

Saturated 2-plane drawings with few edges

János Barát * 

*Department of Mathematics, University of Pannonia and
Alfréd Rényi Institute of Mathematics, Budapest, Hungary*

Géza Tóth † 

Alfréd Rényi Institute of Mathematics, Budapest, Hungary

Received 12 January 2022, accepted 24 May 2023, published online 18 August 2023

Abstract

A drawing of a graph is k -plane if every edge contains at most k crossings. A k -plane drawing is saturated if we cannot add any edge so that the drawing remains k -plane. It is well-known that saturated 0-plane drawings, that is, maximal plane graphs, of n vertices have exactly $3n-6$ edges. For $k > 0$, the number of edges of saturated n -vertex k -plane graphs can take many different values. In this note, we establish some bounds on the minimum number of edges of saturated 2-plane graphs under various conditions.

Keywords: Saturated drawing, 2-planar, graphs, discharging.

Math. Subj. Class. (2020): 05C10, 05C35

*Corresponding author. Supported by NKFIH grant K-131529 and ERC Advanced Grant “GeoScape” No. 882971.

†Supported by NKFIH grant K-131529 and ERC Advanced Grant “GeoScape” No. 882971.

E-mail addresses: barat@mik.uni-pannon.hu (János Barát), toth.geza@renyi.mta.hu (Géza Tóth)

Nasičene 2-ravninske risbe z malo povezavami

János Barát * 

*Department of Mathematics, University of Pannonia and
Alfréd Rényi Institute of Mathematics, Budapest, Hungary*

Géza Tóth † 

Alfréd Rényi Institute of Mathematics, Budapest, Hungary

Prejeto 12. januarja 2022, sprejeto 24. maja 2023, objavljeno na spletu 18. avgusta 2023

Povzetek

Risba grafa je k -ravninska, če vsaka povezava vsebuje največ k presečišč. k -ravninska risba je nasičena, če ne moremo dodati nobene povezave, tako da bi risba ostala k -ravninska. Dobro znano je, da imajo nasičene 0-ravninske risbe – maksimalni ravninski grafi na n vozliščih – natančno $3n-6$ povezav. Za $k > 0$ lahko število povezav nasičenih n -vozliščnih k -ravninskih grafov zavzame mnogo različnih vrednosti. V tem prispevku določimo nekatere meje minimalnega števila povezav nasičenih 2-ravninskih grafov pri različnih pogojih.

Ključne besede: Nasičena risba, 2-ravninski, grafi, praznjenje.

Math. Subj. Class. (2020): 05C10, 05C35

*Kontakti avtor. Podprt z NKFIH dotacijo K-131529 in s sredstvi ERC Advanced Grant "GeoScape" št. 882971.

†Podprt s strani NKFIH dotacijo K-131529 in s sredstvi ERC Advanced Grant "GeoScape" št. 882971.

E-poštna naslova: barat@mik.uni-pannon.hu (János Barát), toth.geza@renyi.mta.hu (Géza Tóth)