PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **29** (2001/2002)
Številka 4
Stran 203

Marija Vencelj:

TIM, FERMAT IN KOLIČNIKI

Ključne besede: naloge, teorija števil, elementarna aritmetika, praštevila, deljenje.

Elektronska verzija:
http://www.presek.si/29/1482-Vencelj-naloge.pdf

TIM, FERMAT IN KOLIČNIKI

Sosedov Tim je še osnovnošolec, zato ima najraje aritmetične probleme in matematične zgodbe.

Nedavno sem mu pripovedovala, kako je največji matematik 17. stoletja, Francoz Pierre Fermat, ugotovil, da so števila

$$2^{2^1}+1=5, \quad 2^{2^2}+1=17, \quad 2^{2^3}+1=257, \quad 2^{2^4}+1=65537$$

vsa po vrsti praštevila, in od tod napak sklepal, da je število oblike $2^{2^n}+1$, kjer je n naravno število, vedno praštevilo. Že prvo naslednje število te oblike namreč ni praštevilo, saj je $2^{2^5}+1=4294967297=641\cdot 6700417$. Tudi $2^{2^6}+1$ ni praštevilo.

S Timom sva računski del opisane zgodbe preverila tudi računalniško s programom Derive, ki je z razcepom zadnjih dveh števil v hipu opravil. Da otrok računalniške dobe ne bi izgubil spoštovanja do matematikov preteklosti, sem predlagala, da pogledava še, kako je pri $n=7$. Po polurnem mletju se je Timu moj dokaj dober računalnik tako zasmilil, da sva ga razrešila naročene naloge.

Je pa zgodba v fantovem razmišljanju pustila globoko sled. Izumil je nov stavek: "Pa je to zmeraj res?"

Tako je bilo tudi, ko sva se pogovarjala o deljenju števil. Tima so bolj zanimali količniki kot ostanki, zato sva sklenila na te kar pozabiti.

Predlagala sem mu takole iskanje količnika pri deljenju $27914:315$. Delitelj 315 razcepimo (ne nujno na prafaktorje), npr. $315=5\cdot 7\cdot 9$. Nato delimo dano število 27914 s prvim faktorjem 5, dobimo količnik 5582, na ostanek pa pozabimo. Dobljeni količnik delimo z drugim faktorjem 7, dobimo novi količnik 797 in spet pozabimo na ostanek. Novi količnik delimo z zadnjim faktorjem v razcepu delitelja, to je z 9. Dobimo 88, kar proglasimo za iskani rezultat (za ostanek smo se pa že navadili, da nanj pozabimo). Seveda sva napravila preskus z direktnim deljenjem števila 27914 s številom 315 in tudi dobila količnik 88.

Poskusila sva še z deljenjem $123:32$, pri čemer sva delitelj 32 razcepila na produkt petih dvojk. Zapored sva dobila količnike 61, 30, 15, 7 in, kot zadnjega, pravilni rezultat 3.

Tim je samo vzdihnil: "Pa je to zmeraj res?"

To pa je že naloga za vas!

1. Če se vam zdi, da pravilo v splošnem ne velja, poiščite protiprimer!
2. Če mislite, da pravilo velja, dokažite njegovo pravilnost!

Marija Vencelj