

Uvod v semantiko možnih svetov

DANILO ŠUSTER

POVZETEK

Predstavljene so osnovne ideje semantike možnih svetov. Nujno in možno sta intenzionalna stavčna operatorja, semantika možnih svetov pa je ekstenzionalna redukcija intenzionalnih operatorjev. Motiva za redukcijo izjav oblike "Možno je, da P" na izjave tipa "Obstaja možni svet, v katerem P" sta dva: pojasni zapleteno (intenzionalno) z bolj enostavnim in že znanim. Drugi motiv se sklicuje na tradicijo razmišljanj o modalnosti. Oba motiva nas vodita k uporabi semantičnih metod standardne predikatne logike prvega reda. V članku je analizirana metoda prevajanja modalnih operatorjev v predikatno logiko prvega reda in uvedba relacije alternative dostopnosti med možnimi svetovi.

ABSTRACT

POSSIBLE WORLDS SEMANTICS - INTRODUCTION

Basic concepts of the possible worlds semantics are analysed. "It is possible that..." and "It is necessary that..." are intensional sentence operators. Possible worlds semantics reduces them to extensional language of first-order predicate logic. There are two main motives for reduction of sentences of the form "It is possible that P" to "In some possible world, P". They simplify the complicated intensional idioms by means of extensional machinery and the old philosophical tradition of explaining necessity as universality. Translation of modal notions is explained and the relation of relative accessibility between worlds is introduced.

UVOD

Pričujoča razprava je uvod v logično semantiko modalnih pojmov. Modalne intuicije so pomemben del naše kognitivne mreže in racionalne prakse. Praktično razsojanje v etiki, teoriji odločanja, vsakdanjem življenju.... temelji na upoštevanju različnih alternativ, na priznavanju nujnosti določenih dogodkov ali zvez med stavki, na pričakovanjih, da se dogajanja morajo skladati z naravnimi zakoni, zaključki v logičnem sklepu pa po neki nujnosti slediti iz premis. Razumevanje logike in semantike modalnih pojmov je pomembno tudi za pojasnilo pojmov prepričanja in védenja, saj sodobna intenzionalna logika s pomočjo semantike možnih svetov razlaga tudi doksastične in epistemske pojme.

MODALNOST IN KVANTIFIKACIJA

Po klasičnem analitičnem programu nek pojem razumemo, če najprej razumemo njegove logične lastnosti. Te lastnosti, ki jih uzakoni nek sistem sklepanj, preverjamo v semantični analizi. Znano je, da običajni sintaktični kriterij preverjanja veljavnosti sklepanj - izpeljava protislovja iz neke množice premis - ne zadošča, da bi lahko vedno izločili vsa protislovja (to se nam recimo lahko pripeti, kadar aksiomi niso dovolj strogo formulirani). Zato se opremo na teorijo pomena: dokaz, v katerem iz stavkov $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ sklepamo na stavek B je veljaven, če je zaključek B resničen v vseh modelih (interpretacijah), v katerih so hkrati resnične premise $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$. Če takšnega modela ni, je sklepanje neveljavno. Semantika možnih svetov je standardna teorija pomena za določanje pravilnosti sklepanj, v katerih nastopajo modalni izrazi.

Tradicionalen par modalnosti sta "možno" in "nujno", ki ju pripisujemo propozicijam - temu, kar izražajo stavki. Modalitete označujejo resnico propozicij. Možno resnična propozicija je tista, katere nasprotje ni nujna resnica. Torej ni res, da je nemogoča. Zato lahko eno modaliteto definiramo s pomočjo druge: "Nujno je, da P " je ekvivalentno "Ni mogoče, da ne- P ". V tej razpravi bom obravnaval nujnost (" $\square$ ") in možnost (" $\Diamond$ ") kot sintaktična operatorja nad stavki (delujeta tako kot recimo negacija - iz stavkov tvorita nove stavke). V standardni modalni (stavčni) logiki jezik klasičnega stavčnega računa obogatimo z unarnim logičnim veznikom " $\square$ " (nujno je, da...), s čimer dobimo jezik J_m . Modalni operator je intenzionalen (resnica sestavljenega stavka ni odvisna od resnice komponent).

Naj O označuje poljuben stavčni operator, p pa stavčno črko. Ekstenzionalni operatorji so tisti, pri katerih je resničnostna vrednost kompleksa Op odvisna od resničnostne vrednosti stavka p , veljavna pa je tudi nadomestitev materialno ekvivalentnih stavkov na mestu p . Pri intenzionalnih operatorjih je resničnostna vrednost Op odvisna od striktnih ali nujnih pogojev resnice, veljavna pa je samo substitucija striktno ekvivalentnih stavkov na mestu p . Hiperintenzionalni operatorji pa so tisti, pri katerih je resničnostna vrednost kompleksa Op odvisna od pomena p , dovoljena je samo nadomestitev sinonimov. Vzemimo stavek "Peter je prepričan, da je Večernica prva zvezda na nočnem nebu." Operator "je prepričan, da" je hiperintenzionalen, saj nadomestitev materialno (ekstenzionalno) in nujno ekvivalentnega izraza ("Danica") na mestu, ki sledi operatorju ne ohranja resnice Petrovega prepričanja. Nujno in možno sta intenzionalna stavčna operatorja, semantika možnih svetov pa velja za ekstenzionalno redukcijo intenzionalnih operatorjev.

Motiva za takšno redukcijo sta vsaj dva. Prvi je analitičen: pojasni zapleteno (intenzionalno) z bolj enostavnim in že znanim. Drugi motiv se sklicuje na tradicijo razmišljanj o modalnosti. Oba motiva nas vodita k uporabi semantičnih metod standardne predikatne logike prvega reda.

Semantika predlaga model pomena, ki upraviči našo običajno jezikovno prakso sklepanj. Toda sklepanja, kjer nastopajo modalni pojmi, so zapletena. Ko pride do prepleta različnih modalnosti ("nujno je možno, da je obstoj predmetov kontingenten"), nas intuicije o pravilnosti vzorcev sklepanj kaj hitro zapustijo. Zato sprejmemo kot pravilne določene argumente, ki so pravilni po semantični analizi, ki dobro deluje v enostavnih primerih. Kot pravi Saul Kripke, eden od avtorjev semantike možnih svetov, nam ta analiza omogoča, da modalno logiko obravnavamo s tehnikami teorije modelov, ki so se izkazale kot uspešne v običajni logiki prvega reda.¹

¹ Kripke Saul (1980), *Naming and Necessity*, Oxford: Basil Blackwell; str.19, op.18.

Ključna semantična ideja teorije modelov je enostavna: (stavek) A logično implicira (stavek) B, če in samo če ni takšnega modela, v katerem bi veljalo, da A, ne bi pa veljalo, da B. Model lahko beremo kot možno situacijo, ki realizira dani stavek. Če si zamislimo največjo možno situacijo, ki realizira največjo možno množico med seboj združitljivih stavkov, govorimo o alternativnem možnem svetu.

Drugi motiv povezuje teorijo modelov s filozofsko tradicijo. Filozofi so idejo nujnosti povezovali z idejo splošnosti in univerzalnosti. V tradicionalni logiki, recimo pri Kantu, je splošno nujno in obratno. Tudi Russell opozarja, da so modalitete prikriti kvantifikacije. Nujnost in možnost, ki jo povezuje z eksistenco, nista lastnosti stavkov, ampak proposicionalnih funkcij (danes bi rekli odprtih stavkov). Možno je tisto, kar je včasih resnično, nujnost pa je za Russella univerzalna resničnost proposicionalne funkcije. Zveza med eksistenco in možnostjo je naslednja: ko trdimo eksistenco nečesa, trdimo, da je možna neka proposicionalna funkcija. Ko trdimo možnost, trdimo, da obstaja neka vrednost, za katero je proposicionalna funkcija resnična.²

V začetku moderne tradicije modalne logike, pri Von Wrightu³ najdemo naslednjo eksplikacijo: "A-ji so univerzalno B-ji" pomeni, da so "A-ji nujno B-ji". "Ta A je B" pa pomeni "A je včasih B". Isto globinsko logiko v obeh primerih naj bi odkrivalo (sicer problematično) načelo sklepanja: "če je nekaj nujno A, tedaj je nujno nekaj A". Tako velja tudi "če je nekaj univerzalno A, tedaj velja univerzalno za nekaj, da A". Von Wright je s svojo idejo skupne globinske logike skupine pojmov (aletične modalnosti, znanje, prepričanje, norma) pravzaprav začetnik moderne intenzionalne semantike.

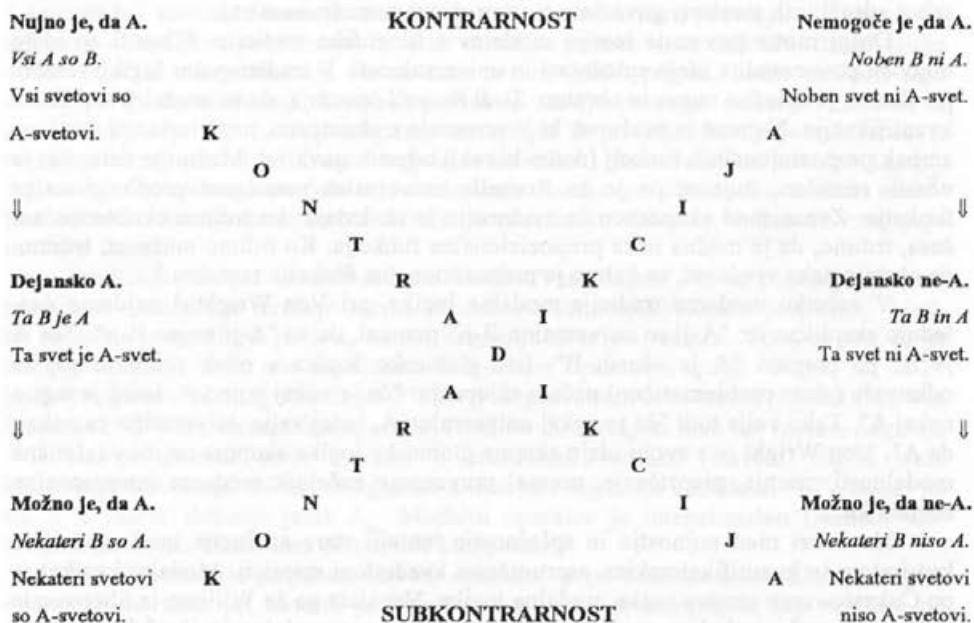
Na zvezi med nujnostjo in splošnostjo temelji stara analogija med modalnim kvadratom in kvantifikatorskim, asertotičnim kvadratom opozicij. Modalni kvadrat je po Čukasiewiczu osnova vsake modalne logike. Navajata ga že William iz Sherwooda in Peter Španski, veljal pa naj bi tudi že za Aristotelovo modalno logiko.⁴ (Puščica na sliki označuje materialno implikacijo.)

² Rescher Nicholas (1974): *Bertrand Russell and Modal Logic*, v *Studies in Modality*, American Philosophical Quarterly Monograph No.8, Oxford: Basil Blackwell.

³ Von Wright G.H.(1951): *An Essay in Modal Logic*, Amsterdam: North-Holland.

⁴ Uršič Marko: *Matrice Logosa*, Ljubljana: DZS, 1987, str.86.

MODALNI KVADRAT
ASERTOTIČNI KVADRAT
KVADRAT MOŽNIH SVETOV



Modalni kvadrat kodificira osnovne vzorce modalnih sklepanj, ki jih mora pojasniti semantična teorija (če je nekaj nujno resnično, je dejansko resnično in potem tudi močno resnično). S pomočjo asertotičnega kvadrata lahko modalni kvadrat enostavno prevedemo v kvantifikatorski kvadrat "močnih svetov".

Stavke oblike "Možno je, da P" dokaj naravno beremo kot "obstajajo možne okoliščine, v katerih je stavek P resničen". Če vzamemo popolna in največja možna alternantivna stanja stvari, govorimo o možnih svetovih. " $\Diamond P$ " je potem neke vrste eksistencialna ali pogojna kvantifikacija čez možne svetove: " $\Diamond P$ je resnično če in samo če je stavek P resničen na *nekem možnem svetu w*" (w je variabla, ki prebira čez možne svetove).⁵ Po tej shemi je nujnost izrazljiva kot univerzalna kvantifikacija čez možne svetove: "Stavek P je nujno resničen, če je resničen na vseh možnih svetovih."

Možni svet naj bo A-svet, če je stavek A resničen na tem možnem svetu. Po predlagani shemi demonstrativ "Ta", v "Ta A" prevedemo kot "dejansko", "vsi" kot "nujno" in "nekateri" kot "možno". Tako dobimo kvadrat "možnih svetov", ki že nakazuje, kako je mogoče uporabiti tehnike predikatne logike prvega reda v semantični razlagi modalnih pojmov. Podobno kot za kvantifikatorje velja enakost " $\forall(x) = \neg \exists \neg(x)$ ", velja za modalne operatorje: " $\Box =_{df} \neg \Diamond \neg$ ". Operator " $\Box$ " se obnaša kot univerzalni kvantifikator, operator " $\Diamond$ " pa kot eksistencialni kvantifikator čez možne svetove.

⁵ Metajezikovne variable in narekovaje bom v tej razpravi uporabljal le, če bo to nujno za razumevanje.

PREVOD MODALNIH OPERATERJEV V PREDIKATNO LOGIKO

Če ta enostavna shema omogoča uporabo standardnih semantičnih metod za preverjanje modalnih sklepanj.⁶ Po običajnem razumevanju odnosov med modalnimi pojmi sklepanja ($\Box, \vee$) ne bomo imeli za veljavnega:

$$\begin{array}{c} (\Box, \vee) \quad \Box (P \vee Q) \\ \hline \Box P \vee \Box Q \end{array}$$

Nujnost ni distributivna čez disjunkcijo: če vstavimo " $\neg P$ " za " Q ", je premisa tautologija, torej nujna, zaključek pa ni nujen, saj " P " lahko označuje katerikoli kontingentni stavek. (Nujno je, da sonce sije ali ne sije. Vendar ne: nujno, sonce sije ali nujno, sonce ne sije.)

Vemo, da v predikatni logiki ne velja sklepanje ($\forall, \vee$):

$$\begin{array}{c} (\forall, \vee) \quad (\forall x) (Px \vee Qx) \\ \hline (\forall x) Px \vee (\forall x) Qx \end{array}$$

Neveljavnost pokažemo z modelom, v katerem je premisa resnična, zaključek pa napačen. Naj bo I , poenostavljeno, oznaka za interpretacijo - pripis ekstenzij predikatom, imenskim konstantam, variablam in odprtim stavkom. Interpretacija pripiše stavkom vrednost "1" (resnično) ali "0" (napačno). Vzemimo enostaven model M^* , v katerem imamo univerzum z dvema predmetoma. Za predmet a naj bo predikat P resničen, predikat Q pa ne, za predmet b pa naj velja obratno, Q je resničen, P pa ne. Model M^* , v katerem pripišemo variabli x , predmet a ovrže sklepanje ($\forall, \vee$):

$$\begin{array}{l} M^* \quad D = [a, b] \\ I(P) = a \quad I((\forall x) (Px \vee Qx)) = 1 \\ I(Q) = b \quad I((\forall x) (Px)) = 0 \\ I(x) = a \quad I((\forall x) (Qx)) = 0 \end{array}$$

Semantično metodo, ki smo jo uporabili za dokaz neveljavnosti sklepanja ($\forall, \vee$) lahko uporabimo tudi pri sklepanju ($\Box, \vee$). Neposreden prevod, ki obravnava " $\Box$ " kot univerzalno kvantifikacijo čez možne svetove, nam da " $\Box p = (\forall w) P(w)$ " (na vsakem možnem svetu P). " $P(w)$ " pa pomeni: " P velja na možnem svetu w ". Iz sheme ($\Box, \vee$) potem dobimo:

$$\begin{array}{c} (\forall w, \vee) \quad (\forall w) (Pw \vee Qw) \\ \hline (\forall w) P(w) \vee (\forall w) Q(w) \end{array}$$

Začetno modalno sklepanje lahko zdaj neposredno ovrednotimo z metodo, ki smo jo uporabili pri sklepu ($\forall, \vee$). Obstaja model $M(\Box)$ z možnima svetovoma x in y ,

⁶ Prim. Forbes Graeme(1985): *The Metaphysics of Modality*, Oxford: Clarendon Press, 1986² str.5.

tako da na prvem velja P, Q pa ne, na drugem pa Q, P pa ne. Zato je argument $(\Box, v)$ neveljaven.

$$M(\Box) D = [x, y] \quad I((\forall w)(Pw \vee Qw)) = 1$$

$$x: (P, P \vee Q, \neg Q) \quad I((\forall w)(Pw)) = 0$$

$$y: (Q, P \vee Q, \neg P) \quad I((\forall w)(Qw)) = 0$$

RELACIJA DOSTOPNOSTI

Opisani semantični postopek temelji na metodi prevajanja: stavke naravnega jezika prevedemo v jezik stavčnega modalnega sistema (J_m). Argumente v tem jeziku prepišemo po posebnih pravilih v jezik predikatne logike in jih ovrednotimo s semantiko za predikatno logiko prvega reda. Postopek poenostavimo, če operiramo neposredno z možnimi svetovi, v jeziku monadične predikatne logike z variablami, ki prebirajo čez možne svetove (J_s). Postopek prevajanja temelji na osnovnih shemah modalnega kvadrata. (Na levi strani znaka "=" je stavek v jeziku J_m , na desni pa prevod v jezik monadične predikatne logike "svetov" J_s).

(A1) Operator nujnosti se obnaša kot kvantifikator čez možne svetove:

$$"\Box P = (\forall w)P(w)"$$

(A2) Stavek je resničen v danem možnem svetu, če pravilno opisuje ta svet. Torej so stavčne črke predikati, ki izražajo lastnosti možnih svetov:

$$"..\Box \Diamond P = ..(\forall u) \exists (w)Pw"$$

(A3) Kadar nastopa v formuli jezika J_m stavčna črka sama, brez operatorjev, tedaj privzamemo, da gre za stavek, ki v jeziku J_s izraža lastnost dejanskega sveta:

" $P = Pw^*$ ". Vse ne-modalizirane resnice so resnice o dejanskem svetu, ki ga označujemo z w^* .

Problematično pa je dejstvo, da nam jezik "možnih svetov" J_s predpisuje, kakšna naj bo logika modalnih pojmov. Jezik J_s je po izrazni moči jezik (monadične) predikatne logike prvega reda. Zato so v njem seveda veljavne standardne aksiomske sheme in pravila predikatne logike. Modalni sistem, ki ga po prevodu določa aksiomatika za predikatno logiko prvega reda je natančno določen in dolgo znani Lewisov sistem S5. Od leta 1910 dalje, ko je C.I. Lewis začel preučevati aksiomske sisteme modalne logike, so desetletja sintaktičnega dela proizvedla množico sistemov različnih moči. Sistem S5 sicer predstavlja filozofski standard razmišljanja o modalnosti, ni pa primeren kot izhodišče splošnega semantičnega modeliranja modalnih tez.

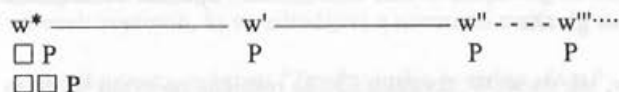
V predikatni logiki prvega reda je recimo izpeljiv teorem:

$$\vdash (\forall w)P(w) \rightarrow (\forall u) (\forall w)P(w)^7$$

⁷ V nekaterih aksiomatizacijah nastopa kot posebno pravilo generalizacije " $A/(\forall x)A$ ", kjer je A poljubna formula. Prim. Niko Prijatelj: *Osnove matematične logike*, 2. del, Ljubljana, DMFA, str. 70.

Po pravilih prevajanja (A1, A2, A3) tej tezi ustreza modalna shema (4):

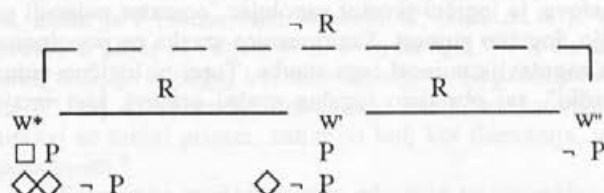
" $\vdash \Box P \rightarrow \Box \Box P$ ". Za semantično predstavitev veljavnosti potrebujemo minimalni model s tremi svetovi, ki ga bom označil s skico:



Nujnost stavka "P" na svetu w^* zagotavlja resnico stavka na vseh možnih svetovih v modelu, na svetu w' , w'' , splošno $w''' \dots$. Torej je tudi stavek " $\Box P$ " resničen na poljubnem svetu w' v modelu, saj je stavek "P" resničen na vseh svetovih v modelu. Če pa je stavek " $\Box P$ " resničen na vseh svetovih, ki so možni glede na w^* , tedaj je na dejanskem svetu resničen tudi stavek " $\Box \Box P$ " (celo več, resničen je stavek oblike " $\Box^n P$ ", kjer n zaznamuje poljubno število operatorjev nujnosti).

Toda vsekakor se zdi možno, da stavki izražajo propozicije, ki so nujne, ne da bi bile hkrati tudi nujno nujne. (Zakoni narave so morda nujni v našem univerzumu, ne pa v vseh možnih univerzumih.) Zgoraj opisani model predpostavlja popolno enakopravnost možnih svetov: vsak je enako možen glede na vsakega drugega. Če je nekaj možno ali nujno, potem je nujno možno ali nujno nujno. Takšno pojmovanje možnih svetov je bilo samoumevno za Leibniza, Carnapa in logične atomiste. Šele ko je Kripke postavil pod vprašaj predpostavljeno enakovrednost možnih svetov v modelu, je bilo mogoče semantično predstaviti razlike med sintaktičnimi modalnimi tezami (recimo med " $\Box P \rightarrow \Box \Box P$ " in " $\Box P \rightarrow \Box \Box \Box P$ "). Revolucionarna novost je v uvedbi relacije relativne dostopnosti ali možnosti med svetovi, ki ureja "povezave" med svetovi: zdaj ni več res, da je vsak svet v modelu možen glede na izhodiščni svet.

Model M' , ki ga prikazuje skica, ovrže sklepanje (4).



V tem modelu je " $\Box P$ " res, saj je stavek P resničen na vseh svetovih, ki so možni glede na svet w^* (v tem primeru le w'). V novem modelu sta dva svetova lahko povezana z relacijo R (neprekinjena črta) ali pa ne (prekinjena črta). Ni pa res " $\Box \Box P$ ", saj stavek "P" ni resničen na vseh svetovih v modelu - obstaja svet w'' , kjer velja " $\neg P$ ". Zato velja na svetu w^* " $\Box P \ \& \ \Box \neg P$ ". Če bi bila svetova w^* in w'' povezana, tako kot svetova w^* in w' (oz. w' in w''), tedaj ne bi bilo mogoče, da bi bilo na svetu w^* res " $\Box P$ ", na svetu w'' pa $\neg P$. V opisanem primeru relacija R ni tranzitivna (če je w' dostopen glede na w^* , in w'' dostopen glede na w' , to še ne pomeni, da je w'' dostopen glede na w^*).

Idejo, da je univerzum možnih svetov nekako strukturiran z relacijo relativne možnosti med svetovi, izraža semantični pojem "okvirja" $\langle W, R \rangle$. W je univerzum možnih svetov, relacija R pa pove, kako so svetovi med seboj povezani. Tehnično: W je neprazna množica svetov, R pa binarna relacija $R \subseteq W \times W$, definirana nad množico W . Semantično vrednotimo modalne stavke vedno glede na nek izhodiščni svet w in glede na svetove, ki so povezani s tem izhodiščem. Splošna semantična pogoja za nujnost in možnost se glasita:

($\Box$) Za vsak možni svet w , tak da $w \in W$: formula $\Box \alpha$ je resnična na svetu w , če in samo če velja za vsak w' tak, da $w' \in W$ in $w R w'$, formula α je resnična na w' .

($\Diamond$) Za vsak možni svet w tak da $w \in W$: formula $\Box \alpha$ je resnična na svetu w , če in samo če velja za nek w' tak, da $w' \in W$ in $w R w'$, formula α je resnična na w' .

VRSTE "NUJNOSTI"

Izjemna uporabnost semantičnega pojma okvirja je v enostavnosti in posplošljivosti pojasnila intenzionalnih pojmov. Relevantna parametra sta samo moč množice svetov, ki so možni glede na dani svet in struktura urejenosti, ki jo relacija R generira znotraj te množice. Moč množice modelira različne tipe nujnosti in intenzionalnosti, struktura urejenosti pa značilne sintaktične teze (pravilu (4) kot smo videli ustreza tranzitivnost relacije R). Relacijo R bom v nadaljevanju poenostavljeno označeval kar kot množico parov med seboj povezanih svetov:

$R = \{(w, w') : w \in W \ \& \ w' \in W \ \& \ w R w'\}$. Glede na moč množice parov ločimo naslednje tipe nujnosti:

$$R = W \times W$$

Vsak svet znotraj univerzuma W je povezan z vsakim drugim svetom. Če W vsebuje vse logično možne svetove, je logični prostor zapolnjen, operator nujnosti pa po pravilu ($\Box$) izraža najstrožjo, logično nujnost. Samo resnica stavka na popolnoma vseh logično možnih svetovih zagotavlja nujnost tega stavka. Torej ni logično nujno niti: "Samec je neporočen moški", saj obstajajo logično možni svetovi, kjer imajo besede drugačen pomen.

$$R \subset W \times W$$

Izhodiščnemu svetu so dostopni vsi svetovi v neki ne-prazni množici, ki izpolnijo določen pogoj. V množici R niso vsi logično možni svetovi, ampak le tisti, ki se ujemajo s svetom w v dejstvih določene vrste. Glede na tip dejstev lahko operator " $\Box$ " tolmačimo na različne načine. V vseh spodaj navedenih primerih je podčrtani izraz interpretacija operatorja " $\Box$ ".

a. Nomološka nujnost: "Po zakonih narave velja, da P ."

V R so vsi svetovi, kjer veljajo zakoni narave izhodiščnega sveta w . Stavek je nomološko nujen, če je resničen na vseh nomološko možnih svetovih.

b. Deontična nujnost: "Moralna norma zahteva, da storiš P."

V R so vse deontične alternative dejanskemu svetu w, tj. vsi svetovi, ki izpolnjujejo vse etične norme sveta w. Če vzamemo za izhodišče dejanski svet w*, potem glede na moralno stanje naše civilizacije ugotovimo, da dejanskega sveta ni v tej množici, zato v deontični logiki recimo ne velja sklepanje " $\Box P \rightarrow P$ " (kadarkoli moralna norma nekaj zahteva, je to primer). Stavek oblike " $\Box P$ " je resničen na svetu w, če je resničen na vseh svetovih, ki so združljivi z normami sveta w.

c. Zgodovinska nujnost: "Zgodovinsko je nujno, da p."

V R so vsi svetovi, ki se ujemajo s svetom w do nekega trenutka t. " $\Box P$ " je res na svetu w v trenutku t, če je vedno bilo res, da P. Gre za staro antično definicijo nujnosti: kar se je zgodilo, ima modalni status nujnosti.

d. Različni intenzionalni operatorji

Razširitev semantike možnih svetov na splošno semantiko intenzionalnih pojmov sloni na stari Carnapovi ideji: poznati pomen stavka pomeni poznati okoliščine, v katerih je stavek resničen. Stavke oblike "A je prepričan / ve / zaznava, da P" je resničen, če je resničen v vseh okoliščinah - svetovih, ki so enaki dejanskemu svetu glede A-jevih prepričanj / zaznav / vedenja..., razlikujejo pa s v drugih potezah. Operator " $\Box$ " še vedno signalizira resnico stavka, ki mu sledi v vseh svetovih določene vrste (takšnih, ki so združljivi z A-jevimi prepričanji, zaznavami, vedenjem).

3. $R = \{ (w, w) \}$

Svetu w so dostopni samo tisti svetovi, ki so popolnoma enaki svetu w, to pa je le svet w sam. Kadarkoli je stavek "P" resničen, je po tem razumevanju če nujno resničen, saj je resničen na vseh svetovih, ki so v relaciji relativne možnosti glede na svet w. Gre za fatalistično nujnost (vse dejanske resnice so nujne).

4. $R = \emptyset$

Svetu w ni dostopen noben svet. Uveljavljen naziv za takšne svetove je "mrtvi rokav" ("dead end"). V mrtvem rokavu so resnični vsi stavki oblike: "Nujno je res, da P" (tudi kontradikcije!). Osnovna ideja je namreč, da je stavek " $\Box P$ " resničen na svetu w, kadar je P res na vseh svetovih w', takih da $w R w'$. Ali ekvivalentno - kadar ni svetov w', kjer bi veljalo $w R w'$ in na njih " $\neg P$ ". Če svetu w ni dostopen noben drug svet, tedaj je ta pogoj trivialno izpolnjen. Napačni pa so vsi stavki oblike: "Možno je, da P", saj ni nobenega dostopnega sveta, na katerem bi bil stavek resničen. Mrtvi rokavi so mejni primer, zanimivi bolj kot ilustracija, uporabni pa v različnih dokazih popolnosti.⁸

Semantika možnih svetov združuje tradicionalno zvezo med nujnostjo in splošnostjo z idejami iz sodobne teorije modelov. Matematični rezultati prevoda modalnih pojmov v jezik možnih svetov so izredni, dejanski pomen relacijskih vzorcev svetov pa je predmet filozofske diskusije. Za mnoge je sporna že semantična, ne le filozofska vrednost pojasnil, v kateri uvajamo eksotično aparaturo možnih svetov.

⁸ Hughes G.E., Cresswell M.J. (1984): A Companion to Modal Logic, London: Methuen, str.9, 33-38.