ELEMENTA:

LE GEOMETRICVM, EX EVclidis Geometria, a IOHANNE Vœgelin Haylpronnẽsi Collega ciuilis collegij Viennensis, ad omnium Mathematices candidatorum utilitatẽ decerptum.

BRASSICANI.

Eximium fructum hic solida breuitate libellus
Continet, exacta tersus ubiq; fide
Dignus item vraniæ quem perlegat undiq; cultor
Si modo certa sua discere fruge uelit.

EXCVSVM in ædibus Ioãnis Singrenij.
Anno &c. M. D. XXVIII.

EMINENTISSIMO VIRO GEORGIO TANSTETTER COL-
lumitio, artium & medicinarum Doctori peritißimo, & Ma-
thematices in inclyto Viennensi Gymnasio professo-
ri ordinario perspicacißimo, patro-
no suo obseruandißimo, IO-
HANNES Vœgelin
Haylpronnensis
salutem.

CVM prælegẽdorũ Mathematum muneri me substituißes, cœpi illi-
co cogitare, qua ratione tibi gratitudinem meam declarare, cumq;
diu id me sollicitum dedißet, uidi tandem nulla re magis animum in te me-
um perspicuum fore, quàm si diligentem ac strenuam operam tibi locarẽ.
Ea propter summum est mihi studium, non solum accurate quæ iubes lege-
re, uerum etiam in his docendis eo uti ordine, quo Matheseos tyrones facil
lime erudiantur, & ad alios huius generis libros idonei auditores reddan-
tur. Cum uero post numerorum scientiam quam hac hyeme tuo monitu
interpretatus sum, necessario tradenda putarim Elementa Geometrica,
sine his enim frustra alias aggrediare disciplinas. Ideo propter omniũ stu-
diosorum commoda, Ex Euclidis Geometria, eas duntaxat excerpsi pro-
positiones, quæ in demonstratiõibus linearibus crebrius obuersãtur, quæ-
que satis prope sunt ad disciplinarum culmen perducere. In quibus ordi-
nandis pariter ac demonstrandis prudens non semel ab Euclide dißentio,
ita enim rei breuitas & quam semper quæsui facilitatem postulabant.
Hunc ergo libellum obseruandißimo Patrone tuo solerti examini submit-
to, non ambigens quin pro tua in me beneuolentia, errata reprehendas &
commode dicta alacriter suscipias, meq; ut soles perpetuo prose-
quaris amore. Vale Viennæ ex ciuium Collegio, pri-
die Calendas Martias. Anno Christi
1528

aqũ distans
perpendicularis

Angulus
planus
rectilineus
obtusus
rectus
acutus

ELEMENTALIS GEOMETRICI,

Caput primum.

Definitiones.

1 Punctus, est cuius pars nulla est.

2 Linea, est longitudo sine latitudine, Cuius quidem extremitates sunt duo puncta.

3 Linea recta, est ab uno pũcto ad aliũ breuissima extẽsio, in extremitates suas utrũq; eorẽ recipiẽs

4 Superficies, est q̃ longitudinẽ & latitudinẽ tantũ habet. Cuius quidem termini sunt lineæ.

5 Superficies plana, est ab una linea ad aliã breuissima extensio, illas recipiens in suas extremitates.

6 Angulus planus, est duarũ linearũ alternus cõtactus, quarum expansio est super superficiem planam, applicatioq; non directa.

7 Angulꝰ rectilineus, est quẽ cõtinẽt duę lineę rectæ.

8 Angulus rectus, est vterlibet eorũ qui fiunt dũ recta linea super rectã steterit, duosq; angulos ex utraq; parte fecerit æquales.

9 Linea perpendicularis, est recta linea rectæ insistẽs duosq; circum se angulos rectos faciens.

10 Angulus obtusus, est qui recto maior est

11 Angulus acutus, est qui recto minor est.

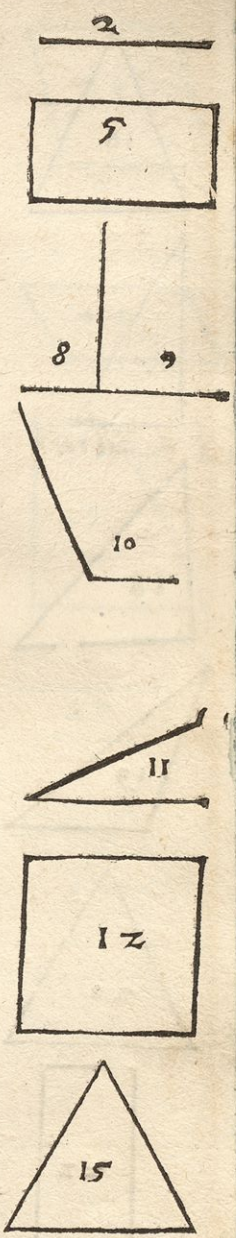
12 Terminus, est quod uniuscunq; finis est

13 Figura est, quæ termino uel terminis clauditur.

14 Rectilineæ figuræ, sunt q̃ rectis lineis cõtinentur.

Rectilinearũ figurarũ, alia est trilatera, alia quadrilatera, alia multilatera.

Triangulorum, alius isopleuros, id est, ęquilaterus, alius isosceles, id est, æquicrurus, alius scalenus.

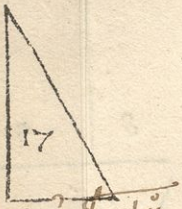


15 Aequilaterus est qui trib⁹ æquis finit lateribus.

16 Isosceles, qui duo tantũ habet latera æqualia.

17 Scalenus, qui tribus inæq̃libus cõtinet lateribꝰ.

Amplius triangulorũ, alius est orthogonius, id est, rectangulus, alius oxygonius, id est, acutiangulus, alius amblygonius, id est, obtusiangulus.



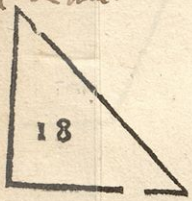
18 Orthogonius, est qui unũ habet rectũ angulũ.

19 Amblygonius, qui unũ habet obtusum angulũ

20 Oxygoni⁹, q cũctos tres habet acutos anglos.

21 Quadrilaterarum figurarum, Quadratum est quod æquilaterum atq̃ rectangulum est.

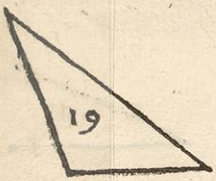
quid Quadratũ



22 Tetragonus longus, rectangulus quidem est, sed æquilaterus non est.

23 Rhombus, est qui æquilaterus quidem, sed rectangulus non est.

24 Rhõboides qui neq̃ latera neq̃ anglos equales habet, latera tñ opposita & angulos æquales habet



25 Trapezia, hoc est, mensulæ, omnes sunt, preter has figuræ quadrilateræ.

26 Multilateræ figuræ pluribus q̃ quattuor claudunter lineis.

27 Aequidistãtes lineæ sunt q̃ in eadem superficie collocatæ, atq̃ in alterutram partem protractę non concurrunt, etiã si infinitum protrahãtur.

PETITIONES.

1 Omnes rectos angulos sibi inuicẽ esse æquales.

2 Si linea recta super duas rectas ceciderit lineas, duosq̃ angulos ex una parte illius lineæ duob⁹ rectis angulis minores fecerit, has duas lineas in eandem partem protractas coniunctum iri. Et econtrario.

3 Duas rectas lineas ſuperficiem nullam claudere.

4 Si in aliq̃ triangulo, alterũ duorũ laterũ ſuper baſim ſtantium demittatur, alterum neceſſario uel breuius uel longius fieri. Quam nos hic quartã ponimus petitionem. Euclides ſeptimã primi libri propoſitionem annotauit. Verum quia demonſtratio eius difficilior uideri poſſet, incipienti primum diſcere elementa, & demonſtrationibus linearibus non dum aſſueto. Q̃ q̃ ipſa petitioni proxima eſt, eiuſq̃ uſus ad modũ rarus, id propterea inter poſtulata eã annumeramus.

Communes ſententiæ.

1 Quęcũq̃ uni & eidem ſunt æqualia, inter ſe ſunt æqualia.

2 Si æqualib⁹ ęqualia addant̃, aggregata fiẽt ęqualia.

3 Si ab æqualibus æqualia auferãtur, reſidua erunt æqualia.

4 Si ab inæqualibus æqualia auferant̃, reſidua erũt inæqualia.

5 Si inæqualibus æqualia addant̃, aggregata erunt inæqualia.

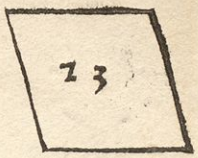
6 Si duæ res fuerint uni duplices, ipſæ ſibi inuicem erunt æquales.

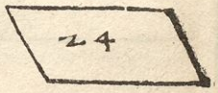
7 Si fuerint duæ res quarũ utraq̃ unius & eiuſdẽ eſt dimidium, erunt ſibi inuicem ęquales.

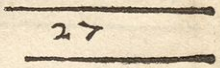
8 Siqua res alteri ſuperponatur appliceturq̃ ei, nec excedat altera alterã, hæ erunt ſibi inuicẽ æquales. Et econtrario.

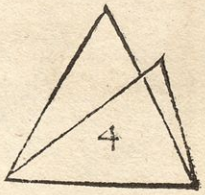
9 Omne totum maius eſt ſua parte.

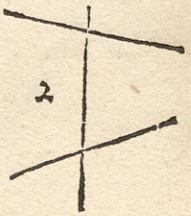
10 Totũ ęquale eſt ſuis oĩbus partibus ſiſſumptis.











Propositio prima.

Supra datam rectam lineam triangulum æquilaterum collocare.

Sit data linea a b, sic super eam constituemus triangulũ æquilaterum. Posito pede circini immobili in a, alter extendatur secundum spaciũ lineæ a b, & circunductus scribat arcum occultum. Deinde circino non uariato pedem eius immobilem ponamus in b & alter circunductus priorem arcum secet in puncto c. Punctus ille sectionis c iungatur lineis rectis cum a & b punctis, & factus erit triangulus æquilaterus, Nam omnes hæ lineæ sunt uni æquales, ei scilicet quæ est inter extremitates pedum circini, quare per primam cõmunem sententiam, inter se sunt æquales. Aequicrurum haud aliter datæ lineæ superpones, nisi q̃ circinus amplius quàm est datæ lineæ spacium uel minus extendendus est. Scalemus tum fiet si circinus primo amplius deinde minus extẽditur q̃ est linea data

Secunda propositio.

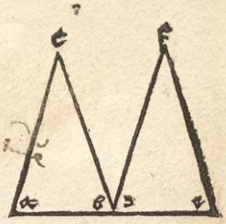
Quorumcunq; duorum triangulorum duo latera uniusq; duobus lateribus alterius fuerint æqualia, & anguli his æquis lateribus contenti, æquales, erit basis basi, & reliqui anguli æquis lateribus contenti, alter alteri, & totus triangulus toti triangulo æqualis.

Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; latus a b æquale lateri d e. Et latus a c æquale lateri d f, & angulus a æqualis angulo d. Dico basim b c æqualem esse basi e f, & angulum b angulo e, & angulum c angulo f, & totam trianguli a b c superficiem, superficiei trianguli d e f æqualem. Nam finge lineam d e superponi & accõmodari a b lineæ, neutra igitur alteram excedet per conuersionem octauæ conceptionis, positæ enim sunt æquales, & punctus d cadet super a punctum, & similiter e punctus super b. Quia uero angulus a positus est æqualis angulo d, necessario cadet linea d f super lineam a c & propter præstructam æqualitatem earum, incidet f punctus puncto c & erit cum eo unus punctus, quapropter basis e f cadet super basim b c ita ut fiat cum ea, linea una, alioqui duæ rectæ lineæ clauderent superficiem, quod est contra petitionem tertiam, & quia neutra alteram excedit, terminantur enim ijsdem punctis, sunt igitur equales. Rursus angulus e superpositus est angulo b & eum non excedit, neq; ab eo exce

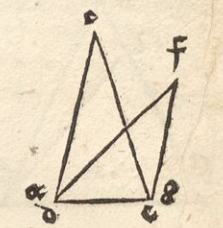
ditur, est ergo ei æqualis. Haud aliter angulus f æqualis probatur angulo c. Præterea totus triangulus d e f toti triangulo a b c superpositus est, ipsum neq; excedens, neq; ab eo superatus, quapropter concluditur ei æqualis propter octauam communem sententiam.

Tertia Propositio

Si tria latera unius trianguli fuerint æqualia tribus lateribus alterius trianguli, qui continentur æquis lateribus anguli æquales erunt.



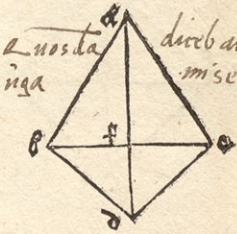
Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; latus a c æquale lateri d f, & b c æquale e f & a b æquale d e. Dico angulum c esse æqualem angulo f & angulũ a angulo d & angulũ b angulo e, hij enĩ lateribus relatiuis & æqualibus continentur. Nam superponatur basis d e basi a b, neutra itaq;, quoniam positæ sunt æquales, alteram longitudine uincet. Punctus igitur f non cadet aliò quàm super punctum c. Nam si aliò caderet, tunc alterutra linearum aut d f aut e f demitteretur, quare per ultimam petitionem altera breuior fieret. Verbi gratia, si linea d f demitteretur ita quidem ut maneret æqualis lineæ a c, tunc e f linea decresceret necessario & minor fieret quàm b c linea, quod est cõtra hypothesim, sunt enim positæ æquales. Igitur non potest punctus f alibi q̃ in c cadere postq̃ d e superposita fuerit a b lineæ. Necessario etiam cadet d f linea super a c lineam & f e super c b, aliter enim duæ rectæ lineæ clauderent superficiem. Ea propter erunt omnes anguli relatiui, hoc est, æquis lateribus contenti inter se æquales per octauam conceptionem. Nam sibi inuicem superpositi prorsus congruunt ac quadrant.



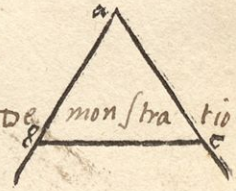
Adnersarius obseruetur

Quarta Propositio.

Trianguli æquicruri, qui supra basim sunt anguli, sibi inuicem æquales sunt. Q; si latera æqualia protrahantur, anguli q̃q; sub basi erũt æquales.



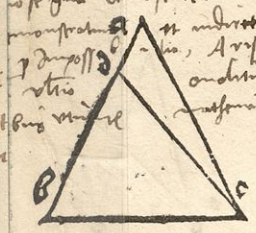
Sit triangulus a b c, cuius latus a b sit æquale lateri a c. Dico angulum a b c esse æqualem angulo a c b. Nam super basim b c in alteram partem construatur triangulus siue æquilaterus siue æquicrurus, idq; per primam propositionem huius capitis qui sit b d c, & puncta a d iungantur linea recta, quæ secet basim in puncto f. Intelligo itaq; duos triangulos a b d & a c d, quorum latera unius sunt æqualia lateribus alterius. Est enim a b æquale a c per hypothesim



b d uero æquale ipsi c d per primam huius, & a d est utriq; triangulo commune, ergo per præcedentem angulus b a d est æqualis angulo c a d, quod memori serua mente. Rursus alios duos triangulos intelligo scilicet a b f & a c f, quorum duo latera unius sunt æqualia duobus lateribus alterius. Nam b a est æquale a c per hypothesim, & a f utriq; cõmune, anguli præterea contenti his æquis lateribus sunt æquales, ut modo ostendimus, ergo per secundam huius angulus a b f æquatur angulo a c f quod erat demonstrandum. Secunda pars patebit demonstrata decima propositione.

Quinta propositio.

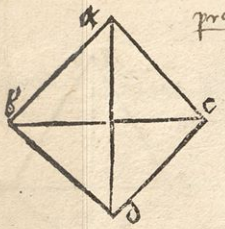
Si cuius trianguli, anguli supra basim fuerint æquales, latera seu crura illius trianguli erũt æqualia.



Sit triangulus a b c cuius anguli supra basim b & c sint æquales, dico latera eius a b & a c esse æqualia. Quia si non sunt æqualia, erit alterum eorũ longius, & sit illud a b. Resecetur ergo ad æqualitatem in puncto d, ut d b sit æqualis a c, & trahatur linea d c. Intelligo itaq; duos triangulos a b c totalem, & d b c partialẽ. Et quia duo latera unius ponũtur æqualia duobus lateribus alterius, latus scilicet d b æquale lateri a c, ipso b c existente communi, anguli etiam his æquis lateribus contenti sunt positi æquales, per secundam itaq; huius, trianguli ipsi erunt inter se æquales, ut a b c triangulus totus, triangulo d b c partiali, quod est impossibile.

Sexta propositio.

Datum angulum per æqualia diuidere.

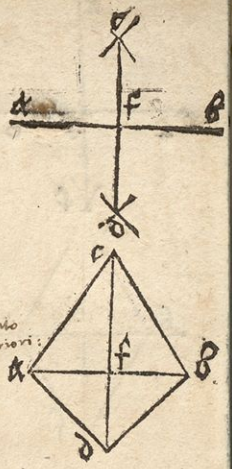


Sit datus angulus in duo æqualia secandus. A. Lineæ ipsum continentes si fuerint inæquales, resecentur ad æqualitatem, sintq; a b & a c. Et trahatur linea b c, super qua cõstituatur triangulus siue æquilaterus siue æquicrurus b d c, & cõtinuentur puncta a d linea recta. Ea ipsa angulum datũ diuidet. Intelligo enim duos triangulos b a d & c a d quorum latera unius sunt æqualia lateribus alterius. Nam a b æquale est a c per hypothesim, & b d æquale c d per primam huius, & a d utriq; triangulo commune, Per tertiam itaq; angulus b a d æquatur angulo c a d, continentur enim lateribus æqualibus. Quare patet propositum.

Septima Propositio.

Datam lineam rectam per æqualia secare.

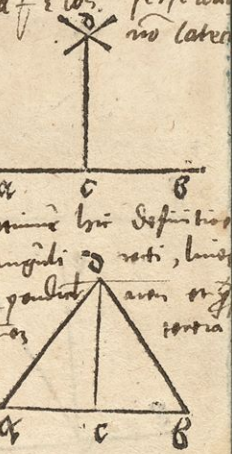
Sit linea diuidenda a b. Pone pedem immobilem circini ut libet diducti primo in a, & altero pede circunducto fac duos arcus occultos, alterum supra lineam, alterum infra. Deinde circino non uariato pes immobilis ponatur in b & alter circunductus intersecet arcus modo signatos, superiorem quidem in puncto c, inferiorem uero in d. Has sectiones iunge linea recta c d, quæ secet lineam a b in puncto f. Dico itaq; lineã a b datam, in puncto f diuisam per æqualia. Propter demonstrationis euidentiam fac triangulos manifestos continuans utramq; sectionem cum extremitatibus datæ lineæ. Intelligo enim duos triangulos c a d & c b d, quorũ latera unius sunt æqualia lateribus alterius, quare per tertiam angulus c unius est æqualis angulo c alterius. Rursus intelligo alios duos triangulos c a f & c b f, quorum duo unius latera sunt æqualia duobus lateribus alterius. Nam a c est æquale c b, eadem enim circini extensione facta sunt. Et c f utriq; triangulo cõmune, anguli quoq; his æquis lateribus contenti sunt æquales, ut modo ostensum est, ergo per secundam basis a f est æqualis basi f b quod erat demonstrandum.



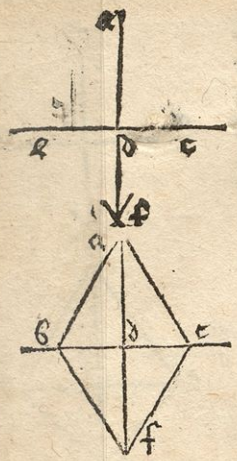
Octaua Propositio.

A puncto in linea signato perpendicularẽ educere.

Sit data linea a b, a cuius puncto c sit educenda perpendicularis. Signa itaq; in linea data officio circini duo pũcta æquali interuallo a puncto c dißita, sintq; a & b. Postea pone pedem immobile n circini utcunq; extensi in a & altero circumgirato occultum fac arcum. Deinde circino nõ uariato & pede eius immobili posito in b prior arcus secetur in puncto d, a quo ad c deijciatur linea recta. Hanc dico eße ad a b perpendicularem. Propter demonstrationem fac triangulum manifestum coniuncto d puncto cum a & b punctis. Intellige ergo duos triangulos a d c & b d c, qui sunt omniũ inter se laterum æqualium, est enim a d æqualis d b ut quæ eadẽ circini distensiõe deluneatæ sunt, latus quoq; a c ex hypothesi est æquale c b lineæ, & d c utriq; est communis, quapropter per tertiam huius angulus c unius est æqualis angulo c alterius, uterq; igitur per diffinitionem anguli recti, est rectus. Linea itaq; d c perpendicularis est ad lineam a b per diffinitionem lineæ perpendicularis. Animaduertendum est, operæ precium eße, spacio plani in quo trahenda est perpendicularis permittente, si duæ fierent decußationes seu intersectiones, altera supra lineam, altera infra, modo quo usi sumus in propositione septima. Sic enim exactius trahetur perpendicularis.



Nona Propositio.

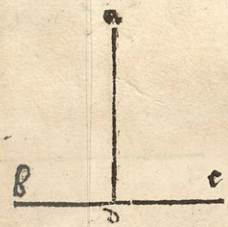


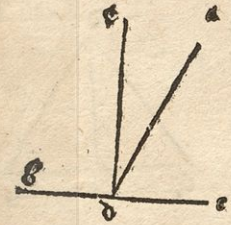
A puncto extra lineam datam signato, ad eam demittere perpendicularem.

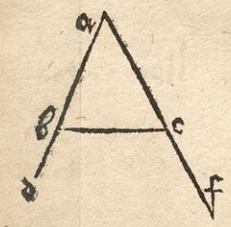
Sit punctus a, & linea ad quam deducenda est a puncto a perpendicularis sit b c. Ponatur ergo circini pes immobilis in puncto a & altero pede notentur duo puncta in linea data quæ sint b c. Deinde circino non uariato pedem immobilē primo in b pone, & altero scribe arcum occultum. Deinde eodem immobili pede in c posito priorem arcum interseca in puncto f. Hunc cum puncto a continua linea recta a f quæ secet datam lineam b c in puncto d, Ea perpendicularis est super lineam datam. Propter demonstrationē, trahe à punctis a & f ad pūcta b c lineas rectas. Ex processu itaq; propositionis septimæ patet lineam b c diuisam esse in puncto d per æqualia. Intellige ergo duos triangulos a b d & a d c qui sunt omnium laterum æqualium ut patet. Quare per tertiam angulus d unius est æqualis angnlo d alteri us, ergo uterq; rectus per diffinitionem anguli recti, linea itaq; a d perpendicularis est ad lineam b c per diffinitionem lineæ perpendicularis.

Decima Propositio.

Linea recta super rectam stans, facit cum ea duos angulos aut rectos aut duobus rectis equales.







Sit linea a d stans super lineam rectam b c, dico angulos quos cum ea facit aut esse rectos aut duobus rectis æquales. Nam si linea superstans est ad eam cui superstat perpendicularis ut in priori figura, patet propositum per diffinitionem lineæ perpendicularis. Si uero non fuerit perpendicularis ut in secunda figura, emittatur per octauam, ex puncto d perpendicularis quæ sit d e. Clarum igitur est angulos rectos qui fiunt à linea perpendiculari, scilicet e d b, & e d c tantum occupare spacij quantum tenent duo anguli quos facit linea non perpendicularis d a, hoc est anguli a d b & a d c, quare hij duo illis duobus sunt æquales per octauam commuuem sententiam. Ex hac propositione liquet ueritas secūdæ partis quartæ propositionis. Si trianguli æquicruri æqualia latera protrahantur angulos sub basi esse æquales. Sit enim triangulus æquicrurus a b c, & protrahantur latera eius æqualia a b & a c usq; ad d & f. Dico angulos sub basi scilicet d b c & f c b esse æquales. Nā prima pars eiusdem quartæ demonstrauit angulos supra basim scilicet a b c & a c b esse æquales. Præsens uero docet angulos a b c & d b c simul æquari duobus rectis, similiter duos a c b & b c f duobus rectis æquales. Per primam itaq; petitionem duo anguli a b c & c b d simul æquantur duobus pariter angulis a c b & b c

f. Si ergo ab æqualibus demantur æqualia scilicet anguli supra basim, relinquentur per tertiam communem sententiam, anguli sub basi æquales, quod erat demonstrandum.

Vndecima Propositio:

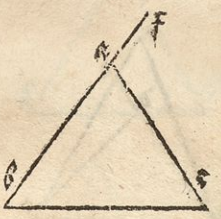
Si duæ rectæ lineæ se secent, angulos contrapositos facient æquales.

Sint duæ lineæ rectæ a b & c d secantes se in puncto e. Dico angulos contrapositos, hoc est a e c & d e b uel c e b & d e a esse æquales. Vocamus autem angulos contrapositos, qui nullo communicant latere. Per præcedentem enim duo anguli a e c & c e b æquantur duobus rectis, similiter duo anguli d e b & b e c rectis duobus pares sunt. Quapropter per primam petitionem duo anguli a e c & c e b aggregati æquales sunt duobus angulis d e b & b e c simul sumptis. Ergo ab æqualibus ablato angulo c e b communi, erũt per tertiam communem sententiam residui a e c & b e d inter se æquales. Nõ aliter probabis duos angulos c e b & d e a inter se æquales esse.

Duodecima Propositio.

Omnis trianguli uno latere producto, extrinsecus angulus utrolibet intrinseco sibi opposito maior erit.

Sit triangulus b a c & protrahatur latus b a in directum usq; ad f. Dico angulum f a c extrinsecum maiorem esse utrolibet angulo sibi intrinsecus opposito scilicet uel angulo b uel angulo c Nam per decimam angulus f a c cum angulo c a b æquatur duobus rectis. Sed angulus c b a cũ angulo c a b minores sunt duobus rectis. Linea enim f b cadit super duas lineas a c & b c concurrentes in puncto c, ergo pet conuersionem secundæ petitionis facit ad partem cõcursus duos angulos minores duobus rectis. Constat igitur duos angulos f a c & c a b simul esse maiores duobus angulis c b a & c a b simul sumptis. Dempto ergo ab inæqualibus eodem communi scilicet angulo c a b, remanebunt per communem scientiam residua inæqualia scilicet angulus extrinsecus f a c maior angulo c b a intrinsecus sibi opposito, Simili modo probabis angulum f a c maiorem esse angulo a c b.

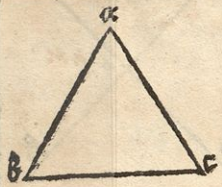


Aliud est

Decimatertia propositio.

In oĩ triãgulo, maiori angulo maius latus opponit.

Sit in triangulo a b c angulus a maior angulo c. Dico latus b c



maius eße latere a b. Nam si b a linea minori angulo subtenta æqualis est b c lineæ, erit per quartam angulus a æqualis angulo c quod est contra hypothesim. Quod si dicatur a b maior eße q̃ b c, resecetur ad æqualitatem in puncto d, ita ut b d sit æqualis b c. Et quia per quartã angulus b c d æquaretur angulo b d c, ãgulus uero b d c per præcedentem maior est angulo b a c angulus igitur b c d maior eßet angulo a, quare multo magis angulus b c a superaret angulũ a quod idem est contra hypothesim.

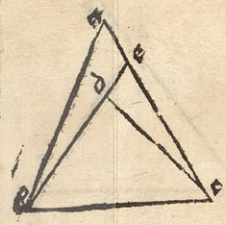
Decimaquarta propositio.

Omnis trianguli, duo quælibet latera simul sumpta sunt tertio maiora.

Sit triangulus a b c dico duo latera a b & a c simul iuncta, longiora eße latere b c. Si enim eßent aut æqualia aut minora eo, non possent concurrere in angulum a. Nam si eßent æqualia lateri b c, tunc se contingendo iacerent supra lineam b c, & fierent cum ea linea una. Si uero breuiora eßent, non possent se contingere, neq; in angulũ cõcurrere

Decimaquinta propositio.

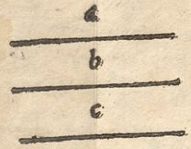
Si in uno quolibet trianguli latere a finibus eius duę rectæ lineæ interius concurrant, angulum facient maiorem eo qui a reliquis eiusdem trianguli lateribus continetur.



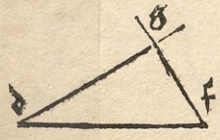
Sit triangulus b a c super cuius latere b c duæ rectæ constitutæ angulum faciant b d c, dico eum maiorem eße angulo b a c contento à reliquis duobus lateribus. Nã protrahatur linea b d usq; dũ secet latus a c in pũcto e. Erit igitur angulus b d c per duodecimã huius maior ãgulo b e c & per eãdẽ angulus b e c maior angulo b a e, multo igitur maior erit angulus b d c angulo b a c quod fuit demonstrãdũ.

Decimasexta propositio.

Ex tribus datis lineis triangulum constituere.



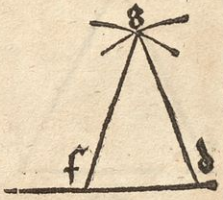
Sint tres lineæ datæ a. b. c. ita ut quælibet duæ simul iunctæ sint tertia maiores. Id enim necessarium est per decimã quartam. Pone pedem immobilẽ circini extensi spacio lineæ b in altero termino lineæ a. uerbi gratia in d. & altero circumducto pede occultum scribe arcum. Deinde circino extenso secundum quantitatem lineæ c & pede eius immobili posito in termino f, priorem arcum intersecabit puncto g. Ab hoc intersectio



mis puncto trahe ad terminos lineæ a, rectæ & habebis triangulum quē optabas.

Decimaseptima propositio.

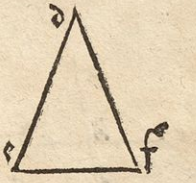
Super punctum datum in linea recta, describere angulum dato angulo æqualem.

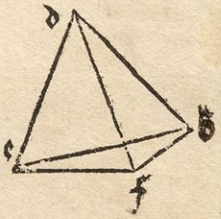


sit punctus d datus in linea data, & angulus a b c datus. Subtēde eum recta linea c a. Reseca igitur ex linea data d f lineam æqualem c b. Deinde circino diducto secundum quantitatem lineæ a b & pede eius immobili posito in d scribatur arcus occultus. Postea circinum pro spacio lineæ c a extende, & pede eius in f posito priorem interseca arcum in puncto g. A quo ad punctum d trahe rectam. Hæc cum data linea continebit angulum g d f æqualem angulo b dato. Nam propter demonstrationē ducatur linea f g. Erunt ex hypothesibus latera trianguli f g d æqualia lateribus trianguli a b c, ergo per tertiam angulus g d f æqualis est angulo a b c. Cōtinentur enīæquis lateribus.

Decimaoctaua propositio.

Si duorum triangulorum duo latera unius fuerint æqualia duobus lateribus alterius, et anguli cōtenti his æquis lateribus fuerint inæquales, erit illius basis maior cuius lateribus angulus amplior continetur.

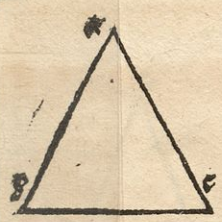


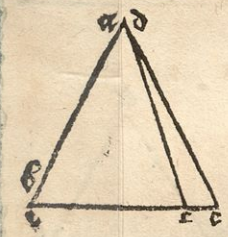


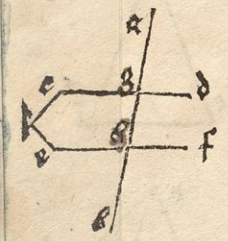
Sint duo trianguli a b c, e d f, & latera duo prioris a b & a c sint æqualia duobus lateribus posterioris d e & d f, & angulus a maior angulo d. Dico basim b c maiorem esse basi e f. Nā super puncto d lineæ d e locetur per præcedentem angulus æqualis angulo b a c, sitq; is e d g & linea d g sit æqualis a c subtendaturq; basis e g, quæ necessario erit æqualis basi b c in triangulo a b c. Quapropter si probauerimus e g maiorem esse e f, erit quoq; probatum b c eadem esse maiorem. Trahatur f g linea. Et quia d g posita est æqualis d f, igitur per quartam angulus d f g est æqualis totali angulo d g f, ergo idem angulus d f g erit maior partiali angulo e g f, quare multo maior erit angulus e f g, angulo e g f. Latus igitur e g maius est per decimamtertiam latere e f quod erat demonstrandum.

Decimanona propositio.

Si super bases duorum triangulorum anguli iacen-







tes fuerint æquales, & uel basis unius æqualis basi alterius, aut unum latus unius, lateri alterius se respicienti æquale, erunt reliqua latera reliquis æqualia alterum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo.

Sint duo trianguli a b c, d e f & angulus b sit æqualis angulo e, & angulus c angulo f. Sitq; basis b c æqualis basi e f, aut unum ex latersbus trianguli a b c æquale suo relatiuo lateri trianguli d e f. Dico reliqua latera, reliquosq; angulos esse æquales. Sint primo bases æquales, & intelligatur basis e f superponi basi b c, quæ cũ sint æqules, necesse est punctũ e cadere super punctũ b, & punctũ f super c. Et propter æqualitatẽ angulorũ & cõuersionẽ octauæ cõceptiõis, necesse est lineã e d cadere super a b, & d f super a c, non ergo erit possibile ut latera huius ulterius aut citerius lateribus alterius concurrant, erunt igitur æqualia, & anguli ab eis contenti æquales per octauã conceptionem, Ponatur secundo latus d e æquale lateri a b. Et alterum alteri fingatur superponi, propter æqualitatem ergo eorum punctus d cadet super a punctum & e super b, linea deniq; e f supra b c lineam cadet propter æqualitatẽ angulorũ & conuersionem octauæ conceptionis. Quod si d f congruerit etiam ipsi a c, concludes per octauam cõceptionem propositum. Si uero d f ceciderit aut intra aut extra triangulum semper sequetur angulum extrinsecũ esse æqualem angulo intrinseco sibi opposito, cuius contrariũ demõstrauit propositio. 17.

Vicesima propositio.

Si linea recta duas lineas rectas secando fecerit angulos coalternos æquales, aut angulum extrinsecum angulo intrinseco ex eadem parte sumpto æqualẽ, aut duos intrinsecos ex eadẽ parte, duobus rectis ęquales, lineę sectę ęquidistabũt

Linea a b secet c d & e f lineas, c d quidem in puncto g. e f uero in puncto h. Et faciat primo angulos coalternos sibi inuicem æquales, hoc est, angulum d g h angulo e h g aut angulũ f h g angulo c g h, sic enim sumpti coalterni dicuntur. Dico lineas c d & e f æquidistare. Si autem non, productæ concurrant uerbi gratia in k. Trianguli ergo g k h angulus d g h extrinsecus æqualis est angulo k h g intrinseco sibi opposito, aut angulus f h g extrinsecus angu

lo k g h intrinſico ſibi oppoſito, hoc aũt per. 12. ꝓpoſitionẽ impoſsibile eſt, igitur c d & e f ꝓductæ minime cõcurrũt, ergo per diffinitionẽ ſũt æquidiſtãtes. Secũdo faciat linea a b ãgulũ aliquẽ extriſecũ æqualẽ intriſeco ſibi oppoſito ex eadẽ parte, dico nihilo minus lineas c d & e f æquidiſtare. Et ſit exẽpli cauſa angulus a g d extrinſecus æqualis intrinſeco g h f. Quoniam angulus a g d æqualis eſt per hypothe. angulo g h f. Et per undecimam idem angulus a g d æqualis eſt c g h angulo, igitur per primam communem ſententiam anguli c g h & g h f inter ſe ſunt æquales. Et hi ſunt coalterni, ergo per primã huius propoſitionis partem lineæ c d & e f ſunt æquidiſtãtes. Tertio faciat linea a b duos angulos intrinſecos ex eadem parte, æquales duobus rectis, ut d g h & f h g, dico lineas c d & e f æquidiſtare, quoniam anguli d g h & f h g per hypotheſim ſunt æquales duobus rectis, & per decimam anguli d g h & c g h etiã æquantur duobus rectis, ergo per primum poſtulatum anguli d g h & f h g æquales ſunt angulis d g h & c g h, ablato ergo cõmuni angulo d g h relinquitur per tertiam communem ſententiam, angulus c g h æqualis angulo f h g, ſed hi ſunt coalterni, ergo per primam partem huius propoſitiõis lineæ c d & e f æquidiſtant.

Viceſima prima propoſitio.

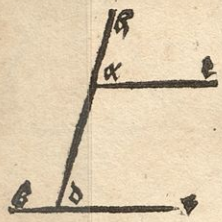
Si linea recta duas æquidiſtantes ſecuerit; faciet angulos coalternos æquales. Extrinſecum intrinſeco ex eadem parte ſumpto æqualem. Et duos intrinſecos ex eadem parte æquales duobus rectis.

Repetatur prior figura in qua ponãtur c d & e f æquidiſtantes. Prima pars propoſitionis ſic demonſtratur. Nam ſi anguli coalterni ut c g h & f h g non ſunt æquales, erit alteruter eorum maior, ſitq; c g h maior. Quoniam igitur c g h maior eſt angulo f h g ponatur communis angulus d g h, anguli ergo per quintam conceptionẽ c g h & d g h maiores ſunt angulis d g h & f h g, ſed per decimam anguli c g h & d g h æquales ſunt duobus rectis, ergo anguli d g h & f h g minores ſunt duobus rectis, ergo per ſecundam petitionem c d & e f protractæ concurrunt, non igitur ſunt æquidiſtantes quod eſt contra hypotheſim, angulus igitur c g h æqualis eſt ſuo coalterno f h g.

Secunda pars oſtenditur, Nam ut modo oſtenſum eſt angulus c g h

æqualis est angulo f h g, & per undecimam idem angulus c g h æqualis est angulo a g d, per primam igitur conceptionem angulus a g d æqualis est angulo f h g extrinsecus scilicet intrinseco ex eadem parte.

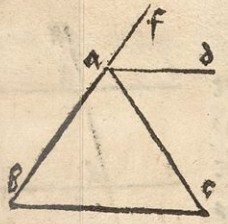
Tertia pars ostenditur. Nam angulus c g h æqualis est per primam huius partem angulo f h g, posito ergo communi angulo d g h, erunt duo anguli per secundam petitionem c g h & d g h æquales duobus angulis f h g & d g h, sed per decimam duo anguli c g h & d g h æquales sunt duobus rectis, ergo & duo anguli f h g & d g h æquales sunt duobus rectis, quod erat demõstrandũ



Vicesima secunda propositio.

A puncto extra lineam datam assignato, educere æquidistantem datæ lineæ.

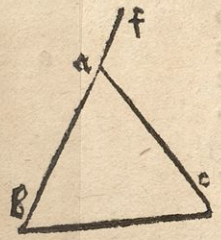
Sit linea data b c, & punctus extra eam assignatus a. Trahe lineam occultam h a d utcunq; contigerit, deinde super puncto a colloca angulum h a e extrinsecum protracta linea a e, æqualem angulo a d c intrinseco ex eadem parte. Constat igitur per secundam partem uicesimæ lineam a e æquidistare lineæ b c.



Vicesima tertia propositio.

Cuiuslibet trianguli angulus extrinsecus æqualis est duobus angulis intrinsecis sibi oppositis.

Sit triangulus a b c & protrahatur latus b a in f, dico angulum f c a extrinsecum æqualem esse duobus intrinsecis & oppositis, scilicet angulis b & c. Ducatur per præcedentem a puncto a, linea a d æquidistans b c lineæ. Et quia a d æquidistat b c lineæ & in ipsam incidit f b, erit per secundam partem uicesimæ primæ angulus f a d extrinsecus æqualis intrinseco ex eadem parte angulo a b c. Rursus quia parallelæ sunt a d & b c, & eas secat c a, erit per primã partem eiusdem 21. angulus d a c æqualis est sibi coalterno angulo a c b. Totus igitur f a c extrinsecus æqualis est duobus intrinsecis & oppositis c b a & a c b.



Vicesima quarta propositio.

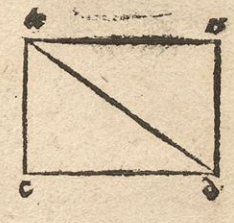
Cuiuslibet trianguli tres anguli æquales sunt duobus rectis.

Nam per præcedentem angulus f a c extrinsecus æqualis est duobus angulis intrinsecis & oppositis c b a & a c b, addito ergo utrisq; communi angulo c a b, erunt duo anguli f a c & c a b

æquales tribus a b c, a c b, c a b, sed per decimam duo anguli f a e & c a b æquales sunt duobus rectis, tres igitur a b c, a c b, & c a b duobus rectis sunt æquales quod erat demonstrandum.

Vicesima quinta propositio.

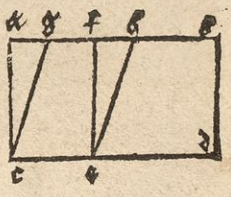
Diameter parallelogrammi, diuidit ipsum per æqualia.

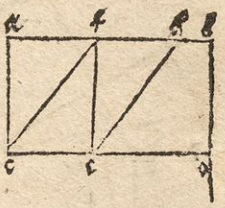


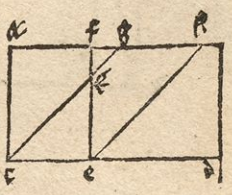
Sit parallelogrammum a b c d, cuius diameter sit a d. Dico hac diametro parallelogrammum æqualiter secari. Quoniam a b & c d æquidistant, & super eas cadit a d, est per primam partem uicesimæ primæ angulus b a d suo coalterno a d c æqualis. Rursus quoniã a c & b d sunt parallelæ, & eis incidit a d erit per eandem 21. b d a suo coalterno c a d æqualis. Sunt itaq; duo trianguli a b d & a c d, & anguli bini super communem basim a d sunt æquales, per decimam nonam ergo reliqui anguli & latera sunt æqualia, quare per secundã propositionẽ triangulus triangulo æqualis. Hinc etiam diligenter intuenti patet latera cuiuscunq; parallelogrammi opposita esse æqualia.

Vicesima sexta propositio.

Omnia parallolegramma super eãdem basim atqꝫ in lineis alternis collocata, sunt æqualia.







Sint lineæ alternæ, hoc est, æquidistantes a b & c d, inter quas super eandem basim c e sint collocata duo parallelogramma .f. a c e f & g c e h, dico ea esse æqualia. Et sit primo ut g cadat inter a & f. Et quia a f est æqualis g h, cum utraq; sit æqualis c e, ergo ablata cõmuni g f remanebunt a g & f h æquales, & a c est æqualis f e propter æquidistantiam, angulus quoq; h f e extrinsecus est æqualis angulo g a c intrinseco per secundam partem uicesimæ primæ. Cum ergo duorũ triangulorum h f e & g a c duo latera unius sunt æqualia duobus lateribus alterius, & anguli æquis lateribus contenti æquales, erit per secundam alter triangulorum alteri æqualis, addito ergo eis communi trapezio f g e e erunt aggregata, hoc est, dicta parallelogramma æqualia. Secundo cadat g in ipsum punctum f ut in secunda figura. Et quia f a est æqualis h f, cum utraq; sit æqualis c e oppositæ, & a c æqualis f e opposita, & angulus h f e æqualis angulo f a c intrinsecus scilicet extrinseco, per secundam itaq; erunt trianguli f a c & h f e æquales, addito ergo utriq; triangulo communi f e c, erunt per conceptionem aggregata a f c e & h f c e, hoc est, ipsa parallelogramma æqualia. Tertio cadat g extra f ut in tertia figura. Et quia a f est æqualis g h, addita ergo

communi f g, erit a g æqualis f h, & erit propter prius dicta triangulus g a c æqualis triangulo h f e, ablato ergo ab utrisq; communi triangulo f ꝗ g, quæ relinquuntur trapezia erunt æqualia, scilicet a f ꝗ c, & g ꝗ e h. Quibus si addatur communis triangulus c ꝗ e, erunt aggregata æqualia, quod erat demonstrandum.

Vicesima septima propositio.

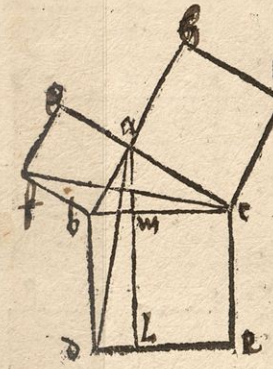
Si super unam basim & inter lineas æquidistãtes, parallelogrammum & triangulus ponant̃ parallelogrammum triangulo duplum erit.

Sint ut prius duæ lineæ a b & c d æquidistãtes, inter quas super basim c e sit parallelogrãmũ a c e f & triãgulus g c e, dico parallelogrãmũ duplũ esse triangulo. Nã ducatur à pũcto e linea e h æquidistãs c g. Per præmissã ergo parallelogrãmũ c g e h æquale est parallelogrãmo a c e f. Sed per 25. e g cũ sit diameter parallelogrãmi c g e h, diuidit ipsum per æqualia, quapropter triangulus c g e est dimidium parallelogrammi c g e h, quare etiã parallelogrãmi a c e f quod est propositũ.

Vicesima octaua propositio

In omni triangulo rectangulo, quadratum lateris oppositi angulo recto, æquale est duobus quadratis reliquorum duorum laterum.

Sit triangulus a b c, cuius angulus à rectus. Quadrentur tria eius latera, sitq; quadratũ lateris b c oppositi angulo recto, b c d e, dico ipsum esse æquale reliquis duobus quadratis, scilicet a b f g, a h c ꝗ, quæ ꝗ sunt laterum angulum rectum continentium. Ducatur enim ab angulo recto a ad basim d e, quadrati b c d e, perpendicularis quæ secet b c in m & d e in l. Hæc perpendicularis diuidit quadratum lateris obtenti angulo recto in duo parallelogramma scilicet b m d l, & m l c e, quorum sinistrum dico esse æquale quadrato sinistro, & dextrũ quadrato dextro. Horum utrũq; eodem modo probatur. Nam trahantur lineæ a d & c f & probabimus quadrangulum sinistrũ, scilicet b m d l, æquale esse quadrato sinistro, scilicet f g b a hoc modo. Nam quadratũ f g b a duplum est triangulo f b c per præcedentem, constituũtur enim inter lineas æquidistantes g c & f b super eandem basim f b. Similiter rectangulum b m d l duplũ est triangulo a b d. Nam super eandẽ basim b d inter lineas æquidistantes b d & a m l ponuntur. Sed trianguli dicti sunt æquales ut mox probabitur, ergo rectangula ipsa ad æqua-



es triangulos dupla sunt inter se æqualia per sextã conceptionẽ. Triangulos æquales esse sic patet. Sunt enim latera f b & c b trianguli f b c æqualia lateribus a b, b d trianguli a b d, alterum alteri, anguli insuper his æquis lateribus cõtenti sunt æquales, scilicet f b c & a b d, uterq; enim constat angulo recto & angulo communi a b c, sunt igitur per secũdam trianguli æquales. Eodem modo ostendes dextrum rectangulum c m l e æquale esse quadrato dextro h a c k, ductis lineis a e & b k. Totum ergo quadratum b d c e, æquale est duobus quadratis a b f g & a h c k quod erat demonstrandum.

CAPVT SECVNDVM
de Circulis.
Definitiones.

Circulus est figura plana, una linea contenta, in cuius medio punctus est, a quo omnes lineæ rectę ad circumferentiam exeuntes, sibi inuicem sunt æquales.

Circumferentia, est linea continens circulum.

Centrum, est medius ille punctus in circulo.

Diameter circuli, est linea recta quę per eius centrũ transiens, extremitatesq; suas circũferentiæ applicans, circulum in duo media diuidit.

Semicirculus est figura plana, diametro circuli & medietate circumferentiæ contenta.

Portio circuli est figura plana, recta linea & parte circumferentiæ contenta, semicirculo aut maior aut minor.

Circulũ linea cõtingere dicitur, quæ cũ circulũ tangat, in utranq; partem eiecta eũ non secat.

Chorda, est recta linea portionẽ circuli continens.

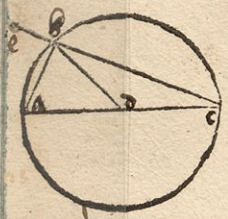
Angulus supra arcum consistere dicitur, qui a q̃libet puncto arcus, ad terminos chordę duabus lineis rectis exeuntibus, continetur.

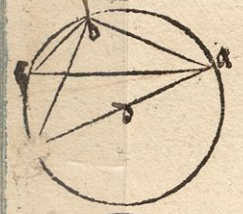
Theodosij item es diffinitio de sphæ

Angulus consistere supra centrum dicit, qui a duabus lineis rectis a centro ad circumferentiā protractis continetur.

Prima propositio.

Angulus rectilineus, in semicirculo supra arcū consistens rectus est. In portione uero minore semicirculo consistēs, obtusus. Et in portione semicirculo maiore acutus est.

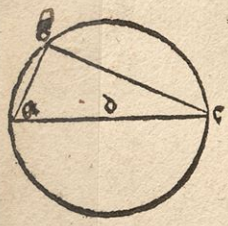




Sit circulus a b c, cuius diameter a d c, & in semicirculo a b c consistat angulus rectilineus a b c, dico eum esse rectum. Nam ducatur b d, & protrahatur c b ad e. Et quia lineæ d b & d a per definitionem circuli sunt æquales, erit per quartam primi capitis angulus d b a æqualis angulo d a b. Similiter propter æqualitatem linearum d b & d c, angulus d b c æqualis est angulo d c b. Totus itaq; angulus a b c æqualis est duobus angulis d a b & d c b. At eisdem æquatur per .23. primi cap. angulus extrinsecus e b a, ergo per primam communem sententiam angulus e b a æqualis est angulo a b c, ergo per definitionem anguli recti, uterq; est rectus, patet igitur propositum. Rursus in portione c b a minore semicirculo, consistat angulus rectilineus c b a, dico eū esse obtusum. Ducatur per centrum circuli quod sit d linea a d e, & iungatur b e. Et quia angulus a b e consistit in semicirculo, ideo per primā partem huius propositionis est rectus, sed angulus a b c est maior eo, per definitionem igitur obtusus est. Porro in portione a b c semiculo maiore consistat angulus rectilineus a b c, dico eum esse acutū. Ducatur per centrum linea a d e & linea b e. Et quia angulus a b e in semicirculo consistit, igitur est rectus, angulus uero a b c, est minor eo, ergo per diffinitionem est acutus.

Secunda propositio.

Circuli propositi centrum inuenire.



Sit circulus a b c, eius centrum sic inuenienus. Protrahatur ut lubet chorda a b, & super alterutram eius extremitatem constituatur angulus rectus, uerbi gratia, super terminum b, sit locatus a b c angulus rectus ducta linea b c usq; ad circumferentiā circuli. Deinde ducatur linea a c, eaq; per medium diuidatur in puncto d, hunc dico esse centrum circuli. Nam per hypothesim angulus a b c est rectus, ergo per cōuersam præcedentis portio a b c in qua consistit est semicirculus, linea

itaq; a c diameter, punctusq; eius medius d centrum.

Tertia propositio.

Si linea a centro exiens, chordam per æqualia secuerit, ad eam erit perpendicularis.

Sit circulus a b, cuius centrum c, à quo extensa recta c d, chordam a b per æqualia secet in puncto d, dico perpendicularem esse c d ad a b. Trahantur c a & c b lineæ. Et quia trianguli a c d latera æqualia sunt lateribus trianguli c d b. Est enim per hypothesim a d æqualis d b, & per definitionem circuli c a æqualis c b. communis autem utriq; triangulo c d. Ideo per tertiam primi, anguli c d a & c d b sunt æquales, quare uterq; rectus, linea igitur c d perpendicularis est ad lineam a b per definitionem.

Quarta propositio.

Si in diametro circuli præter centrum signetur punctus, & ab eo ad circumferentiam plurimę lineæ ducantur, Quæ per centrum transierit, omnium erit longissima. Et quę diametrũ perseceri:, omnium erit breuissima, Reliquæ quæ centro propiores fuerint, remotioribus erunt longiores.

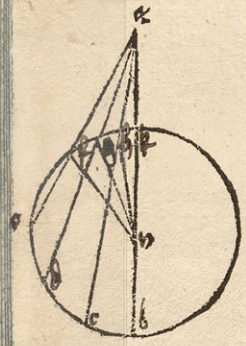
Sit punctus k signatus in diametro a f, circuli a b c d cuius centrum h, & ducantur ab eo ad circumferentiam lineæ k b, k c, k d, k e. Dico a h k quæ per centrum transit omnium esse longissimam, k f quæ diametrum perficit omniũ breuissimam, k b longiorem esse k c q; centro propinquior sit. Et eadem ratione c k longiorem esse d k, atq; de aliis similiter. Connectantur h b, h c, h d. Quoniam per decimam primi capit. in triangulo k h b, duo latera k h & h b sunt maiora latere k b, & a h & h b per definitionem circuli sunt æquales. Ideo per secundã conceptionem, a h k æqualis est duabus b h & h k, quare & a h k maior est b k. Rursus quoniam b h æqualis est c h, & h k est communis. Ideo per secundam conceptionem b h & h k lineæ sunt æquales c h & h k lineis, & angulus b h k maior est per nonam communem sententiã angulo c h k. Ideo per decimam octauam primi capitis basis b k maior est basi c k. Et ob eandem rationem c k maior est d k, & d k maior e k. Constat ergo eum quæ per centrum transit omnium esse longissimã, & propinquiores centro, remotioribus longiores esse. Rursus d k

& h k per decimam quartam primi capitis maiores sunt d h, at d h per definitionem circuli æqualis est f h, igitur d k & k h maiores sunt h f, ergo per quartam communem sententiam, ablata utrinq; k h communi, reliqua d k maior erit f k. Eadem ratione f k minor esse ostenderetur q̃ e k, si protracta esset è centro h e. Manifestum est ergo f k quæ diametrum perficit omnium esse minimam.

Quinta propositio.

Cauda panom a mgris mis

Si extra circulum signetur punct⁹, & ab eo ad circumferentiam, secantes eam, plurimę ducantur lineæ. Quæ per centrum transierit, omniũ erit longissima. Centro autẽ propiores, remotioribus longiores. Particularum autem quæ extrinsecus circumferentiæ applicantur, breuissima erit quæ diametro continuatur, & ei propinquiores remotioribus ~~longiores~~. breuiores

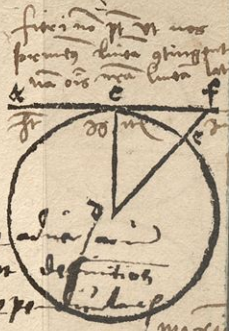


Sit extra circulum k e d c b, cuius centrum n, punctus à signatus, & ab eo ad circumferentiam, ipsam secando trahantur plurimæ lineæ ut a n b, a h c, a g d, a f e. Dico inter eas, a n b quæ per centrum transit omnium esse longissimam, reliquas uero quo centro propinquiores, eo longiores. Præterea dico inter particulas dictarum linearum exteriores, a k quæ diametro continuatur, breuissimam esse, & reliquas tanto minores, quanto huic breuissimæ uicinores. Prima pars ostenditur, ducantur n c, n d, n e. Et quia a n & n c æquales sunt lineæ a n b, maiores autem per decimam quartam q̃ a c, erit a n b quoq; maior a c. Simili modo a n b maior ostenditur cæteris ex puncto a ductis. Secunda pars sic astruitur. Et quia a n & n c sunt æquales a n & n d lineis, angulus uero a n c maior est angulo a n d. Ideo per decimam octauam primi a c basis maior est a d basi. Haud aliter docebis a d maiorem esse a e. Tertia pars probatur protactis lineis n h, n g, n f. Nam a h & h n sunt per decimam quartam primi capitis maiores a n, ideo per 4 communem sententiam. Si ab eis æqualia auferantur n k & n h, erit a h residua maior a k. Eodẽ modo omnes aliæ exteriores particulæ cõuincuntur maiores esse a k. Quarta pars sic ostenditur. Nam a n & n h sunt æqualia lateribus a n & n g angulus autem a n h minor angulo a n g, basis igitur a h per 18 primi minor est basi a g.

Sexta propositio.

Si circulum recta linea contingat, & a puncto contactus ad centrum ducatur recta linea, ipsa erit ad contingentem perpendicularis.

Sit linea a b contingens circulum c e in puncto c, à quo ad centrum d, ducatur recta linea c d, quæ si non est perpendicularis ad contingentem a b, sit d f perpendicularis ad eam secans circumferentiã in puncto e. Et quia angulus d f c est rectus, erit angulus f c d minor recto propter. 24. primi. Latus igitur d c per. 13. primi capitis, maius erit latere d f, sed d e est æqualis d c per definitionem circuli, ergo & d e erit maior d f pars suo toto quod est impossibile.



Septima propositio.

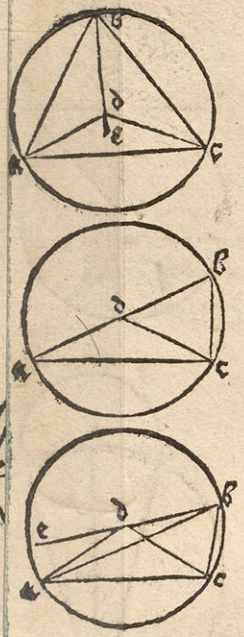
A puncto dato ad circulum ducere lineam cõtingentem.

Sit punctus datus a, circulus b f c, centrum eius d. Ex puncto a ad circulum b f c, sic ducitur contingens. Punctum a iunge cum centro circuli d linea recta, quam per æqualia diuide in puncto e, factoq; eo centro, duc circulum occultũ, qui secet circulum datum b f c in duobus punctis b & c. Deinde à puncto dato a ad puncta sectionũ b & c trahantur lineæ rectæ a b & a c, has dico circulum contingere. Ducantur à centro d ad puncta intersectionum lineæ d b & d c, & circulus super e centro scriptus fiat manifestus. Et quia uterq; angulorum d c a & d b a consistit supra arcum in semicirculo circuli descripti super centro e, ideo per primam huius cap. uterq; est rectus & uterq; continetur linea ducta à centro parui circuli b f c ad punctum quo linea ex puncto a ducta circulum b f c tangit. Ideo per conuersam præcedentis lineæ a b & a c contingunt circulum b f c quod erat demonstrandum.

Octaua propositio.

In circulo angulus consistens super centrũ, duplus est eius qui super circũferentiã cõsistit, qm̃ anguli eandem basim habuerint.

Sint in circulo a b c cuius centrum d, super unam basim, id est, arcum a c duo anguli, quorum alter a b c super arcum cõsistat, alter autem a d c super centrum, dico angulum a d c centralem

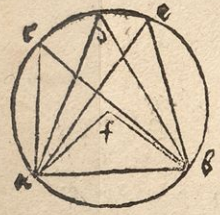


esse duplum ad angulum a b c circumferentialem. Quod sic ostenditur. Aut enim latera circumferentialis anguli inclũdunt angulum centralem, ut in prima figura, aut alterum ex lateribus angulum circumferentialem continentibus fit una linea cum altero laterum anguli centralis ut in secunda figura. Aut unum ex lateribus anguli circumferentialis secat alterum ex lateribus anguli centralis ut in tertia figura. Includant ergo primo latera anguli ad circumferentiam b a, & b c, angulum a d c centralem, & trahatur linea b d e. Et quia angulus a d e extrinsecus per 23 primi cap. est æqualis duobus angulis intrinsecis & oppositis, d b a, d a b, & hi sunt æquales, per quartam primi cap. est enim d b æqualis d a per definitionem circuli, ideo angulus a d e duplus erit anguli d b a, propter eandem causam angulus e d c duplus est ad angulum d b c, totus igitur a d c centralis duplus est ad a b c angulum circumferentialem. Secundo sit latus a b anguli ad circumferentiam una linea cum latere a d anguli ad centrum ut in secunda figura. Et quia angulus a d c æqualis est per 23 primi capitis duobus intrinsecis angulis d b c & d c b. Hi autem sunt æquales per quartã primi. Ideo ad unum eorum hoc est, angulum a b c circumferentialẽ, duplus est angulus a d c centralis. Tertio latus a b anguli ad circumferentiam secet latus d c anguli ad centrum ut in tertia figura. Producatur linea b d usq; ad e. Per 23 igitur primi erit angulus e d c æqualis duobus angulis d b c & d c b, hi autem sunt æquales per 4 primi capitis. Ideo angulus e d c duplus est ad angulum d b c. Præterea angulus e d a per eandem 23 primi duplus est ad angulum d b a Dẽpto igitur hinc duplo e d a, illinc simplo d b a, erit residuus a d c centralis duplus ad residuum a b c circumferentialem quod erat demonstrandum.

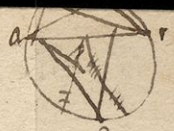
Nona propositio.

In eadem portione quotlibet anguli super arcum consistentes æquales sunt.

Quod uniuersaliter proponitur de angulis consistentibus super circumferentiam, demonstratur tantum de his angulis qui super arcum maiorem semicirculo consistunt. Non attinet enim id demonstrare de angulis supersemicirculum consistentibus, quos omnes prima propositio huius docuit esse rectos, & ea propter æquales prima petitione astipulante. De angulis autem ad arcum minorem semicirculo, non potest ostendi eos esse æquales, nisi prius sequens propositio demonstretur. In portione igitur a e d c b maiore semicirculo consistant super arcũ anguli a c b, a d b



a e b, dico eos esse æquales. Nam à centro circuli f ducantur lineæ f a & f b. Et quia angulus a f b centralis super ea stat basi super qua angulus a c b circumferentialis igitur ad eum duplus propter præcedentem, & eadem ratione erit duplus ad angulum a d b & angulũ a e b ergo per septimam communem sententiam sunt inter se æquales.



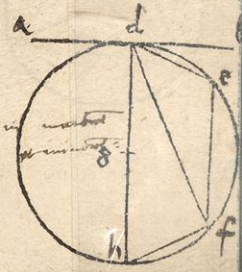
Decima propositio.

In circulis quadrilaterorum existentium angulorum oppositi, duobus rectis sunt æquales.

Sit circulus a b c d, & in eo quadrilaterũ a b c d, dico quoslibet duos eius angulos oppositos simul, duobus rectis æquari. Nam ex prima huius perspicuum est unum angulũ rectum à semicirculo suscipi, qua propter duo recti anguli à toto suscipiuntur circulo, Sed quicunq; duo anguli oppositi in quadrilatero a b c d à toto suscipiuntur circulo, ergo æquales sunt duobus rectis, ut angulus b a d suscipitur ab arcu b a d & angulus b c d suscipitur ab arcu b c d, arcus autem b a d & b c d totum circulum integrant, ergo patet propositum. Quod si angulos a d c & a b c consideres, idem experieris. Ex hac propositione liquidun est, quotlibet angulos consistentes super arcum in portione minore semicirculo esse æquales. Nam singuli eorum cũm angulo consistente in reliqua portione faciunt quadrilaterum, & propter hanc propositionem singuli eorum cum angulo reliquæ portionis æquales sunt duobus rectis, per primam ergo petitionem, singuli cum angulo portionis reliquæ sunt æquales singulis cum eodem angulo, ablato ergo undiq; communi angulo, consistente. s. in reliqua portione, relinquentur inter se æquales anguli cõsistentes in portione minore semicirculo.

Vndecima propositio.

Si circulum linea recta contingat, et a contactu in circulum, quædam eum dispescens recta linea, præter centrum ducatur, anguli quos cum contingente facit, æquales sunt eis qui in alternis circuli portionibus consistunt angulis.



Sit linea a d b contingens circulum d e f h, cuius centrum g & a puncto contactus d trahatur præter centrum linea d f quæ secet circulum in duas portiones, dextram d e f, sinistram d h f, faciatq; angulos duos cum contingente b d f dextrum, & a d f sinistrũ Dico angulum dextrum quem facit linea d f cum contingente, scilicet

b d f, æqualem eße angulo quem suscipit sinistra circuli portio d h f. Et angulum sinistrum quem facit linea d f cum contingente. s. a d æqualem eße angulo quem dextra suscipit portio d e f. Trahatur à puncto contactus per centrum linea d g h & connectatur f h, Constituatur etiam in portione d e f angulus ut lubitum fuerit. Quicquid de his duobus angulis monstratum fuerit, de omnibus ab his duabus portionibus, susceptis in lubitanter procedet. Sunt enim omnes, qui ab eadem portione suscipiuntur anguli, æquales per nonam huius. Et quia angulus d f h in semicirculo consistit, ideo p primã huius est rectus, reliqui ergo duo anguli, de triangulo d f h, simul uni recto æquantur per 24 primi capitis, angulus quoq; totus b d h rectus est per sextam huius, per primam itaq; petitionem duo anguli d h f & f d h æquales sunt angulo b d h. Ablato ergo communi angulo f d h, erunt residui b d f & f h d æquales, quæ fuit propositi una pars. Rursus duo anguli f h d & f e d in quadrilatero f h d e per decimam huius sunt æquales duobus rectis. At per decimam primi capitis, duo anguli b d f & a d f æque sunt duobus rectis pares, ergo per primam postulationem duo anguli f h d & f e d sunt æquales duobus angulis b d f & a d f. Ablatis ergo æqualibus utrinq; angulis, hinc quidem f h d, illinc autem b d f erunt per tertiam conceptionem residui anguli d e f & a d f inter se æquales, quæ est propositi altera pars.

Duodecima propositio.

Cuicunq; triangulo circũscribere circulum.

Sit triangulus a b c, cui circũscribitur circulus hoc modo. Pes imobilis circini ut libet extenti ponatur primo in a & altero pede fiant duo occulti arcus alter supra lineam a b, alter infra eam, Deinde circino nõ uariato pedem immobilem transfer ad angulum b & priores arcus interseca, punctaq; sectionum iunge linea recta. Similiter fiant duæ intersectiones super & infra lineam a c, aut b c, & intersectiones ut antea iunge linea recta. Hæc cum priori concurret, concurrat autem in puncto d, hunc dico eße centrum circuli circumscribendi triangulo a b c. Nã ab angulis ad punctum d trahe lineas rectas d b. d a. d c. hæ facile probantur eße æquales, per secundam primi cap. Lineæ enim sectiones iungẽtes secant latera triãguli per media, et sunt super eas perpẽdiculares

Cap. tertium de proportione.

Proportio, est duarum quantitatum eiusdẽ generis, inter se habitudo.

PROPORTIO est duplex, Rationalis & irrationalis.

PROPORTIO rationalis, est quæ denominatur ab aliquo numero. Et est inter quantitates commensurabiles.

PROPORTIO irrationalis, est quæ nõ denominatur ab aliquo numero, & est inter quantitates incommensurabiles, ut inter costam & diametrum quadrati, quæ sunt asymmetræ.

PROPORTIO rationalis est duplex, æqualitatis & inæqualitatis

PROPORTIO æqualitatis est quando æquale adæquale comparatur, ut 4 ad 4.

PROPORTIO inæqualitatis, est qua inæqualia inter se conferuntur, ut 8 ad 4.

PROPORTIO inæqualitatis est duplex, maioris inæqualitatis, & minoris.

PROPORTIO maioris inæqualitatis est quando maior quantitas comparatur ad minorem, ut 4 ad 2.

HVIVS quinq; sunt species. Multiplex, superparticularis, superpartiẽs, Multiplex superparticularis, multiplex superpartiens.

MVLTIPLEX est quando maior continet minorem plus q̃ semel, ut 12 ad 3. Hæc crescit in infinitum. Nam alia est dupla, alia tripla &c.

SVPERPARTICVLARIS est quando maior continet minorem, & insuper aliquam eius partem. Et hæc decrescit in infinitum. Sunt eius species, sesquialtera quando maior continet minorem. & minoris dimidium. Quod si ultra summam minoris maior continet eius tertiã partem uocatur sesquitertia &c.

SVPERPARTIENS est quando maior continet minorem & aliquot eius partes, Quod si continet duas tertias uocatur superbipartiens tertias, ut 5 3. Si tres quartas, supertripartiens quartas, ut 7 4.

MVLTIPLEX superparticularis est, quando maior continet minorem plus quam semel, & insuper aliquam eius partem. Quod si continet eũ bis & eius dimidium, dupla sesquialtera uocatur, ut 5. 2. Si ter & tertiam partem, tripla sesquitertia, ut 10. 3.

MVLTIPLEX superpartiens est quando maior continet minorem plus quam semel & aliquot præterea partes. Quod si continet eum bis, & duas tertias uocatur dupla superbipartiens tertias, ut 8. 3. Si ter, & tres quartas, tripla super tripartiens quartas, ut 15. 4.

PROPORTIO minoris inæqualitatis, est quando minor quantitas comparatur ad maiorem, ut 2. ad 4. Et eius tot sunt species, quot maioris inæqualitatis, neq; differũt ab illis nomine, nisi q̃ uocabulis proportionũ maioris inæqualitatis additur præpositio sub, ut sub mul-

tiplex 2 4. Subsuperparticularis. 2. 3. &c.

DENOMINATIO proportionis, minoris quantitatis ad maiorem est pars uel partes, ut denominatio proportiõis inter 3 & 5 est $\frac{2}{3}$ & inter 2 4. $\frac{1}{2}$

DENOMINATIO proportionis, quantitatis maioris ad minorem est totum, uel totum & pars, uel totum & partes ut denominatio proportionis 4 ad 3 est 1 $\frac{1}{3}$

TERMINI proportionis sunt minimi numeri in aliqua proportione, ut proportionis sesquialteræ termini sunt 3. 2. quibus minores in hac proportione reperiri non possunt.

Propositio prima.

Numeros datæ proportionis ad terminos eius reducere.

Diuidatur maior numerus per minorem, & minor per residuum diuisionis prioris, & residuum primæ diuisionis per residuum secundæ diuisionis, fiatq; talis reciproca diuisio, donec occurrat aliquis numerus qui diuidendum totum consumat. Deinde per hunc numerũ ultimo occurrentem diuide utrosq; numeros proportionis datæ, qui exeunt sunt minimi numeri, hoc est, termini eius proportionis. Vt numeri proportionis quæ est inter 30 & 18 sic rediguntur ad terminos proportionis. Triginta diuidantur per 18. & relinquentur 12. per quæ diuidantur 18 & relinquentur 6, per quæ rursus diuidantur 12 & consumentur. Per hunc ergo senarium diuidantur numeri dicti scilicet 30 & 18. exibuntq; 5 3, termini .s. proporportionis datorum numerorum.

Hic animaduertendum, quod si in tali reciproca diuisione ad unitatẽ peruenietur, ipsos datos numeros esse terminos neq; posse minores reperiri.

Secunda propositio.

Cuiuscunqꝫ proportionis datæ, denominationem inuenire.

Si proportio data fuerit maioris inæqualitatis, diuide maiorem nũerum per minorem, & numerus qui exit, denominatio est proportionis datæ. Si uero proportio data fuerit minoris inæqualitatis, superpone minorem maiori interiecta uirgula, more minutiarum uulgarium, & habebis denominationem, reducendi tamen sunt numeri ad terminos per præcedentem sicubi opus fuerit.

Tertia propositio.

Si unus numerus duos multiplicet, erit multiplicatorum & productorũ una proportio.

Vt 3 & 2 multiplicẽtur senario, & proueniẽt 18. & 12. eandẽ custodientes proportionẽ quam 3 & 2. Similiter ediuerso, Si unus nũerus, duos diuidẽdo utrunq; consumat, erit diuisorũ & quotientũ una proportio, ut 6 cõsumit 18 & 12 exeũt quotiẽtes 3 & 2 in eadẽ proportione.

Quarta propositio.

Proportionem proportioni addere.

Multiplicẽtur antecedẽtes proportionũ datarũ in se, & deinde consequẽtes in se, producti nũeri custodiẽt proportionẽ cõpositã ex duabus datis, ut proportio 3 ad 2 sit addẽda proportiõi 4 ad 3. Multiplico primo 3 & 4. antecedẽtes in se & proueniũt 12. deinde 2 & 3 .i. cõsequẽtes in se & proueniunt 6. Inter 12 igitur & 6 est proportio cõposita ex duabus datis proportionibus. s. 3 ad 2 & 4 ad 3. Nã multiplicetur antecedẽs unius proportiõis in consequentẽ alterius, ut 3 in 3 prouemũt 9 qui statuãtur inter 12 & 6 hoc mõ 12 9 6. In his itaq; tribus nũeris uides dictas duas proportiões. Nã 12 ad 9 est pportio, sicut 4 ad 3. & 9 ad 6 sicut 3 ad 2. quod patet reducendo eos ad terminos per primam huius.

Quinta propositio.

Proportionem a proportione subtrahere.

Antecedẽs maioris proportionis multiplicetur in cõsequentẽ minoris, deinde cõsequẽs maioris in antecedentẽ minoris, duo nũeri producti custodient proportionẽ residuam, ut 4 ad 3 pportio sit subtrahẽda à proportione 3 ad 2. facio ergo ut dictũ est & relinquitur proportio 9 ad 8. Nã multiplicetur antecedẽs maioris in antecedentẽ minoris & productũ statue ante dictos nũeros hoc modo 12. 9. 8. Nõne 12. ad 8. proportio est sicut 3 ad 2. à qua si abieceris proportionem 12 ad 9 id est 4 ad 3 relinquitur proportio 9 ad 8.

Sexta propositio.

Quotlibet pportiões eiusdẽ denoiatiõis cõtinuare

Quærãtur per primã, datæ proportiõis termini, Et pro duabus continuãdis, ducatur antecedẽs datæ proportiõis primo in se, deinde in consequẽtẽ, postremo cõsequẽs in se, tres nũeri producti duas custodiũt proportiones similes datæ. Verbi gratia. Sint duæ sesquialteræ cõtinuãdæ. Proportiõis sesquialteræ termini sunt 3 & 2. Multiplico igitur 3 in se. deinde in 2

54 . 36 . 24 . 16
27 . 18 . 12 . 8
9 . 6 . 4 .
3 : 2 .
Sesquialtera

postremo 12 in se & nascũtur nũeri. 9 6.4. custodiẽtes duas sesquialter
Si tres sesquialteræ fuerint cõtinuãdæ, ducatur maior terminorũ in tres
modo inuẽtos, & minor terminus in ultimũ et exoriẽtur 4 nũeri tres se s-
quialteras seruãtes, ut. 3. multiplicati in. 9. 6. 4. generãt. 27. 18. 12. et bi
narius in. 4. ductus procreat 8. sicq; sunt pducti quattuor nũeri 27. 18. 12
8. custodiẽtes tres sesquialteras, Si quattuor sesquialteras continuare pla
cuerit, ducatur maior terminus in quattuor iam nũc inuẽtos, et minor ter
minus in postremũ, & habebis quinq; nũeros, quattuor sesquialteras conti
nuatas rẽtinentes, ut 81. 54. 36. 24. 16.

Dẽ Proportionalitate. Cap. IIII.

PROPORTIONALITAS est proportionum similitudo.

QVANtitates dicuntur proportionales quarum una est proportio.

PROPORtionalitas est duplex, cõtinua & dis continua.

CONTInua est quando oẽs quantitates sunt antecedẽtes & consequẽtes, præter primã quæ est antecedẽs tantũ, & ultimã quæ est consequens tantũ. Et hæc reperitur ad minimũ in tribus terminis, ut 4. 2. 1.

DISCONtinua est quãdo nulla quãtitas simul & antecedẽs est, & consequens, ut 12. 6. 8. 4. Et hæc ad minimũ in quattuor reperitur terminis.

SEX sunt species proportionalitatis, Conuersa, Permutata, Cõiuncta, Disiuncta, Euersa, & Aequa.

CONVERSA est. quãdo est prima ad secundã, sicut tertia ad quartã, & ex hoc infertur secunda esse ad primã sicut quarta ad tertiã, ut si est 8 ad 4. sicut 6 ad 3. erit ecõuerso 4 ad 8. sicut 3 ad 6.

PERMVtata est. quãdo prima est ad secundã, sicut tertia ad quartam, et ex hoc cõcluditur prima esse ad tertiã, sicut secunda ad quartam, ut si est 8 ad 4. sicut 6 ad 3. erit permutatim 8 ad 6. sicut 4 ad 3.

CONiuncta est, quãdo est prima ad secundã, sicut tertia ad quartã, & ex hoc infertur prima cũ secũda esse ad secundã, sicut tertia cũ quarta ad quartã, ut si est 8 ad 4. sicut 6 ad 3. erit coniunctim 12 ad 4. sicut

DISIVNCTA est, quãdo est prima ad secũdã, sicut tertia (9 ad 3. ad quartã, & ex hoc infertur, excessus primæ super secundã esse ad se cũdã, sicut excessus tertiæ super quartã ad quartã, ut si est 18 ad 6. sicut 9 ad 3. erit disiunctim 12 ad 6. sicut 6 ad 3.

EERSA est, quando est prima ad secundã, sicut tertia ad quartã, & ex hoc infertur prima esse ad excessũ eius super secundã, sicut tertia ad excessũ suũ super quartã, ut si est 12 ad 4. sicut 9 ad 3. erit euersim 12 ad 8. sicut 9 ad 6.

AEQVA proportionalitas, est quãdo sunt duo ordines proportionum, et

proportiones huius ordinis sunt æquales proportionibus illius ordinis, intermissisq; æquali nũero intermedijs in utroq; ordine, infertur eadẽ esse proportio extremorum, ut sint duo ordines æqualium proportionũ, & intermittãtur utrobiq; duo intermedij, cernes extremorum eandem esse proportionem.

24	48
8	16
6	12
3	6

Prima propositio.

Si fuerint tres nũeri proportionales, quod cõtinet sub extremis, æquũ est quadrato medij.

Sint tres nũeri cõtinuati in proportiõe sesquialtera. 9. 6. 4. ducãtur extremi 9 & 4 in se, producũt 36. quibus æquale est quadratũ medij senarij.

Secunda propositio.

Quelibet ex tribus ꝓportionalib⁹ ignotũ, inuenire

Si alter extremorũ ignotus fuerit, quadretur medius, & productũ diuidatur per extremũ notũ, prodibit extremus ignotus. Si medius ignoretur, ducãtur extremi in se, & producti radix quadrata erit medius.

Tertia propositio.

Si fuerint quattuor nũeri proportionales, quod cõtinetur sub extremis, æquũ est ei quod sub intermedijs continetur.

Sint quattuor nũeri ꝓportionales 6. 3, 4. 12. extremi ducti in se producunt 12. cui æquale est quod cõficitur ex medijs 3 & 4 in se ductis.

Quarta propositio.

Quelibet ex q̃ttuor ꝓportionalib. ignotũ inuenire.

Si quis extremorũ ignoretur, ducãtur medij in se, & productũ diuidatur per extremũ notũ, & prodibit extremus ignotus. Quod si quis intermediorum ignotus fuerit, multiplicentur in se extremi, & productus per medium notum distribuatur, prodibit medius ignotus.

Quinta propositio.

QVANDO productũ ex duobus nũeris est æquale producto ex alijs quibuslibet duobus nũeris, tũc si hi posteriores duo, prioribus duobus interponãtur, aut ecõtrario, erũt hi quattuor nũeri proportionales, ut ꝓductũ ex 12. & 3. hoc est, 36. æquatur producto ex 9 & 4. Quare si 9 & 4 interserãtur 12 & 3 hoc mõ 12. 9. 4. 3. erũt proportionales. Aut si inter 9 & 4 ponãtur 12 & 3. nihilominus erũt ꝓportionales, ut 9. 12. 3. 4.

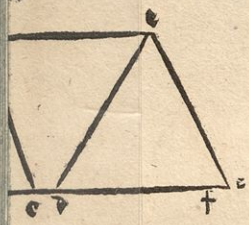
Sexta propositio.

Si totius ad totũ est proportio quæ detracti ad detractum, erit residui etiã ad residuũ proportio, quæ totius ad totum.

VT 12. & 8. habẽt proportionẽ sesquialterã. Detrahãtur itaq; ab eis duo nũeri qui eandẽ habeãt proportionẽ, ex 12. quidẽ detrahatur 9. & ex 8 auferãtur 6. Dico residuos simili iũctos proportiõe. Nã subtractis 9 de 12 relinquũtur 3. At 6 de 8 abiectis, remanent 2. 3 autem respiciunt 2. sesquialtera proportione.

De triangulis æquiangulis. Cap. quintũ.

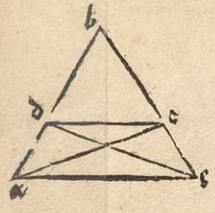
Si duo trianguli ponantur inter lineas æquidistantes, erit ipsorũ triãgulorũ pporsitio, quæ est basiũ, quibus insistunt.



Sint duo triãguli a b c & d e f, inter lineas æquidistãtes b e & a f, dico ipsorũ eße pportionẽ, quæ est basiũ. Nã si positi fuerint super bases æquales trianguli, sunt æquales, si uero super bases inæquales, & ipsi inæquales per 26. & 27. Quia uero taliũ triangulorũ æqualitas & inæqualitas, concomitatur æqualitatẽ & inæqualitatem basium, neceßario erit triangulorum proportio quæ est basium.

Secunda propositio.

Si linea recta duo triãguli latera secet, tertio æquidistãs, erũt segmenta laterũ proportionalia. Sit triangulus a b c, cuius latera a b & c b secet linea d e æquidistanter basi a c, dico a d ad d b proportionẽ eße, sicut c e ad e b.

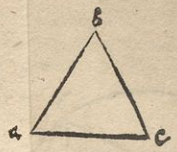


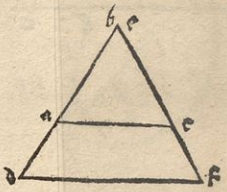
Trahãtur enim lineæ d c & e a, Erũt itaq; duo triãguli d e a & d e c æquales. Nã ponũtur super eandẽ basim d e, inter lineas d e & a c æquidistãtes, quapropter habẽt ad triãgulũ d b e, eandẽ proportionẽ. Sed proportio trianguli a d e ad triangulũ d e b, est per præcedentẽ sicut basis a d ad basim d b. Nã triãguli a d e, & d b e ponũtur inter lineas æquidistãtes, quod pateret si duceretur à pũcto e æquidistãs lineæ a b. Similiter per præmißam proportio triãguli d e c ad triangulũ d e b est sicut proportio basis c e ad basim e b. Nã triãguli d e c & d e b ponuntur inter lineas æquidistantes, quod pateret si duceretur à pũcto d linea æquidistans lineæ b c. Cum ergo triangulorũ est eadẽ proportio, ut modo ostensum est, erit per cõceptionem primã, & basiũ eadẽ proportio, quæ sunt segmenta in quæ latera trianguli a b c dißecta sunt, ergo patet propositum.

Tertia propositio.

DVORVM triangulorũ æquiangulorũ, latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia.

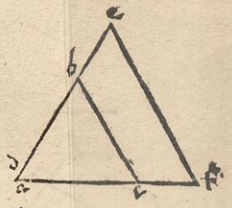
Sint duo triãguli æquianguli a b c & d e f, sitq; angulus a æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c angulo f, dico latera æquos angulos aspicientia esse proportionalia, hoc est, proportionẽ lateris a b ad d e, & a c ad d f, & b c ad e f, esse unã. Nã si triãguli sunt æquilateri, habebunt latera æquis angulis opposita proportionẽ æqualitatis. si uero fuerit laterũ inæqualiũ, superponatur primo ãgulus b angulo e. Et quia sunt æquales ex hypothesi, cadet propter octauã cõceptionẽ latus b a super latus e d, & latus b c super latus e f, & quia angulus b a c est æqualis angulo e d f, erit linea a c æquidistãs lineæ d f per secundã partẽ uicesimæ. Nã lineis a c & d f incidit e d lineã faciens angulũ extrinsecũ e a c æqualẽ intrinseco sibi ex eadẽ parte opposito e d f, per præcedentẽ ergo d a ad a b sicut f c ad c b & per proportionalitatẽ conuunctam d a e ad a b sicut f c e ad ad c b. Deinde angulus à congruat angulo d, & simili modo probetur f d esse ad c a sicut e d ad b a, & patebit propositum.





Quarta propositio.

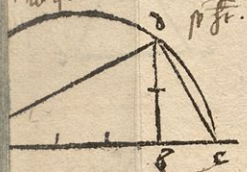
Si ab angulo recto trianguli orthogonij, ceciderit ab basim perpẽdicularis, erũt tres trianguli. s. totalis & duo partiales æquianguli. Vnde perpẽdicularis inter segmenta basis medio loco erit proportionalis. Itẽ utrunq; latus medio loco proportionale erit inter totam basim & segmentum sibi conterminale.



Sit triãgulus a b c, cuius angulus b rectus, à quo ad basim a c cadat perpẽdicularis b d. Dico totalẽ triangulũ a b c, & duos partiales a b d & b d c inter se esse æquiangulos. Nã quilibet eorũ habet angulũ rectũ, totalis quidẽ a b c, partiales uero, angulos qui sunt ad d, cõmunicat ĩsuper uterq; partialiũ cũ totali in uno angulo, quare tertij erũt etiã æquales ppter 24. pri cap. Memẽto igitur angulũ b a d æqualẽ esse angulo d b c, & angulũ a b d æqualẽ angulo b c d. Corollarij utraq; pars facile probatur, si diligẽter aduerteris, quæ latera æqualibus opponãtur angulis. Cũ enim duo partiales trianguli sint æquianguli, erunt per præcedentẽ latera æquos angulos respicientia proportionalia. Latus itaq; a d sinistri trianguli ad latus d b trianguli dextri, est sicut idẽ latus d b trianguli sinistri ad latus d c trianguli dextri. Hic aduerte b d lineã bis sumi, primo ut latus dextri trianguli, deinde ut latus sinistri triãguli, & ut uarie sumitur. ita uarios aspicit angulos. Rursus latus a c totalis trianguli ad latus a b sinistri sicut latus a b totalis trianguli ad latus a d sinistri, uiden latus b a medio loco esse proportionale inter totã basim a c, et partẽ sibi conterminalẽ a d. Similiter latus a c totalis trianguli ad latus b c dextri, sicut latus b c totalis ad latus d c dextri.

Quinta propositio.

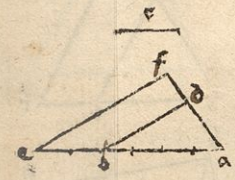
Duabus lineis propositis, tertiam inter eas in proportionalitate continua collocare.



Sint duæ lineæ a b & b c, inter quas linea medio loco proportionalis inuenitur hoc modo. Datæ lineæ continuentur in directũ, & sint a b c, deinde super eas cõtinuatas ducatur semicirculus a d c, & a puncto b educatur perpendicularis d b usq; ad circũferentiam semicirculi. Hãc dico esse medio loco proportionalẽ inter lineas a b & b c datas. Nã protrahãtur lineæ d a & d c. Erit itaq; per primã secũdi capitis angulus a d c rectus, à quo ad basim a c cadit per hypothesim perpendicularis b d, per præcedentẽ ergo ipsa b d est medio loco proportionalis inter segmenta basis a b & b c, hoc est, inter lineas datas.

Sexta propositio.

Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.



Sint duæ lineæ datæ a b, & c, propositũ est eis subiũgere tertiã, ad quã se habeat secunda, sicut prima se habet ad secundã. Cõiunge ergo angulariter lineæ a b lineã a d æqualẽ c datæ & cõnectatur b d. Deinde lineã a b protrahe usq; ad e ita ut b e sit æqualis c datæ, & ex puncto e educ æquidistantẽ ipsi b d, quã produc donec cõcurrat cũ a d protracta in pũcto f. Dico d f esse eã quæ quæritur. Nã in triangulo a e f, linea b d secat duo eius latera a f & a c, æquidistans tertio, ergo per secundã huius segmenta erũt proportionalia, hoc est a b ad b e, quare etiam ad c, sunt enim positæ æquales, sicut a d, & ob id c, ad d f.

Septima propositio.

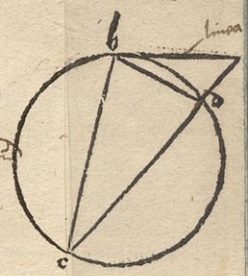
Si in circulo duæ rectæ lineæ se ad inuicem secuerint, rectangulũ cõprehensum sub sectiõib⁹ unius, æquale est ei quod sub segmentis alterius cõprehenditur, rectangulo.

In circulo a d b c secent se duæ rectæ utcũq; cõtigerit a b & c d in pũcto e. Dico rectãgulũ quod cõtinetur sub lineis a e & e b, æquale esse ei qd cõtinetur sub d e & e c. Trahãtur a d & c b rectæ. Et quia triãguli a e d & e c b sunt æquianguli, nã angulus a e d æquatur sibi eõtrapositi b e per undecimam primi cap. & angulus d a e æqualis est angulo b c e per nouam secundi cap. suscipiuntur enim ab eodem arcu scilicet d a e b,

tertius itaq; angulus tertio æqualis est propter 24 primi capitis: Latera itaq; æquos angulos respicientia, sunt proportionalia per tertiam huius. Ergo a e ad e c sicut e d ad e b, ergo per tertiam quarti capitis, quod fit ex a e in e b æquale est ei qnod fit ex e c in e d quod est propositum.

Octaua propositio.

Si circulum linea contingat, & a termino contingentis trahatur linea circulum dispescẽs; quod continetur sub tota dispescente & parte eius exteriori, æquum est quadrato lineæ contingentis.



Sit circulus b d c, quem linea a b contingat in puncto b, & a termino a lineæ contingentis utcunq; libuerit, trahatur linea circulum in duas portiones dispescens, sitq; a d c. Dico rectangulum quod sub tota a d c continetur, & portione exteriori a d, æquum esse quadrato lineæ contingentis a b. Trahãtur a puncto contactus b ad puncta quibus linea a d c circulum secat, lineæ b d & b c. Habes duos triangulos æquiangulos totalem, scilicet a b c & partialem a b d. Nam angulus b c a, totalis trianguli, æqualis est per undecimam secũdi cap. angulo a b d, partialis trianguli. Et angulus b a d utriq; est communis, tertius igitur tertio æqualis est. Et quia trianguli a b c & a b d sunt æquianguli, erunt per tertiam huius, latera æquos angulos respicientia proportionalia. Latus igitur totalis trianguli c d a, ad b a latus partialis trianguli, sicut latus b a totalis trianguli, ad latus d a partialis trianguli. Tres ergo lineæ c a, a b, d a, sunt continue proportionales. per primam ergo quarti capitis quod fit ex prima c a in tertiam d a æquum est quadrato mediæ a b, quod erat demonstrandum.

FINIS.