

VIZUALIZACIJA VEKTORSKIH POLJ V FIZIKI Z UPORABO BARVNIH KOMBINACIJ

MILAN AMBROŽIČ IN MARKO GOSAK

Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Univerza v Mariboru

PACS: 41.20 Gz, 41.20 Cv, 47.10 A-, 61.30 Cz

Razumevanje številnih fizikalnih pojavov je pogojeno z njihovo dobro predstavljivostjo v treh dimenzijah. Mednje spadajo deformacija trdnih teles, pretakanje tekočin, električni in magnetni pojavi, orientacija molekul v anizotropni mehki snovi itd. Številne od teh pojavov nazorno opisujemo z raznimi vektorskimi polji, na primer polji sil, ki se razprostirajo v tridimenzionalnem prostoru. Za vizualizacijo vektorskih polj je uveljavljenih veliko načinov, kot so prikaz usmerjenih daljic (puščic), silnic ali ekvipotencialnih ploskev, in vsak izmed njih uporablja bodisi prikaz v tridimenzionalni perspektivi bodisi izris karakterističnih presečnih ravnin. V tem prispevku predstavljamo zanimiv in do neke mere izviren način vizualizacije smeri vektorskih polj, in sicer z uporabo RGB (R = red = rdeča, G = green = zelena, B = blue = modra) barvnega sistema. Te tri barve priredimo osem kartezičnega koordinatnega sistema: rdečo za smer x , zeleno za smer y in modro za smer z . Z ustreznim mešanjem posameznih barv lahko tako v vsaki točki ponazorimo usmerjenost vektorja. Kot zgled pokažemo različne strukture električnih in magnetnih polj, hitrostno polje zračnih tokov okoli središča tornada ter nekatere nematične tekoče-kristalne strukture. Izkaže se, da uporaba takšnega barvnega ozadja, na katere so dodane še kratke daljice, poda nazorno informacijo o strukturi in lastnostih fizikalnega sistema.

VISUALIZATION OF VECTOR FIELDS IN PHYSICS WITH THE USE OF COLOUR COMPOSITIONS

A good imagination in three dimensions is crucial for a proper understanding of various physical phenomena. Examples include deformation of solids, fluid dynamics, electric and magnetic phenomena, orientational order in soft matter systems etc. Many of these phenomena are well described by various vector fields (e.g., force fields) in three-dimensional space. In order to effectively visualize vector fields, various methods have been established, such as drawing of field lines, arrows or equipotential lines. In all those cases the vector fields are presented either in three-dimensional perspective or in cross-section planes. Nevertheless, here we provide a novel way for the visualization of the directions of the vector fields with the RGB color system. The three axes of Cartesian coordinate system are assigned with three colors (R = red for x -axis, G = green for y -axis and B = blue for z -axis). The direction of a vector in each point can then be characterized with a proportional mixing of these colors. As a representative example we show various setups of electric and magnetic fields, the tornado's velocity field and some nematic liquid crystal structures. It turns out that using this technique, the structure and characteristics of a physical system can be visualized clearly, particularly when sticks are added to the colored background.

Uvod

Meteorologija, dinamika tekočin in elektromagnetizem je le nekaj področij, pri katerih se srečujemo z vektorskimi polji. Naše razumevanje posameznih pojavov pa je pogojeno z njihovo dobro predstavljivostjo, in to še zlasti, ko se polje razprostira v treh dimenzijah. Ključnega pomena pri tem je dobra vizualizacija, ki so ji strokovnjaki najrazličnejših panog v preteklosti namenili že veliko pozornosti [1]. Tradicionalne metode predstavitve vektorskih polj so prikaz usmerjenih daljic (puščic), silnic in ekvipotencialnih ploskev, ki lahko pri ponazoritvah bolj zapletenih struktur v treh dimenzijah postanejo neučinkovite. Za boljšo 3D predstavljivost so bile razvite tudi naprednejše metode, ki vključujejo uporabo tekstur, prosojnosti ali obarvanosti puščic. Na primer, za oris strukture paličastih tekočih kristalov v relativno enostavnih geometrijah radi posamezne podolgovate molekule ponazorijo s pobaranimi elipsoidi, kjer barve ustrezajo določeni lokalni usmerjenosti molekul [2]. Takšen prikaz je lahko pomanjkljiv v zelo kompleksnih geometrijah, ki vsebujejo domene in defekte [3], saj bi potrebovali res ogromno elipsoidov za ustrezno simulacijo strukture, s tem pa se preglednost izgubi.

V tem prispevku predstavimo do neke mere inovativen in relativno preprost način vizualizacije vektorskih polj. Naši prikazi temeljijo na izrisu dvodimenzionalnih presečnih ravnin, na katerih opazujemo projekcije vektorskih polj na izbrano ravnino. Popolnejšo sliko o smereh polja v treh dimenzijah dobimo potem z izrisom snopov vzporednih ravnin v različnih smereh. Pri prikazu smeri na dani ravnini uporabimo barvne kombinacije, vendar pri tem ne obarvamo posameznih daljic ali puščic, temveč celotno ravnino, pri čemer barva posamezne točke ponazarja lokalno smer vektorskoga polja. Za podkrepitev slike obarvano ozadje dopolnimo še s paličicami. Prikazali bomo nekaj primerov vektorskih polj (samo smeri in ne velikosti): električno polje dipola in kvadrupola, magnetno polje okoli tuljave, hitrostno polje vetra v okolini tornada ter dve tekočekristalni strukturi, kjer barve ponazarjajo usmerjenost molekul tekočega kristala. Pripravili smo tudi prikaz in animacije za številne druge sisteme, kot so električno polje okoli dveh ali štirih enakih nabojev in okoli nanelektrene zanke, električnega oktopola, magnetno polje okoli vodnika in zanke, po katerih teče električni tok, ter različnih tekočekristalnih struktur. Vsi primeri so v obliki PowerPoint predstavitev objavljeni na spletu in prosti dostopni na spletni strani: <http://kompetence.uni-mb.si/gradiva.html>.

Prikaz smeri vektorjev z barvami

Za izris barvnega ozadja uporabimo znani RGB sistem za mešanje barv, ki je neposredno povezan tako z osnovnimi mehanizmi zaznavanja barv v našem

očesu kakor tudi z delovanjem barvnih monitorjev in televizorjev [4–6]. V očesu imamo tri vrste čutnih celic za barve (čepnice), ki so vsaka zase najbolj občutljive za rdečo, zeleno in modro svetlobo. Te tri barve so opredeljene kot osnovne ali primarne barve, vse druge pa lahko dobimo z ustreznim seštevalnim mešanjem teh treh barvnih svetlob. Zastopanost posamezne osnovne barve je največkrat določena s celo-številčno vrednostjo med 0 in 255. V praksi to pomeni, da je v RGB zapisu rdeča barva definirana kot (255,0,0), zelena kot (0,255,0) in modra kot (0,0,255). Preostale spektralne barve dobimo z različno zastopanostjo posameznih barv. Na primer: zapis (255,255,0) pomeni rumeno barvo, medtem ko zapis (180,180,0) ponazarja odtenek rjave barve. Več o tovrstnem mešanju barv v navezavi z delovanjem barvnih monitorjev lahko zainteresiran bralec najde v [5, 6].

Naša osnovna ideja pri ponazoritvi smeri vektorjev z RGB barvnim principom je, da tri osnovne barve priredimo osem kartezičnega koordinatnega sistema: rdečo za smer x , zeleno za smer y in modro za smer z . Naj ima enotski vektor \mathbf{n} (dobimo ga z normiranjem nekega fizikalnega vektorja, npr. $\mathbf{n} = \mathbf{E}/E$ za električno polje) komponente $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$. Tedaj lahko deleže RGB barv priobarvanju točke, kjer se ta vektor nahaja, določimo takole: $R = n_x^2$, $G = n_y^2$, $B = n_z^2$, tako da velja $R + G + B = 1$. Potem lahko uporabimo kak računalniški program, kot je Mathematica, ki omogoča poljubno mešanje RGB barv za grafične objekte. Namesto tega bi lahko delež barv podali v skali celih števil od 0 do 255, vendar pa uporabljenia skala ne vpliva na končno sliko. Vsi prikazi so seveda dvodimensionalni (2D), kar pomeni, da opazujemo na eni sliki le smeri 3D vektorskih polj na izbrani ravni. Če je to na primer ravnina xy , pomeni to dvoje: 1) gledamo lokalno 3D polje v točkah te ravnine, 2) s paličicami vidimo samo pravokotno projekcijo polja na to ravnino, torej ne vidimo komponente n_z . Da dobimo 3D vtis, vzamemo snop vzporednih ravnin v določeni smeri, potem pa še snop vzporednih ravnin v neki drugi smeri. Paličice, ki jih dodamo na barvno ozadje, nimajo puščice na ustrezem koncu, zato je potrebno nekaj previdnosti, saj lahko isti prikaz ponazoriti dve geometriji z nasprotno usmerjenimi vektorji, na primer: pri električnih poljih odvisno od izbranih predznakov nabojev.

Električno polje električnega dipola

Električni dipol ponazorimo s parom nasprotno enakih točkastih nabojev $\pm e$, njuno medsebojno razdaljo d pa normiramo na $d = 1$. Zaradi praktičnih razlogov naboja postavimo na os z , v točki $(0, 0, \pm 1/2)$. Električno polje v poljubni točki prostora preprosto izračunamo kot vektorsko vsoto posameznih polj zaradi obeh nabojev, pri čemer pazimo na predznaka nabojev. Ponazoritev smeri električnega polja je prikazana v zgornji vrstici

slike na strani XI (notranja stran ovitka). Koordinata z na levi sliki nam pove, za koliko je opazovana ravnina oddaljena od simetrijske ravnine xy med nabojem. Podobno pomeni koordinata y na desni sliki oddaljenost opazovane ravnine od ravnine xz , v kateri ležita oba naboja.

Električno polje kvadrupola

Dva pozitivna in dva negativna naboja (dva antiparalelna dipola drug ob drugem) imenujemo električni kvadrupol. Vse štiri naboje postavimo v xy ravnino, v točke $(\pm 1/2, \pm 1/2, 0)$. Podobno kot pri izračunu električnega polja okoli dipola tudi tukaj smer polja v poljubni točki določimo kot superpozicijo prispevkov vseh štirih nabojev. Oblika električnega polja je prikazana v drugi vrstici slike na strani XI. Boljšo tridimenzionalno predstavo električnega polja kvadrupola lahko bralec pridobi ob pogledu na sliko na naslovni strani revije, kjer so prikazane po tri vzporedne ravnine v dveh smereh.

Magnetno polje ravne tuljave

Tuljavo oblikuje N enakih spiralnih zavojev žice na valju z dolžino l in polmerom R_{tul} . Če po žici teče električni tok, se okoli tuljave vzpostavi magnetno polje, ki ga v dani točki izračunamo numerično z integriranjem vektorskih prispevkov po vseh krožnih zankah, kot veleva Biot-Savartov zakon [7]. Predpostavili smo, da ne naredimo velike napake v izračunu polja, če spiralne zavoje nadomestimo z vzporednimi krožnicami. V našem primeru smo za geometrijsko os tuljave izbrali os z , središče pa ima v izhodišču. Tuljava ima polmer $R_{\text{tul}} = 1$ in je sestavljena iz $N = 15$ ovojev, pri čemer je razdalja med sosednjima ovojema $\delta z = 0.2$, tako da sega tuljava od $z = -1.4$ do $z = 1.4$. Iz tretje vrstice na sliki na strani XI je razvidno, da je polje znotraj tuljave zelo homogeno in usmerjeno vzdolž simetrijske osi, medtem ko je v bližini krajišč in v zunanjosti nehomogeno.

Hitrostno polje vetra v tornadu

Vsako leto urbana območja v različnih predelih sveta prizadenejo močni nevihtni vetrovi v obliki lijakastih zračnih vrtincev. Tak silovito vrteči se stolp zraka, ki se spusti iz nevihtnega oblaka in se dotika tal, imenujemo tornado. Njegov značilni premer je nekaj deset metrov, hitrosti vetrov v njem pa lahko dosegajo tudi več sto kilometrov na uro. Omeniti je treba, da vidni del vrtečega se stolpca zraka zajema le približno devetino celotnega območja vrtenja tornada, vendar hitrost vetra z oddaljenostjo od središča slabi [8]. Uničujoča narava tega sicer impresivnega pojava kakor tudi nepoznavanje

vseh mehanizmov, ki vodijo do njegovega nastanka, sta spodbudila številne raziskave na tem področju. Na področju mehanike tekočin so bili izdelani številni matematični modeli, od katerih si raziskovalci obetajo poglobljen vpogled v nastanek in delovanje tornadov. Tukaj predstavimo preprost statični model, imenovan Burgers-Rottov vrtinec [9], ki opisuje hitrostno polje vetrov v tornadu in predstavlja eksaktne rešitev Navier-Stokesove enačbe. Kljub svoji relativni preprostosti dokaj realno opiše razmere v tornadu. V izvirnem in našem pritejenem brezdimenzijskem zapisu ima naslednjo obliko:

$$\begin{aligned} v'_r &= -\alpha r' \rightarrow v_r = -kr, \\ v'_\varphi &= \frac{\Gamma}{2\pi r'} \cdot (1 - e^{-\frac{\alpha r'^2}{2\gamma}}) \rightarrow v_\varphi = \frac{1 - e^{-r^2}}{r}, \\ v'_z &= 2\alpha z' \rightarrow v_z = 2kz, \end{aligned} \quad (1)$$

pri čemer so v_r , v_φ in v_z komponente hitrosti v cilindričnem koordinatnem sistemu. Tako se radialna komponenta v_r nanaša na komponento hitrosti v radialni smeri (vlek navznoter), azimutalna komponenta v_φ ima smer tangente na krožnico, komponenta v_z pa ponazorja hitrost v navpični smeri. V izvirni obliki so komponente hitrosti ter radij r in koordinata z seveda zapisani v pravih dimenzijah. Kot je razvidno iz enačb (1), smo renormalizirali radij takole: $\alpha r'^2/2\gamma \rightarrow r^2$, in skladno s tem tudi koordinato z . Hitrostno komponento v_φ smo renormalizirali takole: $2\pi v'_\varphi/\Gamma \rightarrow v_\varphi$, in skladno s tem tudi drugi dve komponenti. Parameter k je zdaj edini prosti parameter, za vrednost katerega smo izbrali $k = 0.002$. To vrednost smo dobili iz značilnih podatkov za dimenzije in hitrosti tornada iz literature (če k prej izrazimo z dimenzijskimi parametri α , Γ in γ). Račun pokaže, da je največja vrednost azimutalne komponente hitrosti tornada dosežena pri brezdimenzijskem $R_{\text{tor}} = 1.12$, kar lahko razumemo kot premer jedra tornada. Pred barvno ponazoritvijo smeri vетra moramo seveda zapis enačb (1) pretvoriti iz cilindričnih v kartezične koordinate. V četrtri vrstici slike na strani XI je prikazana usmerjenost vetrov do razdalje $r = 25 \approx 22R_{\text{tor}}$. Območje notranjosti tornada je ponazorjeno z belo krožnico (ravnina xy) oziroma z belima črtama (ravnina xz). Vidimo, da se v okolici tornada vetrovi vrtinčijo in da z višino narašča komponenta veta v smeri koordinate z (proti nevihtnim oblakom), radialna komponenta hitrosti pa na velikih višinah postaja vse bolj zanemarljiva.

Polje nematskega direktorja v tekočih kristalih

Tekoči kristali so snovi, ki po eni strani kažejo lastnosti tekočin, po drugi pa je zanje značilna mikroskopska urejenost in optična anizotropija, s katerima

se srečujemo pri trdnih kristalih. Molekule, ki jih sestavljajo, so podolgovate (obstajajo tudi tekoči kristali s ploščatimi molekulami, a teh ne bomo obravnavali). Zaradi velike občutljivosti in odzivnosti na zunanje motnje kakor tudi zaradi zanimivih optičnih lastnosti so tekoči kristali dandanes osnova za delovanje številnih modernih tehnoloških naprav [10]. Optične lastnosti namreč niso odvisne samo od vrste tekočega kristala, ampak tudi od njegove strukture, to je notranje razporeditve leg in smeri molekul. Na primer: pri nematskih tekočih kristalih (NTK), ki jih največ uporabljamo, je najpomembnejša razporeditev smeri podolgovatih molekul. Njihovo usmeritev opišemo z lokalnim direktorjem \vec{n} , ki ponazarja lokalno usmerjenost molekul tekočega kristala v volumenskem elementu. Omejili se bomo na raziskave struktur v omejeni geometriji, na primer med tankimi stenami ali steklenimi kapilarami, kjer prihaja do interakcij med NTK in površino, kar lahko vodi tudi do defektov. Nastale strukture so lahko precej zapletene, zaradi česar je še posebej pomembno, da jih znamo dobro in nazorno prikazati. Na tem mestu bomo prikazali dve različni strukturi NTK, ki je ujet v cilindrično poro [11], in sicer valjno pobeglo radialno strukturo ter valjno radialno zvito strukturo.

Valjna pobegla radialna struktura NTK nastane pri določenih pogojih v cilindrični pori [11]. Le-ta mora biti dovolj ozka, stene pa morajo molekulam ob njih vsiljevati smer, ki je pravokotna na rob. Simetrijsko os valja postavimo na os z , tako da je usmeritev molekul neodvisna od koordinate z . V spodnji vrstici slike na strani XI (prvi in tretji prikaz) je prikazano, kako so v notranjosti molekule poravnane vzporedno s simetrijsko osjo valja, medtem ko so z oddaljevanjem od te osi vedno bolj zasukane in so na robu pravokotne tako na površino kot na simetrijsko os.

Tudi pri valjni radialni zviti strukturi imamo molekule NTK ujete v tanki cevi, katere simetrijska os leži na osi z , tako da je usmerjenost molekul neodvisna od te koordinate. Čeprav so tudi v tem primeru z oddaljevanjem od simetrijske osi molekule vedno bolj zasukane, pa je s slike na strani XI (spodnja vrstica, drugi in četrti prikaz) razvidno, da je sukanje drugačno kot pri valjni pobegli radialni strukturi. Tukaj se molekule sukajo okrog ustreznih radialnih osi (od tod ime strukturi), tako da so ob površju valja vzporedne s površino in ne pravokotne kot pri prejšnjem primeru. Takšno strukturo najlažje dobimo, če uporabimo vijačni NTK, ki ima sam po sebi težnjo po sukanju molekul v določeno smer.

Možnosti nadgradnje prikazov

Poudariti moramo še eno stvar o prikazu smeri polj s paličicami. Opazujmo spet projekcijo lokalnega polja v ravnini xy , kot smo omenili v uvodu. Spomnimo se, da gre pri našem prikazu za enotske vektorje, na primer $\mathbf{n} = \mathbf{E}/E$.

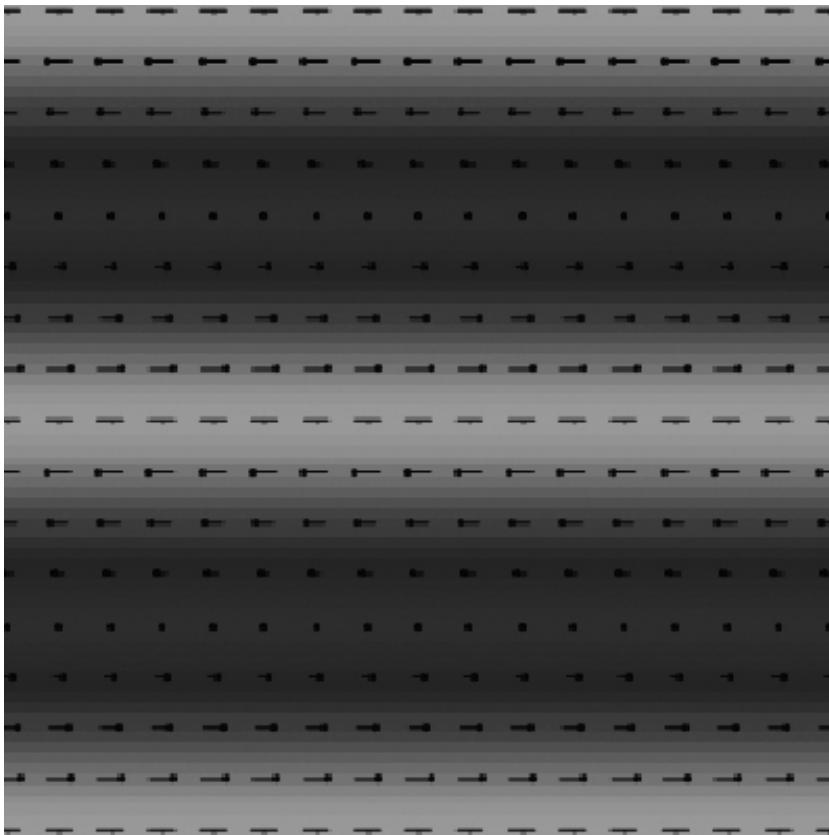
Čeprav v tej projekciji ne „vidimo“ smeri z , pa vseeno lahko sklepamo o komponenti n_z iz dolžin paličic. Krajše paličice v ravnini xy pomenijo večjo komponento n_z ; če se paličica na nekem mestu izrodi v pičico, pomeni to $\mathbf{n} = (0, 0, \pm 1)$, na to nas opozori tudi čista modra barva ozadja. Če bi hoteli poleg smeri vektorjev v prostoru prikazati tudi njihove velikosti, bi si morali pomagati drugače, ne z dolžino paličic (morda z njihovo debelino, česar še nismo poskusili).

Še vedno pa obstaja neka nedoločenost glede smeri polja, najsni ga prikažemo s paličicami (pa naj imajo te usmerjevalno puščico na enem koncu ali ne) ali z RGB ozadjem ali kombinirano. Za razlago problema vzemimo preprost primer v projekciji v ravnini xy , ko lokalno polje nima komponente n_y , torej je paličica vzporedna z osjo x . Recimo, da iz njene dolžine sklepamo, da sta komponenti n_x in n_z enako veliki, torej nam iz normalizacije vektorja ostanejo le štiri možnosti: $\mathbf{n} = (\pm 1/2^{1/2}, 0, \pm 1/2^{1/2})$. Za popolnejšo informacijo vzemimo še, da je paličica usmerjena s puščico na desni strani, kar pomeni, da je komponenta n_x zagotovo pozitivna. Še vedno pa ne moremo poznati predznaka komponente n_z . Ne vemo, ali štrli desni (opuščičeni) konec paličke nad ravnino xy ali pod njo. Gre za dve različni smeri lokalnega vektorja, to pa je precej slabše, kot če bi nam bilo neznano samo to, ali kaže vektor v eno smer ali vzporedno nasprotno smer. V nekaterih simetričnih strukturah nas delno pomanjkanje informacije o smeri polja ne moti, posebno če se nam smer popolnoma razkrije v drugih projekcijskih ravninah, na primer ravnini xz . Pri opisanem gradivu se zato s tem problemom nismo ukvarjali. Lahko pa uporabimo razne preproste trike: npr. na tisti strani paličice, ki gleda nad dano projekcijsko ravnino, dodamo na konec majhno bunkico (pozor: to ni isto, kot če paličici dodamo vektorsko puščico!). Za zgled si oglejmo sliko helične tekočekristalne strukture desnosučnega vijačnega NTK v projekciji xy (slika 1). Sučna os je os y : smer vektorjev se spreminja samo v tej smeri, ni pa odvisna od koordinat x in z . To pomeni, da je v vsaki ravnini, pravokotni na os y , polje homogeno. V katero smer se molekule vrtijo pri sprehajanju v smeri y , je glede na pomen bunkic bralcu takoj jasno in ne potrebuje še projekcije na ravnino xz .

Testiranje v šoli in sklep

Opisana vizualizacija je lahko zanimiva poživitev pouka fizike v srednjih in visokih šolah, uporabili pa bi jo lahko tudi na drugih področjih, kjer bi želeli na relativno preprost način prikazati zapletene tridimenzionalne strukture: v inženirstvu, osnovni in aplikativni znanosti (predvsem na njenih naravoslovnih in tehničnih področjih, pa tudi v zvezi z nekaterimi športnimi dejavnostmi), pri popularizaciji znanosti, itd.

Da bi preverili uporabnost in učinkovitost zamišljenega RGB prikaza



Slika 1. Ponazoritev smeri molekul vijačnega NTK z dodatno uporabo „bunkic“ na paličicah (ravnina xy). Zaradi črno-belega izpisa so smeri ponazorjene s sivinami namesto z barvami: svetlo-siva predstavlja usmerjenost vzdolž osi x , temno-siva vzdolž osi z (pravokotno na ravnino papirja), y komponenta pa na prikazu ni prisotna.

smeri vektorskih polj, smo pripravili tudi ustrezno gradivo z nekaterimi od naštetih fizikalnih sistemov za izvedbo v eni šolski uri in ga testirali pri dijakih (en oddelek maturitetnega četrtega letnika) in študentih fizike. Pri dijakih smo gradivo testirali v okviru projekta *Razvoj naravoslovnih kompetenc* [11–13]. Delež pravilnih odgovorov na različna vprašanja o tekočekristalnih strukturah se je gibal med 30 % in 80 %, študentje pa so bili pri testiranju nekoliko uspešnejši od dijakov v četrtem letniku. Velike so bile tudi razlike v uspešnosti odgovarjanja med posameznimi osebami, kar priča o tem, da so nekateri zelo dobro in hitro ujeli idejo prikaza smeri vektorskih polj z barvnimi kombinacijami, drugim pa v sicer relativno kratkem času to ni uspelo. V neformalnih pogovorih, ki smo jih izvajali po testiranju, so nam

študentje zaupali, da se jim način prikaza z RGB barvnim principom zdi dober, vendar se mora človek nanj navaditi. Bolj oprijemljivih sklepov nam rezultati ne morejo podati, saj je bil vzorec testiranih oseb dokaj skromen, rezultati pa so lahko odvisni tudi od tega, ali je predavatelj dijakom oziroma študentom dajal kake sugestije med predvajanjem PowerPoint prosojnic. Če povzamemo, dijaki in študentje so bili sposobni dokaj hitro usvojiti spremnost vizualizacije prostorskih smeri z barvami. Omenimo še, da je takšen način obarvanja presečnih ravnin še posebej koristen tam, kjer paličke ali puščice same po sebi ne zadostujejo za enoličen prikaz smeri vektorskega polja, kar se dogaja v bolj zapletenih sistemih [11].

LITERATURA

- [1] F. H. Post, J. J. van Wijk, *Visual representation of vector fields: Recent developments and research directions*, Scientific Visualization: Advances and challenges, Academic Press, 1994, Waltham, ZDA.
- [2] A. Sazonovas, S. Orlandi, M. Ricci, C. Zannoni in E. Gorecka, *A computer simulation study of the ordered phases of some mesogenic fullerene derivatives*, Chem. Phys. Lett., 2006, 430, str. 297.
- [3] P. G. De Gennes in J. Prost, *The Physics of Liquid Crystals*, Oxford University Press, 1993, Oxford.
- [4] C. G. Mueller, *Svetloba in vid*, Mladinska knjiga, 1970, Ljubljana.
- [5] V. Grubelnik in M. Marhl, *Kako delujejo barvni monitorji?* Fizika v šoli 12, 2006, str. 10.
- [6] Dodatek k članku [5]: *Kako delujejo barvni monitorji?*; dostopno na: http://www.grubelnik.com/zaznavanje_barv/
- [7] J. Strnad, *Fizika, 2. del*, DMFA – založništvo, 1995, Ljubljana.
- [8] M. Demšar, *Tornado*, 2004, pridobljeno iz svetovnega spleta na; <http://www.kvarkadabra.net/article.php/2004042718192588>
- [9] P. Markowski in Y. Richardson, *Mesoscale Meteorology in Midlatitudes*, John Wiley & Sons Ltd., 2010, Chichester, UK.
- [10] M. Vilfan in I. Muševič, *Tekoči kristali*, DMFA – založništvo, 2002, Ljubljana.
- [11] M. Milfelner, M. Ambrožič, M. Krašna, M. Cvetko, A. Zidanšek in R. Repnik, *Visualization of nematic director field with the RGB color system*, Mol. Cryst. Liq. Cryst., 2012, 553, str. 50.
- [12] Razvoj naravoslovnih kompetenc; pridobljeno 28. 12. 2011 z: <http://kompetence.uni-mb.si/>
- [13] V. Grubelnik (ur.), *Opredelitev naravoslovnih kompetenc (znanstvena monografija projekta RNK)*, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, 2010, Maribor.