

ODVIJANJE PREJE S KRIŽNEGA NAVITKA

YARN UNWINDING FROM PACKAGES

Stanislav Praček

Univerza v Ljubljani, Naravoslovnotehniška fakulteta OTGO, Snežniška ulica 5, 1000, Ljubljana, Slovenia

Prejem rokopisa – received: 2024-05-13; sprejem za objavo – accepted for publication: 2024-10-10

doi:10.17222/mit.2024.1188

Odvijanje preje z navitka je pomemben proces. Pri izdelavi tkanin se odvija preja s križnih navitkov v fazi snovanja in vnašanja votka v zev. Med odvijanjem v preji nastanejo določene napetosti kot posledica učinkujoče vlečne sile, ki so približno sorazmerne s kvadratom hitrosti odvijanja. Napetost v preji pri konstantni hitrosti odvijanja ni konstantna, temveč niha v določenem intervalu. To je še posebej opazno pri odvijanju z mirujočega navitka, kjer se preja z veliko hitrostjo odvíja v smeri osi navitka. Tudi tedaj, ko preja ni močno obremenjena in napetost ne presega nekaj odstotkov njene pretržne trdnosti, se preja lahko občasno pretrga, iz česar se lahko sklepa, da križni navitek ni idealna oblika navitka, oziroma da navitki niso vedno brezhibno naviti. Ker se v praksi stremi k čim večji hitrosti snovanja in tkanja, se postavljajo zahteve za dopolnitev teorije odvijanja preje s križnih navitkov, ki bi omogočila potrebne modifikacije procesa odvijanja preje. Namen tega dela je opredeliti gibalne enačbe, ki opisujejo odvijajočo se prejo, in oblikovati matematični model, ki bo omogočal računalniško simuliran proces odvijanja preje.

Ključne besede: odvijanje preje, teorija balona, simulacija, kot navijanja preje na navitku, brezdimenzijska kotna hitrost

Yarn unwinding from a package is important in many processes. In production the yarn is being withdrawn from cross-wound packages in warping and weft insertion. The quality of the yarn is numerically expressed mainly by the values of mechanical quantities. They depend on how the yarn is stressed. During unwinding of the yarn at high speed from a stationary package, the tension oscillates within some interval. It happens that, when the yarn is not strongly stressed and the tension is not high, the yarn breaks. This is why we think that a cross-wound package is not an ideal form of package and that such packages are not always made without flaws. We strive to achieve the fastest warping and weaving speeds as possible; therefore, our aim is to improve the theory of cross-wound package unwinding and to find the necessary modifications of the yarn-unwinding process. The goal of our contribution is to state the equations of motion that describe the unwinding yarn and to develop a mathematical model that would enable us to simulate the process of unwinding.

Keywords: yarn unwinding, balloon theory, simulations, winding angle on the yarn on the package, dimensionless angular velocity

1 UVOD

V procesu izdelave tkanin se odvija preja s križnih navitkov v fazi snovanja in vnašanja votka v zev. Pri odvijanju preje s križnega navitka se v preji generira določena napetost. Ta napetost je približno sorazmerna kvadratu hitrosti odvijanja. Razvoj sedanje teorije odvijanja preje se je začel v 50. letih prejšnjega stoletja.¹⁻³ Stara teorija balona je bila nadgrajena z Coriolisovo in centrifugalno silo ter spoznanjem, da se lahko vpliv težnostne sile ter tangentne komponente sile zračnega upora zanemari. V novjšem času so s pomočjo perturbacijske analize iz gibalnih enačb izključili časovno odvisnost, ter izpeljali premične mejne pogoje, ki veljajo za navitke z majhnim kotom navijanja.^{3,7} Ugotovili so, da če se v teoretični model odvijanja preje vključi parameter elastičnosti, se zmanjšata napetost preje v balonu in njegov polmer kot tudi, da je ta učinek zelo majhen za območje parametrov elastičnosti, ki so prisotni pri običajnih prejah. Zadnje raziskave na tem področju so s pomočjo eksperimentalnih rezultatov in obsežnih

numeričnih izračunov potrdile dosedanje teoretične ugotovitve.⁸⁻¹⁴

Preja ima določeno kakovost, ki je izražena predvsem z vrednostmi fizikalnih in mehanskih parametrov. V procesu odvijanja preje pridejo najbolj do izraza visko-elastične lastnosti v odvisnosti od obremenitve preje.⁷ Obremenitev preje pri konstantni hitrosti odvijanja ni konstantna, ampak niha v določenem intervalu.⁸⁻¹⁰ Čeprav obremenitev preje v povprečju ne presega nekaj odstotkov vrednosti pretržne trdnosti, lahko občasno nastopi pretrg preje, iz česar se lahko sklepa, da križni navitek ni idealna oblika navitka ali ni vselej brezhibno navit.

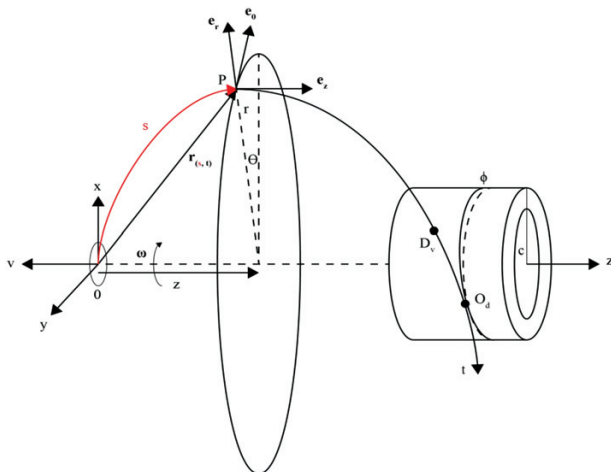
Ker se stremi za doseganje čim večje hitrosti snovanja in tkanja, je tudi ekonomski interes dopolniti teorijo odvijanja preje s križnih navitkov in s tem priti do potrebnih modifikacij procesa navijanja preje.

1.1 Matematični zapis odvijanja preje

Shematski prikaz odvijanja preje s križnega navitka, ki ponazarja krivuljo v prostoru, je podana na **sliki 1**.

Preja se lahko opiše kot krivulja v prostoru, ki je parametrizirana z ločno dolžino s (s je dolžina preje od izhodišča koordinatnega sistema do obravnavane točke

*Corresponding author's e-mail:
stanislav.pracek@ntf.uni-lj.si



Slika 1: Odvijanje preje s križnega navitka

Figure 1: Mechanical setup in overend yarn unvinding from cylindrical package

na preji), slika 1. Položaj točke je podan s koordinato r , radialno oddaljenostjo od osi, polarnim kotom θ , in z veličino z , višinsko oddaljenostjo od izhodišča, **slika 1**. Vsaka točka ima svojo trojico baznih vektorjev $\mathbf{e}_z$, $\mathbf{e}_\theta$, $\mathbf{e}_r$, ki kažejo v navpični, tangentni in v radialni smeri. Krajevni vektor $\mathbf{r}$, ki je usmerjen v točko na preji, se lahko razcepi na radialni in navpični del (odvisnost od polarnega kota se skriva v vektorju $\mathbf{e}_r$) in se lahko zapiše v obliki:

$$\mathbf{r}(s,t) = r(s,t)\mathbf{e}_r(\theta(s,t),t) + z(s,t)\mathbf{e}_z(t) \quad (1)$$

Koordinate točke so eksplicitno odvisne tako od časa opazovanja t , kot od ločne dolžine s , na kateri se točka nahaja ob času t . Hitrost točke na odvijajoči se preji (hitrost odvijanja je v) je podana s totalnim časovnim odvodom:

$$\mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (2)$$

Poudariti je treba, da hitrost ni enaka lokalnemu časovnemu odvodu, ki je označen z $\partial \mathbf{r} / \partial t$. Časovni odvod ne upošteva, da se v infinitezimalnem času Δt točka premakne na nov položaj vzdolž preje (torej na drugačno ločno dolžino s). Prispevek k hitrosti zaradi tega gibanja je opisana z dodatnim členom $\partial \mathbf{r} / \partial s \cdot \partial s / \partial t$. Hitrost odvijanja je enaka $v = -\partial s / \partial t$, zato dobimo naslednji izraz:

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} - V \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \quad (3)$$

kjer pika označuje parcialni odvod po času. Poudariti moramo, da je $t = \partial \mathbf{r} / \partial s$ enotski vektor v tangentni smeri na prejo. Smer hitrosti odvijanja v izbrani točki na preji mora namreč kazati v smeri preje. Časovni odvod krajevnega vektorja izračunamo upoštevajoč zvezo med odvodi v inercialnem in v neinercialnem opazovalnem sistemu $(\partial \mathbf{p} / \partial t)_K = (\partial \mathbf{p} / \partial t)_k + \omega \times \mathbf{p}$. Če to enačbo uporabimo na baznem vektorju, ki se vrti okoli osi z skupaj s prejo, dobimo $\partial \mathbf{e}_i(t) / \partial t = \omega \times \mathbf{e}_i(t)$. Od tod

dobimo parcialni časovni odvod krajevnega vektorja $\dot{\mathbf{r}} = v_{\text{rel}} + \omega \times \mathbf{r}$, končni izraz za hitrost točke je torej naslednje oblike:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{rel}} + \omega \times \dot{\mathbf{r}} - V \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \quad (4)$$

Posamezni členi hitrosti opazovane točke imajo vsak zelo preprosto fizikalno interpretacijo. Prvi člen je relativna hitrost gibanja v neinercialnem opazovalnem sistemu in opisuje, kako se spreminja točka preje z vidika opazovalca, ki se vrti skupaj s prejo. Ta hitrost pa ni enaka hitrosti dane točke v inercialnem opazovalnem sistemu. Drugi člen je krožna hitrost točke zaradi vrtenja opazovalnega sistema; to je hitrost, ki bi jo imela točka, ki miruje v neinercialnem sistemu. Zadnji člen je hitrost gibanja. Po analogiji je pospešek točke definiran kot totalni časovni odvod hitrosti. Z nekoliko daljšim, a preprostim izračunom, je dobljen naslednji izraz:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\text{rel}} + 2\omega \times \mathbf{v}_{\text{rel}} - 2v\omega \times \partial \mathbf{r} / \partial s + \omega \times (\omega \times \mathbf{r}) + \dot{\omega} \times \mathbf{r} - 2v\partial v_{\text{rel}} / \partial s + v\partial^2 \mathbf{r} / \partial s^2$$

Ta kompleksni izraz lahko zapišemo v kompaktni obliki, če se vpelje diferencialni operator D , ki sledi gibanju točke v vrtečem se opazovalnem sistemu, $D = \partial / \partial t|_{r,\theta,z} - v\partial / \partial s$. Poenostavljen izraz za pospešek se glasi:

$$\mathbf{a} = D^2 \mathbf{r} + 2\omega \times (D\mathbf{r}) + \omega \times (\omega \times \mathbf{r}) + \dot{\omega} \times \mathbf{r} \quad (5)$$

V nadaljevanju je obravnavana dinamika kratkega odseka preje z dolžino δs . Uporabimo drugi Newtonov zakon v obliki $F = ma$, kjer so F sile, ki delujejo na odsek preje, a pospešek in m masa odseka preje. Na odsek preje delujejo sile zaradi vleka preje F_v , ter zunanje sile F_z . Sila vleka je veličina, ki pove kakšna sila deluje na odsek enodimenzionalnega telesa kot je preja, za radij enoosne vlečne obremenitve. Vlečna sila je definirana z enačbo $F = F_v t = F_v \partial \mathbf{r} / \partial s$. Sila F je sila, ki deluje na odsek preje v točki prijemališča, vektor t pa je tangentni vektor na prejo. Gibalna enačba za odsek preje je podana v obliki:

$$\rho \mathbf{a} = \frac{\partial}{\partial s} \left(F_v \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) + F_z \quad (6)$$

Ob upoštevanju izraza za pospešek (5), dobimo končno gibalno enačbo za prejo v neinercialnem opazovalnem sistemu:

$$\rho (D^2 \mathbf{r} + 2\omega \times (D\mathbf{r}) + \omega \times (\omega \times \mathbf{r}) + \dot{\omega} \times \mathbf{r}) = \frac{\partial}{\partial s} \left(F_v \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) + F_z \quad (7)$$

V gibalni enačbi je ρ masa preje na enoto dolžine, člen $D^2 \mathbf{r}$ se lahko interpretira kot pospešek točke v vrtečem se koordinatnem sistemu. Če se preostale tri člene na levi strani enačbe prenese na desno stran, se ti reinterpretirajo kot navidezne sile, ki se pojavijo zaradi neinercialnosti tega opazovanega sistema. To niso "prave" fizikalne sile, temveč sile, ki jih občuti opazo-

valec v neinercialnem opazovalnem sistemu zaradi inercialnih učinkov.

Navidezne sile so t.i. sistemske sile, imenovane tudi inercialne sile ali psevdosile. Te sile se ne bi pojavile v gibalni enačbi, če bi te zapisali v inercialnem opazovalnem sistemu, četudi bi bilo gibanje telesa samega pospešeno. Sistemske sile dobimo le tedaj, ko enačbo zapišemo v obliki, ki je preimerna za opis v neinercialnem opazovalnem sistemu. Na odsek preje delujejo Coriolisova, centrifugalna in Eulerjeva sila. V gibalni enačbi F_z označuje zunanje sile, v tistem delu preje, ki tvori balon, je F_z sila zračnega upora:^{8,15,16} $F_u = -k_n |\mathbf{v}_N| \mathbf{v}_N$, kjer je k_n koeficient zračnega upora in $\mathbf{v}_N$ normalna komponenta hitrosti gibanja preje. V delu preje, ki drsi po navitku (torej med točko odvijanja O_d in točko dviga D_v) deluje na gibajoči odsek preje sila trenja F_t s katero navitek deluje na prejo in ovira njeno gibanje. Sestavljena je iz normalne sile navitka na prejo in iz sile trenja med prejo in navitkom:¹⁵ $F_t = F_N \mathbf{e}_r - \mu F_N \mathbf{v}/|\mathbf{v}|$, kjer je F_N velikost normalne sile, $\mathbf{e}_r$ enotski vektor v radialni smeri, μ koeficient trenja in $\mathbf{v}/|\mathbf{v}|$ enotski vektor v smeri hitrosti preje. Gibalna enačba se lahko zapiše v brezdimenzijski obliki. V ta namen je potrebno poiskati naravne enote, s katerimi se izrazijo vse veličine, ki se pojavijo v gibalni enačbi.⁶

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{r}} &= \mathbf{r}/c, \quad \bar{r} = r/c, \quad \bar{z} = z/c, \quad \bar{s} = s/c \\ \bar{t} &= t/\tau = \omega t, \quad \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{v}/v, \quad \bar{\mathbf{v}}_N = \mathbf{v}_N/v \\ \bar{F}_z &= \frac{F_z c}{\rho v^2}, \quad \bar{F}_N = \frac{F_N c}{\rho v^2}, \quad \bar{F}_v = \frac{F_v}{\rho v^2},\end{aligned}\quad (8)$$

Če gibalno enačbo (7) zapišemo s temi brezdimenzijskimi veličinami, dobi obliko:

$$\begin{aligned}\bar{D}^2 \bar{\mathbf{r}} + 2\bar{\Omega} \times \bar{D} \bar{\mathbf{r}} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{\mathbf{r}}) + \bar{\Omega} \frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial \bar{t}} \times \bar{\mathbf{r}} &= \\ = \frac{\partial}{\partial \bar{s}} \left(\bar{F}_v \frac{\partial \bar{\mathbf{r}}}{\partial \bar{s}} \right) \bar{F}_z\end{aligned}\quad (9)$$

kjer je $\bar{D}$ brezdimenzijski diferencialni operator in $\bar{\Omega}$ brezdimenzijska kotna hitrost:

$$\bar{D} = \bar{\Omega} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} - \frac{\partial}{\partial \bar{s}}, \quad \bar{\Omega} = \frac{s\omega}{v} \quad (10)$$

Brezdimenzijska sila zračnega upora je podana v obliki:

$$\bar{F}_u = \frac{P_0}{16} |\bar{\mathbf{v}}_N| \bar{\mathbf{v}}_N \quad (11)$$

kjer je:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{v}} &= \bar{D} \bar{\mathbf{r}} + \bar{\Omega} \times \bar{\mathbf{r}} \\ \bar{\mathbf{v}}_N &= \frac{\partial \bar{\mathbf{r}}}{\partial \bar{s}} \times \left(\bar{\mathbf{v}} \times \frac{\partial \bar{\mathbf{r}}}{\partial \bar{s}} \right)\end{aligned}\quad (12)$$

1.2. Kvizistacionarni približek pri odvijanju preje

Do sedaj je bila izpeljava povsem splošna, saj je upoštevano le, da ima preja konstantno linearno gostoto

mase in da je neelastična. Z izpeljano brezdimenzijsko enačbo (9) se lahko obravnava poljubno gibanje preje. V nadaljevanju so predstavljene dopustne poenostavitve pri obravnavi odvijanja preje s cilindričnega navitka.

V literaturi sta znana dva možna pristopa. Pri prvem je enostavno privzeto, da je gibanje kvazistacionarno glede na vrteči se koordinatni sistem, tako da se v enačbi gibanja postavijo vsi časovni odvodi na 0. Pri drugem pristopu pa je problem obravnavan s teorijo motenj.⁶ Izkaže se namreč, da se lahko z ustrezno izbiro brezdimenzijskih spremenljivk enačbo gibanja napiše v obliki, pri kateri so vsi časovni odvodi pomnoženi z nekim majhnim parametrom. Fraser et al. so ocenili, da se pri tipičnih navitkih ta parameter giblje med 0.007 in 0.103, kar kaže na to, da se lahko v prvem približku časovni odvodi zanemarijo. Teorija motenj je sistematični način za iskanje takšnih približkov. Pokazali so, da je osnovna enačba ekvivalentna stacionarnemu gibanju preje v vrtečem se koordinatnem sistemu. Vsa časovna odvisnost pa se prenese na robne pogoje. Poleg tega je vidno, da je v ničtem redu teorije brezdimenzijska kotna hitrost enaka ena. To pomeni, da je rešitev konsistentna samo pri kotu navijanja nič, kar omeji splošnost rešitev, če se omejimo na računanje v osnovnem, ničtem redu teorije motenj, kot so to storili Fraser et al.

Uporaba teorije motenj je z matematičnega vidika utemeljen pristop, toda s fizikalnega vidika je tudi prvi pristop povsem zadovoljiv, dopušča pa tudi večjo splošnost, zato se bomo odločili za uporabo kvazistacionarne aproksimacije. Če postavimo vse časovne odvode na nič in zaradi enostavnejšega zapisa opustimo pisanje oznake $\bar{}$ za brezdimenzijske veličine, dobimo kvazistacionarno enačbo gibanja:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial s^2} - 2\bar{\Omega} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \mathbf{r}) = \frac{\partial}{\partial s} \left(F_v \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) + F_z \quad (13)$$

1.3 Izpeljava gibalnih enačb, razpisanih po komponentah

Vektorsko enačbo (13) bomo zapisali v komponentni obliki. Takšna oblika je primernejša za reševanje sistema enačb. V ta namen izračunamo prvi in drugi odvod krajevnega vektorja

$$\mathbf{r}(r, \theta, z) = r(s) \mathbf{e}_r(\theta(s)) + z(s) \mathbf{e}_z \quad (14)$$

Upoštevati je potrebno še dejstvo, da sta bazna vektorja $\mathbf{e}_r$ in $\mathbf{e}_\theta$ eksplicitno odvisna tudi od kota in ne samo od časa, glej **sliko 1**. Velja:

$$\frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial \theta} = \mathbf{e}_\theta, \quad \frac{\partial \mathbf{e}_\theta}{\partial \theta} = -\mathbf{e}_r \quad (15)$$

Za prvi in drugi odvod tako dobimo:

$$\mathbf{r}' = \begin{bmatrix} r' \\ r\theta' \\ z' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}'' = \begin{bmatrix} r'' - r\theta'^2 \\ 2r'\theta' + r\theta'' \\ z'' \end{bmatrix} \quad (16)$$

Izraza za hitrost $\mathbf{v}$ in normalno komponento hitrosti $\mathbf{v}_N$ zapišemo kot:⁶

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -r' \\ -r\theta' + \Omega r \\ -z' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_N = \Omega r \begin{bmatrix} -r\theta' r' \\ z'^2 + r'^2 \\ -r\theta' z' \end{bmatrix} \quad (17)$$

za kvadrat absolutne vrednosti vektorja hitrosti pa dobimo:

$$|\mathbf{v}_N|^2 = \Omega^2 r^2 (r'^2 + z'^2) \quad (18)$$

kjer je hitrost:

$$\mathbf{v}_N = \Omega r \sqrt{r'^2 + z'^2} \quad (19)$$

Sila zračnega upora je potem

$$F_N = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} p_0 \Omega r^2 r' \theta' v_n \\ -p_0 v_n^3 / (\Omega r) \\ p_0 \Omega r^2 \theta' z' v_n \end{bmatrix} \quad (20)$$

Ob upoštevanju, da je $\partial/\partial s(F_v \partial \mathbf{r}/\partial s) = F'_v \mathbf{r}' + F_v \mathbf{r}''$ se lahko enačba gibanja poda v obliki

$$(1-F_v)\mathbf{r}''-2\boldsymbol{\Omega}\times\mathbf{r}'+\boldsymbol{\Omega}\times(\boldsymbol{\Omega}\times\mathbf{r})=F'_v\mathbf{r}'+F_\tau \quad (21)$$

Če se ta vektorska enačba gibanja razpiše po komponentah, dobimo tri enačbe:

$$(1-F_v)(r''-r\theta'^2) + 2\Omega r\theta' - \Omega^2 r = F'_v r' + \frac{1}{16} p_0 v_n^3 / (r\Omega) \quad (22)$$

$$(1-F_v)(2r''\theta'+r\theta'')-2\Omega r'=F_v' r'+\frac{1}{16}p_0 v_n^3/(r\Omega) \quad (23)$$

$$(1 - F_v)z'' = F_v' z' + \frac{1}{16} \Omega p_0 r^2 \theta' z' v_n \quad (24)$$

četrta enačba pa je pogoj za neelastičnost preje

$$r'^2 + r^2 \theta'^2 + z'^2 = 1 \quad (25)$$

Imamo torej štiri enačbe in štiri neznanke, r , θ , z in F_v . Če enačbo (22) množimo z r' , enačbo (23) z $r\theta'$ in enačbo (24) z z' , dobimo

$$\begin{aligned}
(1-F_v) & \left[r'' r' + r' r \theta'^2 + r^2 \theta' \theta'' + z' z'' \right] - r r' \Omega^2 = \\
& = F_v' (r'^2 + r^2 q'^2 + z'^2) + \\
& + \frac{1}{16} p_0 v_n \Omega \left[r^2 r'^2 \theta^2 - \theta' v_n^2 / \Omega^2 + r^2 \theta' z'^2 \right]
\end{aligned} \tag{26}$$

Izraz med oklepajema na desni strani enačbe je enak 1, to je ravno pogoj za neraztegljivost. Izraza med oglatima oklepajema pa sta oba enaka 0. Dokaz za prvi izraz je zapisan v naslednji enačbi:

$$\begin{aligned} & (r' r'') + (z' z'') + (r' r \theta^2 + r^2 \theta' \theta'') = \\ & = \left[\frac{1}{2} (r'^2) + \frac{1}{2} (z'^2) + \frac{1}{2} (r'^2 \theta'^2) \right]' = \quad (27) \\ & = \frac{1}{2} (r'^2 + z'^2 + r^2 \theta'^2)' = \frac{1}{2} (1)' = 0 \end{aligned}$$

kjer je izraz v oklepajih v predzadnji vrstici enak pogoju za neraztegljivost, odvod konstante pa je enak nič. Če se v drugem izrazu zazpiše v_N po enačbi (19) je vidno, da se členi pokrajšajo. Preostane torej izraz:

$$F'_v = -\Omega^2 rr' \quad (28)$$

Če se z F_0 označi obremenitev v preji na vodilu, se izraz za vlečno silo zapiše v obliki:

$$F_v = F_0 - \frac{1}{2} \Omega^2 r^2 \quad (29)$$

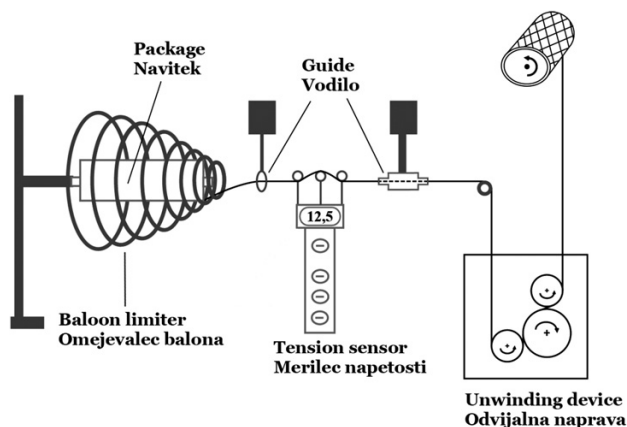
Iz izraza (29) je vidno, da je vlečna sila v preji v dani točki neposredno odvisna samo od centrifugalne sile, ne pa od Coriolisove sile ali sile zračnega upora.⁸ Centrifugalna sila narašča z oddaljenostjo preje od osi. Vlečna sila je tako največja na osi, ko je $r = 0$, torej v vodilu, kjer velja izraz:

$$F_v = F_0 \quad (30)$$

2 EKSPERIMENTALNI POSTOPEK

Enoosna vlečna obremenitev v preji se lahko določi s tenziometrom, **slika 2**. Absolutna vrednost izmerjene sile je enaka obremenitvi! Velja $|\mathbf{F}| = F_v$. Običajno se izvaja merjenje vlečne sile s tenziometrom v področju vodila v skladu z enačbo (30).

Slika 2 prikazuje eksperimentalno postavitev previjalne naprave. Prejo odvijamo s fiksnega horizontalnega navitka s pomočjo lessonovega pogona pri hitrosti do 2000 m/min. Da bi zmanjšali obremenitev preje, smo balon omejili z uporabo motilca balona. Radij balona je namreč tisti dejavnik, ki povzroča visoke centrifugalne sile, te pa povzročajo visoke obremenitve v preji. Pri mejni hitrosti postane radij balona tako velik, da ga začne motilec omejevati. Ker je radij omejen, je s tem onemogočeno tudi naraščanje obremenitev preje. Uporabljen motilec balona je sestavljen iz osmih teflonskih obročev različnih premerov. Največji obroč je imel premer 25,3 cm, nato (v smeri proti vodilcu) so sledili obroči s premerom 23,1 cm, 18,5 cm, 15,0 cm, 12,3 cm.



Slika 2: Merjenje vlečne sile preje na previjalni napravi
Figure 2: Schematic of the unwinding analysis system

8,0 cm, 4,5 cm in 1,6 cm. Vodilec je bil od najmanjšega obroča oddaljen 3,6 cm, razdalja med obroči pa je znašala 5,5 cm. Navitek smo namestili med obroč. Vodilec tik za najmanjšim obročem in vodilec preje pred odvijalno napravo sta bila med seboj razmaknjena za 6 cm, med njima pa je bil na sredini nameščen tenziometer (Schmidt control instruments, model DTMX-200), s pomočjo katerega smo merili vlečno silo v odvijajoči se preji. Odvijalni del previjalne naprave je sestavljen iz prehitevalnega in frikcijskega valja ter vretena na katerega se navija preja.

Začetni eksperimentalni parametri pri odvijanju preje so podani v **tabeli 1**.

Tabela 1: Eksperimentalni parametri

Table 1: Experimental parameters

Parametri Parameters	Območje vrednosti Range of values
Vrsta preje Yarn type	bombaž cotton
Dolžinska masa preje, T_i Yarn linear density, tex, T_i	41,60 tex
Kot navijanja, ϕ_0 Package winding angle, ϕ_0	5°
Gostota zraka, ρ Air density, ρ	1,22 kg/m ³
Dinamična viskoznost zraka, η Dynamic viscosity of air, η	$1,7 \cdot 10^{-5}$ kgm/s
Hitrost odvijanja, v Unwinding speed, v	1000–2000 m/min

Rezultati meritev vlečne sile pri različnih hitrostih odvijanja v so prikazani v **tabeli 2**.

Dobimo naslednje vrednosti:

Tabela 2: Vlečna sila v preji F_v v področju vodila v odvisnosti od kotne hitrosti

Table 2: The tensile force F_v depending on the angular velocities

Hitrost odvijanja, Unwinding velocity, m/min	Radij, Radius, mm	Kotna hitrost, Angular velocity, rad/s	Vlečna sila, Tensile force, cN
1000	110	151,5	5,5
1000	108	154,3	6,0
1000	107	155,8	6,2
1250	107	194,7	11,5
1250	106	196,5	12,3
1250	105	198,4	12,6
1500	105	238,1	72,0
1500	104	240,4	72,0
1500	103	242,7	78,0
1750	103	283,2	78,0
1750	100	291,7	78,0
1750	97	300,7	80,0
2000	97	343,6	84,0
2000	95	350,9	85,0
2000	92	362,3	90,0

Na podlagi analize rezultatov je vidno, da vlečna sila pri nižjih vrednostih kotne hitrosti, tj. do približno $\omega = 240$ rad/s narašča v grobem kvadratično. Pri mejni kotni hitrosti $\omega = 240$ rad/s pa se vrednost vlečne sile ustali in narašča zelo počasi. To se lahko pojasni na podlagi vpliva vgrajenega motilca balona, ki je bil uporabljen pri odvijanju preje.

Vpliv vlečne sile oz. obremenitve preje med odvijanjem se lahko opredeli na podlagi spremembe pretržne sile preje, ki se določi z nateznim poskusom. Rezultati spremembe pretržne sile preje v odvisnosti od hitrosti odvijanja so prikazani v **tabeli 3**.

Tabela 3: Spremembo pretržne sile preje v odvisnosti od hitrosti odvijanja

Table 3: The variation of yarn breaking strength, for a range of unwinding velocities

Hitrost odvijanja, Unwinding velocity, m/min	Vlečna sila, N				
	Povp. vred., Averg. value, N	Stand. dev., Stand. devi., N	Koef. var., Coef. of vari., %	Min. vrednost, Min. value, N	Maks. vrednost, Max. value, N
Nepre. p., unw.y.	4,528	0,3167	6,994	3,814	5,075
1000	4,635	0,2957	6,38	3,769	5,235
1250	4,574	0,3618	7,909	3,799	5,435
1500	4,428	0,3504	7,915	3,579	5,27
1750	4,443	0,3081	7,095	3,514	5,06
2000	4,495	0,2918	6,492	4,044	5,24

3 Model za simulacijo

Na valjnih navitkih je odvisnost kotne hitrosti od kota navijanja podana z naslednjim izrazom:

$$\omega = \frac{V \cdot \cos \phi}{c \cdot (1 - \sin \phi)} \quad (31)$$

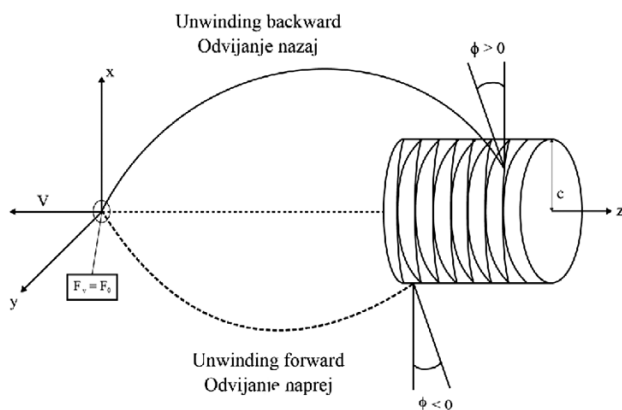
Pri izpeljavi tega izraza smo zanemarili, da se dolžina preje v balonu med odvijanjem dveh zaporednih navojev niti spremeni. Iz predhodne enačbe sledi še, da se lahko brezdimenzijska kotna hitrost zapiše kot:

$$\Omega = \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad (32)$$

V našem poenostavljenem modelu je torej brezdimenzijska kotna hitrost odvisna le od kota navijanja, ki pa je časovno spremenljiva veličina, saj se ta kot spreminja med odvijanjem preje od sprednjega proti zadnjemu robu in obratno.

Kot navijanja je pozitiven, če se pri odvijanju opazovana točka na preji giblje v smeri naraščajočih vrednosti koordinate z (odvijanje preje od vrhnjega roba proti spodnjemu robu), medtem ko je kot navijanja negativen, če se pri odvijanju opazovana točka na preji giblje v smeri padajočih vrednosti koordinate z (odvijanje preje od prednjega proti vrhnjemu robu).

Matematični opis spreminjanja kota navijanja med procesom odvijanja je ključnega pomena, saj je od kota



Slika 3: Kot navijanja preje pri odvijanju preje od prednjega, tj. spodnjega proti zadnjemu oz. vrhnjemu robu navitka in obratno.

Figure 3: Package winding angle during the unwinding in the backward and forward direction

navijanja odvisna kotna hitrost preje, kar je vidno iz enačbe (31). Kotna hitrost vpliva na enoosno vlečno obremenitev v preji, zato ima spreminjanje kota občuten vpliv na nihanje obremenitve preje med odvijanjem.

V modelu je predpostavljeno, da je kot navijanja med gibanjem opazovane točke odvijanja po navitku gor in dol približno konstanten, predznak kota pa se mora na obeh robovih spremeniti kar se da hitro. Funkcija z ustrezno lastnostjo se lahko dobi iz periodične funkcije, saj je tudi gibanje točke odvijanja približno periodično. Izhodišče je lahko najbolj poznana periodična funkcija sinus. Zapis funkcije je potrebno ustrezno prilagoditi, da bodo spremembe med gibanjem gor in dol počasnejše, na robovih pa hitreje. To dosežemo s potenciranjem z majhnim eksponentom, na preimer 1/40:

$$f(t) = \text{sign}(\sin t) |\sin t|^{1/40} \quad (33)$$

Funkcija signum, sign, poskrbi za pravi predznak, saj je bilo potrebno pred računanjem potence vzeti absolutne vrednosti funkcije sinus. Dalje se predpostavi, da se kot navijanja spreminja s časom kot sledi:

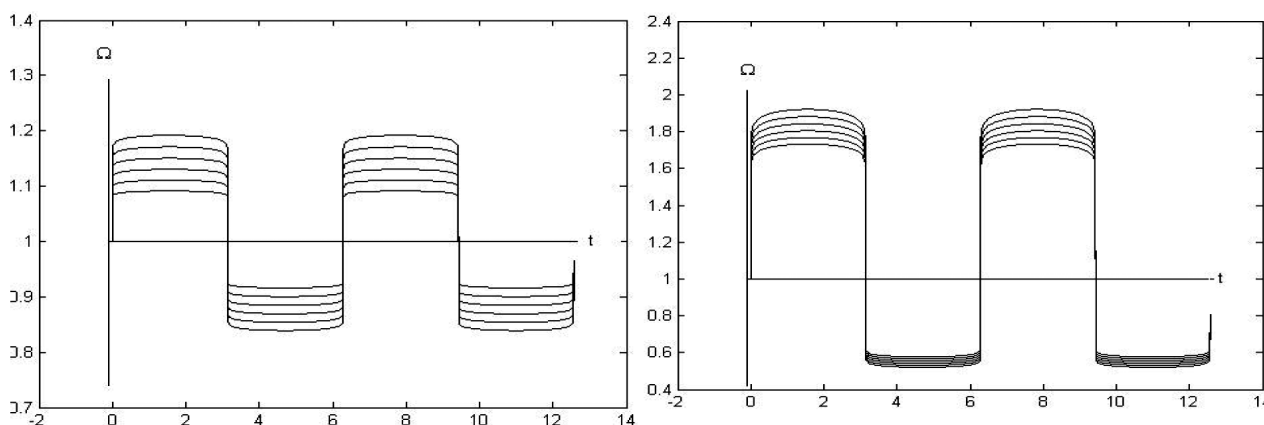
$$\phi(t) = \phi_0 f(t), \quad (34)$$

kjer je ϕ_0 največji kot navijanja. S tem je mišljena pozitivna vrednost kota navijanja, to je tista vrednost, ki se navaja kot karakteristika danega križnega navitka. Sprememba brezdimenzijske kotne hitrosti, določene po izrazu (34) je prikazana na **sliki 4**, iz katere je vidno, da se pri majhnih kotih navijanja Ω spreminja simetrično glede na premico $\Omega = 1$, pri večjih kotih navijanja pa se ta parameter spreminja nesimetrično, in sicer je odklon k pozitivnim vrednostim večji. Iz rezultatov je tudi vidno, da je približek $\Omega = 1$ pri velikih kotih navijanja neutemeljen. V tej luči se lahko ugotovi, da spoznanja, ki so jih v svojih raziskavah predstavili Fraserjevo et al. delo, dobro veljajo le pri zelo majhnih kotih navijanja.⁶

Geometrijo navitka se lahko opiše z enostavnimi matematičnimi izrazi, medtem ko je potrebno zvezo med kotno hitrostjo in enoosno vlečno obremenitev v preji določiti. Obremenitev je največja v vodilu, kar je razvidno iz izraza (30). Zato bo v nadaljevanju proučena predvsem vlečna obremenitev v vodilu. Zaradi krajšega zapisa bo namesto izraza "vlečna obremenitev v preji v vodilu" v nadaljevanju uporabljen izraz "obremenitev". Označimo jo z F_0 in uporabimo rezultate za paralelni navitek, do katerih smo prišli po eksperimentalni poti. Eksperimentalni postopek je opisan v poglavju 2. Za paralelne navitke velja enačba (31) pri kotu navijanja $\phi_0 \approx 0^\circ$, tako je:

$$\omega = \frac{V}{c} \quad (35)$$

Parametra v in c sta znana, tako da se lahko izračuna odvisnost med obremenitvijo in kotno hitrostjo za neki določeni razpon kotnih hitrosti, za vmesne vrednosti pa se lahko uporabi linearna interpolacija. Eksperimentalne vrednosti vlečne sile, F_v , v odvisnosti od kotne hitrosti, Ω , so prikazane v **Tabeli 2**. Za vrednosti Ω , ki ležijo izven območja, v katerem so bile izvedene meritve, je uporabljena ekstrapolacija. Za vrednosti Ω , ki so večje od največje izmerjene kotne hitrosti je uporabljena



Slika 4: Spreminjanje brezdimenzijske kotne hitrosti s časom. Spreminjanje brezdimenzijske kotne hitrosti Ω s časom pri desetih kotih navijanja za valjaste navitke. Časovna enota je izbrana tako, da čas 2π ustreza eni periodi odvijanja preje z navitka.

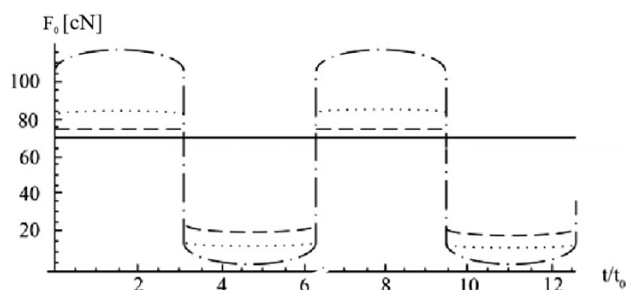
Figure 4: Oscillations of dimensionless angular velocity Ω during the unwinding yarn from cylindrical packages, where $\phi_0 = 5^\circ - 10^\circ$ and $\phi_0 = 30^\circ - 35^\circ$

linearna ekstrapolacija za vrednosti Ω , manjše od najmanjše izmerjene kotne hitrosti, pa je uporabljen kvadratični zakon.⁶ Pri uporabi tega modela je implicitno izvedenih nekaj privzetkov, to so:

- na obremenitev ne vpliva dolžina navitka,
- zanemari se zaostala obremenitev, ki je povezana s trdoto navijanja,
- kot polaganja preje in število navojev preje je konstantno v plasteh, katerih odvijanje je obravnavano,
- preja se giblje v mirujočem zraku in ima konstanten koeficient zračnega upora,
- kakovost površine je približno enaka pri odvijanju naprej in pri odvijanju nazaj, zato je koeficient trenja približno konstanten.

4 REZULTATI IN DISKUSIJA

Rezultati izračunanih vrednosti vlečne obremenitve preje F_0 med odvijanjem z valjastih navitkov pri hitrosti odvijanja $V = 1000$ m/min in premeru navitka $c = 70$ mm, z različnimi koti navijanja $\phi_0 \approx 0^\circ$, $\phi_0 \approx 10^\circ$, $\phi_0 \approx 20^\circ$ in $\phi_0 \approx 30^\circ$ so prikazani na **sliki 5**. Pri paralelnem valjastem navitku je obremenitev konstantna, kar je pričakovano, saj je pri paralelnih valjastih navitkih kotna hitrost ves čas enaka. Pri križnih valjastih navitkih se obremenitev v preji spreminja s časom, kar je posledica načina odvijanja, saj je pri odvijanju nazaj kotna hitrost večja kot pri odvijanju naprej v skladu z enačbo (31). Ker je obremenitev močno odvisna od kotne hitrosti, pride do opisanih nihanj v obremenitvi. Nihanja so velika. Pri kotu navijanja $\phi_0 = 30^\circ$ obremenitev skače kar od $F_0 = 10$ cN do $F_0 = 90$ cN. V trenutku, ko pride do obrata smeri odvijanja, pride do velikega preskoka v



Slika 5: Obremenitev preje pri hitrosti odvijanja 1000 m/min in premeru navitka $c = 70$ mm

Spreminjanje obremenitve F_0 med odvijanjem preje z valjastega navitka pri različnih kotih navijanja. $V = 1000$ m/min, $c = 70$ mm. $\phi_0 = 0^\circ$ (polna črta), $\phi_0 = 10^\circ$ (črtkana), $\phi_0 = 20^\circ$ (točke), $\phi_0 = 30^\circ$ (pika, črta)

Figure 5: Tension at $v = 1000$ m/min and $c = 70$ mm

Variation of the tension F_0 during the unwinding of the yarn from a cylindrical package for different winding angles. $V = 1000$ m/min, $c = 70$ mm. $\phi_0 = 0^\circ$ (full line), $\phi_0 = 10^\circ$ (dashed line), $\phi_0 = 20^\circ$ (dotted line), $\phi_0 = 30^\circ$ (dot-dashed line)

Opomba: Na vodoravni osi je čas izražen v enotah t_0 . Veličina t_0 je čas ene periode, torej enega obhoda točke dviga od sprednjega do zadnjega roba navitka in nazaj, deljen z 2π . Čas t/t_0 predstavlja fazo gibanja točke dviga gor in dol po navitku. V času 2π namreč opravi preja natanko en obhod.

obremenitvi. Takšni preskoki močno obremenjujejo prejo, zato se lahko pričakuje, da pri tem prihaja do poškodb v preji. V skrajnem primeru se lahko preja celo pretrga.

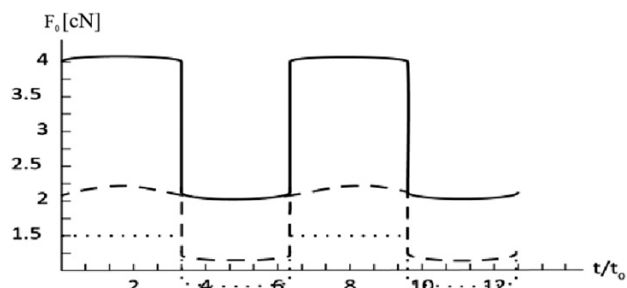
To vodi do pomembnega spoznanja, in sicer, da je pri načrtovanju novih tipov navitkov zaželeno, da je omejena tako maksimalna vrednost obremenitve v preji, kot amplituda nihanja obremenitve med odvijanjem.

V primeru navitkov z večjim radijem so dobljene povsem sprejemljive lastnosti.

Oscilacije obremenitve preje pri veliki hitrosti odvijanja $v = 2000$ m/min s križnih navitkov, ki imajo kot navijanja $\phi_0 = 10^\circ$ in pri različnih radijih navitkov $c = 300$ mm, $c = 400$ mm, in $c = 500$ mm so prikazane na **sliki 6**. Vidno je, da se pri takšnih navitkih pojavijo zelo majhne obremenitve v preji, ki se gibljejo od 1.5 cN do 4 cN.

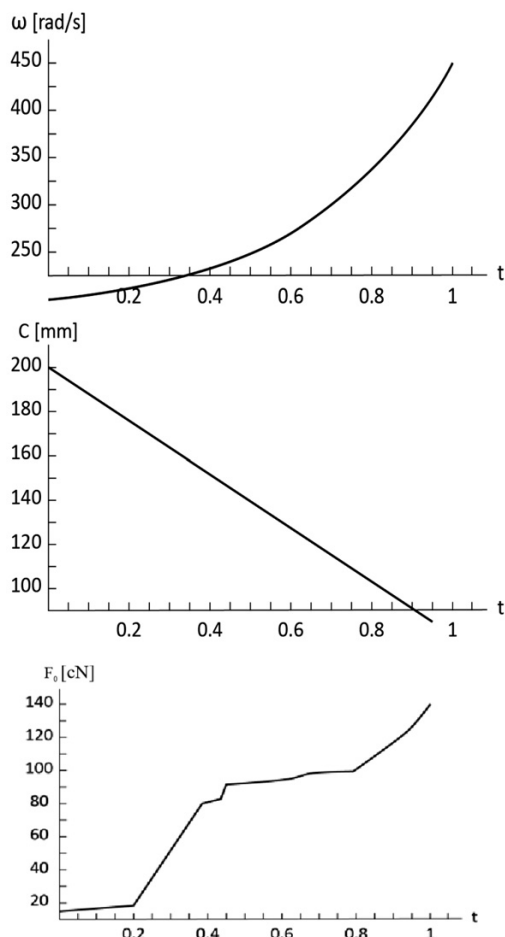
To se lahko prikaže tudi drugače. Zamislimo si navitek, pri katerem je radij tulca 70 mm, radij zgornje plasti preje pa je 200 mm. Na **Sliki 7** je prikazano odvijanje s takšnega navitka. Iz slike je vidno, kako kotna hitrost s časom vedno hitreje narašča in posledično dokaj hitro povzroči zelo visoke obremenitve v preji. Ko je navitek odvit do polovice, se doseže obremenitev okoli 80 cN, proti koncu odvijanja pa te narastejo celo do 140 cN. To vodi do poškodb in pretrganja preje. Na podlagi **Slike 7** se lahko tudi oceni, da je minimalni radij paralelnih navitkov okoli 150 mm, če ne želimo imeti obremenitev, večjih od okoli 50 cN.

Do izbire vrednosti 50 cN pridemo na podlagi zahteve, da naj bodo deformacije v preji v Hookovem elastičnem področju. To pomeni, da se moramo odločiti za takšne mejne obremenitve, da bodo te približno 10 % pretržne trdnosti preje. To vrednost smo lahko izbrali na podlagi eksperimentalnih rezultatov do katerih smo prišli s pomočjo nateznega poskusa, ugotovili smo, da pretržna napetost odvite preje ni bila bistveno spremenjena (glej **Tabelo 3**). Pretržna trdnost preje je bila 4.5 N = 450 cN, tako da lahko mejno vrednost ocenimo z 50 cN.



Slika 6: Spreminjanje obremenitve med odvijanjem preje s križno navitega valjastega navitka pri zelo velikih radijih. $v = 2000$ m/min, $\phi_0 = 10^\circ$. $c = 300$ mm (polna črta), $c = 400$ mm (črtkana), $c = 500$ mm (točke).

Figure 6: Variation of the tension F_0 during the unwinding of the yarn from a cross-wound cylindrical package for very large radii. $v = 2000$ m/min, $\phi_0 = 10^\circ$. $c = 300$ mm (full line), $c = 400$ mm (dashed line), $c = 500$ mm (dotted line).



Slika 7: Spreminjanje parametrov pri odvijanju z navitka pri hitrosti $v = 2000$ m/min

Spreminjanje radija zgornje plasti, kotne hitrosti in obremenitve v preji pri odvijanju s paralelnega valjastega navitka pri $V = 2000$ m/min. Valj ima radij 70 mm, zgornja plast pa radij 200 mm.

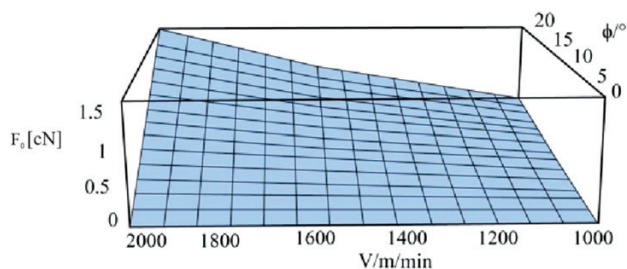
Figure 7: Variation of the parameters during the unwinding from a package at $V = 2000$ m/min

The variation of the radius of the top-most layer, the angular velocity and the tension in the yarn during the unwinding from a parallel-wound cylindrical package at $V = 2000$ m/min. The cylinder radius is 70 mm and the outer layer radius is 200 mm.

Na **Slikah 8, 9 in 10** je prikazana odvisnost amplitude nihanja obremenitve od hitrosti odvijanja $v = 1000\text{--}2000$ m/min in kotov navijanja od 0° do 20° pri treh različnih radijih navitka, in sicer $c = 500$ mm, $c = 200$ mm, in $c = 70$ mm. Za vse tri radije navitkov lahko ugotovimo, da so nihanja obremenitve večja pri večjih hitrostih odvijanja in navitkih z velikim kotom navijanja. Amplituda se zelo povečajo pri hitrostih, večjih od $V = 1600$ m/min, in pri kotih, večjih od $\phi_0 = 5^\circ$.

Nihanja obremenitve v preji so povezana z nihanji kotne hitrosti vrtenja preje okoli osi. Amplitudo nihanja kotne hitrosti izračunamo na naslednji način:

$$\begin{aligned} \Delta\omega &= \omega_{\max} - \omega_{\min} = \\ &= \frac{V \cdot \cos \phi_0}{c \cdot (1 - \sin \phi_0)} - \frac{V \cdot \cos(-\phi_0)}{c \cdot (1 - \sin \phi_0)} = \frac{2V}{c} \tan \phi_0 \end{aligned} \quad (36)$$

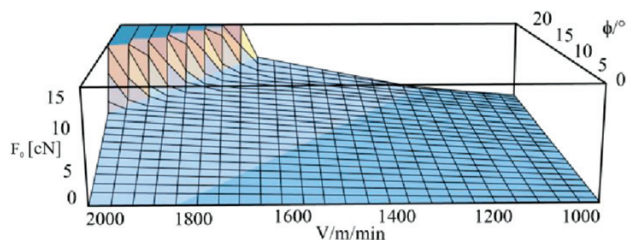


Slika 8: Amplituda nihanja v odvisnosti od kota navijanja in hitrosti odvijanja

Primerjava amplitude nihanja obremenitve v odvisnosti od hitrosti odvijanja v in kota navijanja ϕ . $c = 500$ mm.

Figure 8: Amplitude of the tension oscillation as a function of the winding angle and the unwinding velocity

Comparison of the amplitude of the tension oscillation as a function of the unwinding velocity v and the winding angle ϕ . $c = 500$ mm

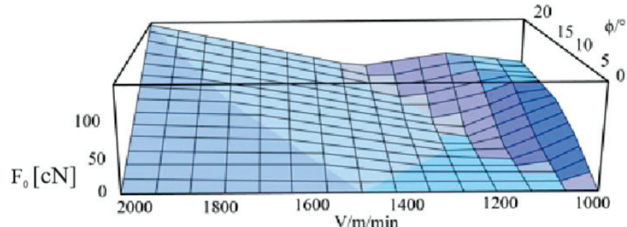


Slika 9: Amplituda nihanja v odvisnosti od kota navijanja in hitrosti odvijanja

Primerjava amplitude nihanja obremenitve v odvisnosti od hitrosti odvijanja v in kota navijanja ϕ . $c = 200$ mm.

Figure 9: Amplitude of the tension oscillation as a function of the winding angle and the unwinding velocity

Comparison of the amplitude of the tension oscillation as a function of the unwinding velocity v and the winding angle ϕ . $c = 200$ mm



Slika 10: Amplituda nihanja v odvisnosti od kota navijanja in hitrosti odvijanja

Primerjava amplitude nihanja obremenitve v odvisnosti od hitrosti odvijanja v in kota navijanja ϕ . $c = 70$ mm.

Figure 10: Amplitude of the tension oscillation as a function of the winding angle and the unwinding velocity

Comparison of the amplitude of the tension oscillation as a function of the unwinding velocity v and the winding angle ϕ . $c = 70$ mm

Na območju od $x = 0$ rad do $x = 0.4$ rad velja s petodstotno natančnostjo približek $\tan x \approx x$. Natančnost določimo s pomočjo razlike med funkcijama x in $\tan x$ v točki, kjer se ti dve najbolj razlikujeta, torej pri $x = 0.4$. Relativna napaka je tedaj $|(0.4 - \tan(0.4))/0.4| \approx 0.05$. Kot 0.4 rad je okoli 23° , tako da to območje pokrije vse kote, ki nas zanimajo. Zato približno velja:

$$\Delta\omega \approx \frac{2V \cdot \phi_0}{c} \quad (37)$$

To pomeni, da je amplituda nihanja kotne hitrosti približno sorazmerna s hitrostjo odvijanja in kotom navijanja ter obratno sorazmerna z radijem navitka. Pri velikem radiju $c = 500$ mm (**slika 8**) so nihanja obremenitve zelo majhna na celotnem obsegu parametrov, tako da lahko s takšnih navitkov nemoteno odvijamo pri vseh hitrostih in kotih navijanja. Pri navitkih z najmanjšim radijem $c = 70$ mm lahko prejo odvijamo samo pri kotih manjših od 5° .

Tako pridemo do naslednjega sklepa: z večanjem kota navijanja se povečujejo nihanja obremenitve v preji. To je še posebej izrazito pri navitkih z majhnim radijem. Priporočeno je tudi, da kot navijanja ne presega 5° .

5 SKLEPI

Križni navitki, naviti z obodnim pogonom cevke, ne omogočajo doseganja hitrosti odvijanja, ki jo potrebujemo, predvsem na hitrotekočih statvah, kjer se križni navitek uporablja kot votkovni navitek. Zaradi tega se za eno barvo votka uporabljata po dva votkovna navitka in dva prednavijalca rezerve votka, kar je drago in neracionalno.

Pri obodnem pogonu navitka se kot navijanja ne spreminja. Posledica tega je zrcalno navitje navijanje ene plasti na drugo, čemur se izognemo z uporabo motenja tega navitja. Niti plasti ležijo paralelno druga poleg druge (korak vijačnic je praviloma zelo velik in so točke križanja dveh sosednjih plasti bolj redko posejane). Zaradi velike stične površine, lahko pride do slipa (zdrsa) cele plasti ali pa se nit pretrga. Pri motenju zrcalnega navitja obstoji verjetnost, da se nit na zadnjem koncu navitka položi zunaj navitka in se pri odvijanju "zagozdi" in pretrga.

Pri modernih izvedbah navijalnikov z direktnim pogonom cevke je možno spreminjati navijalno razmerje. Vsaka plast ima svoj kot navijanja tako, da imamo več točk križanja kot v navitkih navitih z obodnim pogonom cevke. Posebno pomembno je, da lega niti v eni plasti ni paralelna z nitmi drugih plasti, kar zmanjša verjetnost slipa posamezne plasti pri odvijanju. Poleg tega nimamo motenja zrcalnega navitja, tako ni nevarnosti, da na zadnjem koncu navitka pade nit zunaj navitka. Navijalniki z direktnim pogonom cevke omogočajo večjo fleksibilnost navijanja križnega navitka, kot navijalniki z obodnim pogonom cevke in omogočajo navijanje navitkov, katere odvijamo z večjo hitrostjo kot navitke, ki so bili naviti na navijalnikih z obodnim pogonom cevke. V nobenem primeru se ne moremo izogniti nihanju obremenitve niti na krajih navitka, ko se spremeni smer gibanja točke v kateri se nit dvigne z navitka oziroma začne drseti po površini navitka. Navijanje navitkov moramo optimizirati tako, da je absolutna vrednost nihanja obremenitve čim manjša. To dosežemo tako, da kot navijanja ne pade pod 5° in ne presega 10° skozi celoten navitek.

Ugotovimo, da se pri majhnih kotih navijanja Ω spreminja simetrično glede na premico $\Omega = 1$, pri večjih kotih navijanja pa se ta parameter spreminja nesimetrično, in sicer je odklon k pozitivnim vrednostim večji. Iz rezultatov tudi vidimo, da je približek $\Omega = 1$ pri velikih kotih navijanja neutemeljen. V tej luči lahko kritično ocenimo Fraserjevo delo, ki velja le pri zelo majhnih kotih navijanja.

6 VIRI

- ¹ C. Mack, Theoretical study of ring and cap spinning balloon curves (with and without air drag), *Journal of Textile Institute* 44 (1953) 11, 483–498, doi:10.1080/19447025308662612
- ² D. G. Padfield, A note on fluctuations of tension during unwinding, *Journal of Text. Inst.* 47 (1956) 6, 301–308, doi:10.1080/19447027.1956.10750412
- ³ D. G. Padfield, The Motion and Tension of an Unwinding Thread. *Proc. R. Soc.*, vol. A245 (1958) 1242, 382–407, doi:10.1098/rspa.1958.0090
- ⁴ V. K. Kothari, G. A. V. Leaf, The unwinding of yarns from packages, Part I: The theory of yarn-unwinding. *J. Text. Inst.* 70 (1979) 3, 89–95, doi:10.1080/00405007908631523
- ⁵ V. K. Kothari, G. A. V. Leaf, The unwinding of yarns from packages, Part II: Unwinding from cylindrical packages. *J. Text. Inst.* 70 (1979) 3, 96–104, doi:10.1080/00405007908631524
- ⁶ W. B. Fraser, T. K. Ghosh, S. K. Batra, On unwinding yarn from cylindrical package. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 436 (1992) 1898, 479–498, doi:10.1098/rspa.1992.0030
- ⁷ W. B. Fraser, The effect of yarn elasticity on an unwinding balloon. *Journal of Tex. Inst.*, 83 (1992) 4, 603–613, doi:10.1080/00405009208631235
- ⁸ X. M. Kong, C. D. Rahn, B. C. Goswami, Steady-state unwinding of yarn from cylindrical packages. *Text. Res. J.*, 69 (1999) 4, 292–306, doi:10.1177/004051759906900409
- ⁹ T. K. Ghosh, S. K. Batra, A. S. Murthy, Dynamic Analysis of Yarn Unwinding from Cylindrical Packages, Part I: Parametric Studies of the Two-Region problem. *Text. Res. J.*, 71 (2001) 9, 771–778, doi:10.1177/004051750107100905
- ¹⁰ T. K. Ghosh, S. K. Batra, A. S. Murthy, Dynamic Analysis of Yarn Unwinding from Cylindrical Packages, Part II: The Three-region Analysis. *Text. Res. J.*, 71 (2001) 10, 855–861, doi:10.1177/004051750107101002
- ¹¹ S. Pracek, Theory of string motion in the textile process of yarn unwinding. *I. J. Nonlinear Science & Numerical Simulation*, 8 (2007) 2, 229–232, doi:10.1515/IJNSNS.2007.8.3.451
- ¹² K.-W. Kim, J.-W. Lee, W.-S. Yoo, Effect of gravity and tangential air resistance on unwinding cable. *Nonlinear Dynamic*, 70 (2012) 1, 67–87, doi:10.1007/s11071-012-0431-1
- ¹³ W. S. Shim, H. Lee, D. W. Lee, *The Interaction of Moving Yarns with Stationary Surfaces*. *Fibres and polymers*, 14 (2013) 1, 164–171, doi: 10.1007/s12221-013-0164-x
- ¹⁴ Y. Ronggen, F. Pei, Y. Chongchang, A study on the unwinding tension control of an elastic yarn. *Text. Res. J.* 92 (2022) 23–24, 4587–4595, doi:10.1177/00405175221106229
- ¹⁵ D. C. Giancoli, *Physics for scientists & engineers: with modern physics*. 4th ed. Upper saddle River: Pearson Education International, cop. 2009, 976
- ¹⁶ J. A. Roberson, C. T. Crowe, *Engineering fluid dynamics*. 2th ed. Houghton Mifflin Company, Boston, 1980, 747