Aus dem LXXXIV. Bande der Sitzb. der k. Akad. der Wissensch. II. Abth. Juni-Heft. Jahrg. 1881.

Über die Dämpfung der Schwingungen fester Körper in Flüssigkeiten.

Von Dr. **Ignaz Klemenčič**,
Assistent am physikalischen Institute der Universität Graz.

(Vorgelegt in der Sitzung am 17. Juni 1881.)

1. Die Kugel, die um einen Durchmesser als Achse schwingt.

Die Dämpfung, welche die Schwingungen irgend eines Körpers durch eine mit Reibung behaftete incompressible Flüssigkeit erfahren, ist bereits von Stokes, O. E. Meyer, Maxwell Lampe theoretisch behandelt worden. Bei den Rechnungen wurde die Voraussetzung gemacht, dass der schwingende Körper eine sehr kleine Geschwindigkeit besitzt, und dass an der Grenzfläche zwischen Körper und Flüssigkeit keine Gleitung stattfindet. Kirchhoff entwickelt in der 26. Vorlesung seiner mathematischen Physik Formeln für die Dämpfung, respective das logarithmische Decrement der Schwingungen einer Kugel, die in einer Flüssigkeit entweder um ihren Durchmesser als Achse, oder auf einer Geraden hin- und herschwingt. Den ersten Fall behandelt auch Lampe. (Progr. d. städt. Gymn. zu Danzig, 1866.) Bei dieser Berechnung berücksichtigte Kirchhoff von den Gliedern, die die Reibungsconstante enthalten, nur diejenigen niedrigster Ordnung, während Lampe auch noch die Glieder der zweiten Ordnung der Kleinheit beibehält. Man kann aus der von Kirchhoff, pag. 383 seiner Vorlesung gegebenen Gleichung 28, sofort auch die Lampe'sche Formel ableiten.

Gleichung 28 lautet:

$$\left(\sqrt{\frac{k}{\mu}} - R\beta\right)(\alpha^2 + K\beta^4) =$$
$$= -\frac{8\pi}{3} R^3\mu\sqrt{\frac{k}{\mu}}\,\beta^2\left(3\frac{k}{\mu} - 3\sqrt{\frac{k}{\mu}}\,R\beta + R^2\beta^2\right).$$

Darin bedeutet μ die Dichte der Flüssigkeit, k deren Reibungsconstante, K das Trägheitsmoment und R den Radius der Kugel; α und β sind Constanten.

Ist $k=0$, so liefert die Gleichung für β die Wurzeln:

$$o \text{ und } \pm \sqrt[4]{\frac{\alpha^2}{K}} \frac{1 \pm \sqrt{-1}}{\sqrt{2}}$$

In diesem speciellen Falle, also wenn $k=0$ ist, soll β mit β_0 bezeichnet werden.

Nun ist k nicht gleich 0; allein wir nehmen an, dass es so klein ist, dass von den fünf Wurzeln noch immer zwei complexe mit negativem reellem Theile vorhanden sind. Dann wäre etwa

$$\beta = -a + bi$$

und wenn wir das logarithmische Decrement der Schwingungen mit δ bezeichnen

$$\delta = \frac{b^2 - a^2}{2ab} \pi.$$

Setzt man unter der Annahme, dass k sehr klein ist

$$\beta = \beta_0 + \varepsilon$$

und substituirt diesen Werth in Gleichung 28, so findet man, wenn man von den mit k behafteten Gliedern nur diejenigen der niedrigsten Ordnung beibehält

$$\varepsilon = \frac{2\pi}{3} R^4 \sqrt{k\mu} \frac{1}{K}$$

und daraus

$$\delta = \varepsilon \sqrt{2\pi T_0}, \qquad 1)$$

wo T_0 die Schwingungsdauer der ungedämpften Kugel bedeutet. Schwingt die Kugel in der Luft, so kann dafür auch die Schwingungsdauer der gedämpften gesetzt werden.

Will man in der Gleichung 28 von den mit k behafteten Gliedern auch die von der zweiten Ordnung der Kleinheit berücksichtigen, so setze man

$$\beta = \beta_0 + \varepsilon + \zeta,$$