Teubnerja, ki je tiskal tudi knjige Clebscha in Schlömilchovo matematično revijo [12]. V tretjem delu svoje najbolj znamenite razprave iz leta 1879 je Stefan začel s poročilom o Wüllnerjevi učbeniški prilagoditvi Tyndallovih poskusov, soglasnih s Ste-

fanovim zakonom; ta polovica tiskane strani je bila bistveni del Stefanovega prispevka. Vendar Stefan v rokopisnem povzetku svojega dela ni omenil ne Wüllnerja ne Tyndalla. Tudi v njegovem objavljenem članku se je zdel njun rezultat manj pomemben od meritev Johna Williama Draperja in Johna Ericssona, s katerimi je Stefan nadaljeval tretje poglavje svojega prispevka. Najbrž je Stefan izvedel za Wüllnerjevo objavo rezultatov Tyndalla šele potem, ko je že napisal svoj rokopis, vendar pred končno objavo; zato je Stefan Wüllnerjeve podatke dodal svojemu delu bolj kot manjši dokaz, saj je bila nenatančnost Tyndallovih meritev očitna. V poznejšem razvoju je prav prispevek slavnega Tyndalla najbolj podpiral Stefanov zakon.

Leta 1865 je Stefan ocenil Schellbachov berlinski učbenik eliptičnih integralov in (Riemann-Sieglove) θ funkcije v glasilu avstrijskih gimnazij [13]. Karl Heinrich Schellbach (1805 Eisleben–1892 Berlin) se je učil matematike in elektrike v Halleju pri Johannu Salomu Christophu Schweiggerju (1779 Erlangen–1857 Halle), potem ko je Schweigger leta 1820 sestavil svoj znameniti občutljivi galvanometer. Med letoma 1855 in 1889 je Schellbach v svojem berlinskem matematično-pedagoškem seminarju začetnikom predstavljal težko učiteljsko umetnost. Iz Schellbachovih seminarskih vaj, ki so jih obiskovali tudi Clebsch, Carl Neumann, Koenigsberger in Georg Cantor, je nastala knjiga o doktrini eliptičnih integralov in θ funkcije s poudarkom na praktični plati uporab v mehaniki, astronomiji in fiziki. V prvem delu svoje knjige je podal teorijo eliptičnih integralov, v drugem delu pa je nanizal možnosti njihove uporabe, ki so Stefana najbolj zanimala. Seveda je delo mojstra Schellbacha priporočal vsem ljubiteljem matematike!

V isti reviji je Stefan ostro kritiziral učbenik Alberta Ferdinanda Trappeja, profesorja in prorektorja višje realke prvega razreda na Plac Teatralny w Wrocławu, upokojenega po 38 letih poučevanja matematike in fizike na veliko noč 1876 [14]. Stefan je bil kritičen do matematično preveč zapletene Trappejeve razlage, ki naj bi presejala možnosti dijakov in spravljala profesorje v časovno stisko zavljo preobilice predavane snovi. Še ostreje se je Stefan obregnil ob ohlapne definicije gibalne količine kot sile, odvečnega naštevanja strojev s proizvajalci vred, nepopolnega zapisa Keplerjevih zakonov in mehanskega dela s kinetično energijo. Tako Stefan ni bil kritičen zgolj do učbenikov svojega slovenskega rojaka Simona Šubica, temveč je bil tudi sicer strog.

V istem letniku revije habsburških gimnazij je graški univerzitetni profesor matematike, Slovencem naklonjeni alpinist Johan Johann Frischauf (1837–1924), dokaj ostro ocenil razpravo češkega profesorja ljubljanske gimnazije Nejedlija [15], češ da ni dovolj upošteval Harriot-Descartesovega pravila znakov iz Descartesove *La Géométrie*, tiskane leta 1673, in *Artis Analyticae Praxis* angleškega utemeljitelja algebre Thomasa Harriota (1560 Oxford–1621 London), objavljenega posmrtno leta 1631. Frischauf je bil Ettingshausnov dunajski študent kmalu za Stefanom, zasebno pa je učil tudi Boltzmannovo napol slovensko nevesto Jetti. V poročilih ljubljanske gimnazije je Josip Nejedli (1821 Praga–1919 Ljubljana) objavil številne razprave o algebraini analizi. Leta 1863 se je ukvarjal z Eulerjevim postopkom za reševanje nedoločenih enačb prvega reda. Močnikovo obravnavo Cauchyjevih metod je leta 1865 nadgradil z razpravo o Budanovem in Hornerjevem algoritmu za reševanje numeričnih enačb višjih vrst. Angleški matematik William George Horner (1786 Bristol–1837 Bath) je danes bolj znan kot francoski amaterski matematik zdravnik Ferdinand François Désiré Budan de Boislaurent (1761 Limonade, Haiti–1840 Pariz), ki je svojo metodo razvil leta 1803 s končno objavo leta 1807.

V istem letniku revije je Stefan pohvalil delo tedanjega predavatelja matematike na univerzi Halle Carla Gottfrieda Neumanna (Karl, 1832 Kaliningrad–1925 Leipzig), sina slovitega mineraloga Franza Ernsta Neumanna (1798–1895). C. Neumann se je izobrazil kot študent Schellbachovega berlinskega seminarja; postal je eden od iniciatorjev teorije integralnih enačb. Tri leta po Stefanovi recenziji, tj. 1868, je skupaj z Alfredom Clebschom soustanovil revijo *Matematični Anali*, ki je še dandanes ena od dvajsetih najpomembnejših matematičnih publikacij na svetu. C. Neumann je izhajal iz idej Wilhelma Webra o pomenu hitrosti in pospeška delcev elektrike, ki skupaj z razdaljo med njimi opredeljujeta silo: seveda je po tedanji navadi razmišljal o Ampèrevih magnetnih molekulah in delcih svetlobnega etra. Ščasoma je Maxwellov pristop, utemeljen na matematiki C. Neumanna, izpodrinil Webrova tudi s Stefanovo pomočjo; Stefan je svojemu najboljšemu učencu Boltzmannu dal angleški slovar za prebiranje Maxwellovih del. Seveda je Stefan dobro vedel, s kolikšno avtoriteto ima opravka, zato je delo Neumanna toplo priporočil prijateljem matematičnih ved. V nadaljevanju istega letnika revije so poročali o Stefanovem povišanju v akademika [16].

Zaključek

Stefanov uspeh je tlakoval Koller, ki je po velikonočni nedelji 27. 3. 1864 od 12. 4. 1864 do 10. 5. 1864 poslušal prvih pet Stefanovih predavanj o interferenci; ducat od skupno 14 predavanj o toploti je obiskoval leto in pol prej, tik preden je Stefan postal najmlajši profesor fizike-matematike na dunajski univerzi in sodirektor Fizikalnega inštituta 9. 3. 1863. Stefan je predaval po dve uri zapored enkrat na teden, navdušujoč Kollerja in mlajše občinstvo.

Literatura

- [1] *Jahres-Bericht der Öffentlichen Ober-Realschule (Bauernmarkt(e) Nr. 11) zu Wien*. Wien: Anton Schweiger, 1861/62, str. 53–54.
- [2] Koller, M. (1862-1864). Zapiski s predavanj Dr. Jožefa Stefana: »Über die Theorie der Wärme«. 1862/63, vseh štirinajst predavanj z izjemo osmega desetega v zimskem semestru 1863, 35 folijev (=140 strani), Koller-Manuskripte, 31, Direktions-Archiv der Sternwarte Kremsmünster.
- [3] *Jahres-Bericht Bauernmarkte*, 1859: 39, 53-54, 62; 1860: 101–103, 107.
- [4] Stefan, J. (1862). Ueber (Über) die Integralsinus und einige verwandte bestimmte Integrale. *IV Jahres-Bericht Bauernmarkte*. 41–48.
- [5] Stefan, J. (1862). Kleinere Mittheilungen XXXII. Ueber (Über) ein bestimmtes Integral $\int_0^\infty (1 - \cos^m x/x^2) \cdot dx$, *Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik und Physik*, zvezek 7 (1862): 356–359.
- [6] Najmanj 20 angleških povzetkov Stefanovih razprav v *Philosophical Magazine* je bilo zvečine prevedeno iz *Anzeiger der (Kaiserlichen) Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse*. Največ matematike je vseboval Stefanov Problem v prvem in devetem prevodu:
- Stefan, J. (1873). *Poskusi o izparevanju (Versuche über die Verdampfung)*, SAW, 68 (seja 23. oktobra, natis novembra 1873), II, str. 385–423. Povzetek: LXIV. Intelligence and miscellaneous articles. Experiments on evaporation. *Philosophical Magazine*, 4. serija, 46. Zvezek (volumen), številka 308 (December 1873) str. 483–484.
- Stefan, J. (1889). O izhlapevanju in raztapljanju kot pojavih difuzije (Über die Verdampfung und die Auflösung als Vorgänge der Diffusion), SAW II a, 98 (21. november 1889), str. 1418–1442; Ponatis: WA 41 (1890), str. 725–747. Prevod: On evaporation and solution as processes of diffusion, *Philosophical Magazine*, 5. serija, 29. Zvezek, številka 176 (januar 1890) str. 139–140.
- [7] Robida, K. (1855). Foucaultov dokaz. (*Šolski Prijatelj*). *Časopis za šolo in dom*, 4/4 (15. 4. 1855): 125–127.
- [8] Moth, F.K. (1827). *Theorie der Differenzial-Rechnung und ihre Anwendung zur Auflösung der Probleme der Rectification, der Complanation und der Kubierung unabhängig von der Betrachtung der unendlich kleinen oder verschwindenden Grössen, der unendlichen Annäherung, oder der Grenzverhältnisse u. s. w.* Praga: Kronberger & Weber.
- Moth, F. K. (1852) *Lehrbuch der Algebra für den Gymnasial-Unterricht bearbeitet von Fr. Moth*, Linz: F. Eurich. Stefan je svoj izvod podaril šoli (*IV Jahres-Bericht Bauernmarkte*, 1862, str. 60).
- [9] Šubic, I. (1902). Dr. Josip Stefan. *Zbornik znanstvenih in poučnih spisov* (Ljubljana: Slovenska Matica), 4: 62–85.
- [10] Stefan, J. (1858). Številne (sic!) znamenja in sostave, (*Slovenski Glasnik za literaturo in umetnost* (Celovec: Janez Leon) 1858, 1/3 (1. 3. 1858): 75–80; 1/4 (1. 4. 1858): 105–109.
- Levstik, F. (1858). Popotovanje od Litije do Čateža, nadaljevanje, *Glasnik za literaturo in umetnost*, 1/3 (1. 3. 1858): 81–84;
- [11] Stefan, J. (1855). Delivnost. (*Šolski Prijatelj*). *Časopis za šolo in dom*, 4/3 (15. 3. 1855): 84–85.
- Stefan, J. (J. St. Wien, Četrtek 4. 6. 1857). Feuilleton. Die land- und forstwirtschaftliche (= forstwirtschaftliche) Ausstellung in Wien in Rücksicht auf Kärnten. *Klagenfurter Zeitung*, no. 125: 493–495.
- Stefan J. (1859). Geometrische Darstellung physikalischer Probleme. *Zeitschrift für Realschulen (Zeitschrift für die österreichischen Realschulen und verwandte Lehranstalten)*. Wien: Sallmayer, 1: 176–.
- [12] Stefan, J. (1864). Recenzija: Ad. Wüllner. Lehrbuch der Experimentalphysik mit theilweiser benutzung von Jamin's cours de physique de l'École Polytechnique (prva dva dela: mehanika, optika). Leipzig: B.G. Teubner, 1863, *Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien*, 15: 158–166.
- [13] Stefan J. (1865). Recenzija: Schellbach, K. H. 1864. Die Lehre von den elliptischen Integralen und der Thetafunctionen (Funktionen). Berlin: Reimer. *Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien*. 16: 747–748.
- [14] Stefan J. (1865). Recenzija: Trappe, Albert Ferdinand. 1865. Die Physik für den Schulunterricht bearbeitet von Albert Ferdinand Trappe, 3. Izdaja 296 strani. Breslau (Wrocław): Ferdinand Hirt. *Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien*. 16: 670–673.
- [15] Frischauf J. (1865). Recenzija: K. Nejedli, Elementäre Ableitung der Budar-Horner'schen Auflösungsmethode Höherer Zahlengleichungen (22 strani), *Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien*. 16: 865–866.
- [16] Stefan J. (1865). Recenzija: Neumann, Carl. 1863. Die Magnetische Drehung des Polarisationsebene des Lichtes: Versuch Einer Mathematischen Theorie. Halle: Waisenhause, VIII + 82 strani. *Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien*. 16: 305-306. Na strani 472 o Stefanu akademiku.