PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

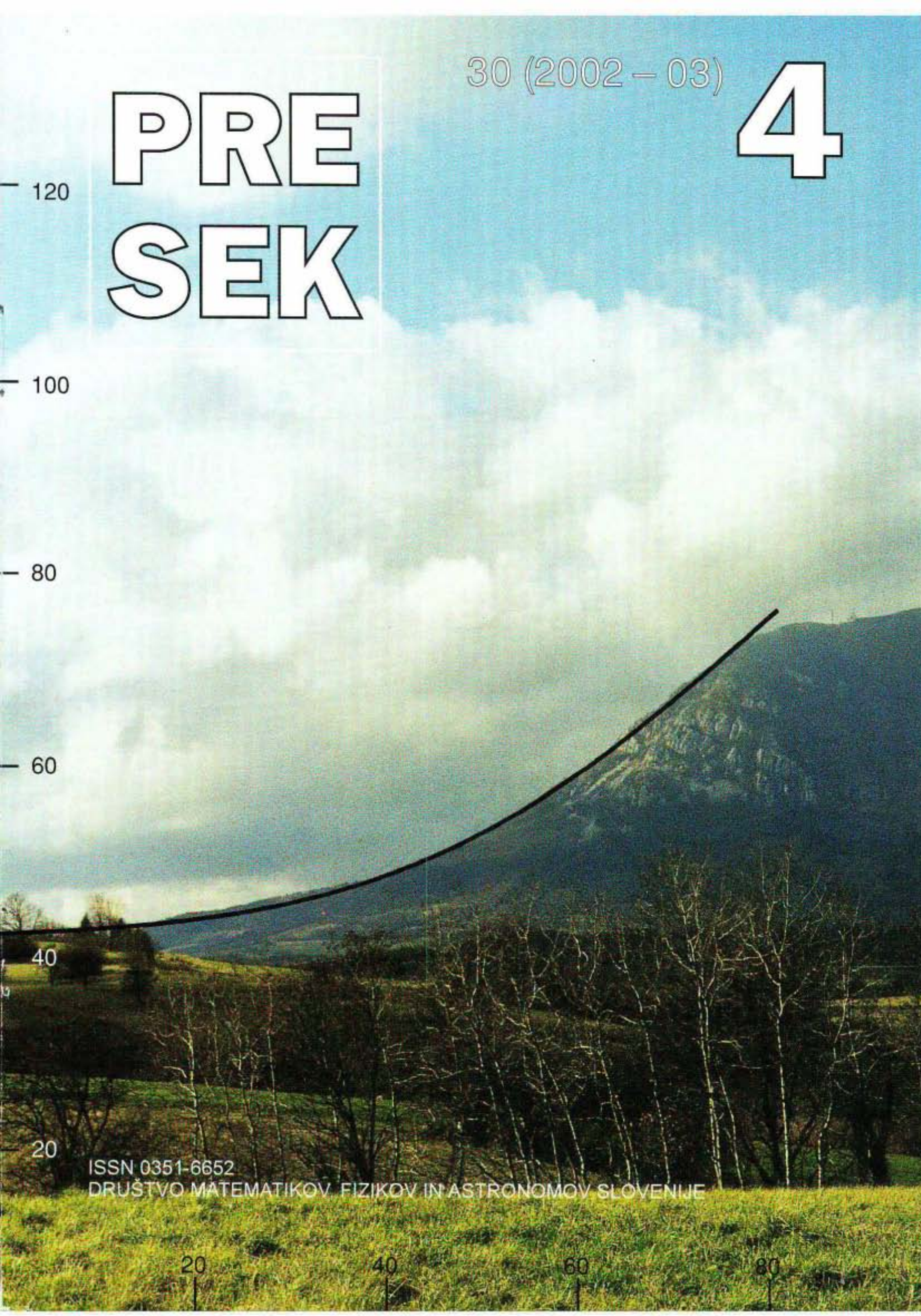
ISSN 0351-6652
Letnik **30** (2002/2003)
Številka 4
Strani 196–199, XIII

Andrej Likar:

POBOČJE NANOSA

Ključne besede: fizika, oblika pobočja, strmina.

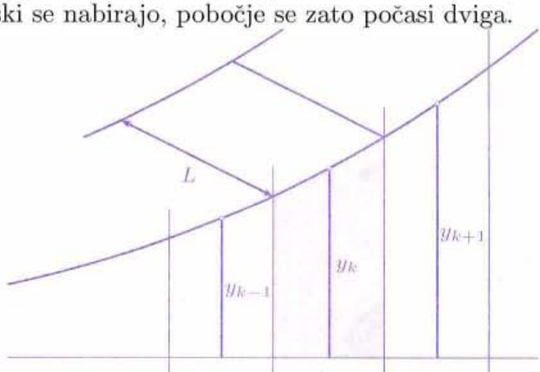
Elektronska verzija: http://www.presek.si/30/1522-Likar.pdf


30 (2002 – 03)
PRESEK
4
120
100
80
60
40
20
ISSN 0351-6652
DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE
20
40
60
80

POBOČJE NANOSA

Ko se peljemo proti morju, se kmalu po Postojni prikaže Nanos. S 1262 metri nadmorske višine je v okolju, kjer ni visokih gora, prav mogočen. Oddajni stolpi na vrhu Pleše ga naredijo še nekoliko višjega. Z vrha se najprej strmo spušča proti Razdrtemu s prepadnimi stenami. Takega prizora smo vajeni pri marsikateri gori. Pozornost pa vzbuja pobočje, ki se parabolično dviga proti stenam in se tu in tam zaključi z melišči. Tako pravilno oblikovanega pobočja pa ne vidimo prav pogosto. Opazimo ga sicer pri ledeniških dolinah, kjer je za njihov značilni prerez v obliki črke U poskrbel ledenik, ki se je nekdaj pomikal v dolino. Pobočja Nanosa pa ni mogel oblikovati ledenik, saj daleč okoli ni nobene visoke gore. Verjetneje je, da je nastalo s počasnim podiranjem gore v obsežno ravan brez večjih ovir, ki bi popačile njegovo obliko. Da je pobočje še vedno živo, se prepričamo ob vzponu na Plešo strmo navzgor. Mejni kamni so zaradi lezenja zgornjih plasti nagnjeni, čeprav so jih postavili navpično. Gibanje pobočja dela preglavice tudi graditeljem avtoceste pod Nanosom. Ali bi znali izračunati obliko pobočja s preprostim modelom, s katerim bi opisali nalaganje in gibanje okruškov?

Usodi posameznega okruška ne moremo slediti. Lahko pa privzamemo, da se v povprečju gibljejo v dolino tem hitreje, čim večja je strmina pobočja. Seveda je to gibanje izredno počasno, saj se pobočje zaznavno spremeni šele v stoletjih. Opazujmo del pobočja z debelino Δx in dolžino L (slika 1). Zanemarili bomo, da se pobočje krivi tudi v vodoravni smeri. Na strani, ki je bliže vrhu, je bolj strmo kot na drugem koncu. V ta del pobočja se torej v danem času Δt privali več okruškov, kot se z njega odvali. Okruški se nabirajo, pobočje se zato počasi dviga.

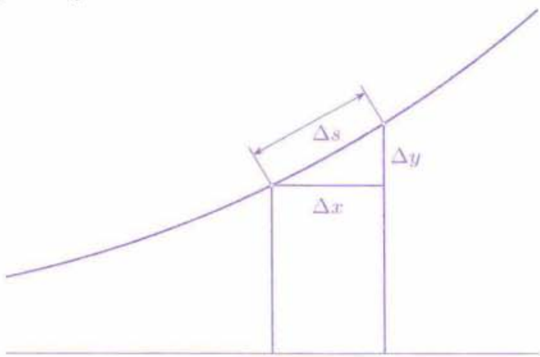


Slika 1. Pobočje v mislih razrežemo na rezine z debelino Δx in dolžino L. Vsako rezino označimo z različnimi oznakami k, ki tečejo od 1 do 100.

Ker bomo računali, moramo ustrezno opredeliti strmino pobočja. Kot merilo za strmino ceste vpeljejo razmerje med vzponom Δy in dolžino poti Δs, ki jo opravimo za ta vzpon. Če se na primer pot pri prehojenih 100m dvigne za 10m, je njena strmina $y' = \frac{10m}{100m} = 0,1 = 10\%$. Nekoliko laže bomo računali, če namesto Δs zapišemo kar Δx (slika 2):

$$y' = \frac{\Delta y}{\Delta x}\,.$$

Pri strminah, s katerimi imamo tu opravka, se Δs in Δx skoraj ne razlikujeta. Ker se strmina spreminja z oddaljenostjo od vrha gore, Δy in Δx ne smeta biti prevelika. V našem primeru pa lahko Δx meri tudi nekaj deset metrov, saj se pobočje razteza nekaj sto metrov od gore, strmina pa se le počasi spreminja.



Slika 2. Strmino krivulje opredelimo kot kvocient med dvigom Δy in vodoravno projekcijo poti Δx.

Maso Δm prispelih okruškov bomo povezali s časom Δt in strmino pobočja y' takole:

$$\Delta m = Ky'\Delta tL\,.$$

Faktor K je odvisen od narave okruškov in vremenskih vplivov. Privzeli bomo, da se s časom ne spreminja. Razmerje med Δm in Δt imenujemo tudi masni tok Φ:

$$\Phi = \frac{\Delta m}{\Delta t} = KLy'\,.$$

Privzeli smo torej, da je masni tok skozi dani prerez pobočja sorazmeren z njegovo strmino.

Sedaj lahko zapišemo enačbo, ki povezuje strmini na levem in desnem robu izbranega dela pobočja in spremembo njegove višine. Masa okruškov, ki se v času Δt privali, je $\Phi_2 \Delta t$, odvali pa se jih $\Phi_1 \Delta t$. Pobočje se zviša za $\delta y = y(t+\Delta t) - y(t)$, njegova prostornina torej za $\delta V = \delta y \Delta x L$, masa pa za $\Delta m = \delta V \varrho$. Gostota pobočja ϱ naj bo neodvisna od časa in strmine. Velja torej

$$\Phi_2 \Delta t - \Phi_1 \Delta t = \varrho \delta y \Delta x L \,.$$

Ko izpišemo izraza za Φ_1 in Φ_2, dobimo

$$y_2' - y_1' = \frac{\varrho}{K} \Delta x \frac{\delta y}{\Delta t} \,.$$

Slednja enačba bo pripravna za računanje, ko bomo izrazili obe strmini z višino opazovanega dela pobočja y_k in višinama sosednjih delov y_{k-1} in y_{k+1}. Strmina y_2' je torej

$$y_2' = \frac{y_{k+1} - y_k}{\Delta x} \,,$$

strmina y_1' pa

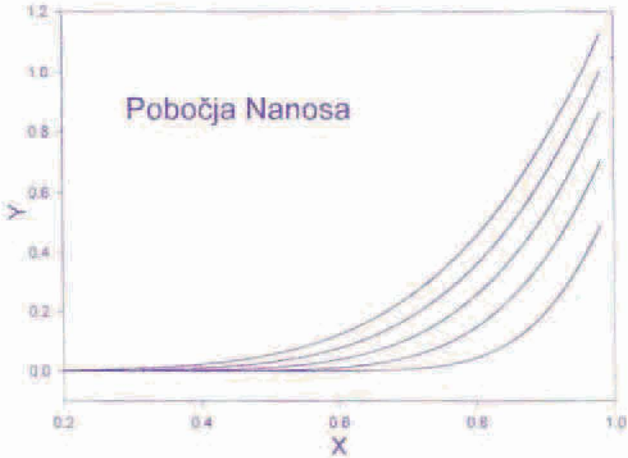
$$y_1' = \frac{y_k - y_{k-1}}{\Delta x} \,.$$

Dobimo

$$y_{k+1} - 2y_k + y_{k-1} = \frac{\varrho (\Delta x)^2}{K \Delta t} (\delta y)_k \,.$$

Enačba velja ne glede na to, kateri del pobočja smo izbrali. Pobočje v mislih razrežemo na 100 rezin z debelino Δx. Obliko pobočja tako predstavljajo višine y_k, kjer tečejo oznake k od 1 do 100.

Enačba torej povezuje trenutno obliko pobočja, ki jo predstavljajo vrednosti y_k, z njegovo spremembo $(\delta y)_k$. Konstante K sicer ne poznamo, lahko pa izberemo Δt tako, da bo ulomek na desni enak $\frac{1}{6}$, ki je pri reševanju enačbe najprimernejši. Začnemo s povsem navpično goro. Pobočja torej še ni. Vsi y_k so tedaj enaki nič, le pri zadnjih dveh upoštevamo, da padajo okruški s stene s konstantnim masnim tokom. Ker velja $\Phi_{100} = KL(y_{100} - y_{99})/\Delta x$, z izbiro Φ_{100} postavimo y_{100} na primerno vrednost η. Pri naslednjih korakih izračunamo nove vrednosti y_k za k od 1 do 99, zadnjega y_{100} pa spet povežemo z vrednostjo y_{99} kot $y_{100} = y_{99} + \eta$.



Slika 3. Oblike pobočja Nanosa v različnih enakomernih časovnih presledkih. Najvišje pobočje ustreza sedanjemu stanju. Ker koeficienta K ne poznamo, ne moremo opredeliti časov, ki ustrezajo ostalim oblikam.

Slika 3 kaže razvoj pobočja v enakih časovnih obdobjih do sedanje oblike. Točke (x_k, y_k) v grafu smo povezali z gladkimi krivuljami. Ob pogledu na fotografijo Nanosa iz postojnske smeri na naslovnici smo z našim modelom še kar zadovoljni.

Andrej Likar