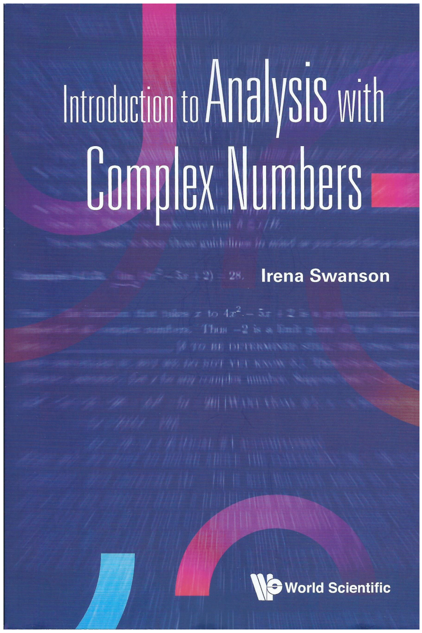
NOVE KNJIGE

I. Swanson, Introduction to Analysis with Complex Numbers, World Scientific, New Jersey in drugje, 2021, 456 strani.



Knjiga je vsebinsko zaokrožena, samostojna celota, ki obsega standardne vsebine začetne matematične analize, kot so funkcije, zaporedja in vrste, vključene pa so tudi konstrukcije naravnih, celih, racionalnih, realnih in kompleksnih števil ter ne nazadnje tudi matematična logika, ki jo uspešno uporablja pri strogem dokazovanju. Nekaj dokazov je v posebnem tisku razširjenih s podrobnejšimi pojasnili, ki se običajno avtorjem ne zdijo potrebna, bralcu pa pomagajo, da se laže prebije do končnega sklepa.

Knjiga, napisana za študente na Reed Collegeu v Portlandu v državi Oregon, kjer je avtorica predavala v letih 2005–2020, je prežeta s številnimi vzorno izdelanimi primeri in skrbno izbranimi nalogami za boljše razumevanje snovi. Prav zaradi nekoliko drugačne obravnave, kot smo je navajeni iz naših in tujih standardnih učbenikov analize, bo morda delo zanimivo tudi za naše profesorje in študente. Dobesedno nas namreč uči, kar včasih v standardnih učbenikih pogrešamo, kako na podlagi logike iz aksiomov in že dokazanih trditev natančno poteka dokaz, predvsem pa, kako le-tega čim bolj razumljivo zapisati. V ta namen je v knjigi prisotnih tudi veliko nalog, ki zahtevajo dokaz neke trditve.

Knjiga je smiselno razdeljena na deset poglavij in dva dodatka. Prvi dve poglavji obravnavata osnove matematike. Velik poudarek je na logiki, oznakah v matematiki, teoriji množic, pojmih relacije in funkcije ter metodah dokazovanja.

Tretje poglavje se začne s konstrukcijo množice naravnih števil $\mathbb{N}_0$ na podlagi teorije množic. S principom indukcije je nato zgrajena aritmetika v $\mathbb{N}_0$. Urejen kolobar celih števil $\mathbb{Z}$ vpelje z urejenimi pari celih števil, to se pravi s kartezičnim produktom $\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$, v katerem definira ekvivalenčno relacijo, katere razredi so cela števila. Nato razvije vso aritmetiko celih števil. Prav tako vpelje urejeno polje racionalnih števil $\mathbb{Q}$ z urejenimi pari v kartezičnem produktu $\mathbb{Z}\times(\mathbb{Z}\setminus\{0\})$, v katerem definira ekvivalenčno relacijo, katere ekvivalenčni razredi so racionalna števila. Urejeno polje realnih števil $\mathbb{R}$ vpelje z Dedekindovimi rezi. Dedekindov in Arhimedov aksiom postaneta s tem izreka. Dokazan je izrek o obstoju korenov pozitivnih števil. Polje kompleksnih števil $\mathbb{C}$ seveda uvede korektno s kartezičnim produktom $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$. V $\mathbb{C}$ definira osnovne aritmetične operacije, konjugiranje in absolutno vrednost. Uvede kompleksno ravnino in njeno topologijo ter polarni zapis. Poglavje se konča s Heine–Borelovim izrekom.

Četrto poglavje je posvečeno limiti funkcije kot enemu od osrednjih pojmov v matematični analizi. Že na začetku definira limito kompleksne funkcije kompleksne spremenljivke. Za realne funkcije realne spremenljivke definira levo in desno limito. Obravnava tudi primer, ko število ni limita neke funkcije. Pri tem opozarja na natančnost definicij, ker vsaka pomanjkljivost v izražanju lahko spremeni pomen. Sledijo običajni limitni izreki. Poglavje se konča z neskončno limito realne funkcije realne spremenljivke in limito v neskončnosti kompleksne funkcije kompleksne spremenljivke.

Peto poglavje obravnava zveznost funkcije. Po definiciji zveznosti in izreku, ki se naslanja na pojem limite funkcije, sledijo običajni izreki za zvezne funkcije, izrek o ekstremni vrednosti, izrek o povprečni vrednosti, definicija in zveznost korenskih funkcij in na koncu še enakomerna zveznost.

Šesto poglavje se ukvarja z odvajanjem funkcij. Odvod definira kar za kompleksno funkcijo kompleksne spremenljivke. Izpeljana so običajna pravila za odvajanje, pravilo za odvajanje sestavljene funkcije in pravilo za odvod inverzne funkcije. Dokazani so izrek o povprečni vrednosti (nam bolj znan kot Lagrangeev izrek), Darbouxov izrek, Rollov izrek, dve varianti Cauchyjevega izreka in l'Hôpitalovi pravili. Na koncu poglavja so na vrsti odvodi višjega reda in Taylorjevi polinomi.

V sedmem poglavju je najprej na vrsti določeni integral za realne funkcije realne spremenljivke, in sicer s spodnjimi in zgornjimi integralskimi vsotami glede na dano delitev integracijskega intervala. Dokazana so osnovna pravila integriranja in osnovna izreka integralskega računa. Definirani so tudi posplošeni (izlimitirani) integrali in integral kompleksne funkcije realne spremenljivke. V tem poglavju so z integralom definirani naravni logaritem, eksponentna funkcija kot njegov obrat in splošna potenčna funkcija. Poglavje zaključuje uporaba integrala za računanje dolžine krivulje in prostornine ter površine rotacijskih teles.

Osmo poglavje obravnava zaporedja. Kompleksno zaporedje uvede kot kompleksno funkcijo, definirano na množici $\mathbb{N}_0$. Pojasni, da se da pozitivna racionalna števila obravnavati kot zaporedje. Definira konvergentno zaporedje in njegovo limito. Prav tako divergentno zaporedje in neskončno limito. Izpelje pravila za računanje z limitami. Dokazani so izreki za monotona, omejena in Cauchyjeva zaporedja. Na koncu poglavja so vpeljana še podzaporedja ter spodnje in zgornje stekališče realnega zaporedja.

Predzadnje, deveto poglavje se ukvarja s številskimi in potenčnimi vrstami. Vpelje pojma konvergentne vrste in njene vsote ter pojem divergentne vrste. Dokaže pravila za računanje z vrstami in nekaj konvergenčnih testov. Definira pojem absolutne konvergence in dokaže izrek o ohranitvi vsote take vrste pri poljubni permutaciji njenih členov. V nadaljevanju sledijo kompleksne potenčne vrste, konvergenčni polmeri, odvajanje potenčnih vrst, množenje potenčnih vrst, Taylorjeve vrste, uporaba potenčnih vrst.

V zadnjem, desetem poglavju spoznamo, kako s teorijo potenčnih vrst vpeljemo eksponentno in trigonometrične funkcije. Vpeljano je število π kot dvakratnik najmanjše pozitivne ničle funkcije kosinus, ki je definirana s potenčno vrsto. Pokazano je, kako lahko razvijemo vso trigonometrijo, če izhajamo iz eksponentne vrste. Definirane so tudi ciklometrične funkcije in izračunani so njihovi odvodi.

Prvi dodatek vsebuje kratka navodila, kako pravilno pišemo matematična besedila, kako pravilno uporabljamo simbole, kako matematiko študiramo, kaj smemo početi in česa ne, kako pravilno dokazovati in podobno. Drugi dodatek je zbirka osnovnih pravil matematične logike in najpomembnejših formul infinitezimalnega računa. Na koncu knjige najdemo seznam uporabljenih oznak in stvarno kazalo. Knjiga je dosegljiva v nekoliko krajši obliki na svetovnem spletu na naslovu: `www.math.purdue.edu/~gcavigli/Swanson.pdf`.

Avtorica knjige je naše gore list, Irena Šifrar Swanson, doma v Čreti v občini Hoče–Slivnica, nekdanja dijakinja II. gimnazije Maribor. Leta 1982 je odpotovala na izmenjavo v ZDA, kjer je študirala matematiko in leta 1992 doktorirala. Tam je postala uspešna profesorica matematike. Podrobnosti lahko najdemo na svetovnem spletu. Njeno glavno področje matematičnih raziskav so komutativne algebre. Imeli smo jo priložnost spoznati leta 2009 na Bledu, kjer je potekalo strokovno srečanje ob 60-letnici ustanovitve DMFA Slovenije, pa tudi kot gostujočo profesorico v Ljubljani istega leta. Na Bledu je predstavila temo z naslovom *Celostno zaprtje kolobarjev*.

Marko Razpet