Odklon proti vzhodu

Janez Strnad

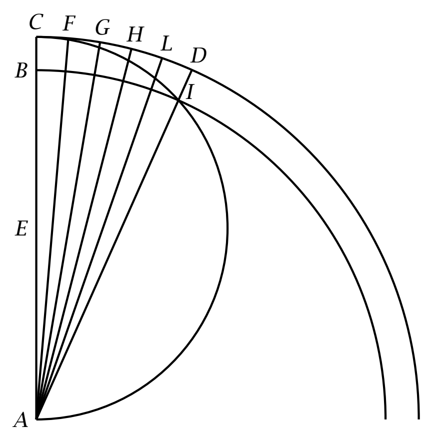
Aristotel je nasprotoval zamisli o vrtenju Zemlje, češ, da bi to ptice, oblake in druga telesa v zraku z veliko hitrostjo odpihnilo proti zahodu. Galileo Galilei je menil drugače. Izkušnje pri opazovanju kotaljenja kroglic po klancu in vodoravnega meta so ga prepričale, da se telesa v ozračju gibljejo skupaj z vrtečo se Zemljo. V *Dialogu o dveh največjih svetovnih sestavih* je leta 1632 razvil misel, da se točka na vrhu stolpa zaradi vrtenja Zemlje giblje hitreje kot točka ob vznožju ter opisal gibanje telesa med padanjem s stolpa (slika 1). O tem je pisal Galileijev življenjepisec Vincenzo Viviani leta 1661. Giovanni Borelli, ki je bil enako kot Galilei član Akademije risov v Firencah, je leta 1668 pojav podrobneje preučil. Kamen, ki ga spustimo s stolpa, naj bi obdržal nekaj hitrejšega gibanja in padel na tla proti vzhodu od vznožja stolpa. Za odklon pri padcu z 71 metrov visokega stolpa Torre degli Asinelli v Bologni, s katerega so opazovali padajoče krogle, je napovedal odklon dva centimetra. Opozoril pa je, da bi bilo odklon zaradi motenj v ozračju težavno izmeriti. Nekateri Borellijevi izsledki pozneje niso obveljali, a smer in velikostna stopnja napovedanega odklona sta bili pravi.

O poskusu je razmišljal tudi Isaac Newton. Leta 1791 je poskus v Bologni izvedel Giovanni Battista Guglielmini. Ponoči je s stolpa po vrsti spustil 16 krogel in izmeril odklon. Pozneje so se pokazale nepravilnosti pri določitvi navpičnice. Leta 1802 je fizik in geodet Johann Fiedrich Benzenberg meril odklon pri padanju s 76,3 metra visokega cerkvenega stolpa v Hamburgu. Nameril je odklon proti vzhodu, in sicer devet milimetrov. O tem je razpravljal s Carlom Friedrichom Gaussom, ki je leta 1803 za odklon izpeljal enačbo

$$x = \tfrac{1}{3}\omega\sqrt{8z^3/g}\cos\varphi, \qquad (1)$$

ω je kotna hitrost, s katero se vrti Zemlja, φ zemljepisna širina, z višina, za katero pade kamen, in g pospešek prostega padanja. Zemlja se v enem zvezdnem dnevu, t. j. 23 urah 56 minutah in 4 sekundah, glede na zvezde, zavrti za polni kot, tako da je $\omega = 2\pi/T = 7{,}29\cdot10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$. Istega leta je enačbo neodvisno od Gaussa izpeljal Pierre Simon de Laplace. Enačba za Hamburg pri zemljepisni širini 53,57° napove odklon 8,7 milimetra.

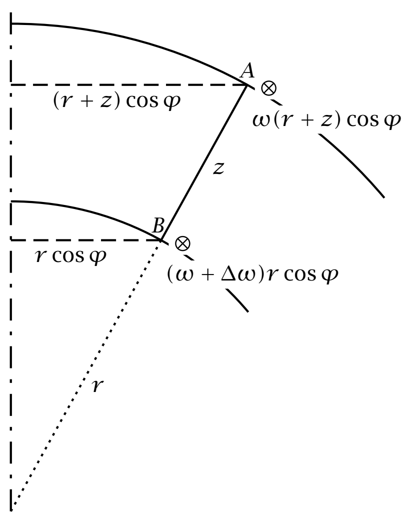
Pojav je pritegnil pozornost številnih fizikov, ki jih vseh na tem mestu ne utegnemo omeniti. Merjenja so bila težavna in nekateri rezultati so si nasprotovali. Visoke stavbe tudi nihajo in so izpostavljene vetru, zato se je zdelo bolje meriti v rudniških jaških. Tako je Ferdinand Reich leta 1832 meril v 158,5 metra globokem jašku rudnika v Freibergu na Saškem. Pri 106 poskusih je dobil za povprečni odklon proti vzhodu 2,8 centimetra. Enačba (1) je za Freiberg s širino 50,91° dala 2,76 centimetra. Odmiki od povprečja pri posameznih merjenjih pa so bili veliki. Nekaj krogel se je celo odklonilo proti zahodu.



SLIKA 1.
Risba iz Galileijevega *Dialoga* kaže padanje kamna na vrteči se Zemlji v ravnini vzporednika. Lok CD ustreza gibanju vrha stolpa, lok BI gibanju njegovega vznožja, lok CI s središčem v E na polovici polmera CA pa tirnici kamna. Kot CEI v vrhu E je dvakrat večji kot kot CAD ob vrhu A in polmer CD je dvakrat večji kot polmer CE. Zato je pot vrha stolpa enaka poti kamna.

W. W. Rundell je leta 1848 meril odklon v rudniku na Cornwallu. Njegova merjenja niso zbujala zaupanja, zbudila pa so pozornost, ker je ugotovil tudi odklon proti jugu. Zadevi je poskusil priti do dna Edwin H. Hall, znan po Hallovem pojavu v magnetnem polju. Na harvardski univerzi so s tem namenom zgradili 23 metrov visok stolp, na katerem so pozneje izmerili spremembo frekvence elektromagnetnega valovanja zaradi gravitacije. Hall je rezultate objavil v članku leta 1903. Uporabil je 948 slonokoščenih kroglic in dobil za odklon proti vzhodu 1,49 milimetra in za odklon proti jugu 0,045 milimetra. Enačba (1) je dala za Harvard s širino 42,42° za odklon proti vzhodu 1,79 milimetra, medtem ko je bil odklon proti jugu v okviru napak pri merjenju. Pozneje so za merjenje odklona uporabili tudi Attwoodov škripec, pri katerem sta telesi povezani preko škripca in je pospešek odvisen od razlike njunih mas. Pri opazovanjih padanja z manjšim pospeškom pa natančnosti pri merjenju niso izboljšali.

Enačba (1) je približek, ki je po splošnem mnenju sprejemljiv, čeprav se posamezni izmerki med seboj precej razlikujejo. Odklon proti jugu, ki je v enako zanesljivem približku enak nič, pa je sporen. Znanstveniki opozarjajo, da je treba računati z motnjami v ozračju, da gravitacijskega polja Zemlje ne poznamo natančno, da je treba upoštevati krajevni težni pospešek – tu smo računali z 9,81 m/s^2, da Zemlja ni krogla in ter da utegnejo biti pomembne tudi krajevne posebnosti gravitacijskega polja. Boljši približki so dokaj zapleteni. O odklonu še danes izhajajo članki v znanstvenih revijah.



SLIKA 2.
V poldnevniški ravnini ob času $t = 0$ spustimo telo v točki A. Telo v času t pade za z do točke B. V točki A ima telo hitrost $\omega(r+z)\cos\varphi$ proti vzhodu, t. j. v ravnino papirja, v točki B pa hitrost $(\omega+\Delta\omega)r\cos\varphi$. V točki B je dodatna hitrost, t. j. hitrost glede na površje Zemlje, enaka $\Delta\omega r\cos\varphi$. Višina z je narisana pretirano.

Izpeljimo enačbo (1). Računamo, da se ohrani vrtilna količina, ki jo dobimo, ko vztrajnostni moment telesa pri kroženju okoli osi pomnožimo s kotno hitrostjo kroženja. Telo z maso m v trenutku $t = 0$ spustimo iz točke A v razdalji $r+z$ od središča Zemlje (slika 2). V začetnem trenutku kroži po krogu s polmerom $(r+z)\cos\varphi$ s hitrostjo $\omega(r+z)\cos\varphi$. Pri tem je ω kotna hitrost Zemlje. Tedaj je njegov vztrajnostni moment $m((r+z)\cos\varphi)^2$ in vrtilna količina $m\omega((r+z)\cos\varphi)^2$. Vrtilna količina se ne spremeni, ko telo po času t pade za višino z in doseže točko B. Tedaj kroži po krogu z manjšim polmerom $r\cos\varphi$ z večjo kotno hitrostjo $\omega+\Delta\omega$. Vztrajnostni moment je $m(r\cos\varphi)^2$ in vrtilna količina $m(\omega+\Delta\omega)(r\cos\varphi)^2$. Zaradi ohranitve vrtilne količine se kotna hitrost poveča za $\Delta\omega$. Povečanje izračunamo tako, da izenačimo vrtilno količino v točki A z vrtilno količino v točki B

- $m\omega((r+z)\cos\varphi)^2 = m(\omega+\Delta\omega)(r\cos\varphi)^2.$

Na levi strani kvadriramo in nato pokrajšamo, kar se da:

- $\Delta\omega = 2z\omega/r.$

Člen z z^2 smo zanemarili, ker je višina z zelo majhna v primerjavi z razdaljo od središča Zemlje r, ki je približno enaka polmeru Zemlje.

Glede na površje Zemlje se telo v smeri vrtenja, t. j. proti vzhodu, giblje s hitrostjo

- $dx/dt = r\Delta\omega\cos\varphi = 2\omega z\cos\varphi = \omega g t^2\cos\varphi.$

Višino smo izrazili s časom padanja: $z = \frac{1}{2}gt^2$. Integriramo po času od 0 do t in dobimo za odklon proti vzhodu:

- $$x = \int_0^t \omega g t^2\cos\varphi\cdot dt = \frac{1}{3}\omega g t^3\cos\varphi = \frac{1}{3}\omega\sqrt{8z^3/g}\cos\varphi. \quad (1)$$

Čas smo izrazili z višino.

× × ×