Lehrbuch

der

Arithmetik

für das

Unter-Gymnasium.

Von

Dr. Franz Močnik,
k. k. Schulrath und Volksschul-Inspektor für Krain.

Erste Abtheilung.

Für die I. und II. Klasse.

Vierte vermehrte Auflage.

Wien.

Verlag von Carl Gerold und Sohn.

1852.

Druck von Carl Gerold und Sohn.

Vorwort

Die vorliegende Schrift, als Leitfaden beim arithmetischen Unterrichte in den zwei ersten Klassen des Untergymnasiums bestimmt, umfaßt den diesen Klassen zugewiesenen Stoff in derjenigen Reihenfolge, welche der neue Gymnasial-Lehrplan vorzeichnet.

Bezüglich der Form glaubte ich auf die Methode Rücksicht nehmen zu sollen, welche beim Unterrichte in der Arithmetik, wenn dieser nicht bloß die mechanische Fertigkeit im Rechnen, sondern auch die formale Bildung des Schülers erzielen soll, eingehalten werden muß. Der Organisazionsentwurf für die Gymnasien unterscheidet in der Ausführung des Rechenunterrichtes ganz richtig drei Elemente: das Verständniß einer Rechnungsoperazion, ihre Ausführung in der Rechnung, und die Kenntniß derjenigen wirklichen Verhältnisse des Lebens, auf welche die Rechnung angewendet wird. In den erstern beiden Beziehungen stellt sich wohl die heuristische Methode als die zweckmäßigste heraus; man geht von Beispielen aus, von den leichtern allmälig zu schwierigeren den Uebergang machend, die Schüler müssen dabei aus dem Begriffe der Operazion selbst beurtheilen, wie die Ausrechnung am zweckmäßigsten einzuleiten, welcher Gang der natürlichste und kürzeste ist; so ziehen sie selbstthätig aus den Beispielen die einzelnen Regeln, sie werden sich der Gründe ihres Verfahrens bewußt, und die Rechnungsregeln als ein selbsterworbenes Eigenthum nicht so leicht wieder vergessen. Diese Methode findet in der vorliegenden Schrift durchgängig die ihr gebührende Berücksichtigung. Zur Einübung des auf die angedeutete Art entwickelten, bei jeder Operazion zu beobachtenden Verfahrens habe ich Zahlenbeispiele folgen lassen, von denen jedesmal einige als Muster vollständig ausgeführt erscheinen; die Anzahl derselben wollte ich nicht unnöthiger Weise zu sehr vermehren, weil es für den Schüler nicht schwer ist, derlei Zahlenbeispiele in beliebiger Menge sich selbst zu geben. Endlich sind bei jeder Rechnungsoperazion zahlreiche Aufgaben aus dem gewerblichen und kaufmännischen Leben, aus der Statistik, Geschichte, Naturlehre u. s. w. zusammengestellt worden, welche den Zweck haben, die Anwendung der Rechnungsarten auf die verschiedenen Verhältnisse des Lebens zu zeigen.

Unerwartet schnell wurden drei Auflagen dieser Schrift vergriffen, weil sie in vielen Gymnasien als Lehrbuch eingeführt wurde. Spricht dieser Umstand einerseits günstig für die Brauchbarkeit meines Buches, so dient er mir anderseits zu nicht geringer Aufmunterung in meinen Bemühungen für Hebung und Erleichterung des mathematischen Unterrichts auf Gymnasien.

Der Verfasser.

Einleitung.

§. 1.

Wenn mehrere Dinge in gewissen Merkmalen übereinstimmen, so heißen sie in Beziehung auf diese Merkmale Dinge von einerlei Art oder gleichartige Dinge.

Mehrere Dinge von einerlei Art nennt man ein Mehrheit; jedes einzelne solche Ding wird eine Einheit genannt. Z. B. fünf Gulden bilden eine Mehrheit, ein Gulden ist eine Einheit. — Die Einheit sowohl als auch jede beliebige Mehrheit wird Zahl genannt. Man unterscheidet unbenannte und benannte Zahlen. Wenn man bei einer Zahl nicht auf die Art, sondern nur auf die Menge der Einheiten, welche darin vorkommen, Rücksicht nimmt, so heißt sie eine unbenannte Zahl; wird aber sowohl die Menge als die Art der Einheiten ausgedrückt, so nennt man die Zahl eine benannte. Z. B. fünf ist eine unbenannte, fünf Gulden eine benannte Zahl; bei der ersten Zahl ist die Art der Einheiten nicht benannt, sie kann daher was immer für Einheiten bedeuten; bei der zweiten Zahl ist die Art der Einheiten angegeben, und man kann darunter nur Gulden verstehen.

Eine benannte Zahl kann wieder ein- oder mehrnamig sein. Hat die Zahl nur einen Namen, so heißt sie einnamig; z. B. drei Gulden, sechs Pfund. Enthält aber eine Zahl mehrere Bestandtheile, welche verschiedene Namen haben, so heißt sie mehrnamig; z. B. drei Gulden und acht Kreuzer ist eine mehrnamige Zahl, eben so sechs Pfund und sieben Loth.

Jedes Ding, also auch jede Einheit, ist aus Theilen zusammengesetzt, oder kann aus Theilen zusammengesetzt gedacht werden. In dieser Hinsicht unterscheidet man nun ganze und gebrochene Zahlen. Ganze Zahlen sind diejenigen, unter welchen man sich die ganze Einheit ein- oder mehrmal vorstellt; gebrochene Zahlen aber, oder Brüche, heißen jene Zahlen, welche nur einen Theil der Einheit ein- oder mehrmal in sich enthalten. Z. B. ein Gulden, vier Gulden sind ganze Zahlen, weil die erste die ganze Einheit, nämlich einen Gulden, einmal, die zweite ebenfalls die ganze Einheit, und zwar viermal in sich enthält; ein Fünftel Gulden, vier Fünftel Gulden aber sind Brüche, weil man sich darunter nur einen Theil der Einheit, nämlich den fünften Theil eines Guldens, und zwar unter der ersten Zahl einmal, unter der zweiten viermal vorstellt.

§. 2.

Aus gegebenen Zahlen mittelst bestimmter Veränderungen andere unbekannte Zahlen suchen, heißt rechnen; die Lehre darüber wird die Rechenkunst oder besondere Arithmetik genannt.

Jede Veränderung einer Zahl besteht nun darin, daß man ihr etwas hinzugibt, oder von ihr etwas hinwegnimmt. Beides kann wieder hauptsächlich auf zweierlei Art geschehen.

Man kann zu einer Zahl eine oder mehrere beliebig große Zahlen hinzusetzen, oder man kann die Zahl selbst beliebige Male nehmen. Erstere Rechnungsart heißt das Addiren, letztere das Multipliziren.

Eben so kann man von einer Zahl eine oder mehrere beliebig große Zahlen wegnehmen, oder auch eine und dieselbe Zahl mehrmal hinwegnehmen, und zwar so vielmal als es möglich ist. Das erstere Rechnungsverfahren heißt das Subtrahiren, das letztere das Dividiren.

Es gibt demnach vier Hauptrechnungsarten: das Addiren, Subtrahiren, Multipliziren und Dividiren.

Die Zahl, welche nach verrichteter Rechnung zum Vorschein kommt, wird das Ergebniß oder Resultat der Rechnung genannt.

Erster Abschnitt.

Das Rechnen mit unbenannten und einnamigen ganzen Zahlen.

I. Das dekadische Zahlensystem.

§. 3.

Wenn man zu der Einheit wieder eine Einheit, und dann noch eine Einheit, und immer wieder eine Einheit dazu setzt, so bekommt man nach und nach immer neuere und größere Zahlen. Weil nun dieses Hinzusetzen einer Einheit zu der schon vorhandenen Zahl ohne Ende fortgesetzt werden kann, so sind unendlich viele Zahlen denkbar.

Die auf einander folgenden Zahlen mit Wörtern auszudrücken, heißt zählen; die Schriftzeichen der Zahlen werden Ziffern genannt.

Wollte man jede Zahl mit einem eigenen Worte und mit einer eigenen Ziffer bezeichnen, so müßte man unzählig viele Wörter und Ziffern haben, deren Auffassung aber für unsern beschränkten Geist durchaus unmöglich wäre. Man hat darum eine solche Zusammenstellung der Zahlen ersonnen, daß durch einige wenige Wörter, und durch noch wenigere Ziffern alle noch so großen Zahlen ausgedrückt werden können.

Die ersten auf einander folgenden Zahlen haben folgende Namen und Ziffern:

eins,	zwei,	drei,	vier,	fünf,	sechs,	sieben,	acht,	neun,
1	2	3	4	5	6	7	8	9.

Neun und eins nennt man zehn.

Wenn man beim Zählen der ursprünglichen Einheiten, welche auch schlechthin Einheiten heißen, bis zehn kommt, so betrachtet man diese Zahl als eine neue nächst höhere Einheit, und nennt sie einen Zehner.

Man zählt sodann:

ein Zehner, zwei Zehner, drei Zehner, ... neun Zehner,
oder kürzer:

zehn, zwanzig, dreißig, ... neunzig.

Kommt man beim Zählen der Zehner bis zehn, so nennt man diese Zahl, nämlich zehn Zehner, ein Hundert, und nimmt wieder das Hundert als Einheit an, welche nächst höher ist, als der Zehner.

Man zählt weiter:
ein Hundert, zwei Hunderte, drei Hunderte, ... neun Hunderte. Zehn Hunderte werden wieder als die nächst höhere Einheit angenommen, und erhalten den Namen Tausend.

Auf die nämliche Art wird dann das Zählen weiter fortgesetzt.

Eine solche Zusammenstellung der Zahlen, daß immer eine bestimmte Anzahl niedrigerer Einheiten für eine Einheit der nächst höheren Ordnung angenommen wird, nennt man ein Zahlengebäude oder Zahlensystem. Jene Zahl, welche anzeigt, wie viele niedrigere Einheiten eine nächst höhere Einheit ausmachen, heißt die Grundzahl des Zahlensystems.

Unser Zahlengebäude, in welchem immer zehn niedrigere Einheiten als die nächst höhere Einheit angenommen werden, hat also zehn zur Grundzahl, und wird darum das dekadische Zahlensystem genannt (vom griechischen deka, zehn).

§. 4.

Um das Benennen der verschiedenen Ordnungen von Einheiten zu erleichtern, gibt man je drei auf einander folgenden Ordnungen, von der niedrigsten angefangen, denselben Namen, nämlich Einheiten, Zehner, Hunderte; nur erhalten sie zum Unterschiede noch besondere Beisätze. Es heißen nämlich die drei niedrigsten Ordnungen:

Einheiten,
Zehner,
Hunderte;

die nächstfolgenden:

Einheiten
Zehner
Hunderte } von Tausenden.

Die nächst höheren sechs Ordnungen von Zahleneinheiten unterscheiden sich von den früheren durch den Beisatz der Millionen. Man nennt sie:

Einheiten
Zehner
Hunderte
Einheiten
Zehner
Hunderte } von Tausenden } der Millionen.

Die Reihe der folgenden sechs Ordnungen erhält den Beisatz der Billionen, die noch weitere der Trillionen, u. s. f.

§. 5.

Mit Hilfe des dekadischen Zahlensystems kann man jede beliebige große Zahl mit einigen wenigen Namen und Ziffern darstellen.

Jede Zahl, wie groß sie auch sein mag, ist aus Einheiten, Zehnern, Hunderten, ... zusammengesetzt; sie wird daher vollkommen bestimmt, wenn man angibt, wie viele Einheiten, wie viele Zehner, Hunderte, ... sie enthält. So ist z. B. eine Zahl vollkommen ausgedrückt, wenn man sagt, daß sie drei Einheiten, sieben Zehner, sechs Hunderte, vier Einheiten von Tausenden, und zwei Zehner von Tausenden enthält. Die Anzahl der Einheiten irgend einer Ordnung kann nicht größer als neun sein, da zehn Einheiten einer Ordnung schon eine nächst höhere Einheit geben; um also die Anzahl der Einheiten, der Zehner, Hunderte, ... anzugeben, sind die Namen der ersten neun Zahlen hinreichend. Verbindet man diese neun Namen mit den Benennungen der auf einander folgenden Zahleneinheiten, als: Einheiten, Zehner, Hunderte, Einheiten der Tausende, ... so kann dadurch jede beliebig große Zahl mit Worten ausgedrückt werden.

Noch einfacher ist die schriftliche Darstellung der Zahlen Die Anzahl der Einheiten, der Zehner, Hunderte, ... läßt sich, da sie nicht größer sein kann als neun, durch die oben angeführten neun Ziffern ausdrücken. Man braucht nur noch sichtbar darzustellen, daß eine Ziffer Einheiten, oder Zehner, Hunderte .... bedeutet. Dieses geschieht durch die Folge, in welcher die Ziffern neben einander hingeschrieben werden; man nimmt an, daß jede Ziffer, wenn man von der Rechten gegen die Linke ausgeht,

an der ersten Stelle Einheiten,
" " zweiten " Zehner,
" " dritten " Hunderte,
" " vierten " Einheiten der Tausende,

u. s. w., überhaupt an jeder folgenden Stelle gegen die Linke zehnmal so viel bedeutet, als an der nächstvorhergehenden.

So z. B. wird die Zahl, welche fünf Einheiten, neun Zehner, ein Hundert, drei Tausende enthält, durch Ziffern so ausgedrückt: 3195.

Um anzuzeigen, daß eine Ordnung von Einheiten in einer Zahl gar nicht vorkommt, dient das Zeichen 0, welches die **Nulle** heißt. Mit dieser hat man zehn Ziffern; die Null nennt man eine **unbedeutliche** Ziffer, die übrigen Ziffern heißen **bedeutliche**.

Nach dem dekadischen Zahlensysteme kann man also alle möglichen Zahlen mit zehn Ziffern darstellen, indem man annimmt, daß **jede Ziffer an jeder folgenden Stelle gegen die Linke das Zehnfache von dem bedeutet, was sie** an der nächstvorhergehenden Stelle gilt. Jede Ziffer in einer Zahl hat demnach einen doppelten Werth, den Werth der Figur, welcher ihr vermöge des Zeichens zukommt und daher unveränderlich ist, und den Werth der Stelle, welcher ihr vermöge der Stelle zukommt und veränderlich ist. So bedeutet z. B. in der Zahl 4404 jede vorkommende bedeutliche Ziffer vier, jedoch gilt dieselbe an der ersten Stelle vier Einheiten, an der dritten vier Hunderte, an der vierten vier Tausende.

§. 6.

Beim Aussprechen geschriebener Zahlen beobachte man Folgendes:

1. Eine Zahl, welche nur mit drei oder weniger als drei Ziffern geschrieben ist, wird gelesen, wenn man zuerst die Hunderte, dann die Einheiten und zuletzt die Zehner ausspricht. Kommt an einer dieser drei Stellen keine bedeutliche Ziffer vor, so wird jene Stelle beim Aussprechen übergangen.

z. B. 497 heißt vierhundert sieben und neunzig,
530 „ fünfhundert dreißig,
208 „ zweihundert acht,
700 „ siebenhundert,
48 „ acht und vierzig,
30 „ dreißig,
6 „ sechs.

Die Zahlen 11 und 12 werden eilf und zwölf genannt.

2. Um eine Zahl, welche mit mehr als drei Ziffern angeschrieben ist, auszusprechen, theile man dieselbe, von der Rechten angefangen, in Klassen zu drei Ziffern ab; die letzte Klasse kann auch weniger als drei Ziffern haben. Hinter der ersten Klasse setze man einen Punkt, hinter der zweiten einen Strich, hinter der dritten einen Punkt, hinter der vierten zwei Striche u. s. w. Sodann lese man, von der Linken angefangen, jede Klasse für sich, als wenn sie allein da wäre, und setze beim Punkte das Wort Tausend, beim Striche das Wort Million, bei zwei Strichen Billion u. s. w. dazu. So z. B. wird 28.056,349.702 gelesen: acht und zwanzig Tausend sechs und fünfzig Millionen, dreihundert neun und vierzig Tausend siebenhundert zwei.

Bei kleineren Zahlen braucht man die Eintheilung in Klassen und das Anbringen der Punkte und Striche nur im Gedanken zu verrichten.

§. 7.

Für das Anschreiben der Zahlen ist Folgendes zu merken:

1. Um eine Zahl, welche kleiner ist als ein Tausend, anzuschreiben, setze man die Hunderte an die dritte, die Zehner an

die zweite und die Einheiten an die erste Stelle, von der Rechten an gerechnet. Die Stellen, an denen keine Ziffer stehen sollte, werden, wenn noch höhere Stellen vorkommen, mit Nullen ausgefüllt. So wird:

zweihundert sechs und dreißig	durch	236,
siebenhundert neun	"	709,
dreihundert fünfzig	"	350,
sieben und vierzig	"	47,
achtzig	"	80,
fünf	"	5

ausgedrückt.

2. Um größere Zahlen, welche auch Tausende, Millionen u. s. w. enthalten, zu bezeichnen, schreibe man von der Linken angefangen, zuerst jene Zahl an, nach welcher das erste Mal der Beisatz Tausend, Million ... gehört wird. Die übrigen Bestandtheile müssen dann, wie man sie in Abtheilungen zu drei ausspricht, eben so auch in Klassen zu drei Ziffern, nämlich als Hunderte, Zehner und Einheiten angeschrieben werden. Auf das Wort Million müssen noch zwei Klassen, auf Tausend eine folgen. Werden in einer Klasse nicht alle drei Bestandtheile, d. i. Hunderte, Zehner und Einheiten angegeben, so wird das Fehlende durch Nullen ergänzt; wenn beim Aussprechen der Zahl eine ganze Klasse nicht vorkommt, so werden alle drei Stellen derselben mit Nullen ausgefüllt.

Z. B. neun und vierzig Tausend, vierhundert zwölf schreibt man so an: 49412. Es wird hier zuerst die Zahl bis zum ersten Beisatze Tausend, nämlich 49, und dann die folgende Klasse 412, als wenn sie für sich vorhanden wäre, angeschrieben. — Eilf Tausend fünf Millionen, dreihundert vier und zwanzig wird angeschrieben: 11005000324. Hier wird die Klasse der Tausende, welche nach den Millionen vorkommen sollte, nicht ausgesprochen, daher setzt man an ihre Stelle drei Nullen; eben so kommen an der Stelle der Hunderte und Zehner der Millionen, welche mit Stillschweigen übergangen werden, Nullen vor.

II. Das Addiren.

§. 8.

Addiren heißt, eine Zahl suchen, welche zwei oder mehreren gegebenen Zahlen zusammengenommen gleich ist. Die gegebenen Zahlen heißen Posten oder Addenden; und die Zahl, welche beim Addiren herauskommt, die Summe. Die Summe zeigt also an, wie viel die Addenden zusammengenommen ausmachen.

z. B. 2 und 3 sind 5; hier sind 2 und 3 die Addenden, 5 ist ihre Summe.

Das Zeichen der Addizion ist ein stehendes Kreuz + (mehr), welches zwischen die Addenden gesetzt wird. Man merke hier auch das Gleichheitszeichen = (gleich), welches anzeigt, daß die Zahlen oder Zahlenverbindungen, zwischen denen es steht, einander gleich sind; z. B. 2 + 3 = 5 wird gelesen: 2 mehr 3 ist gleich 5, oder 2 und 3 sind 5.

Beim Addiren der Zahlen wird vorausgesetzt, daß man zu jeder ein- oder zweizifferigen Zahl eine einzifferige geläufig zu addiren wisse.

§. 9.

Die Summe zweier oder mehrerer Zahlen muß, wenn sie richtig ist, so viele Einheiten, Zehner, Hunderte u. s. w. enthalten, als ihrer in den Addenden zusammengenommen vorkommen. Man wird also sicher die wahre Summe finden, wenn man in allen Addenden die Einheiten einer jeden Ordnung einzeln addirt, und dann diese einzelnen Summen, deren jede Einheiten von der addirten Ordnung bedeutet, in eine Summe zusammenzieht. Um leicht jedesmal Einheiten derselben Ordnung zusammenzuzählen, ist es am zweckmäßigsten, wenn man die Addenden gleich beim Anschreiben so stellt, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w. zu stehen kommen.

Es seien nun z. B. die Zahlen 1199, 9274, 6095, 4178 zu addiren. Man schreibt zuerst die Zahlen mit ihren gleichnamigen Stellen unter einander, nämlich:

1199
9274
6095
4178

Addirt man nun die Einheiten, so hat man: 8 und 5 sind 13, und 4 sind 17, und 9 sind 26 Einheiten; diese geben 6 Einheiten und 2 Zehner, es gehören also nur die 6 an die Stelle der Einheiten in der Summe, die zwei Zehner werden in die Summe der Zehner aufzunehmen sein. Nun zählt man die Zehner zusammen: 2 Zehner, welche aus der Summe der Einheiten hervorgingen, und 7 sind 9, und 9 sind 18, und 7 sind 25, und 9 sind 34 Zehner, welche 4 Zehner und 3 Hunderte enthalten; von diesen werden 4 Zehner als solche in die Summe geschrieben, die drei Hunderte aber zu der Reihe der Hunderte weiter gezählt. Beim Addiren der Hunderte hat man sodann: 3 Hunderte, welche bei den Zehnern herausgekommen sind, und 1 sind 4, und 2 sind 6, und 1 sind 7 Hunderte, welche man unter die Hunderte setzt. Man addirt nun noch die Tausende: 4 und 6 sind 10, und 9 sind 19, und 1 sind 20 Tausende; diese enthalten 0 Tausende und zwei Zehntausende; an die Stelle der Tausende wird also eine Null geschrieben, die 2 Zehntausende schreibt man, da nichts weiter zu addiren ist, an die nächstfolgende Stelle gegen die Linke. Die Rechnung steht also:

1196
9274
6095
4178
―――――
20746.

Weil die Summe der niedrigeren Einheiten, wenn sie zweizifferig ist, mittelst ihrer Zehner auf die Summe der nächst höheren Einheiten einwirkt, so daß man die letztere erst dann genau angeben kann, wenn schon die erstere bestimmt wurde; so ist es ganz natürlich, daß man mit der Addizion der niedrigsten Ordnung, d. i. der Einheiten, den Anfang machen, dann zu den Zehnern, hierauf zu den Hunderten u. s. w. hinaufsteigen müsse.

§. 10.

Aus dem Vorhergehenden ergeben sich für das Addiren der Zahlen folgende Regeln:

1. Man schreibe die Addenden so unter einander, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w., überhaupt Einheiten derselben Ordnung unter einander zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Strich.

2. Man addire zuerst die Einheiten, dann die Zehner, Hunderte u. s. w., und schreibe die jedesmalige Summe, wenn sie nicht größer als 9 ist, unter die addirten Ziffern. Ist aber die Summe einer Reihe größer als 9, also zweizifferig, so werden nur die Einheiten unter die addirte Reihe geschrieben, die Zehner aber zählt man zu der nächstfolgenden Reihe.

Beispiele.

1)	2)	3)	4)
2134	7842	31527	567809
512	3504	13849	345678
6321	7698	9506	135079
8967	19044	70938	86420
		125820	1134986.

Im ersten Beispiele sagt man: 1 und 2 sind 3, und 4 sind 7; 2 und 1 sind 3, und 3 sind 6; 3 und 5 sind 8, und 1 sind 9; 6 und 2 sind 8. — Im zweiten Beispiele spricht man: 8 und 4 sind 12 und 2 sind 14, 4 angeschrieben, bleibt 1; 1 und 9 sind 10, und 4 sind 14, 4 angeschrieben, bleibt 1; 1 und 6 sind 7, und 5 sind 12, und 8 sind 20, 0 angeschrieben, bleiben 2; 2 und 7 sind 9, und 3 sind 12, und 7 sind 19.

Es ist vortheilhaft, wenn man während des Addirens das Wörtchen **und**, und so die einzelnen Ziffern der Addenden nicht ausspricht, sondern sogleich nur die jedesmalige Summe angibt. Im zweiten Beispiele würde man sagen: 8, 12, 14 (4 wird angeschrieben); 1, 10, 14 (4 wird angeschrieben); 1, 7, 12, 20 (0 wird angeschrieben); 2, 9, 12, 19 (wird ganz angeschrieben).

5) $3478 + 1396 + 4284 + 7107 + 2590 = ?$

6) $23 + 345 + 4567 + 10203 + 156789 = ?$

7) $85023 + 190708 + 985 + 23458 + 34209 + 15738 = ?$

8)	9)	10)
3907145	245790	7890123
2138638	8741365	6789012
970867	2835615	3456789
981978	9330778	123456
1924808	5621344	......
......	......	

11) Man addire in lothrechter und wagrechter Richtung

$$\begin{array}{rcrcrcr}
356703 & + & 2157918 & + & 521 & + & 3125860 \\
1503892 & + & 891570 & + & 15832 & + & 805799 \\
642088 & + & 705315 & + & 94275 & + & 7521735 \\
9876 & + & 8213064 & + & 36987 & + & 9178646 \\
70429 & + & 5821987 & + & 82364 & + & 53973 \\
\hline
\end{array}$$

Um sich von der Richtigkeit der Summe zu überzeugen, wiederhole man die Addizion noch einmal, und zwar von oben nach unten, wenn man früher von unten nach oben addirt hat. Erhält man in beiden Fällen dieselbe Summe, so kann man die Addizion als richtig ansehen.

Anwendung der Addizion.

§. 11.

Die Addizion wird, wie schon aus ihrer Erklärung hervorgeht, angewendet, wenn man erfahren will, wie viel zwei oder mehrere Zahlen zusammengenommen ausmachen. — Die Addenden müssen alle gleichen Namen haben, welchen dann auch die Summe bekommt.

Aufgaben.

1) Eine Schule hat acht Klassen; in der ersten sind 80, in der zweiten 75, in der dritten 78, in der vierten 64, in der fünften 68, in der sechsten 70, in der siebenten 61, in der achten 58 Schüler. Wie viele Schüler besuchen diese Lehranstalt? — 554 Schüler.

2) Fünf Kisten Zucker enthalten 385, 396, 405, 410 und 417 Pfund; wie viel macht dieses zusammen? — 2013 Pfund.

3) Ein Handlungshaus nimmt ein: am Montage 543, am Dienstage 428, am Mittwoch 150, am Donnerstage 685, am Freitage 45, am Samstage 724 fl.; wie viel in der ganzen Woche? — 2575 fl.

4) In einem Hause sind sechs Wohnungen, welche einzeln 85, 120, 125, 230, 230, 325 fl. eintragen; wie viel Zins bezieht der Hausherr von allen sechs Wohnungen? — 1115 fl.
5) Jemand hinterläßt 5240 fl. bares Geld, 3500 fl. in Kapitalien, 4500 fl. in Staatspapieren, und Grundstücke im Werthe von 6848 fl.; wie hoch beläuft sich die ganze Hinterlassenschaft? — Auf 20088 fl.
6) Ein Kaufmann gewann während eines Jahres 2548 fl.; sein anfängliches Vermögen war 44375 fl.; wie groß war sein Vermögen am Ende des Jahres? — 46923 fl.
7) Jemand hat fünf Kapitalien: bei A 2480, bei B 5364, bei C 1500, bei D 3245, bei E 2265 fl.; wie viel betragen diese Kapitalien zusammen? — 14854 fl.
8) In Triest wurden in fünf auf einander folgenden Jahren an Kaffee eingeführt: 180089, 241579, 212403, 210402, 233537 Zentner; wie viel in allen fünf Jahren zusammen? — 1078010 Zentner.
9) In Böhmen werden im Durchschnitte jährlich 13890150 Metzen Roggen, 13248780 Metzen Hafer, 7987320 Metzen Gerste und 5524740 Metzen Weizen erzeugt; wie groß ist das ganze jährliche Getreide-Erträgniß Böhmens? — 40650990 Metzen.
10) Eine Provinz ist in fünf Kreise abgetheilt; der Kreis A hat 351715 Einwohner, B 100426, C 77179, D 217544 und E 215501; wie groß ist die Bevölkerung der ganzen Provinz? — 962365 Einwohner.
11) Wie groß ist die Summe von 10 Zahlen, deren erste 128, und jede folgende um 12 größer ist als die vorhergehende?
12) Man suche die Summe von fünf Zahlen; die erste ist 725, die zweite um 110 größer als die erste, die dritte um 218 größer als die zweite, die vierte um 172 größer als die dritte, und die fünfte um 208 größer als die vierte.
13) Welche Zahl ist um 2147 größer als 3147?
14) An einem Markttage wurde verkauft 314 Metzen Weizen, 227 Metzen Korn, 375 Metzen Gerste und 731 Metzen Hafer; wie viel Metzen zusammen?
15) Ein Kaufmann hat folgenden Kaffeevorrath: 3587 Pfund Mokka, 2317 Pfd. fein Martinique, 15108 Pfd. ordinär Martinique, und 4705 Pfd. Havanna; wie groß ist der ganze Vorrath?
16) Jemand erhält 6 Säcke Pfeffer, welche einzeln 112 Pfd.; 115 Pfd., 120 Pfd., 123 Pfd., 124 Pfd., 128 Pfd. wiegen; wie groß ist das ganze Gewicht?
17) Wie viele Tage verfließen in einem gemeinen Jahre vom 1. Jänner bis zum letzten Tage eines jeden Monates?
18) Von den europäischen Eisenbahnen entfallen auf Oesterreich und Deutschland 5877 Kilometer (1 Kilometer hat nahe 527

Wiener Klafter), auf Großbritannien und Irland 3780, auf Frankreich 2273, auf Belgien 777, auf Rußland mit Polen 352, auf Italien 246, auf Holland 283, auf Dänemark 184, auf Spanien 25, auf die Schweiz 19 Kilometer; wie viel Kilometer beträgt die Länge aller europäischen Eisenbahnen?

19) Die Bergwerks-Produktion Mährens betrug im Jahre 1849 an Roheisen 265080 Ztr., an Gußeisen 89804 Ztr., an Steinkohlen 970639 Ztr., an Braunkohlen 511172 Ztr., an Alaun 2450 Ztr., an Graphit 5960 Ztr.; wie viel Zentner zusammen?

20) Im Jahre 1847 verursachte für das Land Oesterreich unter der Enns die Erhaltung der Gymnasien und höhern Lehranstalten einen Aufwand von 471092 fl., jene der Volksschulen 399687 fl., der Kinderbewahranstalten 13970 fl., der Erziehungsanstalten 1009658 fl.; wie groß war der ganze Aufwand?

21) Die fünf größten Städte in Oesterreich sind Wien mit 431147, Mailand mit 160101, Venedig mit 123290, Prag mit 118405, und Pest mit 106379 Einwohnern; wie groß ist die gesammte Volkszahl in allen diesen Städten?

22) Der Bau der nördlichen Staatsbahn verursachte folgende Kosten: für die Grundeinlösung 1660364 fl., für den Unterbau 18444518 fl., für den Oberbau 7630026 fl., für Gebäude 2846017 fl., für Verschiedenes 432597 fl.; wie hoch belaufen sich die sämmtlichen Baukosten?

23) Der benutzte Boden der österreichischen Monarchie wird auf folgende Art angegeben:

Aecker und Reisfelder	36951164	Joch
Weingärten	1759271	"
Wiesen und Gärten	11595152	"
Oliven- und Kastanienwälder . . .	114462	"
Weiden	12377233	"
Waldungen	35307355	"

Wie viel Joch beträgt die ganze produktive Bodenfläche Oesterreichs?

24) In der österreichischen Monarchie leben 30170541 Katholiken, 3160805 nicht unirte Griechen, 3448386 Protestanten, 50541 Unitarier, 2350 Bekenner anderer Sekten, und 729005 Juden; wie groß ist mit Rücksicht auf diese Angaben die Gesammtbevölkerung von Oesterreich?

III. Das Subtrahiren.

§. 12.

Subtrahiren oder **abziehen** heißt, eine Zahl von einer andern wegnehmen.

Die Zahl, von welcher eine andere weggenommen wird, heißt der Minuend; die Zahl, welche man hinwegnimmt, der Subtrahend, und die Zahl, welche beim Subtrahiren herauskommt, der Rest. Der Rest zeigt also an, um wie viel Einheiten der Minuend größer ist als der Subtrahend; darum wird er auch der Unterschied oder die Differenz genannt.

Z. B. 3 von 4 bleibt 1; hier ist 4 der Minuend, 3 der Subtrahend, und 1 der Rest oder Unterschied.

Das Zeichen der Subtrakzion ist ein liegender Strich — (weniger); der Minuend wird vor, der Subtrahend nach dem Striche gesetzt. Z. B. $4-3=1$ wird gelesen: 4 weniger 3 ist gleich 1, oder: 3 von 4 bleibt 1.

Der Unterschied muß so beschaffen sein, daß er zur kleinern Zahl, d. i. zum Subtrahend addirt, die größere Zahl, d. i. den Minuend gibt. Der Minuend kann somit als die Summe zweier Zahlen betrachtet werden, der Subtrahend ist eine dieser zwei Zahlen, der Rest die andere. Man kann daher auch sagen: Subtrahiren heißt aus der Summe zweier Zahlen und aus einer derselben die andere finden.

§. 13.

Wenn man den Unterschied zweier Zahlen erhalten will, wird man entweder die kleinere von der größeren wegnehmen und angeben, wie viel noch übrig bleibt, oder man wird suchen, wie viel zu der kleineren Zahl hinzugesetzt werden müsse, um die größere zu erhalten. In beiden Fällen erhält man einerlei Zahl.

Es sei z. B. der Unterschied zwischen 8 und 3 zu bestimmen; entweder nimmt man 3 von 8 weg, wo sodann noch 5 bleiben, oder man sucht, wie viel noch zu 3 hinzukommen müsse, um 8 zu erhalten, und man findet wieder 5. Auf beide Arten kommt also 5 als Unterschied heraus.

Das Subtrahiren kann demnach auf eine zweifache Art verrichtet werden: entweder durch das wirkliche Wegnehmen des Subtrahends vom Minuend, oder durch Auffindung einer Zahl, welche zum Subtrahend hinzugesetzt den Minuend gibt. Die zweite Art des Subtrahirens ist vortheilhafter und für das praktische Rechnen bequemer als die erste; daher soll hier nur das Subtrahiren mittelst des Hinzusetzens vorgenommen werden.

Bei dieser Art der Subtrakzion wird vorausgesetzt, daß man sogleich anzugeben wisse, wie viel zu einer Zahl addirt werden muß, um eine andere Zahl zu erhalten, die höchstens um 9 größer ist, als die erstere Zahl.

§. 14.

Um den Unterschied zweier Zahlen zu erhalten, darf man nur einzeln bestimmen, wie viel zu den Einheiten einer jeden Ordnung im Subtrahend hinzugesetzt werden muß, um die Einheiten derselben Ordnung im Minuend zu erhalten, und sodann diese einzelnen Zahlen, deren jede Einheiten der ergänzten Ordnung bedeutet, in eine einzige Zahl zusammenziehen. Zu diesem Ende wird es auch hier am zweckmäßigsten sein, gleich beim Anschreiben den Subtrahend so unter den Minuend zu setzen, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w. zu stehen kommen.

Ist z. B. 104862 von 385487 zu subtrahiren, so schreibt man

385487 Nun bestimmt man den Unterschied der Einheiten: zu 2
104862 Einheiten müssen 5 Einheiten hinzugesetzt werden, um 7

Einheiten zu erhalten; die Ziffer 5 kommt daher an die Stelle der Einheiten im Reste. Hierauf subtrahirt man die Zehner; zu 6 Zehner muß man noch 2 Zehner addiren, um 8 Zehner zu erhalten; 2 ist also der Unterschied der Zehner und wird unter die Zehner geschrieben. Sodann werden die Hunderte subtrahirt: da 8 größer als 4 ist, so kann man durch Hinzusetzen zu 8 Hunderten unmöglich 4 Hunderte erhalten, wohl aber können dadurch 14 Hunderte zum Vorschein kommen; da nun der Unterschied zweier Zahlen nicht geändert wird, wenn man beide um gleichviel vermehrt, so kann man auch wirklich die 4 Hunderte des Minuends um 10 Hunderte vermehren; von diesen 14 Hunderten können dann 8 Hunderte subtrahirt werden, nämlich: zu 8 Hunderten sind noch 6 Hunderte hinzuzusetzen, damit 14 Hunderte zum Vorschein kommen; der Unterschied in den Hunderten ist also 6, welche Ziffer unter die subtrahirten Hunderte gesetzt wird. Da aber der Minuend um 10 Hunderte vermehrt wurde, muß man, damit der Unterschied nicht geändert werde, auch den Subtrahend um 10 Hunderte oder um 1 Tausend vergrößern; man vermehrt also die nächst höhere Ziffer desselben, die 4 Tausende, um 1, wodurch man 5 bekommt, und subtrahirt hierauf die Tausende: zu 5 Tausenden muß man nichts oder 0 Tausende addiren, um 5 Tausende zu erhalten; unter die Tausende wird daher im Reste die 0 geschrieben. Bei den Zehntausenden hat man: zu 0 Zehntausenden müssen 8 Zehntausende hinzugesetzt werden, um 8 Zehntausende zu bekommen; die addirte 8 wird daher unter die Zehntausende gesetzt Endlich subtrahirt man die Hunderttausende, zu 1 Hunderttausend muß man 2 Hunderttausende hinzusetzen, um 3 Hunderttausende zu erhalten; der Rest in den Hunderttausenden ist also 2. Die Zahl, welche zu 104862 addirt werden muß, um 385487 zu erhalten, d. i. der Unterschied zwischen diesen beiden Zahlen ist demnach 280625. Die ganze Rechnung steht so:

$$\begin{array}{r} 385487 \\ 104862 \\ \hline 280625 \end{array}$$

Wenn eine Ziffer des Subtrahends größer ist als die darüber stehende Ziffer des Minuends, so denke man sich, wie dieses in dem früheren Beispiele bei den Hunderten geschah, diese Ziffer des Minuends um 10 vergrößert, worauf sich subtrahiren läßt; dagegen muß man auch den Subtrahend in derselben Stelle um 10, oder was gleichviel ist, in der nächsthöheren Stelle um 1 vermehren. Weil auf diese Art das Subtrahiren der niedrigern Stellen öfters auf die nächst höhere Stelle im Subtrahend mittelst der Vermehrung um 1 einwirkt, so daß der Unterschied in einer höheren Stelle erst dann genau angegeben werden kann, wenn schon der Unterschied in der nächst niedrigeren Stelle bestimmt wurde, so folgt, daß die Subtrakzion in der niedrigsten Stelle, d. i. bei den Einheiten, anfangen müsse, worauf nach der Ordnung die Zehner, Hunderte u. s. w. subtrahirt werden.

§. 15.

Für das Subtrahiren der Zahlen sind demnach folgende Regeln zu beobachten:

1. Man schreibe den Subtrahend so unter den Minuend, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w. zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Strich.

2. Man subtrahire zuerst die Einheiten, dann die Zehner u. s. w., indem man jedesmal zu der Ziffer des Subtrahends so viel hinzuzählt, daß man die darüber stehende Ziffer des Minuends bekommt; die hinzugezählte Zahl wird als Rest unter diejenige Stelle gesetzt, wo die Subtrakzion verrichtet wurde.

3. Ist eine Ziffer des Subtrahends größer als die darüber stehende des Minuends, so vermehre man diese Ziffer des Minuends um 10 und subtrahire; dagegen muß dann zugleich die nächst höhere Stelle des Subtrahends um 1 vermehrt werden.

Beispiele.

1) 594	2) 28174	3) 794216	4) 9470542
253	4296	358063	8890236
341	23878	436153	580306

Im ersten Beispiele sagt man: 3 und (1) sind 4; 5 und (4) sind 9; 2 und (3) sind 5. Die Ziffer, welche man jedesmal dazu zählen muß, und welche hier eingeklammert ist, wird sogleich während des Aussprechens unter den Strich geschrieben. — Im zweiten Beispiele heißt es: 6 und (8) sind 14; 1 und 9 sind 10, und (7) sind 17; 1 und 2 sind 3 und (8) sind 11; 1 und 4 sind 5, und (3) sind 8; 0 (welche man sich an der nächstfolgenden leeren Stelle des Subtrahends denkt) und (2) sind 2.

5) 789234 — 178983 = ?
6) 71908 + 189746 — 38919 = ?
7) 34167 + 21358 — 38709 — 985 = ?
8) 984155 — 79331 — 109146 — 381077 = ?
9) 193456 + 93438 — 23456 — 83179 + 2976 = ?
10) 3904793 — 823793 + 1239064 — 1807593 = ?
11) Von 8064728 sind abzuziehen die Zahlen 284679, 1830551, 5210813, 92357.
12) Von 212975 soll die Zahl 30425 6mal hinter einander abgezogen werden.

Um sich von der Richtigkeit des Restes zu überzeugen, braucht man nur den Rest zu dem Subtrahend zu addiren, wodurch, wenn richtig subtrahirt wurde, der Minuend herauskommen muß.

Anwendung der Subtrakzion.

§. 16.

Die Subtrakzion wird überhaupt angewendet, wenn man erfahren will, um wie viel eine Zahl größer sei als die andere. — Der Minuend und der Subtrahend müssen einerlei Namen haben, welchen dann auch der Rest bekommt.

Aufgaben.

1) In einem Keller waren 382 Eimer Wein vorräthig; davon sind 195 Eimer verkauft worden; wie viel Eimer blieben noch übrig? — 187 Eimer.
2) Ein Beamter bezieht jährlich 800 fl. Gehalt, und gibt davon nur 658 fl. aus: wie viel erspart er? — 142 fl.
3) Für eine Waare gibt man beim Einkaufe 1218 fl. und verkauft sie dann um 1445 fl; wie viel gewinnt man dabei? — 227 fl.
4) Mehrere Kisten mit Zucker wiegen 1285 Pfund, die Kisten allein 376 Pfund; wie viel wiegt der Zucker? — 909 Pfund.
5) Jemand kauft ein Haus um 4255 fl., darauf zahlt er 2885 fl.; was bleibt er noch schuldig? — 1370 fl.
6) Jemand hat 768 Metzen Weizen; davon verkauft er nach und nach 150, 25, 102, 263, 37, 8 Metzen; wie viel Weizen bleibt ihm noch übrig? — 183 Metzen.
7) Jemand hinterläßt ein Vermögen von 15280 fl.; es finden sich aber zugleich 4326 fl. Schulden vor; wie groß ist das reine Vermögen? — 10954 fl.
8) In Wien wurden im Jahre 1845 19191 Menschen geboren, wogegen 14842 starben; um wie viel hat in diesem Jahre die Bevölkerung Wiens zugenommen? — Um 4349.

9) Jemand nimmt in einem Monate folgende Summen ein: 128, 215, 35 und 65 fl.; dagegen gibt er aus: 47, 175 und 38 fl. Wie viel beträgt die ganze Einnahme, wie viel die ganze Ausgabe, und wie viel der Ueberschuß? — Die Einnahme ist 443 fl., die Ausgabe 260 fl. und der Ueberschuß 183 fl.
10) Welche Zahl ist um 3152 kleiner als 12302?
11) Um wie viel ist 82034 + 31578 größer als 62145 + 39245?
12) Welche Zahl ist um eben so viel größer als 3072, als 1357 kleiner ist?
13) Um wie viel ist der Unterschied 79124 — 31842 kleiner als der Unterschied 88421 — 29078?
14) Wenn von einer Schuld, welche 2480 fl. beträgt, 1335 fl. getilgt werden, wie viel bleibt man noch schuldig?
15) Von 1564 fl. Einnahme werden 1238 fl. ausgegeben; wie viel bleibt übrig?
16) Kepler, der die Gesetze des Himmels entdeckte, wurde 1571 geboren, und starb 1631; Newton, der jene Gesetze erweiterte, wurde 1642 geboren, und starb 1727. Wie lange lebte jeder dieser großen Gelehrten?
17) Im Jahre 1840 zählte man seit der Erfindung der Dampfmaschinen 141 Jahre, seit der Erfindung der Buchdruckerkunst 400 Jahre, und seit der Erfindung unseres Papieres 599 Jahre. In welchem Jahre geschah jede dieser Erfindungen?
18) A liegt 114 Fuß höher als B, B 73 Fuß höher als C, und C 55 Fuß tiefer als D; um wie viel liegt A höher als D?
19) Böhmen hatte im Jahre 1780 2561794 Einwohner, und im Jahre 1849 4432474 Einwohner; um wie viel ist die Bevölkerung in dieser Zeit gestiegen?
20) Von 2384 Pfd. Reis wurden nach und nach 258, 350, 288, 877, 344 Pfd. verkauft; wie viel blieb noch übrig?
21) Vier Kisten Kaffee wiegen 465, 485, 476, 492 Pfd.; die Kisten für sich wiegen 35, 36, 36, 37 Pfd.; wie viel Kaffee befindet sich in jeder Kiste, und wie viel in allen zusammen?
22) Oesterreich unter der Enns hat 1494399 Seelen, Oesterreich ob der Enns 713005, Salzburg 143689, Tirol mit Vorarlberg 862776, Mähren 1826057, Schlesien 467420 Einwohner. Wie groß ist der Unterschied in der Bevölkerung zwischen je zwei dieser Kronländer?
23) Steiermark erzeugte im Jahre 1847 an Rohkupfer 769, an Roheisen 845072, an Gußeisen 25978, an Steinkohlen 871444 Ztr.; im Jahre 1848 an Rohkupfer 1367, an Roheisen 852628, an Gußeisen 20006, an Steinkohlen 847157 Ztr. Wie viel von jedem dieser Produkte wurde im Jahre 1848 mehr oder weniger erzeugt, als im Jahre 1847?

24) Die Zahl der Verstorbenen in der österr. Monarchie betrug

im Jahre	1846	364907	männlich,	353178	weiblich;
" "	1847	512058	"	487977	"
" "	1848	479718	"	458108	"
" "	1849	451813	"	428941	"
" "	1850	399249	"	385442	"

Um wie viel war die Zahl der Verstorbenen männlichen Geschlechtes größer als jene der Verstorbenen des weiblichen Geschlechtes, und zwar a) in jedem einzelnen Jahre, b) während des ganzen fünfjährigen Zeitraumes.

IV. Das Multipliziren.

§. 17.

Multipliziren heißt eine Zahl so oftmal nehmen, als eine andere Einheiten in sich enthält. Z. B. 6 mit 4 multipliziren heißt 6 so oftmal nehmen, als 4 Einheiten enthält, also 6 4mal nehmen, wodurch man $6+6+6+6=24$ erhält.

Das Multipliziren ist demnach nichts anderes als ein wiederholtes Addiren.

Die Zahl, welche man mehrmal nimmt, heißt der Multiplikand; die Zahl, welche angibt, wie oft der Multiplikand genommen werden soll, der Multiplikator; beide Zahlen nennt man auch Faktoren. Die Zahl, welche beim Multipliziren herauskommt, heißt das Produkt. In dem früheren Beispiele sind 6 und 4 die Faktoren, und zwar ist 6 der Multiplikand, 4 der Multiplikator; 24 ist das Produkt.

Das Zeichen der Multiplikazion ist ein schiefes Kreuz $\times$, welches zwischen die Faktoren gesetzt wird. Z. B. $6\times4=24$ bedeutet: 6 multiplizirt mit 4 ist gleich 24. Statt des Zeichens $\times$ wird häufig auch bloß ein Punkt $\cdot$ gesetzt; es ist also $6\cdot4$ so viel als 6×4.

Da $4=1+1+1+1$ und $6\times4=6+6+6+6$ ist, da also das Produkt 6×4 gerade so aus 6 gebildet wird, wie 4 aus der Einheit entstanden ist, so kann man auch sagen: Multipliziren heißt aus dem Multiplikand eine Zahl so bilden, wie der Multiplikator aus der Einheit entstanden ist. Z. B. 12 mit 5 multipliziren, heißt aus 12 auf dieselbe Art eine neue Zahl bilden, wie 5 aus der Einheit entstanden ist; 5 ist aus der Einheit entstanden, indem man die Einheit 5mal als Addend setzte, es ist nämlich $5=1+1+1+1+1$; man muß daher auch 12 5mal als Addend setzen, wodurch man $12\times5=12+12+12+12+12=60$ erhält.

Wenn von dem Produkte von mehr als zwei Zahlen gesprochen wird, so versteht man darunter das Endprodukt, welches herauskommt, wenn man das Produkt der ersten zwei Zahlen mit der dritten, das neue Produkt mit der vierten Zahl u. s. w. multiplizirt.

Aus der Erklärung der Multiplikazion folgt der Satz:

Wenn ein Faktor Null ist, so ist auch das Produkt Null.

Denn, ist der Multiplikand 0, so hat man 0 (nichts) öfters zu nehmen, wodurch gewiß auch 0 herauskommt; ist aber der Multiplikator 0, so hat man den Multiplikand 0mal (keinmal) zu nehmen, wodurch man sicher auch 0 erhält.

Es ist also z. B. $4 \times 0 = 0$, und $0 \times 4 = 0$.

Beim Multipliziren der Zahlen wird vorausgesetzt, daß man je zwei einzifferige Zahlen geläufig zu multipliziren wisse, was in der Kenntniß des sogenannten Ein mal Eins besteht.

Bei der Entwicklung der Multiplikazionsregeln sollen drei Fälle unterschieden werden: entweder ist der Multiplikator einzifferig, oder ist er 10, 100, 1000, . . . oder irgend eine mehrzifferige Zahl.

§. 18.

a. Wenn der Multiplikator einzifferig ist.

Es soll z. B. 3812 mit 4 multiplizirt werden. Um 3812 mit 4 zu multipliziren, oder 4mal zu nehmen, wird man zuerst die 2 Einheiten, dann 1 Zehner, hierauf 8 Hunderte, und endlich 3 Tausende 4mal nehmen, und die dabei erhaltenen Einheiten, Zehner, Hunderte und Tausende gehörig neben einander stellen. Man wird nämlich haben: 2 Einheiten 4mal genommen, geben 8 Einheiten, welche man unter die Einheiten setzt; 1 Zehner 4mal genommen gibt 4 Zehner, welche man unter die Zehner schreibt; 4mal 8 Hunderte sind 32 Hunderte, welche 2 Hunderte und 3 Tausende geben, die 2 Hunderte schreibt man an die Stelle der Hunderte, die 3 Tausende aber werden zu dem Produkte der Tausende gezählt, man behält sie so lange im Gedächtnisse, bis man das Produkt der Tausende erhalten hat; 4mal 3 Tausende sind 12 Tausende, und die im Gedächtnisse behaltenen 3 Tausende sind 15 Tausende, oder 5 Tausende und 1 Zehntausend; 5 Tausende werden in die Stelle der Tausende gesetzt, 1 Zehntausend aber kommt in die Stelle der Zehntausende. Die ganze Rechnung stehet:

$$\begin{array}{l} 3812 \times 4 \\ \hline 15248. \end{array}$$

Wenn daher eine mehrzifferige Zahl mit einer einzifferigen multiplizirt werden soll, so multiplizire man mit dem einzifferigen Multiplikator zuerst die Einheiten, dann die Zehner, Hunderte, . . . des Multiplikands, und schreibe das jedesmalige Produkt, wenn es einzifferig ist, unter die Stelle, welche man eben multiplizirt hat; ist aber das Produkt zweizifferig, so werden nur die Einheiten unter die eben multiplizirte Stelle gesetzt, die Zehner aber zu dem Produkte der nächst höheren Stelle hinzugezählt.

Beispiele.

1) $\begin{array}{l} 3721 \times 3 \\ \hline 11163 \end{array}$ 2) $\begin{array}{l} 5046 \times 5 \\ \hline 25230. \end{array}$

Im ersten Beispiele spricht man: 3mal 1 sind 3; 3mal 2 sind 6; 3mal 7 sind 21, 1 angeschrieben, bleiben 2; 3mal 3 sind 9 und 2 sind 11. — Im zweiten Beispiele sagt man: 5mal 6 sind 30, 0 angeschrieben, bleiben 3; 5mal 4 sind 20, und 3 sind 23, 3 angeschrieben, bleiben 2; 5mal 0 ist 0, und 2 sind 2; 5mal 5 sind 25.

3) $\begin{array}{l} 31407 \times 9 \\ \hline 282663 \end{array}$ 4) $\begin{array}{l} 123456 \times 7 \\ \hline 864192. \end{array}$

5) $287563 \times 8 = ?$ 6) $3095627 \times 6 = ?$

7) Man multiplizire 783459 mit 2, das Produkt mit 3, das neue Produkt mit 7.

8) Man multiplizire 291085 viermal mit 8.

9) Es soll 84602537 a) mit 4, b) mit 5, c) mit 6, d) mit 7, e) mit 8, f) mit 9 multiplizirt werden.

10) Man multiplizire 3092758 a) 5mal mit 3, b) 4mal mit 9, c) 7mal mit 7, d) 6mal mit 8, e) 10mal mit 6.

§. 19.

b. Wenn der Multiplikator 10, 100, 1000, . . . ist.

Um eine Zahl, z. B. 3467, mit 10 zu multipliziren, braucht man sie nur so zu ändern, daß jede Ziffer 10mal so viel bedeutet, als sie früher galt, d. h. man wird jede Ziffer um eine Stelle weiter gegen die Linke vorrücken; dieses geschieht, wenn man der ungeänderten Zahl rechts eine Null anhängt. Es ist also $3467 \times 10 = 34670$.

Eben so überzeugt man sich, daß man, um eine Zahl 100mal zu nehmen, derselben rechts zwei Nullen anhängen muß.

Im Allgemeinen hat man die Regel:

Eine Zahl wird mit 10, 100, 1000, . . . multiplizirt, wenn man jede Ziffer um 1, 2, 3, . . . Stellen weiter gegen die Linke rückt, was bewirkt wird, indem man der Zahl rechts 1, 2, 3, . . . Nullen anhängt.

Beispiele.

```
1)  65378 × 10        2)  76543 × 100
    ──────────            ───────────
    653780                7654300
```

3) 3408 × 1000 = ?   4) 25670 × 100 = ?

§. 20.

c Wenn der Multiplikator irgend eine mehrzifferige Zahl ist.

Es soll z. B. 3417 mit 2048 multiplizirt werden. Man wird sicher das 2048fache von 3417 erhalten, wenn man diese Zahl 8mal, dann 40mal, endlich 2000mal nimmt, und diese Theilprodukte zusammenzählt. 3417 8mal genommen, oder mit 8 multiplizirt, gibt 27336; um die Zahl 3417 40mal zu nehmen, sucht man zuerst das 4fache von ihr, und nimmt dieses 4fache, nämlich 13668, noch 10mal, indem man es unter das erste Theilprodukt so anschreibt, daß jede Ziffer um eine Stelle weiter gegen die Linke gerückt erscheint; nun wird die Zahl 3417 noch 2000mal genommen, indem man sie mit 2 multiplizirt, und die dadurch erhaltene Zahl, nämlich 6834, noch 1000mal nimmt, indem man jede Ziffer derselben in Beziehung auf das erste Theilprodukt um drei Stellen weiter gegen die Linke vorrückt; endlich addirt man die Theilprodukte, so wie sie unter einander stehen. Die Rechnung steht:

```
  3417 × 2048
  ────
   27336
  13668
 6834
 ───────
 6998016
```

Man sieht sogleich, daß hier die niedrigste Ziffer eines jeden Theilproduktes immer Einheiten derselben Ordnung bedeutet, wie die Ziffer des Multiplikators, mit welcher man multiplizirt.

Es ist gleichgiltig, in welcher Ordnung mit den Ziffern des Multiplikators multiplizirt wird, wenn man nur den Theilprodukten die gehörige Stellung gegen einander gibt. Das vorhergehende Beispiel kann auch noch auf folgende Arten ausgearbeitet werden:

```
  3417 × 2048     oder   3417 × 2048     oder   3417 × 2048
  ───────                ───────                ───────
   27336                 13668                  13668
 6834                     27336                6834
  13668                 6834                     27336
 ───────                ───────                ───────
 6998016                6998016                6998016

        oder   3417 × 2048       oder   3417 × 2048
               ───────                  ───────
               6834                     6834
                 27336                   13668
                13668                     27336
               ───────                  ───────
               6998016                  6998016.
```

Im Allgemeinen ist es am zweckmäßigsten, mit den Ziffern des Multiplikators in der natürlichen Ordnung entweder von der niedrigsten oder von der höchsten angefangen, zu multipliziren.

Wenn daher eine mehrzifferige Zahl mit einer mehrzifferigen zu multipliziren ist, so hat man folgende Regeln zu beobachten:

1. Man ziehe unter den Multiplikand einen Strich.

2. Man multiplizire den ganzen Multiplikand mit jeder Ziffer des Multiplikators, und schreibe die einzelnen Theilprodukte so unter einander, daß die niedrigste Ziffer eines jeden Theilproduktes Einheiten derselben Ordnung bedeutet, wie die Ziffer des Multiplikators, mit der man multiplizirt hat. — Kommt im Multiplikator eine Null vor, so wird dieselbe beim Multipliziren übergangen.

3. Die einzelnen Theilprodukte werden, so wie sie angeschrieben sind, addirt; ihre Summe ist das gesuchte Produkt.

Beispiele.

1) 5304 × 351
```
   5304
  26520
 15912
1861704
```

2) 25986 × 2708
```
 51972
181902
  207888
70370088
```

3) 57906 × 790
```
 5211540
405342
45745740
```

Im zweiten Beispiele wurde zuerst mit 2, dann mit 7, und endlich mit 8 multiplizirt; im ersten Theilprodukte bedeutet daher die niedrigste Ziffer Tausende, im zweiten Hunderte, im dritten Einheiten; darum wurde das zweite Theilprodukt in Beziehung auf das erste um eine Stelle, und das dritte Theilprodukt um drei Stellen weiter gegen die Rechte hinausgerückt. — Im dritten Beispiele wurde dem ersten Theilproducte eine Null angehängt, weil die niedrigste Ziffer 4 Zehner bedeuten soll.

4) 795063 × 9218 = 7328890734.
5) 123456 × 9087 = 1121844672.
6) 30715 × 42086 = 1292671490.
7) 8910564 × 794 = ?
8) 139440 × 2309 = ?
9) 341908 × 28947 = ?
10) 728304 × 46093 = ?
11) 38546 × 4893 × 6721 = ?
12) 9473 × 2368 × 1927 × 4368 = ?
13) 387093 × 219089 × 523906 = ?
14) 57908 × 36897 × 25786 × 14675 = ?

§. 21.

Kommen in einem oder in beiden Faktoren rechts Nullen vor, so erscheinen alle diese Nullen auch im Produkte.

Die Richtigkeit davon ist leicht einzusehen.

Hat nämlich der Multiplikand rechts Nullen, so müssen dieselben auch im Produkte vorkommen, weil 0 mit was immer für einer Zahl multiplizirt 0 zum Produkte gibt. Z. B.

9580 × 93	3792000 × 702
28740	7584000
86220	26544000
890940	2661984000.

Kommen im Multiplikator rechts Nullen vor, so wird die erste bedeutliche Ziffer des Produktes an jene Stelle zu stehen kommen, an welcher sich die erste bedeutliche Ziffer im Multiplikator befindet; d. h. es wird auch das Produkt rechts so viele Nullen haben, als ihrer der Multiplikator hat. Z. B.:

9706 × 3800	12345 × 20700
7764800	86415000
29118	24690
36882800	2855415000.

Haben endlich beide Faktoren rechts Nullen, so werden im Produkte außer den Nullen des Multiplikands auch jene des Multiplikators vorkommen; d. h., im Produkte werden so viele Nullen rechts erscheinen, als ihrer beide Faktoren haben. Z. B.:

348600 × 340	765030 × 108000
13944000	6120240000
1045800	765030
118524000	82623240000.

Wenn daher in einem oder in beiden Faktoren rechts Nullen vorkommen, so kann die Multiplikazion am kürzesten verrichtet werden, wenn man jene Nullen wegläßt, die dann übrigbleibenden Zahlen mit einander multiplizirt, und dem Produkte rechts so viele Nullen anhängt, als ihrer in beiden Faktoren weggelassen wurden.

Um z. B. 305800 mit 98000 zu multipliziren, sucht man das Produkt aus 3058 und 98, und hängt diesem Produkte 299684 die in beiden Faktoren rechts vorkommenden und während der Rechnung weggelassenen 5 Nullen wieder an. Die Rechnung steht:

305800 × 98000
24464
27522
29968400000.

§. 22.

Zwei Zahlen geben in jeder Ordnung mit einander multiplizirt dasselbe Produkt.

So kann man z. B. zeigen, daß $3 \times 4 = 4 \times 3$ sein muß. Es ist $3 \times 4 = 3 + 3 + 3 + 3$, oder wenn man jede 3 in ihre Einheiten auflöst:

$$3 \times 4 = (1+1+1) + (1+1+1) + (1+1+1) + (1+1+1).$$

Nimmt man nun die erste Einheit, die in jeder 3 vorkommt, so erhält man dadurch 4 Einheiten oder 4, durchs Addiren der zweiten Einheit in jeder 3 erhält man wieder 4, und durchs Addiren der dritten Einheiten nochmal 4; man erhält also 4 so oft, als Einheiten in 3 enthalten sind: folglich:

$$3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 4 \times 3.$$

Dieselben Schlüsse lassen sich bei was immer für zwei Zahlen machen.

Es ist daher für das Produkt gleichgiltig, welchen von zwei Faktoren man zum Multiplikand annimmt; am zweckmäßigsten ist es, denjenigen Faktor dafür zu nehmen, welcher mehr bedeutliche und verschiedene Ziffern enthält.

Die beste Probe über die Richtigkeit des Produktes besteht darin, daß man noch einmal multiplizirt; bekommt man wieder das nämliche Produkt, so darf man es als richtig ansehen, besonders, wenn man bei der zweiten Multiplikazion die Faktoren verwechselt, d. i. denjenigen als Multiplikand annimmt, der früher Multiplikator war.

Anwendung der Multiplikazion.

§. 23.

Die Multiplikazion wird überhaupt angewendet, wenn man wissen will, wie viel eine Zahl öfters genommen, ausmacht. — Der Multiplikator wird während der Rechnung als unbenannt betrachtet, und das Produkt bekommt den Namen des Multiplikands.

Aufgaben.

1) 1 Ztr. kostet 23 fl.; was kosten 8 Ztr? — Wenn 1 Ztr. 23 fl. kostet, so kosten 2 Ztr. 2mal 23 fl., 3 Ztr. 3mal 23 fl., 8 Ztr. 8mal 23 fl.; man muß also 23 fl. mit 8 multipliziren, wodurch man 184 fl. bekommt.
2) Wie viel kosten 10 Ztr., zu 127 fl. der Ztr.? — 1270 fl.
3) Ein Getreidehändler kauft 85 Metzen Weizen zu 184 Groschen; wie viel Groschen beträgt das Ganze? — 15640 Groschen.
4) Wie viel Kreuzer machen 12 fl. — 1 fl. hat 60 kr., 2 fl. haben 2mal 60 kr., 3 fl. 3mal 60 kr., 12 fl. also 12mal 60 kr., d. i. 720 kr.

5) Wie viel Kreuzer geben 10, 17, 38, 127, 3459 fl.? — 600, 1020, 2280, 7620, 207540 kr.

6) Wie viel Loth machen 17 Pfd.? — 1 Pfund hat 32 Loth, 17 Pfund haben also 17mal 32 Loth, also 544 Loth.

7) In einem Garten sind 12 Reihen von Bäumen, in jeder Reihe sind 36 Bäume; wie viel Bäume sind es zusammen? — 432 Bäume.

8) Das Quecksilberbergwerk in Idria liefert im Durchschnitte jährlich 3333 Ztr. Quecksilber; wenn nun 1 Ztr. um 255 fl. verkauft wird, wie groß ist der ganze Ertrag? — 849915 fl.

9) Ein Grundbesitzer verkauft 4 Joch Ackergrund zu 228 fl., und bekommt auf Rechnung 560 fl.; wie viel hat er noch zu fordern? — 352 fl.

10) Ein Weinhändler verkauft nach und nach: 50 Eimer Wein zu 24 fl., 60 Eimer zu 22 fl, 45 Eimer zu 18 fl., 32 Eimer zu 25 fl. und 13 Eimer zu 35 fl.; wie viel hat er im Ganzen für den Wein eingenommen? — 4585 fl.

11) Wie viel Einwohner hat ein Land von 3576 Quadratmeilen, wenn man im Durchschnitte auf jede Quadratmeile 3248 Einwohner rechnet? — 11614848 Einwohner.

12) Wenn ein Eimer Wein 18 fl. kostet, wie hoch kommen 12, 17, 25, 42, 89, 108 Eimer?

13) 1 Ztr. kostet 127 fl., was kosten 8, 21, 29, 45, 88 Ztr.?

14) Der Schall legt in jeder Sekunde 1050 Fuß zurück; wie viel das Licht, welches sich 926400mal so schnell bewegt als der Schall?

15) Wie viel Stunden machen 3, 8, 17, 30, 365 Tage?

16) Wie viel Fuß sind 33, 58, 105, 223, 315 Klafter?

17) Wenn man annimmt, daß ein Joch Ackergrund im Durchschnitte 12 Metzen Getreide liefert, wie groß ist das Erträgniß von 18, 41, 72, 321, 1088 Joch?

18) Ein Rechteck ist 204 Fuß lang und 137 Fuß breit, wie viel Quadratfuß beträgt seine Fläche?

19) Die Entfernung des Mondes von der Erde beträgt 60 Erdhalbmesser; wie viel macht dieses, wenn man den Halbmesser der Erde zu 859 deutschen Meilen annimmt?

20) Jemand verkauft 35 Ztr. zu 48 fl., 57 Ztr. zu 53 fl., 67 Ztr. zu 29 fl.; wie viel nimmt er dafür ein?

21) A gibt dem B 57 Eimer Wein zu 25 fl., und bekommt dafür von B 214 Metzen Weizen zu 3 fl.; wie viel hat B noch zu bezahlen?

22) Jemand besitzt 10000 fl.; er kauft 24 Joch Ackergrund zu 212 fl., 7 Joch Wiesen zu 93 fl. und 2 Joch Gartenland zu 308 fl.; wie viel Geld bleibt ihm noch?

23) Zu einer Kubikklafter Mauerwerk braucht man 1728 Ziegelsteine; wie viel zu 18, 27, 38, 123 Kubikklafter?

24) Im Jahre 1846 kamen in Oesterreich unter der Enns mit 346 □ Meilen 4322 Einwohner auf jede □ Meile, in Steiermark mit 391 □ Meilen 2566, in Böhmen mit 904 □ Meilen 4809, in der Lombardie mit 375 □ Meilen 7120, in Venedig mit 415 □ Meilen 5439 Einwohner. Wie groß war in jenem Jahre die Bevölkerung einer jeden dieser Provinzen?

25) Ein Grundbesitzer säet 43 Metzen Korn, 65 Metzen Weizen, 124 Metzen Hafer und 68 Metzen Gerste. Vom Korn erntet er 9fältig, vom Weizen 11fältig, vom Hafer 8fältig und von der Gerste 10fältig. Wie viel Metzen erntet er von jeder Frucht?

26) Bei einem neugebornen Kinde schlägt der Puls in einer Minute 140mal, nach dem ersten Lebensjahre 130mal, bei Erwachsenen 75mal und bei Greisen 50mal. Wie oft schlägt der Puls in jeder angegebenen Zeit: a) in einer Stunde, b) in einem Tage, c) in einem Jahre?

27) Die ärarischen Eisenhämmer lieferten im Jahre 1847 43656 Ztr. Stahl im Preise zu 16 fl., im Jahre 1848 nur 34127 Ztr. im Preise zu 15 fl.; um wie viel ist der Geldwerth des erzeugten Stahles im Jahre 1847 größer als im Jahre 1848?

28) Ein viereckiger Kasten von 9 Fuß Länge, 7 Fuß Breite und 5 Fuß Höhe ist mit Steinkohlen gefüllt, von denen jeder Kubikfuß 84 Pfund wiegt; der Kasten allein wiegt 218 Pfd. Wie groß ist das ganze Gewicht?

V. Das Dividiren.

§. 24.

Eine Zahl durch eine andere dividiren heißt untersuchen, wie oft die zweite Zahl in der ersten enthalten ist. Z. B. 12 durch 3 dividiren heißt untersuchen, wie oft 3 in 12 enthalten ist; dieses findet man, wenn man 3 so oft von 12 abzieht, als es möglich ist; 3 läßt sich von 12 4mal abziehen; also ist 3 in 12 4mal enthalten.

Man sieht, daß das Dividiren nichts anderes ist, als ein wiederholtes Subtrahiren.

Die Zahl, welche dividirt wird, heißt der Dividend, und die Zahl, durch welche dividirt wird, der Divisor; die Zahl aber, welche beim Dividiren herauskommt, wird der Quozient genannt. In dem früheren Beispiele ist 12 der Dividend, 3 der Divisor und 4 der Quozient.

Der Quozient zeigt an, wie vielmal der Divisor in dem Dividend enthalten ist. Wenn man nun den Divisor so oft nimmt, als der Quozient anzeigt, d. h. wenn man den Divisor mit dem

Quozienten multiplizirt, so muß wieder der Dividend herauskommen. Der Dividend kann demnach als das Produkt zweier Faktoren betrachtet werden, von denen der eine der Divisor, der andere der Quozient ist. Man kann daher auch sagen: Dividiren heißt aus dem Produkte zweier Faktoren und aus einem dieser Faktoren den andern suchen. Z. B. 12 durch 3 dividiren heißt, 12 ist das Produkt zweier Faktoren, 4 ist der eine Faktor, man soll den andern suchen.

Die Division kann auch als Theilungsrechnung, wovon sie eben den Namen führt, betrachtet werden. Um z. B. 30 in 5 gleiche Theile zu theilen, muß man eine Zahl finden, welche 5mal genommen oder mit 5 multiplizirt 30 zum Produkt gibt; man muß also aus dem Produkte 30 zweier Faktoren und aus einem Faktor 5 den andern suchen, d. i. 30 durch 5 dividiren.

Das Zeichen der Division besteht in zwei über einander stehenden Punkten : und zeigt an, daß die Zahl vor den Punkten durch die Zahl nach den Punkten zu dividiren ist; z. B. $30 : 5 = 6$ wird gelesen: 30 dividirt durch 5 ist gleich 6.

Ein Quozient, der durch den Dividend und Divisor ausgedrückt ist, heißt ein angezeigter Quozient; das Resultat der Division wird der wirkliche Quozient genannt. So ist der Ausdruck 30 : 5 der angezeigte, 6 der wirkliche Quozient.

Oft wird ein Quozient auch dadurch angezeigt, daß man den Divisor unter den Dividend, und zwischen beide einen Strich setzt; dieses geschieht besonders dann, wenn der Dividend kleiner ist als der Divisor. Wenn z. B. 3 durch 5 zu dividiren ist, so zeigt man die Division nur an, indem man schreibt: $\frac{3}{5}$, welches gelesen wird: 3 5tel. — Ein so dargestellter Quozient wird ein Bruch genannt.

Beim Dividiren wird vorausgesetzt, daß man den Quozienten sogleich zu bestimmen wisse, wenn der Divisor einzifferig und der Dividend kleiner ist als das Zehnfache des Divisors.

§. 25.

Um eine Zahl durch eine andere zu dividiren, wird man am sichersten verfahren, wenn man untersucht, wie oft der Divisor in den einzelnen Bestandtheilen, d. i. Einheiten, Zehnern, Hunderten, . . . des Dividends enthalten ist. Man zerlege also den Dividend in so viele Theile, Theildividende, als er Ziffern hat, und dividire sie alle durch den Divisor; dadurch bekommt man eben so viele Theile im Quozienten, Theilquozienten, deren jeder Einheiten derselben Ordnung enthält, als der entsprechende Theildividend. So geben 8 Zehner durch 2 dividirt 4 Zehner; weil nämlich 2 in 8 4mal enthalten ist, so wird 2 in 8 Zehnern oder in 80 10mal so oft als in 8, also 40mal enthalten sein; der Quozient ist also 40 oder 4 Zehner. Eben so geben

8 Hunderte durch 2 dividirt 4 Hunderte,
8 Tausende „ 2 „ 4 Tausende,
u. s. w.

Ist nun z. B. 34461 durch 63 zu dividiren, so wird man die Bestandtheile des Dividends, nämlich 3 Zehntausende, 4 Tausende, 4 Hunderte, 6 Zehner, 1 Einheit, einzeln durch 63 dividiren, und die erhaltenen Theilquozienten in eine Zahl zusammenziehen.

3 Zehntausende kann man, so lange solche als Zehntausende betrachtet werden, durch 63 nicht wirklich dividiren, weil 63 in 3 nicht enthalten ist. Man verwandelt darum die 3 Zehntausende in Tausende, indem man sie mit 10 multiplizirt; man bekommt 30 Tausende; zu diesen setzt man die im Dividend bereits vorhandenen 4 Tausende dazu, indem man 4 an die Stelle der angehängten Null schreibt, wodurch 34 Tausende herauskommen; kürzer erhält man diese Zahl 34, wenn man zu 3 sogleich die nächst niedrigere Ziffer 4 hinzusetzt. Aber auch 34 Tausende kann man als Tausende durch 63 nicht dividiren, weil 63 auch in 34 noch nicht enthalten ist; die 34 Tausende werden daher in Hunderte aufgelöst, sie geben 340 Hunderte; die bereits vorhandenen 4 Hunderte dazu, sind 344 Hunderte, welche man kürzer bekommt, wenn man zu 34 sogleich die nächst niedrigere Ziffer 4 anhängt; 344 Hunderte lassen sich nun durch 63 dividiren; man sieht zunächst, wie oft 6 in 34 enthalten ist, und schließt daraus, daß auch 63 in 344 nicht mehr als 5mal enthalten sein kann; 344 Hunderte durch 63 dividirt, geben also 5 Hunderte. — Aus dieser Entwickelung folgt erstlich, daß man als ersten Theildividend, aus welchem die höchst bedeutliche Ziffer des Quozienten gefunden wird, so viele höchste Stellen des Dividends nehmen müsse, als ihrer nöthig sind, damit der Divisor darin wenigstens einmal enthalten ist; mithin entweder eben so viele Ziffern als ihrer der Divisor hat, oder um eine mehr, wenn eben so viele höchste Ziffern des Dividends als Zahl betrachtet kleiner sind als der Divisor. Ferner sieht man, daß die höchste Ziffer im Quozienten Einheiten derselben Ordnung bedeutet, wie die niedrigste Ziffer im ersten Theildividend.

Um nun zu erfahren, ob der erste Theilquozient (5 Hunderte) richtig ist, wird man untersuchen, ob sich 63 von 344 Hunderten wirklich 500mal hinwegnehmen läßt; man wird zu diesem Ende 63 500mal nehmen, und dieses von 344 Hunderten subtrahiren; oder was eben so viel ist, man wird 63 5mal nehmen, und dieses von 344 subtrahiren. 63 5mal genommen oder mit 5 multiplizirt gibt 315, und dieses Produkt von 344 abgezogen läßt 29 zum Reste, woraus folgt, daß man 63 von 344 wohl 5mal, aber nicht mehr als 5mal hinwegnehmen kann, daß somit die Ziffer 5 im Quozienten richtig ist. — Um also zu sehen, ob die gefundene Ziffer des Quozienten richtig ist, multiplizire man den Divisor mit dieser Ziffer des Quozienten, und ziehe das Produkt von dem Theildividend ab, aus welchem jene Ziffer gefunden wird. Ließe sich dieses Produkt gar nicht subtrahiren, so wäre dieß ein Beweis, daß der Divisor in dem Theildividend nicht so oft enthalten ist, als der Theilquozient es anzeigt, daß also dieser zu groß angenommen wurde. Bliebe ein Rest, welcher eben so groß oder größer als der Divisor ist, so wäre letzterer im Theildividend öfters enthalten, als der Theilquozient es anzeigt; der Theilquozient wäre also zu klein genommen worden. Bleibt aber gar kein Rest, oder bleibt zwar ein Rest, der jedoch kleiner ist als der Divisor, so hat man die Ziffer des Quozienten richtig angenommen.

Wenn man 63 500mal von 344 Hunderten wegnimmt, so bleiben noch 29 Hunderte übrig: diese können als Hunderte durch 63 nicht mehr dividirt werden, man verwandelt sie daher in Zehner und addirt die im Dividend bereits vorhandenen 6 Zehner dazu, wodurch man 296 Zehner bekommt, welche Zahl man unmittelbar erhalten kann, wenn man zu dem Reste 29 die nächst niedrigere Ziffer 6 des Dividends hinzusetzt. Um nun den neuen Theildividend, nämlich 296 Zehner, durch 63 zu dividiren, sieht man zuerst, wie oft 6 in 29 enthalten ist, und folgert, daß auch 63 in 296 nicht mehr als 4mal enthalten sein könne; 296 Zehner durch 63 dividirt geben also 4 Zehner. 4mal 63 ist 252, von 296 abgezogen, bleiben noch 44 Zehner.

Die 44 Zehner werden, da man sie als solche durch 63 nicht dividiren kann, in Einheiten verwandelt; zu diesen 440 Einheiten die im Dividend schon vorhandene 1 dazu gesetzt, hat man 441 Einheiten, welche durch 63 dividirt, 7 Einheiten geben; 7mal 63 ist gerade 441, somit bleibt kein Rest übrig.

Der ganze Quozient ist also: 5 Hunderte, 4 Zehner und 7 Einheiten, d. i. 547. Man braucht zu den einzelnen Ziffern des Quozienten ihre Bedeutung gar nicht hinzuzusetzen, weil sie nach der Ordnung Hunderte, Zehner, Einheiten bedeuten, und weil dieselben, wenn man sie nur nach der Reihe hinschreibt, schon durch diese Anordnung selbst in ihrer wahren Bedeutung erscheinen. Die ganze Rechnung steht:

$$\begin{array}{l}
34461 : 63 = 547 \\
315 \\
\hline
296 \\
252 \\
\hline
441 \\
441 \\
\hline
0
\end{array}$$

Da sich erst, nachdem schon die höheren Einheiten dividirt wurden, aus dem übrigbleibenden Reste der nächst niedrigere Theildividend bestimmen läßt, so folgt, daß man die Division von den höchsten Stellen an beginnen müsse.

Ist ein Theildividend kleiner als der Divisor, so setzt man in den Quozienten eine Null, und setzt zu dem Theildividende sogleich die nächstniedrigere Stelle des Dividends dazu; denn der Divisor mit dem Theilquozienten 0 multiplizirt gibt 0 zum Produkte; und 0 vom Theildividend abgezogen, gibt diesen selbst zum Reste, wozu dann die nächst folgende Ziffer des Dividends hinzukommen muß.

§. 26.

Aus allem Vorhergehenden ergeben sich für das Dividiren der Zahlen folgende Regeln:

1. Man schreibe zuerst den Dividend, dann den Divisor, setze zwischen beide das Divisionszeichen, nach dem Divisor wird das Gleichheitszeichen, und nach diesem der Quozient hingeschrieben.

2. Man fängt bei der höchsten Stelle zu dividiren an; man nimmt so viele höchste Ziffern des Dividends, als der Divisor Stellen hat, oder um eine mehr, wenn jene Ziffern kleiner sind, als der Divisor; diese Ziffern bilden den ersten Theildividend.

3. Nun untersucht man, wie oft der Divisor in dem ersten Theildividend enthalten ist, und schreibt die Zahl, welche dieses anzeigt, als höchste Ziffer in den Quozienten.

Wenn der Divisor mehrzifferig ist, so erleichtert man sich diese Untersuchung, wenn man versucht, wie oft die höchste Ziffer des Divisors in der höchsten oder in den zwei höchsten Ziffern des Dividends enthalten ist.

4. Mit der gefundenen Ziffer des Quozienten wird der Divisor multiplizirt, das Produkt unter den ersten Theildividend geschrieben, und von diesem subtrahirt.

Ist jenes Produkt größer als der erste Theildividend, so daß die Subtrakzion nicht verrichtet werden kann, so ist der Quozient zu groß angenommen worden; man muß ihn also kleiner nehmen. Bleibt aber ein Rest, der eben so groß oder größer ist, als der Divisor, so ist der Quozjent zu klein angenommen; man muß ihn daher größer nehmen.

5. Zu dem übrigbleibenden Reste wird die nächste Ziffer des Dividends herabgesetzt; die Zahl, welche dadurch entsteht, ist der neue Theildividend. Man untersucht nun wieder, wie oft der Divisor in dem neuen Theildividend enthalten ist; die Zahl, welche dieses anzeigt, schreibt man als eine neue Ziffer in den Quozienten.

6. Mit dieser Ziffer des Quozienten wird nur der Divisor multiplizirt, und das Produkt von dem letzten Theildividend abgezogen. Zu dem Reste wird wieder die nächstfolgende Ziffer des Dividends herabgesetzt, und dieser neue Theildividend durch den Divisor dividirt, um die dritte Ziffer des Quozienten zu erhalten.

7. Dieses Verfahren wird so lange fortgesetzt, bis man nach und nach alle Ziffern des Dividends herabgesetzt hat.

Geschieht es, daß ein Theildividend kleiner ist, als der Divisor, so daß die Division nicht vollgezogen werden kann, so schreibt man in den Quozienten eine Null, und setzt sogleich die nächste Ziffer des Dividends herab.

8. Bleibt zuletzt kein Rest übrig, so ist der Divisor im Dividend genau enthalten. Bleibt aber ein Rest, so ist dieser noch durch den Divisor zu dividiren; der Quozient davon wird jedoch nur in Bruchform angezeigt, und dem erhaltenen ganzen Quozienten angehängt.

Beispiele.

```
1) 17255 : 7 = 2465
   14
   ──
    32
    28
    ──
     45
     42
     ──
      35
      35
      ──
      ″″
```

Man sagt hier: 7 in 17 ist 2mal enthalten, 2mal 7 sind 14, von 17 bleiben 3; 2 herab, 7 in 32 geht 4mal, 4mal 7 sind 28, von 32 bleiben 4; 5 herab, 7 in 45 geht 6mal, 6mal 7 sind 42, von 45 bleiben 3; 5 herab, 7 in 35 geht 5mal, 7 mal 5 sind 35, von 35 geht auf.

```
2) 5409835 : 2347 = 2305
   4694
   ────
    7158
    7041
    ─────
     11735
     11735
     ─────
     ″″″″″
```

Hier untersucht man zuerst, wie oft 2347 in 5409, oder versuchsweise, wie oft 2 in 5 enthalten ist; es geht 2mal. Nun multiplizirt man den Divisor 2347 mit 2 und zieht das Produkt 4694 von 5409ab. Zu dem Reste 715 setzt man die nächste Ziffer 8 des Dividends herab; 2347 in 7158, oder 2 in 7 ist 3mal enthalten, 3mal 2347 sind 7041, was von 7158 abgezogen 117 zurückläßt. Zu diesem Reste 117 wird 3 herabgesetzt; 2347 ist nun in 1173 0mal enthalten; in den Quozienten kommt daher eine Null, und zu dem Theildividend 1173 sogleich die nächste Ziffer 5 herab, 2347 in 11735 ist 5mal enthalten, 5mal 2347 sind gerade 11735, was von 11735 ohne Rest aufgeht.

```
3) 326745 : 137 = 2385
   274
   ───
    527
    411
    ────
     1164
     1096
     ────
      685
      685
      ───
      ″″″
```

```
4) 151254272 : 50284 = 3008
   150852
   ──────
      402272
      402272
      ──────
      ″″″″″″
```

5) $13847082 : 3169 = 4369\frac{1721}{3169}$

```
13847082
12676
 11710
  9507
  22038
  19015
   30242
   28521
    1721
```

Hier wird unter den letzten Rest 1721 der Divisor 3169 gesetzt, und dieser Bruch dem ganzen Quozienten 4369 angehängt.

6) $36734975 : 1025 = 35839$.
7) $71426835 : 782 = 91338\frac{519}{782}$.
8) $3568533564 : 356782 = 10002$.
9) $23456783 : 57936 = ?$
10) $59073680 : 29864 = ?$
11) $371089246 : 38421 = ?$
12) $1284502378 : 7358 = ?$
13) $5210341536 : 241563 = ?$

Die Probe für die Richtigkeit der Division besteht darin, daß man den Quozienten mit dem Divisor multiplizirt; erhält man zum Produkte den Dividend, so ist richtig dividirt worden. Ist bei der Division ein Rest geblieben, so ist das Produkt aus dem Divisor mit dem Quozienten noch um diesen Rest zu vermehren, wornach der Dividend erhalten werden muß.

Abkürzungen beim Dividiren.

§. 27.

1. Wenn der Divisor einzifferig ist, so pflegt man die Division gewöhnlich so zu verrichten, daß man das Produkt aus dem Divisor und der jedesmaligen Ziffer des Quozienten gleich im Kopfe von dem entsprechenden Theildividend abzieht, und sich den Rest der nächsten Ziffer des Dividends als Zehner vorangesetzt denkt; der Quozient wird gehörig unter den Dividend selbst geschrieben.

Beispiele.

1) $4376 : 8$ / 547

Man spricht hier: 8 in 43 geht 5mal, bleibt 3; dieser Rest wird als Zehner der nächsten Ziffer 7 vorangesetzt, und man hat: 8 in 37 geht 4mal, bleibt 5; zu diesem Reste setzt man die folgende Ziffer 6, und sagt: 8 in 56 geht 7mal.

2) $54321 : 7$ / $7760\frac{1}{7}$

3) $2085369 : 5$ / $417073\frac{4}{5}$

4) $6232 : 8 = ?$

5) $18900 : 6 = ?$

6) $21072 : 4 = ?$

7) $78536 : 7 = ?$

8) Man dividire 3175268 durch 5, die ganze Zahl des Quozienten wieder durch 5, und sofort noch 6mal durch 5.

9) Die Zahl 79354260 soll man durch 2, und die in diesem und den weitern Quozienten enthaltenen ganzen Zahlen folgeweise durch 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dividiren. Wie heißt der letzte Quozient?

2. Wenn der Divisor 10, 100, 1000, . . . ist

Um eine Zahl, z. B. 4567 durch 10 zu dividiren, muß man die Tausende, die Hunderte, die Zehner und die Einheiten durch 10 dividiren. 4 Tausende durch 10 dividirt geben 4 Hunderte; 5 Hunderte durch 10 dividirt geben 5 Zehner; 6 Zehner durch 10 dividirt geben 6 Einheiten; die sieben Einheiten aber können durch 10 nicht wirklich dividirt werden, und bleiben als Rest, dessen Division durch 10 nur angezeigt werden kann; man hat somit $4567 : 10 = 456\frac{7}{10}$. Um daher eine Zahl durch 10 zu dividiren, braucht man nur die Einheiten als Rest zu betrachten, die Zehner als Einheiten, die Hunderte als Zehner, ... anzunehmen; dieses alles geschieht, indem man der Zahl rechts eine Ziffer abschneidet, welche den Rest bildet, und die übrigen Ziffern als Quozienten ansieht.

Um eine Zahl durch 100 zu dividiren, muß man sie so verändern, daß jede Ziffer nur den 100sten Theil ihres früheren Werthes bedeutet, welches erreicht wird, wenn man ihr rechts zwei Ziffern abschneidet, welche den Divisionsrest vorstellen, und die übrigen Ziffern als Quozienten annimmt.

Allgemein:

Eine Zahl wird durch 10, 100, 1000, . . . dividirt, wenn man ihr rechts 1, 2, 3, . . . Ziffern abschneidet; die übrigbleibenden Ziffern sind der Quozient, die rechts abgeschnittenen aber der Rest, welcher noch durch den Divisor zu dividiren ist, was nur angezeigt wird.

Beispiele.

1) $34560 : 10 = 3456$.	2) $20953 : 10 = 2095\frac{3}{10}$.
3) $58400 : 100 = 584$.	4) $7803 : 100 = 78\frac{3}{100}$.
5) $24793 : 1000 = 24\frac{793}{1000}$.	6) $37159 : 10000 = 3\frac{7159}{10000}$
7) $39058 : 100 = ?$	8) $23645 : 1000 = ?$

§. 28.

3. Wenn der Divisor irgend eine mehrzifferige Zahl ist, so kann die Division bedeutend vereinfacht werden, wenn man das Produkt aus dem Divisor und der jedesmaligen Ziffer des Quozienten sogleich während des Multiplizirens von dem betreffenden Theildividend abzieht, und bloß den Rest anschreibt. Es wird nämlich zu jedem einzelnen Produkte so viel dazu addirt, daß man die nächste höhere Zahl bekommt, welche in der Stelle

der Einheiten die entsprechende Ziffer des Dividends hat; was man zum Produkte addirt hat, wird unter diese Ziffer des Dividends als Rest angeschrieben. Enthält die nächste Zahl, welche durch die Addizion herauskommt, Zehner, so werden diese zu dem Produkte mit der nächstfolgenden Ziffer des Divisors dazu gezählt.

Beispiele.

1) 349848 : 226 = 1548
1238
1084
1808
″″″

Hier ist 226 in 349 1mal enthalten; nun wird der Divisor mit 1 multiplizirt, und das Produkt gleich während des Multiplizirens von 349 abgezogen, indem man sagt: 1mal 6 sind 6, und (3) sind 9, die 3, welche man zu 6 addiren mußte, um die darüber stehende Ziffer 9 zu erhalten, kommt sogleich als Rest unter 9; dann sagt man: 1mal 2 sind 2, und (2) sind 4, die 2 wird wieder als Rest angesetzt; 1mal 2 sind 2, und (1) sind 3; die addirte 1 kommt in den Rest. 226 ist in dem nächsten Theildividend 1238 5mal enthalten; 5mal 6 sind 30, und (8) sind 38; weil zu 30 noch 8 addirt werden mußte, um eine Zahl zu erhalten, welche an der Stelle der Einheiten die Ziffer 8 hat, so wird 8 als Rest unter 8 gesetzt; 5mal 2 sind 10, und die von 38 übriggebliebenen 3 Zehner sind 13, und (0) sind 13, die 0 wird unter 3 geschrieben, bleibt 1; 5mal 2 sind 10, und 1 sind 11, und (1) sind 12; die addirte 1 wird angeschrieben; u. s. w.

2) 9834178 : 3127 = 3144 $\frac{2890}{3127}$
4531
14047
15398
2890

Man drückt sich hier aus: 3 in 9 3mal; 3mal 7 sind 21, und (3) sind 24, bleiben 2; 3mal 2 sind 6, und 2 sind 8, und (5) sind 13, bleibt 1; 3mal 1 sind 3, und 1 sind 4, und (4) sind 8; 3mal 3 sind 9, geht auf, u. s. w.

3) 3890074 : 523 = 7438.
2299
1987
4184
″″″

4) 9145731 : 1428 = 6404 $\frac{819}{1428}$.
5777
6531
819

5) 67240644 : 799 = 84156.

6) 92456782 : 375 = 246551 $\frac{157}{376}$

7) 214396 : 52 = ?
8) 455784 : 84 = ?
9) 3890074 : 523 = ?
10) 719472 : 208 = ?
11) 1233567 : 5678 = ?
12) 8094026 : 3507 = ?
13) 27810934 : 79632 = ?
14) 27093582 : 285 = ?
15) 423987150362 : 9874156 = ?

§. 29.

4. Wenn im Divisor rechts Nullen vorkommen. Enthält der Divisor rechts Nullen, so wird auch das Produkt aus ihm und der jedesmaligen Ziffer des Quozienten rechts so viel Nullen haben, und daher von dem betreffenden Theildividend abgezogen, eben so viele niedrigste Ziffern desselben ungeändert lassen. Die jedesmalige Ziffer des Quozienten würde daher eben so richtig herauskommen, wenn man im Divisor die Nullen, und in jedem Theildividende rechts eben so viele Ziffern unberücksichtigt lassen würde; nur in dem letzten Reste, der nicht mehr dividirt werden kann, müssen auch die letzten Ziffern nothwendig vorkommen.

Aus diesem folgt:

Wenn im Divisor rechts Nullen vorkommen, so lasse man während der Division diese Nullen, und zugleich auch im Dividend eben so viele Ziffern zur Rechten unberücksichtiget; zum letzten Reste setze man dann diese Ziffern herab, und betrachte die dadurch entstehende Zahl als den Rest der ganzen Division.

Beispiele.

1) $578\!\mid\!23 : 7\!\mid\!00$; $82\frac{423}{700}$

Hier schneidet man im Dividende 2 Ziffern rechts ab, und dividirt die übrigbleibende Zahl 578 durch 7, wodurch man 82 erhält; zu dem Reste 4 hängt man die abgeschnittenen Ziffern 23 an, und schreibt darunter in Bruchform den ganzen Divisor.

2) $5783241 : 3700 = 1563\frac{141}{3700}$

208
233
112
141

3) $9457837 : 415000 = 22\frac{327837}{415000}$

1157
327837

4) $3344556677 : 11889900 = 289\frac{8375577}{11889900}$.

Anwendung der Division.

§. 30.

Die Division wird entweder als Vergleichung angewendet, wenn man untersuchen will, wie oft eine Zahl in einer andern enthalten ist; oder als Theilung, wenn man eine Zahl in mehrere gleiche Theile theilen, und die Größe eines solchen Theiles bestimmen will.

I. Die Division als Vergleichung.

Dabei müssen Dividend und Divisor gleichen Namen haben; der Quozient erscheint durch die Rechnung selbst als unbenannt, erhält aber dann den Namen nach der Natur der Aufgabe.

Aufgaben.

1) Zu einem Unternehmen braucht man 11250 fl.; wie viele Personen müssen dazu treten, damit auf jede eine Einlage von 450 fl. entfalle? — Offenbar so viele Personen, als wie oft 450 fl. in 11250 fl. enthalten sind; dieses erhält man, wenn man 11250 durch 450 dividirt; der Quozient ist 25, und bekommt der Natur der Aufgabe gemäß den Namen Personen; also: 25 Personen.

2) Wie viele Personen kann man mit 5952 fl. so betheilen, daß auf eine Person der Betrag von 48 fl. entfällt? — 124 Personen?

3) Böhmen erzeugt im Durchschnitte jährlich 13890150 Metzen Roggen; wenn man nun annimmt, daß 1 Joch 15 Metzen Roggen erträgt, wie viel Joch Ackergrund sind in Böhmen mit Roggen angebaut? — 926010 Joch.

4) Wie viel Gulden betragen 18720 Kreuzer? — 1 fl. hat 60 kr.; es werden daher 18720 kr. so viel Gulden ausmachen, als wie oft 60 kr. in 18720 kr. enthalten sind; man muß also 18720 durch 60 dividiren, wodurch man 312 erhält; folglich 312 fl.

5) Wie viel Pfund machen 4096 Loth? — 1 Pfd. hat 32 Loth; man muß daher untersuchen, wie oft 32 Lth. in 4096 Lth. enthalten sind; 4096 durch 32 dividirt gibt 128; also 128 Pfd.

6) 1 Elle kostet 6 fl.; wie viel Ellen bekommt man für 654 fl. — So viel Ellen, als wie oft 6 fl. in 654 fl. enthalten ist; also 109 Ellen.

7) Jemand schuldet eine Summe von 1692 fl., und will dieselbe mit Wein berichtigen; wie viel Eimer Wein muß er dafür geben, wenn der Eimer zu 18 fl. gerechnet wird? — 94 Eimer.

8) Wie viel Ztr. Kaffee muß man für 136 Ztr. Zucker geben, wenn 1 Ztr. Kaffee 32 fl., und 1 Ztr. Zucker 24 fl. kostet? — 136 Ztr. Zucker zu 24 fl. betragen 3263 fl.; in dieser Summe aber sind 32 fl. 102mal enthalten; die Antwort ist also: 102 Ztr. Kaffee.

9) Es soll eine 564 Fuß lange Wasserleitung mittelst Röhren von Blei ausgeführt werden; wie viele solche Röhren werden dazu erfordert, wenn eine jede 8 Fuß lang ist?

10) Wie viel Gulden betragen 720 Kreuzer, wie viel 3120, 7124, 3560, 13589 Kreuzer?

11) Wie viel Ellen bekommt man um 640 fl., wenn 1 Elle 5 fl. kostet?

12) 1 Ztr. kostet 23 fl.; wie viel Zentner erhält man für 756 fl., wie viel für 1150, 2312, 3115 fl.?

13) Die Militärgränze hatte im Jahre 1846 eine Bevölkerung

von 1226408 Seelen, wovon 1796 auf 1 □ Meile kamen; wie viel □ Meilen hat die Militärgränze?

14) Ein Fußboden, welcher 44 Fuß lang und 27 Fuß breit ist, soll mit Bretern von 11 Fuß Länge und 1 Fuß Breite belegt werden; wie viele Breter sind dazu erforderlich?

15) Wie viel Ziegelsteine zu 10 Zoll lang, 5 Zoll breit und 3 Zoll dick braucht man zu einer Mauer, welche 3060 Zoll lang, 300 Zoll breit und 78 Zoll dick ist?

16) Die österreichische Monarchie hat eine Fläche von 11575 Quadratmeilen; wie oft könnte darin das Herzogthum Salzburg, das nur 125 Quadratmeilen enthält, Platz haben?

17) Im Jahre 1846 starben

in Böhmen	128308	von	4347962	Lebenden,
„ Niederösterreich	50459	„	1494399	„
„ Krain	11973	„	466209	„
„ der Lombardie	81254	„	2696772	„

Auf wie viele Lebende kam in jedem dieser Kronländer ein Sterbefall?

§. 31.

II. Die Division als Theilung.

Dabei darf nur der Dividend eine benannte Zahl sein, der Divisor aber wird während der Rechnung als unbenannt betrachtet, und der Quozient bekommt denselben Namen, welchen der Dividend hat.

Aufgaben.

1) 25 Ztr. einer Waare kosten 375 fl.; wie hoch kommt 1 Ztr.? — 1 Ztr. ist der 25ste Theil von 25 Ztr.; daher wird 1 Ztr. auch nur den 25sten Theil von 375 fl. kosten; der 25ste Theil von 375 fl. wird gefunden, wenn man 375 fl. durch 25 dividirt; 25 ist in 375 15mal enthalten; 1 Ztr. kostet also 15 fl.

2) Was kostet 1 Ztr. Kupfer, wenn 31 Ztr. mit 1395 fl. bezahlt werden? — 45 fl.

3) In einem Garten will man 280 Bäume in 10 Reihen anpflanzen; wie viele Bäume wird man in jede Reihe setzen müssen? — 28 Bäume.

4) Ein Beamter hat jährlich 800 fl. Besoldung; wie viel bezieht er monatlich? — Ein Jahr hat 12 Monate, der Beamte wird also monatlich den 12ten Theil von 800 fl., d. i. $66\frac{8}{12}$ fl. beziehen.

5) Auf einer Eisenbahn wurden im Monate Dezember 49228 fl. eingenommen; wie hoch beläuft sich im Durchschnitte die tägliche Einnahme? — Dezember hat 31 Tage, die tägliche Ein-

nahme wird also den 31sten Theil von 49228 fl. betragen, nämlich 1588 fl.

6) Ein Gut trägt in 5 auf einander folgenden Jahren: 3584, 3072, 2378, 4135, 3261 fl.; wie viel ist der jährliche Ertrag im Durchschnitte? -- In 5 Jahren trägt das Gut 16430 fl., in einem Jahre also den 5ten Theil davon ein, also 3282 fl.

7) In einer Mühle werden in 48 Tagen 1004 Ztr. Mehl gemahlen; wie viel in 37 Tagen? — In 48 Tagen 1004 Ztr., in 1 Tage also der 48ste Theil davon: 1004 : 48 = 23; in 1 Tage also 23 Ztr., und in 37 Tagen 37mal 23 Ztr., d. i. 751 Ztr.

8) 29 Ellen Tuch kosten 203 fl.; was kosten 38 Ellen? — Wenn 29 Ellen 203 fl. kosten, so kostet 1 Elle den 29sten Theil von 203 fl., nämlich 7 fl; 38 Ellen aber werden 38mal 7 fl., d. i. 266 fl. kosten.

9) Ein Vater hinterläßt ein Vermögen von 8400 fl. Dieses soll unter seine Frau, 2 Söhne und 3 Töchter so vertheilt werden, daß die Mutter 4 Theile, jeder Sohn 3 Theile, und jede Tochter 2 Theile erhalte; wie viel bekommt die Mutter, und wie viel jedes Kind? — Die Mutter bekommt 4 Theile, jeder Sohn 3 Theile, somit beide Söhne 6 Theile, jede Tochter 2 Theile, somit alle 3 Töchter 6 Theile; alle zusammen bekommen also 16 Theile, und diese betragen 8400 fl., daher auf einen Theil 525 fl. entfallen; die Mutter bekommt nun 4 solche Theile, also 2100 fl, jeder Sohn 3 solche Theile, also 1575 fl.; jede Tochter 2 solche Theile, also 1050 fl.

10) Wie groß ist der 11te Theil von 37972?

11) Wie viel beträgt der 5te, 8te und 9te Theil von 3950 zusammengenommen?

12) Um wie viel ist das 23fache von 187 größer als der 17te Theil von 38760?

13) 849915 fl. sind unter 255 Personen zu vertheilen; wie viel kommt auf eine Person?

14) Das Kronland Schlesien hat 467420 Einwohner auf 89 Quadratmeilen; wie viele Einwohner kommen auf 1 Quadratmeile?

15) In einer Mühle werden in 25 Tagen 831 Ztr. Mehl gemahlen; wie viel in 1 Tage?

16) 65 Ztr kosten 2080 fl.; was kostet 1 Ztr.?

17) 56 Eimer Wein kosten 2016 fl.; wie hoch kommt 1 Eimer?

18) Jemand kauft 12 Joch Ackergrund um 1380 fl.; was kostet 1 Joch?

19) In Preußen bestanden am Schlusse des Jahres 1848 201 Sparkassen mit 239562 Interessenten und einer Kapitalsumme von 14355449 Thalern; wie viele Interessenten und

Thaler kommen im Durchschnitte auf eine Sparkasse, wie viel Thaler auf einen Interessenten?

20) Das Kronland Böhmen erzeugte im Jahre 1848 in 81 Spinnereien 6947533 Pfd. Baumwollgarn; wie viel Pfd. kommen im Durchschnitte auf eine Spinnerei?

21) Im Jahre 1848 wurden von den ärarischen Eisenprodukten verkauft: 105695 Ztr. Stabeisen um 1035811 fl., 9396 Ztr. Eisenblech um 134676 fl., 326 Ztr. Eisendraht um 6585 fl., 28740 Ztr. Stahl um 428226 fl.; wie hoch kommt im Durchschnitte ein Zentner von jedem dieser Produkte?

22) Auf der Wien-Gloggnitzer Bahn wurden im Jahre 1849 1088163 Personen befördert, wie viel kommen auf einen Tag?

23) Ein Kaufmann mischt dreierlei Kaffee; 8 Pfd. zu 36 kr., 9 Pfd. zu 30 kr. und 7 Pfd. zu 24 kr; was kostet 1 Pfd. von dem so gemischten Kaffee?

24) A gibt B 1025 Metzen Weizen zu 3 fl.; wie viel Eimer Wein muß dafür B an A abgeben, wenn der Eimer zu 25 fl. gerechnet wird?

25) Wenn 23 Ztr. einer Waare 828 fl. kosten, wie hoch kommen 65 Ztr.?

26) 14 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 6 Tagen; in wie viel Tagen kommen 12 Arbeiter damit zu Stande?

27) Wie viel Wiener Ellen beträgt das in Großbritannien jährlich gesponnene Baumwollgarn, wenn dasselbe in einem einzigen Faden die Erde, die einen Umfang von 5420 deutschen Meilen hat, 203775mal umfassen würde, und wenn auf 1 deutsche Meile 9526 Wiener Ellen gehen; wie vielmal würde jener Faden von der Erde zur Sonne reichen, wenn die Erde 21000000 Meilen von der Sonne entfernt ist?

28) 16 Maurer können eine Mauer in 40 Tagen aufführen; in wie viel Tagen wird dieselbe Mauer von 10 Arbeitern aufgeführt werden?

29) Jemand kauft 15 Eimer Wein zu 24 fl., 10 Eimer zu 18 fl. und 8 Eimer zu 15 fl.; wie hoch kommt im Durchschnitte 1 Eimer zu stehen?

30) Im Jahre 1830 hatte das Herzogthum Steiermark eine Bevölkerung von 885948, im Jahre 1846 von 1003074 Seelen; um wie viel hat die Volkszahl durchschnittlich in jedem Jahre zugenommen?

31) Im Jahre 1849 betrug in der österreichischen Monarchie mit Ausschluß von Ungarn und den Nebenländern die Zahl der Gebornen 924307, die Zahl der Verstorbenen 880754. Wie viele Geburten und wie viele Sterbefälle kamen im Durchschnitte auf 1 Tag?

32) Schlesien zählte im Jahre 1851, bei einer Bevölkerung von 472280 Seelen, 346 Volksschulen mit 51825 Schulbesu-

chenden. Auf wie viele Einwohner kommt im Durchschnitte eine Schule, und wie viel Schüler entfallen auf eine Schule?

33) Die atmosphärische Luft ist ein Gemenge aus Sauerstoffgas und Stickgas, und zwar so, daß von je 100 Theilen der atmosphärischen Luft 21 Raumtheile auf das Sauerstoffgas und 79 solche Theile auf das Stickgas kommen. Wie viel Kubikfuß von jeder dieser Gasarten sind in einem Raume enthalten, welcher 25 Fuß lang, 17 Fuß breit und 12 Fuß hoch ist?

VI. Vortheile beim Multipliziren und beim Dividiren.

a Multiplikazions-Vortheile.

§. 32.

1. Ein bei der Multiplikazion von je zwei mehrzifferigen Zahlen anwendbarer Vortheil ist das Einzählen des letzten Theilproduktes. Dieser Vortheil besteht darin, daß man mit den einzelnen Ziffern bis auf eine auf die gewöhnliche Art multiplizirt, unter den dadurch erhaltenen Theilprodukten einen Strich zieht, dann auch mit der letzten Ziffer multiplizirt, jedoch dieses Produkt sogleich während der Entwickelung an der gehörigen Stelle zur Summe der frühern Theilprodukte hinzuzählt.

Beispiele.

1) $\begin{array}{r} 39426 \times 347 \\ \hline 118278 \\ 157704 \\ \hline 12680822 \end{array}$

Hier sind zuerst die Theilprodukte für 3 und 4 entwickelt worden; darunter zieht man einen Strich, und multiplizirt noch mit 7; da 7 an der Stelle der Einheiten steht, so bedeutet auch die erste Stelle dieses Theilproduktes Einheiten, und muß rücksichtlich des zweiten Theilproduktes, dessen niederste Stelle Zehner bedeutet, um eine Stelle weiter gegen die Rechte hinauskommen, so daß erst die zweite Ziffer, welche Zehner bedeutet, zu den 4 Zehnern des zweiten Theilproduktes dazu gezählt wird. Man hat demnach: 7mal 6 sind 42 Einheiten, die 2 Einheiten werden um eine Stelle rechts hinausgeschrieben, die 4 Zehner weiter gezählt; 7mal 2 sind 14 Zehner, dazu werden die übrig gebliebenen 4 Zehner, und die 4 Zehner des zweiten Theilproduktes addirt, man erhält 22 Zehner, 2 Zehner werden angeschrieben, 2 Hunderte weiter gezählt; 7mal 4 sind 28 Hunderte, dazu zählt man zuerst die übrig gebliebenen 2 Hunderte, dann die 0 Hunderte des zweiten, und die 8 Hunderte des ersten Theilproduktes, man bekommt 38 Hunderte, 8 Hunderte schreibt man an, 3 Tausende werden weiter gezählt; 7mal 9 sind 63 Tausende, dazu die übrig gebliebenen 3 Tausende, dann die 7 Tausende des zweiten, und die 7 Tausende des ersten Theilproduktes, so hat man 80 Tausende, wovon 0 Tausende angeschrieben, 8 Zehntausende aber weiter gezählt werden, u. s. f. Man spricht, während man mit 7 multiplizirt: 7mal 6 sind 42, bleiben 4; 7mal 2 sind 14, 18, 22, bleiben 2; 7mal 4 sind 28, 30, 38, bleiben 3; 7mal 9 sind 63, 66, 73, 80, bleiben 8; 7mal 3 sind 21, 29, 36, 38, bleiben 3; 3, 8, 16, bleibt 1; 1, 2, 3; 1.

2) 59107 × 2508

472856
295535
148240356

Hier multiplizirt man zuerst mit 8, dann mit 5, endlich mit 2; da die niederste Stelle des letzten Theilproduktes Tausende bedeutet, so beginnt man dasselbe an der Stelle der Tausende einzuzählen, indem man sagt: 6; 5; 13, bleibt 1; 2mal 7 sind 14, 15, 18, 20, bleiben 2; 2mal 0 ist 0, 2, 7, 14, bleibt 1; 2mal 1 sind 2, 3, 8, 12, bleibt 1; 2mal 9 sind 18, 19, 28, bleiben 2; 2mal 5 sind 10, 12, 14.

3) 2345678 × 2093

4691356
21111102
4909504054

4) 80925 × 3257

566475
404625
161850
263572725

5) 17804 × 309 = 5501436;

6) 29148 × 287 = 8368346;

7) 215608 × 4279 = 922586632;

8) 93654 × 93648 = 8770509792.

2. **Wenn im Multiplikator die Ziffer 1 vorkommt**, so läßt man den Multiplikand ungeändert als das erste Theilprodukt stehen, multiplizirt ihn dann bloß mit den andern bedeutlichen Ziffern, und schreibt die dadurch erhaltenen Theilprodukte, bis auf das letzte, welches sogleich eingezählt wird, gehörig darunter.

Beispiele.

1) 34567 × 17 = 587639

2) 34567 × 71 = 2454257

3) 34567 × 107 = 3698669

In diesen drei Beispielen ließ man den Multiplikand als erstes Theilprodukt stehen, multiplizirte bloß mit 7 und zählte das Produkt sogleich während der Entwi lung an den gehörigen Stellen zum Multiplikand ein.

4) 24783 × 193
223047
4783119

5) 791046 × 4501
3955230
3560498046

6) 31087 × 318
93261
9885666

7) 93412 × 2019
186824
188598828

8) 4571245 × 7108 = 32492409460;

9) 2345678 × 1987 = 4660862186;

10) 7081643 × 2154 = 15253859022.

3. Mit 11 wird eine Zahl multiplizirt, wenn man die erste Ziffer rechts ungeändert anschreibt, dann zur ersten die zweite, zur zweiten die dritte, und überhaupt zu jeder Stelle die nächst höhere dazu addirt. — Von der Richtigkeit dieses Verfahrens überzeugt man sich, wenn man die Multiplikation auf die gewöhnliche Art verrichtet, und die Stellung betrachtet, in welcher die Ziffern des Multiplikands in den beiden Theilprodukten unter einander zu stehen kommen.

Beispiele.

1) 348524 × 11
3833764

Man spricht: 4 ist 4; 4 und 2 sind 6; 2 und 5 sind 7; 5 und 8 sind 13, bleibt 1, 1 und 8 sind 9, und 4 sind 13, bleibt 1; 1 und 4 sind 5, und 3 sind 8; 3 und 0 (welche man sich links von 3 denken kann), sind 3.

2) 4568912 × 11
50258032

3) 9235487 × 110
1015903570

§. 32.

4 Mit 25 wird eine Zahl multiplizirt, wenn man sie mit 100 multiplizirt, und das Produkt durch 4 dividirt. Denn, wenn man von dem 100fachen den 4ten Theil nimmt, so bekommt man gewiß das 25fache.

Eben so folgt:

Mit 125 wird eine Zahl multiplizirt, wenn man sie mit 1000 multiplizirt, und das Produkt durch 8 dividirt.

Beispiele.

1) 345678_{00} × 25
8641950

2) 7095806_{000} × 125
886975750

5. Wenn der Multiplikator ein Produkt zweier Faktoren ist, mit denen man bequem multipliziren kann, so mul=

tiplizirt man zuerst mit dem einen Faktor, und dann das Produkt mit dem andern Faktor.

Beispiele.

1) 39156 × 63
274092 × 7
2466828 × 9

Da 63 = 7 × 9 ist, so wird zuerst der Multiplikand mit 7, und das Produkt noch mit 9 multiplizirt; wenn man nämlich das 7fache einer Zahl 9mal nimmt, so bekommt man gewiß das 63fache.

2) 710983 × 420
4265898 × 6
298612860 × 70

3) 158437 × 5600
1109059 × 7
887247200 × 800

6. Wenn der Multiplikator an allen Stellen die Ziffer 9 hat, mit Ausnahme der niedersten Stelle, so addirt man zu den Einheiten so viel, daß man 10 zur Summe bekommt; dadurch erhält man 100, 1000, 1000, . . .; man multiplizirt nun zuerst mit 100, 1000, 10000, . . .; dann multiplizirt man noch mit der Ziffer, welche man zu den Einheiten dazu addiren mußte, und subtrahirt dieses zweite Produkt gleich während der Entwickelung vom ersten Produkte

Beispiele.

1) 563429_{00} × 97
54652613 100—3

Man addirt hier zu 97 noch 3 Einheiten, so erhält man 100; nun multiplizirt man den Multiplikand mit 100, indem man ihm zwei Nullen anhängt; aber dadurch bekommt man zu viel und zwar um das 3fache zu viel; man muß daher den Multiplikand noch mit 3 multipliziren, und dieses 3fache von dem früher erhaltenen 100fachen abziehen. Man spricht dabei: 3mal 9 sind 27, und (3) sind 30, bleiben 3; 3mal 2 sind 6, und 3 sind 9, und (1) sind 10, bleibt 1; 3mal 4 sind 12, und 1 sind 13, und 6 sind 19, bleibt 1; 3mal 3 sind 9, und 1 sind 10, und (2) sind 12; bleibt 1; 3mal 6 sind 18, und 1 sind 19, und (5) sind 24, bleiben 2; 3mal 5 sind 15, und 2 sind 17, und (6) sind 23, bleiben 2; 2 und (4) sind 6; 0 und (5) sind 5.

2) 130857_{000} × 998
130595286 1000—2

3) 6170892_{0000} × 9994
61671894648 10000 6

4) 9156723 × 991 = 9074312493;

5) 9387429 × 9998 = 93855515142.

7. Wenn der Multiplikator an allen Stellen die Ziffer 9 hat, mit Ausnahme der höchsten Stelle, so vermehrt man ihn um 1; dadurch erhält man eine Zahl, welche

aus einer einzigen bedeutlichen Ziffer mit rechts folgenden Nullen besteht; man multiplizirt nun mit dieser Zahl, und setzt das Produkt so unter den Multiplikand, daß zuerst die Nullen darunter zu stehen kommen, dann erst die übrigen Ziffern des Produktes; der Multiplikand wird sodann von dem darunter stehenden Produkte abgezogen.

Beispiele.

1) 37098 × 299
 11129400 300—1
 11092302

Addirt man zu 299 noch 1 dazu, so erhält man 300; multiplizirt man nun den Multiplikand mit 300, indem man zuerst zwei Nullen darunter schreibt, und dann mit 3 multiplizirt, so ist dieses Produkt um das 1fache des Multiplikands, d. i. um den Multiplikand selbst zu groß; man muß daher noch den darüber stehenden Multiplikand subtrahiren.

2) 415263 × 4999
 2076315000 5000—1
 2075899737

3) 27084 × 79999
 2166720000 80000—1
 2166692916

4) 9450683 × 799 = 7551095717;

5) 8427923 × 3999 = 33703264077.

Vermischte Beispiele.

1) 345108 × 19 = ?	2) 9081564 × 770 = ?
3) 7912354 × 351 = ?	4) 4162239 × 439 = ?
5) 8091665 × 125 = ?	6) 1357986 × 9991 = ?
7) 2658479 × 490 = ?	8) 395807 × 1738 = ?
9) 1703562 × 499 = ?	10) 5510899 × 105 = ?

11) 345863 × 23 + 179234 × 71 — 482103 × 25 = ?

12) 790142 × 998 — 21378 × 125 — 312194 × 35 = ?

b) Divisionsvortheile.

§. 33.

1. Durch 25 wird eine Zahl dividirt, wenn man sie mit 4 multiplizirt, und das Produkt durch 100 dividirt. Denn, 25 wird in einer Zahl sicher gerade so oft enthalten sein, als 100 in einer viermal so großen Zahl.

Eben so folgt:

Durch 125 wird eine Zahl dividirt, wenn man sie mit 8 multiplizirt, und das Produkt durch 1000 dividirt.

Beispiele.

1) $35875 : 25$ — $1435\cdot00 = 1435$

2) $1234567 : 125$ — $9876\cdot536 = 9076\frac{536}{1000}$.

2. **Wenn der Divisor ein Produkt zweier Faktoren ist**, durch welche man bequem dividiren kann, so dividirt man zuerst durch einen Faktor, und dann den Quozienten durch den andern Faktor.

Beispiele.

1)
$$\begin{array}{r}155422 : 48\\ \hline 25908 : 6\\ \hline 3238 : 8\end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r}2373840 : 630\\ \hline 33912 : 70\\ \hline 3768 : 9\end{array}$$

VII. Theilbarkeit der Zahlen.

§. 34.

Eine Zahl heißt durch eine andere **theilbar**, wenn sie durch dieselbe dividirt keinen Rest zurückläßt. Z. B. 24 ist durch 6 theilbar, weil 24 durch 6 dividirt 4 zum Quozienten gibt, und kein Rest übrig bleibt; dagegen ist 27 durch 6 nicht theilbar, weil bei der Division von 27 durch 6 ein Rest übrig bleibt.

Jede Zahl ist durch **eins** und durch **sich selbst** theilbar. Jene Zahlen nun, welche nur durch 1 und durch sich selbst theilbar sind, heißen **Primzahlen**; z. B. 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 u. s. w. Diejenigen Zahlen aber, welche nicht nur durch 1 und durch sich selbst, sondern auch noch durch andere Zahlen theilbar sind, heißen **zusammengesetzte Zahlen**; z. B 12 ist durch 1 und 12, aber überdieß auch noch durch 2, 3, 4, 6 theilbar; 12 ist also eine zusammengesetzte Zahl.

Wenn eine Zahl durch eine andere theilbar ist, so heißt der Divisor ein **Theiler** oder ein **Maß** des Dividends, und der Dividend ein **Vielfaches** des Divisors. Z. B. 18 ist durch 6 theilbar, 6 ist daher ein Maß von 18, und 18 ist ein Vielfaches von 6.

Wenn zwei oder mehrere Zahlen durch dieselbe Zahl theilbar sind, so heißt diese ein **gemeinschaftliches Maß** von jenen Zahlen; z. B. 24 und 16 sind beide durch 8 theilbar, 8 ist also ein gemeinschaftliches Maß von 24 und 16; eben so ist 5 ein gemeinschaftliches Maß von 10, 20, 50. Haben zwei oder mehrere Zahlen mehrere gemeinschaftliche Maße, so wird das größte unter ihnen das **größte gemeinschaftliche Maß** jener Zahlen genannt: z. B. 12, 24, 36, 60 haben die Zahlen 2, 3, 4, 6, 12 zu gemeinschaftlichen Maßen, die Zahl 12 aber ist ihr größtes gemeinschaftliches Maß.

Eins ist ein gemeinschaftliches Maß aller Zahlen; darum pflegt man Eins nicht mit zu begreifen, wenn von den gemeinschaftlichen Maßen mehrerer Zahlen die Rede ist. Zahlen, welche außer der Einheit kein anderes gemeinschaftliches Maß haben, heißen Primzahlen untereinander, oder relative Primzahlen. So sind 5 und 13 relative Primzahlen, eben so die Zahlen 7 und 15, die Zahlen, 8, 9 und 25.

Eine Zahl, welche durch zwei oder mehrere andere Zahlen theilbar ist, heißt ein gemeinschaftliches Vielfaches von diesen Zahlen; z. B. 24 ist durch 8 und 12 theilbar, es ist also 24 ein gemeinschaftliches Vielfaches von 8 und 12; eben so ist 60 ein gemeinschaftliches Vielfaches von 2, 3, 5, 12, 20. Die kleinste Zahl, welche durch mehrere andere theilbar ist, heißt das kleinste gemeinschaftliche Vielfache dieser Zahlen; z. B. die Zahlen 3, 4, 6, 10 haben die Zahlen 60, 120, 180, 240, . . . zu gemeinschaftlichen Vielfachen, die Zahl 60 ist aber das kleinste gemeinschaftliche Vielfache für jene Zahlen.

Zahlen, welche an der Stelle der Einheiten 0, 2, 4, 6 oder 8 haben, heißen gerade Zahlen; Zahlen dagegen, welche an der Stelle der Einheiten 1, 3, 5, 7, 9 haben, werden ungerade Zahlen genannt.

§. 35.

1. Durch 2 sind alle geraden Zahlen theilbar; z. B. 30, 52, 184, 3756, 10878; die ungeraden Zahlen sind dagegen nicht durch 2 theilbar, als 51, 243, 565, 2687, 30649.

Diese Regel läßt sich auf folgende Art begründen: Alle Zehner, Hunderte, Tausende, . . . sind durch 2 theilbar; es kommt also nur auf die Einheiten an, kommen entweder gar keine Einheiten vor, oder steht an der Stelle der Einheiten eine durch 2 theilbare Zahl, nämlich 2, 4, 6, 8, so muß auch die ganze Zahl durch 2 theilbar sein. Eine Zahl ist demnach durch 2 theilbar, wenn sie an der Stelle der Einheiten 0, 2, 4, 6, 8 hat, d. i. wenn sie eine gerade Zahl ist.

Welche von den Zahlen 12, 38, 59, 1235, 2184, 19326, 93128, 13020, 35731, 24689, 70314 sind durch 2 theilbar, welche nicht?

2. Durch 3 sind alle Zahlen theilbar, deren Ziffernsumme durch 3 theilbar ist. Z. B. 53682 ist durch 3 theilbar, weil die Ziffernsumme $5 + 3 + 6 + 8 + 2 = 24$ durch 3 theilbar ist; eben so sind 75, 273, 38124, 705492 durch 3 theilbar.

Um die Richtigkeit dieser Regel einzusehen, stelle man folgende Betrachtungen an: 10 durch 3 dividirt gibt 3 zum Quozienten und

1 zum Reste; 20 durch 3 dividirt gibt 6 mit dem Reste 2; 30 durch 3 dividirt, kann man gleich 9 setzen und 3 als Rest annehmen; 40 durch 3 dividirt kann gleich 12 mit dem Reste 4 angenommen werden u. s. w. Wenn man also 1 Zehner durch 3 dividirt, so bleibt 1 als Rest; dividirt man 2 Zehner durch 3, so erhält man 2 als als Rest; überhaupt, so viele Zehner durch 3 dividirt werden, eben so viele Einheiten kann man als Rest der Division annehmen. Ferner: wenn 1 Hundert durch 3 dividirt wird, so bleibt auch 1 als Rest; werden 2, 3, 4, . . . Hunderte durch 3 dividirt, so kann man 2, 3, 4, . . . als Reste annehmen. Dasselbe gilt von den Tausenden, Zehntausenden u. s. w. Wenn man daher die Zehner, Hunderte, Tausende, . . . durch 3 dividirt, so kann man die Ziffern selbst, welche an der Stelle der Zehner, Hunderte, Tausende, . . . stehen, als Reste der Division ansehen: ist nun die Summe aus allen diesen Resten und aus den Einheiten durch 3 theilbar, so ist es auch die ganze Zahl. Jene Reste aber und die Einheiten zusammengenommen bilden eben die Ziffernsumme Folglich ist eine Zahl durch 3 theilbar, wenn ihre Ziffernsumme durch 3 theilbar ist.

Beim Addiren der Ziffern läßt man die 3, 6 und 9 weg.

Man gebe von den nachfolgenden Zahlen diejenigen an, welche durch 3 theilbar sind: 1540, 5926, 5028, 38017, 12345, 67089, 791426, 310629.

3. Durch 4 sind alle Zahlen theilbar, deren zwei niedrigste Stellen als Zahl betrachtet durch 4 theilbar sind. Z. B. 3512 ist durch 4 theilbar, weil die Zahl 12, welche aus den zwei niedrigsten Stellen besteht, durch 4 theilbar ist; eben so sind die Zahlen 132, 5704, 18720 durch 4 theilbar.

Begründung dieser Regel: Alle Hunderte sind durch 4 theilbar, eben so alle Tausende, Zehntausende u. s. w; ist es auch die Zahl, die aus den Zehnern und Einheiten, d. i. aus den zwei niedrigsten Stellen zusammengesetzt ist, so ist die ganze Zahl durch 4 theilbar.

Sind die Zahlen 3924, 1038, 5916, 81033, 79062, 18752, 36516, 24300, 132930, 174636 durch 4 theilbar oder nicht?

4. Durch 5 sind alle Zahlen theilbar, welche an der Stelle der Einheiten, 0 oder 5 haben; z. B. 10, 35, 1225, 38400.

5. Durch 10, 100, 1000, . . . sind alle Zahlen theilbar, welche rechts 1, 2, 3, . . . Nullen haben. So sind die Zahlen 120, 2300 durch 10; die Zahlen 2400, 308000 durch 100; die Zahlen 35000, 27800000 durch 1000 theilbar.

Die Regeln für die Theilbarkeit durch 5, ferner durch 10, 100, 1000, . . . wird der Anfänger nach dem Vorhergehenden von selbst zu begründen im Stande sein.

Welche von den Zahlen 718, 3105, 2346, 1157, 8245, 784251 sind durch 3 theilbar, welche nicht?

Welche von den Zahlen 452, 712, 3126, 3860, 13132, 89442 sind durch 4 theilbar?

Man gebe an, durch welche von den Zahlen 2, 3, 4, 5, 9, 10 die nachfolgenden Zahlen theilbar sind: 312, 1840, 23548, 150180, 652410.

Durch welche Zahlen lassen sich die Zahlen 31704, 219350, 150800, 793168, 321625, 821425000 ohne Rest theilen?

Man hat auch Kennzeichen für die Theilbarkeit durch andere, als die bisher betrachteten Zahlen, allein sie sind viel verwickelter, und darum minder brauchbar; auch reicht es für die Ausübung hin, die Regeln für die Theilbarkeit durch 2, 3, 4, 5, 10, 100 1000 zu kennen.

§. 36.

Wenn man mehrere Zahlen mit einander multiplizirt, so wird das Produkt gewiß durch jede dieser Zahlen theilbar sein; das Produkt mehrerer Zahlen ist also immer ein gemeinschaftliches Vielfaches derselben. Sind diese Zahlen Primzahlen unter einander, so ist ihr Produkt zugleich ihr kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches; sind aber zwei oder mehrere unter den Zahlen durch eine gemeinschaftliche Zahl theilbar, so haben sie auch kleinere gemeinschaftliche Vielfache, als es ihr Produkt ist.

Um nun das Verfahren zu entwickeln, nach welchem in jedem Falle das kleinste gemeinschaftliche Vielfache mehrerer Zahlen gefunden werden kann, nehme man erstlich an, daß einige kleinere Zahlen in den größeren ohne Rest enthalten sind. Das Vielfache, welches durch die größeren Zahlen theilbar ist, wird gewiß auch durch alle kleineren Zahlen, die in jenen größeren als Faktoren vorkommen, theilbar sein. Läßt man daher unter mehreren gegebenen Zahlen diejenigen, die in anderen größeren ohne Rest enthalten sind, hinweg, so muß das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der übrig gebliebenen größeren Zahlen auch das kleinste gemeinschaftliche Vielfache aller gegebenen Zahlen sein. — Haben ferner zwei oder mehrere Zahlen, ohne gerade durch einander theilbar zu sein, ein gemeinschaftliches Maß, so wird das Vielfache, welches dieses gemeinschaftliche Maß nur einmal, und zugleich von jeder Zahl alle übrigen Faktoren in sich enthält, gewiß durch alle jene Zahlen theilbar sein. Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache mehrerer Zahlen wird daher nicht geändert, wenn man, anstatt der Zahlen, die ein gemeinschaftliches Maß haben, dieses Maß und die Quozienten setzt, welche zum Vorschein kommen, wenn man jede dieser Zahlen durch das gemeinschaftliche Maß dividirt.

Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von mehreren gegebenen Zahlen wird daher durch folgendes Verfahren gefunden:

1. Man schreibt alle Zahlen in eine Reihe neben einander, und

streicht die kleineren Zahlen, welche in den größeren ohne Rest enthalten sind, durch.

2. Nun sieht man, ob nicht zwei oder mehrere der übrig gebliebenen Zahlen ein gemeinschaftliches Maß haben. Ist dieses der Fall, so schreibt man dieses Maß links heraus, und dividirt durch alle Zahlen, deren Maß es ist; die Quozienten, so wie die nicht theilbaren Zahlen schreibt man in eine darunter befindliche Reihe neben einander.
3. Mit dieser neuen Reihe verfährt man eben so, wie mit der ursprünglich gegebenen, und wiederholt dieses Verfahren so lange, bis man zuletzt eine Reihe erhält, in welcher nur mehr relative Primzahlen vorkommen.
4. Multiplizirt man dann die in der letzten Reihe befindlichen relativen Primzahlen und die links angesetzten gemeinschaftlichen Maße mit einander, so ist das Produkt das kleinste gemeinschaftliche Vielfache aller gegebenen Zahlen.

Beispiele.

1) Man suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von 5, 11, 16, 21. Da diese Zahlen Primzahlen unter einander sind, so ist ihr Produkt $5 \times 11 \times 16 \times 21 = 18480$ selbst das verlangte kleinste gemeinschaftliche Vielfache.

2) Es soll die kleinste Zahl gefunden werden, welche durch die Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 60 theilbar ist.

Da hier alle kleineren Zahlen in der größten 60 ohne Rest enthalten sind, so ist 60 das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der gegebenen Zahlen.

3) Man suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache für die Zahlen 2, 3, 5, 8, 12, 18, 28, 40.

	~~2~~,	~~3~~,	~~5~~,	~~8~~,	12,	18,	28,	40
2					6,	9,	14,	20
2					~~3~~,	9,	7,	10

Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache ist also:

$$9 \times 7 \times 10 \times 2 \times 2 = 2520.$$

4) Es soll das kleinste gemeinschaftliche Vielfache zwischen den Zahlen 2, 3, 5, 20, 30, 48, 72, 112 gesucht werden.

	~~2~~,	~~3~~,	~~5~~,	20,	30,	48,	72,	112
2				10,	15,	24,	36,	56
2				~~5~~,	15,	12,	18,	28
2					15,	6,	9,	14
2					15,	~~3~~,	9,	7
3					5,		3,	7

Es ist also $5 \times 3 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 5040$ das gesuchte kleinste gemeinschaftliche Vielfache.

Man suche noch das kleinste gemeinschaftliche Vielfache:

5) zwischen 5 und 8; 6) zwischen 3 und 12;
7) zwischen 8 und 12; 8) zwischen 3, 4 und 5;
9) zwischen 2, 6, 30; 10) zwischen 4, 6, 9;
11) zwischen 2, 4, 8, 16, 3, 9, 27, 6, 12, 24;
12) zwischen 3, 5, 7, 8, 18, 20, 35, 42, 50;
13) zwischen 5, 12, 8, 10, 21, 28, 30, 15, 60.

Zweiter Abschnitt.

Das Rechnen mit unbenannten oder einnamigen gebrochenen Zahlen.

---

§. 37.

Eine Zahl, welche einen Theil der Einheit ein- oder mehrmal in sich enthält, wird eine gebrochene Zahl oder ein Bruch genannt.

Ein Bruch entsteht also, wenn man die Einheit in mehrere gleiche Theile theilt, und einen oder mehrere solche gleiche Theile nimmt. Wird die Einheit z. B. in fünf gleiche Theile getheilt, so heißt jeder solche Theil ein Fünftel; ein Fünftel, zwei Fünftel, drei Fünftel, vier Fünftel, fünf Fünftel, sechs Fünftel, . . . sind demnach Brüche.

Das Entstehen der Brüche kann sehr zweckmäßig durch mehrere gleich lange Linien, welche man folgeweise in 2, 3, 4, 5, . . . gleiche Theile theilt, anschaulich gemacht werden.

Aus dem Begriffe eines Bruches geht hervor, daß zu dessen Bestimmung zwei Sachen erforderlich sind; erstlich muß man wissen, in wie viele gleiche Theile die Einheit getheilt ist, und dann, wie viele solche Theile zu nehmen sind. Um also einen Bruch auszudrücken, braucht man zwei Zahlen: die eine, welche anzeigt, in wie viele gleiche Theile die Einheit getheilt ist, welche also die Art der Theile angibt oder die Theile benennt, und darum der Nenner heißt; die andere, welche anzeigt, wie viele solche Theile zu nehmen sind, welche also die Theile zählt, und darum der Zähler genannt wird. Z. B. in dem Bruche drei Fünftel ist die Zahl 5 der Nenner, und zeigt an, daß die Einheit in 5 gleiche Theile getheilt wurde; 3 ist der Zähler und gibt an, daß man 3 solche gleiche Theile genommen habe.

Man schreibt den Nenner unter den Zähler, und setzt zwischen beide einen Strich. Z. B. der Bruch drei Fünftel wird durch $\frac{3}{5}$ oder $^3/_5$ dargestellt.

Man unterscheidet gemeine und Dezimalbrüche. Dezimal- oder zehntheilige Brüche heißen diejenigen, deren

Nenner 10, 100, 1000, . . . überhaupt 1 mit lauter Nullen ist; alle übrigen werden **gemeine Brüche** genannt. So sind:

$\frac{7}{10}$, $\frac{37}{100}$, $\frac{51}{1000}$, $\frac{39043}{10000}$, Dezimalbrüche,
$\frac{7}{8}$, $\frac{23}{36}$, $\frac{17}{60}$, $\frac{347}{11000}$, . . . gemeine Brüche.

I. Gemeine Brüche.

1. Erklärungen und allgemeine Regeln.

§. 38.

Die gemeinen Brüche werden in **echte** und **unechte** eingetheilt.

Ein **echter** Bruch ist derjenige, dessen Zähler kleiner ist als der Nenner; jeder andere Bruch, dessen Zähler entweder gleich dem Nenner oder größer als der Nenner ist, heißt ein **unechter** Bruch; z. B.

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{49}{128}$ sind echte,
$\frac{2}{2}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{11}{6}$, $\frac{43}{15}$, $\frac{1927}{128}$ sind unechte Brüche.

Ein echter Bruch ist immer kleiner als die Einheit; ein unechter Bruch dagegen ist der Einheit gleich oder größer als die Einheit. Dieses erhellet schon aus dem Begriffe des Zählers und des Nenners. Man kann sich davon auch überzeugen, wenn man die Brüche durch Linien versinnlichet, oder wenn man echte und unechte Guldenbrüche betrachtet, und untersucht, ob sie kleiner, gleich oder größer als ein ganzer Gulden sind. 1 fl. hat 60 kr.; $\frac{1}{5}$ fl. ist daher gleich 12 kr.; $\frac{2}{5}$ fl. $=$ 24 kr.; $\frac{3}{5}$ fl. $=$ 36 kr.; $\frac{4}{5}$ fl. $=$ 48 kr.; ferner $\frac{5}{5}$ fl. $=$ 60 kr.; $\frac{6}{5}$ fl. $=$ 72 kr.; u. s. w.

Eine Zahl, welche aus einer ganzen Zahl und aus einem angehängten Bruche besteht, heißt eine **gemischte Zahl**, z. B. $5\frac{3}{4}$, $57\frac{3}{16}$, $3024\frac{35}{54}$.

§. 39.

Jeder Bruch kann als ein angezeigter Quozient angesehen werden, worin der Zähler als Dividend, und der Nenner als Divisor vorkommt.

Um z. B. den Bruch $\frac{3}{5}$ zu erhalten, muß man die Einheit in 5 gleiche Theile theilen, und 3 solche Theile nehmen; allein dasselbe bekommt man auch, wenn man 3 Einheiten in 5 gleiche Theile theilt, aber nur einen solchen Theil nimmt; 3 in 5 gleiche Theile theilen, und einen solchen Theil angeben, heißt aber nichts anderes, als 3 durch 5 dividiren. Es ist demnach $\frac{3}{5} = 3 : 5$. Dieselben Schlüsse lassen sich auch durchführen, wenn man als Zähler und Nenner was immer für zwei andere Zahlen annimmt.

Durch den hier erwiesenen Satz ist nun auch das Verfahren gerechtfertiget, nach welchem bei der Division, wenn zuletzt ein Rest übrig bleibt, welcher sich durch den Divisor nicht mehr dividiren läßt, dieser Rest als Zähler eines Bruches angenommen wird dessen Nenner der Divisor ist. Der Quozient ist in diesem Falle eine gemischte Zahl.

Da jeder Bruch als ein angezeigter Quozient anzusehen ist, so folgt von selbst, daß man, um aus einem unechten Bruche die darin enthaltenen Ganzen zu finden, nur den Zähler durch den Nenner zu dividiren braucht. Z. B.

$$\frac{12}{2} = 6;\ \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2};\ \frac{378}{11} = 378 : 11 = 34\frac{4}{11}.$$

So oft das Endresultat einer Rechnung ein unechter Bruch ist, muß man immer die Ganzen herausziehen.

Jede ganze Zahl kann in einen Bruch von beliebigem Nenner verwandelt werden. Ist z. B. 5 als ein Bruch vom Nenner 6 darzustellen, so macht man folgende Schlüsse: 1 Ganzes hat 6 Sechstel, 5 Ganze haben also 5mal 6 Sechstel, d. i. 30 Sechstel; folglich $5 = \frac{30}{6}$. Man hat hier die ganze Zahl 5 mit dem Nenner 6 multiplizirt; das Produkt ist der Zähler des verlangten Bruches.

Um daher eine ganze Zahl in einen Bruch, dessen Nenner gegeben ist, zu verwandeln, multiplizirt man die ganze Zahl mit dem gegebenen Nenner; dieses Produkt setzt man als Zähler, und den gegebenen Nenner als Nenner des gesuchten Bruches. Z. B.:

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \frac{10}{10} = \frac{126}{126};$$
$$3 = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{15}{5} = \frac{30}{10} = \frac{378}{126};$$
$$16 = \frac{80}{5};\ 27 = \frac{270}{10};\ 512 = \frac{6144}{12}.$$

Jede gemischte Zahl kann in einen unechten Bruch verwandelt werden.

Man verwandle z. B. die gemischte Zahl $3\frac{5}{8}$ in einen Bruch. Zuerst müssen 3 Ganze auf Achtel gebracht werden, 1 Ganzes hat 8 Achtel, also 3 Ganze 3mal 8 Achtel, d. i. 24 Achtel; setzt man nun noch die 5 Achtel dazu, so hat man 29 Achtel; es ist also $3\frac{5}{8} = \frac{29}{8}$. Hier wurde die ganze Zahl 3 mit dem Nenner 8 multiplizirt, und zu dem Produkte 24 der Zähler 5 addirt; die Summe ist der Zähler des unechten Bruches.

Um daher eine gemischte Zahl in einen unechten Bruch zu verwandeln, was man das Einrichten der gemischten Zahl nennt, so multiplizirt man die ganze Zahl mit dem Nenner und addirt zum Produkte den Zähler; diese Summe ist der Zähler, der Nenner wird ungeändert beibehalten. Z. B.:

$$1\frac{1}{3} = \frac{4}{3};\ 8\frac{7}{8} = \frac{71}{8};\ 318\frac{9}{15} = \frac{4779}{15}.$$

Man verwandle folgende gemischte Zahlen in unechte Brüche:

$$3\frac{4}{5},\ 8\frac{3}{10},\ 37\frac{2}{7},\ 15\frac{12}{13},\ 311\frac{5}{16},\ 238\frac{17}{20},\ 834\frac{32}{125},\ 702\frac{27}{400}.$$

§. 40.

Wenn man den Zähler eines Bruches vergrößert, ohne dabei den Nenner zu ändern, so wird der Werth des Bruches größer, weil man dadurch mehrere eben so große Theile erhält. So sind z. B. 4 Drittel 2mal so viel als 2 Drittel, 6 Drittel 3mal so viel als 2 Drittel, 16 Drittel 8mal so viel als 2 Drittel. Man kann dieses, von dessen Richtigkeit man sich auch durch Bestimmung der Guldenbrüche, oder durch Eintheilung einer Linie überzeugen kann, so schreiben:

$$\tfrac{2}{3} \times 2 = \tfrac{4}{3};\ \tfrac{2}{3} \times 3 = \tfrac{6}{3};\ \tfrac{2}{3} \times 8 = \tfrac{16}{3}.$$

Ein Bruch wird also mit einer ganzen Zahl multiplizirt, wenn man den Zähler damit multiplizirt, den Nenner aber ungeändert läßt. Z. B.

$$\tfrac{3}{16} \times 5 = \frac{3 \times 5}{16} = \tfrac{15}{16};\ \tfrac{7}{8} \times 13 = \frac{7 \times 13}{8} = \tfrac{91}{8} = 11\tfrac{3}{8};$$

$$\tfrac{39}{50} \times 11 = \tfrac{429}{50} = 8\tfrac{29}{50};\ \tfrac{125}{216} \times 35 = \tfrac{4375}{216} = 20\tfrac{55}{216}.$$

Ein Bruch kann auch noch auf eine andere Art mit einer ganzen Zahl multiplizirt werden.

Wenn der Nenner eines Bruches kleiner wird, der Zähler aber ungeändert bleibt, so wird der Werth des Bruches größer; denn in je weniger Theile die ganze Einheit getheilt wird, desto größer sind die einzelnen Theile, folglich auch desto größer eben so viele solche Theile zusammengenommen. Nimmt man z. B. den Bruch $\tfrac{3}{16}$, und dividirt den Nenner durch 4, so erhält man $\tfrac{3}{4}$; in beiden Fällen hat man 3 Theile zu nehmen, allein im ersten Falle sind es 3 Sechszehntel, im zweiten 3 Viertel; nun ist ein Viertel 4mal so groß als 1 Sechszehntel, also ist auch $\tfrac{3}{4}$ 4mal so groß als $\tfrac{3}{16}$, oder $\tfrac{3}{16} \times 4 = \tfrac{3}{4}$.

Ein Bruch wird demnach mit einer ganzen Zahl auch multiplizirt, wenn man den Nenner dadurch dividirt und den Zähler ungeändert läßt. Z. B.:

$$\tfrac{7}{20} \times 2 = \frac{7}{20:2} = \tfrac{7}{10};\ \tfrac{13}{100} \times 4 = \frac{13}{100:4} = \tfrac{13}{25};$$

$$\tfrac{4}{15} \times 5 = \tfrac{4}{3} = 1\tfrac{1}{3};\ \tfrac{71}{512} \times 64 = \tfrac{71}{8} = 8\tfrac{7}{8}.$$

Diese zweite Art des Multiplizirens kann offenbar nur dann angewendet werden, wenn der Nenner des Bruches durch die ganze Zahl theilbar ist.

Man verrichte folgende Multiplikazionen:

1) $\tfrac{17}{18} \times 9$.	2) $\tfrac{7}{20} \times 19$.	3) $\tfrac{19}{21} \times 7$.
4) $\tfrac{8}{35} \times 12$.	5) $\tfrac{13}{40} \times 10$.	6) $\tfrac{57}{80} \times 27$.
7) $\tfrac{123}{125} \times 75$.	8) $\tfrac{785}{1234} \times 927$.	9) $\tfrac{4708}{5625} \times 25$.

§. 41.

Wenn man den Zähler eines Bruches 2, 3, 4mal kleiner annimmt, den Nenner aber ungeändert läßt, so erhält man 2, 3, 4mal weniger eben so große Theile, also wird auch der Werth des neuen Bruches 2, 3, 4mal kleiner ausfallen. Daraus folgt:

Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividirt, wenn man den Zähler dadurch dividirt, den Nenner aber ungeändert läßt. Z. B.:

$$\frac{12}{25} : 3 = \frac{12 : 3}{24} = \frac{4}{25};\ \frac{16}{21} : 8 = \frac{16 : 8}{21} = \frac{2}{21};$$

$$\frac{60}{67} : 12 = \frac{5}{67};\ \frac{36}{225} : 18 = \frac{2}{215}.$$

Das hier begründete Verfahren, einen Bruch durch eine ganze Zahl zu dividiren, kann offenbar nur dann angewendet werden, wenn der Zähler durch die ganze Zahl theilbar ist. Es gibt übrigens noch eine zweite Art, eine solche Division zu verrichten.

Wenn der Nenner eines Bruches 2, 3, 4mal größer wird, ohne daß sich der Zähler ändert, so bekommt man eben so viele, aber 2, 3, 4mal kleinere Theile, also wird der Bruch selbst 2, 3, 4mal kleiner, als er früher war.

Ein Bruch wird also durch eine ganze Zahl auch dividirt, wenn man den Nenner damit multiplizirt, und den Zähler ungeändert läßt. Z. B.:

$$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4 \times 2} = \frac{3}{8};\ \frac{15}{22} : 4 = \frac{15}{22 \times 4} = \frac{15}{88};$$

$$\frac{37}{12} : 10 = \frac{37}{120};\ \frac{225}{313} : 8 = \frac{225}{2504}.$$

Es sollen noch folgende Divisionen ausgeführt werden:

1) $\frac{12}{17} : 4$;	2) $\frac{13}{27} : 8$;	3) $\frac{125}{134} : 25$;
4) $\frac{216}{625} : 12$;	5) $\frac{317}{451} : 23$;	6) $\frac{1247}{3579} : 30$;
7) $\frac{91}{327} : 13$;	8) $\frac{1893}{2579} : 216$;	9) $\frac{3785}{9208} : 4239$.

§. 42.

Der Werth eines Bruches wird nicht geändert, wenn man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplizirt. — Denn: wird der Zähler z. B. mit 4 multiplizirt, so erhält man 4mal so viele Theile, als ihrer der frühere Bruch enthielt; wird nun zugleich auch der Nenner mit 4 multiplizirt, so werden die einzelnen Theile 4mal kleiner ausfallen als die früheren; man erhält also im Ganzen 4mal so viele, aber 4mal kleinere Theile, so daß der Bruch denselben Werth behält, den er früher hat. — Die Richtigkeit dieses Satzes kann man auch so erweisen: wenn man den Zähler mit 4 multiplizirt, so wird auch der Bruch mit 4 multiplizirt, man erhält also 4mal so viel; wird der Nenner mit 4 multiplizirt, so wird der Bruch durch 4 dividirt, man erhält also nur den 4ten Theil des früheren; wird aber eine Zahl 4mal, und davon wieder der 4te Theil genommen, so bleibt die ursprüngliche Zahl ungeändert. — Dieser Satz läßt sich überdieß durch Eintheilung von Linien oder durch Betrachtung von Guldenbrüchen beleuchten.

Es ist z. B.

$$\tfrac{1}{2} = \tfrac{2}{4} = \tfrac{3}{6} = \tfrac{5}{10} = \tfrac{6}{12} = \tfrac{10}{20} = \tfrac{15}{30} = \tfrac{30}{60}.$$

Betrachtet man diese Brüche als Guldentheile, so bedeutet jeder derselben 30 Kreuzer.

Der Werth eines Bruches bleibt unverändert, wenn man Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividirt. — Denn: wird der Zähler z. B. durch 4 dividirt, so erhält man 4mal weniger Theile; wenn man nun zugleich auch den Nenner durch 4 dividirt, so werden die einzelnen Theile 4mal größer; man hat also 4mal weniger, aber 4mal größere Theile; folglich ist der Bruch ungeändert geblieben. — Der Beweis könnte auch so geführt werden: wenn man den Zähler durch 4 dividirt, so wird auch der Bruch durch 4 dividirt, man erhält also nur den 4ten Theil des früheren Bruches; wird der Nenner durch 4 dividirt, so wird der Bruch mit 4 multiplizirt, also 4mal genommen; wenn man aber von einer Zahl zuerst den 4ten Theil nimmt, und diesen 4ten Theil wieder 4mal setzt, so erhält man die ursprüngliche Zahl.

Es ist z. B.

$$\tfrac{24}{60} = \tfrac{12}{30} = \tfrac{6}{15} = \tfrac{2}{5}.$$

Zur noch größeren Einsicht kann man diese letzten Brüche als Guldentheile betrachten, und durch Kreuzer ausdrücken.

Nach den eben erwiesenen zwei Sätzen kann demnach die Form eines Bruches auf zweifache Art geändert werden, ohne daß sich dabei der Werth des Bruches ändert; entweder indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplizirt, oder indem man beide durch dieselbe Zahl dividirt.

§. 43.

Mittelst der Formveränderung eines Bruches durch die Multiplikation ist man im Stande, jeden Bruch ohne Aenderung des Werthes auf einen neuen Nenner zu bringen, sobald dieser ein Vielfaches des früheren Nenners ist. Man braucht nur zu untersuchen, mit welcher Zahl der frühere Nenner multiplizirt werden muß, um den neuen zu geben, d. i., wie oft der frühere Nenner in dem neuen enthalten ist; mit derselben Zahl wird dann auch der frühere Zähler multiplizirt.

Wenn also ein Bruch ohne Aenderung seines Werthes auf einen neuen Nenner, der ein Vielfaches des alten Nenners ist, gebracht werden soll, so dividire man den neuen Nenner durch den alten, und multiplizire mit dem Quozienten den alten Zähler; das Produkt ist der neue Zähler. Um z. B. $\frac{3}{4}$ auf den Nenner 20 zu bringen, hat man:

$$20 : 4 = 5 ; \; 3 \times 5 = 15 ; \text{ also } \tfrac{3}{4} = \tfrac{15}{20}.$$

Man bringe $\frac{5}{6}$ auf den Nenner 30,
$\frac{13}{15}$ " " " 60,
$\frac{23}{28}$ " " " 280.

Wenn der neue Nenner durch den alten nicht theilbar wäre, so könnte der neue Zähler im Allgemeinen keine ganze Zahl sein. Damit also Zähler und Nenner des neuen Bruches als ganze Zahlen erscheinen, so muß der neue Nenner ein Vielfaches des alten sein.

So wie man einen Bruch ohne Aenderung des Werthes auf einen neuen Nenner bringen kann, so können auch zwei oder mehrere Brüche mit einem neuen gemeinschaftlichen Nenner dargestellt werden, nur muß dieser neue Nenner ein gemeinschaftliches Vielfaches aller gegebenen Nenner sein. Um die Rechnungen so einfach als möglich zu führen, pflegt man die Brüche gewöhnlich **auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner zu bringen.** Dabei beobachtet man folgendes **Verfahren**:

1. Man suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache aller gegebenen Nenner; dieses ist der kleinste gemeinschaftliche Nenner.

2. Um den neuen Zähler eines jeden Bruches zu finden, dividire man den neuen Nenner durch den früheren, und multiplizire mit dem Quozienten den früheren Zähler.

Beispiele.

1) Es sollen die Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{17}{18}$, $\frac{11}{30}$ auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner gebracht werden.

Man suche zuerst das kleinste gemeinschaftliche Vielfache zwischen den Nennern 3, 4, 5, 6, 18, 30.

	~~3~~,	4,	~~5~~,	~~6~~,	18,	30
2		2,			9,	15
3		2,			3,	5

Der kleinste gemeinschaftliche Nenner ist also: $2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 = 180.$

Man hat nun folgende Rechnung:

	180	
$\frac{2}{3}$	60	120
$\frac{3}{4}$	45	135
$\frac{5}{6}$	30	150
$\frac{17}{18}$	10	170
$\frac{11}{30}$	6	66

folglich ist $\frac{2}{3} = \frac{120}{180}$, $\frac{3}{4} = \frac{135}{180}$, $\frac{5}{6} = \frac{150}{180}$, $\frac{17}{18} = \frac{170}{180}$, $\frac{11}{30} = \frac{66}{180}$.

2) Man bringe die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{20}$ auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner.

Die ganze Rechnung stehet:

	2,	3,	8,	12,	20	also ist
2			4,	6,	10	$2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 = 120$
2			2,	3,	5	der kleinste gemeinschaftliche Nenner.

	120		
$\frac{1}{2}$	60	60	daher $\frac{1}{2} = \frac{60}{120}$,
$\frac{2}{5}$	24	48	$\frac{2}{5} = \frac{48}{120}$,
$\frac{5}{8}$	15	75	$\frac{5}{8} = \frac{75}{120}$,
$\frac{7}{12}$	10	70	$\frac{7}{12} = \frac{70}{120}$,
$\frac{11}{20}$	6	66	$\frac{11}{20} = \frac{66}{120}$.

3) Man bringe die Brüche $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{16}{21}$ auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner.

Die neuen Brüche sind: $\frac{336}{1008}$, $\frac{288}{1008}$, $\frac{378}{1008}$, $\frac{448}{1008}$, $\frac{588}{1008}$, $\frac{567}{1008}$, $\frac{768}{1008}$.

Man bringe auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner:

4) $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$; 5) $\frac{3}{10}$, $\frac{8}{15}$;
6) $\frac{9}{10}$, $\frac{13}{21}$, $\frac{17}{30}$; 7) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{19}{21}$;
8) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{14}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{13}{21}$, $\frac{19}{30}$; 9) $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{16}{21}$, $\frac{22}{25}$;
10) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{14}{15}$, $\frac{19}{21}$, $\frac{29}{36}$.
11) $\frac{13}{24}$, $\frac{7}{36}$, $\frac{12}{35}$, $\frac{47}{75}$, $\frac{23}{24}$, $\frac{29}{30}$.

12) Welcher von den Brüchen $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{23}{25}$, $\frac{41}{45}$, $\frac{107}{112}$ ist der größte, und welcher der kleinste?

13) Man ordne folgende Brüche nach ihrer Größe, und zwar vom größten angefangen: $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{14}{15}$, $\frac{19}{72}$, $\frac{7}{25}$, $\frac{11}{30}$, $\frac{17}{20}$.

§. 44.

Die Formveränderung eines Bruches durch die Division dient dazu, um einen Bruch abzukürzen, d. i., denselben ohne Aenderung des Werthes mit kleineren Zahlen darzustellen. Dieses kann in allen Fällen geschehen, wo Zähler und Nenner durch die nämliche Zahl theilbar sind; man darf nur beide durch jenes gemeinschaftliche Maß dividiren. Z. B.:

1) $\frac{10}{38} = \frac{5}{19}$. 2) $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$. 3) $\frac{12}{28} = \frac{3}{7}$.
4) $\frac{45}{80} = \frac{9}{16}$. 5) $\frac{300}{460} = \frac{30}{46} = \frac{15}{23}$.

Im ersten Beispiele sind Zähler und Nenner durch 2, im zweiten durch 3, im dritten durch 4, im vierten durch 5, im fünften zuerst durch 10, und dann durch 2 dividirt worden.

Man kürze noch die folgenden Brüche ab: $\frac{42}{120}$, $\frac{72}{180}$, $\frac{45}{480}$, $\frac{420}{2520}$, $\frac{630}{1800}$, $\frac{1625}{2000}$.

So oft in dem Endresultate einer Rechnung ein Bruch erscheint, der sich abkürzen läßt, soll man ihn immer auf seine einfachste Form bringen.

2. Das Addiren.

§. 45.

1. **Brüche von gleichen Nennern** werden addirt, wenn man ihre Zähler addirt, und die Summe der Zähler zum Zähler annimmt, als Nenner aber den gemeinschaftlichen Nenner beibehält.

Es seien z. B. die Brüche $\frac{2}{9}$ und $\frac{5}{9}$ zu addiren. 2 Neuntel und 5 Neuntel geben gewiß 7 Neuntel; also $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$.

1) $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{8}{8} = 1$.

2) $\frac{3}{16} + \frac{5}{16} + \frac{7}{16} + \frac{11}{16} = \frac{26}{16} = \frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$.

3) $\frac{1}{20} + \frac{7}{20} + \frac{9}{20} + \frac{11}{20} + \frac{13}{20} + \frac{17}{20} + \frac{10}{20} = ?$

4) $\frac{3}{32} + \frac{5}{32} + \frac{9}{32} + \frac{13}{32} + \frac{17}{32} + \frac{23}{32} + \frac{29}{32} + \frac{31}{32} = ?$

2. **Brüche von ungleichen Nennern** werden addirt, wenn man sie zuerst auf einen gemeinschaftlichen Nenner bringt, dann die neuen Zähler addirt, und unter die erhaltene Summe den gemeinschaftlichen Nenner darunter setzt.

Sind z. B. $\frac{3}{5}$ und $\frac{5}{8}$ zu addiren, so geben diese weder 8 Fünftel, noch 8 Achtel; man muß die beiden Brüche erst auf eine gemeinschaftliche Benennung bringen. Der kleinste gemeinschaftliche Nenner ist 40; die neuen Brüche heißen $\frac{24}{40}$ und $\frac{25}{40}$, und können, da sie nun gleiche Nenner haben, wirklich addirt werden; man erhält $\frac{49}{40} = 1\frac{9}{40}$.

Die Rechnung steht:

$$\begin{array}{c|r|l} & \multicolumn{2}{c}{40} \\ \hline \frac{3}{5} & 8 & 24 \\ \frac{5}{8} & 5 & 25 \\ \hline & \multicolumn{2}{c}{\frac{49}{40} = 1\frac{9}{40}.} \end{array}$$

1) Sind die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{13}{24}$ zu addiren, so hat man folgende Rechnung:

$$\begin{array}{r|llll} & 2, & 5, & 16, & 24 \\ 8 & & 5, & 2, & 3 \end{array}$$

$5 \times 2 \times 3 \times 8 = 240$ ist der kleinste gemeinschaftliche Nenner.

$$\begin{array}{c|r|r} & \multicolumn{2}{c}{240} \\ \hline \frac{1}{2} & 120 & 120 \\ \frac{3}{5} & 48 & 144 \\ \frac{5}{16} & 15 & 75 \\ \frac{13}{24} & 10 & 130 \\ \hline & \multicolumn{2}{c}{\frac{469}{240} = 1\frac{220}{240}.} \end{array}$$

2) $\frac{2}{5} + \frac{4}{9} + \frac{5}{12} + \frac{7}{20} = 1\frac{73}{90}$.

3) $\frac{3}{10} + \frac{5}{12} + \frac{7}{15} + \frac{39}{100} = 1\frac{43}{75}$.

4) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8} = ?$

5) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{15}{16} + \frac{31}{32} = ?$

6) $\frac{5}{8} + \frac{2}{5} + \frac{5}{12} + \frac{17}{20} + \frac{12}{25} + \frac{23}{30} = ?$

3. Wenn unter den Addenden **ganze** oder **gemischte Zahlen** vorkommen, so addirt man zuerst die Brüche, und dann

die Ganzen; kommen in der Summe der Brüche auch Ganze vor, so werden diese zu den Ganzen weiter gezählt. Z. B.:

		8
1)	$7\frac{3}{4}$	2 | 6
	$12\frac{5}{8}$	1 | 5
	$20\frac{3}{8}$	$\frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$

Hier werden die Brüche auf gleiche Nenner gebracht und addirt; die Summe der Brüche enthält 1 Ganzes und $\frac{3}{8}$; der Bruch $\frac{3}{8}$ wird angeschrieben, 1 Ganzes aber zu den Ganzen in den Addenden hinzugezählt.

2) $5\frac{3}{5} + 6\frac{7}{8} + 7\frac{5}{12} = 19\frac{108}{120}$.

3) $\frac{5}{8} + 16 + 1\frac{7}{12} + 13\frac{17}{30} = 31\frac{31}{40}$.

4) $328\frac{2}{3} + 536\frac{1}{4} + 712\frac{3}{5} = 1577\frac{31}{60}$.

5) $1\frac{3}{10} + 2\frac{7}{10} + 3\frac{1}{10} + 4 + 5\frac{9}{10} = ?$

6) $7\frac{1}{2} + 8\frac{2}{3} + 9\frac{3}{4} + 10\frac{4}{5} + 11\frac{5}{6} = ?$

7) $128 + 333\frac{5}{12} + 317\frac{7}{15} + \frac{5}{16} + 708\frac{13}{20} = ?$

8) $2\frac{3}{4} + 327 + 58\frac{7}{8} + 1512\frac{5}{6} + 55\frac{3}{5} = ?$

9) $3741\frac{2}{3} + 5709\frac{3}{4} + 1390\frac{5}{8} + 8913\frac{7}{12} = ?$

10) $85134\frac{13}{25} + 23691\frac{7}{9} + 7446\frac{13}{24} + 90178\frac{37}{60} = ?$

Aufgaben.

§. 46.

1) Jemand hat drei Stück Leinwand; das erste enthält $48\frac{3}{4}$, das zweite $51\frac{1}{4}$, das dritte 52 Ellen; wie viel Ellen halten alle drei Stücke? — 152 Ellen.

2) In einem Keller liegen 6 Fässer Wein, welche einzeln $12\frac{3}{4}$, $12\frac{7}{8}$, $13\frac{9}{10}$, $13\frac{37}{40}$, $14\frac{1}{2}$ und $14\frac{3}{5}$ Eimer enthalten; wie viel Wein befindet sich in allen 6 Fässern? — $82\frac{11}{20}$ Eimer.

3) Fünf Ballen enthalten einzeln $132\frac{1}{2}$, $132\frac{3}{4}$, $135\frac{5}{8}$, $136\frac{3}{5}$, $136\frac{5}{6}$ Pfd.; wie groß ist das ganze Gewicht? — $674\frac{37}{120}$ Pfd.

4) Wie viel machen folgende Zahlungen zusammengenommen: $104\frac{3}{4}$, $328\frac{5}{8}$, $75\frac{7}{15}$, $249\frac{13}{18}$ fl.? — $658\frac{203}{360}$ fl.

5) Ein Kaufmann erhält sechs Fässer Kaffee: das Faß A enthält $124\frac{1}{2}$ Pfd., B $126\frac{3}{5}$ Pfd., C $120\frac{7}{16}$ Pfd., D $118\frac{5}{8}$ Pfd., E $117\frac{7}{8}$ Pfd., F $119\frac{3}{4}$ Pfd.; wie viel Pfunde sind es im Ganzen? — $729\frac{63}{80}$ Pfd.

6) Wie groß ist die Summe von vier Zahlen, deren erste 138 und jede folgende um $17\frac{5}{8}$ größer als die vorhergehende ist?

7) Die Seiten eines Fünfeckes betragen einzeln $31\frac{3}{4}$, $12\frac{5}{6}$, $17\frac{1}{3}$, $21\frac{3}{10}$, $8\frac{5}{12}$ Klafter; wie groß ist der Umfang?

8) Vier Kapitalien geben einzeln $108\frac{7}{10}$, $89\frac{11}{15}$, $138\frac{17}{20}$, $243\frac{5}{6}$ fl. Zins; wie viel zusammen?

9) In einem Kaffeehause wird nach und nach an Vanille verbraucht: $5\frac{1}{2}$, $12\frac{3}{4}$, $10\frac{1}{4}$, $14\frac{2}{3}$, $47\frac{7}{8}$ Loth; wie groß ist der ganze Verbrauch?

10) Ein Mauerstein, welcher $10\frac{5}{6}$ Zoll lang, $5\frac{1}{3}$ Zoll breit und $2\frac{7}{8}$ Zoll dick ist, wird an jeder Seite $\frac{1}{4}$ Zoll stark mit Mörtel umgeben; welches sind dann seine drei Ausdehnungen?

11) Wenn vier Breter von $\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{2}$ und $\frac{4}{5}$ Zoll Dicke über einander gelegt werden; welche Dicke gibt dieses?

12) Von drei Röhren füllt die eine einen Wasserbehälter in 6 Stunden, die andere in 4, die dritte in 3 Stunden. Der wie vielte Theil des Behälters wird in einer Stunde gefüllt, wenn alle drei Röhren zugleich fließen?

3. Das Subtrahiren.

§. 47.

1. Brüche von gleichen Nennern werden subtrahirt, wenn man die Zähler subtrahirt, und unter den Rest den gemeinschaftlichen Nenner schreibt.

Nimmt man z. B. von 4 Fünfteln 2 Fünftel hinweg, so bleiben offenbar noch 2 Fünftel übrig; also $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$.

1) $\frac{11}{12} - \frac{5}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$. 2) $\frac{17}{20} - \frac{3}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$.
3) $\frac{17}{30} - \frac{7}{30}$? 4) $\frac{31}{48} - \frac{7}{48} =$?

2. Wenn Brüche, welche ungleiche Nenner haben, zu subtrahiren sind, so bringt man sie zuerst auf einen gemeinschaftlichen Nenner, zieht dann die neuen Zähler von einander ab, und schreibt unter den Rest den gemeinschaftlichen Nenner.

1) Ist z. B. $\frac{2}{3}$ von $\frac{7}{8}$ abzuziehen, so hat man:

$$\begin{array}{c|r|l} & & 24 \\ \hline \frac{7}{8} & 3 & 21 \\ \frac{2}{3} & 8 & 16 \\ \hline & & \frac{5}{24} \end{array}$$

2) $\frac{9}{16} - \frac{5}{12} = \frac{7}{48}$. 3) $\frac{13}{20} - \frac{2}{5} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$,
4) $\frac{23}{28} - \frac{5}{21} =$? 5) $\frac{17}{18} - \frac{8}{9} =$?
6) $\frac{59}{72} - \frac{23}{45} =$? 7) $\frac{103}{250} - \frac{71}{300} =$?
8) $\frac{39}{48} + \frac{13}{15} - \frac{53}{60} =$?

3. Wenn eine ganze Zahl von einer gemischten abzuziehen ist, so setzt man den Bruch des Minuends sogleich in den Rest, und subtrahirt nur die Ganzen. Z. B.:

1) $28\frac{5}{8} - 24 = 4\frac{5}{8}$. 2) $257\frac{11}{20} - 87 = 170\frac{11}{20}$.
3) $124\frac{7}{10} - 59 =$? 4) $308\frac{17}{36} - 259 =$?

4. Wenn ein Bruch oder eine gemischte Zahl von einer ganzen Zahl zu subtrahiren ist, so addirt man zu dem Bruche des Subtrahends so viel dazu, daß man ein Ganzes erhält; was man hinzuaddirt, wird sogleich in den Rest geschrieben; dann vermehrt man den Subtrahend um 1 Ganzes, und zieht die Ganzen ab.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens erhellt daraus, weil man dabei Minuend und Subtrahend um ein Ganzes vermehrt, der Unterschied zweier Zahlen aber dadurch nicht geändert wird, wenn man jede derselben um 1 vergrößert.

Es ist z. B.

1) $7 - \frac{3}{5} = 6\frac{2}{5}$.
2) $28 - 13\frac{4}{9} = 14\frac{5}{9}$.
3) $247 - 208\frac{1}{8} = 38\frac{7}{8}$.

Im ersten Beispiele spricht man: $\frac{3}{5}$ und $(\frac{2}{5})$ sind ein Ganzes; 1 (um welches der Subtrahend vermehrt wird) und (6) sind 7.

4) $29 - \frac{5}{7} = ?$ 5) $100 - 48\frac{7}{10} = ?$
6) $319 - 288\frac{11}{16} = ?$

5. Wenn ein Bruch oder eine gemischte Zahl von einer gemischten Zahl abzuziehen ist, so ist es am besten, zuerst die gemischten Zahlen einzurichten, und dann erst zu subtrahiren. Z. B.:

1) $$7\frac{3}{5} = \frac{38}{5} \quad \begin{array}{r|r} & 40 \\ 8 & 304 \\ 5 & 25 \\ \hline \end{array}$$
$$\frac{5}{8} = \frac{5}{8} \qquad \frac{279}{40} = 6\frac{39}{40}.$$

2) $$19\frac{4}{9} = \frac{175}{9} \quad \begin{array}{r|r} & 45 \\ 5 & 875 \\ 3 & 381 \\ \hline \end{array}$$
$$8\frac{7}{15} = \frac{127}{15} \qquad \frac{496}{45} = 11\frac{1}{45}.$$

3) $25\frac{9}{10} - 8\frac{3}{4} = 17\frac{3}{20}$. 4) $729\frac{3}{8} - 533\frac{7}{12} = 185\frac{11}{12}$.
5) $10\frac{5}{16} - \frac{7}{24} = ?$ 6) $111\frac{1}{10} - 77\frac{1}{7} = ?$
7) $1342\frac{17}{50} - 943\frac{13}{35} = ?$ 8) $908\frac{33}{64} - 55\frac{5}{42} = ?$
9) $142\frac{3}{4} + 713\frac{2}{3} - 327\frac{5}{6} = ?$
10) $300 - 89\frac{9}{20} - 108\frac{7}{24} = ?$
11) $715\frac{17}{36} + 104\frac{3}{8} - 69\frac{13}{24} - 410\frac{23}{40} = ?$

Aufgaben.

§. 48.

1) Von $5\frac{3}{5}$ fl. werden $2\frac{2}{5}$ fl. ausgegeben; wie viel bleibt übrig? — $3\frac{1}{5}$ fl.
2) Ein Beamter hat monatlich $66\frac{2}{3}$ fl. Gehalt, und gibt $51\frac{3}{4}$ fl. aus; wie viel erspart er? — $14\frac{11}{12}$ fl.
3) Ein Stück Leinwand hat $56\frac{3}{4}$ Ellen gemessen; nun sind nur noch $19\frac{5}{6}$ Ellen übrig; wie viel wurde davon verbraucht? — $36\frac{11}{12}$ Ellen.
4) Jemand besitzt 27 Joch Ackergrund, wie viel behält er noch, wenn er $7\frac{3}{16}$ Joch verkauft? — $19\frac{13}{16}$ Joch.
5) Jemand nimmt $4\frac{1}{2}$, $5\frac{3}{4}$, $12\frac{7}{12}$, 30 Gulden ein, und gibt $2\frac{5}{6}$, $18\frac{1}{3}$, $25\frac{3}{5}$, Gulden aus; um wie viel ist die Einnahme größer, als die Ausgabe? — Um $6\frac{1}{15}$ fl.
6) Um wie viel ist $358\frac{7}{15}$ größer als $319\frac{7}{8}$?

7) Wie groß ist der Unterschied zwischen $927\frac{3}{4} + 105\frac{7}{10}$ und $804 - 85\frac{5}{12}$?

8) Von 2000 fl. Schulden werden nach und nach $333\frac{1}{3}$ fl., $215\frac{7}{10}$ fl., $804\frac{7}{12}$ fl. getilgt; wie groß ist noch der Schuldenrest?

9) Man hat folgende Brüche: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$; um wie viel unterscheidet sich die Summe der ersten zwei Brüche von 1, um wie viel die Summe der ersten drei, vier, fünf, sechs Brüche?

10) Eine Länge von 12 Linien wird in 11 gleiche Theile getheilt; um wie viel ist jeder solche Theil größer als eine Linie?

11) Um wie viel gewinnt oder verliert der Bruch $\frac{3173}{4851}$, wenn man im Zähler und Nenner a) die letzte Ziffer, b) die zwei letzten Ziffern rechts wegläßt?

12) Von einem Schutthaufen, der $1258\frac{1}{2}$ Kubikfuß mißt, werden 65 Wägen voll, jeder zu $16\frac{2}{3}$ Kubikfuß, weggeführt. Wie viel bleibt noch?

13) Es sind vier Zahlen. Die erste ist $17\frac{7}{12}$, die zweite um $8\frac{5}{8}$ kleiner als die erste; die dritte um $5\frac{9}{16}$ größer als die zweite; die vierte so groß als der Unterschied zwischen der ersten und dritten. Wie groß ist die Summe aller vier Zahlen?

4. Das Multiplizi ren.

§. 49.

1. Das Verfahren für das Multipliziren **eines Bruches mit einer ganzen Zahl** ist bereits oben entwickelt worden, nämlich:

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multiplizirt, wenn man entweder den Zähler mit der ganzen Zahl multiplizirt und den Nenner ungeändert läßt; oder wenn man den Zähler ungeändert läßt, und den Nenner durch die ganze Zahl dividirt.

Daraus folgt auch:

Ein Bruch mit seinem Nenner multiplizirt gibt den Zähler. Es ist z. B.:

$$\frac{5}{8} \times 8 = \frac{5}{1} = 5; \quad \frac{7}{10} \times 10 = \frac{7}{1} = 7.$$

2. Um eine **gemischte Zahl mit einer ganzen Zahl** zu multiplizizen, so multiplizirt man mit der ganzen Zahl zuerst den Bruch, dann die Ganzen der gemischten Zahl; kommen bei der Multiplikazion des Bruches auch Ganze heraus, so werden sie zu dem Produkte der Ganzen addirt. Z. B.:

$$7\frac{3}{5} \times 8 = 60\frac{4}{5}.$$

Man sagt hier: 8mal $\frac{3}{5}$ sind $\frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$; der Bruch $\frac{4}{5}$ wird angeschrieben, 4 Ganze aber werden zu dem Produkte der Ganzen gezählt; 8mal 7 sind 56 und 4 sind 60.

Eine gemischte Zahl kann mit einer ganzen Zahl auch multiplizirt werden, wenn man die gemischte Zahl einrichtet, und den erhaltenen unechten Bruch mit der ganzen Zahl multiplizirt. Z. B.:

1) $7\frac{3}{5} \times 8 = \frac{38}{5} \times 8 = \frac{304}{5} = 60\frac{4}{5}$.

2) $10\frac{7}{8} \times 5 = 54\frac{3}{8}$. 3) $12\frac{4}{9} \times 9 = 112$.

4) $27\frac{3}{8} \times 10 = 273\frac{3}{4}$. 5) $123\frac{5}{12} \times 18 = 2221\frac{1}{2}$.

6) $328\frac{5}{16} \times 32 = ?$ 7) $1905\frac{4}{27} \times 480 = ?$

3. Eine ganze Zahl wird mit einem Bruche multiplizirt, wenn man sie mit dem Zähler multiplizirt, und dieses Produkt durch den Nenner dividirt.

Es ist z. B. $6 \times \frac{3}{5} = \dfrac{6 \times 3}{5} = \frac{18}{5} = 8\frac{3}{5}$.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens geht aus dem Begriffe der Multiplikazion hervor. 6 mit $\frac{3}{5}$ multipliziren heißt aus 6 auf die nämliche Art eine neue Zahl bilden, wie $\frac{3}{5}$ aus der Einheit entstanden ist; $\frac{3}{5}$ ist aus der Einheit entstanden, indem man die Einheit zuerst in 5 gleiche Theile theilte, und einen solchen Theil 3mal setzte, oder, was gleichviel ist, indem man die Einheit durch 5 dividirte, und den Quozienten mit 3 multiplizirte; dieselben Veränderungen, die mit der Einheit vorgingen, müssen nun auch mit 6 vorgenommen werden; man muß nämlich 6 durch 5 dividiren, wodurch man $\frac{6}{5}$ bekommt, und diesen Quozienten mit 3 multipliziren, was $\frac{6}{5} \times 3 = \dfrac{6 \times 3}{5}$ gibt; folglich ist $6 \times \frac{3}{5} = \dfrac{6 \times 3}{5}$

1) $945 \times \frac{3}{8} = 354\frac{3}{8}$. 2) $27 \times \frac{5}{9} = 15$.

3) $1724 \times \frac{15}{32} = ?$ 4) $7530 \times \frac{17}{30} = ?$

4. Wenn eine ganze Zahl mit einer gemischten Zahl zu multipliziren ist, so wird die ganze Zahl zuerst mit dem Bruche und dann mit den Ganzen der gemischten Zahl multiplizirt; kommen bei der Multiplikazion mit dem Bruche auch Ganze heraus, so werden diese zu dem Produkte mit den Ganzen addirt. Z. B.;

$$18 \times 7\frac{3}{4} = 139\frac{1}{2}.$$

Man hat hier: $18 \times \frac{3}{4} = \frac{54}{4} = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$ schreibt man an, 13 Ganze werden zu dem Produkte mit den Ganzen hinzugezählt; 7mal 18 sind 126, und 13 sind 139.

Man kann auch hier zuerst die gemischte Zahl einrichten, und dann die ganze Zahl mit dem erhaltenen unechten Bruche multipliziren; nämlich:

$$18 \times 7\frac{3}{4} = 18 \times \frac{31}{4} = \frac{558}{4} = \frac{279}{2} = 139\frac{1}{2}.$$

1) $3182 \times 1\frac{3}{5} = 5091\frac{1}{5}$ 2) $259 \times 85\frac{7}{12} = 22166\frac{1}{12}$.
3) $5790 \times 11\frac{7}{15} = ?$ 4) $9308 \times 37\frac{31}{40} = ?$

5. **Ein Bruch wird mit einem Bruche multiplizirt**, wenn man Zähler mit Zähler, Nenner mit Nenner multiplizirt, und das Produkt der Zähler zum Zähler, das Produkt der Nenner aber zum Nenner annimmt. Z. B.:

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7} = \frac{15}{28}.$$

Diese Regel läßt sich unmittelbar aus der Erklärung des Multiplizirens herleiten. $\frac{3}{4}$ mit $\frac{5}{7}$ multiplizieren heißt aus $\frac{3}{4}$ eine neue Zahl so zu bilden, wie $\frac{5}{7}$ aus der Einheit entstanden ist; $\frac{5}{7}$ ist aus der Einheit entstanden, indem man die Einheit in 7 gleiche Theile theilte, und einen Theil 5mal nahm, oder indem man die Einheit durch 7 dividirte, und den Quozienten $\frac{1}{7}$ mit 5 multiplizirte; man wird daher auch $\frac{3}{4}$ durch 7 dividiren, und den Quozienten mit 5 multipliziren; es ist nun $\frac{3}{4} : 7 = \frac{3}{4 \times 7}$, und $\frac{3}{4 \times 7} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4 \times 7}$ also wirklich $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$.

1) $\frac{7}{8} \times \frac{5}{6} = \frac{35}{48}$.   2) $\frac{4}{5} \times \frac{10}{11} = \frac{40}{55} = \frac{8}{11}$.
3) $\frac{3}{10} \times \frac{18}{25} = \frac{27}{125}$ 4) $\frac{21}{32} \times \frac{8}{15} = \frac{7}{20}$.
5) $\frac{17}{20} \times \frac{9}{16} = ?$ 6) $\frac{15}{16} \times \frac{12}{25} = ?$
7) $\frac{123}{256} \times \frac{213}{306} = ?$ 8) $\frac{370}{371} \times \frac{371}{450} = ?$
9) $\frac{2381}{3561} \times \frac{1375}{2486} = ?$ 10) $\frac{5906}{8115} \times \frac{3185}{4296} = ?$
11) $\frac{17}{18} \times \frac{23}{25} \times \frac{33}{34} \times 280 = ?$
12) $\frac{38}{75} \times \frac{125}{128} \times 60 \times \frac{312}{515} = ?$

6. **Wenn eine gemischte Zahl und ein Bruch, oder wenn zwei gemischte Zahlen mit einander zu multipliziren sind**, so ist es am zweckmäßigsten, die gemischten Zahlen einzurichten, und dann erst zu multipliziren. Z. B.:

1) $9\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{59}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{177}{24} = \frac{59}{8} = 7\frac{3}{8}$.
2) $3\frac{5}{10} \times 4\frac{2}{7} = \frac{35}{10} \times \frac{30}{7} = \frac{1050}{70} = 15$.
3) $12\frac{3}{5} = \frac{7}{12} = 7\frac{7}{20}$.
4) $39\frac{6}{17} \times \frac{5}{8} = 24\frac{81}{136}$.
5) $283\frac{11}{21} \times 128\frac{3}{4} = 36503\frac{29}{42}$.
6) $258\frac{9}{25} \times 212\frac{7}{16} = 54885\frac{141}{400}$.
7) $315\frac{17}{30} \times 59\frac{2}{7} = ?$
8) $134\frac{3}{11} \times 314\frac{5}{8} = ?$
9) $718\frac{15}{16} \times \frac{108}{215} = ?$

10) $15\frac{63}{100} \times 312\frac{14}{45} = ?$
11) $1234\frac{7}{20} \times 437\frac{17}{34} = ?$
12) $901\frac{23}{48} \times 314\frac{118}{121} = ?$
13) $37\frac{5}{6} \times 8 \times 77\frac{3}{5} \times \frac{35}{54} = ?$
14) $212\frac{17}{20} \times \frac{3}{75} \times 45 \times 331\frac{193}{201} = ?$

Aufgaben.

§. 50.

1) Wie viel Gulden betragen 35 kaiserliche Dukaten, wenn 1 k. Dukaten $4\frac{1}{2}$ fl. gilt? — 35mal $4\frac{1}{2}$, d. i. $157\frac{1}{2}$ fl.
2) Ein Souveraind'or hat $13\frac{1}{2}$ fl.; wie viel fl. machen 48 Souveraind'or? — 640 fl.
3) Eine Klafter Holz kostet $7\frac{5}{6}$ fl., was kosten $7\frac{1}{2}$ Klafter? — $58\frac{3}{4}$ fl.
4) Ein Eimer Wein kostet $11\frac{2}{3}$ fl., wie hoch kommen $16\frac{1}{10}$ Eimer? — Auf $187\frac{5}{6}$ fl.
5) Ein Kubikfuß Wasser wiegt $56\frac{1}{2}$ Pfd., das Quecksilber ist $13\frac{1}{2}$mal so schwer als das Wasser; wie viel wiegt also ein Kubikfuß Quecksilber? — $762\frac{3}{4}$ Pfd.
6) Jemand kauft ein Dutzend silberne Löffel, deren jeder $3\frac{1}{2}$ Loth wiegt; was muß er dafür bezahlen, wenn das Loth Silber zu $1\frac{7}{10}$ fl. gerechnet wird? — $3\frac{1}{2} \times 12 \times 1\frac{7}{10} = 71\frac{2}{5}$ fl.
7) Eine Kiste mit Zucker wiegt $348\frac{1}{2}$ Pfd., die Kiste allein $53\frac{3}{4}$ Pfd.; wie viel Zucker ist in der Kiste, und wie viel ist er werth, das Pfund zu $\frac{2}{5}$ fl. gerechnet? — Es sind $294\frac{3}{4}$ Pfd., und der Werth davon ist $117\frac{9}{10}$ fl.
8) Jemand kauft 4 Metzen Weizen zu $3\frac{11}{12}$ fl., 5 Metzen Roggen zu $3\frac{1}{10}$ fl., und $12\frac{1}{2}$ Metzen Hafer zu $1\frac{3}{5}$ fl.; wie viel muß er dafür bezahlen? — $51\frac{1}{6}$ fl.
9) Drei Personen sollen eine Summe von $588\frac{1}{2}$ fl. so theilen, daß A $\frac{3}{10}$ davon, B $\frac{1}{3}$, und C den Rest erhält; wie viel bekommt jede Person?

A bekommt $588\frac{1}{2} \times \frac{3}{10} = 176\frac{11}{20}$ fl.
B „ $588\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 196\frac{1}{6}$ fl.
zusammen $372\frac{43}{60}$ fl.,
welche von $588\frac{1}{2}$ fl. abgezogen werden;
C bekommt den Rest von $215\frac{47}{60}$ fl.

10) Wie viel Kreuzer machen $\frac{2}{3}$ fl., wie viel $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{14}{15}$, $\frac{19}{20}$, $\frac{29}{30}$, $\frac{59}{60}$ fl.?
11) Wie viel ist $\frac{7}{12}$ von $748\frac{1}{2} \times 315\frac{7}{9}$?
12) Um wie viel ist $2\frac{1}{8}$ von $57\frac{2}{5}$ größer, als $\frac{7}{10}$ von $204\frac{1}{2}$?
13) Ein Zentner kostet $63\frac{1}{4}$ fl., was kosten $17\frac{1}{4}$ Ztr., $31\frac{7}{10}$ Ztr., $62\frac{11}{25}$ Ztr., $112\frac{37}{50}$ Ztr.?

14) Ein Silberbarren wiegt $27\frac{9}{16}$ Mark; welchen Werth hat er, wenn jede Mark $13\frac{1}{3}$ Loth feines Silber enthält, und wenn das Loth feines Silber zu $1\frac{3}{5}$ fl. gerechnet wird?

15) Ein Rechteck ist $12\frac{3}{4}$ Fuß lang und $7\frac{5}{6}$ Fuß breit; wie viel Quadratfuß beträgt die Fläche?

16) Ein viereckiges Gefäß ist $3\frac{11}{12}$ Fuß lang, $1\frac{7}{12}$ Fuß breit, und $\frac{5}{6}$ Fuß tief; wie viel Kubikfuß enthält es?

17) Eine Fläche, welche $9\frac{3}{4}$ Fuß lang und $5\frac{7}{12}$ Fuß breit ist, wird mit Sturzblech beschlagen, wovon ein Quadratfuß $\frac{3}{12}$ fl. kostet; wie hoch kommt die ganze Arbeit?

18) Wie hoch kommt ein behauener Stamm von $24\frac{5}{6}$ Fuß Länge, $3\frac{1}{3}$ Fuß Breite und $2\frac{1}{2}$ Fuß Dicke, wenn der Kubikfuß mit $\frac{3}{20}$ fl. bezahlt wird?

19) Wie groß ist der Unterschied zwischen $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{9}$ von $739\frac{3}{4}$?

20) Ein Silberarbeiter hat 15 Mark $13\frac{1}{2}$löthiges, $12\frac{3}{4}$ Mark $11\frac{5}{8}$löthiges, und $7\frac{3}{16}$ Mark $10\frac{3}{4}$löthiges Silber; wie viel Loth feines Silber hat er?

21) Ein Pächter verkauft $14\frac{1}{2}$ Metzen Weizen zu $4\frac{3}{4}$ fl., und $18\frac{3}{8}$ Metzen Gerste zu $3\frac{4}{15}$ fl.; wie viel fehlt ihm noch an 140 fl. Pachtzins?

22) Was wiegen 13 vierkantige Eisenstangen von $7\frac{5}{6}$ Fuß Länge, $\frac{3}{8}$ Fuß Breite und $\frac{1}{12}$ Fuß Dicke, wenn ein Kubikfuß Eisen $4\frac{3}{25}$ Zentner wiegt?

23) Eine Summe von $128\frac{13}{20}$ fl. soll unter 4 Personen so getheilt werden, daß A $\frac{3}{8}$, B $\frac{1}{9}$, C $\frac{7}{18}$ und D den Rest erhält. Wie viel kommt auf jede Person?

24) Welchen Druck übt eine Mauer aus, welche $43\frac{7}{12}$ Fuß lang, $2\frac{1}{2}$ Fuß breit und $25\frac{5}{6}$ Fuß hoch ist, wenn ein Kubikfuß Mauerwerk $87\frac{5}{8}$ Pfund wiegt?

25) Ein Faß, welches $10\frac{7}{10}$ Eimer hält, ist mit Wein gefüllt. Wenn nun 1 Eimer $1\frac{19}{24}$ Kubikfuß enthält, wenn 1 Kubikfuß Wein $50\frac{7}{8}$ Pfund wiegt, und das Gewicht des leeren Fasses $57\frac{1}{2}$ Pfund beträgt; wie groß ist das ganze Gewicht?

5. Das Dividiren.

§. 51.

1. Es ist bereits bewiesen worden, daß ein Bruch auf eine zweifache Art durch eine ganze Zahl dividirt werden könne; entweder indem man den Zähler durch die ganze Zahl dividirt, und den Nenner ungeändert läßt, oder indem man den Zähler ungeändert läßt, und den Nenner mit der ganzen Zahl multiplizirt.

2. Wenn eine gemischte Zahl durch eine ganze Zahl zu dividiren ist, so dividirt man dadurch zuerst die Ganzen, und dann den Bruch der gemischten Zahl; bleibt bei der Division

der Ganzen ein Rest, so wird er mit dem angehängten Bruche als eine gemischte Zahl eingerichtet, und der erhaltene unechte Bruch weiter dividirt. Man kann die Division auch verrichten, wenn man die gegebene gemischte Zahl einrichtet, worauf ein Bruch durch eine ganze Zahl zu dividiren ist. Z. B.:

$12\frac{6}{7} : 3 = 4\frac{2}{7}$, oder $12\frac{6}{7} : 3 = \frac{90}{7} : 3 = \frac{30}{7} = 4\frac{2}{7}$.

Bei dem ersten Verfahren hat man $12 : 3 = 4$ und $\frac{6}{7} : 3 = \frac{2}{7}$.

$17\frac{3}{4} : 5 = 3\frac{11}{20}$, oder $17\frac{3}{2} : 5 = \frac{71}{4} : 5 = \frac{71}{20} = 3\frac{11}{20}$.

Bei der ersten Divisionsweise ist $17 : 5 = 3$, und es bleiben noch 2; $2\frac{3}{4}$ eingerichtet gibt $\frac{11}{4}$, und $\frac{11}{4} : 5 = \frac{11}{20}$.

Eben so findet man:

1) $8\frac{5}{8} : 3 = 2\frac{7}{8}$.　　2) $57\frac{3}{5} : 12 = 4\frac{4}{5}$.

3) $218\frac{3}{4} : 9 = 24\frac{11}{36}$.　　4) $31\frac{7}{10} : 18 = 1\frac{137}{180}$.

5) $1234\frac{11}{12} : 41 = ?$　　6) $5208\frac{3}{25} : 104 = ?$

3. Die Division einer Zahl durch einen Bruch kann in eine Multiplikazion derselben Zahl mit dem umgekehrten Bruche verwandelt werden.

Es sei irgend eine Zahl z. B. durch $\frac{3}{4}$ zu dividiren. Um zu erfahren, wie oft $\frac{3}{4}$ in jener Zahl enthalten ist, untersucht man zuerst, wie oft 3 in einer Zahl enthalten ist, d. i., man dividirt die Zahl durch 3; $\frac{3}{4}$ ist nun 4mal kleiner als 3, daher ist $\frac{3}{4}$ in der gegebenen Zahl 4mal so oft enthalten als 3, man muß daher den früher erhaltenen Quozienten noch mit 4 multipliziren. Um also eine Zahl durch $\frac{3}{4}$ zu dividiren, muß man sie durch 3 dividiren und den Quozienten mit 4 multipliziren. Allein dasselbe geschieht auch, wenn man eine Zahl mit dem umgekehrten Bruche $\frac{4}{3}$ multipliziren will. Es ist daher gleichgiltig, ob man eine Zahl durch $\frac{3}{4}$ dividirt, oder mit dem umgekehrten Divisor $\frac{3}{4}$ multiplizirt; die Division durch einen Bruch kann demnach in eine Multiplikation mit dem umgekehrten Bruche verwandelt werden, und es besteht die Regel:

Eine Zahl wird durch einen Bruch dividirt, wenn man sie mit dem umgekehrten Divisor multiplizirt. Z. B.:

1) $8 : \frac{3}{5} = 8 \times \frac{5}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$.

2) $\frac{3}{5} : \frac{7}{10} = \frac{3}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$.

3) $5\frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \frac{17}{3} \times 2 = \frac{34}{3} = 11\frac{1}{3}$.

4) $318 : \frac{5}{8} = 508\frac{4}{5}$.　　5) $\frac{15}{32} : \frac{3}{8} = 1\frac{1}{4}$.

6) $4\frac{19}{24} : \frac{5}{6} = 5\frac{3}{4}$.　　7) $7\frac{2}{3} : \frac{11}{15} = 10\frac{5}{11}$.

8) $12 : \frac{5}{8} = ?$　　9) $\frac{6}{11} : \frac{10}{27} = ?$

10) $2\frac{23}{30} : \frac{3}{4} = ?$　　11) $148\frac{5}{18} : \frac{7}{12} = ?$

12) $\frac{512}{625} : \frac{124}{125} = ?$.　　13) $75\frac{17}{35} : \frac{83}{90} = ?$

14) $27\frac{15}{32} \times 115\frac{17}{25} : 17\frac{89}{160} = ?$

4. Um eine Zahl durch eine gemischte Zahl zu dividiren, richtet man diese ein, und dividirt dann durch den unechten Bruch. Z. B.:

1) $7 : 3\frac{2}{3} = 7 : \frac{11}{3} = 7 \times \frac{3}{11} = \frac{21}{11} = 1\frac{10}{11}$.

2) $\frac{5}{6} : 5\frac{1}{3} = \frac{5}{6} : \frac{16}{3} = \frac{5}{6} = \times \frac{3}{16} = \frac{15}{96} = \frac{5}{32}$.

3) $8\frac{1}{4} : 2\frac{5}{8} = \frac{33}{4} : \frac{21}{8} = \frac{33}{4} \times \frac{8}{21} = \frac{264}{84} = \frac{66}{21} = \frac{22}{7} = 3\frac{1}{7}$.

4) $917 : 72\frac{9}{16} = 12\frac{740}{1161}$.

5) $\frac{11}{15} : 7\frac{2}{3} = \frac{11}{115}$.

6) $948\frac{2}{15} : 17\frac{8}{15} = 54\frac{20}{263}$.

7) $139\frac{9}{10} : 8\frac{3}{5} = 16\frac{23}{86}$.

8) $1234 : 3\frac{3}{7} = ?$

9) $\frac{18}{35} : 8\frac{9}{14} = ?$

10) $215\frac{8}{13} : 17\frac{1}{2} = ?$

11) $724\frac{17}{22} ; 23\frac{32}{33} = ?$

12) $13578 : 14\frac{25}{64} = ?$

13) $8375\frac{3}{40} : 128\frac{17}{68} = ?$

14) $572\frac{13}{20} \times 135\frac{5}{48} : 929\frac{37}{360} = ?$

15) $798\frac{1}{2} : 15\frac{3}{4} + 148\frac{3}{5} : 71\frac{9}{16} = ?$

16) $1356\frac{3}{8} \times 17\frac{4}{5} : 54\frac{3}{4} - 715\frac{4}{15} : 9\frac{7}{10} = ?$

Aufgaben.

§. 52.

1) Wie viel Gulden machen $\frac{5}{6}$ kr.? — 1 kr. ist der 60ste Theil von 1 fl., $\frac{5}{6}$ kr. sind also der 60ste Theil von $\frac{5}{6}$ fl.; nun ist $\frac{5}{6} : 60 = \frac{5}{360} = \frac{1}{72}$; $\frac{5}{6}$ kr. sind also $\frac{1}{72}$ fl.

2) Wie viel Ztr. sind $35\frac{1}{2}$ Pfd.? — Der 100ste Theil von $35\frac{1}{2}$ Ztr., also $\frac{71}{200}$ Ztr.

3) 1 Eimer kostet $9\frac{3}{5}$ fl.; wie hoch kommt eine Maß? — Auf den 40sten Theil von $9\frac{3}{4}$ fl., also auf $\frac{6}{25}$ fl.

4) 1 Ztr. kommt auf $36\frac{2}{3}$ fl; was kostet ein Pfd.? — $\frac{11}{30}$ fl.

5) 12 Stück einer Waare werden um $17\frac{2}{3}$ fl. gekauft; wie hoch kommt 1 Stück? — Auf $1\frac{17}{36}$ fl.

6) Ein Hut Zucker wiegt $9\frac{1}{2}$ Pfd. und kostet $3\frac{3}{5}$ fl.; wie theuer wurde 1 Pfd. gerechnet? — Zu $\frac{2}{5}$ fl.

7) $4\frac{3}{4}$ Ztr. kosten $49\frac{1}{2}$ fl.; wie viel 1 Ztr.? — $10\frac{35}{46}$ fl.

8) Jemand will für 261 fl. kaiserliche Dukaten haben; wie viel Stücke braucht er, den Dukaten zu $4\frac{1}{2}$ fl. gerechnet? — 58 Stück.

9) Eine silberne Dose, welche $7\frac{3}{4}$ Loth wiegt, wird um $13\frac{14}{20}$ fl. verkauft; wie hoch kommt ein Loth Silber? — Auf $1\frac{4}{5}$ fl.

10) Jemand kauft $5\frac{2}{5}$ Ztr. Zucker; wie viel muß er dafür bezahlen, wenn 3 Ztr. auf $86\frac{3}{4}$ fl. zu stehen kommen? — Für 1 Ztr. muß man $86\frac{3}{4} : 3 = 28\frac{11}{12}$ fl., für $5\frac{2}{5}$ Ztr. also $28\frac{11}{12} \times 5\frac{2}{5} = 156\frac{11}{20}$ fl. bezahlen.

11) Wenn eine Waare um $5\frac{1}{2}$ fl. 42 Meilen weit geführt wird, wie weit wird dieselbe Waare um $7\frac{1}{2}$ fl. geführt? — Um 1 fl.

wird die Waare $42 : 5\frac{1}{2} = \frac{84}{11}$ Meilen weit, daher um $7\frac{1}{3}$ fl. $\frac{84}{11} \times 7\frac{1}{3} = 56$ Meilen weit geführt.

12) Jemand kauft ein Stück Leinwand von $52\frac{1}{2}$ Ellen, 6 Ellen zu $1\frac{3}{4}$ fl.; er bezahlt darauf $12\frac{5}{6}$ fl.; wie viel bleibt er noch schuldig? — $2\frac{23}{48}$ fl.

13) Ein Gut trug in sechs auf einander folgenden Jahren: $2148\frac{2}{3}$, $2530\frac{1}{2}$, $3017\frac{4}{5}$, 2408, $2611\frac{3}{4}$, 1365 fl.; wie groß ist im Durchschnitt das jährliche Erträgniß? — In 6 Jahren trug das Gut $15082\frac{11}{20}$ fl.; auf ein Jahr kommen also $2513\frac{91}{120}$ fl.

14) Ein Weinwirth mischt $2\frac{1}{2}$ Eimer Wein zu $15\frac{1}{3}$ fl., $3\frac{1}{4}$ Eimer zu 14 fl., und $4\frac{1}{5}$ Eimer zu $12\frac{3}{4}$ fl.; wie viel ist ein Eimer von der Mischung werth? — $13\frac{502}{597}$ fl. — Die Rechnung steht:

$2\frac{1}{2}$ Eimer zu $15\frac{1}{3}$ fl. betragen	$15\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2} =$	$38\frac{1}{3}$ fl.,
$3\frac{1}{4}$ " " 14 " "	$14 \times 3\frac{1}{4} =$	$45\frac{1}{2}$ "
$4\frac{1}{5}$ " " $12\frac{3}{4}$ " "	$12\frac{3}{4} \times 4\frac{1}{5} =$	$53\frac{11}{20}$ "
$9\frac{19}{20}$ Eimer der Mischung betragen also	.	$137\frac{23}{60}$ fl.;

daher 1 Eimer $137\frac{23}{60} : 9\frac{19}{20} = 13\frac{502}{597}$ fl.

15) $423\frac{3}{5}$ fl. sind unter drei Personen zu theilen, daß A 3 Theile, B 4 Theile, C 5 Theile bekommt; wie viel entfällt auf jede dieser 3 Personen? — Alle 3 Personen bekommen 12 Theile, daher 1 Theil $423\frac{3}{5} : 12 = 35\frac{3}{10}$ fl. beträgt; es bekommt nun

A 3 solche Theile, somit $35\frac{3}{10} \times 3 = 105\frac{9}{10}$ fl.
B 4 " " " $35\frac{3}{10} \times 4 = 141\frac{1}{5}$ "
C 5 " " " $35\frac{3}{10} \times 5 = 176\frac{1}{2}$ "

16) Wie viel Gulden sind $\frac{3}{4}$ Kreuzer, wie viel $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6}, \frac{5}{8}$ Kreuzer?

17) Ein Dampfwagen legt in $2\frac{3}{8}$ Stunden $11\frac{5}{8}$ Meilen zurück; wie viel in einer Stunde?

18) Wie viele Kronthaler zu $2\frac{1}{5}$ fl. sind erforderlich, um damit $180\frac{2}{5}$ fl. zu bezahlen?

19) $67\frac{67}{71}$ kais. Dukaten enthalten eine kölnische Mark feines Gold; wie viel feines Gold kommt auf 1 Dukaten?

20) Jemand kauft um 11 fl. Zucker und Kaffee, und zwar von jedem für die Hälfte jenes Betrages; wenn nun 1 Pfd. Zucker $\frac{2}{3}$ fl., und 1 Pfund Kaffee $\frac{4}{5}$ fl. kostet, wie viel bekommt er Zucker, und wie viel Kaffee?

21) Wie hoch kommt ein Baugrund, welcher die Form eines Rechteckes hat, $24\frac{1}{2}^{0}$ lang und $11\frac{3}{4}^{0}$ breit ist, wenn die Quadratklafter mit $42\frac{3}{5}$ fl. bezahlt wird?

22) Wie viel Eimer faßt ein Wasserbehälter von $58\frac{7}{12}$ Kubikfuß, wenn jeder Eimer $1\frac{19}{24}$ Kubikfuß Raum einnimmt?

23) Ein Kaufmann kauft $214\frac{1}{2}$ Ellen Tuch, die Elle zu $3\frac{7}{10}$ fl.; und verkauft die Elle so, daß er $\frac{1}{10}$ des Einkaufspreises daran gewinnt. Wie theuer verkauft er die Elle, und wie viel gewinnt er im Ganzen?

24) Ein Getreidehändler kauft 48 Metzen Weizen zu $5\frac{3}{5}$ fl., und 37 Metzen zu $5\frac{5}{12}$ fl. Wenn er nun dieses Getreide mischt, und beim Verkaufe $\frac{1}{12}$ der ganzen Auslage gewinnen will; wie viel beträgt der Gewinn und wie theuer muß er den Metzen von dem gemischten Weizen verkaufen?

25) Ein Acker von 12 Joch $245\frac{3}{4}\,\square^0$ wird um $2837\frac{13}{20}$ fl. gekauft; der Käufer tritt um $3\frac{9}{32}$ Joch zu dem Einkaufspreise an seinen Nachbar ab; wie viel hat dieser dafür zu bezahlen?

II. Dezimalbrüche.

1. Erklärungen.

§. 53.

Dezimalbrüche sind solche Brüche, deren Nenner 10, 100, 1000, . . ., überhaupt 1 mit lauter Nullen ist.

Die Dezimalbrüche werden auf eine eigenthümliche Art angeschrieben. Man schreibt nämlich nur den Zähler an, und schneidet in demselben, von der Rechten angefangen, so viele Ziffern durch einen Punkt ab, als im Nenner Nullen vorkommen; der Nenner wird dann gänzlich weggelassen. Jener Punkt heißt der Dezimalpunkt. — Bleibt vor dem Dezimalpunkte keine Ziffer übrig, so kommt an diese Stelle eine Null. — Sind aber im Zähler sogar weniger Ziffer vorhanden, als ihrer abgeschnitten werden sollen, so ersetzt man die links fehlenden Ziffern durch Nullen; vor den Dezimalpunkt kommt dann auch eine Null. Z. B.:

$$\frac{583}{10} = 58\cdot3; \quad \frac{3759}{1000} = 3\cdot759; \quad \frac{23}{100} = 0\cdot23;$$
$$\frac{5789}{10000} = 0\cdot5789; \quad \frac{8}{100} = 0\cdot08; \quad \frac{31}{10000} = 0\cdot0031.$$

Um die Bedeutung der einzelnen Ziffern eines Dezimalbruches auszumitteln, braucht man denselben nur in seine Bestandtheile zu zerlegen. So ist z. B.

$$126\cdot3584 = \frac{1263584}{10000} =$$
$$= \frac{1260000}{10000} + \frac{3000}{10000} + \frac{500}{10000} + \frac{80}{10000} + \frac{4}{10000} =$$
$$= 126 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100} + \frac{8}{1000} + \frac{4}{10000}$$

Man sieht daraus:

Die Ziffern vor dem Dezimalpunkte bedeuten Ganze; die erste Ziffer nach dem Punkte bedeutet Zehntel, die zweite Hundertel, die dritte Tausendtel, die vierte Zehntausendtel u. s. w. Die Zehntel, Hundertel, . . . , überhaupt die Ziffern nach dem Dezimalpunkte werden Dezimalen genannt.

Nach dem dekadischen Zahlensysteme bedeutet jede Ziffer an der nächstfolgenden Stelle gegen die Rechte den 10ten Theil von dem, was sie an der vorhergehenden Stelle gilt. Da nun ein Zehntel der 10te Theil von einer Einheit, ein Hundertel der 10te Theil von einem Zehntel, ein Tausendtel der 10te Theil von einem Hundertel ist, u. s. f., so folgt, daß die Dezimalen als eine Erweiterung des dekadischen Zahlensystems betrachtet werden können, indem auch bei ihnen jede Ziffer an einer folgenden Stelle gegen die Rechte nur den 10ten Theil von dem gilt, was sie an der nächstvorhergehenden bedeutet.

Um einen Dezimalbruch auszusprechen, liest man zuerst die ganzen Stellen, und setzt das Wort Ganze hinzu; dann spricht man jede Dezimalstelle einzeln aus, mit oder ohne Hinzufügung des Nenners; oder man gibt alle Dezimalen als Zahl an, und setzt den letzten Nenner dazu. Z. B. 356·1207 wird gelesen: 356 Ganze, 1 Zehntel, 2 Hundertel, keine Tausendtel, 7 Zehntausendtel; oder: 356 Ganze, mit den Dezimalen 1, 2, 0, 7; oder 356 Ganze, 1207 Zehntausendtel.

Der Werth eines Dezimalbruches bleibt beständig, wenn man den Dezimalen rechts eine oder mehrere Nullen anhängt, weil dadurch der Werth der einzelnen Ziffern nicht geändert wird. Z. B.

$$9·3 = 9·3000, \quad 37·26 = 37·2600.$$

2. Das Addiren.

§. 54.

Dezimalbrüche werden addirt, wenn man sie zuerst so anschreibt, daß Einheiten unter Einheiten, Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel, . . . mithin auch die Dezimalpunkte genau unter einander zu stehen kommen, und dann wie bei ganzen Zahlen die gleichnamigen Stellen, von den niedrigsten angefangen, addirt; in der Summe erscheint dann der Dezimalpunkt gerade unter den übrigen Dezimalpunkten.

Beispiele.

1)
```
 135·378
  47·096
   0·957
  17·893
 -------
 201·344
```
Man addirt zuerst die Tausendtel, deren man 24 erhält, 24 Tausendtel geben 2 Hundertel und 4 Tausendtel, die 4 Tausendtel schreibt man an, die zwei Hundertel werden zu den Hunderteln weiter gezählt u. s. f.

2)
```
  36·57
  84·369
   7·5346
 --------
 131·4736
```
Hier denkt man sich in den ersten zwei Addenden die leeren Stellen rechts mit Nullen besetzt.

3)	4)	5)
0·7	5·1234	27·89
0·35	4·23456	15·3407
0·175	3·345678	8·7
0·0875	2·4567809	0.945
1·3125	15·1604189	52 8757

6) 12·345 + 55·286 + 9·213 + 11·578 + 19·375 = ?
7) 14·3 + 15·33 + 16·333 + 17·3333 + 18·33333 = ?
8) 0·3415 + 15 + 7·24 + 23·856 + 192·5 = ?
9) 35·2586 + 12·307 + 125·936 + 3·5679 + 0·85 + 875·3 + 2·97238 = ?
10) 357 + 24·792 + 3·89127 + 48·076 + 51·39 + 578·24 + 0·913 + 79·1479 = ?

Aufgaben.

1) Jemand hat drei Kapitalien: das erste trägt jährlich 45·123 fl., das zweite 87.75 fl., das dritte 102·625 fl. Zins; wie viel beträgt der jährliche Zins von allen drei Kapitalien? — 235·498 fl.
2) Eine Linie hat vier Abschnitte, welche einzeln 57·62, 24·45, 41·5, 25·64 Klafter lang sind; wie groß ist die ganze Länge dieser Linie? = 149·21 Klafter.
3) Welche Zahl ist um 38·25 größer als 57·12 + 58·365?
4) A liegt 34.25 Klafter höher als B, B um 5·72 Klafter höher als C, und C 15·125 Klafter höher als D; um wie viel liegt A höher als D?
5) Jemand besitzt 27·235 Joch Ackergrund, 8·172 Joch Wiesen, 0·814 Joch Gartenland und 15·36 Joch Waldungen; wie viel Bodenfläche macht dieses aus?
6) Fünf Goldstangen wiegen einzeln: 1·2345, 0·825, 0·7285, 1·0342, 0·95 Mark; wie groß ist das ganze Gewicht?
7) Man suche die Summe von 5 Zahlen, deren erste 17·347, und jede folgende um 3·8054 größer ist.
8) Die Grenzlinie Böhmens gegen Baiern beträgt 38·3, gegen Sachsen 56, gegen Preußen 38·8, gegen Mähren 49·5, gegen Niederösterreich 13·5 und gegen Oberösterreich 13·5 österreichische Meilen; auf wie viel Meilen beläuft sich der ganze Grenzzug von Böhmen?

3. Das Subtrahiren.

§. 55.

Dezimalbrüche werden subtrahirt, wenn man den Subtrahend so unter den Minuend setzt, daß die gleichnamigen Stellen, mithin auch die Dezimalpunkte gerade unter einander zu stehen kommen, und dann das Subtrahiren der gleichnamigen Stellen wie bei ganzen Zahlen verrichtet; im Reste erscheint der Dezimalpunkt genau unter den übrigen Dezimalpunkten.

Beispiele.

1)	2)	3)
314·3578	7·3400	63·5725
79·2383	7·1876	19·85
235·1195	0·1524	43·7225

Im zweiten und dritten Beispiele denkt man sich die leeren Dezimalstellen rechts mit Nullen besetzt.

4) 0·8914 — 0·371 =? 5) 17·8437 — 10 =?
6) 33 — 0·7905 =? 7) 9·25 — 4·1375 =?
8) 100 — 29·3247 — 15·863 — 12·856 — 20·5 =?
9) 78·3425 + 3·82 — 55·8904 — 23 =?
10) 6·35927 — 2·097 + 15·24 — 13·135794 =?

Aufgaben.

1) Jemand hat nach vier Monaten eine Summe von 3248·378 fl. zu bezahlen; wenn er aber die Zahlung alsogleich leistet, so werden ihm 64·967 fl. nachgelassen; wie viel wird der Schuldner in diesem Falle nur zu zahlen haben? — 3183·411 fl.
2) Die Fläche eines Kreises beträgt 28·436 Quadratzoll, die Fläche eines kleinern Kreises aus demselben Mittelpunkte beträgt 17·385 Quadratzoll; wie groß ist der ringförmige Raum zwischen den beiden Kreislinien? — 11·151 Quadratzoll.
3) Drei Ballen Baumwolle wiegen 1·75, 1·765, 1·82 Ztr.; die Ballen allein wiegen 0·065, 0·07, 0·0725 Ztr.; wie groß ist das Gewicht der Baumwolle allein? — 5·1275 Ztr.
4) Auf eine Schuld von 3000 fl. wird eine Abschlagszahlung von 788·25 fl. geleistet, wie groß ist noch der Schuldrest?
5) Die Triester Elle für Seide enthält 0·8197, für Wolle 0·877 Wiener Ellen; um wie viel ist die erstere kürzer als die zweite?
6) Ein preußischer Fuß hat 0·9929 Wien. Fuß, ein sächsischer Fuß nur 0·8959 Wien. Fuß; um wie viel ist der preußische Fuß länger als der sächsische, um wie viel ist jeder kürzer als der Wiener Fuß?
7) Um wie viel ist die Summe 3·478 + 15·3123 größer als der Unterschied 17·5 — 2·8915?
8) Welche Zahl ist um 8·357 kleiner als der Unterschied zwischen 20·18 und 3·425?

4. Das Multiplizieren.

§. 56.

Beim Multiplizieren der Dezimalbrüche kommen folgende Fälle in Betrachtung:

1. Einen Dezimalbruch mit 10, 100, 1000, . . . zu multiplizieren.

Um einen Dezimalbruch, z. B. 37·452 mit 10 zu multiplizieren, muß man von jedem Bestandtheile das 10fache nehmen, die 3 Zehner werden dann Hunderte, die 7 Einheiten Zehner bedeuten, die 4 Zehntel werden in 4 Einheiten, die 5 Hundertel in 5 Zehntel und die 2 Tausendtel in 2 Hundertel übergehen. Dieses alles wird dadurch erzielt, daß man den Dezimalpunkt um eine Stelle weiter gegen die Rechte rückt; also:

$$37{\cdot}452 \times 10 = 374.52.$$

Soll ein Dezimalbruch mit 100 multiplizirt werden, so muß bei jeder Ziffer das 100fache von dem genommen werden, was sie früher gegolten hat; dieses wird bewirkt, wenn man den Dezimalpunkt um zwei Stellen weiter gegen die Rechte rückt.

Allgemein:

Ein Dezimalbruch wird mit 10, 100, 1000, . . . multiplizirt, wenn man den Dezimalpunkt um 1, 2, 3, . . . Stellen gegen die Rechte rückt. — Hat der Dezimalbruch nicht so viele Stellen, als zur Ortsveränderung des Punktes nöthig sind, so werden die fehlenden Stellen rechts durch Nullen ersetzt. Z. B.:

1) $5{\cdot}3412 \times 10 = 53{\cdot}412$ 2) $17{\cdot}085 \times 100 = 1708{\cdot}5$
3) $1{\cdot}423 \times 1000 = 1423$ 4) $0{\cdot}587 \times 10000 = 5870$
5) $12{\cdot}341 \times 100 = ?$ 6) $0{\cdot}8923 \times 10 = ?$
7) $3{\cdot}1416 \times 1000 = ?$ 8) $5{\cdot}78 \times 10000 = ?$

2. Einen Dezimalbruch mit irgend einer ganzen Zahl zu multipliziren.

Es soll z. B. 48·578 mit 37 multiplizirt werden. Betrachtet man den Dezimalbruch als einen gemeinen Bruch, so ist:

$$48{\cdot}578 \times 37 = \frac{48578}{1000} \times 37 = \frac{48578 \times 37}{1000} = \frac{1587386}{1000} = 1797{\cdot}386$$
$$= 1587{\cdot}386.$$

Daraus sieht man:

Ein Dezimalbruch wird mit einer ganzen Zahl multiplizirt, wenn man ihn ohne Rücksicht auf den Dezimalpunkt wie eine ganze Zahl multiplizirt, und im Produkte so viele Stellen als Dezimalen abschneidet, als ihrer der Multiplikand hat. Z. B.

1) $\begin{array}{r} 12{\cdot}3456 \times 9 \\ \hline 111{\cdot}1104 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 3{\cdot}4709 \times 18 \\ \hline 62{\cdot}4762 \end{array}$

3) $\begin{array}{l} 0{\cdot}60458 \times 39 \\ 1{\cdot}81374 \\ \hline 23{\cdot}57862 \end{array}$ 4) $\begin{array}{l} 7{\cdot}81457 \times 153 \\ 3907285 \\ \hline 1195{\cdot}62921 \end{array}$

5) $73{\cdot}849 \times 7 = ?$ 6) $3{\cdot}1973 \times 71 = ?$
7) $0{\cdot}97365 \times 104 = ?$ 8) $7{\cdot}0925 \times 125 = ?$
9) $12{\cdot}85632 \times 992 =]$ 10) $0{\cdot}40567 \times 2359 = ?$
11) $7{\cdot}531084 \times 12468 = ?$ 12) $40{\cdot}873 \times 5999 = ?$

3. Einen Dezimalbruch mit einem Dezimalbruche zu multipliziren.

Es sei z. B. 3·456 mit 7·12 zu multipliziren. Betrachtet man die beiden Dezimalbrüche als gemeine Brüche, so hat man:

$$3{\cdot}456 \times 7{\cdot}12 = \frac{3456}{1000} \times \frac{712}{100} = \frac{3456 \times 712}{100000} = \frac{2460672}{100000} =$$
$$= 24{\cdot}60672.$$

Daraus ersieht man, daß die Ziffernreihe des Produktes erhalten wird, wenn man die beiden Dezimalbrüche mit Weglassung des Dezimalbruches als ganze Zahlen betrachtet und als solche multiplizirt; ferner, daß im Produkte so viele Dezimalen abzuschneiden sind, als Nullen in den Nennern der beiden Faktoren vorkommen, also so viele Dezimalen, als die beiden Faktoren zusammen enthalten.

Ein Dezimalbruch wird daher mit einem Dezimalbruche multiplizirt, wenn man die Multiplikazion ohne Rücksicht auf die Dezimalpunkte wie bei ganzen Zahlen verrichtet, und dann im Produkte so viele Dezimalstellen abschneidet, als ihrer in beiden Faktoren zusammen vorkommen. — Hat das Produkt nicht so viele Ziffern, als abgeschnitten werden sollen, so müssen die fehlenden Stellen links mit vorgesetzten Nullen ergänzt werden; an die Stelle der Ganzen kommt ebenfalls eine Null. Z. B.

1) 3·527 × 13·84
1·0581
28216
48·81368

2) 1·3578 × 0·1183
13578
108624
0·16062774

3) 4·37684 × 0·0027
8 75368
0·011 817468

4) 33·185 × 0·751
1659 25
24·921935

5) 2·3715 × 7·5009 = ?
6) 23·088 × 13·712 = ?
7) 0·293 × 0·584 = ?
8) 78·94 × 113·5 = ?
9) 258·34107 × 15·19298 = ?
10) 0·890572 × 12·81964 = ?
11) 39·345689 × 48·213158 = ?
12) 0·1234567 × 8·00937852 = ?

§. 57.

Oft reicht es hin, daß man im Produkte außer den Ganzen nur einige Dezimalen erhalte, da die späteren Stellen für die Berechnungen des gewöhnlichen Lebens keinen angebbaren Werth mehr haben. Bedeutet das Produkt z. B. Gulden, so sind 3 Dezimalen hinlänglich, da schon 0·001 Gulden kleiner ist als $\frac{1}{4}$ Pfennig, also ein nicht mehr zahlbares Geld; um so mehr gilt dieses von den weiteren Dezimalstellen.

Um zu zeigen, wie man die Multiplikazion verrichten könne, damit man, ohne eine überflüssige Ziffer anzuschreiben, im Produkte sogleich nur eine bestimmte Anzahl von Dezimalen erhalte, soll das Produkt aus 7·31456 und 8·942 bis auf die dritte Dezimalstelle entwickelt werden.

Die gewöhnliche Multiplikazion würde so stehen:

dcba	abcd
7·315	6 × 8·942
58 524	8
6 584	04
292	624
14	6312
65·416	0952

Die ganze Rechnung rechts des Striches ist überflüssig. Wie man sich dieselbe ersparen könnte, ergibt sich aus folgenden Betrachtungen. — Wenn man mit 8 multiplizirt, so fängt das Produkt erst dann bedeutend zu werden an, wenn man damit 5 multiplizirt, da das Produkt von 6 mit 8 rechts des Striches fällt; die niederste nothwendige Stelle in dem ersten Theilprodukte bekommt man also durch die Multiplikazion der Ziffer 5 des Multiplikands mit der Ziffer 8 des Multiplikators. Bei der Multiplikazion mit 9 beginnt das Produkt erst dann nothwendig zu werden, wenn man 1 mit 9 multiplizirt, indem die Produkte von 5 und 6 mit 9 auf die rechte Seite des Striches fallen; die niedrigste Stelle des zweiten Theilproduktes entsteht also, indem man mit der Ziffer 9 des Multiplikators die Ziffer 1 des Multiplikands multiplizirt. Eben so findet man die niedrigste nothwendige Ziffer im dritten Theilprodukte, wenn mit der Ziffer 4 des Multiplikators die Ziffer 3 des Multiplikands multiplizirt wird u. s. f. — Würde man daher den Multiplikator so unter den Multiplikand schreiben, daß die mit gleichen Buchstaben überschriebenen Ziffern gerade unter einander zu stehen kommen, nämlich:

d cba so könnte man bei der Entwicklung der abgekürzten
7.3156 Theilprodukte mit jeder Ziffer des Multiplikators zuerst
2.498 die gerade darüber stehende Ziffer des Multiplikands,

und dann nur noch die höheren multipliziren. Betrachtet man die Stellung der Ziffern des Multiplikators bei dieser zweiten Anschreibeweise, so sieht man, daß die Ziffer der Einheiten des Multiplikators, nämlich 8, unter der dritten Dezimale 5, also unter derjenigen Dezimalstelle des Multiplikands steht, mit welcher das Produkt abbrechen soll, und daß die übrigen Ziffern des Multiplikators darneben in umgekehrter Ordnung erscheinen. — Da in der letzten beizubehaltenden Stelle eines jeden Theilproduktes, wie aus der obigen Ausführung ersichtlich ist, nicht nur das Produkt aus den zwei hier über einander stehenden Ziffern, sondern auch die Zehner des Produktes mit der nächst niedrigeren Stelle des Multiplikands erscheinen, so muß man, um die niedrigste beizubehaltende Stelle genau zu erhalten, mit jeder Ziffer des Multiplikators, nachdem dieser in verkehrter Ordnung gehörig unter den Multiplikand angesetzt wurde, zuerst die, um eine Stelle weiter rechts stehende Ziffer des Multiplikands multipliziren, davon die nächsten Zehner behalten, und diese als Korrektur zu dem Produkte der über einander stehenden Ziffern addiren

Daraus ergeben sich für das abgekürzte Multipliziren der Dezimalbrüche folgende Regeln:

1. Man setze die Einheiten des Multiplikators, d. i. die Ziffer links vor dem Dezimalpunkte, unter diejenige Dezimalstelle des Multiplikands, welche im Produkte noch vorkommen soll; die übrigen Ziffern werden in umgekehrter Ordnung darneben geschrieben, so daß der ganze Multiplikator umgekehrt erscheint. — Hat der Multiplikator leere Stellen über sich, so ergänze man dieselben mit Nullen.

2. Man multiplizire mit der ersten rechts vorkommenden Ziffer des umgekehrten Multiplikators zuerst die um eine Stelle weiter rechts stehende Ziffer des Multiplikands, schreibt jedoch dieses Produkt nicht an, sondern merke sich davon nur die nächsten Zehner, welche die Korrektur bilden; dann multiplizire man die gerade darüber stehende Ziffer des Multiplikands, addire die Korrektur dazu, und fange hier das Produkt zu schreiben an; nun werden nach der Reihe auch die weiter folgenden Ziffern des Multiplikands multiplizirt: auf diese Art erhält man das erste abgekürzte Theilprodukt. Eben so multiplizirt man dann mit der zweiten, dritten,... Ziffer des Multiplikators, und schreibt die einzelnen dadurch erhaltenen abgekürzten Theilprodukte als Addizionsposten unter einander.

Die Ziffern des Multiplikators, mit denen bereits multiplizirt wurde, können zum Zeichen der geschehenen Multiplikazion unterstrichen werden.

3. Die abgekürzten Theilprodukte werden addirt, und in der Summe schneidet man die verlangte Anzahl Dezimalen ab.

Soll die letzte Dezimalstelle im Produkte vollkommen richtig sein, so entwickle man eine Dezimale mehr, als ihrer genau sein sollen.

Beispiele.

1) Man entwickle das Produkt aus 35·21567 und 21·785 in 3 Dezimalstellen.

```
35·21567 × 21·785
   5.8712
 70 4313
  3 5216
  2 4651
    2817
     176
 -------
 767·173
```

Weil im abgekürzten Produkte 3 Dezimalen verlangt werden, so setzt man die Einheiten des Multiplikators, d. i. die Ziffer 1, unter die dritte Dezimale 5 des Multiplikands; die übrigen Ziffern schreibt man so, daß der ganze Multiplikator umgekehrt unter den Multiplikand zu stehen kommt. Nun multiplizirt man mit 2, indem man sagt: 2mal 7 ist 14, bleibt 1 zur Korrektur; 2mal 6 sind 12, und 1 (Korrektur) sind 13; man schreibt 3 an, 1 wird, indem man auf die gewöhnliche Art weiter multiplizirt, zu dem folgenden Produkte gezählt. Hierauf multiplizirt man mit 1, und zwar: 1mal 6 sind 6, bleibt 1 zur Korrektur (weil 6 näher an 1 Zehner als an 0 Zehner liegt); 1mal 5 sind 5 und 1 (Korrektur) sind 6; man schreibt 6 gerade unter die niedrigste Ziffer des ersten abgekürzten Theilproduktes, und multiplizirt dann mit 1 wie gewöhnlich die weiteren Stellen des Multiplikands. Auf dieselbe Art multiplizirt man hierauf mit 7, 8 und endlich mit 5. Diese Theilprodukte werden, wie sie stehen, addirt, und in der Summe schneidet man 3 Dezimalen ab.

2) Man multiplizire 123·45 mit 0·00678 so, daß im Produkte 4 Dezimalen erscheinen.

$123{\cdot}45_{00} \times 0{\cdot}00678$	oder	$0{\cdot}00678_0 \times 123{\cdot}45$
87 6000		54321
740 7		6780
86 4		1356
9 8		203
0·8369		27
		3
		0·8369

Hier kommen die Einheiten des Multiplikators unter die vierte Dezimalstelle des Multiplikands; die fehlenden Dezimalen rechts im Multiplikand werden mit Nullen erse t.

Eben so findet man:

3)	23·9457	× 2·79	in 3 Dezimalen gleich	670·011;
4)	21·425	× 13·708	„ „ „ „	293·693;
5)	24·15678	× 0·4156	„ „ „ „	10·039;
6)	9·53648	× 0·7843	„ 4 „ „	7·4794;
7)	7·94286	× 28·3795	„ „ „ „	225·4143.

Man entwickle noch:

8)	23·4135	× 3·14159	in 4 Dezimalen.
9)	17·2841	× 12·0827	„ 3 „
10)	5·287	× 4·921	„ 2 „
11)	0·83478	× 0·0135	„ 4 „
12)	35·13569	× 3·17692	„ 4 „
13)	8·92357	× 15·823	„ 4 „
14)	0·813562	× 0·157938	„ 6 „

Aufgaben.

§. 58.

1) Ein Ztr. einer Waare kostet 35·786 fl.: was kosten 199 Ztr.? — 7121·414 fl.

2) Ein Kapital gibt in einem Jahre 128·314 fl. Zins; wie viel in 2.34 Jahren? — Da das Resultat Gulden bedeutet, so reicht es hin, dasselbe auf 3 Dezimalen zu berechnen; man bekommt mittelst der abgekürzten Multiplikazion 300·488 fl.

3) Eine kölnische Mark feines Silber gilt 20·35 fl.; wie hoch kommen 4·612 Mark zu stehen? — Auf 93·854 fl.

4) Wie groß ist der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser 8·345 Fuß beträgt? — 26·217 Fuß.

Um aus dem Durchmesser eines Kreises den Umfang zu berechnen, multiplizirt man den Durchmesser mit 3.1416.

5) Ein Wiener Fuß enthält 0·316102 Meter; wie viel Meter machen 3·16353 Wiener Fuß? — 1 Meter.

6) Wenn 1 Ztr. 81·238 fl. kostet, was kosten 8, 34, 100, 7·23, 13·856, 57·075 Zentner?

7) Ein Wiener Eimer hat 1·792 Kubikfuß; wie viel Kubikfuß machen 58, 3·81, 17·098, 28·525 Eimer?

8) Ein niederösterreichischer Metzen enthält 1·9471 Kubikfuß; wie viel Kubikfuß enthalten 18·8, 5·75, 13·136, 47·5035 Metzen?

9) Ein Kilogramm hat 2·785675 Wiener Pfund; wie viel Wiener Pfund haben 100, 8·356, 37·093, 188·24, 3088·285 Kilogramm?

10) Wie viel Quadratfuß enthält ein Rechteck, welches 27·34 Klafter lang, und 13·156 Klafter breit ist?

11) Von zwei Gärten ist der eine 35·3 Klafter lang und 19·35 Klafter breit, der andere 31·25 Klafter lang und 18·75 Klafter breit; um wie viel Quadratklafter ist der erste Garten größer als der zweite?

12) Wie hoch kommt das Pflaster eines Hofes, der ein 13·278 Klafter langes und 7·536 Klafter breites Rechteck vorstellt, wenn die Quadratklafter zu 1·535 fl. gerechnet wird?

13) Ein Gefäß ist 4·23 Fuß lang, 2·125 Fuß breit und 1·05 Fuß tief; wie viel Kubikfuß beträgt der Inhalt?

14) Der Durchmesser eines Kreises beträgt 2·348′, jener eines zweiten Kreises aber nur 1·835′; wie groß ist der Unterschied ihrer Umfänge?

15) Quecksilber ist 13·598, Blei 11·33, Zinn 7·291, Kupfer 8·788, Gußeisen 7·207mal so schwer als eine Wassermenge von gleichem Volum; wenn nun ein Kubikfuß Wasser 56·6 Pfund wiegt, wie viel wiegen 2·35 Kubikfuß von jedem der genannten Metalle?

5. Das Dividiren.

§. 59.

Beim Dividiren der Dezimalbrüche hat man mehrere Fälle zu unterscheiden.

1. Einen Dezimalbruch durch 10, 100, 1000, ... zu dividiren.

Soll ein Dezimalbruch, z. B. 734·6, durch 10 dividirt werden, so muß man von dem Werthe jeder einzelnen Ziffer den 10ten Theil nehmen; die 7 Hunderte gehen dadurch in 7 Zehner über, die 3 Zehner in 3 Einheiten, die 4 Einheiten in 4 Zehntel, und die 6 Zehntel in 6 Hundertel; dieses alles wird bewirkt, wenn man den Dezimalpunkt um eine Stelle weiter gegen die Linke rückt; es ist somit 734·6 : 10 = 73·46.

Um einen Dezimalbruch durch 100 zu dividiren, muß man jeder Ziffer eine 100mal kleinere Bedeutung geben, als sie früher hatte; dieses geschieht, indem man den Dezimalpunkt an zwei Stellen gegen die Linke rückt.

Allgemein:

Ein Dezimalbruch wird durch 10, 100, 1000, ... dividirt, wenn man den Dezimalpunkt um 1, 2, 3, ... Stellen gegen die Linke rückt. — Hat der Dezimalbruch nicht so viele ganze Stellen, als zur Ortsveränderung des Punktes nöthig sind, so ergänze man die fehlenden links mit Nullen. Z. B.:

1) 578.35 : 10 = 57.835 2) 123·47 : 100 = 1·2347
3) 723·1 : 1000 = 0·7231 4) 15·34 : 10000 = 0.001534
5) 135·78 : 100 = ? 6) 0·78 : 1000 = ?

Die hier für Dezimalbrüche abgeleitete Regel findet auch auf ganze Zahlen ihre Anwendung; es wird nämlich eine ganze Zahl durch 10, 100, 1000, ... dividirt, wenn man ihr rechts 1, 2, 3, ... Ziffern als Dezimalen abschneidet. Z. B.

1) 3586 : 10 : 358·6 2) 794 : 10000 = 0.0794
3) 3924 : 100 = ? 4) 178 : 1000 = ?

2. Einen Dezimalbruch durch irgend eine ganze Zahl zu dividiren.

Es sei z. B. 853.74 durch 3 zu dividiren. 8 Hunderte durch 3 dividirt geben 2 Hunderte, und es bleiben noch 2 Hunderte; diese geben 20 Zehner, und 5 Zehner sind 25 Zehner, welche durch 3 dividirt 8 Zehner zum Quozienten und 1 Zehner zum Reste geben; 1 Zehner macht 10 Einheiten, und 3 sind 13 Einheiten, diese durch 3 dividirt geben 4 Einheiten, und es bleibt noch 1 Einheit; 1 Einheit hat 10 Zehntel, und 7 Zehntel sind 17 Zehntel, welche durch 3 dividirt 5 Zehntel als Quozient, und 2 Zehntel als Rest geben; 2 Zehntel sind 20 Hundertel, und 4 Hundertel sind 24 Hundertel, welche durch 3 getheilt 8 Hundertel geben. Die Rechnung steht:

853.74 : 3
284·58

Man sieht, daß jede Ziffer des Quozienten denselben Werth hat, als die dividirte Stelle im Dividend; man braucht daher nur den Dividend wie eine ganze Zahl zu dividiren, und in dem Quozienten den Dezimalpunkt zu setzen, nachdem man die Stelle der Einheiten dividirt hat.

Ein Dezimalbruch wird daher durch eine ganze Zahl dividirt, wenn man ihn wie eine ganze Zahl dividirt, und im Quozienten den Dezimalpunkt setzt, bevor man die erste Dezimalstelle des Dividends in Rechnung zieht. — Bleibt am Ende ein Rest, so kann man demselben eine Null anhängen, und die Division auf dieselbe Weise weiter fortsetzen.

Beispiele.

1) 785·34767 : 9
86·14973

2) 3.59458 : 11
0·32678

3) 3784·26 : 137 = 27·6223 . . .
1044
852
306
320
460
49

4) 927·744 : 96 = 9.664
5) 9.78476: 58 = 0·168703 . . .
6) 87·1904 : 50 = ?
7) 315,93 : 64 = ?
8) 7·8375 : 125 = ?
9) 510·246 : 317 = ?
10) 17·35638 : 3578 = ?
11) 3·141569 : 80578 = ?
12) 2574·31585 : 9373 = ?

3) Einen Dezimalbruch durch einen Dezimalbruch zu dividiren.

Ist z. B. 5·696 durch 3·2 zu dividiren, so kann man Divisor und Dividend mit 10 multipliziren, da der 10fache Divisor in dem 10fachen Dividend gewiß eben so oft enthalten ist, als der einfache Divisor in dem einfachen Dividende; im Divisor fällt nach dieser Multiplikazion der Dezimalpunkt weg, im Dividende aber erscheint er um eine Stelle weiter gegen die Rechte; sodann hat man einen Dezimalbruch durch eine ganze Zahl zu dividiren. Es ist also:

5·696 : 3·2 = 56·96 : 32 = 1.78
24 9
2 56
00

Wenn daher ein Dezimalbruch durch einen Dezimalbruch dividirt werden soll, so multiplizirt man zuerst Dividend und Divisor mit 10, 100, 1000, ..., je nachdem der Divisor 1, 2, 3, . . . Dezimalstellen enthält; dadurch verwandelt sich der Divisor in eine ganze Zahl, im Dividende aber erscheint der Dezimalbruch um so viele Stellen weiter gegen die Rechte, als im Divisor Dezimalen waren. Dann wird der Dividend durch die ganze Zahl, als welche der Divisor erscheint, dividirt.

Dasselbe Verfahren ist auch anzuwenden, wenn eine ganze Zahl durch einen Dezimalbruch dividirt werden soll.

Beispiele.

1) 258·2637 : 7·95 = 25826·37 : 795 = 32.486
1976
386 3
68 37
3 770
0

2) 28·2 : 0·002 = 28200 : 2 = 14100
3) 5·6784 : 9·78 = 0·58061 . . .
4) 2·7241 : 0·1234 = 22·07537 . . .
5) 0·04178 : 8·079 = 0·00517 . . .
6) 365·12 : 13·57863 = 26·88923 . . .
7) 18·93 : 5·87 = ?
8) 39·07 : 45·5 = ?
9) 328 : 2·156 = ?
10) 5.83 : 0.078 = ?
11) 312·4791 : 38·472 = ?
12) 918·5093 : 19·79352 = ?
13) 5·241572 : 0·82935 = ?

§. 60.

Ein anderes allgemeines Verfahren für die Division der Dezimalbrüche beruhet auf folgenden Betrachtungen. Die Ziffernreihe des Quozienten hängt blos von der Ziffernreihe des Dividends und jener des Divisors ab; man bekommt daher die auf einander folgenden Ziffern des Quozienten, wenn man im Dividend und im Divisor die Dezimalpunkte ganz unberücksichtigt läßt, und die Division wie bei ganzen Zahlen verrichtet. Der Stellenwerth der Ziffern ist sodann vollkommen bestimmt, wenn man den Werth der ersten, d. i. der höchsten Ziffer kennt, da der Stellenwerth jeder folgenden Ziffer um das Zehnfache abnimmt. Bei der Division ganzer Zahlen hat bekanntlich die erste Ziffer des Quozienten denselben Stellenwerth, wie die niedrigste Ziffer im ersten Theildividend, oder was einerlei ist, wie diejenige Ziffer, von welcher das Produkt aus der ersten Ziffer des Quozienten mit den Einheiten des Divisors abgezogen wird; kommen nun im Divisor nebst den Ganzen auch Dezimalen vor, so ändert dieses den Stellenwerth der ersten Ziffer im Quozienten nicht; es wird also auch da die erste Ziffer des Quozienten Einheiten derselben Ordnung bedeuten, wie die Ziffer des Dividends, von welcher das Produkt aus der ersten Ziffer des Quozienten mit den Einheiten des Divisors abgezogen werden muß. Hat der Divisor keine Ganzen, somit an der Stelle der Einheiten eine Null, so hat die erste Ziffer im Quozienten gleichen Stellenwerth mit der Ziffer des Dividends, wo das Produkt aus jener Ziffer des Quozienten mit den Einheiten des Divisors abzuziehen wäre, wenn sich an dieser Stelle eine bedeutliche Ziffer befände.

Es ergibt sich also für das Dividiren der Dezimalbrüche folgendes allgemeine Verfahren:

1. Man bestimme die erste Ziffer des Quozienten, ohne auf die Dezimalpunkte Rücksicht zu nehmen.

2. Man multiplizire mit dieser Ziffer des Quozienten den Divisor, ziehe das Produkt von dem ersten Theildividende ab und sehe, von welcher Stelle des Dividends das Produkt der Einheiten des Divisors mit jener Ziffer des Quozienten subtrahirt wird; oder wenn der Divisor keine Einheiten hat, von welcher Stelle jenes Produkt subtrahirt werden müßte, wenn die Einheiten vorhanden wären. Die erste Ziffer des Quozienten bedeutet nun Einheiten derselben Ordnung wie die Ziffer des Dividends, von welcher das genannte Produkt zu subtrahiren ist. Ist diese Stelle eine Dezimalstelle, so deutet man dieses durch Vorsetzung der erforderlichen Nullen mit dem Dezimalpunkte an; ist sie eine ganze Stelle, so punktirt man alle noch folgenden ganzen Stellen, und setzt dann den Dezimalpunkt.

3. Die weitere Division wird wie bei ganzen Zahlen verrichtet.

Beispiele.

1) 9141·2321 : 32·9 = 277.849
   2561
    258 2
     27 93
      1 612
        2961
           0

Da hier das Produkt aus der ersten Ziffer 2 des Quozienten mit den Einheiten 2 des Divisors von der Ziffer 1 des Dividends, welche Hunderte bedeutet, subtrahirt wird, so bedeutet auch 2 im Quozienten Hunderte, und es müssen noch zwei ganze Stellen, nämlich Zehner und Einheiten folgen, deren Stellen man vor der wirklichen Bestimmung der dahin kommenden Ziffern punktirt; die Rechnung steht daher im Anfange:

9141·2321 : 32·9 = 2 . . .
256

Hierauf wird, ohne weiter auf die Dezimalpunkte Rücksicht zu nehmen, die Division wie bei ganzen Zahlen fortgesetzt.

2) 3·4156 : 82·7 = 0·0413 . . .
   1076
    2490
       9

Hier wird das Produkt aus der ersten Ziffer 4 des Quozienten mit den Einheiten 2 des Multiplikators von der Ziffer 1 des Dividends, welche Hundertel bedeutet, subtrahirt; daher kommt 4 an die Stelle der Hundertel.

3) 2·5882 : 0·123 = 21·042 . .
128 Das Produkt aus der ersten Ziffer 2 mit
520 den Zehnteln des Divisors wird von den Ein-
280 heiten des Dividends subtrahirt; wenn daher
34 der Divisor auch Einheiten enthielte, so müßte das Produkt derselben mit 2 von den Zehnern des Dividends abgezogen werden; darum bedeutet die erste Ziffer 2 im Quozienten Zehner.

4) 19·78 : 3·415 = 5·79209 . .
5) 741·85 : 18·34 = 40·44983 . .
6) 7·42176 : 13·156 = 0·56413 . .
7) 9·1342 : 208·3 = 0·04384 . .
8) 12·345 : 0·0047 =?
9) 83·087 : 5·37 =?
10) 0·8376 : 0·421 =?
11) 0·3126 : 0·0434 =?

§. 61.

Wenn man im Quozienten nur einige Dezimalen erhalten will, so bediene man sich der abgekürzten Division. Dabei verfährt man nach folgenden Regeln:

1. Man suche die erste Ziffer im Quozienten, und bestimme ihren Stellenwerth. Da der Quozient eine bestimmte Anzahl Dezimalen enthalten soll, so ist aus dem Stellenwerthe der ersten Ziffer auch bekannt, wie viel Ziffern der abgekürzte Quozient haben soll.

2. Man schneide im Divisor, von der Linken angefangen, so viele Ziffern ab, als ihrer der gesuchte Quozient enthalten soll; diese bilden den abgekürzten Divisor. Hat der Divisor nicht so viele Ziffern, als ihrer abgeschnitten werden sollen, so tritt die abgekürzte Division erst später im Verlaufe der Rechnung ein.

3. Man behalte auch im Dividende nur so viele Ziffern von der höchsten angefangen, als ihrer der Quozient haben soll, oder um eine mehr, wenn der erste Theildividend um eine Stelle mehr hat, als der Divisor; jene beibehaltenen Ziffern sind der abgekürzte Theildividend.

4. Man dividirt nach den gewöhnlichen Divisionsregeln so lange fort, bis die letzte Ziffer des abgekürzten Dividends herabgesetzt wurde; hierauf schneidet man bei jeder folgenden Division die niederste noch vorhandene Ziffer des Divisors ab; die jedesmal gefundene Ziffer des Quozienten wird dann zuerst mit der höchsten im Divisor weggelassenen Ziffer multiplizirt, und die aus diesem Produkte erhaltene Korrektur zu dem ersten eigentlichen Produkte addirt.

5. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis sich im Divisor keine Ziffer mehr vorfindet.

Beispiele.

1) Man bestimme den Quozienten 83·423 : 31·586 in 4 Dezimalen.

83·423 : 3‚1'‚5‚8‚6 = 2·6411
20 251 Die erste Ziffer 2 des Quozienten bedeutet Ein-
1 299 heiten; daher wird der Quozient im Ganzen 5 Zif-
36 fern enthalten; es werden daher der Dividend und
4 der Divisor, so wie sie gegeben sind, auch schon als abgekürzt zu betrachten sein. Nachdem das Produkt des Divisors mit 2 von dem Dividende subtrahirt wurde, schneidet man, anstatt dem Reste 20251 eine Null anzuhängen, im Divisor die letzte Ziffer 6 weg, und dividirt 20251 durch 3158; sodann multiplizirt man: 6mal 6 sind 36, bleiben 4 zur Korrektur; 6mal 8 sind 48, und 4 (Korrektur) sind 52, und (9) sind 61 u. s. f.

2) Man suche den Quozienten 3 79357 : 13 8594 in 3 Dezimalen.

3·79‚357 : 13‚'‚8‚594 = 0 274
1 02 Da hier die erste Ziffer 2 des Quozienten Zehntel
5 bedeutet, so müssen im Ganzen 3 Ziffern entwickelt werden; man behält daher im Dividend und im Divisor die drei höchsten Stellen bei, und dividirt dann abgekürzt.

3) 12345·6352 : 7·89 soll in drei Dezimalstellen entwickelt werden.

12345·635‚2 : 7‚8‚9 = 1564 719
4455 Die erste Ziffer 1 im Quozienten bedeutet Tau-
510 6 sende; der Quozient enthält also vier ganze Stel-
37 23 len, so daß man mit diesen 7 Ziffern zu entwickeln
5 675 hat; der abgekürzte Divisor soll daher 7, und der
152 abgekürzte Dividend 8 Stellen haben; da aber
73 der Divisor nur dreizifferig ist, so tritt die abgekürzte Division erst dann ein, nachdem die letzte Ziffer 5 des abgekürzten Dividends in Rechnung gezogen wurde.

4) 578·238 : 8·3452 gibt in 3 Dezimalen 69·291,
5) 24·385 : 0·0278 „ „ 3 „ 87·716,
6) 5·7834 : 13·857 „ „ 3 „ 0·420,
7) 328 : 3·1416 „ „ 2 „ 104·41,
8) 58·492 : 758·79 „ „ 4 „ 0·0077.

Man bestimme noch:

9) 12·903 : 5·284 in 3 Dezimalen
10) 3·79 : 48·75 „ 4 „
11) 546·08 : 4·312 „ 2 „

Aufgaben.

§. 62.

1) Ein Kapital gibt in 4 Monaten 57·384 fl. Interesse; wie viel in 1 Monate? — 14·346 fl.

2) Wenn 1 Ztr. 17·75 fl. kostet; wie viel Ztr. kann man um 348·25 fl. kaufen? — 19·62 Ztr.
3) Wenn 7·248 Mark feines Silber mit 145·6 fl. bezahlt werden, wie hoch wurde die Mark feines Silber gerechnet? — Zu 20·088 fl
4) Eine Linie wurde 4mal gemessen; ihre Länge betrug bei der ersten Messung 68·358, bei der zweiten 68·742, bei der dritten 68·127, bei der vierten 68·479 Klafter; wie groß darf die Länge mit Rücksicht auf alle vier Messungen angenommen werden? — Alle vier Messungen geben zusammen 273·706 Klafter, was die 4fache Länge der gemessenen Linie vorstellt; die mittlere Länge ist also der vierte Theil von jener Summe, somit 684·265 Klafter.
5) Wie hoch kommen 37·347 Ztr., wenn man 18 345 Ztr. mit 718·356 fl. bezahlt? — 1 Ztr. kostet 718 356 : 18·345 = = 39·158 fl., 37·347 Ztr. werden also 39·158 × 37·347 = = 1462·433 fl. kosten.
6) Der Umfang des Aequators ist 5400 geographische Meilen; wie groß ist der Durchmesser? (Man dividire den Umfang durch 3·1416).
7) Ein Eimer enthält 1·792 Kubikfuß; wie viel Eimer kommen auf 23·25 Kubikfuß?
8) Das Licht legt den Weg von der Sonne zur Erde, also 21000000 Meilen, in 493·22 Sekunden zurück; wie viele Meilen in einer Sekunde?
9) Wie viel Metzen faßt ein Getreidekasten, welcher 11·28 Fuß lang, 4·55 Fuß breit und 4·82 Fuß tief ist, den Metzen zu 1·9471 Kubikfuß gerechnet?
10) Wenn 5·925 Ztr. einer Waare mit 153·75 bezahlt werden, wie hoch kommen 13·136 Ztr.?
11) Ein Rad hat 4·45′ im Durchmesser; wie groß ist der Umfang desselben, und wie viele Umläufe wird es machen müssen, um eine Meile zurückzulegen?
12) Ein runder Tisch hat für 12 Personen Platz; wie groß ist sein Durchmesser, wenn auf eine Person 2·2′ des Umfanges gerechnet werden?

6. Verwandlung eines gemeinen Bruches in einen Dezimalbruch, und umgekehrt.

§. 63.

Jeder gemeine Bruch kann in einen Dezimalbruch verwandelt werden.

Man kann nämlich den Zähler eines jeden Bruches als Dividend und den Nenner desselben als Divisor betrachten, mithin auch die Division des Zählers durch den Nenner in Dezimalen wirklich verrichten, indem man dem jedesmaligen Reste eine Null anhängt.

Ein gemeiner Bruch wird demnach in einen Dezimalbruch verwandelt, wenn man den Zähler durch den Nenner dividirt, so lange es angeht. Hat man zu dem Reste keine Ziffer des Dividends mehr hinzuzufügen, so bringe man im Quozienten den Dezimalpunkt an, und hänge diesem, so wie jedem folgenden Reste eine Null an, und fahre so im Dividiren fort. Geht die Division zuletzt ohne Rest auf, so ist der als Quozient erhaltene Dezimalbruch dem gegebenen gemeinen vollkommen gleich, sonst nur angenähert, und zwar um so genauer, je mehrere Dezimalen man entwickelt. Z. B.

1) $\frac{225}{16} = 225 : 16 = 14{\cdot}0625$	2) $\frac{23}{78} = 23 : 78 = 0{\cdot}2948\ldots$
65	230
100	740
40	380
80	680
0	56

Im zweiten Beispiele geht die Division nicht ohne Rest auf, daher ist der gemeine Bruch $\frac{23}{78}$ durch den Dezimalbruch 0·2948 nicht genau, sondern nur näherungsweise ausgedrückt.

3) Man verwandle noch folgende gemeine Brüche in Dezimalbrüche: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{11}{32}$, $\frac{331}{128}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{23}{25}$, $\frac{9123}{125}$, $\frac{73}{625}$, $\frac{17}{20}$, $\frac{63}{80}$, $\frac{59}{24}$, $\frac{31}{11}$, $\frac{117}{35}$, $\frac{28}{30}$, $\frac{113}{241}$, $\frac{719}{1728}$.

Wenn man in einem Dezimalbruche mehr Dezimalen hat, als ihrer der Gegenstand der Rechnung erfordert, so läßt man die überflüssigen Dezimalen weg, vergrößert aber die letzte beibehaltene Ziffer um 1, wenn die nächste darauf folgende Ziffer, die man schon wegläßt, 5 oder größer als 5 ist, d. h. man korrigirt die letzte beibehaltene Dezimale. Wollte man z. B. in dem Dezimalbruche 0·2948 nur drei Dezimalen beibehalten, so würde man dafür 0·295 setzen, weil die erste vernachläßigte Dezimale 8 größer als 5 ist.

Wenn sich bei der Verwandlung eines gemeinen Bruches in einen Dezimalbruch immerfort dieselbe Ziffer oder dieselbe Ziffernreihe wiederholt, so heißt der Dezimalbruch ein periodischer. Die Ziffern, welche sich wiederholen, heißen die Periode. Z. B.:

$\frac{353}{12} = 29{\cdot}41666\ldots$; $\frac{239}{990} = 0{\cdot}2414141\ldots$; $\frac{13}{37} = 0{\cdot}351351\ldots$

Im ersten Beispiele besteht die Periode aus einer Ziffer, nämlich 6; im zweiten aus zwei Ziffern, nämlich 41; im dritten aus drei Ziffern, nämlich 351.

Man pflegt die Periode nur einmal anzuschreiben, jedoch die erste und die letzte Ziffer derselben mit darüber gesetzten Punkten zu bezeichnen. Es ist demnach:

$\frac{353}{12} = 29{\cdot}41\dot{6}$; $\frac{239}{990} = 0{\cdot}2\dot{4}\dot{1}$; $\frac{13}{37} = 0.\dot{3}5\dot{1}$.

§. 64.

Bei der Verwandlung von Dezimalbrüchen in gemeine hat man verschiedene Fälle zu unterscheiden.

1. Wenn der Dezimalbruch ein endlicher ist, also ohne Periode, so braucht man ihn nur mit Angabe seines Nenners auszusprechen, und den so ausgesprochenen Dezimalbruch in Form eines gemeinen Bruches anzuschreiben. Z. B. der Dezimalbruch 0.48 wird ausgesprochen: 48 Hundertel; wird dieses angeschrieben, so hat man $0{\cdot}48 = \frac{48}{100}$.

Ein endlicher Dezimalbruch wird daher in einen gemeinen Bruch verwandelt, wenn man die Dezimalen desselben zum Zähler, zum Nenner aber 1 mit so vielen Nullen annimmt, als Dezimalen vorhanden sind; dann wird der Bruch, wenn es möglich ist, abgekürzt. Z. B.:

1) $0{\cdot}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$. 2) $0{\cdot}875 = \frac{875}{1000} = \frac{175}{200} = \frac{35}{40} = \frac{7}{8}$.
3) $3{\cdot}5 = 3\frac{5}{10} = 3\frac{1}{2}$. 4) $18{\cdot}75 = 18\frac{75}{100} = 18\frac{3}{4}$.

5) Es sollen noch die Dezimalbrüche 0·4, 0·025, 0·336, 6·48, 37·15, 10·064, 58·0256, 233·125 in gemeine Brüche verwandelt werden.

2. Es sei ein periodischer Dezimalbruch, worin der Periode keine Dezimale vorangeht, z. B. $0{\cdot}\dot{4}0\dot{8}$, in einen gemeinen Bruch zu verwandeln. Multiplizirt man diesen ohne Ende fortlaufenden Dezimalbruch 0.408408408 . . . mit 1000, so erhält man 408·408408 . . .; zieht man nun von dem 1000fachen Bruche den einfachen Bruch ab, so fallen im Reste die Dezimalen weg; man hat nämlich:

$$\left.\begin{array}{rcl} \text{1000facher Bruch} & = & 408{\cdot}408408\ldots \\ \text{1facher Bruch} & = & 0{\cdot}408408\ldots \end{array}\right\}\text{abgezogen}$$

$$\text{999facher Bruch} = 408,$$

daher der einfache Bruch $= \frac{408}{999}$;

es ist also $0{\cdot}\dot{4}0\dot{8} = \frac{408}{999}$.

Man sieht hier, daß der Zähler des gemeinen Bruches die Periode, der Nenner aber so viele Neuner enthält, als in der Periode Ziffern vorkommen. Dieselbe Entwikelungsart findet Statt, wenn für irgend einen periodischen Dezimalbruch, in welchem die Periode gleich mit der ersten Dezimale beginnt, der ihm entsprechende gemeine Bruch aufgestellt werden soll. Es gilt demnach die Regel:

Ein periodischer Dezimalbruch, worin der Periode keine Dezimale vorausgeht, wird in einen gemeinen Bruch verwandelt, wenn man die Periode zum Zähler, und zum Nenner so viele Neuner annimmt, als die Periode Ziffern enthält. Z. B:

1) $0{\cdot}\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. 2) $0{\cdot}\dot{6}\dot{3} = \frac{63}{99} = \frac{7}{11}$.
3) $7{\cdot}\dot{6} = 7\frac{6}{9} = 7\frac{2}{3}$. 4) $38{\cdot}\dot{2}41\dot{8} = 38\frac{2418}{9999} = \frac{806}{3333}$.

5) Es sollen noch die periodischen Dezimalbrüche $0{\cdot}\dot{7}\dot{2}$, $8{\cdot}\dot{9}\dot{3}$, $0{\cdot}\dot{5}0\dot{3}$, $17{\cdot}\dot{1}5\dot{3}$, $3{\cdot}\dot{4}2\dot{3}$, $0{\cdot}\dot{5}3846\dot{1}$ durch gemeine Brüche ausgedrückt werden.

3. Ist ein periodischer Dezimalbruch, worin der Periode noch andere Dezimalen vorangehen, z. B. $0{\cdot}82\dot{3}4\dot{5}$, in einen gemeinen Bruch zu verwandeln, so multiplizire man den ohne Ende fortlaufenden Bruch $0{\cdot}82345345345\ldots$ zuerst mit 100000, und dann mit 100; zieht man nun den 100fachen Bruch von dem 100000fachen Bruche ab, so fallen im Reste, welcher den 99900fachen Bruch enthält, alle Dezimalen weg; man hat nämlich:

$$\left.\begin{array}{r}\text{100000facher Bruch} = 82345{\cdot}345345\ldots\\ \text{100facher Bruch} = 82{\cdot}345345\ldots\end{array}\right\}\text{abgezogen}$$

$$\begin{array}{r}\text{99900facher Bruch} = 82263,\\ \text{und 1facher Bruch} = \frac{82263}{99900};\end{array}$$

$$\text{es ist also } 0{\cdot}82\dot{3}4\dot{5} = \frac{82263}{99900}.$$

Der Zähler dieses gemeinen Bruches wurde erhalten, indem man von 82345 die Zahl 82 subtrahirte; indem man also die der Periode vorangehenden Dezimalen 82 sammt der Periode 345 aufstellte, und von dieser Zahl 82345 die der Periode vorangehenden Dezimalen 82 abzog. Den Nenner bilden so viele Neuner, als die Periode Ziffern enthält, mit so vielen Nullen rechts, als Dezimalen der Periode vorangehen.

Daraus folgt:

Ein periodischer Dezimalbruch, worin der Periode noch andere Dezimalen vorangehen, wird in einen gemeinen Bruch verwandelt, wenn man die der Periode vorangehenden Dezimalen sammt der Periode zusammenstellt, von dieser Zahl die der Periode vorangehenden Dezimalen abzieht, und den Rest zum Zähler eines Bruches annimmt, dessen Nenner so viele Neuner sind, als die Periode Ziffern hat, mit so vielen Nullen rechts, als Dezimalen der Periode vorausgehen. Z. B.:

1) $0{\cdot}5\dot{8} = \frac{58-5}{90} = \frac{53}{90}$.

2) $0{\cdot}34\dot{3} = \frac{343-34}{900} = \frac{309}{900} = \frac{103}{300}$.

3) $4{\cdot}2\dot{7}\dot{4} = 4\frac{274-2}{990} = 4\frac{272}{990} = 4\frac{136}{495}$.

4) $45{\cdot}23\dot{7}1\dot{3} = 45\frac{23713-23}{99900} = 45\frac{23690}{99900} = 45\frac{2369}{9990}$.

5) Man drücke noch die periodischen Dezimalbrüche $0{\cdot}8\dot{3}$, $0{\cdot}08\dot{3}$, $4{\cdot}1\dot{9}\dot{6}$, $0{\cdot}1\dot{2}9\dot{6}$, $5.312\dot{6}$, $3{\cdot}73\dot{5}1\dot{7}$ durch gemeine Brüche aus.

Dritter Abschnitt.

Das Rechnen mit mehrnamigen Zahlen.

---

§. 65.

Wie bei unbenannten Zahlen, wird auch bei benannten das Zählen und Auffassen dadurch erleichtert, daß man mehrere niedrigere Einheiten als eine höhere Einheit derselben Art betrachtet, welche sodann eine besondere Benennung erhält.

Die Zahl, welche anzeigt, wie viele Einheiten der niedrigeren Benennung auf eine Einheit der höheren Benennung gehen, heißt der Verwandler zwischen jenen Benennungen. So ist z. B. zwischen Gulden und Kreuzern 60 der Verwandler, weil 60 Kreuzer einen Gulden ausmachen.

Die zwischen den verschiedenen Benennungen einer Art vorkommenden Verwandler sind aus der im vierten Abschnitte enthaltenen Lehre von den Maßen, Gewichten und Münzen zu ersehen.

§. 66.

Die Regeln, welche beim Rechnen mit mehrnamigen Zahlen zu beobachten sind, beruhen auf denselben Gründen, wie jene beim Rechnen mit unbenannten und zwar mehrzifferigen Zahlen; sie lassen sich daher auch leicht aus diesen ableiten, und man braucht nur das, was bei mehrzifferigen Zahlen in Hinsicht der Einheiten, Zehner, Hunderte, . . . zu beobachten ist, bei den mehrnamigen Zahlen auf die verschiedenen Benennungen, von der niedersten angefangen, als: Pfennige, Kreuzer, Gulden; Loth, Pfunde, Zentner u. s. w., zu beziehen.

Vor Allem ist nothwendig zu wissen, wie die Einheiten irgend einer Benennung unter eine andere Benennung derselben Art gebracht werden können.

1. Das Resolviren.

§. 67.

Die Einheiten einer höheren Benennung in Einheiten einer niedrigeren Benennung verwandeln, heißt jene resolviren oder auflösen.

1. Es sei zuerst eine einnamige Zahl in eine niedrigere Benennung zu resolviren, z. B. 13 Gulden in Kreuzer. Da 1 fl. 60 kr. hat, so betragen 13 fl. 13mal 60 kr.; man muß daher 60 mit 13, oder, was einerlei ist, 13 mit 60 multiplíziren, wodurch man 780 kr. erhält. Hier ist die Anzahl der Gulden, nämlich 13, mit 60, d. i. mit dem Verwandler zwischen Gulden und Kreuzern multiplizirt worden.

Eine einnamige Zahl wird daher *in eine niedrigere Benennung aufgelöst*, wenn man sie mit dem betreffenden Verwandler multiplizirt.

Beispiele.

1) Wie viel Pfennige machen 73 Kreuzer?

$73 \times 4 = 292$ Pf.

2) Wie viel Linien machen 8 Klafter?

$8 \times 6 = 48'$; $48 \times 12 = 576''$; $576 \times 12 = 6912'''$.

3) 57 Stunden = ? Minuten. 5) 128 fl. = ? Kreuzer.
5) 147 Pfd. = ? Quentchen. 6) 35 Ballen = ? Buch.

2. *Die Dezimalen einer einnamigen Zahl werden in Ganze der niedrigeren Benennungen aufgelöst*, wenn man sie zuerst mit dem Verwandler für die nächst niedrigere Benennung multiplizirt, und von dem Produkte so viele Ziffern als Dezimalen abschneidet, als ihrer früher vorhanden waren; die Ganzen sind Einheiten dieser nächst niedrigeren Benennung, die Dezimalen werden auf dieselbe Weise in die noch niedrigere Benennung aufgelöst.

Beispiele.

1) 758·378 fl. = 758 fl. 22 kr. 3 Pf.
22·68 kr.
2·72 Pf.

2) 2·356 Jahre = 2 Jahre 4 Mon. 8 Tage.
4·272 Monate
8·16 Tage

3) $17{\cdot}832^0 = 17^0\ 4'\ 11''\ 11'''$
$4{\cdot}992'$
$11{\cdot}904''$
$10{\cdot}848$

4) 3·5783 Ztr. = 3 Ztr. 57 Pfd. 26 Loth 2 Qtchn.

Man resolvire noch folgende Zahlen in Ganze der niedrigeren Benennungen:

5) 31.378 fl. 6) 38·125 Klafter.
7) 0·3478 Jahr. 8) 79·2185 Zentner.
9) 17·2472 Zentner. 10) 1·3456 fl.

Wenn ein Dezimalbruch Gulden bedeutet, und man begnügt sich, bloß die Kreuzer zu finden, welche in den Dezimalen enthalten sind, so multiplizirt man die Zehntel mit 6, dieses Produkt bedeutet Kreuzer, nur muß man wegen der Korrektur auch die niedrigeren Dezimalen mit 6 multipliziren, aber von diesen Produkten nur die letzten Zehner beibehalten. Z. B.:

fl. 305·785 = fl. 305„47 kr.

Man spricht hier: 6mal 5 sind 30, bleiben 3; 6mal 8 sind 48, und 3 sind 51, bleiben 5; 6mal 7 sind 42, und 5 sind 47; man hat also 47 Kreuzer.

3. Eine mehrnamige Zahl wird in die niedrigste Benennung aufgelöst, wenn man die Einheiten der höchsten Benennung mit dem Verwandler für die nächst niedrigere multiplizirt, und zu dem Produkte die bereits vorhandenen Einheiten dieser niedrigeren Benennung addirt, welches meistens sogleich während des Multiplizirens geschieht. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis man auf die niedrigste Benennung kommt.

Beispiele.

1) $5^0\ 3'\ 4''\ 7'''$

$\overline{33'}$

$\overline{400''}$

$\overline{4807'''}$

2) fl. 58„ 23„ 3

$\overline{3512}$ kr.

$\overline{14051}$ Pf.

3) 35 Jahre 7 Mon. 15 Tage = 12825 Tage.
4) 2 Ztr. 35 Pfd. 20 Loth 1 Qtchn. = 30161 Qtchn.
5) $37^0\ 5'\ 9''\ 3''' = ?$ Linien.
6) 8 fl. 51 kr. 1 Pf. =? Pfennige.
7) 7 Ztr. 88 Pfd. 13 Loth 2 Qtchn. =? Quentchen.
8) 3 Jahre 5 Mon. 29 Tage =? Tage.

2. Das Reduziren.

§. 68.

Die Einheiten einer niedrigeren Benennung in Einheiten einer höheren Benennung verwandeln, heißt jene reduziren.

1. Es sei eine einnamige Zahl auf eine höhere Benennung zu reduziren, z. B. 2400 Loth auf Pfund. Da 1 Pfund 32 Loth enthält, so werden 2400 Loth so viele Pfunde ausmachen, als wie oft 32 in 2400 vorkommt; man muß also 2400, d. i. die Einheiten der niedrigeren Benennung durch 32, d. i. durch den Verwandler zwischen Loth und Pfund dividiren; man hat:

$$2400 : 32 = 75;$$

somit sind 2400 Loth = 75 Pfund.

Eine einnamige Zahl wird daher auf eine höhere Benennung gebracht, wenn man sie durch den betreffenden Verwandler dividirt.

Beispiele.

1) Wie viel fl. machen 380 kr.?

$$380 : 60 = 6\tfrac{20}{60} \text{ fl., oder } 6 \text{ fl. } 20 \text{ kr.}$$

2) Wie viel Tage machen 1000000 Sekunden?

$$1000000 : 60 = 16666\dot{6} \text{ Minuten,}$$
$$16666{\cdot}\dot{6} : 60 = 277{\cdot}\dot{7} \text{ Stunden,}$$
$$277{\cdot}\dot{7} : 24 = 11{\cdot}574\dot{0} \text{ Tage.}$$

3) 2350 Kreuzer = ? Gulden. 4) 31248 Loth = ? Zentner.
5) 7312 Zoll = ? Klafter. 6) 10507 Pfennige = ? Guld.

2. Eine einnamige Zahl, in welcher Ganze von höheren Benennungen enthalten sind, wird auf Ganze dieser höheren Benennungen reduzirt, wenn man sie durch den Verwandler für die nächst höhere Benennung dividirt; der Quozient bedeutet Einheiten der nächst höheren, der Rest aber die übriggebliebenen Einheiten der niedrigeren Benennung. Der Quozient wird, wenn es angeht, auf die nämliche Art auf die nächst höhere Benennung reduzirt.

Beispiele.

1) Man verwandle 3142''' in Klafter, Fuß, Zoll, Linien.

3142 : 12 = 261''	261 : 12 = 21'
74	21
22	9''
10'''	
21 : 6 = 3°	
3'	

also 3142''' = 3° 3' 9'' 10'''

2) Wie viel Pfund, Loth und Quentchen geben 5231 Quentchen?

5231 : 4 = 1307 Loth	1307 : 32 = 40 Pfd.
3 Qtchn.	27 Loth

folglich

5231 Qtchn. = 40 Pfd. 27 Loth 3 Qtchn.

Man verwandle folgende Zahlen in Ganze der höheren Benennungen:

3) 1234 Sekunden. 4) 37891 Pfennige.
5) 2934 Druckbogen. 6) 91356 Linien.

3. Es soll eine mehrnamige Zahl auf die höchste Benennung reduzirt werden, z. B. $5^0\ 3'\ 5''\ 9'''$ auf die Benennung Klafter.

Man hat

$9 : 12 = 0{\cdot}75''$	oder 12	$9'''$
$5{\cdot}75 : 12 = 0{\cdot}4791\dot{6}'$	12	$5{\cdot}75''$
$3{\cdot}4791\dot{6} : 6 = 0{\cdot}57986\dot{1}^0$	6	$3{\cdot}4791\dot{6}'$
also		$5{\cdot}57986\dot{1}^0$

$$5^0\ 3'\ 5''\ 9''' = 5{\cdot}57986\dot{1}.$$

Um daher eine mehrnamige Zahl auf die höchste Benennung zu reduziren, verfährt man am zweckmäßigsten, wenn man einen aufrechten Strich zieht, rechts die gegebenen Zahlen, von der niedrigsten Benennung angefangen, unter einander setzt, und jeder Zahl links gegenüber den Verwandler zwischen dieser und der nächst höhern Benennung hinschreibt. Sodann dividirt man die erste rechts stehende Zahl durch den links stehenden Verwandler, und hängt den in Dezimalen erhaltenen Quozienten der darunter befindlichen Zahl an. Die so gefundene Zahl wird wieder durch den links gegenüber stehenden Verwandler dividirt, der Quozient an die nächstfolgende Zahl als Dezimalbruch angehängt, und so bis zur höchsten Benennung fortgefahren. Die zuletzt erhaltene Zahl ist der gesuchte Dezimalbruch, ausgedrückt in der höchsten Benennung.

Beispiele.

1) Man reduzire 128 fl. 37 kr. 2 Pf. auf die Benennung Gulden.

4	2 Pf.
60	37·5 kr.
	128·625 fl.

2) 7 Ztr. 28 Pfd. 24 Lth. 1 Quentchen sollen auf die Benennung Zentner gebracht werden.

4	1 Qtchn.
32	24·25 Lth.
	6·0625
100	28·7578 Pfd.
	7·287578 Ztr.

3) 7 Jahre 5 Monate 18 Tage = $74\dot{6}$ Jahre.

4) $37^0\ 2'\ 4''\ 8''' =$? Klafter.

5) 3 Tage 17 Minuten 18 Sekunden = ? Tage.

6) 37 fl. 44 kr. 3 Pf. = ? Gulden.

Um Kreuzer, welche neben Gulden vorkommen, in einen Gulden-Dezimalbruch zu verwandeln, braucht man sie nur durch 6 zu dividiren, und den Quozienten nach dem Dezimalpunkte hinzuschreiben. Z. B.

1) fl. 512 „ 24 = 512·4 fl. 2) fl. 39 „ 57 = 39·95 fl.
3) fl. 17 „ 19 = $17{\cdot}31\dot{6}$ fl. 4) fl. 20 „ 4 = 20·0$\dot{6}$ fl.
5) fl. 318 „ 48 = ? Gulden. 6) fl. 3 „ 3 = ? Gulden.

3. Das Addiren.

§. 69.

Beim Addiren mehrnamiger Zahlen verfährt man nach folgenden Regeln:

1. Man schreibe die Addenden so unter einander, daß Zahlen derselben Benennung unter einander zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Strich.

2. Man fange bei der niedrigsten Benennung zu addiren an, schreite sodann immer zur nächst höheren Benennung, und schreibe die jedesmalige Summe unter die addirten Zahlen.

3. Ist die erhaltene Summe so groß, daß sie Einheiten der nächst höheren Benennung enthält, so reduzirt man sie auf diese höhere Benennung; die übriggebliebenen Einheiten werden an die gehörige Stelle geschrieben, die erhaltenen höheren Einheiten aber zu ihrer Benennung weiter gezählt.

Beispiele.

1)

35°	5′	10″	11‴	45 : 12 = 3″.
8°	3′	8″	10‴	9‴
19°	—	5″	9‴	36 : 12 ; 3′
4°	4′	10″	8‴	
3°	5′	—	7‴	20 : 6 = 3°
72°	2′	—	9‴	2′

2)

fl.	735	„	38
„	345	„	31
„	97	„	57
„	229	„	42
fl.	1408	„	48

Wenn man die Einheiten der Kreuzer addirt, so erhält man 18; die 8 Einheiten werden sogleich als Kreuzer angeschrieben, 1 Zehner wird zu den Zehnern weiter gezählt; als Summe der Zehner kommt dann 16 heraus, 16 Zehner geben (weil auf einen Gulden 6 Zehner gehen) 2 fl. und 4 Zehner; die 4 Zehner werden unter die Zehner gesetzt, die 2 fl. aber zu den Gulden gezählt.

3)

17	Ztr.	57	Pfd.	3	Loth	3	Qtchn.
28	„	83	„	29	„	1	„
19	„	39	„	15	„	2	„
87	„	15	„	23	„	—	„
152	Ztr.	96	Pfd.	7	Loth	2	Qtchn.

4)

3	Ballen	7	Rieß	18	Buch
17	„	8	„	17	„
15	„	3	„	14	„
37	Ballen	—	Rieß	9	Buch.

4. Das Subtrahiren.

§. 70.

Das Subtrahiren mehrnamiger Zahlen geschieht nach folgenden Regeln:

1. Man schreibe den Subtrahend so unter den Minuend, daß Zahlen derselben Benennung unter einander zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Strich.

2. Man fange bei der niedrigsten Benennung zu subtrahiren an, subtrahire nach der Reihe die Einheiten jeder Benennung, bis man zur höchsten kommt, und schreibe den Rest jedesmal unter die subtrahirten Zahlen.

3. Ist bei einer Benennung die Zahl des Subtrahends größer als jene des Minuends; so wird letztere um so viele Einheiten vermehrt, als ihrer eine nächst höhere Einheit enthält, und dann die Subtrakzion verrichtet. Sodann wird aber, damit der Rest ungeändert bleibe, auch der Subtrahend in der nächst höheren Benennung um 1 vermehrt.

Beispiele.

1) Von 58 Ztr. 79 Pfd. 27 Loth 3 Qtchn. sollen
39 „ 36 „ 18 „ 1 „ abgezogen werden.
19 Ztr. 43 Pfd. 9 Loth 2 Qtchn.

2) Von 5 Jahr subtrahire man
3 „ 7 Mon. 18 Tage.
1 Jahr 4 Mon. 12 Tage.

Hier denkt man sich im Minuend 30 Tage, und subtrahirt; dagegen vergrößert man auch den Subtrahend um 30 Tage, oder 1 Monat. Ferner denkt man sich an der Stelle der Monate im Minuend die Zahl 12, wovon die 8 Monate des Subtrahends abgezogen werden können; dafür aber muß man auch den Subtrahend um 12 Monate oder 1 Jahr vermehren.

3) Man subtrahire von fl. 748 „ 54 „ 2
die Zahl „ 355 „ 57 „ 3
fl. 392 „ 56 „ 3

Wenn eine Zahl des Subtrahends kleiner ist als die darüber stehende Zahl des Minuends, so kann die Subtrakzion am bequemsten vollzogen werden, wenn man die Zahl des Subtrahends zuerst von der nächst höheren Einheit abzieht, und zu dem Reste die Zahl des Minuends addirt; der Subtrahend ist sodann in der nächst höheren Benennung um 1 zu vergrößern. Z. B.

Minuend	fl. 315	„ 21	„ 1
Subtrahend	„ 204	„ 52	„ 3
Rest	fl. 110	„ 28	„ 2

Man spricht: 3 Pf. von 1 kr. bleibt 1 Pf., und 1 Pf. des Minuends dazu, sind 2 Pf.; 53 kr. von 1 fl. bleiben 7 kr. und 21 sind 28 kr. Sodann sind noch 205 fl. von 315 fl. zu subtrahiren.

5. Das Multipliziren.

§. 71.

Beim Multipliziren einer mehrnamigen Zahl mit einer einnamigen beobachte man folgende Regeln:

1. Man beginne die Multiplikazion bei der niedrigsten Benennung, multiplizire nach der Reihe auch die höheren Benennungen, und schreibe das jedesmalige Produkt unter die multiplizirte Benennung.

2. Wenn das erhaltene Produkt so groß ist, daß es Einheiten der nächst höheren Benennung enthält, so reduzire man es auf diese höhere Benennung; die übrig gebliebenen Einheiten werden an die gehörige Stelle geschrieben, die erhaltenen höheren Einheiten aber zu dem Produkte dieser letzteren und zwar sogleich während des Multiplizirens weiter gezählt.

Beispiele.

1) Man multiplizire 5 Ztr. 23 Pfd. 17 Loth mit 9.

5 Ztr. 23 Pfd. 17 Lth. $\times$ 9
47 „ 11 „ 25 „

17 $\times$ 9
153 : 32 = 4 Pfd. 25 Lth.

23 $\times$ 9 + 4
211 : 100 = 2 Ztr. 11 Pfd.

2) $17^0\ 4'\ 3''\ 9''' \times 127$
$2248^0\ 3'\ 8''\ 3'''$

3) 3 Tage 15 Stunden 17 Minuten $\times$ 20
72 „ 17 „ 40 „

4) fl. 739 „ 58 $\times$ 8
fl. 5919 „ 44

Hier multiplizirt man zuerst die Kreuzer: 8mal 8 sind 64 kr., 4 kr. werden angeschrieben, 6 Zehner weiter gezählt; 8mal 5 sind 40, und 6 sind 46 Zehner, diese geben 7 fl. und 4 Zehner; die 4 Zehner schreibt man an, die 7 fl. aber zählt man zu dem Produkte der Gulden.

Ein zweites Verfahren, eine mehrnamige Zahl mit einer einnamigen Zahl zu multipliziren, besteht darin, daß man die mehrnamige Zahl in die niedrigste oder höchste Benennung verwandelt, und dann multiplizirt.

Es sei z. B. $18^0\ 2'\ 5''$ mit 23 zu multipliziren.

$18^0\ 2'\ 5'' = 1325''$ oder $18^0\ 2'\ 5'' = 18{\cdot}40267^0$

1325 $\times$ 23
2650
30475'' = $423^0\ 1'\ 7''$

18·40267 $\times$ 23
36·80534
$423{\cdot}26141^0 = 423^0\ 1'\ 7''$.

6. Das Dividiren.

§. 72.

Wenn eine mehrnamige Zahl durch eine unbenannte zu dividiren ist, wo also die Division als Theilung angewendet wird, beobachtet man Folgendes:

1. Man fängt bei der höchsten Benennung zu dividiren an, dividirt nach und nach alle niedrigeren Benennungen, und gibt dem jedesmaligen Quozienten denjenigen Namen, welchen die dividirte Zahl hat.

2. Bleibt bei der Division einer Benennung ein Rest, so verwandle man ihn in die nächst niedrigere Benennung, und addire die im Dividend bereits vorhandenen Einheiten dieser Benennung dazu; dann wird weiter dividirt.

Beispiele.

1) Man dividire 238 Ztr. 58 Pfd. 13 Lth. durch 16.

238 Ztr. 38 Pfd. 13 Lth. : 16 = 14 Ztr. 91 Pfd. 4 Lth. $4\frac{1}{4}$ Qtchn.
78
14
1458 Pfd.
18
2
77 Lth.
13
52 Qtchn.
$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

2) $344^0\ 3'\ 8'' : 12 = 28^0\ 4'\ 3''\ 8'''$
104
8
51′
3
44″
8
96‴

3) fl. 759 „ 24 : 6
„ 126 „ 34

Hier ist bei der Division der Gulden der Rest 3 geblieben; 3 fl. machen 18 Zehner und die bereits vorhandenen 2 dazu, sind 20 Zehner; 6 in 20 geht 3mal, bleiben 2; 6 in 24 4mal.

Ein anderes Verfahren, eine mehrnamige Zahl durch eine unbenannte Zahl zu dividiren, besteht darin, daß man die mehrnamige Zahl auf die niedrigste oder höchste Benennung bringt, und dann dividirt.

Ist z. B. $2144^0\ 2'\ 4''$ durch 29 zu dividiren, so hat man:

$2144^0\ 2'\ 4'' = 154396''$ oder $2144^0\ 2'\ 4'' = 2144{\cdot}3\dot{8}^0$
$154396 : 29 = 5324''$ $\quad 2144{\cdot}3889 : 29 = 73{\cdot}9444^0$
$5324'' = 73^0\ 5'\ 8''$ $\quad 73{\cdot}9\dot{4}^0 = 73^0\ 5'\ 8''$

§. 73.

Um eine mehrnamige Zahl durch eine andere benannte Zahl zu dividiren, bringe man zuerst beide Zahlen auf gleiche Benennung, und verrichte sodann die Division.

Beispiele.

1) Wie oft sind fl. 16 „ 2 „ 1 in fl. 946 „ 12 „ 3 enthalten?
fl. 946 „ 12 „ 3 = 227091 Pf. 227091 : 3849 = 59
fl. 16 „ 2 „ 1 = 3849 Pf. 34641
0

fl. 16 „ 2 „ 1 sind also in fl. 946 „ 12 „ 3 59mal enthalten.

2) Man dividire $214^0\ 3'\ 5''$ durch $4^0\ 2'\ 9''$.
$214^0\ 3'\ 5'' = 15449''$ 15449 : 321 = 48 1277 . .
$4^0\ 2'\ 9'' = 321''$

Aufgaben über das Rechnen mit mehrnamigen Zahlen.

§. 74.

1) Für die Ausbesserung eines Hauses sind folgende Ausgaben zu machen:

für Maurerarbeiten	fl. 248	„ 24
„ Tischlerarbeiten	„ 117	„ 51
„ Schlosserarbeiten	„ 85	„ 30
„ Hafnerarbeiten	„ 27	„ 45
„ das Anstreichen	„ 22	„ 50
wie groß ist der Gesammtbetrag?	fl. 502	„ 20.

2) Eine Buchdruckerei erhält von verschiedenen Papiermühlen folgendes Druckpapier:

von der Mühle	A	7 Ballen	8 Rieß	15 Buch,
„ „ „	B	5 „	7 „	9 „
„ „ „	C	13 „	5 „	17 „
„ „ „	D	9 „	— „	18 „
wie viel zusammen?		36 Ballen	2 Rieß	19 Buch.

3) Von fünf Gemeinden zahlt an Grund- und Haussteuer:

A	fl. 2548	„ 38	„ 3	wie viel zahlen alle fünf Gemeinden zusammen?
B	„ 3425	„ 57	„ 2	
C	„ 759	„ 50	„ —	
D	„ 4188	„ —	„ 3	
E	„ 1793	„ 41	„ 3	
	fl. 12716	„ 8	„ 3	

4) Jemand schuldet . . . . . . fl. 280 „ 20
darauf zahlt er . . . . „ 75 „ 15
wie viel bleibt er noch schuldig? fl. 205 „ 5

5) Der kürzeste Tag in Wien ist 8 Stunden 23 Minuten lang, der längste dauert 15 Stunden 58 Minuten; wie groß ist der Unterschied zwischen dem kürzesten und längsten Tage? — 7 Stunden 25 Minuten.

6) Jemand hat drei Fässer Wein; das erste enthält 17 Eimer 25 Maß, das zweite 15 Eimer 28 Maß, das dritte 14 Eimer 18 Maß. Wie viel Wein bleibt noch übrig, wenn er 28 Eimer 35 Maß verkauft hat? — 18 Eimer 36 Maß.

7) Ein Körper wog in der Luft 2 Pfd. 15 Lth. $3\frac{1}{2}$ Qtchn.; nachdem er in ein Gefäß mit Wasser gesenkt wurde, wog er nur 2 Pfd. 5 Lth. $3\frac{3}{4}$ Qtchn.; wie viel verlor der Körper im Wasser von seinem Gewichte? — 9 Lth. $3\frac{3}{4}$ Qtchn.

8) Ein Metzen Gerste wiegt im Durchschnitte 70 Pfd. 14 Loth; wie viel wiegen 27 Metzen? — 19 Ztr. 1 Pfd. 26 Loth.

9) Zu einer Wasserleitung werden 248 Röhren, jede $3^0\ 3'\ 4''$ lang, verwendet; wie lang ist die ganze Wasserleitung? — $881^0\ 4'\ 8''$.

10) Wenn 1 Pfd. Saffran fl. 15 „ 24 kostet, wie hoch kommen $12\frac{3}{4}$ Pfd.? — Auf fl. 196 „ 21.

11) Was kosten 2 Ztr. 52 Pfd. 16 Lth. Pfeffer, wenn der Zentner zu fl. 22 „ 28 gerechnet wird? — 2·525 Ztr. zu 22·467 fl. machen 56·73 fl. = fl. 56 „ 54.

12) Ein Mondmonat enthält 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten 3 Sekunden; wie viel betragen 12 Mondmonate, und um wie viel ist ein Mondjahr kürzer als ein Sonnenjahr, wenn dieses zu 365 Tagen 5 Stunden 48 Minuten 48 Sekunden angenommen wird? — Ein Mondjahr enthält 354 Tage 8 Stunden 48 Minuten 36 Sekunden, und ist daher um 10 Tage 21 Stunden 12 Sekunden kürzer als das Sonnenjahr.

13) Wenn man das Sonnenjahr, welches 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 50·83 Sekunden beträgt, zu 365 Tagen rechnet, und wegen des Vernachläßigten jedes vierte Jahr einen Tag einschaltet; wie groß wird der Fehler, den man in 400 Jahren bei dieser Rechnungsweise begeht? — In 4 Jahren beträgt das Vernachläßigte 4mal 5 St. 48 Min. 50·83 Sek., also 23 St. 15 Min. 23.32 Sek.; wenn man daher das vierte Jahr 1 Tag einschaltet, so wird dabei 44 Min. 36·68 Sek. zu viel in Rechnung gebracht; dieses wiederholt sich in 400 Jahren 100mal, so daß in diesem Zeitraume ein Fehler von 3 Tagen 2 St. 21 Min. 8 Sek. begangen wird. Dieß ist der Grund, warum man nach unserer Zeitrechnung in 400 Jahren 3 Schalttage vernachläßigen müsse.

14) 14 Zentner kosten fl. 31 „ 30; wie hoch kommt 1 Ztr. zu stehen? — Auf fl. 2 „ 15.

15) Man vertheilt fl. 128 „ 24 unter 12 Personen; was bekommt eine Person? — fl. 10 „ 42.

16) 1 Pfund Indigo kostet fl. 5 „ 26; wie viel Pfund kann man um fl. 92 „ 22 kaufen? — 17 Pfd.

17) 23 Ztr. einer Waare kommen auf fl. 363 „ 24; was kosten $17\frac{1}{2}$ Ztr. von derselben Waare? — fl. 276 „ 30.

18) Eine silberne Schüssel wiegt $8\frac{1}{2}$ Mark, in jeder Mark sind 13 Lth. feines Silber; wenn nun für die Schüssel fl. 154 „ 42 bezahlt werden, wie hoch rechnet man 1 Loth, und wie hoch 16 Loth oder 1 Mark feines Silber? — Das Loth feines Silber zu fl. 1 „ 24 und die Mark zu fl. 22 „ 24.

19) Jemand hatte im Laufe des Jahres folgende Ausgaben:

Jänner	fl. 87 „ 25		Juli	fl. 72 „ 48	
Februar	„ 91 „ 36		August	„ 68 „ 40	
März	„ 57 „ 35		September	„ 85 „ 15	
April	„ 78 „ 40		Oktober	„ 52 „ 56	
Mai	„ 80 „ —		November	„ 68 „ 12	
Juni	„ 63 „ 22		Dezember	„ 93 „ 24	

Wie viel hat er im Durchschnitte monatlich ausgegeben? — In 12 Monaten fl. 899 „ 53, daher in 1 Monate fl. 74 „ $59\frac{5}{12}$.

20) Die Triebräder einer Lokomotivmaschine haben einen Durchmesser von 4′; wie viel Umläufe müssen sie in einer Minute machen, damit in 1 Stunde 4 Meilen zurückgelegt werden? — Den Umfang eines Rades findet man, wenn man den Durchmesser mit 3·1416 multiplizirt, man erhält 12·5664′; während eines Umlaufes legt also das Rad 12·5664′ zurück. Damit in 1 Stunde 4 Meilen = 96000′ zurückgelegt werden, müssen die Räder in 1 Minute um 96000 : 60 = 1600′ vorwärts kommen. Es ist demnach die Frage: wie oft sind 12·5664′ in 1600′ enthalten? 1600 : 12·5664 = 127·3, die Räder der Lokomotive müssen daher in einer Minute nahe 127 Umläufe machen.

21) Die Seiten eines Fünfeckes sind: $5^0\ 3'\ 3''$, $6^0\ 5'$, $3^0\ 2'\ 8''$, $7^0\ 7''$, $4^0\ 2'\ 10''$; wie groß ist der Umfang?

22) Der Ort A liegt um $14^0\ 5'$ höher als B, B liegt $12^0\ 3'$ höher als C, und C $18^0\ 2'$ höher als D; um wie viel liegt A höher als D?

23) A liegt $25^0\ 3'$ höher als B, B $17^0\ 2'$ tiefer als C, C $37^0\ 5'$ höher als D, D $28^0\ 4'\ 6''$ tiefer als E; um wie viel liegt A höher oder tiefer als E?

24) In der böhmischen Sparkasse betrugen im Verwaltungsjahre 1849 die Einlagen 3744898 fl. $27\frac{1}{4}$ kr., die Rückzahlungen 2978184 fl. $30\frac{3}{4}$ kr.; um wie viel betrugen die ersteren mehr als die letzteren?

25) Die österreichischen Donaudampfboote hatten im Monate August 1848 eine Einnahme von 1935276 fl. 25 kr., im September 248035 fl. 53 kr., im Oktober 193544 fl. 36 kr.; im Jahre 1849 in denselben Monaten 1325207 fl. 16 kr., 252266 fl. 10 kr., 519448 fl. 13 kr.; wie groß ist der Un=

terschied in den Einnahmen der einzelnen Monate und wie groß während des ganzen Quartals?

26) Wie viele Tage sind zwischen dem 13. März und 8. Dezember, wie viel zwischen dem 5. Jänner und 30. Juni?

27) Jemand wurde den 17. März 1807 geboren und starb in einem Alter von 31 Jahren 7 Monaten 10 Tagen; wann ist er gestorben?

Geburtszeit:	1806 Jahre	2 Monate	16 Tage	nach Chr. G.
	31 "	7 "	10 "	
Sterbezeit:	1837 "	9 "	26 "	nach Chr. G.

Er starb am 27. Oktober 1838.

28) Jemand wurde am 3. Juli 1807 geboren; wie alt war er am 15. April 1837?

1836 Jahre	3 Monate	14 Tage.
1806 "	6 "	2 "
29 "	9 "	12 "

29) Herschel, der berühmte Astronom, war 42 Jahre 3 Monate und 8 Tage alt, als er am 13. März 1781 den Planeten Uranus entdeckte; er starb 1822 den 27. August. Wann ist er geboren worden, wie alt ist er geworden?

30) Was kosten 87 Pfd. zu 8 fl. 47 kr?

31) 1 Ztr. kostet 37 fl. 18 kr.; wie hoch kommen 10 Ztr., 25 Ztr., 31 Ztr., 89 Ztr., 133 Ztr.?

32) Wenn 1 Eimer Wein 22 fl. 12 kr. kostet, was werden 8, 19, 35, 64, 235 Eimer kosten?

33) Ein Rechteck ist $4^0\ 3'\ 6''$ lang und $3^0\ 5'\ 3''$ breit; wie viel Quadratzoll beträgt sein Flächeninhalt?

34) Wenn eine Maß Wasser zwei Pfd. 5 Lth. 2 Qtchn. wiegt, wie viel wiegen 7, 15, 33 Maß, wie viel 3 Eimer und 18 Maß?

35) In wie viel Zeit wird eine Röhre einen Eimer Wasser geben, wenn sie in 12 Stunden 12 Minuten 35 Eimer gibt?

36) 38 Ztr. kosten 527 fl. 28 kr.; wie hoch kommt 1 Ztr., was kosten 4, 9, 27, 57 Zentner?

37) 64 Pfund Reis werden mit 14 fl. 20 kr. bezahlt; wie viel Pfd. bekommt man um 1 fl.?

38) Wenn 38 Eimer 612 fl 15 kr. kosten, wie viel wird man für 23 Eimer desselben Weines bezahlen?

39) Ein Gut gibt in 5 auf einander folgenden Jahren nachstehenden reinen Ertrag:

im ersten Jahre	fl. 2335	kr. 26		wie groß ist der reine jährliche Ertrag im Durchschnitte?
„ zweiten „	„ 2016	„ —		
„ dritten „	„ 3144	„ 15		
„ vierten „	„ 2883	„ 48		
„ fünften „	„ 2723	„ 16		
in 5 Jahren	fl. 13102	„ 45		
also in 1 Jahre	fl. 2620	„ 33	: 5	

40) Ein Wirth kauft 4 Eimer Wein zu 15 fl. 20 kr., 2 Eimer zu 12 fl. 14 kr., und 3 Eimer zu 11 fl.; was kostet im Durchschnitte 1 Eimer?

4 Eimer zu fl. 15 „ 20	kosten	fl.	61 „ 20	
2 „ „ „ 12 „ 14	„	„	24 „ 28	
3 „ „ „ 11 „ —	„	„	33 „ —	
9 Eimer kosten also	. . .	fl.	118 „ 48	
daher ein Eimer		fl.	13 „ 12	: 9

41) Auf einem Markte werden verkauft:

36	Metzen Weizen zu	12 fl.	8	Groschen,
78	„ „ „	12 „	13	„
126	„ „ „	13 „	15	„
51	„ „ „	11 „	18	„

Was ist der Mittelpreis für einen Metzen?

42) Es werden 12 Ztr. Kaffee zu fl. 28 „ 35, 17 Ztr. zu fl. 32 „ 20, 8 Ztr. zu fl. 35, und 3 Ztr. zu fl. 36 „ 40 gekauft; was kostet im Durchschnitte ein Zentner?

Vierter Abschnitt.

Lehre von den einfachen Verhältnissen und Proporzionen.

I. Verhältnisse.

§. 75.

Die Vergleichung zwei gleichartiger Größen, um zu sehen, wie oft die eine in der anderen enthalten ist, wird ein Verhältniß genannt. Zur Vermeidung jeder Unbestimmtheit soll bei der Aufstellung jedes Verhältnisses untersucht werden, wie oft die zweite der beiden Größen in der ersten enthalten ist. Wenn z. B. das Verhältniß von 8 fl. zu 2 fl. aufgestellt werden soll, so heißt dieses: es soll untersucht werden, wie oft 2 fl. in 8 fl. enthalten sind.

Zu einem Verhältnisse werden zwei Zahlen erfordert, welche benannt oder unbenannt sein können; im ersten Falle müssen sie gleichartig sein. So heißen Glieder des Verhältnisses, und zwar die erste das Vorderglied, die zweite das Hinterglied. In dem früheren Beispiele sind 8 fl. das Vorderglied, 2 fl. das Hinterglied.

Um zu erfahren, wie oft eine Zahl in der anderen enthalten ist, muß man die Division anwenden; daher wird ein Verhältniß dadurch angezeigt, daß man zwischen das Vorder- und Hinterglied das Divisionszeichen setzt, z. B. 8 : 2, welches so gelesen wird: 8 verhält sich zu 2, oder kürzer: 8 zu 2.

Die Zahl, welche anzeigt, wie oft das Hinterglied in dem Vordergliede enthalten ist, heißt der Exponent des Verhältnisses. Um daher den Exponenten zu erhalten, braucht man nur das Vorderglied durch das Hinterglied zu dividiren. In dem Verhältnisse 8 : 2 ist 4 der Exponent, weil 2 in 8 4mal enthalten ist; der Exponent des Verhältnisses 3 : 5 ist $\frac{3}{5}$, weil 3 durch 5 dividirt $\frac{3}{5}$ zum Quozienten gibt.

Aus dem Vorhergehenden geht hervor, daß jedes Verhältniß als eine angezeigte Division betrachtet werden könne; das Vorderglied ist der Dividend, das Hinterglied der Divisor, und der Exponent der Quozient. Weil nun der Dividend gleich ist dem

Divisor multiplizirt mit dem Quozienten, so muß auch das Vorderglied eines jeden Verhältnisses gleich sein dem Hintergliede multiplizirt mit dem Exponenten.

Wenn beide Glieder eines Verhältnisses gleich sind, so heißt dieses ein Verhältniß der Gleichheit; z. B. 1 : 1, 2 : 2, 8 : 8. Der Exponent eines Verhältnisses der Gleichheit ist 1, weil jede Zahl in sich selbst 1mal enthalten ist.

Ist das Vorderglied eines Verhältnisses größer, als das Hinterglied, so heißt das Verhältniß fallend; z. B. 3 : 1, 5 : 2, 10 : 7. Der Exponent eines solchen Verhältnisses ist immer größer, als 1.

Wenn endlich das Vorderglied kleiner ist, als das Hinterglied, so heißt das Verhältniß steigend; z. B. 1 : 2, 3 : 7, 10 : 39. Der Exponent eines steigenden Verhältnisses ist immer ein echter Bruch, daher kleiner als 1.

§. 76.

Verhältnisse, welche den nämlichen Exponenten haben, heißen gleiche Verhältnisse. So sind 6 : 2, 9 : 3, 12 : 4, 36 : 12 gleiche Verhältnisse, weil sie alle denselben Exponenten 3 haben.

Zwei gleiche Verhältnisse können übrigens auch ungleich benannte Glieder haben: z. B. das Verhältniß 10 fl. : 5 fl. hat den Exponenten 2; das Verhältniß 18 Pfd. : 9 Pfd. hat ebenfalls den Exponenten 2; die zwei Verhältnisse 10 fl. : 5 fl. und 18 Pfd. : 9 Pfd. sind also gleich, wiewohl die Glieder des ersten Verhältnisses eine andere Benennung haben, als die Glieder des zweiten Verhältnisses.

Ein Verhältniß bleibt so lange unverändert, als der Exponent desselben sich nicht ändert.

Ein Verhältniß wird daher nicht geändert, wenn man beide Glieder mit einerlei Zahl multiplizirt oder durch einerlei Zahl dividirt, weil in beiden Fällen der Exponent unverändert bleibt. Z. B.:

$36 : 12$	$36 : 12$
$36 \times 6 : 12 \times 6$	$(36 : 6) : (12 : 6)$
$216 : 72$	$6 : 2$

Das Verhältniß 36 : 12 gibt, wenn man beide Glieder zuerst mit 6 multiplizirt, und dann durch 6 dividirt, die neuen Verhältnisse 216 : 72 und 6 : 2, welche beide dem früheren Verhältnisse gleich sind, weil sie mit ihm einerlei Exponenten 3 haben.

Man kann also die Form eines Verhältnisses ohne Aenderung seiner Größe auf zweifache Art verändern, indem man entweder beide Glieder desselben mit einerlei Zahl multiplizirt, oder indem man beide Glieder durch dieselbe Zahl dividirt.

Die Formveränderung eines Verhältnisses durch die Multiplikazion seiner Glieder dient dazu, um ein Verhältniß, dessen Glieder Brüche enthalten, durch ganze Zahlen darzustellen; man braucht nur beide Verhältnißglieder mit dem gemeinschaftlichen Nenner der Brüche zu multipliziren. Z. B.:

$\frac{3}{7} : 4$	$5 : \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} : \frac{3}{5}$	$2\frac{1}{3} : 1\frac{5}{6}$
$3 : 28$	$15 : 2$	$10 : 9$	$\frac{7}{3} : \frac{11}{6}$
			$14 : 11$

Mittelst der Formveränderung eines Verhältnisses durch die Division kann man jedes Verhältniß, dessen beide Glieder durch einerlei Zahl theilbar sind, abkürzen, wenn man beide Verhältnißglieder durch jene Zahl dividirt. Z. B.:

$18 : 14$	$20 : 8$	$12 : 6$	$100 : 48$
$9 : 7$	$5 : 2$	$2 : 1$	$25 : 12$

Um ein Verhältniß auf die einfachste Form zu bringen, muß man es zuerst in ganzen Zahlen darstellen, und dann, wenn es möglich ist, abkürzen. Z. B.:

$6 : \frac{2}{3}$	$\frac{5}{8} : 10$	$\frac{3}{4} : \frac{15}{16}$	$8\frac{3}{4} : 4\frac{1}{5}$
$18 : 2$	$5 : 80$	$12 : 15$	$\frac{35}{4} : \frac{21}{5}$
$9 : 1$	$1 : 16$	$4 : 5$	$175 : 84$
			$25 : 12$

Aufgaben.

§. 77.

1) Wie verhält sich ein Fuß zu einem Zoll? — Wie 12 : 1.
2) Wie verhält sich die Länge eines Zimmers zu dessen Breite, wenn die erstere 6^0, die letztere 4^0 beträgt? — Wie 6 : 4 oder wie 3 : 2.
3) Wie verhält sich der Werth eines Groschens zu jenem eines Guldens? — Wie 1 : 20.
4) Von zwei Lokomotiven legt die eine in jeder Minute 360 Fuß, die andere 420 Fuß zurück, wie verhalten sich ihre Geschwindigkeiten? — Wie 360 : 420, oder wie 6 : 7.
5) Von zwei Lokomotiven legt die eine den Weg von einer Meile in 15 Minuten, die andere in 20 Minuten zurück; wie verhält sich die Geschwindigkeit der ersteren Lokomotive zu jener der zweiten? — Wie 20 : 15, oder wie 4 : 3.
6) Aus einer kölnischen Mark feines Silber kann man 20 fl. Conv. Münze oder auch 14 sächsische Thaler prägen; wie verhält sich der Werth eines Convenzionsguldens zu dem eines sächsischen Thalers? — Wie 14 : 20, oder wie 7 : 10.
7) 49 französische Meter betragen 155 Wiener Fuß; wie verhält sich der Meter zu dem Wiener Fuß? — Wie 155 : 49.

8) In welchem Verhältnisse steht 1 Loth zu einem Zentner?
9) Eine Kanonenkugel legt in einer Sekunde 700 Fuß zurück, der Schall 1050 Fuß; wie verhalten sich diese Geschwindigkeiten zu einander?
10) A geht in 3 Stunden so weit als B in 4 Stunden; wie verhalten sich ihre Geschwindigkeiten?
11) Ein Taglöhner arbeitet täglich 9 Stunden, ein anderer 12 Stunden; in welchem Verhältnisse stehet bei gleichem Fleiße die Größe der Arbeit?
12) Eine Straße erhebt sich auf eine Klafter um 2 Zoll; wie groß ist das Verhältniß der Steigung?
13) Ein Kubikfuß Wasser wiegt $56\frac{1}{2}$ Pfd., ein Kubikfuß Quecksilber $762\frac{3}{4}$ Pfd.; wie verhalten sich diese Gewichte zu einander?
14) Wie verhält sich das Wiener Pfd. zum Kilogramm, wenn 14 Kilogramm 25 Wien. Pfd. betragen?
15) Die Höhe eines gemauerten Bogens ist $1^{0}\ 3'$, die Weite $2^{0}\ 2'$; wie groß ist das Verhältniß der Höhe zur Weite?
16) A arbeitet in 4 Stunden so viel als B in 5 Stunden; wie muß sich der Arbeitslohn beider verhalten?
17) Von zwei Rädern, deren Zähne in einander greifen, hat das erste 28, das zweite 36 Zähne; in welchem Verhältniß steht die Umdrehungsgeschwindigkeit des ersten Rades zu jener des zweiten?
18) Ein Wasserbehälter kann durch zwei Röhren gefüllt werden, und zwar durch die erste in 2 Stunden 24 Minuten, durch die zweite in 3 Stunden 18 Minuten; wie verhalten sich die Wassermengen, welche in derselben Zeit aus jeder der beiden Röhren fließen?

II. Proporzionen.

§. 78.

Die Gleichsetzung von zwei gleichen Verhältnissen wird eine Proporzion genannt. Z. B. die Verhältnisse 6 : 2 und 15 : 5 haben denselben Exponenten 3, sie sind gleich, und können also auch gleichgesetzt werden, wodurch man 6 : 2 = 15 : 5 erhält; dieser Ausdruck nun bildet eine Proporzion, welche so gelesen wird: 6 verhält sich zu 2, wie sich 15 zu 5 verhält, oder kürzer: 6 zu 2, wie 15 zu 5.

Jede Proporzion enthält 2 Verhältnisse, somit vier Glieder, welche man nach der Ordnung von der Linken gegen die Rechte das erste, zweite, dritte, vierte Glied nennt. Das erste und vierte Glied werden die äußeren, das zweite und dritte aber die inneren Glieder genannt. In der Proporzion $6 : 2 = 15 : 5$ ist 6 das erste, 2 das zweite, 15 das dritte, 5 das vierte Glied; ferner sind 6 und 5 die äußeren, 2 und 15 die inneren Glieder.

§. 79.

In jeder Proporzion ist das Produkt der äußeren Glieder gleich dem Produkte der inneren Glieder.

Betrachtet man eine beliebige Proporzion, z. B. $6 : 2 = 15 : 5$, und setzt darin statt eines jeden Vordergliedes das Produkt aus seinem Hintergliede und dem Exponenten 3, so nimmt die Proporzion die Form $2 \times 3 : 2 = 5 \times 3 : 5$ an, aus welcher ersichtlich ist, daß sowohl die zwei äußeren als die zwei inneren Glieder mit einander multiplizirt, dieselben drei Faktoren 2, 3 und 5 enthalten, somit auch dasselbe Produkt geben müssen; es ist wirklich $6 \times 5 = 2 \times 15 = 30$.

Das Kennzeichen für die Richtigkeit einer Proporzion ist demnach nicht nur die Gleichheit der Exponenten beider Verhältnisse, sondern auch die Gleichheit der Produkte aus den beiden äußeren und aus den beiden inneren Gliedern. Das erste Kennzeichen ist natürlicher und dem Begriffe einer Proporzion entsprechender, das zweite ist gewöhnlich einfacher.

Um z. B. die Richtigkeit des Ansatzes $7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} = 2\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$ zu prüfen, sucht man die Exponenten der beiden Verhältnisse; $7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$ gibt den Exponenten $3\frac{1}{3}$, und $2\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$ auch den Exponenten $3\frac{1}{3}$; die beiden Verhältnisse bilden also wirklich eine Proporzion. Dieses bewährt sich auch durch die Gleichheit der Produkte der äußeren und der inneren Glieder; es ist nämlich $7\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{2} = 5\frac{5}{8}$.

Man prüfe eben so die Richtigkeit folgender Ansätze:

1) $12 : 3 = 27 : 7$.
2) $3\frac{3}{4} : 2 = 11\frac{1}{4} : 6$.
3) $18 : 15 = 6 : 5$.
4) $6\frac{1}{4} : 11\frac{2}{3} = 1\frac{1}{4} : 2\frac{1}{3}$.
5) $6 : 2 = \frac{5}{6} : \frac{5}{18}$.
6) $9 : 12 = 8 : 14$.
7) $2\frac{3}{4} : 2 = 3\frac{1}{2} : 3$.
8) $2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{3} = 5 : 6\frac{2}{3}$.

§. 80.

Eine Proporzion kann verschiedenen Formveränderungen unterworfen werden, ohne daß sie aufhört, richtig zu sein, wenn nur bei diesen Veränderungen das Produkt der äußeren Glieder dem Produkte der inneren Glieder gleich bleibt.

1. **Wenn man in einer Proporzion die äußeren Glieder unter einander, oder die inneren Glieder unter einander, oder die äußeren Glieder mit den inneren Gliedern verwechselt, so erhält man durch jede solche Verwechslung wieder eine neue Proporzion;** weil dabei stets das Produkt der äußeren Glieder dem Produkte der inneren Glieder gleich bleibt.

Es sei z. B. die Proporzion . . . . . $8 : 2 = 12 : 3$.

Verwechselt man darin die äußeren Glieder, so bekommt man die Proporzion . . $3 : 2 = 12 : 8$.

Verwechselt man in diesen beiden Proporzionen die inneren Glieder, so hat man $8 : 12 = 2 : 3$,
$3 : 12 = 2 : 8$.

Verwechselt man endlich in allen vier Proporzionen die äußeren Glieder mit den inneren, so erhält man . . . . $2 : 8 = 3 : 12$,
$2 : 3 = 8 : 12$,
$12 : 8 = 3 : 2$,
$12 : 3 = 8 : 2$.

Alle diese Ansätze sind richtige Proporzionen, weil in allen sowohl das Produkt der äußeren, als das Produkt der inneren Glieder 60 ist.

Es kann demnach jede Proporzion durch bloße Versetzung der Glieder auf achtfache Art dargestellt werden.

2. **Wenn man ein äußeres und ein inneres Glied einer Proporzion mit derselben Zahl multiplizirt oder dividirt, so erhält man wieder eine Proporzion.** Denn dadurch wird sowohl das Produkt der äußeren, als das Produkt der inneren Glieder im ersten Falle mit derselben Zahl multiplizirt, im zweiten durch dieselbe Zahl dividirt; daher müssen auch die neuen Produkte einander gleich sein.

Aus der Proporzion $8 : 24 = 12 : 36$ folgt auch:

$8 \times 2 : 24 \times 2 = 12 : 36$ oder $16 : 48 = 12 : 36$,
$8 \times 2 : 24 = 12 \times 2 : 36$ oder $16 : 24 = 24 : 36$,
$8 : 14 = 12 \times 2 : 36 \times 2$ oder $8 : 24 = 24 : 72$,
$8 : 24 \times 2 = 12 : 36 \times 2$ oder $8 : 48 = 12 : 72$.
$(8 : 4) : (24 : 4) = 12 : 36$ oder $2 : 6 = 12 : 36$,
$(8 : 4) : 24 = (12 : 4) : 36$ oder $2 : 24 = 3 : 36$,
$8 : 24 = (12 : 4) : (36 : 4)$ oder $8 : 24 = 3 : 9$,
$8 : (24 : 4) = 12 : (36 : 4)$ oder $8 : 6 = 12 : 9$.

In den vier ersteren neu gebildeten Proporzionen ist sowohl das Produkt der äußeren Glieder als jenes der inneren 576, in den vier letzteren 72.

§. 81.

Aus drei gegebenen Gliedern einer Proporzion das vierte unbekannte Glied finden, heißt die **Proporzion auflösen**.

Das unbekannte Glied einer Proporzion wird durch den Buchstaben x, oder zuweilen auch durch y, z bezeichnet.

Das Auflösen der Proporzionen geschieht nach folgenden zwei Regeln:

1. **Ein äußeres Glied der Proporzion wird gefunden**, wenn man die beiden inneren Glieder mit einander multiplizirt, und das Produkt durch das bekannte äußere dividirt.

Es sei z. B. die Proporzion $8 : 5 = 16 : x$ aufzulösen. Das Produkt der inneren Glieder ist $5 \times 16 = 80$, also muß auch das Produkt der äußeren Glieder 80 sein; eines dieser Glieder, also einer der beiden Faktoren ist 8; um den anderen Faktor zu finden, darf man nur das Produkt 80 durch den einen Faktor, nämlich durch das bekannte äußere Glied 8 dividiren; folglich $x = \frac{5 \times 16}{8} = \frac{80}{8} = 10$. Die Proporzion ist also $8 : 5 = 16 : 10$.

2. **Ein inneres Glied der Proporzion wird gefunden**, wenn man die beiden äußeren Glieder mit einander multiplizirt, und das Produkt durch das bekannte innere dividirt.

Ist z. B. die Proporzion $8 : x = 24 : 9$ aufzulösen, so erhält man daraus $8 \times 9 = 72$ als das Produkt der äußeren Glieder; es muß daher auch das Produkt der inneren Glieder 72 sein; hier ist also aus dem Produkte 72 zweier Zahlen und aus einer derselben, nämlich 24, die andere zu suchen, d. h. 72 durch 24 zu dividiren; folglich $x = \frac{8 \times 9}{24} = \frac{72}{24} = 3$, und die Proporzion heißt $8 : 3 = 24 : 9$.

Beispiele.

1) Aus der Proporzion $3 : 4 = 9 : x$ folgt
$x = \frac{4 \times 9}{3} = 12$, daher die Proporzion $3 : 4 = 9 : 12$.

2) $3 : x = 5 : 30$ gibt $x = \frac{3 \times 30}{5} = 18$.

3) $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = x : \frac{5}{6}$ gibt $x = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}}{\frac{1}{2}}$;
nun ist $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$, und $\frac{5}{8} : \frac{1}{2} = \frac{5}{8} \times 2 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$;
also $x = 1\frac{1}{4}$.

4) Zur Auflösung der Proporzion $3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} = 5\frac{3}{4} : x$ hat man
$4\frac{2}{4} \times 5\frac{3}{4} = \frac{14}{3} \times \frac{23}{4} = \frac{322}{12} = \frac{161}{6}$;
$\frac{161}{6} : 3\frac{1}{2} = \frac{161}{6} : \frac{7}{2} = \frac{161}{6} \times \frac{2}{7} = \frac{322}{42} = \frac{161}{21} = \frac{23}{3} = 7\frac{2}{3}$;
also $x = 7\frac{2}{3}$, und die Proporzion ist $3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} = 5\frac{3}{4} : 7\frac{2}{3}$.

5) Aus $x : \frac{1}{2} = 2\frac{1}{4} : 3$ folgt $x = \frac{3}{8}$.

6) Aus $7\frac{4}{5} : 2\frac{1}{6} = x : 5\frac{5}{6}$ folgt $x = 15$.

Man löse noch folgende Proporzionen auf:

7) $5\frac{1}{3} : 7\frac{3}{4} = x : 2\frac{1}{2}$.

8) $x : \frac{7}{9} = 3\frac{1}{3} : 5$.

9) $10\frac{11}{12} : x = 13\frac{14}{15} : 18\frac{19}{20}$.

10) $9\frac{17}{18} : 10\frac{1}{9} = 27\frac{3}{8} : x$.

11) $4{\cdot}35 : x = 3{\cdot}18 : 2{\cdot}31$.

12) $243\frac{5}{32} : 317\frac{17}{24} = x : 55\frac{29}{60}$.

§. 82.

Am einfachsten geschieht die Auflösung der Proporzionen mittelst der Strichmethode, wobei Folgendes zu beobachten ist:

1. Man zieht einen aufrechten Strich, setzt die Zahlen, welche mit einander zu multipliziren sind, auf die rechte oder Dividendseite, die Zahl aber, durch welche jenes Produkt dividirt werden soll, auf die linke oder Divisorseite.

2. Kommen gemischte Zahlen vor, so werden sie eingerichtet; die Zähler läßt man auf der Seite stehen, wo der Bruch sein soll, die Nenner aber werden auf die entgegengesetzte Seite übertragen.

3. Die Zahlen zu beiden Seiten des Striches werden, wenn es angeht, abgekürzt.

4. Man multiplizirt die links bleibenden, und eben so die rechts bleibenden Zahlen mit einander, und dividirt das Produkt auf der Dividendseite durch das Produkt auf der Divisorseite; der Quozient ist die gesuchte Zahl.

Der Grund dieses Verfahrens beruhet auf dem Grundsatze, daß ein Quozient nicht geändert wird, wenn man Divisor und Dividend mit einerlei Zahl multiplizirt, oder durch einerlei Zahlen dividirt. Bei der Strichmethode wird nämlich durch die Zahl linker Hand der Divisor, und durch die Zahlen rechts des Striches der Dividend vorgestellt, der Quozient ist das gesuchte Glied der Proporzion; dieser Quozient wird also nicht geändert, wenn man auf beiden Seiten des Striches mit derselben Zahl multiplizirt oder durch dieselbe Zahl dividirt. — Kommt nun auf einer Seite ein Bruch vor, so darf man, um ihn wegzuschaffen, nur beiderseits mit dessen Nenner multipliziren; dadurch bleibt der Nenner auf der Seite des Bruches weg, weil ein Bruch mit seinem Nenner multiplizirt den Zähler gibt, auf der andern Seite aber erscheint er als Faktor. Um daher einen Bruch wegzuschaffen, streicht man den Nenner durch, und überträgt ihn auf die entgegengesetzte Seite als Faktor. Kommt eine gemischte Zahl vor, so wird sie zuerst in einen unechten Bruch verwandelt, und davon der

Zähler auf derselben Seite angeschrieben, der Nenner aber sogleich auf die andere Seite als Faktor übertragen. — Wenn zwei Zahlen zu beiden Seiten des Striches durch dieselbe Zahl theilbar sind, so darf man, ohne den gesuchten Quozienten zu ändern, dadurch abkürzen.

Beispiele.

1) Es soll die Proporzion $3\frac{1}{4} : 5\frac{2}{3} = x : 9$ aufgelöset werden.

$$\begin{array}{r|l|l} 5\frac{2}{3} & 3\frac{1}{4} & \\ 17 & 9 & \\ 4 & 3 & \\ & 13 & \\ \hline 68 & 351 & 5\frac{11}{68} \\ & 11 & \end{array}$$

Nachdem man $3\frac{1}{4}$ und 9 auf die rechte, und $5\frac{2}{3}$ auf die linke Seite gesetzt hat, wird zuerst $5\frac{2}{3}$ eingerichtet, der Zähler 17 auf dieselbe, der Nenner 3 aber auf die rechte Seite geschrieben; dann richtet man $3\frac{1}{4}$ ein, setzt eben so den Zähler 13 auf dieselbe, den Nenner 4 aber auf die linke Seite. Da sich die Zahlen auf beiden Seiten nicht abkürzen lassen, so multiplizirt man die links und eben so die rechts stehenden Faktoren, und dividirt das zweite Produkt 351 durch das erste 68, wodurch man $x = 5\frac{11}{68}$ erhält.

2) Man löse die Proporzion $37\frac{1}{5} : 5\frac{7}{10} = 23\frac{1}{2} : x$ auf.

$$\begin{array}{r|l|l} 37\frac{1}{5} & 5\frac{7}{10} & \\ 62\ \cancel{186} & 23\frac{1}{2} & \\ 2\ \cancel{10} & \cancel{5} & \\ 2 & 57\ \ 19 & \\ & 47 & \\ \hline 248 & 893 & 3\frac{149}{248} \\ & 149 & \end{array}$$

Nachdem hier die zu multiplizirenden inneren Glieder auf die rechte, und das bekannte äußere Glied auf die linke Seite geschrieben, die gemischten Zahlen eingerichtet, die Zähler auf dieselbe und die Nenner auf die entgegengesetzte Seite gestellt wurden, erscheinen links die Faktoren 186, 10, 2, und rechts 5, 57, 47. Nun kürzt man 10 und 5 durch 5 ab, schreibt aber neben 5 den Quozienten 1 nicht an, weil 1 als Faktor das Produkt nicht ändert; dann kürzt man 186 und 57 durch 3 ab. Das Produkt auf der Divisorseite ist 248, jenes auf der Dividendseite 893, und der Quozient, welcher das gesuchte Glied der Proporzion angibt, $3\frac{149}{248}$.

3) $8 : x = \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$

$$\begin{array}{r|l} \frac{2}{3} & 8\ \ 4 \\ & \frac{3}{4} \\ \hline & 9 \end{array}$$

4) $26 : 1\frac{3}{5} = x : 5\frac{2}{3}$

$$\begin{array}{r|l|l} \cancel{1\frac{3}{5}} & \cancel{26}\ \ 13 & \\ 4\ \ 8 & \cancel{5\frac{2}{3}} & \\ 3 & 5 & \\ & 17 & \\ \hline 12 & 1105 & 92\frac{1}{12} \\ & 25 & \\ & 1 & \end{array}$$

Man löse noch folgende Proporzionen nach der Strichmethode auf:

5) $7\frac{1}{2} : 8 = 9\frac{1}{3} : x$.

6) $15\frac{3}{8} : 23\frac{1}{4} = x : 23\frac{1}{3}$.

7) $12\frac{5}{6} : x = 2\frac{1}{2} : 17\frac{7}{12}$.
8) $x : 33\frac{1}{3} = 44\frac{1}{4} : 24\frac{2}{7}$.
9) $x : 213\frac{5}{12} = 3148\frac{17}{28} : 158\frac{13}{18}$.
10) $48\frac{8}{15} : 249\frac{23}{30} = x : 790\frac{20}{27}$.

§. 83.

Wenn zwei Arten von Zahlen so zusammenhängen, daß zu einer 2=, 3=, 4mal so großen Zahl der einen Art auch eine 2=, 3=, 4mal so große Zahl der anderen Art gehört, so heißen die beiden Arten von Zahlen gerade proporzionirt, oder sie stehen in einem geraden Verhältnisse.

So sind Waare und Preis gerade proporzionirt; denn 2mal so viel von derselben Waare kostet auch 2mal so viel Geld, 3mal so viel Waare kostet auch 3mal so viel Geld, 4mal so viel Waare kostet 4mal so viel Geld. Wenn z. B.

	1 Elle Tuch	5 Gulden kostet,		
so kosten	2 Ellen	2mal 5,	also 10	Gulden,
	3 „	3mal 5,	„ 15	„
	4 „	4mal 5,	„ 20	„
	5 „	5mal 5,	„ 25	„

u. s. w.

Ueberhaupt sieht man, daß zwischen je zwei Zahlen der Ellen dasselbe Verhältniß Statt findet, wie zwischen den dazu gehörigen Zahlen der Gulden; z. B.:

2 Ellen : 5 Ellen = 10 Gulden : 25 Gulden.

Wenn also zwei Arten von Zahlen gerade proporzionirt sind, so ist das Verhältniß zwischen je zwei Zahlen der einen Art gleich dem Verhältnisse zwischen den zwei zugehörigen Zahlen der anderen Art in der nämlichen Ordnung genommen.

§. 84.

Wenn zwei Arten von Zahlen von einander so abhängen, daß zu einer 2=, 3=, 4mal so großen Zahl der einen Art nur der 2te, 3te, 4te Theil von der Zahl der andern Art gehört, so sagt man: die beiden Arten von Zahlen sind verkehrt proporzionirt, oder sie stehen in einem verkehrten Verhältnisse.

So sind die Anzahl der Arbeiter und die Dauer der Arbeitszeit verkehrt proporzionirt; denn 2mal so viel Arbeiter brauchen für dieselbe Arbeit nur die Hälfte der Zeit, 3mal so viel Arbeiter brauchen den dritten Theil der Zeit, 4mal so viel Arbeiter nur den vierten Theil der Zeit. Nimmt man an, daß z. B.

1 Arbeiter für eine bestimmte Arbeit 60 Tage braucht, so brauchen
2 „ nur den 2ten Theil von 60, also 30 Tage,
3 „ „ „ 3ten „ „ 60, „ 20 „
4 „ „ „ 4ten „ „ 60, „ 15 „
5 „ „ „ 5ten „ „ 60, „ 12 „
u. s. w.

Man sieht, daß hier das Verhältniß zwischen je zwei Zahlen der Arbeiter dasselbe ist, wie zwischen den zugehörigen Zahlen der Arbeitstage in umgekehrter Ordnung genommen; z. B.

3 Arbeiter : 5 Arbeiter = 12 Tage : 20 Tage.

Sind daher zwei Arten von Zahlen verkehrt proporzionirt, so ist das Verhältniß zwischen je zwei Zahlen der einen Art gleich dem Verhältnisse zwischen den zwei zugehörigen Zahlen der andern Art, aber in umgekehrter Ordnung genommen.

III. Die einfache Regeldetri.

§. 85.

Wenn zwei Arten von Zahlen in geradem oder verkehrtem Verhältnisse stehen, und wenn zwei Zahlen der einen Art gegeben sind, von den beiden zugehörigen Zahlen der anderen Art aber nur die eine bekannt ist, so kann die andere unbekannte Zahl dieser zweiten Art durch Aufstellung und Auflösung einer Proporzion gefunden werden. Das Rechnungsverfahren, nach welchem dieses geschieht, wird die **einfache Regeldetri** genannt.

Bei der Regeldetri wird also vorausgesetzt, daß erstlich zwei Arten von Zahlen vorhanden sind, welche in einem geraden oder verkehrten Verhältnisse stehen; und zweitens, daß drei Zahlen bekannt sind, zwei Zahlen der einen Art, und eine der dazu gehörigen Zahlen der anderen Art.

Z. B.: wenn 5 Pfund einer Waare 9 Gulden kosten, wie viel Gulden werden 11 Pfund von derselben Waare kosten? — Die beiden Arten von Zahlen, welche hier vorkommen, sind Pfund und Gulden; sie sind gerade proporzionirt, weil 2mal, 3mal, 4mal so viel Pfund von derselben Waare auch 2mal, 3mal, 4mal so viel Gulden kosten; von der ersten Art sind zwei Zahlen gegeben, nämlich 5 Pfund und 11 Pfund; von den dazu gehörigen Zahlen der zweiten Art ist nur eine bekannt, nämlich 9 Gulden, die andere ist unbekannt und soll erst gefunden werden. Dieß ist also eine Aufgabe, welche nach der einfachen Regeldetri aufgelöset wird.

Die unbekannte Zahl wird durch einen der letzten Buchstaben x, y, z bezeichnet.

Bei der Regeldetri werden die zusammengehörigen Zahlen neben einander, die gleichartigen aber unter einander geschrieben; die gleichartigen Zahlen müssen, wenn sie nicht gleichnamig sind, auf gleiche Benennung gebracht werden.

§. 86.

Bei der einfachen Regeldetri ist Folgendes zu beobachten:

1. Man untersuche, ob die beiden Arten von Zahlen gerade oder verkehrt proporzionirt sind, indem man beurtheilt, ob zu einer 2=, 3=, 4mal so großen Zahl der ersten Art auch eine 2=, 3=, 4mal so große Zahl der zweiten Art, oder nur der 2te, 3te, 4te Theil von der zweiten Art gehört.

2. Man setze das Verhältniß zwischen zwei Zahlen der einen Art gleich dem Verhältnisse der beiden zugehörigen Zahlen der andern Art in der nämlichen Ordnung genommen, wenn beide Arten gerade, und in umgekehrter, wenn sie verkehrt proporzionirt sind.

Es ist an sich gleichgiltig, in welches Glied der Proporzion die unbekannte Zahl dabei zu stehen kommt; am zweckmäßigsten erscheint es, dieselbe ins erste Glied zu setzen.

3. Die Proporzion wird aufgelöset, wobei man sich meistens der Strichmethode mit Vortheil bedienen kann.

Einfachere Aufgaben der Regeldetri können oft bequem im Kopfe aufgelöset werden; man bedient sich dabei meistens der Multiplikazion und der Division, manchmal nur einer dieser beiden Rechnungsarten. Z. B.:

9 Metzen Weizen kosten 30 fl., was kosten 7 Metzen? — Wenn 9 Metzen 30 fl. kosten, so kommt 1 Metze auf den 9ten Theil von 30 fl., d. i. auf 3 fl. 20 kr.; 7 Metzen kosten dann 7mal 3 fl. 20 kr., also 23 fl. 20 kr.

5 Ztr. kosten 39 fl. 18 kr., wie hoch kommen 15 Ztr. zu stehen? — 15 Ztr. kosten offenbar 3mal so viel als 5 Ztr., also 3mal 39 fl. 18 kr., d. i. 117 fl. 54 kr.

18 Ellen bekommt man um 53 fl. 10 kr., wie viel wird man für 9 Ellen desselben Stoffes bezahlen? — 9 Ellen werden nur die Hälfte von dem kosten, was man für 18 Ellen zahlt, also die Hälfte von 53 fl. 10 kr., d. i. 26 fl. 35 kr.

Bei den nachfolgenden Aufgaben verbinde man mit der schriftlichen Ausrechnung überall, wo die Einfachheit der Zahlen es zuläßt, auch die Auflösung im Kopfe.

Beispiele und Aufgaben.

§. 87.

1) 5 Pfd. einer Waare kosten 9 fl.; wie viel fl. kosten 11 Pfd. von derselben Waare?

5 Pfd. 9 fl. $x : 9 = 11 : 5$
11 „ x „ also $x = 9 \times 11 : 5 = 19\frac{4}{5}$ fl.

Die Arten von Zahlen sind hier Pfund und Gulden; 2=, 3=, 4mal so viel Pfund kosten auch 2=, 3=, 4mal so viel Gulden; die beiden Arten von Zahlen sind also gerade proporzionirt, man setzt daher das Verhältniß von zwei Zahlen der einen Art $x : 9$ gleich dem Verhältnisse der zugehörigen Zahlen der andern Art in der nämlichen Ordnung genommen, nämlich $11 : 5$. Die Proporzion $x : 9 = 11 : 5$ wird dann aufgelöset.

2) Jemand kauft $5\frac{2}{5}$ Ztr. Zucker; wie viel muß er dafür bezahlen, wenn 3 Ztr. auf $86\frac{3}{4}$ fl. zu stehen kommen?

x fl. $5\frac{2}{5}$ Ztr. $x : 86\frac{3}{4} = 5\frac{2}{5} : 3$
$86\frac{3}{4}$ „ 3 „

$$\begin{array}{r|l} 3 & 86\frac{3}{4} \\ 4 & 5\frac{2}{5} \\ 5 & 347 \\ & 27\ 9 \\ \hline 20 & 3123 \mid 156\frac{3}{20} \text{ fl.} \end{array}$$

3) 1 Ztr. kostet $25\frac{1}{4}$ fl.; was kosten 39 Pfd.?

100 Pfd. $25\frac{1}{4}$ fl. $x : 25\frac{1}{4} = 39 : 100$
39 „ x woraus $x = 9\frac{339}{400}$ fl. folgt.

Hier müssen 1 Ztr. und 39 Pfd. gleichnamig gemacht werden, welches geschieht, wenn man 100 Pfd. anstatt 1 Ztr. setzt.

4) 12 Arbeiter bringen eine Arbeit in 20 Tagen zu Stande; wie viel Tage werden zu derselben Arbeit 10 Arbeiter brauchen?

12 Arb. 20 Tage $x : 20 = 12 : 10$
10 „ x „ also $x = 20 \times 12 : 10 = 24$ Tage.

Hier sind die beiden Arten von Zahlen, nämlich die Zahl der Arbeiter und die Zahl der Arbeitstage, verkehrt proporzionirt, da 2=, 3=, 4mal so viel Arbeiter nur die Hälfte, den 3ten, 4ten Theil so viel Zeit brauchen; daher setzt man das Verhältniß zwischen zwei Zahlen der einen Art $x : 20$ gleich dem Verhältnisse der zwei zugehörigen Zahlen der anderen Art, aber in umgekehrter Ordnung genommen, nämlich $12 : 10$.

5) Eine Kreuzersemmel wiegt 5 Loth, wenn der Metzen Weizen fl. 3 „ 20 kostet; wie schwer wird eine solche Semmel auszubacken sein, wenn der Metzen Weizen nur fl. 2 „ 40 gilt?

5 Lth. $3\frac{1}{3}$ fl. $x : 5 = 3\frac{1}{3} : 2\frac{2}{3}$
x „ $2\frac{2}{3}$ „ also $x = 6\frac{1}{4}$ Loth.

6) Ein Kapital bringt in 2 Jahren fl. 123 „ 24 Zins; wie viel in 10 Monaten?

24 Mon. $123\frac{2}{5}$ fl. $x : 123\frac{2}{5} = 10 : 24$
10 „ x „ also x = fl. 51 „ 25.

7) Wenn eine Waare um 9 fl. $21\frac{3}{5}$ Meilen geführt wird, wie weit wird sie der Fuhrmann um 5 fl. führen?

9 fl. $21\frac{3}{5}$ Meilen $\quad x : 21\frac{3}{5} = 5 : 9$
5 „ x „ $\quad$ und $x = 12$ Meilen.

8) Ein Fuhrmann verpflichtet sich 6 Ztr. für ein bestimmtes Frachtgeld $8\frac{3}{4}$ Meilen weit zu führen; wie viel Ztr. wird er für dasselbe Frachtgeld $12\frac{1}{2}$ Meile weit führen?

6 Ztr. $8\frac{3}{4}$ Meilen $\quad x : 6 = 8\frac{3}{4} : 12\frac{1}{2}$
x „ $12\frac{1}{2}$ „ $\quad$ daher $x = 4\frac{1}{5}$ Ztr.

9) Ein Mühlgang mahlt in 3 Stunden 13 Metzen Korn; wie viel in $10\frac{1}{2}$ Stunden? — $45\frac{1}{2}$ Metzen.

10) Jemand hat durch 46 Tage gearbeitet, und bekommt für je 3 Tage $2\frac{1}{4}$ fl. Lohn; wie viel bekommt er im Ganzen? — $43\frac{1}{2}$ fl.

11) Für eine Haushaltung gehen wöchentlich $19\frac{1}{2}$ fl. auf; wie viel in 45 Tagen? — $125\frac{5}{14}$ fl.

12) Wie viel Zins gibt ein Kapital in $1\frac{3}{8}$ Jahren, wenn es in $4\frac{1}{2}$ Monaten fl. 9 „ 36 Zins abwirft? — fl. 35 „ 12.

13) Zwei Kaufleute kaufen zusammen 2358 Pfd. Oel; A nimmt 1842 Pfd. und zahlt $429\frac{4}{5}$ fl.; wie viel Oel bleibt für B, und was muß er dafür bezahlen? — B übernimmt 516 Pfd. und zahlt $120\frac{2}{5}$ fl.

14) 16 Maurer können eine Mauer in 20 Tagen aufführen, es gehen aber gleich zu Anfange 6 Maurer ab; in wie viel Tagen wird nun die Mauer fertig werden? — In 32 Tagen.

15) Um eine Wiese abzumähen, braucht man 12 Mäher durch 6 Tage; der Eigenthümer aber will solche in 4 Tagen abgemähet haben; wie viel Mäher wird er noch aufnehmen müssen? — 6 Mäher.

16) Jemand braucht zu einem Kleide $5\frac{1}{4}$ Ellen Tuch, welches 2 Ellen breit ist; im Gewölbe bekommt er aber nur Tuch von $\frac{7}{4}$ Ellen Breite; wie viel muß zu jenem Kleide genommen werden? — 6 Ellen.

17) 8000 Mann Besatzung in einer Festung kommen mit ihren Lebensmitteln durch 9 Monate aus; auf wie viele Monate reichen diese Lebensmittel hin, wenn 2000 Mann austreten? — Auf 12 Monate.

18) Wie viel fl. betragen 648 Franken, wenn 20 fl. 51·934 Franken geben? — Nahe fl. 249 „ 33.

19) Der Metzen Weizen, welcher früher fl. 2 „ 50 kostete, steigt um 20 kr.; um wie viel leichter wird man nun eine Mundsemmel, welche früher $4\frac{3}{4}$ Loth wog, ausbacken? — Um $\frac{1}{2}$ Loth leichter.

20) Wenn ein Metzen Roggen 162 Groschen W W. kostet, wiegt ein Groschenlaib 1 Pfd. 14 Lth.; um wie viel muß der Metzen

Roggen im Werthe fallen, damit man den Groschenlaib um 8 Lth. schwerer ausbacken könne? — Um 24 Groschen.

§. 88.

21) Ein Eimer Wein kostet 12 fl.; wie hoch kommen 10 Maß?
22) Wie theuer sind 20 Pfd., wenn der Zentner mit 15 fl. 50 kr. bezahlt wird?
23) Jemand kauft 15 Ellen Tuch; wie viel muß er dafür bezahlen, wenn 20 Ellen 83 fl. 12 kr. kosten?
24) Ein Kapital von 750 fl. ist zu 5 Prozent angelegt, d. i., jede 100 fl. Kapital geben 5 fl. Zins; wie viel Zins trägt das ganze Kapital in einem Jahre?
25) Wie groß ist der jährliche Zins von 1785 fl. Kapital, wenn diese zu 4 Prozent angelegt sind?
26) Jemand hat drei Kapitalien anliegen: 3680 fl. zu 3 Prozent, 2750 fl. zu 4 Prozent, und 2220 fl. zu 5 Prozent; wie viel nimmt er jährlich an Zinsen ein?
27) 7820 fl. geben in einer bestimmten Zeit 391 fl. Interessen; wie viel Interessen geben in derselben Zeit 5750 fl. Kapital?
28) Jemand hat sein Kapital zu 6 Prozent angelegt, und bekommt jährlich 420 fl. Zins; wie groß ist das Kapital?
29) Von 3740 fl. hat man in einem Jahre 187 fl. Zins eingenommen; wie hoch waren 100 fl. Kapital verzinset?
30) Wie viel Interessen geben 100 fl. zu 6 Prozent in 37 Tagen?
31) Wie viel fl. Kapital muß man zu 5 Prozent anlegen, damit man in einer gewissen Zeit eben so viel Zins einnehme, wie von 7550 fl. zu 4 Prozent?
32) Zu wie viel Prozent muß ein Kapital angelegt werden, damit es in 3 Jahren eben so viel Zins gibt, als es in 2 Jahren zu 6 Prozent geben würde?
33) Nach einer genauen Vorberechnung braucht Jemand 24 Maurer, um ein Gebäude in 4 Monaten aufzuführen; wie viel Maurer müssen aufgenommen werden, damit die Mauer in 3 Monaten fertig werde?
34) Mit einem bestimmten Vorrathe reichen 35 Menschen durch 9 Monate aus; wie lange werden damit 40 Menschen ausreichen?
35) Ein Arbeiter macht in 3 Tagen 2000 Ziegel; wie viel in 30 Tagen?
36) Ein Fuhrmann führt um ein gewisses Geld 5 Zentner 12 Meilen weit; wie weit wird er um dasselbe Geld 15 Ztr. führen?
37) Um eine Waare 12 Meilen weit zu führen, verlangt der Fuhrmann 2 fl.; wie viel wird man ihm bezahlen müssen, wenn dieselbe Waare 30 Meilen weit verführt werden soll?

38) Von 2 Rädern macht das eine 36 Umdrehungen, während sich das andere 13mal umdrehet; wie viel Umdrehungen wird das erste Rad machen, wenn sich das zweite 117mal umgedrehet hat?
39) 20 fl. Conv. Münze machen 14 preußische Thaler; wie viel preußische Thaler sind 7813 fl. C. M.?
40) 125 Eimer enthalten 224 Kubikfuß; wie viel Eimer machen 1234 Kubikfuß?

§. 89.

41) Wie viel muß man für $7\frac{3}{4}$ Ztr. bezahlen, wenn $5\frac{2}{5}$ Zentner $87\frac{5}{6}$ fl. kosten?
42) 17 Ztr. 20 Pfd. kosten 358 fl. 12 kr.; wie hoch kommen 13 Ztr. 35 Pfd.?
43) Was kosten $11\frac{5}{8}$ Ellen, wenn $5\frac{1}{2}$ Ellen mit $30\frac{2}{5}$ fl. bezahlt werden?
44) $17\frac{3}{4}$ Mark Silber werden mit $388\frac{1}{2}$ fl. bezahlt; wie hoch kommen $21\frac{9}{16}$ Mark?
45) Was kosten $27\frac{1}{2}$ Eimer Wein, wenn 12 Eimer $198\frac{3}{4}$ fl. kosten?
46) Was kosten 2 Zentner 65 Pfd. einer Waare, wovon man 4 Pfd. um $7\frac{1}{2}$ fl. bekommt?
47) Für 37 fl. 20 kr. bekommt man $8\frac{3}{4}$ Metzen Weizen; was kosten $43\frac{5}{8}$ Metzen?
48) $3\frac{1}{2}$ Ztr. kosten 57 fl. 48 kr.; was kosten 7 Ztr. 38 Pfd. 15 Loth?
49) 20 fl. Conv. Münze machen $2\frac{1}{2}$ engl. Pfund Sterling; wie viel fl. Conv. Münze betragen 300 Pfund Sterling?
50) $24\frac{1}{3}$ holländische Gulden geben $24\frac{1}{2}$ bairische Gulden; wie viel bairische Gulden sind 1000 holländische Gulden?
51) Die St Paulskirche in London hat eine Länge von 480 engl. Fuß; wie viel beträgt dieses in Wiener Fuß, wenn 100 W. Fuß 103·71 engl. Fuß machen?
52) Wie viel W. Pfund sind $344\frac{1}{2}$ russische Pfund, wenn 100 russ. Pfund 73·13 W. Pfund betragen?
53) Wie viel preuß. Scheffel sind $718\frac{3}{4}$ Wien. Metzen, wenn 100 preuß. Scheffel 89·36 W. Metzen machen?
54) Wie viel Wien. Maß betragen 749 baierische Maß, wenn 1000 bair. Maß = 755·4 W. Maß ist?
55) Wie viel Zins geben jährlich 7915 fl. Kapital zu $4\frac{1}{2}$ Prozent?
56) Welches Kapital gibt zu $4\frac{3}{4}$ Prozent angelegt jährlich 58 fl. 38 kr. Interesse?
57) 3127 fl. Kapital geben jährlich 125 fl. 6 kr. Zins; zu wie viel Prozent ist das Kapital angelegt?
58) Zu wie viel Prozent muß man ein Kapital anlegen, damit es in $5\frac{1}{2}$ Monaten eben so viel Zins gebe, als es zu $3\frac{2}{3}$ Prozent in $7\frac{1}{2}$ Monaten gibt?

59) Welches Kapital gibt in 1 Jahre 8 Monaten eben so viel Zins, als $3715\frac{1}{2}$ fl. in 2 Jahren 4 Monaten?

60) Wie lange muß ein Kapital von 2222 fl. angelegt bleiben, damit es eben so viel Zins bringe, als 3333 fl. Kapital in 1 Jahre 4 Monaten?

§. 90.

61) 7 Arbeiter erhalten wöchentlich $35\frac{7}{10}$ fl.; nun kommen noch 5 Arbeiter dazu; wie viel beträgt dann der wöchentliche Arbeitslohn aller Arbeiter?

62) Wenn 28 Weber in $3\frac{1}{2}$ Wochen 40 Stück Tuch verfertigen, wie viel Weber werden erfordert, um dieselbe Anzahl Stücke in 2 Wochen zu verfertigen?

63) Die Axe unserer Erde beträgt 6713548 Klafter, der Durchmesser des Aequators 6724306 Klafter; wenn man nun bei einem Erdglobus die Erdaxe 16 Zoll lang annimmt, wie groß muß dabei der Durchmesser des Aequators angenommen werden?

64) Eine Festung ist auf 10 Monate für 8000 Mann verproviantirt; nun kommen noch 2000 Mann dazu; wie lange wird jener Vorrath ausreichen?

65) Eine Festung hat 6800 Mann Besatzung, und ist mit Lebensmitteln auf $6\frac{1}{2}$ Monat versehen; wie viel Mann müssen abziehen, damit der Proviant auf $8\frac{1}{2}$ Monat ausreiche?

66) Jemand hält 48 Arbeiter zu gleichem Lohne; wenn nun 10 derselben mit $6\frac{5}{6}$ fl. bezahlt werden, wie viel bekommen die übrigen?

67) Drei Personen nehmen einen Reisewagen auf, und es hat nach dem bedungenen Preise jede Person $8\frac{3}{4}$ fl. zu zahlen; nun kommt noch ein vierter Reisegesellschafter dazu, wie viel hat dann jede Person zu zahlen?

68) Jemand kauft zwei Fässer Wein von gleicher Güte; zusammen 29 Eimer 26 Maß; das erste Faß enthält 15 Eimer 16 Maß, und kostet $124\frac{1}{2}$ fl.; wie viel kostet das zweite Faß?

69) Jemand will einen Acker, welcher 15 Klafter lang und 6 Klafter breit ist, um 1 Klafter schmäler machen; um wie viel länger muß dann der Acker ausfallen, damit er mit dem früheren gleich groß bleibe?

70) Wenn der Metzen Korn 2 fl. 12 kr. kostet, so wiegt ein Groschenlaib 1 Pfd. $15\frac{1}{2}$ Loth; um wie viel schwerer wird ein solches Brot auszubacken sein, wenn der Metzen Korn um 18 kr. im Werthe fällt?

71) Ein Pferdehändler hat für 28 Pferde auf $5\frac{2}{3}$ Monat Futter; wenn er nun nach $1\frac{3}{5}$ Monat 12 Pferde auf einmal verkauft, wie lange wird das Futter für die übrigen Pferde ausreichen?

72) Eine Fuhre Heu kostete $38\frac{1}{2}$ fl., und wog mit dem Wagen $35\frac{3}{4}$ Ztr. Wenn nun der Wagen für sich $5\frac{4}{5}$ Ztr. wog, wie hoch kam der Zentner Heu?

73) 10 Arbeiter können ein Werk in 18 Tagen beenden. Wenn nun nach 4 Tagen 6 Arbeiter abgehen, und nach 11 Tagen 4 derselben wieder zurückkehren; in wie viel Tagen wird das Werk zu Ende geführt sein?

74) Zwei Schreiber haben die gleiche Arbeit vor; der erste vollendet sie in $5\frac{1}{2}$ Tagen, wenn er täglich $9\frac{3}{4}$ Stunden schreibt; der zweite ist jedoch im Stande, 5 Bogen zu schreiben, während der erste 4 schreibt, dagegen arbeitet er täglich nur $8\frac{1}{2}$ Stunden. In wie viel Tagen ist der zweite mit der Arbeit fertig?

75) Ein Maurer fordert zu einem Baue 15000 Ziegel, zu $\frac{1}{8}$ Kubikfuß groß. Nachdem er 9600 solche erhalten, können ihm nur Ziegel von $\frac{3}{16}$ Kubikfuß geliefert werden. Wie viel solche Ziegel muß man ihm noch geben?

76) Jemand kaufte den Zentner um 75 fl., und verkaufte das Pfund zu $\frac{7}{8}$ fl. Später aber verkaufte er mit gleichem Gewinne das Pfund zu $\frac{9}{10}$ fl; wie viel muß ihn der Zentner beim Einkaufe gekostet haben?

77) Ein Weinhändler vertauschte 27 Eimer zu $24\frac{1}{2}$ fl. gegen Holz und erhielt noch 24 fl. heraus; wie viel Klafter Holz bekam er, wenn die Klafter zu $8\frac{1}{2}$ fl. angerechnet wurde?

78) Den fünften Theil eines Grabens haben 22 Arbeiter in $35\frac{3}{4}$ Tagen gemacht. Wenn nun 6 Arbeiter entlassen werden; in welcher Zeit werden die übrigen das Fehlende zu Stande bringen?

79) Ein Herr versprach seinem Bedienten jährlich ein Kleid und 84 fl. Nach $3\frac{1}{2}$ Monaten wird der Bediente entlassen, und erhält das Kleid und noch $7\frac{1}{2}$ fl. Wie hoch wurde ihm das Kleid angerechnet?

80) Ein Holzhändler hatte für eine Fabrik 360 Klafter 36zölliges Holz zu liefern, und bereits 214 Klafter abgeführt. Für den Rest verlangt man 30zölliges Holz; wie viel muß davon geliefert werden?

IV. Prozentrechnungen.

§. 91.

Bei verschiedenen Berechnungen des bürgerlichen Lebens pflegt man das Prozent (%), d. i. den Ertrag von 100, zur Grundlage anzunehmen. So sagt man z. B. eine Summe Geldes ist zu

5% angelegt, d. h. von je 100 fl. bekommt man jährlich 5 fl. Zins.

Bei den Prozentrechnungen kommen vier Größen in Betrachtung:

1) die unveränderliche Zahl 100;
2) das Prozent, d. i. der Ertrag von 100;
3) die Summe, worauf sich der ganze Ertrag bezieht;
4) der Ertrag dieser Summe.

Wenn von den veränderlichen drei Größen zwei bekannt sind, so kann die dritte mittelst der Regeldetri daraus gefunden werden. Bei der Prozentrechnung kann daher entweder nach dem Ertrage einer bestimmten Summe, oder nach dieser Summe selbst, oder nach dem Prozent gefragt werden.

§. 92.

1. Berechnung des Ertrages einer bestimmten Summe.

Es sei der Ertrag von 3333 fl. zu 4% zu bestimmen, d. h. zu berechnen, wie viel auf 3333 fl. kommt, wenn man 4 fl. auf jede 100 fl. rechnet? — Nach der Regeldetri hat man

x fl. Ertrag 3333 fl. Summe $x : 4 = 3333 : 100$

4 „ „ 100 „ „ also $x = \frac{3333 \times 4}{100}$.

Man muß also die gegebene Summe 3333 mit dem Prozent 4 multipliziren, und das Produkt durch 100 dividiren.

Daraus ergibt sich die Regel:

Um den Ertrag einer Summe aus dem Prozent zu berechnen, multiplizire man die Summe, deren Ertrag man sucht, mit dem Prozent, und dividire das Produkt durch 100.

Ob früher die Multiplikazion oder die Division vorgenommen wird, ist an sich gleichgiltig; nur in jenen Fällen, wo die gegebene Summe rechts zwei oder mehrere Nullen hat, ist zuerst die Division vorzunehmen, indem man zwei Nullen wegläßt, und dann nur die übrig bleibende Zahl mit dem Prozent multiplizirt.

Beispiele.

1) Wie viel beträgt der Zins von 926 fl. zu 5%, d. h. wenn 100 fl. Kapital 5 fl. Zins geben?

$$\begin{array}{l} 9\,26 \times 5 \\ \hline 46{\cdot}30 = \text{fl. } 46 \text{ „ } 18. \end{array}$$

2) Eine Gemeinde hat eine Bevölkerung von 3400 Seelen, wie viel sind 12% davon?

$$\begin{array}{l} 3400 \times 12 \\ \hline 408 \text{ Seelen.} \end{array}$$

3) In einem Kreise, welcher 128300 Bewohner zählt, besuchen 14% die Schulen; wie viel Schulbesuchende gibt es da?

128300 × 14
17962 Schulbesuchende.

4) Das Land Oesterreich unter der Enns hat einen Flächenraum von 343 □ Meilen 8026 Joch, darunter 32% Waldungen? wie viel □ Meilen und Joch macht dieses?

343 □ M. 8026 J.
34380 26 × 32
137521 04
1100168·32 Joch = 110 □ M. 168 Joch.

5) Jemand kauft um 3560 fl. Waare und gewinnt dabei 9%; wie viel beträgt der ganze Gewinn?

35 60 × 8
320·40 = fl. 320 „ 24.

6) Eine Partie Kaffee wiegt Brutto 1546 Pfd.; wie viel beträgt die Tara zu 5%, und wie groß ist das Netto-Gewicht?

Wenn eine Waare sammt dem Behältnisse, worin sie sich befindet, gewogen wird, so heißt dieses Gesammtgewicht das Brutto- oder Sporco-Gewicht. Das Gewicht des Behältnisses heißt die Tara, und wird häufig nach Prozenten berechnet. Wenn man die Tara von dem Brutto-Gewichte abzieht, so bekommt man das reine oder Netto-Gewicht der Waare.

15 46 × 5	Brutto	1546 Pfd.
77·30 Pfd. Tara,	ab Tara	77·3
	Netto	1568·7 Pfd.

7) Jemand kauft um 5120 fl. Waaren ein; wenn ihm nun ein Skonto von $2\frac{1}{4}$% bewilligt wird, wie viel muß er kontant bezahlen?

Wenn Jemand eine Bezahlung früher leistet, als er sie zu leisten verpflichtet ist, so wird ihm wegen der früheren Berichtigung ein Abzug bewilliget. Dieser Abzug an der Bezahlung heißt Skonto, und wird nach Prozenten bestimmt. Die zu zahlende Summe, welche nach Abzug des Skonto übrig bleibt, wird die kontante Bezahlung genannt.

51 20 × $2\frac{1}{4}$	Ganze Schuld	fl. 5120 „ —
102 40	ab Skonto $2\frac{1}{4}$%	„ 115 „ 12
12 80	Kontante Zahlung	fl. 5004 „ 48
115·20 = fl. 115 „ 12 Skonto.		

8) Bei einer Feuer-Assekuranz-Gesellschaft wird ein auf 8240 fl. geschätztes Haus zu $\frac{1}{8}\%$ versichert; wie viel beträgt die Assekuranz-Prämie?

$$\begin{array}{l} 82\,40 \times \frac{1}{8} \\ \hline 10{\cdot}30 = \text{fl. } 10 \text{ „ } 18. \end{array}$$

9) Wie groß ist die Sensarie bei einem Waarengeschäfte von 3848 fl. zu $\frac{1}{2}\%$.

Zur Abschließung von Geschäften zwischen Kaufleuten desselben Ortes gibt es vom Staate beeidete oder beaufsichtigte Personen, welche man Mäkler oder Sensale nennt. Die Vergütung, welche sie für ihre Mühe erhalten, wird die Sensarie genannt.

$$\begin{array}{l} 38\,48 \times \frac{1}{2} \\ \hline 19{\cdot}24 = \text{fl. } 19 \text{ „ } 14. \end{array}$$

10) Jemand besorgt einen Waarenverkauf im Betrage von 5730 fl.; wie groß wird seine Provision zu 2% sein?

Wenn Jemand die Vollziehung eines Geschäftes, z. B. den Einkauf oder Verkauf von Waaren oder andern Gegenständen, einem Andern aufträgt, so heißt die Person, welche den Auftrag gibt, Kommittent, die Person aber, welche mit der Vollziehung des Geschäftes beauftragt wird, Kommissionär. Die Vergütung, welche der Kommissionär für seine Mühe bekommt, wird Provision genannt.

$$\begin{array}{l} 57\,30 \times 2 \\ \hline 114{\cdot}60 = \text{fl. } 114 \text{ „ } 36. \end{array}$$

11) Wie groß ist das jährliche $4\frac{1}{2}\%$ Interesse von 2318 fl.

12) Wie groß ist das Netto-Gewicht einer Waare, welche 7238 Pfd. Brutto hat, wenn die Tara zu 13% gerechnet wird?

13) Bei einer Waare, welche im Einkaufe 1731 fl. 18 kr. kostet, gewinnt Jemand beim Verkaufe $8\frac{1}{4}\%$; wie viel beträgt der Gewinn?

14) Die gesammte Silberproduktion Europas beträgt 403696 Mark; daran hat Preußen einen Antheil von $6{\cdot}2\%$; wie viel Mark Silber erzeugt es?

15) Europa erzeugt jährlich 2120000 Ztr. Blei; am meisten sind dabei England und Spanien betheiliget, und zwar jenes mit 47%, dieses mit $42{\cdot}4\%$; wie viel Blei produzirt jedes dieser beiden Länder?

16) Bei der Wien-Gloggnitzer Eisenbahn beliefen sich die Baukosten auf 11276733 fl. und die Einrichtungskosten auf 2762400 fl.; wie groß müßte die jährliche reine Einnahme sein, damit sich das Anlagekapital zu 5% verzinse?

17) Im Jahre 1847 wurde von den österreichischen Zuckerfabriken 619424 Ztr. Zuckermehl aus dem Auslande bezogen; wie

groß ist die Menge des daraus gewonnenen raffinirten Zuckers zu 80%, und des Syrups zu 16% gerechnet?

18) Von 523 12jährigen Menschen erreichen 83% das 30ste Jahr; wie viele von diesen Personen werden also 30 Jahre alt?

19) Nach Keller beträgt der Trockengehalt der Kartoffeln 30%. Wie viel trockene Masse, und wie viel Wasser ist also in 1258 Pf. Kartoffeln?

20) Jemand kauft zwei Fässer Waaren, das erste von 328 Pfd., das zweite von 295 Pfd., den Zentner zu $28\frac{3}{4}$ fl. Bei barer Zahlung erhält er $4\frac{3}{4}$% Skonto. Wie viel beträgt die Barzahlung?

21) Beim Mahlen des Roggens rechnet man 84% Mehl und 14% Kleien; wie viel Mehl und Kleien erhält man von 324 Pfd. Roggen?

22) Eine Parthie Waare, welche 4192 Pfd. Brutto wog, wurde mit 880 fl. bezahlt; wie theuer kommt der Zentner Netto, wenn man $16\frac{2}{3}$% Tara rechnet?

23) Wie viel Ziegelsteine gehen auf eine Kubikklafter, wenn dieselben 11″ lang, $5\frac{1}{4}$″ breit und $1\frac{1}{2}$″ dick sind, wenn die Fugendicke $\frac{1}{3}$″ angenommen, und wenn für Bruch und Abgang $9\frac{1}{2}$% hinzugesetzt wird?

2. Berechnung der Summe, worauf sich der Prozentertrag bezieht.

§. 93.

Der Ertrag einer Summe zu 8% ist 312 fl.; wie groß ist jene Summe? — Nach der Regeldetri hat man

x fl. Summe 312 fl. Ertrag $x : 100 = 312 : 8$

100 „ „ 8 „ „ daher $x = \frac{312 \times 100}{8} = 3900$ fl.

Um daher aus dem Prozent und dem Prozentertrage einer Summe diese Summe selbst zu finden, multiplizire man den Ertrag mit 100, und dividire das Produkt durch das Prozent.

Beispiele.

1) Ein Haus trägt zu 5% 812 fl.; welchen Werth hat es?

$81200 : 5 = 16240$ fl.

2) Jemand kauft für einen Andern Waaren ein, und nimmt als 2prozentige Provision $63\frac{1}{2}$ fl.; wie groß war der Waarenbetrag?

$6350 : 2 = 3175$ fl.

3) Wie viel Kapital muß man anlegen, damit man zu $4\frac{1}{2}$% jährlich 558 fl. Interessen beziehe?

$55800 : 4\frac{1}{2} = 12400$ fl.

4) Wie groß ist die Bevölkerung eines Ortes, wenn 22% derselben 286 betragen?

$$28600 : 22 = 1300 \text{ Einwohner.}$$

5) Jemand zahlte für auf der Eisenbahn beförderte Waaren 2 fl. an Assekuranz; für welchen Betrag wurden die Waaren versichert, die Assekuranz zu $\frac{1}{20}$% gerechnet?

$$200 : \tfrac{1}{20} = 4000 \text{ fl.}$$

6) Wie theuer wurde eine Waare eingekauft, welche beim Verkaufe einen 6prozentigen Gewinn mit 125 fl. abwarf?

$$12500 : 6 = 2083{\cdot}3 = \text{fl. } 2083 \text{ „ } 20.$$

7) Welches Kapital gibt zu $5\frac{1}{2}$% jährlich 378 fl. Zins?

8) Beim Verkaufe einer Waare wurden 251 fl. gewonnen; wenn nun dieser Gewinn 8% beträgt, wie groß war die Einkaufssumme?

9) Bei einem Waarenbetrage wurden wegen der sogleichen Zahlung 2% nachgelassen; wenn nun der Nachlaß 82 fl. 34 kr. beträgt, wie groß ist der Waarenbetrag?

10) Preußen erzeugt jährlich 1735260 Ztr. Kochsalz; wie groß ist die Kochsalz-Produkzion Europas, wenn Preußen daran mit $3\frac{1}{2}$% betheiligt ist?

11) Im Jahre 1848 erzeugte Steiermark 852628 Ztr. Roheisen; wenn nun dieses 35·98% von der ganzen österreichischen Roheisen-Produkzion jenes Jahres beträgt, wie groß war letztere?

12) Die Bevölkerung von Laibach, welche im Jahre 1851 17256 Einwohner betrug, hat während der Jahre 1831 bis 1851 um 43% zugenommen, wie groß war die Volkszahl im Jahre 1831?

13) Man nimmt die Menge des aus Runkelrüben gewonnenen Rohzuckers zu 5% an; wie viel Zentner Runkelrüben sind daher im Jahre 1848 in Böhmen erzeugt worden, wenn man daraus 47438 Zentner Rohzucker gewonnen hat?

14) Wie hoch ist ein Haus geschätzt worden, das zu $\frac{1}{12}$% in einem Jahre $22\frac{1}{2}$ fl. Assekuranz zahlen muß?

15) Ein Kaufmann gewinnt bei einem Pfund Kaffee 2 Kreuzer oder $6\frac{2}{3}$%; wie theuer hat er den Zentner eingekauft?

3. Berechnung des Prozentes.

§. 94.

Es soll z. B. bestimmt werden, wie viel % man von 8350 fl. nehmen müsse, um 501 fl. zu erhalten. — Man hat

x fl. Ertrag 100 fl. Summe $x : 501 = 100 : 8350$

501 „ „ 8350 „ „ $x = \frac{501 \times 100}{8350} = 6.$

Wenn also eine Summe nebst ihrem Prozentenertrage gegeben ist, so berechnet man das Prozent, wenn man den Ertrag mit 100 multiplizirt, und das Produkt durch die gegebene Summe dividirt.

Beispiele.

1) Ein Haus kostet 9150 fl. und trägt jährlich 366 fl. reinen Zins; zu wie viel Prozent verzinst es sich?

36600 : 9150 = 4%.

2) Eine Waare wurde um 4290 fl. eingekauft und um 4435 fl. verkauft; wie viel % beträgt der Gewinn?

4435 fl.	14500 : 4290 = $3\frac{1}{3}$%.
4290 „	
Gewinn 145 fl.	

3) Eine Provinz hat 523480 Schulfähige und 317240 Schulbesuchende; wie viel % von den Schulfähigen besuchen wirklich die Schule?

31724000 : 523480 = 60·04%.

4) Ein Sensal, welcher einen Waareneinkauf für 3480 fl. unterhandelte, erhielt $17\frac{2}{5}$ fl.; zu wie viel % wurde die Sensarie gerechnet?

1740 : 3480 = $\frac{1}{2}$%.

5) Böhmen hat einen Flächenraum von 9026673 Joch, worunter 4286409 Joch Ackerland; wie viel % beträgt dieses letztere von dem ganzen Flächeninhalte?

428640900 : 9026673 = 47·49%.

6) Wien hatte im Jahre 1833 eine Bevölkerung von 319873 Einwohnern, im Jahre 1847 von 358784; um wie viel % ist die Bevölkerung Wiens in diesen 14 Jahren gestiegen?

358784
319873

38911_{00} : 319873 = 12·16%.

7) Böhmen hatte im Jahre 1780 2561794 Einwohner, und im Jahre 1849 4432474 Einwohner; um wie viel % hat die Bevölkerung von Böhmen in dieser Zeit zugenommen?

8) Von 532 10jährigen Menschen erreichen im Durchschnitte 491 das 20ste und 439 das 30ste Lebensjahr; wie viel % sterben von 10 bis 20 und wie viel % von 20 bis 30 Jahren?

9) Jemand kauft 58 Ellen Tuch um 198 fl., und verkauft die Elle zu $4\frac{1}{2}$ fl.; wie viel Prozent gewinnt er?

10) Europa produzirt jährlich 52389000 Ztr. Roheisen, darunter England 29572000 Ztr., Frankreich 7085000 Ztr., Oester-

reich 2505000 Ztr., Preußen 2070000 Ztr.; wie viel % der gesammten europäischen Eisenproduktion kommt auf jedes dieser Länder?

11) Von den im Jahre 1846 in unserer Monarchie erzeugten 415850 Ztr. Baumwollgarn kamen auf Niederösterreich allein 156140 Ztr.; wie viel % ist dieses?

12) Im Jahre 1849 sind im Kronlande Krain 8012 Knaben und 7408 Mädchen geboren worden; man drücke diese Zahlen in Prozenten von der Gesammtsumme der Gebornen aus.

13) Von 160 Pfd. Kalkstein erhält man $83\frac{1}{5}$ Pfd. gebrannten Kalk; wie viel % verliert der Kalkstein beim Brennen?

14) Zur Deckung der Landesbedürfnisse werden bei den direkten Steuern 7 Kreuzer auf jeden Steuergulden umgelegt; wie viel % beträgt dieses?

15) Wenn 4 Metzen Weizen so viel Nahrungstheile enthalten als 5 Metzen Roggen, um wie viel % ist der Nahrungsgehalt des Weizens höher als jener des Roggens?

16) Im Jahre 1846 betrug in Steiermark die Bevölkerung 1003074, im Jahre 1847 war die Zahl der Gebornen 31046, und jene der Verstorbenen 31969; um wie viel % hat die Bevölkerung von Steiermark in jenem Jahre abgenommen?

V. Die wälsche Praktik.

§. 95.

Die **wälsche Praktik** ist diejenige Rechnungsweise, nach welcher die in einer Aufgabe vorkommenden niedrigeren Zahlen als aliquote Theile einer höhern Zahl betrachtet und als solche berechnet werden. Es heißt aber ein **aliquoter Theil** von einer Zahl ein solcher Theil, welcher mehrere Male genommen jene Zahl gibt. Z. B. 12 Kreuzer sind ein aliquoter Theil von 60 Kreuzern oder von einem Gulden, und zwar der fünfte Theil, weil 12 Kreuzer 5mal genommen 60 Kreuzer oder einen Gulden geben; dagegen sind 14 Kreuzer kein aliquoter Theil von einem Gulden, weil sie 4mal genommen weniger, 5mal genommen aber schon mehr als einen Gulden geben. Alle Brüche, deren Zähler 1 ist, sind aliquote Theile der Einheit, z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{12}$.

Die bei benannten Zahlen im Rechnen am häufigsten vorkommenden aliquoten Theile ersieht man aus folgender Tabelle:

Beim Gelde.

30 Kreuzer = $\frac{1}{2}$ Gulden,	2 Pfennig = $\frac{1}{2}$ Kreuzer,
20 〃 = $\frac{1}{3}$ 〃	1 〃 = $\frac{1}{4}$ 〃
15 〃 = $\frac{1}{4}$ 〃	
12 〃 = $\frac{1}{5}$ 〃	50 Centes = $\frac{1}{2}$ Lira,
10 〃 = $\frac{1}{6}$ 〃	25 〃 = $\frac{1}{4}$ 〃
6 〃 = $\frac{1}{10}$ 〃	20 〃 = $\frac{1}{5}$ 〃
5 〃 = $\frac{1}{12}$ 〃	10 〃 = $\frac{1}{10}$ 〃
4 〃 = $\frac{1}{15}$ 〃	5 〃 = $\frac{1}{20}$ 〃
3 〃 = $\frac{1}{20}$ 〃	4 〃 = $\frac{1}{25}$ 〃
2 〃 = $\frac{1}{30}$ 〃	2 〃 = $\frac{1}{50}$ 〃
1 〃 = $\frac{1}{60}$ 〃	1 〃 = $\frac{1}{100}$ 〃

Beim Gewichte.

50 Pfund = $\frac{1}{2}$ Zentner,	16 Loth = $\frac{1}{2}$ Pfund,
25 〃 = $\frac{1}{4}$ 〃	8 〃 = $\frac{1}{4}$ 〃
20 〃 = $\frac{1}{5}$ 〃	4 〃 = $\frac{1}{8}$ 〃
10 〃 = $\frac{1}{10}$ 〃	2 〃 = $\frac{1}{16}$ 〃
5 〃 = $\frac{1}{20}$ 〃	1 〃 = $\frac{1}{32}$ 〃
4 〃 = $\frac{1}{25}$ 〃	
2 〃 = $\frac{1}{50}$ 〃	2 Quentchen = $\frac{1}{2}$ Loth,
1 〃 = $\frac{1}{100}$ 〃	1 〃 = $\frac{1}{4}$ 〃

Bei der Zeit.

6 Monat = $\frac{1}{2}$ Jahr,	15 Tag = $\frac{1}{2}$ Monat,
4 〃 = $\frac{1}{3}$ 〃	10 〃 = $\frac{1}{3}$ 〃
3 〃 = $\frac{1}{4}$ 〃	6 〃 = $\frac{1}{5}$ 〃
2 〃 = $\frac{1}{6}$ 〃	5 〃 = $\frac{1}{6}$ 〃
1 〃 = $\frac{1}{12}$ 〃	3 〃 = $\frac{1}{10}$ 〃
	2 〃 = $\frac{1}{15}$ 〃
	1 〃 = $\frac{1}{30}$ 〃

Wenn eine niedrigere Zahl kein aliquoter Theil einer höhern Zahl ist, so läßt sie sich immer in aliquote Theile derselben zerlegen, und zwar durch die Subtrakzion, wenn ihr gerade noch ein aliquoter Theil bis zur höhern Einheit fehlt, sonst durch die Addizion. So sind

$\left.\begin{array}{l}\frac{7}{8} = 1 - \frac{1}{8} \\ 50 \text{ kr.} = 1 \text{ fl.} - 10 \text{ kr.}\end{array}\right\}$ Zerlegungen durch die Subtrakzion,

$\left.\begin{array}{l}\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \\ 36 \text{ kr.} = 30 \text{ kr.} + 6 \text{ kr.} \\ 28 \text{ Pf.} = 20 \text{ Pfd.} + 4 \text{ Pfd.} + 4 \text{ Pfd.}\end{array}\right\}$ Zerlegungen durch die Addizion.

Durch die wälsche Praktik werden zwei Gattungen von Aufgaben aufgelöset: Aufgaben, in denen aus dem Betrage der Einheit der Betrag einer gleichartigen Mehrheit gefunden werden soll; und Aufgaben. in welchen aus dem Betrage einer Mehrheit der Betrag irgend einer andern Mehrheit derselben Art zu bestimmen ist, somit Aufgaben der einfachen Regeldetri.

1 Aufgaben, in denen aus dem Betrage der Einheit der Betrag einer gleichartigen Mehrheit bestimmt werden soll.

§. 96.

Bei solchen Aufgaben sehe man vor Allem auf die Mehrheit, deren Betrag gesucht wird; ob sie nämlich eine ganze Zahl, und mit der Einheit, deren Betrag man kennt, gleichnamig ist, oder ob sie einen Bruch oder Unterbenennungen von jener Einheit enthält.

A. Wenn die Mehrheit, deren Betrag man bestimmen will, eine ganze Zahl, und mit der Einheit, deren Betrag man kennt, gleichnamig ist, so nehme man auf den Betrag der Einheit Rücksicht.

a. Ist die niedrigere Geldsorte im Betrage der Einheit gerade ein aliquoter Theil der höhern Geldeinheit, so erhält man den Betrag für die Mehrheit, wenn man so viele solche aliquote Theile nimmt, als die Mehrheit Einheiten enthält, und dann diese aliquoten Theile durch die Division zu Ganzen der höhern Geldsorte bringt; dieses alles geschieht, wenn man sogleich aus der Mehrheit den betreffenden aliquoten Theil sucht, und diesem die Benennung der höhern Geldsorte gibt. Kommen im Betrage der Einheit auch Ganze der höhern Geldsorte vor, so berechnet man zuerst den Werth für die höhere Geldsorte durch die Multiplikation, dann den Betrag für die niedrigere Geldsorte durch die Division, und addirt diese Beträge.

Beispiele.

1) 1 Pfd. kostet 20 kr., was kosten 36 Pfd.?

$$\begin{array}{rl} & 36 \text{ Pfd. à } 20 \text{ kr.} = \tfrac{1}{3} \text{ fl.} \\ \hline \text{fl. } & 12 \end{array}$$

Die Mehrheit, deren Werth man sucht, ist 36 Pfd.; die Einheit, deren Preis man kennt, ist 1 Pfd.; hier ist also die Mehrheit eine ganze Zahl und mit der Einheit gleichnamig, man sehe daher auf den Betrag der Einheit, d. i. auf 20 kr.; 20 kr. sind $\frac{1}{3}$ fl.; 36 Pfd. zu $\frac{1}{3}$ fl. kosten $\frac{36}{3}$ fl.; um nun die ganzen Gulden herauszuziehen, muß man 36 durch 3 dividiren, wodurch man 12 fl. erhält.

2) Was kosten 48 Pfd. zu 15 kr. das Pfund?

48 Pfd. à 15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl.

fl. 12

3) Was kosten 1000 Stück zu 12 kr.?

1000 Stück à 12 kr.

fl. 200

4) Was betragen 349 Kronthaler zu fl. 2 „ 12 kr.?

349 à fl. 2 „ 12

fl. 698 à 2 fl.

69 „ 48 à 12 kr.

fl. 767 „ 48

Hier sucht man zuerst den Betrag à 2 fl., indem man 349 mit 2 multiplizirt; dann sucht man den Betrag à 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl., indem man 349 durch 5 dividirt; die beiden Beträge werden addirt.

5) 3562 Pfd. à 5 Lire 25 Cent.

Lire 17810 à 5 „

890 „ 50 à 25 Cent. = $\frac{1}{4}$ Lire

Lire 18700 „ 50 Centes.

6) 1389 Ztr. à fl. 20 „ 6

fl. 27780

138 „ 54

fl. 27918 „ 54

7) 844 k. Dukaten à fl. 4 „ 30 betragen fl. 3798.
8) 288 Souverainď'or zu fl. 13 „ 20 betragen fl. 3840.
9) 734 Eimer zu fl. 8 „ 20 kosten fl. 6116 „ 40.
10) 328 Ellen zu fl. 1 „ 12 kommen auf fl. 393 „ 36.

Man berechne noch:

11) 377 Ztr. zu fl. 8 „ 30.
12) 1258 Pfd zu fl. 2 „ 15.
13) 712 Stück zu 20 kr.
14) 377 Ellen zu fl. 3 „ 6.

§. 97.

b. **Ist die niedrigere Geldsorte im Betrage der Einheit kein aliquoter Theil der höhern Geldeinheit,** so zerlege man sie durch die Addizion oder durch die Subtrakzion in lauter aliquote Theile, berechne zuerst den Betrag für die Ganzen der höhern Geldsorte durch die Multiplikazion, dann den Betrag für die aliquoten Theile durch die Division, und addire oder subtrahire die erhaltenen Beträge, je nachdem die Zerlegung durch die Addizion oder durch die Subtrakzion geschieht. Bei der

Zerlegung durch die Addizion sehe man darauf, daß man immer mit den größern aliquoten Theilen anfange, und daß wo möglich jeder folgende Theil ein aliquoter Theil eines andern vorhergehenden Theiles sei, aus dessen Betrage dann auch sein Betrag durch die Division bestimmt wird.

Beispiele.

1) Wie hoch kommen 284 Ellen zu stehen, wenn 1 Elle 36 kr. kostet?

284 Ellen	à 36 kr.
fl. 142	à 30 „
28 „ 24	à 6 „
170 „ 24	

Die Mehrheit, deren Werth gesucht wird, ist 284 Ellen; die Einheit, deren Werth man kennt, ist 1 Elle; die Mehrheit ist also eine ganze Zahl und mit der Einheit gleichnamig, daher sieht man auf den Betrag der Einheit, d. i. auf 36 kr. Diese sind kein aliquoter Theil eines Guldens, lassen sich aber in aliquote Theile, nämlich 30 kr. und 6 kr. zerlegen. Man berechnet zuerst den Betrag zu 30 kr. $= \frac{1}{2}$ fl., wodurch man $\frac{284}{2} = 142$ fl. erhält; den Betrag à 6 kr. berechnet man aus dem Betrage à 30 kr., indem man den 5ten Theil davon nimmt, weil 6 kr. $= \frac{1}{5}$ von 30 kr. ist, die zwei erhaltenen Beträge werden addirt.

2) 124 Pfd. à 16 kr.

fl. 24 „ 48	12 kr. $= \frac{1}{5}$ fl.
8 „ 16	4 „ $= \frac{1}{3}$ von 12 kr.
fl. 33 „ 4	

3) 856 Ellen zu 27 kr.

fl. 171 „ 12	12 „ $= \frac{1}{5}$ fl.
171 „ 12	12 „
42 „ 48	3 „ $= \frac{1}{4}$ von 12 kr.
fl. 385 „ 12	

4) 635 # à fl. 4 „ 38

fl. 2540	
317 „ 30	30
63 „ 30	6
21 „ 10	2
fl. 2942 „ 10	

5) 422 Eimer zu fl. 10 „ 46

211	30
70 „ 20	10
42 „ 12	6
2 fl. 4542 „ 3	

6) 355 Ztr. à fl. 2 „ 19 kosten fl. 822 „ 25.
7) 728 Ellen zu Lire 7 „ 60 Cent. betragen Lire 5532 „ 80.
8) 226 Metzen à fl. 2 „ 44 betragen fl. 617 „ 44.
9) 152 Ellen à 54 kr.

15 „ 12		6 kr.
fl. 136 „ 48		

Zu 54 kr fehlen noch 6 kr. $= \frac{1}{10}$ fl., um einen ganzen Gulden zu erhalten, oder 54 kr. = 1 fl. — 6 kr.; man berechnet daher zuerst 152 Ellen zu 1 fl., wodurch man 152 fl. bekommt, dann sucht man den Werth von 152 Ellen zu 6 kr., indem man 152 durch 10 dividirt; zuletzt zieht man den zweiten Betrag fl. 15 „ 12 von dem ersten fl 152 ab.

10) 744 Ztr. zu fl. 12 „ 50

fl 9672	13 fl.
124	10 kr.
fl. 9548	

Zu 50 kr. fehlen noch 10 kr. $= \frac{1}{6}$ fl. bis zu einem ganzen Gulden, oder fl. 12 „ 50 = 13 fl. — 10 kr.; man sucht daher zuerst den Werth zu 13 fl., dann zu 10 kr. $= \frac{1}{6}$ fl., und zieht den zweiten Werth vom ersten ab.

11) 327 Stück Dukaten à fl. 4 „ 40 machen fl. 1526.
12) 516 Souveraind'or zu fl. 13 „ 45 betragen fl. 7095.
13) Wie viel betragen 211 Stück k. Dukaten zu fl. 5 „ 13?
14) 508 Eimer zu fl. 19 „ 40 = ?
15) 813 Metzen à fl 3 „ 23 = ?
16) 318 Ztr. à fl. 10 „ 33 = ?
17) 1543 Ellen à fl. 1 „ 39 = ?
18) In den ärarischen Montan-Eisenhämmern wurden im Jahre 1848 erzeugt:

150397 Ztr.	Stabeisen	im Durchschnitte zu	fl.	9 „ 48,
10062 „	Eisenblech	„ „	„	„ 14 „ 19,
325 „	Eisendraht	„ „	„	„ 20 „ 12,
34127 „	Stahl	„ „	„	„ 14 „ 52

Wie groß ist der Geldwerth dieser Gesammterzeugung?

Wenn die Mehrheit, deren Betrag gefunden werden soll, einzifferig ist, so verfährt man am kürzesten, wenn man den Betrag für die Einheit damit unmittelbar multiplizirt. Z. B.:

9 Ellen à fl. 6 „ 38
fl. 59 „ 42

§. 98.

B. Wenn die Mehrheit, deren Werth man sucht, einen Bruch oder Unterbenennungen von der Einheit, deren Betrag angegeben wird, enthält, so nehme man Rücksicht auf diese kleineren Theile in der Mehrheit.

a. Sind die kleineren Theile in der Mehrheit gerade ein aliquoter Theil der Einheit, deren Werth man kennt, so erhält man den Betrag für die Mehrheit, wenn man aus dem bekannten Betrage der Einheit denselben aliquoten Theil herauszieht. Kommen nebst dem aliquoten Theile der Einheit auch ganze Einheiten vor, so berechnet man zuerst den Betrag für die Ganzen, dann den Betrag für den aliquoten Theil, und addirt beide Beträge.

Beispiele.

1) Was kosten 25 Pfd., wenn 1 Ztr. auf 150 fl. zu stehen kommt?

25 Pfd. à fl. 150 per Ztr.
fl. 37 „ 30.

Die Mehrheit, deren Werth man sucht, ist 25 Pfd.; die Einheit, deren Werth man kennt, ist 1 Ztr.; die Mehrheit enthält also eine Unterbenennung von der Einheit, daher sehe man auf diese Unterbenennung selbst, nämlich auf 25 Pfd. Diese sind ein aliquoter Theil von 1 Ztr., und zwar der 4te Theil; man schließt daher: 1 Ztr. kostet 150 fl., 25 Pfd. werden nur den 4ten Theil von 150 fl. kosten, man muß also die 150 fl. durch 4 dividiren.

2) 1 Pfd. Vanille kostet fl. 63, was kosten 8 Loth?

8 Loth à fl. 63 per Pfd.
fl. 15 „ 45.

3) 1 Ztr. Kaffee kostet fl. 28 „ 14; wie hoch kommen 3 Ztr. 50 Pfd.?

3 Ztr. 50 Pfd. à fl. 28 „ 14 per Ztr.
fl. 84 „ 42
„ 14 „ 7
fl. 98 „ 49.

Hier wird zuerst der Betrag für 3 Ztr., hierauf jener für 50 Pfd. berechnet, und der zweite zu dem ersten addirt.

4) 17 Pfd. 4 Lth. zu fl. 20 „ 8 per Pfd.

fl 342 „ 16
2 „ 31
fl. 344 „ 47.

5) $7\frac{1}{8}$ Ellen zu fl. 5 „ 12
fl. 36 „ 24
— „ 39
fl. 37 „ 3.

6) 3 Eimer 8 Maß zu fl. 22 per Eimer
fl. 66
4 „ 24
fl. 70 „ 24.

7) Das Interesse für ein Jahr beträgt fl. 528 „ 12; wie groß ist das Interesse für 3 Monate? — fl. 132 „ 3.

8) Das jährliche Interesse beträgt fl. 133; wie groß ist das Interesse für 2 Jahre 4 Monate? — fl. 310 „ 20.

9) 8 Ztr. 10 Pfd. à fl. 256 per Ztr. machen fl. 2073 „ 36.

10) $15\frac{1}{4}$ Ellen zu fl. 2 „ 48 kosten fl. 42 „ 42.

11) 25 Pfd. zu fl. 27 „ 24 der Ztr. = ?

12) $8\frac{1}{3}$ Ellen zu fl. 5 „ 45 = ?

13) 3 Ztr. 5 Pfd. à fl. 38 „ 40 der Ztr. = ?

§. 99.

b. **Wenn die kleineren Theile in der Mehrheit kein aliquoter Theil der Einheit, deren Werth man kennt, sind**, so zerlege man sie durch die Addizion oder durch die Subtrakzion in lauter aliquote Theile, berechne zuerst den Betrag für die ganzen Einheiten durch die Multiplikazion, dann den Betrag für die aliquoten Theile durch die Division, und addire oder subtrahire die erhaltenen Beträge, je nachdem die Zerlegung durch die Addizion oder Subtrakzion geschah.

Beispiele.

1) Was kosten 30 Pfd., wenn 1 Ztr. fl. 37 „ 20 kostet?
30 Pfd. à fl. 37 „ 20 per Zentner
25 „ = $\frac{1}{4}$ Ztr. 9 „ 20
5 „ = $\frac{1}{5}$ von 25 1 „ 52
fl. 11 „ 12.

2) 27 Lth. à fl. 5 „ 12 per Pfund.
16 „ 2 „ 36
8 „ 1 „ 18
2 „ — „ 39
1 „ — „ $19\frac{1}{2}$
fl. 4 „ $52\frac{1}{2}$.

3) $\frac{5}{8}$ Ellen zu fl. 7
$\frac{1}{2}$ „ 3 „ 30
$\frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ von $\frac{1}{2}$ — „ $52\frac{1}{2}$
fl. 4 „ $22\frac{1}{2}$

4) 3 Ztr. 82 Pfd. zu fl. 302 „ 24

fl. 907 „ 12
50 „ 151 „ 12
20 „ 60 „ 28·8
10 „ 30 „ 14·4
2 „ 6 „ 2·88

fl. 1155 „ 10.08.

5) $9\frac{3}{8}$ Ellen zu fl. 6

fl. 54
$\frac{1}{4}$ „ 1 „ 30
$\frac{1}{8}$ „ — „ 45

fl. 56 „ 15.

6) 25 Pfd. 19 Lth. à fl. 2 „ 12 per Pfd.

fl. 55 „ —
16 „ 1 „ 6
2 „ — „ 8
1 „ — „ 4

fl. 56 „ 18.

7) Wenn der monatliche Zins fl. 58 „ 24 beträgt, wie groß ist der Zins für 2 Monate 23 Tage? — fl. 161 „ 34·4.

8) 8 Ztr. 41 Pfd. zu fl. 63 „ 20 per Ztr. kosten fl. 532 „ 48.

9) 3 Ztr. 37 Pfd. 29 Lth. zu fl. 58 „ 26 per Zentner betragen fl. 197 „ 26·89.

10) Wie hoch kommen 80 Pfd. einer Waare, wovon der Zentner fl. 46 kostet?

80 Pfd. à fl. 46 per Ztr.
ab 20 Pfd. = $\frac{1}{5}$ Ztr. 9 „ 12

fl. 36 „ 48.

Zu 80 Pfd. fehlen noch 20 Pfd. = $\frac{1}{5}$ Ztr., um einen ganzen Zentner zu erhalten, oder 80 Pfd. = 1 Ztr. — 20 Pfd.; man nimmt daher zuerst den Werth für 1 Ztr., dann für 20 Pfd., und subtrahirt den zweiten Werth von dem ersten.

11) Was betragen 9 Pfd. 28 Lth. zu fl. 4 „ 24 per Pfd.?

9 Pfd. 28 Lth. à fl. 4 „ 24 pr. Pfd.

10 Pfd. fl. 46 „ —
ab 4 Lth. = $\frac{1}{8}$ Pfd. — „ 33

fl. 45 „ 27.

12) Was kosten $19\frac{7}{8}$ Ellen zu fl. 3 „ 12?

$19\frac{7}{8}$ Ellen zu fl. 3 „ 12

20 „ 64 „ —
ab $\frac{1}{8}$ „ — „ 24

fl. 63 „ 36.

13) $5\frac{3}{4}$ Ellen zu fl. 5 „ 20 kosten fl. 30 „ 40.

14) 8 Mark 12 Lth. feines Silber, zu fl. 20 „ 28 die Mark, betragen fl. 179 „ 5.

15) Was kosten 38 Ztr. 85 Pfd. zu fl. 128 „ 48 per Ztr.

38 Ztr. 85 Pfd. zu	fl. 128 „ 48 per Ztr.	
	1024	
38 Ztr. à 128 fl.	fl. 4864	
à 30 kr.	19	
à 15 „	9 „	30
à 3 „	1 „	54
50 Pfd.	64 „	24
25 „	32 „	12
10 „	12 „	52·8
	fl. 5003 „	52·8.

16) Der Zins für 1 Jahr beträgt fl. 2452 „ 12; wie groß ist der Zins für 2 Jahre 7 Monate 18 Tage?

fl. 2452 „ 12	für	1 Jahr	oder	fl. 2452·6	für 1 Jahr
fl. 4904 „ 24	„	2 Jahre		2452·6	„ 1 „
1226 „ 6	„	6 Mon.		1226·1	„ 6 Mon.
204 „ 21	„	1 „		204 35	„ 1 „
102 „ 10·5	„	15 Tage		102·175	„ 15 Tage
20 „ 26·1	„	3 „		20·435	„ 3 „
fl 6457 „ 27·6				fl. 6457·460=fl.6457„28	

17) Wenn ein Ztr. mit fl. 48 „ 15 bezahlt wird, wie hoch werden 20 Ztr. 62 Pfd. 8 Lth. zu stehen kommen?

20 Ztr. 62 Pfd. 8 Lth. zu	fl. 48 „	15 pr. Ztr.
20 Ztr. à 48 fl. . . .	fl. 960 „	—
à 15 kr. . . .	3 „	—
50 Pfd.	24 „	7·5
10 „	4 „	49·5
2 „	— „	57·9
8 Lth. = $\frac{1}{8}$ von 2 Pfd.	— „	7·5
	fl. 995 „	2·4

oder 20 Ztr. 62 Pfd. 8 Lth. zu	fl. 48·25
	965
50 Pfd. . . .	24·125
10 „	4·825
2 „	0·965
8 Lth. . . .	0·121
	fl. 995·041 = fl. 995 „ 2.

18) 6 Mark 9 Lth. 3 Qtchn. feines Silber zu fl 20 „ 36 die Mark betragen fl. 136 „ 9.

19) 10 Ztr. 24 Pfd. $12\frac{1}{2}$ Lth. kosten fl. 3234, wenn 1 Ztr. mit fl. 315 „ 42 bezahlt wird.

20) Wie viel feines Silber ist in 42 Mark 12 Lth. enthalten, wenn eine Mark 12 Lth. 9 Gran feines Silber enthält? — 33 Mark 4·375 Lth. feines Silber.

21) $7\frac{2}{3}$ Ellen zu fl. 3 „ 15 = ?

22) 26 Loth zu fl. 2 „ 14 das Pfund = ?

23) 9 Pfd. 28 Loth zu fl. 3 das Pfund = ?

24) 35 Ztr. 17 Pfd. 18 Lth. zu fl. 51 „ 12 der Ztr. = ?

25) 7 Mark 9 Lth. $3\frac{1}{2}$ Qtchn. Gold à fl. 389 „ 30 die Mark = ?

26) 83 Ztr. 57 Pfd. $18\frac{1}{2}$ Lth. zu fl. 45 „ 42 der Ztr. = ?

2) Aufgaben, in welchen aus dem Betrage einer Mehrheit der Betrag irgend einer anderen Mehrheit derselben Art zu suchen ist.

§. 100.

Solche Aufgaben können nur dann nach der wälschen Praktik berechnet werden, wenn die Mehrheit, deren Betrag gegeben ist, sich sehr leicht in aliquote Theile zerlegen läßt. Der Betrag für die Vielfachen dieser Mehrheit wird durch die Multiplikazion, der Betrag für die aliquoten Theile durch die Division berechnet.

Beispiele.

1) Was kosten 18 Pfd. 8 Lth., wenn 32 Pfd. mit fl. 87 „ 24 bezahlt werden?

16 Pfd.	= $\frac{1}{2}$ von 32 Pfd.	kosten	fl. 43	„ 42
2 „	= $\frac{1}{8}$ von 16 „	„	„ 5	„ 27·7
8 Lth.	= $\frac{1}{8}$ von 2 „	„	„ —	„ 40·8
			fl. 49	„ 50·6.

2) Wie hoch kommen 230 Pfd. $18\frac{1}{4}$ Lth., wenn 25 Pfd. mit fl. 57 „ 45 bezahlt werden?

200 Pfd.	= 8mal 25 Pfd.	kosten	fl. 462	„ —
25 „	. . . . . .	„	„ 57	„ 45
5 „	= $\frac{1}{5}$ von 25	„	„ 11	„ 33
16 Loth	= $\frac{1}{10}$ von 5 Pfd.	„	„ 1	„ 9·3
2 „	= $\frac{1}{8}$ von 16	„	„ —	„ 8·7
$\frac{1}{4}$ „	= $\frac{1}{8}$ von 2	„	„ —	„ 1·1
			fl. 532	„ 57·1.

3) Ein Kapital gibt zu 6 Perzent fl. 538·135 Interesse; wie viel Interesse gibt es zu $4\frac{5}{8}$ Perzent?

fl. 538·135	zu 6	Perzent
fl. 269·067	„ 3	Perzent
„ 134·533	„ $1\frac{1}{2}$	„
„ 11·211	„ $\frac{1}{8}$	„ = $\frac{1}{12}$ von $1\frac{1}{2}$
fl. 414·811	= fl. 414 „ 49.	

4) Wie viel Franken betragen fl. 382 „ 24, wenn 20 fl. einen Werth von 51·934 Franken haben?

200	fl.	betragen	519·34	Franken
100	„	„	259·67	„
80	„	„	207·736	„
2	„	„	5·193	„
20	kr.	„	0·865	„
4	„	„	0·173	„
			992·977	Franken.

5) Wenn 20 fl. 58·047 griechische Drachmen gelten, wie viel Drachmen machen fl. 117 „ 25?

6) Was kosten 3 Ztr. 37 Pfd. 14 Lth., wenn 12 Ztr. auf fl. 338 „ 18 zu stehen kommen?

VI. Die Maß- und Gewichtskunde.

§. 101.

Eine Größe messen heißt im Allgemeinen untersuchen, wie oft eine als Einheit angenommene Größe derselben Art in der gegebenen Größe enthalten ist. Wiewohl man zu diesem Zwecke eigentlich so viele Maßeinheiten annehmen sollte, als es verschiedene Arten von Größen gibt, so hat man es doch für gut befunden, dieselben auf eine geringere Zahl zurückzuführen.

Alle sinnlich wahrnehmbaren Gegenstände, deren Größe wir der Rechnung unterziehen können, kommen in der Zeit oder im Raume vor, so daß man zunächst Zeit- und Raumgrößen zu unterscheiden hat.

Messen der Zeitgrößen.

§. 102.

Die Zeit wird nach Jahren, Monaten, Wochen, Tagen u. s. w und zwar nach folgender Eintheilung bestimmt:

1 Jahr	hat	12	Monate	1 Tag	hat	24	Stunden
1 Monat	„	30	Tage	1 Stunde	„	60	Minuten
1 Woche	„	7	Tage	1 Minute	„	60	Sekunden.

In der Zinsrechnung wird zwar gewöhnlich der Monat zu 30 Tagen, und somit das Jahr zu 12mal 30, d. i. 360 Tagen angenommen; in der Wirklichkeit aber hat ein gemeines Jahr 365, ein Schaltjahr 366 Tage; eben so haben die Monate eine ungleiche Anzahl von Tagen, und zwar:

Jänner	.	.	31	Tage.	Juli	.	.	31	Tage.
Februar	.	.	28	„	August	.	.	31	„
im Schaltjahr			29	„	September	.	.	30	„
März	.	.	31	„	Oktober	.	.	31	„
April	.	.	30	„	November	.	.	30	„
Mai	.	.	31	„	Dezember	.	.	31	„
Juni	.	.	30	„					

Bestimmung der Raumgrößen.

§. 103.

Es gibt eine dreifache Art, die Raumgrößen zu bestimmen: einige derselben werden nach ihrer Ausdehnung im Raume gemessen, man bedient sich dazu der Maße im engeren Sinne des Wortes, andere werden nach dem Gewichte bestimmt, d. i. nach der Größe des Druckes, den sie vermöge der Schwere auf eine Unterlage ausüben; noch andere bestimmt man nach der Anzahl der einzelnen Stücke, man nennt sie darum Stückgüter. Die Maße selbst werden wieder in Längen-, Flächen- und Körpermaße unterschieden.

Es wäre wohl sehr zu wünschen daß sich alle Völker gleicher Maße und Gewichte bedienen würden. So lange jedoch diese Uebereinstimmung noch mangelt, wird man genöthigt sein, sich mit den Maßen und Gewichten der bedeutendsten Staaten bekannt zu machen.

In der vorliegenden Abhandlung wollen wir zunächst das metrische Maß- und Gewichtssystem erklären, sodann die vaterländischen Maße und Gewichte durchführen, und darauf die wichtigsten auswärtigen folgen lassen.

A. Das metrische System.

§. 104.

Die vielen Veränderungen, denen die Maße und Gewichte durch äußere Einflüsse ausgesetzt sind, haben schon lange das Bedürfniß einer festen, unwandelbaren Einheit, nach welcher die Meßwerkzeuge bestimmt und berichtiget werden könnten, fühlbar gemacht. Offenbar handelt es sich dabei nur um die Festsetzung einer unveränderlichen Linieneinheit; ist diese gegeben, so bestimmt ihr Quadrat die Einheit des Flächenmaßes, ihr Würfel die Einheit des Körpermaßes, und das Gewicht des reinen Wassers, welches ein solcher Würfel faßt, die Gewichtseinheit.

Französische Mathematiker haben zuerst die Ansicht ausgesprochen, daß man, um für alle Zeiten ein bleibendes Maß zu haben, die Normaleinheit aus der Natur selbst nehmen müsse. Sie gingen von der Voraussetzung aus, daß das Volumen der Erde, mithin auch der Umfang oder irgend eine andere darauf befindliche Linie stets ein und dasselbe Maß haben würde. Man nahm wirklich die Messung eines Meridianbogens von 10 Graden, von Dünkirchen bis Formentera, mit der größten Genauigkeit vor, berechnete daraus die Entfernung vom Pole bis zum Aequator oder die Länge eines Meridianquadranten, und theilte dieselbe in 10 Millionen gleiche Theile. Einen solchen Theil nannte man Meter, und legte denselben als Normaleinheit allen Maßen und Gewichten und selbst den Münzen zu Grunde; zugleich wurde dabei der leichteren Rechnung wegen durchgehends die Dezimaleintheilung zu Grunde gelegt. Dieses neue französische Maß- und Gewichtssystem wird das metrische genannt.

Die Einheit des Längenmaßes in dem metrischen Systeme ist also der Meter.

Sowohl beim Längenmaße, als auch bei den übrigen Maßen wird das 10fache durch das vorgesetzte Wort Deka, das 100fache durch Hekto, das 1000fache durch Kilo, das 10000fache durch Myria; ferner der 10te Theil durch Deci, der 100ste Theil durch Centi, der 1000ste Theil durch Milli ausgedrückt. Es bedeutet also

1 Dekameter	10	Meter.	1 Decimeter	$\frac{1}{10}$	Meter.
1 Hektometer	100	"	1 Centimeter	$\frac{1}{100}$	"
1 Kilometer	1000	"	1 Millimeter	$\frac{1}{1000}$	"
1 Myriameter	10000	"			

Die Einheit des Flächenmaßes ist ein Quadrat, dessen Seite einen Dekameter beträgt, und das eine Are genannt wird. Die Vielfachen und Unterabtheilungen werden wie beim Meter benannt.

Als Einheit des Körpermaßes dient ein Würfel, dessen Seite einen Decimeter enthält, man nennt ihn Liter. Besonders häufig braucht man den Hektoliter = 100 Liter, und den Kiloliter = 1000 Liter, welcher letztere auch Ster genannt wird.

Die Einheit des Gewichtes ist das Gewicht desjenigen reinen Wassers, welches im Zustande seiner größten Dichtigkeit in einem hohlen Würfel, dessen Seite einen Centimeter beträgt, enthalten ist; sie heißt Gramm. Das Kilogramm = 1000 Gramm wird als das metrische Pfund angenommen.

B. Oesterreichische Maße und Gewichte.

1 Längenmaße.

§. 105.

Beim Längenmaße ist das eigentliche Linien- oder Fußmaß, das Schnittwaaren- oder Ellenmaß, und das Weg- oder Meilenmaß zu unterscheiden.

a. Das Fußmaß.

Die Einheit des österreichischen Längenmaßes ist die Wiener Klafter, welche 1·8966657 Meter beträgt.

Sie wird in 6 Fuß, jeder zu 12 Zoll à 12 Linien à 12 Punkte eingetheilt. Der Wiener Fuß ist gleich 0·31611095 Meter.

Beim Feldmessen bedient man sich häufig des Dezimalmaßes, nach welchem die Klafter 10 Fuß, ein Fuß 10 Zoll, und ein Zoll 10 Linien enthält.

Der Strich als Rekrutenmaß ist $\frac{1}{4}$ Zoll. Die Faust als Pferdemaß beträgt 4 Zoll zu 4 Strich.

Im lombardisch-venezianischen Königreiche ist das französische Maß gesetzlich, jedoch unter anderen Benennungen. Die Einheit ist der Metro = 3·16344625 Wiener Fuß, und hat 10 Palmi (Decimeter), ein Palmo 10 Diti (Centimeter), ein Dito 10 Atomi (Millimeter).

Außer diesen gesetzlichen Linienmaßen sind in den verschiedenen Kronländern noch folgende im Gebrauche:

Der alte böhmische Fuß = 0·9377 Wiener Fuß.
Der Krakauer Fuß (Stopa) = 0·7975 W. Fuß.
Der alte mährische Fuß = 0·9362 W. Fuß.
Der alte Mailänder Fuß = 1·3767 W. Fuß.
Der alte schlesische Fuß = 0·9155 W. Fuß.
Der Venediger Fuß = 0·9167 W Fuß.

b. Das Ellenmaß.

§. 106.

Bei Tüchern, Zeugen und anderen Schnittwaaren wird die Elle als Einheit angenommen. Die Wiener Elle ist = 2·465 Wiener Fuß = 0·7792 Meter, und wird in halbe Ellen, Viertel, Achtel, Sechzehntel, oder auch in Drittel und Sechstel eingetheilt.

Für das lombardisch-venezianische Königreich ist der Metro das gesetzliche Schnittwaarenmaß. 1 Metro = 1·283345 Wiener Ellen.

Außerdem gibt es noch folgende hin und wieder noch gebräuchliche Ellenmaße:

Die böhmische Elle = 0·7623 W. Ellen.
Die Krakauer Elle (Lokiec) = 2 Krak. Fuß = 0·6471 W. Ellen.
Die Lemberger Elle = 0·7622 W. Ellen.
Der Mailänder Braccio = 0·7635 W. Ellen.
Die schlesische Elle = 0 7424 W. Ellen.

In Triest und Venedig gebraucht man:

die Elle für Seide = 0·8197 W. Ellen,
die Elle für Wolle = 0·877 W. Ellen.

c. Das Wegmaß.

§. 107.

Die österreichische Postmeile enthält 4000 W. Klafter = 7586·6628 Meter; die österreichische Seemeile ist gleich der englischen und beträgt 976·48 W. Klafter = 1851·852 Meter.

In Dalmazien ist der gewöhnliche Miglio, deren 75 auf einen Meridiangrad gehen, gleich 781·12 W. Klafter = 1481·48 Meter; die ämtliche Meile, Miglio graduato genannt, ist $\frac{1}{4}$ der österreichischen Postmeile, somit = 1000 W. Klafter = 1896·67 Meter.

Die Venediger Meile ist = 1000 Passi à 6 Piedi, folglich = 916·701 W. Klafter = 1738.675 Meter.

2. Flächenmaße.

§. 108.

Zum Messen der Flächen bedient man sich der Quadratmaße. Die Einheit ist nämlich ein Quadrat, dessen Seite ein Zoll, ein Fuß, eine Klafter, eine Meile ist, und welches dann beziehungsweise ein Quadratzoll (□″), ein Quadratfuß (□′), eine Quadratklafter (□°), eine Quadratmeile (□ Meile) genannt wird. Die Eintheilung dabei ist folgende:

1 □ Meile	hat	1600000 □°	
1 □°	"	36 □′	nach dem Werkmaße,
1 □′	"	144 □″	
1 □″	"	144 □‴	
1 □°	"	100 □′	nach dem Dezimalmaße.
1 □′	"	100 □″	
1 □″	"	100 □‴	

Das Flächenmaß wird, in sofern es zum Messen der Felder, Wiesen, Waldungen, . . . dient, insbesondere das Feldmaß genannt. Um dabei zu große Zahlen zu vermeiden, hat man für eine bestimmte Menge kleinerer Flächeneinheiten eigene Benennungen eingeführt, als: Joch, Acker, Morgen, Campo u. dgl.

Das Joch zu 3 Metzen Aussaat enthält 1600□° = 57·55745 Are. Der Metzen als Feldmaß ist $\frac{1}{3}$ Joch.

Das gesetzliche Feldmaß des lombardisch-venezianischen Königreiches ist die Tornatura (Hektare), welche in 100 Tavole eingetheilt wird. 1 Tornatura = 2779·98 □°.

3. Körpermaße.

§. 109.

Die Größe der Körper wird im Allgemeinen durch einen Würfel oder Kubus bestimmt, welcher eine Kubikmeile, eine

Kubikklafter, ein Kubikfuß ... genannt wird, je nachdem eine Seite desselben eine Meile, eine Klafter, einen Fuß, ... beträgt.

Die Verwandler ersieht man aus der folgenden Tabelle:

1 Kub.-Meile enthält 64000000000 Kub.°
1 Kub.° hat 216 Kub.′
1 Kub.′ „ 1728 Kub.″
1 Kub.″ „ 1728 Kub.‴

Außer diesen geometrischen Körpermaßen sind für das Leben noch die Hohlmaße, womit trockene und flüssige Körper gemessen werden, besonders wichtig.

a. Das Hohlmaß für trockene Körper.

§. 110.

Den Muth Getreide rechnet man zu 30 Metzen. 1 Metzen hat 2 halbe Metzen, 4 Viertel, 16 halbe Achtel oder Müllermaßeln, 32 große Maßeln, 64 kleine Maßeln, 128 Becher.

Der niederösterreichische Metzen, welcher das gesetzliche Getreidemaß ist, hat 1·9471 Kub.-Fuß = 0·615045 Hektoliter.

Das Kohlenmaß ist der Stübich, welcher 2 niederösterreichische Metzen hält.

Im lomb.-venezianischen Königreiche ist die Soma (Hektoliter) = 1·6259 W. Metzen das gesetzliche Getreidemaß. 1 Soma = 10 Mine (Dekaliter) = 100 Pinte (Liter) = 1000 Coppi (Deciliter).

Provinzielle Getreidemaße:

Der böhmische Strich = 1·522 W. Metzen.
Der Krakauer oder Lemberger Scheffel (Korzec) = 1·9998 W. Metzen.
Der alte mährische Metzen = 1·1482 W. Metzen.
Die Mailänder Mina von 28 Moggia = 2·3783 W. Metzen.
Der Pesther Metzen = 1·3007 W. Metzen.
Der gesetzliche Preßburger Metzen = 0 8672 W. Metzen.
Der alte schlesische Scheffel = 1·2419 W. Metzen.
Der Triester Staro = 1·2054 W. Metzen.
Der Venediger Staro = 1·3546 W. Metzen.

b. Hohlmaß für flüssige Körper.

§. 111.

Flüssigkeiten, als Wein, Bier, ... werden nach Faß, Eimer, Maß, ... gemessen, und zwar hat 1 Eimer 40 Maß, 1 Maß

2 Halbe oder 4 Seidel oder 8 Pfiffe. Ein Faß Wein enthält 10, ein Faß Bier 2, in Böhmen und Mähren 4 Eimer; 32 Eimer Wein nennt man 1 Fuder.

Der Wiener Eimer enthält 1·792 Kub. Fuß = 56·605239 Liter.

Das Oel wird im Großen nach dem Gewichte, im Kleinen nach dem Maße verkauft.

Im lombardisch-venezianischen Königreiche ist für flüssige Körper dasselbe Hohlmaß, wie für trockene, gesetzlich eingeführt; es ist 1 Soma = 70·66484 W. Maß.

In den verschiedenen Provinzen sind neben den gesetzlichen noch folgende Flüssigkeitsmaße im Gebrauche:

Der alte böhmische Eimer von 32 Pinte = 43·2 W. Maß.

Der Krakauer und Lemberger Garnec = 2·7162 W. Maß.

Die alte mährische Maß = 0·756 W. Maß.

Die Mailänder Brenta zu 96 Boccali = 53·3904 W. Maß.

Der Oedenburger Eimer (Akó) zu 84 Halbe = 37·0998 W. Maß.

Der Preßburger Eimer zu 64 Halbe = 37·6887 W. Maß.

Der alte schlesische Eimer von 80 Quart = 39·68 W. M.

Die Triester Wein-Orna zu 36 Boccali = 46·6667 W. M.

Die Venediger Barila zu 64 Boccali = 45·4982 W. M.

4. Gewichte.

§. 112.

Körper, die sich mittelst der Hohlmaße nicht messen lassen, werden nach dem Gewichte, d. i. dem Drucke, den sie auf eine Unterlage ausüben, bestimmt.

In Oesterreich haben folgende Gewichte gesetzliche Geltung:

a. Das Handelsgewicht.

Der Zentner hat 100 Pfund, ein Pfund 32 Loth, ein Loth 4 Quentchen. 1 Zentner = 56·001199 Kilogramm.

Im lombardisch-venezianischen Königreiche ist die Libbra metrica (Kilogramm) die Einheit des Handelsgewichtes; sie ist gleich 1·785676 Pfund des Wiener Handelsgewichtes, und wird in 10 Once zu 10 Grossi zu 10 Denari von 10 Grani eingetheilt. Die Libbra metrica ist zugleich das gesetzliche Geld-, Silber- und Münzgewicht.

In den einzelnen Provinzen sind noch folgende Handelsgewichte üblich:

Das alte böhmische Pfund = 0·9185 W. Pfund.

Das Krakauer Pfund = 0·7241 W. Pfund.

Das Lemberger Pfund = 0·75 W. Pfund.

Die Mailänder Libbra grossa = 1·3616 W. Pfund.
Libbra piccola = 0·5835 W. Pfund.

Das alte schlesische Pfund = 0·9462 W. Pfund.

In Triest und Venedig,
die Libbra grossa = 0·8517 W. Pfund.
die Libbra sottile = 0·5379 W. Pfund.

b. Das Münz- und Silbergewicht.

§. 113.

Die Einheit ist die Wiener Mark, welche = 0·280644 Kilogramm ist.

Die Mark hat 16 Loth, 1 Loth 4 Quentchen, 1 Quentchen 4 Denar, 1 Denar 2 Heller, 1 Heller 128 Richtpfennige; somit ist eine Mark = 65536 Richtpfennigen.

Die Wiener Mark mit ihren Unterabtheilungen ist zugleich das Valvazionsgewicht, nach welchem alle übrigen Gewichte regulirt werden.

In Deutschland dient als Münzgewicht die kölnische Mark, welche = 0·8331277 Wien. Mark = 0·2338123 Kilogramm enthält.

c. Das Dukatengewicht.

Gold und die daraus gearbeiteten Sachen werden durch das Dukatengewicht bestimmt. Der Dukaten enthält $815\frac{25}{201}$ W. Richtpfennige = 3·490598 Gramm, und wird in 60 Dukatengran eingetheilt.

$80\frac{2}{5}$ Dukaten = 4824 Dukatengran = 1 W. Mark.

d. Das Juwelengewicht.

Das Karat ist = $48\frac{1}{8}$ W. Richtpfennige = 0·206085 Gramm, und wird in 4 Juwelengrän eingetheilt.

e. Das Apothekergewicht.

Das Apothekerpfund enthält 24 Loth des Wiener Handelsgewichtes = 420·009 Gramm. Ein Pfund hat 12 Unzen, 1 Unze 8 Drachmen, 1 Drachme 3 Skrupel, 1 Skrupel 20 Apothekergran. Die Unze ist also 2 Loth Handelsgewicht.

f. Symbolisches Gewicht zur Prüfung des Goldes und des Silbers.

Gold und Silber werden bei der Verarbeitung, damit sie mehr Härte erlangen, mit Kupfer zusammengesetzt, was man das Legiren nennt. Eine solche Legirung ist dann um so feiner, je mehrere Theile reines Gold oder Silber, und je weniger Zusatz sie enthält.

Um nun den Grad der Feinheit des Goldes oder Silbers zu probiren, nimmt man eine verjüngte Mark als Einheit an. Diese verjüngte Gold- und Silber-Prüfungsmark ist = 1 Denar = 256 Richtpfennigen = 0·0936 Gramm.

Beim Golde wird dieselbe in 24 Karat zu 12 Goldgrän eingetheilt. Ganz reines Gold ohne allen Zusatz heißt 24karatig. 18karatig heißt solches Gold, wo in einer Mark 18 Karat Gold und 6 Karat Zusatz enthalten ist; Gold 19 Karat 7 Grän fein heißt solches, wo in einer Mark 19 Karat 7 Grän reines Gold, das übrige aber, nämlich 4 Karat 5 Grän, Zusatz ist.

Beim Silber theilt man die Mark in 16 Loth zu 18 Silbergrän ein. Feines Silber ohne allen Zusatz heißt 16löthig. 13löthig heißt das Silber, wenn in einer Mark 13 Loth Silber und 3 Loth Kupfer vorkommen.

Wenn Gold und Silber keinen Zusatz haben, so wird in der Münzkunde und im Handel eine Mark davon eine feine Mark, sonst eine rauhe Mark genannt.

5. Zählungsarten bei Stückgütern.

§. 114.

Ein Schock enthält 60, ein Schilling 30, ein Mandel 15, ein Dutzend 12 Stücke.

Ein Ballen Papier hat 10 Rieß, ein Rieß 20 Buch, ein Buch Schreibpapier 24, ein Buch Druckpapier 25 Bogen.

Ein Bund Schreibfedern sind 25 Stück.

Eine Webe Leinwand hat 54, das Stück Tuch, Flanell, Leinwand 30, das Stück Kammertuch 16, das Stück Battist 15 Ellen. 10 Stück Tuch geben einen Ballen.

6. Verwandlung der österreichischen Provinzialmaße und Gewichte in die gesetzlichen, und umgekehrt.

§. 115.

Mit Hilfe der obigen Angaben lassen sich die provinziellen Maße und Gewichte in die gesetzlich vorgeschriebenen verwandeln, und umgekehrt; und zwar ersteres durch die Multiplikazion, letzteres durch die Division.

Beispiele.

1) Wie viel Wiener Fuß machen 3748 Krakauer Stope?

$$3748 \times 0{\cdot}7975 = 2989 \text{ W. Fuß.}$$

2) Wie viel böhmische Ellen machen 328 W. Ellen?

$$328 : 0{\cdot}7623 = 430{\cdot}3 \text{ böhm. Ellen.}$$

3) Wie viel Triester Seiden-Ellen sind 705 Mailänder Braccia?
705 × 0·7635 = 537·2675 W. Ellen.
537·2675 : 0·8197 = 655·444 Triester Seiden-Ellen.
4) Wie viel W. Metzen betragen 348 böhm. Strich?
348 × 1·522 = 529·656 W. Metzen.
5) Wie viel Triester Staja geben 217·2 Some (Hektoliter)?
217·2 × 1·6259 = 353·142 W. Metzen.
353·142 : 1·2054 = 292·97 Triester Star.
6) Wie viel Wiener Maß betragen 13 Some?
13 × 70·665 = 918·6 W. Maß.
7) Wie viel Wiener Eimer machen 38 Oedenburger Eimer?
38 × 37·0998 = 1309·8 W. Maß
= 32 Eimer 29·8 Maß in Wien.
8) Wie viel Libbre metriche machen 128·55 Wien. Zentner?
128·55 × 56·001199 = 7185·95 Libbre metr.
9) Es sollen 2131 Wien. Pfund in Lemberger Pfund verwandelt werden.
2131 : 0·75 = 2841$\frac{1}{3}$ Lemberger Pfund.
10) Wie viel Wiener Fuß machen 3148 Mailänder Fuß?
11) Man verwandle 391 Venediger Wollen-Ellen in Wien. Ellen.
12) Wie viel böhmische Strich machen 315 Pesther Metzen?

C. Die vorzüglichsten Maße und Gewichte fremder Staaten.

§. 116.

Indem wir hier die Maße und Gewichte der wichtigsten fremden Staaten zusammenstellen, werden wir von jedem Lande a) das Längenmaß, b) das Flächenmaß, c) das Körpermaß und d) das Gewicht, und zwar jedes im Verhältnisse zu den metrischen und österreichischen Maßen und Gewichten anführen.

1. Baden, Großherzogthum.

Längenmaße. 1 Ruthe hat 10 Fuß, 1 Fuß = 10 Zoll, 1 Zoll = 10 Linien, 1 Fuß = 0·3 Meter = 0·949 W. Fuß. — 1 Elle hat 2 Fuß = 0·6 Meter = 0·77 W. Ellen. — Die Meile = 2 Wegstunden = 29629·7 Fuß = 8888·9 Meter = 1·1716 österr. Meilen.

Feldmaß. 1 Morgen = 400 □Ruthen = 36 Are = 0·6255 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Malter = 10 Sester à 10 Meslein = 1·5 Hektoliter = 2·4388 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Ohm = 100 Maß à 4 Schoppen. 1 Maß = 1·5 Liter = 1·06 W. Maß.

Gewichte. 1 Zentner = 10 Stein = 100 Pfund = 1000 Zehnling; auch wird das Pfund in 2 Mark, die Mark in 2 Vier linge oder 8 Unzen zu 2 Loth eingetheilt. 1 Pfund = 0·5 Kilogramm = 0·8928 W. Pfund.

2. Baiern, Königreich.

Längenmaße. 1 Fuß hat 12 Zoll, 1 Zoll 12 Linien. 1 geometrische Ruthe = 10 Fuß. 1 Fuß = 0·2919 Meter = 0·9234 W. Fuß. — 1 Elle = 0·833 Meter = 1·069 W. Ellen.

Feldmaß. 1 Tagewerk = 400 □Ruthen = 0·3407 Hectares = 0·592 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Scheffel hat 6 Metzen = 2·2236 Hektoliter = 3·6153 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Eimer hat 64 Maß. 1 Maß oder Maßkanne = 1·069 Liter = 0·7554 W. Maß.

Gewicht. 1 Zentner = 100 Pfund à 32 Loth. 1 Pfund = 6·56 Kilogramm = 0·999978 W. Pfund.

3. Belgien, Königreich.

Belgien hat die französischen Maße und Gewichte, jedoch unter anderen Benennungen.

Längenmaß. Aune = Meter, Perche = Dekameter, Mille = Kilometer, Palme = Decimeter, Pouce = Centimeter, Ligne = Millimeter.

Feldmaß. Bonnier = Hectare, Perche carrée = Are, Aune carrée = □Meter.

Hohlmaß. Corde = Ster, Last = Hektoliter, Boisseau = Dekaliter, Litron = Liter als Getreidemaß; Baril = Hektoliter, Litron = Liter als Flüssigkeitsmaß.

Gewicht. Livre = Kilogramm, Once = Hektogramm, Gross = Dekagramm, Esterlin = Gramm, und Grain = Dezigramm.

4. Braunschweig, Herzogthum.

Längenmaße. 1 Ruthe hat 16 Fuß, 1 Fuß 12 Zoll, 1 Zoll 12 Linien. 1 Fuß = 0·2854 Meter = 0·9027 W. Fuß. — 1 Elle = 2 Fuß = 0·5707 Meter = 0·7324 W. Ellen.

Feldmaß. 1 Morgen von 120 □Ruthen = 0·2502 Hektaren = 0·4346 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Wispel hat 4 Scheffel, 1 Scheffel 8 Himten. 1 Himten = 2316 Kub. Zoll = 0·3114 Hektoliter = 0·5064 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Fuder Wein hat 4 Oxthoft oder 6 Ohm, 1 Ohm 4 Anker, 1 Anker 10 Stübchen oder 20 Maß, und 1 Maß 2 Quartier. 1 Quartier = 0·9368 Liter = 0·662 W. Maß.

Gewicht. 1 Zentner hat 100 Pfund zu 32 Loth zu 4 Quentchen. 1 Pfund = 0·4677 Kilogramm = 0·8352 W. Pfund.

5. Bremen, freie Stadt.

Längenmaße. 1 Ruthe hat 16 Fuß zu 12 Zoll. 1 Fuß = 0·2895 Meter = 0·9158 W. Fuß. — 1 Elle = 2 Fuß = 0·579 Meter = 0·7431 W. Ellen. Die Brabanter Elle wird beim Verkaufe von Waaren zu $1\frac{1}{5}$ Bremer Ellen gerechnet.

Getreidemaß. 1 Last hat 40 Scheffel zu 4 Viertel, 1 Scheffel = 0·741 Hektoliter = 1·2049 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Oxhoft hat $1\frac{1}{2}$ Ohm, 1 Ohm 4 Anker oder 180 Quart. 1 Quart = 0·8054 Liter = 0·5691 W. Maß.

Gewicht. 1 Zentner hat 116 Pfund zu 32 Loth zu 4 Quentchen. 1 Pfund = 0·4985 Kilogramm = 0·89 W. Pfund.

6. Dänemark, Königreich.

Längenmaße. 1 Ruthe = 10 Fuß; 1 Fuß hat 12 Zoll, 1 Zoll 12 Linien. 1 Fuß = 0·3138 Meter = 0·9929 W. Fuß. — 1 Elle = 2 Fuß = 0·6277 Meter = 0·8056 W. Ellen. — 1 Meile = 7532·48 Meter = 0·99286 österr. Meilen.

Feldmaß. 1 Morgen = 180 □Ruthen = 0·2553 Hektaren = 0·4436 W. Joch.

Getreidemaß. Die Korntonne wird in 8 Scheffel, und der Scheffel in Viertel, Achtel und Sechzehntel eingetheilt. 1 Korntonne = 1·3912 Hektoliter = 2·262 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Fuder hat 6 Ohm, 1 Ohm 4 Anker oder 155 Pott. 1 Pott = 54 Kub. Zoll = 0·9661 Liter = 0·6827 W. Maß.

Gewicht. Der Zentner hat 100 Pfund zu 32 Loth zu 4 Quint. 1 Pfund = 0·4993 Kilogramm = 0·8916 W. Pfund.

7. England, Königreich.

Längenmaße, 1 Ruthe (pole oder perth) = $5\frac{1}{2}$ Yards. 1 Yard = 0·9144 Meter = 2·8926 W. Fuß = 1·1735 W. Ellen. — 1 Fuß = $\frac{1}{3}$ Yard = 0·3048 Meter = 0·9642 W. Fuß. — Die gesetzliche Meile = 1760 Yards = 1609·315 Meter = 0 212124 österr. Meilen. Die englische Seemeile = 5565·118 Meter = 0·73354 österr Meilen

Feldmaß. 1 Acre = 160 □Ruthen = 0·4047 Hektaren = 0·7031 W. Joch.

Getreidemaß, 1 Quarter hat 8 Bushels, 1 Bushel 8 Gallons zu 4 Quart. 1 Quarter = 2 9078 Hektoliter = 4·7278 W. Metzen. Das Gallon, welches das Normalmaß für trockene und flüssige Gegenstände bildet, ist = 4·54346 Liter = 0 07287 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. Die Tonne für Wein hat 252, für Bier 216, für Ale 192 Gallons. 1 Gallon = 4·54346 Liter = 3·21063 W. Maß.

Gewichte. Das Troys-Gewicht: das Troys-Pfund von 12 Unzen = 0·37325 Kilogramm = 0 6665 W. Pfund. — Das Avois-du-pois-Gewicht (adp): die Tonne hat 20 Zentner zu 4 Quarters oder zu 8 Stein oder 112 Pfund; das Pfund ist = 16 Unzen zu 16 Drachmen, 1 Drachme hat 3 Skrupel, 1 Skrupel 10 Grän. 1 Pfund adp = 0·4536 Kilogramm = 0·81 W. Pfund.

8. Frankfurt a M., freie Stadt.

Längenmaße. Die Ruthe = $12\frac{1}{2}$ Werkfuß = 10 Feldfuß; 1 Fuß hat 12 Zoll zu 12 Linien. 1 Werkfuß = 0·2846 Meter = 0 9004 W. Fuß. — 1 Elle = 0·5473 Meter = 0·7024 W. Ellen. Die Frankfurter Brabanter Elle = 0·6992 Meter = 0·8973 W Ellen.

Feldmaß. 1 Morgen = 160 □Ruthen = 0·2025 Hektaren = 0·3518 W. Joch. 30 Morgen nennt man eine Hube oder Hufe Land.

Getreidemaß. 1 Malter hat 4 Simmer und 4 Sechter. 1 Malter = 1·1475 Hektoliter = 1 8656 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Ohm hat 20 Viertel zu 4 alte Maß; 6 Ohm machen 1 Fuder. 1 alte oder Eichmaß = 1·7929 Liter = 1·2669 W. Maß.

Gewicht. 1 Zentner hat 100 Pfund Schwer-, und 108 Pfund Leichtgewicht; das Pfund hat 32 Loth zu 4 Quint zu 4 Pfenning. 1 schweres Pfund = 0·5053 Kilogramm = 0·9023 W Pfund; 1 leichtes Pfund = 0·4679 Kilogr. = 0 8355 W. Pfund.

9. Frankreich, Republik.

Das metrische System, welches in Frankreich gesetzlich eingeführt ist, haben wir seinem Wesen nach bereits oben erklärt; hier sollen nur die Verhältnisse desselben zu den österreichischen Maßen und Gewichten angeführt, und zugleich die älteren Maße und Gewichte Frankreichs mitgetheilt werden.

Längenmaße. 1 Meter = 3·16344625 W. Fuß = 1·283345 W. Ellen. — Die alte Toise hat 6 Fuß; der königliche Fuß, Pied de roi, hat 12 Zoll zu 12 Linien, und ist = 0·3248394 Meter = 1·027612 W. Fuß. — 1 Myriameter = 1·3181 österr. Meilen. Die Lieue, deren 25 auf einen Grad gehen, ist = $4444\frac{4}{9}$ Meter = 0·59897 österr. Meilen. Die Aune (Elle) = 1·1887 Meter = 1·5252 W. Ellen.

Feldmaß. Die Hektare = 2779·98 Wien. □° = 1·73739 Wien. Joch — Der alte Arpent d'ordonnance = 0·51072 Hektaren = 0·8873 W. Joch; der Arpent von Paris = 0·34189 Hektaren = 0·594 W. Joch.

Getreidemaß. Der Hektoliter = 1·6259 W. Metzen. — Der alte Boisseau (Scheffel), welcher in Halbe, Viertel und Achtel eingetheilt wird, hat 0·130083 Hektoliter = 0·2115 W. Metzen.
Flüssigkeitsmaß. 1 Liter = 0·70665 W. Maß. — Die alte Piele = 2 Chopines = 4 Demi-Seliers = 8 Possons hält 0·93132 Liter = 0·65812 W. Maß.
Gewicht. 1 Kilogramm = 1·785675 W. Pfund. — Der Quintal hat 100 Livres, 1 Livre 16 Onces zu 8 Gros = 0·489506 Kilogramm = 0·8741 W. Pfund.

10. Griechenland, Königreich.

Die neuen Maße und Gewichte sind die metrischen; sie führen jedoch noch immer die früheren Benennungen, nur werden sie, zum Unterschiede von den gleichnamigen alten, königliche genannt.
Längenmaß. Die königliche Piki (Elle) = 1 Meter; die Meile = 10 Stadien = 1 Myriameter; das Stadion = 1 Kilometer.
Feldmaß. Das königliche Stremma = 1 Dekare.
Hohlmaß. Der königliche Kilo = 1 Hektoliter; der Liter = 10 Kotylis = dem franz. Liter.
Gewicht. Die königl. Drachme ist = 1 Gramm und hat 10 Obolen zu 10 Gran.

11. Hamburg, freie Stadt.

Längenmaße. 1 Fuß hat 12 Zoll = 0·2866 Meter = 0·9066 W. Fuß. Die Marschruthe enthält 14, die Geestruthe 16 Fuß. — 1 Elle = 2 Fuß = 0·5731 Meter = 0·7355 W. Ellen; die Hamburger Brabanter Elle = 0·6878 Meter = 0·8827 W. Ellen.
Feldmaß. 1 Morgen = 600 Marsch □Ruthen = 0·9658 Hektaren = 1·6679 W. Joch.
Getreidemaß. 1 Wispel hat 10 Scheffel, 1 Scheffel 3 Faß, 1 Faß 2 Himten zu 4 Spint. Das alte Faß = 0·5273 Hektoliter = 0·8574 W. M.; das neue Faß = 0·5496 Hektoliter = 0·8936 W. Metzen.
Flüssigkeitsmaß. 1 Fuder = 6 Ohm, 1 Ohm hat 4 Anker oder 5 Eimer oder 20 Viertel, 1 Viertel hat 2 Stübchen, 1 Stübchen 2 Kannen. 1 Kanne = 1·81 Liter = 1·279 W. Maß.
Gewicht. 1 Zentner = 112 Pfund, 1 Pfund hat 32 Loth zu 4 Quentchen. 1 Pfund = 0·4846 Kilogramm = 0·8654 W. Pfd.

12. Hannover, Königreich.

Längenmaße. 1 Fuß = 12 Zoll = 144 Linien = 0·2921 Meter = 0·924 W. Fuß. 1 Ruthe hat 16 Fuß. — 1 Elle = 2 Fuß = 0·5842 Meter = 0·7497 W. Ellen.

Feldmaß. 1 Morgen = 120 □Ruthen = 0·2621 Hektaren = 0·4554 W. Joch.
Getreidemaß 1 Wispel hat 8 Malter zu 6 Himten. 1 Himten = 0·3115 Hektoliter = 0·5065 W. Metzen.
Flüssigkeitsmaß. 1 Fuder = 4 Orthoft = 6 Ahm = 15 Eimer; 1 Ahm hat 4 Anker, 1 Anker 10 Stübchen zu 2 Kannen. 1 Stübchen = 3·894 Liter = 2·7517 W. Maß.
Gewicht. 1 Zentner = 100 Pfund zu 32 Loth 1 Pfund = 0·4677 Kilogramm = 0·8352 W. Pfund.

13. Holland, Königreich.

Die Maße und Gewichte sind die metrischen, nur unter anderen Benennungen.
Längenmaße. Myl (Meile) = Kilometer, Roede (Ruthe) = Dekameter, Elle = Meter, Palm = Decimeter, Duim (Zoll) = Centimeter, Strepp (Linie) = Millimeter.
Flächenmaß. Bunder = Hektare.
Getreidemaß. Mudde (Muth) oder Zak (Sak) = Hektoliter, Schepel (Scheffel) = Dekaliter, Kop (Kopf) = Liter, Maatje (Mäßchen) = Deciliter.
Flüssigkeitsmaß. Vat (Faß) = Hektoliter, Kan (Kanne) = Liter, Maatje = Deciliter, Vingerhoed (Fingerhut) = Centiliter.
Gewicht. Pound (Pfund) = Kilogramm, Ons (Unze) = Hektogramm, Lood (Loth) = Dekagramm, Viglie = Gramm; Korrel = Decigramm.

14. Kirchenstaat.

Längenmaße. Piede = 0·2979 Meter = 0·9424 W. Fuß; Palmo von 12 Once à 5 Minuti = 0·2234 Meter = 0·7067 W. Fuß. — Canna (Elle) von 8 Palmi = 1·992 Meter = 2·5564 W. Ellen.
Feldmaß. Der Rubbio à 4 Quarle = 1·8484 Hektare = 3·2114 W. Joch.
Getreidemaß. Der Rubbio von 22 Scorzi = 2·9446 Hektoliter = 4·7876 W Metzen.
Flüssigkeitsmaß. 1 Faß hat 16 Barili, 1 Barile 32 Boccali zu 4 Foglielle. 1 Boccale = 1·8232 Liter = 1·2883 W. Maß.
Gewicht. Die Libbra hat 12 Once, 1 Oncia 24 Denari zu 24 Grani. 1 Libbra = 0·3391 Kilogramm = 0·6063 W. Pfund.

15. Neapel, Königreich

Längenmaße. 1 Palmo hat 12 Once zu 5 Minuti, und ist = 0·2637 Meter = 0·8337 W. Fuß. — 1 Canna von 8 Palmi = 2·1094 Meter = 2·7075 W. Ellen.

Feldmaß. Der Moggio von 10 Quarle = 3·3649 Hektaren = 5·8472 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Tomolo hat 2 Mezzelli; 1 Mezzello 2 Quarli zu 12 Misure, und ist = 0·5523 Hektoliter = 0·8986 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. Das Faß hat 12 Barili, 1 Barile 60 Caraffe. 1 Caraffa = 0·6609 Liter = 0·466 W. Maß.

Gewicht. 1 Cantaro grosso = 100 Rotoli, 1 Cantaro piccolo = 100 Libbre zu 12 Once. 1 Rottolo = 0·891 Kilogramm = 1·5911 W. Pfund; 1 Libbra = 0·3208 Kilogramm = 0·5725 W. Pfund.

16. Portugal, Königreich.

Längenmaße. Die Braca = 2 Varas. Die neue Vara = 1 Meter = 3·16345 W. Fuß. Der alte portugiesische Fuß = 0·329 Meter = 1·04 W. Fuß. — Als Ellenmaß dient die neue Vara = 1 Meter = 1·2833 W. Ellen, oder die alte Vara = 1·096 Meter = 1·407 W. Ellen.

Feldmaß. Die Geira von 4840 alten □Varas = 0·5814 Hektaren = 1·0101 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Moyo hat 15 Fanegas, 1 Fanega 4 Alqueiras. 1 Fanega = 0·54 Hektoliter = 0·879 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Pipa = 26 Almudas zu 2 Potas, 1 Pota = 6 Canhados zu 4 Mejos. 1 Canhada = 1·3867 Liter = 0·9799 W. Maß.

Gewicht. 1 Quintal = 4 Arobas zu 32 Libras. 1 Libra = 0·4589 Kilogramm = 0·8194 W. Pfund.

17. Preußen, Königreich

Längenmaße. 1 Fuß hat 12 Zoll zu 12 Linien; 1 Ruthe = 12 Fuß. 1 Fuß = 0·3138 Meter = 0·9929 W. Fuß. — 1 Elle = 0·6669 Meter = 0·8559 W. Ellen.

Feldmaß. 1 Morgen = 180 □Ruthen = 0·2553 Hektaren = 0·4436 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Wispel hat 24 Scheffel, 1 Scheffel 16 Metzen. 1 Scheffel = 3072 Kub. Zoll = 0·5496 Hektoliter = 0·8936 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Oxhoft = $1\frac{1}{2}$ Ohm = 3 Eimer = 6 Anker = 180 Quart. 1 Quart = 1·145 Liter = 0·8091 W. Maß.

Gewicht. 1 Zentner hat 5 Stein zu 22 Pfund. 1 Pfund = 0·4677 Kilogramm = 0·8352 W. Pfund.

18. Rußland, Kaiserthum.

Längenmaße. 1 Saschen = 3 Arschin = 7 Fuß. 1 Fuß = 0·3048 Meter = 0·9642 W. Fuß. — 1 Arschin (Elle) =

0·7112 Meter = 0·9127 W. Ellen. — Die Werst oder russische Meile = 1066·78 Meter = 0·1406 österr. Meilen.

Feldmaß. 1 Dessätin = 2400 □Saschen = 1·0925 Hektaren = 1·8981 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Tschetwert = 8 Tschetwerik zu 4 Tschetwerka von 8 Garnetz. 1 Tschetwert = 2·099 Hektoliter = 3·4128 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Faß hat 40 Wedro zu 8 Stoof, 1 Stoof = 1·5374 Liter = 1·0864 W. Maß.

Gewicht. 1 Pud = 40 Pfund, 1 Pfund = 96 Solotnik, 1 Solotnik = 96 Doli (Theile). 1 Pfund = 0·4095 Kilogramm = 0·7313 W. Pfund.

19. Sachsen, Königreich.

Längenmaße. 1 Ruthe hat 16 Fuß zu 12 Zoll. 1 Fuß = 0·2832 Meter = 0 8959 W. Fuß. — 1 Elle = 2 Fuß = 0·5664 Meter = 0·7269 W. Ellen. — Die Meile = 32000 Fuß = 9062·08 Meter = 1 1945 österr. Meilen.

Feldmaß. 1 Acker = 300 □Ruthen = 0·5534 Hektaren = 0·9615 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Wispel hat 2 Malter zu 12 Scheffel, 1 Scheffel 16 Metzen. 1 Scheffel = 1·0514 Hektoliter = 1·7095 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Fuder hat 12 Eimer, 1 Eimer 72 Kannen. 1 Kanne = 0 9355 Liter = 0·6618 W. Maß.

Gewicht. 1 Zentner = 5 Stein = 110 Pfund. Das neue sächsische Pfund = 0 5 Kilogramm = 0.8928 W. Pfund.

20. Sardinien, Königreich.

Die neuen Maße und Gewichte sind die französischen metrischen. Alte Maße:

Längenmaße. 1 Trabucco = 6 Piedi zu 12 Once à 12 Punti. 1 Piede = 0 5138 Meter = 1·6254 W. Fuß — 1 Tesa = 1·7126 Meter = 2·1979 W. Ellen.

Feldmaß. 1 Giornata von 100 Tavole = 0·3801 Hektaren = 0 6604 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Sacco = 5 Emine = 400 Coppi. 1 Emina = 0 2301 Hektoliter = 0 3741 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Brenta = 36 Pinte = 72 Boccali. 1 Boccale = 0·6845 Liter = 0·4837 W. Maß.

Gewicht. 1 Rubbo = 25 Libbre zu 12 Once. 1 Libbra = 0·3688 Kilogramm = 0 6586 W. Pfund.

21. Schweden, Königreich

Längenmaße. 1 Ruthe = 16 Fuß zu 12 Zoll, 1 Faden = 6 Fuß. 1 Fuß = 0·2969 Meter = 0·9392 W. Fuß. — 1 Elle =

0·5938 Meter = 0·762 W. Ellen — Die Meile = 6000 Faden = 10688·44 Meter = 1·41486 österr. Meilen.

Feldmaß. 1 Tonne Land = 56000 □Fuß = 0 4936 Hektaren = 0·8577 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Tonne = 2 Spann = 8 Viertel = 56 Kannen = 112 Stoop. 1 Tonne = 1·6488 Hektoliter = 2·6808 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Fuder = 2 Pipen = 4 Orhoft = 6 Ohm = 12 Eimer = 24 Anker = 360 Kannen. 1 Kanne = 2 6172 Liter = 1·8494 W. Maß.

Gewicht. 1 Zentner = 100 Pfund zu 32 Loth. Das Skal-Pfund als Handelsgewicht = 0·4251 Kilogramm = 0·759 W. Pfund.

22. Schweiz.

Längenmaße. 1 Ruthe = 10 Fuß, 1 Klafter 6 Fuß zu 10 Zoll zu 10 Linien. 1 Fuß = 0·3 Meter = 0·949 W. Fuß. — 1 Elle = 2 Fuß = 0·6 Meter = 0·77 W. Ellen. — Die neue Wegstunde = 16000 Fuß = 4800 Meter = 0 6327 österr. Meilen.

Feldmaß. 1 Juchart von 400 □Ruthen = 0·36 Hektaren = 0·6255 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Malter = 10 Viertel = 100 Immi = 160 Mäßlein. 1 Malter = 1·5 Hektoliter = 2·4388 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Ohm = 100 Maß. 1 Maß = 1·5 Liter = 1·06 W. Maß.

Gewicht. Der Zentner hat 100 Pfund, 1 Pfund 32 Loth zu 4 Quentchen. Das neue Pfund = 0·5 Kilogramm = 0 8928 W. Pfund.

23. Sizilien, ein mit Neapel vereinigtes Königreich.

Längenmaße. 1 Canna = 10 Palmi. 1 Palmo = 0·26455 Meter = 0·8369 W. Fuß = 0·3395 W. Ellen.

Feldmaß. 1 Moggio = 10000 □Palmi = 0·06998 Hektaren = 0 1216 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Tomolo = 3 Kub. Palmi, und wird in Halbe und Viertel, oder auch in 24 Maß eingetheilt. 1 Tomolo = 0·185 Hektoliter = 0·3008 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Botte = 12 Barili von 60 Caraffe. 1 Caraffa = 0·952 Liter = 0·6727 W. Maß.

Gewicht. 1 Cantajo = 100 Rottola, 1 Rottolo = 1000 Trapessi. 1 Rottolo = 0·891 Kilogramm = 1·591 W. Pfund.

24. Spanien, Königreich.

Längenmaße. 1 kastilischer Fuß von 12 Pulgadas = 0 2783 Meter = 0·8804 W. Fuß. — 1 Vara = 3 Fuß = 0·835 Meter = 1·0716 W. Ellen. — 1 Lega legal = 5555·56 Meter = 0·73228 österr. Meilen.

Feldmaß. 1 Fanega = 9400 □Varas = 0·6426 Hektaren = 1·1164 W. Joch.

Getreidemaß. 1 Cahiz = 12 Fanegas = 144 Celemines. 1 Fanega = 0·5635 Hektoliter = 0·9161 W. Metzen

Flüssigkeitsmaß. 1 Moyo = 16 Arrobas mayores oder Cantaras, 1 Arroba mayor = 4 Cuartillas = 8 Azumbras. 1 Azumbra = 2·0171 Liter = 1·4254 W. Maß.

Gewicht. 1 Quintal = 4 Arrobas zu 25 Libras. 1 Libra = 0·4601 Kilogramm = 0·8216 W. Pfund.

25. Toscana, Großherzogthum.

Längenmaße. 1 Feldmesser Canna = 5 Braccia zu 20 Soldi. 1 Braccio = 0·5836 Meter = 1·8462 W. Fuß = 0·7489 W. Ellen

Feldmaß. 1 Quadrato = 10 Tavole = 100 Pertiche. 1 Quadrato = 0·3406 Hektaren = 0·5827 W Joch.

Getreidemaß. 1 Moggio = 8 Sacca von 3 Staja. 1 Sacco = 0·7309 Hektoliter = 1·1884 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. 1 Barile da vino = 20 Fiaschi à 4 Mezzette. 1 Mezzetta = 0·5698 Liter = 0·4026 W Maß. — 1 Barile da olio = 16 Fiaschi à 4 Mezzette. 1 Mezzetta = 0·5223 Liter = 0·3691 W. Maß.

Gewicht. 1 Tonnellata = 2000 Libbre zu 12 Once. 1 Libbra = 0·3395 Kilogramm = 0·6062 W Pfund.

26. Türkei, Kaiserthum.

Längenmaße. 1 Halebi = 0·7087 Meter = 2·2419 W Fuß — 1 Pik = 0·6758 Meter = 0·8673 W. Ellen 1 Endasch = 0·6525 Meter = 0·8374 W. Ellen.

Getreidemaß. 1 Fortin = 4 Kilo. 1 Kilo = 0·3527 Hektoliter = 0·5735 W. Metzen.

Flüssigkeitsmaß. Die Flüssigkeiten werden nach dem Gewichte verkauft; nur für das Oel hat man den Almud = 5·2047 Liter = 3·6779 W. Maß.

Gewicht. 1 Kantar = 44 Oke = 100 Rottel. 1 Oka = 1·2785 Kilogramm = 2·283 W. Pfund.

27. Würtemberg, Königreich.

Längenmaße. 1 Ruthe hat 10 Fuß, 1 Fuß 10 Zoll zu 10 Linien. 1 Fuß = 0·2865 Meter = 0·9063 W. Fuß. — 1 Elle = 0·6142 Meter = 0·7883 W. Ellen.

Feldmaß. 1 Morgen von 384 □Ruthen = 0·3152 Hektaren = 0·5476 W. Joch.

Getreidemaß 1 Scheffel = 8 Simri = 32 Vierling zu 8 Ecklein. 1 Scheffel = 1 7723 Hektoliter = 2 8815 W. Metzen.
Flüssigkeitsmaß 1 Fuder = 6 Eimer = 96 Imi zu 10 Maß. 1 Helleichmaß = 1·8371 Liter = 1 2981 W Maß
Gewicht. Der Zentner hat 100 schwere oder 104 leichte Pfund zu 32 Loth 1 leichtes Pfund = 0·4677 Kilogramm = 0 8352 W. Pfund.

28. Zollverein.

Der Zollzentner = 100 Zollpfund zu 30 Loth. 1 Zollpfund = 0 5 Kilogramm = 0·8928 W Pfund.

D. Maß- und Gewichts-Redukzion.

§. 117.

1. Um mittelst der vorhergehenden Angaben irgend ein Maß oder Gewicht in das gleichgeltende Wiener oder metrische Maß und Gewicht zu verwandeln, bedient man sich der Multiplikazion.

Beispiele.

1) Wie viel Wiener Fuß betragen 7144 preußische Fuß?
0 9929 × 7144 = 7093 W Fuß.

2) Man verwandle 332·4 Meter in Wiener Fuß
3·1634 × 332·4 = 1051 3 W. Fuß.

3) Der Thurm des Straßburger Domes, der höchste der bisher gemessenen, ist 443 Pariser Fuß hoch; wie viel beträgt dieses in W. Fuß?
1·0276 × 443 = 455·4 W Fuß.

4) Wie viel Meter enthalten 748·2 badische Ellen?
0·6 × 748 2 = 448 9 Meter.

5) Wie viel österreichische Meilen machen 28 englische Seemeilen?
0·73354 × 28 = 20 551 österr. Meilen.

6) Wie viel französische Hektaren sind 3128 7356 englische Acres?
0·4047 × 3128·7356 = 1266 Hektares.

7) Wie viele Wiener Metzen betragen 758·3 holländische Mudds?
1 6259 × 758·3 = 1232·92 W Metzen.

8) Wie viel Wiener Maß betragen 53 Frankfurter Ohm? (53 Ohm = 4240 Maß.)
1 2669 × 4240 = 5371 7 W. Maß.

9) In Frankreich rechnet man den jährlichen Verbrauch an Zucker zu 2 352 Kilogramm auf jeden Kopf der Bevölkerung; wie viel beträgt dieses im Wiener Gewichte?
1 7857 × 2·352 = 4·2 W. Pfund.

10) Der Dom der Invaliden zu Paris ist 310 Pariser Fuß hoch; wie viel beträgt dieses in W. Fuß?

11) Frankreich hat einen Flächenraum von 53484956 Hektaren; wie viel österreichische Quadratmeilen beträgt diese Fläche?

12) Der Tunnel unter der Themse bei London ist $433\frac{1}{3}$ Yards lang; wie viel ist das in W. Fuß?

13) München liegt 1843 bairische Fuß über der Meeresfläche, Dresden 318 Dresdner Fuß, Wien 690 Wiener Fuß; wie groß ist der Höhenunterschied zwischen je zwei dieser Hauptstädte in W. Fuß?

14) Nach der französischen Gradmessung des Delambre ist der Durchmesser des Aequators 6543624 Toisen, und die Erdaxe 6533154 Toisen; wie viel beträgt der Unterschied beider in Meter, wie viel in Wiener Klafter?

15) Die Goldausbeute Rußlands betrug im Jahre 1849 1634 Pud 2 Pfund 23 Solotnik 88 Theile; wie viel macht dieses im Wiener Markgewichte?

§. 118.

2. Verwandlung der österreichischen oder metrischen Maße und Gewichte in andere ausländische. Man bedient sich dabei der Division.

Beispiele.

1) Wie viel preußische Fuß machen 248 Meter?
248 : 0·3138 = 789·8 pr. Fuß.

2) Wie viel bairische Ellen sind 555 Wiener Ellen?
555 : 1·069 = 519·5 bairische Ellen.

3) Man verwandle 3128 Wiener Joch in dänische Morgen.
3128 : 0·4436 = 7051·4 dän. Morgen.

4) Man verwandle 1234 Wiener Metzen in englische Quarters.
1234 : 4·7278 = 261·01 Quarters.

5) Wie viel englische Gallons machen 348 Liter?
348 : 4·5435 = 76·59 Gallons.

6) Wie viel sächsische Eimer betragen 73·8 Wiener Eimer?
73·8 Wien. Eimer = 2982 W. Maß.
2952 : 0·6618 = 4460·6 Dresdner Kannen.
4460·6 Kannen = 61·9 sächsische Eimer.

7) Man verwandle 253 Wiener Zentner in Zollzentner.
253 : 0·8928 = 283·38 Zollzentner.

8) Wie viel russische Pfund machen 71·63 Wiener Zentner?
71·63 : 0·7313 = 97·95 Pud.

9) Wie viel portugiesische Quintal machen 712·5 Kilogramm?

712·5 : 0·4589 = 1552·6 Libras.
1552·6 Libras ≐ 12·13 Quintal.

10) Der Hamburger Michaelisthurm ist 340 Pariser Fuß hoch; um wie viel Pariser Fuß ist der Wiener Stephansthurm höher, welcher eine Höhe von 451 Wiener Fuß hat?

11) Im Jahre 1841 wurden in Triest aus Rußland 97500 Star Weizen eingeführt; wie viel Tschetwert sind es?

12) In demselben Jahre wurden in Triest aus England 13700 Wiener Zentner Roheisen eingeführt; wie viel sind es engl. Tonnen?

13) Das berühmte Heidelberger Faß hält 6620 Wiener Eimer; wie viel faßt es badnische Ohm?

§. 119.

Um allgemein **das Maß oder Gewicht irgend eines Landes in das gleichgeltende eines anderen Landes zu verwandeln**, muß zuerst das **Pari**, d. i. ein Gleichheitsausdruck zwischen den Maßen oder Gewichten der beiden Länder gegeben sein. Dieses ist aus den obigen Angaben leicht zu ermitteln; so ist z. B. 1 baierischer Scheffel = 3·6153 W. Metzen, 1 sächsischer Scheffel = 1·7095 W. Metzen; daher 1 7095 baier. Scheffel = 1·7095 × 3·6153 W. Metzen, und 3 6153 sächsische Scheffel = 1·7095 × 3·6153 W. Metzen; und somit 1·7095 baier. Scheffel = 3·6153 sächs Scheffel, oder wenn man mit 10000 multiplizirt, 17095 baierische Scheffel = 36153 sächs. Scheffel, welches das Pari zwischen dem baierischen und preußischen Getreidemaß ist. Um eben so das Pari zwischen dem badischen und russischen Gewichte zu erhalten, hat man: 1 bad. Pfund = 0·5 Kilogramm, 1 russisch Pfund = 0·4095 Kilogramm, woraus sofort als Pari 0·4095 bad. Pfund = 0 5 russ. Pfund, oder 4095 bad. Pfund = 5000 russ. Pfund folgt.

Hat man einmal das Pari zwischen den beiden Maß- oder Gewichtsgattungen, so geschieht die Verwandlung durch die einfache Regeldetri.

Beispiele.

1) Wie viel baierische Fuß betragen 258 alte pariser Fuß?

$\left.\begin{array}{l}\text{1 baierischer Fuß} = 0{\cdot}2919 \text{ Meter}\\ \text{1 alter Par. Fuß} = 0\ 3248 \text{ Meter}\end{array}\right\}$ Pari: 3248 baier. F. = 2919 Par. F.

x : 3248 = 258 : 2919, daher x = 290 5 baier. Fuß.

2) Man verwandle 723 preußische Morgen in russische Dessätin

$\left.\begin{array}{l}\text{1 preuß. Morgen} = 0{\cdot}4436 \text{ W. Joch}\\ \text{1 russ. Dessätin} = 1\ 8981 \text{ W Joch}\end{array}\right\}$ Pari: 18981 pr. M. = 4436 D.

x : 4436 = 723 : 18981; x = 168·97 Dessätin.

3) Wie viel russische Tschetwert machen 1234 sächsische Scheffel?

1 russ. Tschetw. = 2·099 Hektolit. ⎫ Pari:
1 sächs. Schffl. = 1·0514 Hektolit ⎭ 10514 Tschetw. = 20990 Sch.

x : 10514 = 1234 : 20990; x = 618·12 Tschetwert.

4) Wie viel Dresdner Kannen sind 192 englische Gallons?

1 Dresdner Kanne = 0·6618 W. Maß ⎫ Pari:
1 englische Gallon = 3·2106 W. Maß ⎭ 32106 K. = 6618 Gall.

x : 32106 = 192 : 6618; x = 931·46 Kannen.

5) Wie viel Zollvereins-Pfund machen 12340 Hamburger Pfund?

1 Zoll-Pfund = 0·5 Kilogramm ⎫ Pari:
1 Hamb. Pfd. = 0·4846 Kilogr. ⎭ 4846 Zollpf. = 5000 Hamb. Pf.

x : 4846 = 12340 : 5000; x = 11960 Zollpfund.

6) Die Länge der Eisenbahnen in Großbritannien und Irland beträgt 3780 Kilometer; wie viel sind es englische Meilen?

7) Frankreich erntet im Durchschnitte jährlich ungefähr 70 Millionen Hektoliter Weizen, 60 Millionen Hektoliter Hafer, 45 Millionen Hektoliter Roggen, 17 Millionen Hektoliter Gerste. Wie viel beträgt dieses in preußischen Scheffeln?

8) Portugals Weinausfuhr betrug aus Oporto im Jahre 1844 33946 Pipen; wie viel sind dies Hektoliter?

9) Griechenland liefert im Durchschnitte jährlich $2\frac{1}{2}$ Millionen preußische Eimer Wein; wie viel sind es griechische Kilo?

10) Rußland verschifft jährlich an Flachs 3035600 Pud, an Hanf 2417000 Pud; wie viel beträgt dieses in englischen Zentnern?

11) Die Eisenprodukzion der preuß. Hütten war 1843 4507414 preußische Zentner, jene der englischen 1330000 Tonnen; wie groß ist der Unterschied in sächsischen Zentnern?

VII. Das Geld- und Münzwesen.

§. 120.

Der ursprüngliche Verkehr unter den Menschen bestand in einem bloßen Austausche von Erzeugnissen gegen Erzeugnisse. Die Mannigfaltigkeit der sich immer steigernden Bedürfnisse, und die Unbequemlichkeiten, die mit der Versendung, Aufbewahrung und Erhaltung der Produkte, die man ein- und austauschte, verbunden waren, machten frühzeitig die Mängel dieses Tauschhandels sichtbar. Man dachte auf Mittel, einen allgemeinen Maßstab für den Werth der verschiedenen Erzeugnisse ausfindig zu machen, und kam nach einer Reihe unglücklicher Versuche und der Benützung der verschiedensten Stoffe endlich auf die Metalle, die sich als ein allgemeiner Werthmesser der Dinge, als Geld, ganz besonders eignen. Die Metalle, namentlich Gold und Silber, haben ihren eigenen Werth; sie gewähren Bequemlichkeit im Verkehre; sie sind dauerhaft und können durch den Verkehr nicht so leicht abgenutzt werden; sie sind nur mit Mühe und nicht allzu häufig zu gewinnen; sie entsprechen demnach allen Anforderungen, die man an einen allgemeinen Werthmesser der menschlichen Bedürfnißmittel machen kann.

Man machte aus den Metallen Stücke von bestimmter Form und Größe, versah sie mit einem Gepräge, wodurch der Werth derselben bestimmt und verbürgt wurde, und nannte sie Münzen.

Außer solchen wirklich geprägten Münzen gibt es auch bloß eingebildete oder Rechnungsmünzen, und diese sind es eben, nach denen der Werth der Dinge, selbst auch der geprägten Münzen, bestimmt wird.

§. 121.

Der Werth einer geprägten Münze hängt von dem Materiale, woraus sie geprägt ist, von der Feinheit dieses Materials und von dem Gewichte ab. Gold- und Silbermünzen haben einen allgemein anerkannten Werth; Kupfermünzen gelten nur im eigenen Lande, und zwar als Scheidemünze, um die kleineren Unterschiede in Zahlungen auszugleichen.

Das ganze Gewicht einer Münze wird das Schrott, das Gewicht des feinen darin enthaltenen Goldes oder Silbers das Korn genannt. Die gesetzliche Bestimmung des Schrottes und Kornes einer Münze nennt man den Münzfuß.

Für Goldmünzen sind für uns besonders wichtig:

1) Der Dukatenfuß, nach welchem 67 Stück auf eine kölnische Mark Gold, welches $23\frac{2}{3}$ Karat fein ist, gehen. Nach diesem Münzfuße werden in Oesterreich die kaiserlichen Dukaten ausgeprägt.

2) Der Pistolenfuß, nach welchem aus einer kölnischen Mark Gold, 260 Grän fein, 35 Stück ausgemünzt werden. Dieser Münzfuß liegt den preußischen Friedrichsd'or, den sächsischen Augustd'or, den hannoverschen Georgsd'or und den dänischen Christiansd'or zu Grunde.

3) Der Souverainsd'orfuß, nach welchem im lombardisch-venezianischen Königreiche ein Souveraind'or ein metrisches Gewicht von 113 Gran und $32\frac{10}{146}$ Hunderttheilen eines Granes Gold enthält, das $\frac{9}{10}$ fein ist, d. i. 9 Theile feines Gold und einen Theil Zusatz hat.

Für Silbermünzen haben für uns besonders folgende Arten des Münzfußes Wichtigkeit:

1) Der 20-Guldenfuß, nach welchem eine kölnische Mark fein Silber zu 20 Gulden ausgeprägt wird; dieser Münzfuß, welcher auch der Konvenzions-Kourantfuß genannt wird, ist in ganz Oesterreich üblich.

2) Der 14-Thaler-, oder $24\frac{1}{2}$-Guldenfuß, nach welchem aus einer kölnischen Mark fein Silber 14 Thaler à $1\frac{3}{4}$ Gulden oder $24\frac{1}{2}$ Gulden geprägt werden. Nach ihm rechnen die Staaten des deutschen Zollvereins, und zwar die norddeutschen, als Preußen, Sachsen, . . . nach Thalern, die süddeutschen aber, als Baiern, Würtemberg, . . . nach Gulden.

3) Der 24-Guldenfuß ist ein bloßer Rechnungsfuß; er kommt in einigen deutschen Staaten unter dem Namen der Reichsmünze oder des rheinischen Geldes vor.

Wenn man den Münzfuß in Bezug auf zwei Gattungen von Silbermünzen kennt, so ist dadurch das Verhältniß dieser Münzgattungen vollkommen bestimmt. Z. B. aus einer kölnischen Mark feines Silber können 20 Gulden Konvenzions-Münze geprägt werden; aus einer kölnischen Mark fein Silber lassen sich auch 14 preußische Thaler prägen; folglich ist in 20 Gulden Konvenzions-Münze eben so viel Silber als in 14 preußischen Thalern, daher:

20 fl. K. M. = 14 preuß. Thlr.

Dieser Ausdruck gibt das Werthverhältniß der beiden Münzgattungen, oder ihr Pari an.

§. 122.

Bei der Auswechslung gewisser Münzsorten, besonders der Goldmünzen, pflegt man entweder wegen ihres größeren inneren Gehaltes oder wegen ihrer größeren Beliebtheit ein Aufgeld über ihren gesetzlichen oder Rechnungswerth zu geben. Dieses Aufgeld wird das Agio genannt.

Das Agio wird entweder per Stück oder in Prozenten bestimmt. Das Agio per Stück ist der Unterschied zwischen dem gesetzlichen und dem von verschiedenen Umständen abhängigen veränderlichen Werthe eines Stückes. Z. B. der kaiserliche Dukaten gilt gesetzlich 4 fl. 30 kr., im Handel aber gibt man dafür 4 fl. 50 kr., bald mehr, bald weniger, je nachdem die Nachfrage nach Dukaten stärker oder geringer ist; wenn nun 4 fl. 50 kr. der kurrente Werth eines Dukatens ist, so sind 20 kr. das Agio per Stück. — Das Agio in Prozenten wird angegeben, indem man sagt, um wie viel 100, welche in der besseren Münzsorte bezahlt werden, mehr werth sind, als 100 in der geringeren Geldsorte. Wenn z. B. die kaiserlichen Dukaten mit 10% Agio stehen, so heißt dieses: für 100 Gulden in Dukaten muß man 110 Gulden in der geringeren Geldsorte bezahlen.

1. Oesterreichisches Geld- und Münzwesen.

§. 123.

In Oesterreich rechnet man nach Gulden, Kreuzern und Pfennigen, und zwar hat 1 Gulden 60 Kreuzer, 1 Kreuzer 4 Pfennige. 20 Gulden enthalten eine kölnische Mark feines Silber.

Ein Reichsthaler gilt $1\frac{1}{2}$ Gulden.

Im lombardisch-venezianischen Königreiche rechnet man nach Lire zu 100 Centesimi. 3 Lire austriache machen 1 Gulden Konvenzionsmünze.

Die geprägten Münzen sind aus Gold, Silber und Kupfer.

a) Goldmünzen:

Ein kaiserlicher Dukaten . .	gilt	4 fl.	30 kr.
„ „ Doppeldukaten	„	9 „	— „
„ Souveraind'or	„	13 „	20 „
„ halber Souveraind'or . .	„	6 „	40 „

b) Silbermünzen:

Ein Kronenthaler	gilt	2 fl.	12 kr.
„ halber Kronenthaler . .	„	1 „	6 „
„ Viertel „ . .	„	— „	33 „
„ Speziesthaler	„	2 „	— „
„ Scudo	„	2 „	— „
„ halber Scudo	„	1 „	— „

Ferner gibt es Gulden, und zwar ganze, halbe und Viertel; Zwanziger, Zehner, Sechser, Fünfer und Groschen zu 3 kr.; endlich Lire austriache zu 20 kr., und zwar ganze, halbe und Viertel.

c) Kupfermünzen:

Zweikreuzerstücke, Kreuzer, halbe und Viertelkreuzer, Stücke zu 5, 3 und 1 Centesimi.

Außer den angeführten Gold- und Silbermünzen genießen in Oesterreich auch folgende die Vortheile des gesetzlichen Umlaufes, und zwar nach dem nachstehenden Tarife:

A. Goldmünzen.	Schwere eines Stückes nach österr. Dukaten à 60 Grän.		Werth eines Stückes in Konv. Mze.	
	Duk.	Grän.	fl.	kr.
Baierische Dukaten	1	—	4	28
Bologneser Doppia	1	34	6	28
Halbe Doppia nach Verhältniß.				
Zecchino oder Dukaten	—	$58\frac{3}{4}$	4	24
Halber Zecchino nach Verhältniß.				
Französische 40 Frankenstück	3	42	15	10
20 Frankenstück	1	51	7	35
Doppel-Louisd'or seit 1785 . . .	4	22	17	51
Einfacher Louisd'or	2	11	8	55
Florentiner Dukaten oder Gigliato . . .	1	—	4	32
Genueser Doppia von 96 Lire	7	13	29	55
Ihre Unterabtheilungen nach Verhältniß.				
Italienische 40 Lire-Stück	3	42	15	10
20 Lire-Stück	1	51	7	35
Mailänder Doppia	1	48	7	28
Zecchino oder Dukaten	1	—	4	32
Parmesaner Doppia	2	2	8	12
40 Lire-Stück seit 1815	3	42	15	10
20 Lire-Stück	1	51	7	35
Piemonteser und Savoische Doppia von 1787 und früher	2	37	10	44
80 Lire-Stück seit 1821	7	24	30	20
40 Lire-Stück	3	42	15	10
20 Lire-Stück seit 1816	1	51	7	35
Römische Doppia	1	34	6	28
Halbe Doppia nach Verhältniß.				
Zecchino oder Dukaten	—	$58\frac{3}{4}$	4	24
Halber Zecchino nach Verhältniß.				

B. Silbermünzen.	Werth eines Stückes in Konv. Münze. fl.	kr.
Bairischer Schwert- oder Kronthaler	2	12
Bologneser Scudo oder Frauenthaler	2	3·4
Scudo zu 10 Paoli	2	2·2
Florentiner Francescone oder Pisisthaler	2	6
Französische 5 Frankenstück	1	54·8
2 Frankenstück	—	45·92
1 Frankenstück	—	22·96
$\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ Frankenstück nach Verhältniß.		
Genueser neuer Scudo	2	29
Italienische 5, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ Lire-Stück, wie die entsprechenden französischen Frankenstücke.		
Mailänder Scudo	—	45·8
Halber Scudo nach Verhältniß.		
Lira	—	17 6
Halbe Lira nach Verhältniß.		
Modeneser Scudo von Franz III.	2	7·4
Scudo von Herkules III. seit 1782	2	8·6
Parmesaner Ducato	1	55·4
5, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ Lire-Stück, wie die italienischen.		
Piemonteser und Savoischer Scudo oder Thaler	2	40
Neuer Scudo zu 5 Lire seit 1816	1	54·8
Römischer Scudo zu 10 Paoli	2	2·2
Spanischer Säulenthaler	2	3
Venezianischer Ducato oder Kreuzthaler	2	33
Giustina	2	14·6

d) Oesterreichisches Papiergeld:

1) Die in einigen Provinzen noch in Umlauf befindlichen Einlösungsscheine nebst der entsprechenden kupfernen Scheidemünze. Dieses Geld, welches unter dem Namen Wiener-Währung vorkommt, hat gegenwärtig den festen Kurs: 250 fl. W. W. = 100 fl. Konv. Münze.

2) Die als Konvenzionsmünze geltenden österreichischen Banknoten zu 1, 2, 5, 10, 100, 500 und 1000 Gulden.

3) Die Münzscheine über 6 und 10 Kreuzer K. M.

2. Ausländische Rechnungsmünzen.

§. 123.

Für den Zweck der vorliegenden Schrift wird es am entsprechendsten sein, wenn wir die Rechnungsmünzen der vorzüglichsten Staaten des Auslandes, ihre Unterabtheilungen, ihr Verhalten zu der kölnischen Mark, und ihren Werth in Konvenzionsmünze in eine Tabelle zusammenstellen:

Namen der Staaten und ihrer Rechnungsmünzen.	Anzahl Stücke, welche auf eine köln. M. fein Silber gehen	Werth eines Stückes in Konv. Münze. fl.	kr.
Baden, Gulden à 60 Kreuzer à 4 Pfennige	$24\frac{1}{2}$	—	48·98
Baiern, wie Baden.			
Belgien, Franc à 100 Centimes	51·934	—	23·09
Bremen, Reichsthaler à 72 Grot à 5 Schwar	$13\frac{1}{2}$	1	28·89
Dänemark, Reichsbankthaler à 6 Mark à 16 Schillinge	$18\frac{1}{2}$	1	4·86
England, Pfund Sterling à 20 Schilling à 12 Pence	$2\frac{1}{8}$	9	24·71
Frankfurt a. M., wie Baden.			
Frankreich, wie Belgien.			
Griechenland, Drachme à 100 Lepta	58 047	—	20·67
Hamburg, Mark à 16 Schilling à 12 Pfennige.			
Mark Banko	$27\frac{5}{8}$	—	43·44
Mark Kourant	34	—	35 30
Hannover, Thaler zu 24 gute Groschen à 12 Pfennige	14	1	25·71
Holland, Gulden zu 100 Centimes	$24\frac{1}{3}$	—	49·31
Kirchenstaat, Scudo à 10 Paoli à 10 Bajocchi à 5 Quatrini	9·656	2	4·29
Lübeck, wie Hamburg in Mark Kourant.			
Neapel und Sizilien, Ducato à 100 Grani	12·227	1	38·19
Nordamerikanische Freistaaten, Dollar à 100 Cents	9·718	2	3·48
Polen, Rubel zu $6\frac{2}{3}$ Gulden polnisch	13	1	32·44
Portugal, Millereis à 1000 Reis	8·632	2	19·02
Preußen, Thaler à 30 Silbergroschen à 12 Pfennige	14	1	25·71
Rußland, Rubel zu 100 Kopeken	13	1	32·44
Sachsen, Thaler à 30 Neugroschen à 10 Pfennige	14	1	25·71
Sardinien, Lira nuova à 100 Centesimi	51·934	—	23·09
Schweden, Reichsthaler à 48 Schillinge à 12 Pfennige	36·676	—	32·72
Schweiz, Franken von 100 Rappen	51·934	—	23·09
Spanien, Duros à 20 Reales	10·394	1	55·45
Toskana, Lira toscana à 20 Soldi à 12 Denari	62	—	19·35
Türkei, Piaster à 40 Para à 3 Asper, veränderlich; zum Kurse auf Wien von 450	225	—	5·33
Würtemberg, wie Baden.			

3. Die Münzreduktion.

§. 124.

In der Münzrechnung kommen besonders häufig folgende zwei Aufgaben vor:

a. Verwandlung der Rechnungsmünze des einen Ortes in die Rechnungsmünze eines andern Ortes.

Aus der vorhergehenden Tabelle ist ersichtlich, wie viele Stücke einer jeden Münzgattung auf eine kölnische Mark fein Silber gehen, wodurch das Pari der beiden Münzgattungen gegeben ist. Mit Hilfe des Pari läßt sich dann mittelst der Regeldetri die verlangte Verwandlung ohne Schwierigkeit vornehmen.

Beispiele.

1) Wie viel fl. K. M. betragen 785 preußische Thaler?
x fl. K. M. 785 pr. Thlr. x : 20 = 785 : 14
20 „ 14 „ x = 1121 fl. 26 kr. K. M.

2) Wie viel fl. K M machen 1234 Francs?
x fl. K. M. 1234 Fr. x : 20 = 1234 : 51·934
20 „ 51·934 „ x = 475 fl. 13 kr. K. M.

3) Wie viel Silberrubel betragen 2345 fl. K. M.?
x : 13 = 2345 : 20; x = 1524 Rub. 25 Kop.

4) Wie viel Pfund Sterling geben 28500 Dollars?
x : $2\frac{1}{8}$ = 28500 : 9·718;
x : 6231 Pfund 19 Schill. 10 Pence Sterling.

5) Wie viel betragen 1324 neugriechische Drachmen in K. M.?
x : 20 = 1324 : 58·047; x = 456 fl. 11 kr. K. M.

6) Wie viel Hamburger Mark Banko machen 5208 fl. baierisch?
x : $27\frac{5}{8}$ = 5208 : $24\frac{1}{2}$;
x = 5872 Mark 4 Schill. 7 Pfenn. Banko.

7) Rußland führte im Jahre 1843 um 3727212 Rubel Baumwollwaaren ein; wie viel beträgt dieses in Konv. Münze?

8) Im Jahre 1843 war der Werth von Großbritanniens und Irlands Ausfuhr 117877278 Pfund Sterling; wie viel macht dieses in fl. K. M., wie viel in Francs, wie viel in preußischen Thalern?

9) Bei der Leipzig-Dresdner Bahn ist das Anlagekapital auf die Meile 668387 fl. rheinisch, bei der München-Augsburger Bahn 517240 fl. rhein., bei der Wien-Gloggnitzer Bahn 1221000 fl. rhein.; man gebe diese Werthe in fl. K. M. an.

10) Nach einer Zusammenstellung der europäischen Finanzverhältnisse für das Jahr 1849 beläuft sich die Staatsschuld Groß-

britanniens auf 19500 Millionen Francs, jene Frankreichs auf 5000 Millionen Francs, und die Staatsschuld Oesterreichs auf 2960 Millionen Francs; wie viel betragen diese Summen in fl. K. M., wie viel in Pfund Sterling?

11) Der Werth der in Rußland vom Jahre 1664 bis zum Jahre 1844 geprägten Münzen beträgt 59616271 Silberrubel; wie groß ist diese Summe in fl. K. M., in Francs, in Pfund Sterling, in sächsischen Thalern, im $24\frac{1}{2}$ fl Fuße?

12) Die jährlichen Staatseinnahmen betragen in Preußen 59 Millionen Thaler, in Baiern 46 Millionen Gulden, in Sachsen $5\frac{3}{4}$ Millionen Thaler, in Würtemberg 31 Millionen Gulden, in Belgien 75 Millionen Francs, in Dänemark 17 Millionen Reichsbankthaler, in Griechenland 15 Millionen Drachmen. Man reduzire alle diese Summen auf Gulden Konv. Münze.

13) In den vereinigten Staaten von Nordamerika wurden im Jahre 1850 7!70261 Doppeladler (Goldmünzen) im Werthe von 23405222 Dollars geprägt; wie hoch in Konv. Münze beläuft sich der Werth eines Doppeladlers?

b. Verwandlung verschiedener Münzsorten in die Rechnungsmünze eines Ortes.

§. 125.

Um den Betrag für eine gegebene Anzahl Münzstücke in der Rechnungsmünze eines Ortes zu finden, darf man nur den Werth eines solchen Münzstückes mit der Anzahl derselben multiplizieren. Meistens wird dabei mit Vortheil die wälsche Praktik angewendet.

Beispiele.

1) Wie viel fl. machen 95 Stück k. Doppel-Dukaten à 9 fl.?

$$95 \times 9 = 855 \text{ fl}$$

2) Wie viel in K. M. betragen 348 k. Dukaten à fl. 4 „ 30?

348 # à 4 „ 30
1392
174
1566 fl.

3) Man verwandle 74 Louisd'or à fl. 8 „ 55 in Konv. Münze.

74	à	fl. 8 „ 55
666		9 fl.
— 6 „ 10		5 kr.
fl. 659 „ 50		

4) Wie viel betragen 614 Kronthaler à fl. 2 „ 12?

fl. 1350 „ 48.

5) Was betragen 148 Souveraind'or à fl. 13 „ 20?

fl. 1973 „ 20.

6) Wie viel muß man für 113 Napoleonsd'or zu fl. 9 „ 42 bezahlen?

7) Was betragen 204 ruff. Imperials zu fl. 9 „ 52?

8) Jemand kauft 137 Friedrichsd'or à fl. 9 „ 45, 37 Souveraind'or à fl. 17 „ 3 und 85 engl. Souvereigns zu fl. 11 „ 54; wie viel muß er dafür in Konv. Münze bezahlen?

§. 126.

Wenn eine Münzsorte gegen die Rechnungsmünze eines Ortes Agio genießt, so ist zu unterscheiden, ob das Agio pr. Stück oder in Prozenten angegeben ist.

Ist das Agio per Stück gegeben, so addirt man es sogleich zu dem gegebenen Werthe eines Münzstückes, und sucht daraus den ganzen Münzbelauf. Wenn aber das Agio in Prozenten gegeben ist, so bestimmt man zuerst den Münzbelauf nach dem Rechnungswerthe eines Münzstückes, sucht von dieser Summe das Agio nach der Prozentrechnung, und addirt es dazu.

Beispiele.

1) Die kais. Dukaten à fl. 4 „ 30 haben 14 kr. Agio per Stück; was betragen 256 #?

1 #	4 „ 30		256 # à 4 „ 44		
Agio	14		1024		
fl.	4 „ 44		85 „ 20		20
			85 „ 20		20
			17 „ 4		4
			fl. 1211 „ 44		

2) Wie viel sind 85 Souveraind'or werth, wenn das Agio per Stück 35 kr. beträgt?

85	Souv. à fl.	13 „ 55
1190		14 fl.
— 7 „ 5		5 kr
fl. 1182 „ 55		

3) Die # stehen mit 5% Agio; wie viel betragen 376 Stück?

376 # à 4 „ 30
1504
188
fl. 1692
84 „ 36 Agio à 5%
fl. 1776 „ 36

4) Wie viel betragen 78 Souveraind'or mit 15% Agio?

78 Souv. à 13 „ 20
234
26
fl. 1040
156 Agio à 15%
fl. 1196

5) In Wien stehen die # mit $4\frac{1}{4}\%$ Agio; was betragen 543 Stück? — fl. 2547 „ 21.

6) Wenn die Souveraind'or mit $3\frac{1}{4}\%$ Agio gehen, wie hoch kommen 128 Stück? — Auf fl. 1762 „ 8.

7) Die Souveraind'or haben fl. 3 „ 37 Agio per Stück; was sind 26 Stück werth?

8) Die # genießen $26\frac{1}{2}\%$ Agio; was kosten 9 #, 41 #, 310 #?

9) Das Silber hat gegen Papiergeld $14\frac{3}{8}\%$ Agio; wie viel in Papiergeld muß man für 3248 fl. in Zwanzigern bezahlen?

10) Jemand kauft 172 Stück # mit $35\frac{5}{8}\%$ Agio, und 2850 fl. Silbergeld mit $29\frac{1}{4}\%$ Agio; wie viel Papiergeld muß er dafür geben?

§. 127.

Wenn man aus dem Agio per Stück das Agio in %, oder umgekehrt, berechnen will, so darf man nur die Regeln der Prozentrechnung anwenden.

Beispiele.

1) Die # stehen zu fl. 4 „ 57; wie groß ist das Agio in Prozenten?

$$\frac{2700}{270} = 10\%.$$

2) Zu wie viel % Agio stehen die Dukaten, wenn sie per Stück

6 kr., $13\frac{1}{2}$ kr., 18 kr., 45 kr.

Agio haben?

Zu $2\frac{2}{9}\%$, 5%, $6\frac{2}{3}\%$, $16\frac{2}{3}\%$.

3) Was beträgt das Agio in % bei den Souveraind'or, wenn sie per Stück 24 kr. Agio haben?

$$\frac{2400}{800} = 3\%.$$

4) Wenn die Souveraind'or per Stück

32 kr., 40 kr., 52 kr., 1 fl.

haben, wie viel % macht dieses?

4%, 5%, $6\frac{1}{2}\%$, $7\frac{1}{2}\%$.

5) Die Dukaten gehen mit 8% Agio; wie groß ist das Agio per Stück?

$$\frac{2\ 70 \times 8}{21{\cdot}60} = 21\tfrac{3}{5} \text{ kr.}$$

6) Wie groß ist das Agio per Stück bei den #, wenn sie

3%, 10%, 15%, 25%

stehen?

$8\frac{1}{10}$ kr., 27 kr., $40\frac{1}{2}$ kr., fl. 1 „ $7\frac{1}{2}$.

7) Die Souveraind'or haben $4\frac{1}{2}$% Agio; wie viel macht dieses per Stück?

$$\begin{array}{l} 800 \times 4\frac{1}{2} \\ \hline 32 \\ \ \ 4 \\ \hline 36 \text{ kr.} \end{array}$$

8) Was beträgt das Agio per Stück bei den Souveraind'or, wenn sie mit

5%, $6\frac{1}{2}$%, 12%, $18\frac{1}{4}$%

gehen?

40 kr., 52 kr., fl. 1 „ 36, fl. 2 „ 26.

9) Die Souveraind'or stehen fl. 17 „ 12; wie viel % beträgt das Agio?

10) Was ist vortheilhafter, die # mit 27% oder die Souveraind'or mit fl. 16 „ 58 zu bezahlen?

5) Die Dukaten geben mit 8% Agio; wie groß ist das Agio per Stück?

$$\frac{270 \times 8}{21{\cdot}60} = 21\tfrac{3}{5}\text{ kr.}$$

6) Wie groß ist das Agio per Stück bei den ##, wenn sie

3%, 10%, 15%, 25%

stehen?

$8\frac{1}{10}$ kr., 27 kr., $40\frac{1}{2}$ kr., fl. 1 „ $7\frac{1}{2}$.

7) Die Souverainsd'or haben $4\frac{1}{2}$% Agio; wie viel macht dieses per Stück?

$$800 \times 4\tfrac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 4 \\ \hline 36 \text{ kr.} \end{array}$$

8) Was beträgt das Agio per Stück bei den Souverainsd'or, wenn sie mit

5%, $6\frac{1}{2}$%, 12%, $18\frac{1}{4}$%

stehen?

40 kr., 52 kr., fl. 1 „ 36, fl. 2 „ 26.

9) Die Souverainsd'or stehen fl. 17 „ 12; wie viel % beträgt das Agio?

10) Was ist vortheilhafter, die ## mit 27% oder die Souverainsd'or mit fl. 16 „ 58 zu bezahlen?

Inhalt
der ersten Abtheilung der Arithmetik.