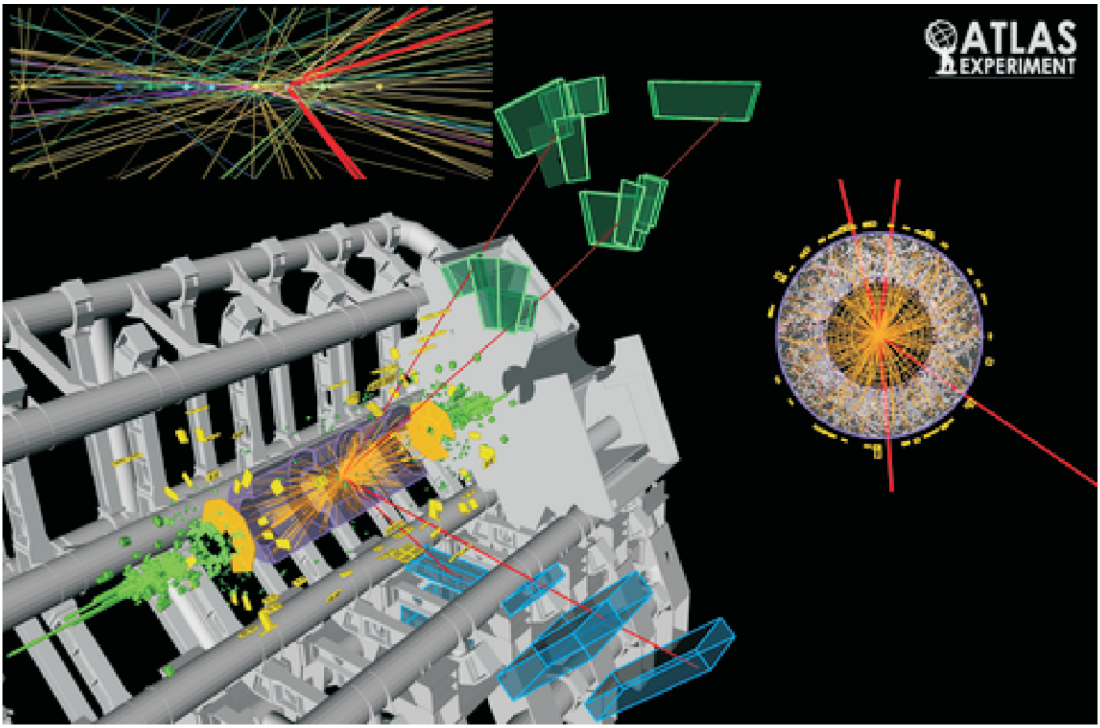
IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

ISSN 0473-7466

2014
Letnik 61
5

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Ljubljana, SEPTEMBER 2014, letnik 61, številka 5, strani 161–200

Naslov uredništva: DMFA–založništvo, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana **Telefon:** (01) 4766 553, 4232 460 **Telefaks:** (01) 4232 460, 2517 281 **Elektronska pošta:** `zaloznistvo@dmfa.si` **Internet:** `http://www.obzornik.si/` **Transakcijski račun:** 03100–1000018787 **Mednarodna nakazila:** SKB banka d.d., Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana **SWIFT (BIC):** SKBASI2X **IBAN:** SI56 0310 0100 0018 787

Jezikovno pregledal Janez Juvan.
Računalniško stavila in oblikovala Tadeja Šekoranja.
Natisnila tiskarna COLLEGIUM GRAPHICUM v nakladi 1250 izvodov.

Člani društva prejemajo Obzornik brezplačno. Celoletna članarina znaša 24 EUR, za druge družinske člane in študente pa 12 EUR. Naročnina za ustanove je 35 EUR, za tujino 40 EUR. Posamezna številka za člane stane 3,19 EUR, stare številke 1,99 EUR.

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

Revija izhaja praviloma vsak drugi mesec. Sofinancira jo Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije iz sredstev državnega proračuna iz naslova razpisa za sofinanciranje domačih znanstvenih periodičnih publikacij.

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM OBZORNIKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Revija Obzornik za matematiko in fiziko objavlja izvirne znanstvene in strokovne članke iz matematike, fizike in astronomije, včasih tudi kak prevod. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij, poročila o dejavnosti Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije ter vesti o drugih pomembnih dogodkih v okviru omenjenih znanstvenih ved. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, diplomantov iz omenjenih strok.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev), sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo), izvleček v slovenskem jeziku, naslov in izvleček v angleškem jeziku, klasifikacijo (MSC oziroma PACS) in citirano literaturo. Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo tudi ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Prispevki so lahko oddani v računalniški datoteki PDF ali pa natisnjeni enostransko na belem papirju formata A4. Zaželena velikost črk je 12 pt, razmik med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku ali uredniku za matematiko oziroma fiziko na zgoraj napisani naslov uredništva. Vsak članek se praviloma pošlje dvema anonimnima recenzentoma, ki morata predvsem natančno oceniti, kako je obravnavana tema predstavljena, manj pomembna pa je originalnost (in pri matematičnih člankih splošnost) rezultatov. Če je prispevek sprejet v objavo, potem urednik prosi avtorja še za izvorne računalniške datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TEX oziroma LATEX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

PROBLEM UMETNOSTNE GALERIJE

ALEKSANDRA FRANC

Fakulteta za računalništvo in informatiko
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 52B55, 55R05

Predstavimo Kleejev problem umetnostne galerije in Fiskovo elegantno rešitev. Nato si ogledamo številne zanimive izpeljanke in končamo s sorodnim in trenutno še nerešenim problemom vsiljivca.

ART GALLERY PROBLEM

Klee's art gallery problem and Fisk's elegant solution are presented. We then explore several variations on the original problem and conclude with a somewhat related and currently unsolved Evasion Problem.

Uvod

Probleme, ki si jih bomo ogledali, bi lahko motivirali s pripovedko o ravbarjih, ki želijo s plenom pobegniti na varno, in žandarjih, ki jih želijo pri tem ujeti. Mi se bomo seveda postavili na stran pravice, ampak da ne bo vse skupaj preveč suhoparno, bomo raje ostali zvesti zgodovinskim formulacijam, tako da bodo žandarje enkrat zamenjali pazniki, drugič pa vitezi ali senzorji. Le nepridipravi bodo ostali nepridipravi, in v zadnjem primeru bomo za trenutek sami prestopili na temno stran.

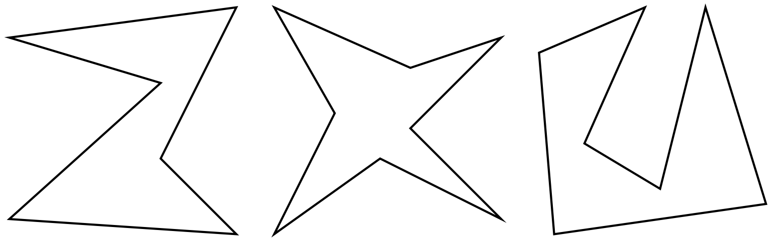
Najprej si oglejmo problem, ki se je znašel v naslovu tega članka in ki je bil tudi zgodovinsko prvi.

Denimo, da moramo v prostore na sliki 1 namestiti paznike tako, da bodo lahko nadzorovali prav vsako točko. Pazniki vidijo 360° okoli sebe (lahko se vrtijo na mestu), ne morejo pa videti skozi zidove, prav tako pa se ne smejo sprehajati naokrog. Vsak paznik nas nekaj stane, zato jih seveda želimo najeti čim manj.

Hitro opazimo, da lahko drugi prostor nadzorujemo z enim samim spretno postavljenim paznikom, medtem ko sta za vsakega od preostalih dveh prostorov potrebna po dva. Kaj pa, če so tlorisi prostorov, ki jih želimo nadzorovati, še bolj zapleteni?

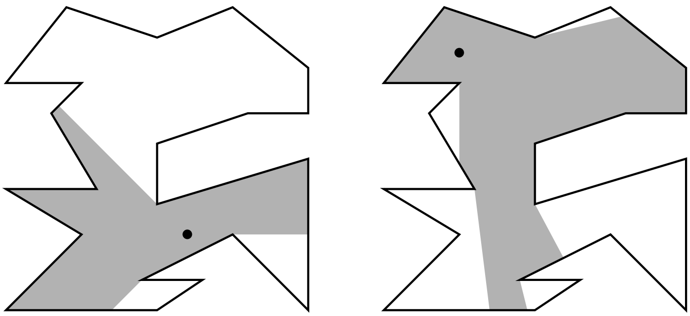
Naslednji problem je avgusta leta 1973 na konferenci v Stanfordu zastavil ameriški matematik Victor Klee [7]:

Problem 1. *Tloris umetnostne galerije ima obliko (ravninskega) mnogokotnika z n oglišči. Najmanj koliko paznikov potrebujemo, da bo vsako točko v galeriji nadziral vsaj eden?*



Slika 1. Kam naj postavimo paznike, če želimo nadzorovati ves prostor, pri tem pa uporabiti čim manj paznikov?

V osnovni različici problema pazniki ves čas stojijo vsak na svojem mestu in vidijo 360° okoli sebe. Na sliki 2 sta dva primera postavitve, pri čemer smo vsakič osenčili območje, ki ga paznik nadzira.



Slika 2. Kaj vidi paznik?

Za začetek predpostavimo še, da galerija nima notranjih dvorišč. Tedaj je mnogokotnik, ki predstavlja tloris galerije, enostavno povezan, tj. brez lukenj. V splošnem bo odgovor močno odvisen od geometrije tlorisa, ampak problem nas sprašuje po zgornji meji za število paznikov, ki bodo zagotovo lahko nadzirali vso galerijo. Želimo torej univerzalni odgovor, ki bo odvisen le od števila oglišč. Seveda bo včasih, ko bo geometrija prostora dovolj lepa, dovolj že manj paznikov.

Naloga 1. Na sliki 1 označi, kam moramo postaviti paznike.

Naloga 2. Nariši tloris galerije, ki ima 8 oglišč, pa jo vseeno lahko nadzorujemo z enim samim paznikom. Nato nariši še tloris galerije z 8 oglišči, za katero nujno potrebujemo vsaj dva paznika.

Problem umetnostne galerije

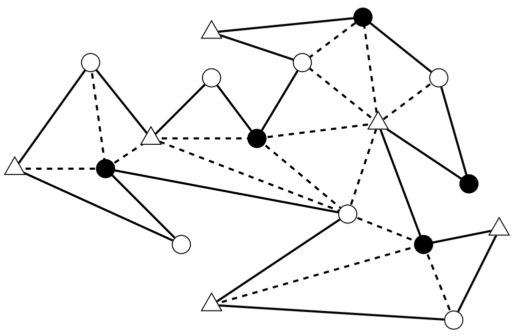
Zadostno število paznikov dobimo tako, da število oglišč delimo s 3 in rezultat zaokrožimo navzdol:

Izrek 1 (Problem umetnostne galerije). *Za nadzor mnogokotnika z n oglišči brez lukenj vedno zadošča $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ paznikov.*

Zgornjo trditev je prvi dokazal Vašek Chvátal [2] leta 1975, leta 1978 pa je Steve Fisk [5] našel krajši in nadvse eleganten dokaz, ki si ga bomo ogledali tudi mi.

Dokaz. Mnogokotnik najprej trianguliramo (da triangulacija obstaja, lahko pokažemo z indukcijo na število oglišč), nato pa njegovih n oglišč pobarvamo s tremi barvami (recimo rdečo, modro in zeleno) tako, da ima vsak trikotnik natanko eno oglišče vsake barve. Če želimo dokazati, da tako barvanje obstaja pri $n \geq 4$, se moramo najprej prepričati, da vsaj eden od trikotnikov v triangulaciji, označimo ga s T, vsebuje tri zaporedna oglišča mnogokotnika (in torej natanko dve stranici mnogokotnika in eno diagonalo). To ni čisto trivialno (glej [4, Corollary 1.9]). Nato lahko spet uporabimo indukcijo na število oglišč, da konstruiramo iskano barvanje. Če namreč izvzamemo tisto oglišče trikotnika T, ki pripada stranicama, potem lahko preostala oglišča po indukcijski predpostavki pobarvamo s tremi barvami. Ker je to oglišče povezano le z dvema sosednjima ogliščema, ga gotovo lahko pobarvamo s tretjo barvo (sosednji oglišči sta različnih barv, ker sta povezani z diagonalo).

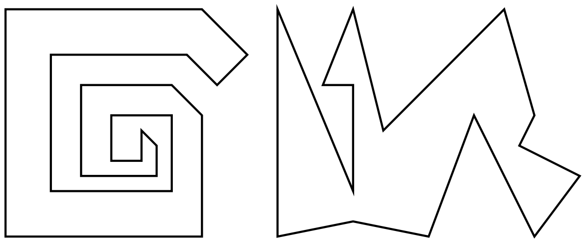
Po Dirichletovem principu zagotovo obstaja barva, ki ne more biti na več kot $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ ogliščih. Recimo, da smo pri barvanju najmanjkrat uporabili rdečo. Ni težko videti, da tedaj zadošča postaviti stražarje v rdeča oglišča, pa bodo imeli pod nadzorom vso galerijo. Vsak trikotnik ima namreč vsaj eno rdeče oglišče in iz tega oglišča zagotovo vidimo ves trikotnik. ∎



Slika 3. Fiskova rešitev: Paznike postavimo v oglišča, ki so pobarvana z najmanj pogosto barvo.

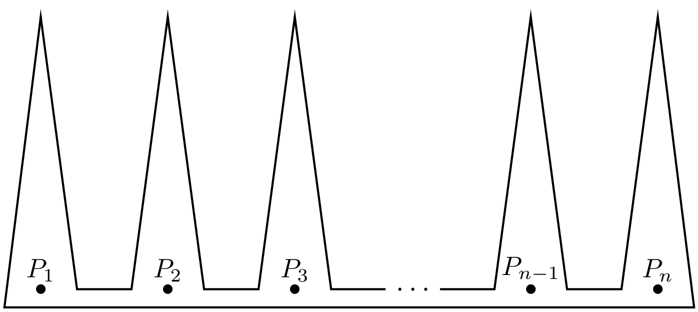
Ne smemo pozabiti, da je to samo zgornja meja in bo marsikdaj zadoščalo že manj paznikov. Na posameznih primerih lahko z nekaj spretnosti določimo minimalno število paznikov, ki jih potrebujemo za nadzor celotnega mnogokotnika, in v nadaljevanju si bomo ogledali nekaj takih primerov. Omenimo še, da so algoritmi, ki bi določili minimalno število paznikov za dani mnogokotnik, računsko zahtevni. Natančneje: Problem, ki za dani mnogokotnik M in dano število k odloči, ali k paznikov zadošča za nadzor M, sodi med NP-težke probleme. Če bi našli algoritem, ki bi ta problem rešil v polinomskem času, bi s tem pokazali, da je P = NP in si prislužili milijon dolarjev [3].

Naloga 3. Za prostora na sliki 4 poišči kakšno minimalno razporeditev paznikov.



Slika 4. Poišči postavitev z minimalnim številom paznikov.

Relativno enostavno pa se lahko prepričamo, da je zgornja meja iz izreka 1 v splošnem res najboljša možna. Na sliki 5 je primer poligona s $3n$ oglišči, za katerega potrebujemo natanko $\left\lfloor \frac{3n}{3} \right\rfloor = n$ paznikov.



Slika 5. Primer mnogokotnika, za katerega je zgornja meja dosežena.

Seveda so v resničnem življenju prostori redko taki kot v tem ekstremnem primeru. Stene se običajno stikajo pravokotno. Če se omejimo na n-kotnike, v katerih so vsi koti enaki 90° ali 270°, se izkaže, da vedno zadošča manj paznikov kot v posplošenem primeru. Naslednji izrek so dokazali Jeff Kahn, Maria Klawe in Daniel Kleitman [8] leta 1980.

Izrek 2 (Problem ortogonalne galerije). *Za nadzor mnogokotnika z n ogliščí, v katerem se nosilke zaporednih stranic sekajo pod pravim kotom, vedno zadošča $\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor$ paznikov.*

Kaj pa, če paznikom dovolimo, da se sprehajajo naokrog? Denimo, da se lahko vsak od njih premika po enem od robov n-kotnika in ima pod nadzorom vse točke, ki jih lahko vidi z vsaj ene točke na tem robu. Jasno je, da bomo v tem primeru za popoln nadzor potrebovali manj paznikov, vendar natančna zgornja meja ni znana. Godfried Toussaint je postavil domnevo, da za velike n za nadzor poljubnega n-kotnika zadošča $\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor$ paznikov (glej [4], str. 18, ali [9], 3. poglavje).

Naloga 4. Koliko potujočih paznikov bi potrebovali za nadzor galerije s slike 5?

Ker pa smo se paznikov že malo naveličali, jih lahko zamenjamo z modernimi svetlobnimi ploščami, ki celotno steno spremenijo v vir svetlobe, in se vprašamo, najmanj koliko takih plošč potrebujemo, da bomo lahko osvetlili celotno galerijo.

Domneva 1 (Toussaint). *Za osvetlitev galerije potrebujemo $\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor$ svetlobnih sten.*

Kaj pa, če stene galerije prekrijemo z ogledali? Ni znano, ali takrat zadošča že en sam točkast vir svetlobe (upoštevamo, da velja odbojni zakon).

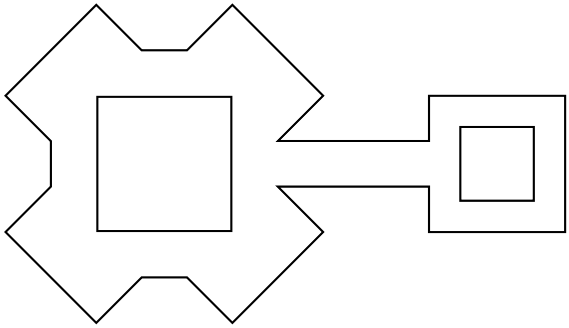
Naloga 5. Premislimo, kaj se zgodi, če ima galerija notranja dvorišča, ki imajo prav tako kot galerija obliko mnogokotnika. Poišči zgornjo mejo za število paznikov, ki lahko nadzorujejo galerijo z n oglišči in h luknjami, če veš, da za triangulacijo take galerije potrebujemo $n + 2h - 2$ trikotnikov.

Naloga 6. Koliko vitezov potrebujemo, da bodo nadzorovali prav vsako točko grajskega obzidja, prikazanega na sliki 6 (ne pa nujno tudi grajskih dvorišč)? Koliko lokostrelcev moramo razporediti po zunanjem robu obzidja, da bodo nadzorovali vso okolico gradu (zunaj obzidja)? Koliko lokostrelcev pa potrebujemo, če želimo, da nadzorujejo tudi notranji dvorišči?

Prejšnja naloga nas je pripeljala do sorodnega problema, kjer želimo namesto notranjosti nadzorovati zunanjost n-kotnika. V tem primeru poznamo natančno zgornjo mejo tudi pri nestacionarnih paznikih.

Problem trdnjave

Problem trdnjave sta neodvisno drug od drugega zastavila Derick Wood in Joseph Malkelvitch. Zanima nas, koliko stražarjev potrebujemo, da bodo nadzorovali zunanjost n-kotnika. O'Rourke in Wood sta leta 1983 pokazala,



Slika 6. Koliko vitezov potrebujemo, da bodo nadzorovali vsako točko grajskega obzidja? Koliko lokostrelcev, da bodo nadzorovali vso okolico gradu?

da vedno zadošča $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ paznikov in da včasih manj paznikov ni dovolj (glej [9], 6. poglavje). Yiu in Choi [1] sta predlagala izpeljanko problema, kjer se vsak paznik lahko premika po enem od robov n-kotnika, in dokazala, da je v tem primeru natančna zgornja meja $\lceil \frac{n}{3} \rceil$. Yiu [10] je nato oba problema posplošil:

Izrek 3 (Posplošeni problem trdnjave). *Denimo, da lahko paznike postavljamo tako, da se vsak lahko premika po $k-1$ zaporednih robovih n-kotnika. Tedaj za nadzor zunanjosti n-kotnika vedno zadošča $\left\lceil \frac{n}{k+1} \right\rceil$ paznikov.*

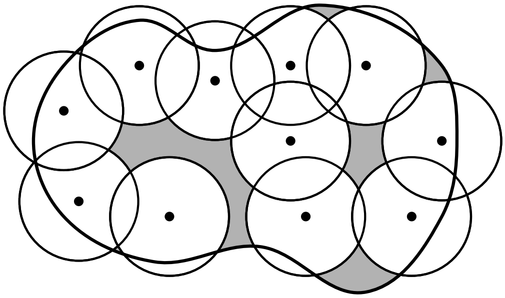
Posledica 4 (Problem trdnjave). *Za nadzor zunanjosti n-kotnika vedno zadošča $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ stacionarnih paznikov.*

Naloga 7. Kaj nam posledica 4 pove za primer trdnjave s slike 6 v primeru stacionarnih lokostrelcev? Primerjaj oceno z natančnim rezultatom iz naloge 6. Koliko lokostrelcev pa potrebujemo pri $k = 2$, tj. ko se lahko vsak od njih premika vzdolž ene stranice? Primerjaj točni odgovor z zgornjo mejo iz izreka 3.

Problem ubežnika

Nazadnje si oglejmo še bolj realistično verzijo problema, v kateri se pazniki lahko prosto premikajo po galeriji. V tem primeru bi seveda že z enim samim paznikom lahko s primerno izbranim obhodom zagotovili, da bo vsaka točka galerije pod nadzorom vsaj enkrat med obhodom. Vendar pa lahko v vsakem danem trenutku tudi pri uporabi več mobilnih paznikov obstajajo območja, ki niso pod nadzorom.

Bodimo spet moderni in tokrat zamenjajmo paznike z mobilnimi senzorji, n-kotnik, ki je predstavljal galerijo, pa s poljubnim ravninskim območjem D. Denimo, da se senzorji premikajo po območju D in da lahko vsak zazna vsiljivce, ki so od njega oddaljeni za največ d. Medtem ko bodo naši senzorji potovali po območju D, bodo obstajali deli območja, ki ne bodo pod nadzorom. Ta nenadzorovana območja želi izkoristiti nepridiprav, ki hoče pobegniti s plenom. Slika 7 prikazuje situacijo v nekem trenutku t. S časom se slika spreminja, osenčena območja se lahko združujejo, lahko izginjajo ali pa nastajajo nova.



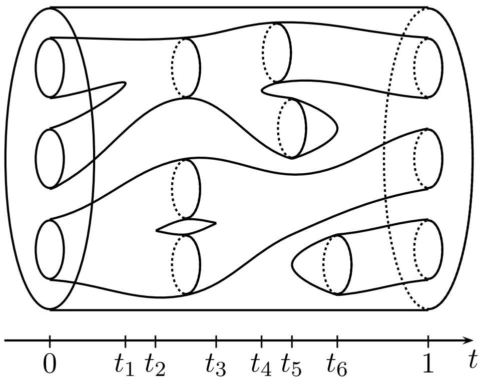
Slika 7. Ravninsko območje D s senzorji. Osenčena območja niso pokrita, v njih se lahko neopažen zadržuje vsiljivec.

Nepridiprav je ob času 0 v točki x_0, ki ni pod nadzorom, in želi neopažen v času 1 priti do točke x_1. Za vsak čas $t \in [0,1]$ naj bo P_t podmnožica območja D, ki je v tem trenutku pokrita s senzorji, medtem ko je $N_t = D \setminus P_t$ nepokrito območje, v katerem je ob času t naš dolgoprsti kolega varen. Situacijo lahko predstavimo grafično, če os x predstavlja časovno, osi y in z pa prostorski komponenti. Pri vsakem $t \in [0,1]$ narišemo v ravnini $x = t$ območji P_t in N_t in tako dobimo prostor

$$D \times [0,1] = \bigcup_{t \in [0,1]} (P_t \cup N_t).$$

Ker bo pomembna samo topološka informacija, lahko sliko nekoliko poenostavimo. Območje D zamenjamo z diskom, prav tako pa tudi vsak kos nepokritega območja. Rezultat bo tedaj podoben kot v primeru na sliki 8.

Primer 1. Kot primer si oglejmo situacijo, prikazano na sliki 8. Ob času 0 imamo tri nepokrita območja. Ob času t_1 se prvi dve območji združita v eno, ob času t_2 iz tretjega območja nastaneta dve, ki se ob času t_3 spet združita. Ob času t_4 se prvo od območij spet razdeli na dve, ampak ena od komponent ob času t_6 izgine. Ob času t_5 nastane novo nepokrito območje, ki obstane do konca. Ob času 1 imamo tako spet tri nepokrita območja, vendar je lahko vsiljivec le v dveh izmed njih. Če je bil na začetku varen v prvem ali drugem nepokritem območju, potem je lahko na koncu neopažen v prvem območju, če pa je bil na začetku v tretjem območju, potem lahko konča v drugem. V tretjem končnem območju ne more biti, ne da bi ga vmes zaznali senzorji.

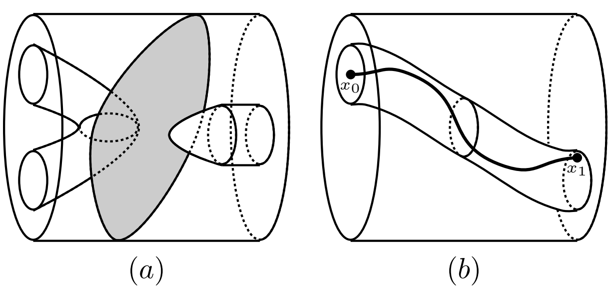


Slika 8. Grafični prikaz spreminjanja pokritosti s časom.

Med situacijama na slikah 7 in 8 je pomembna razlika. Na prvi sliki obstajajo nepokriti kosi na robu območja D, medtem ko je v vsakem trenutku t na drugi sliki rob ∂D vedno povsem pod nadzorom. V nadaljevanju bomo predpostavljali, da je rob ∂D vedno pod nadzorom senzorjev, tj. $\partial D \subset P_t$ za vse $t \in [0, 1]$.

Vin de Silva in Robert Grist [6] sta našla preprost kriterij, ki nam pove, kdaj se vsiljivec zagotovo ne bo mogel izmuzniti.

Izrek 5. *Če obstaja topološki disk B, ki v celoti leži v pokritem območju, tj. $B \subset \bigcup_{t\in[0,1]} P_t$, z robom $\partial B \subset \partial D \times I$, potem pobeg ni mogoč.*

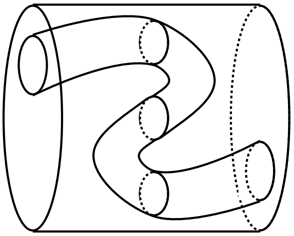


Slika 9. (a) Obstoj diska, ki v celoti leži v nadzorovanem območju, nam pove, da vsiljivec ne more pobegniti. (b) Vsiljivec lahko pobegne po označeni poti.

Preprost primer, ko tak disk B obstaja, je prikazan na sliki 9(a), kjer očitno vsiljivec nima možnosti za pobeg, medtem ko lahko na sliki 9(b) vsiljivec pobegne po označeni poti.

Poudariti moramo, da obratna trditev ne velja. Lahko se zgodi, da tovrsten disk ne obstaja, pa vsiljivec vseeno ne more pobegniti, ker bi vsak uspešen pobeg vključeval potovanje v preteklost. Taka situacija je ilustrirana na sliki 10. Kriterija, ki bi znal iz topološke informacije o prostoru

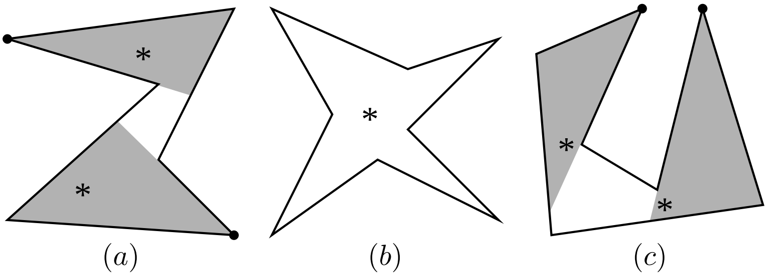
$\bigcup_{t\in[0,1]} P_t \subset D \times I$ vedno odločiti, ali vsiljivec lahko pobegne ali ne, za zdaj še ne poznamo.



Slika 10. Pobeg ni mogoč, ker bi pri vseh možnih poteh morali na določenem odseku potovati nazaj v času, vendar pa tudi disk iz izreka 5 ne obstaja.

Rešitve nalog

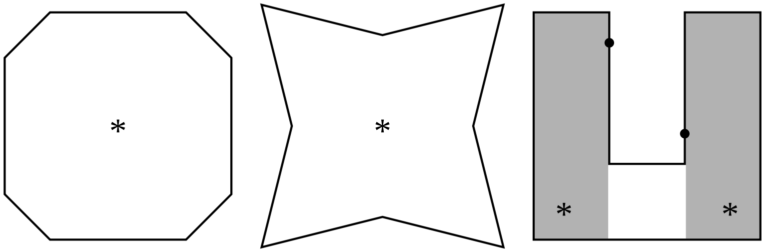
Rešitev naloge 1. *Možnih postavitev je seveda več, za vsak primer je narisana po ena na sliki 11, kjer so pazniki označeni z zvezdicami. Vsak od osenčenih trikotnikov v primerih (a) in (c) mora vsebovati vsaj enega paznika, ker sicer ne bi imeli pod nadzorom oglišč, označenih s krogci. Ker sta v obeh primerih osenčena kosa disjunktna, je jasno, da potrebujemo vsaj dva paznika. Poleg tega moramo pri postavljanju tudi paziti, da oba paznika skupaj vidita celotno nepokrito območje.*



Slika 11. Rešitev naloge 1: Vsako od osenčenih območij mora vsebovati vsaj enega paznika.

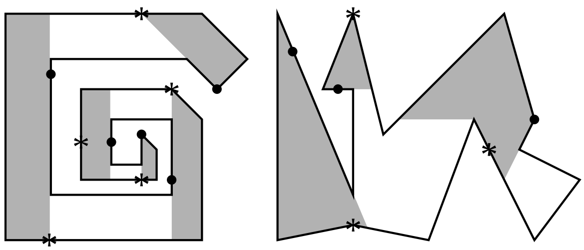
Rešitev naloge 2. *Prva dva primera na sliki 12 prikazujeta galeriji z 8 oglišči, ki ju lahko nadzoruje en sam paznik. V tretjem primeru sta očitno potrebna dva paznika, sicer nimamo pod nadzorom točk, označenih s krogci, ki sta vidni samo z osenčenih območij.*

Rešitev naloge 3. *Vsako od osenčenih območij na sliki mora vsebovati vsaj enega paznika, sicer ne vidimo točk, označenih s polnimi krogci. V*



Slika 12. Rešitev naloge 2: Vse galerije imajo 8 oglišč. V prvih dveh primerih potrebujemo le enega paznika, v tretjem primeru sta potrebna 2.

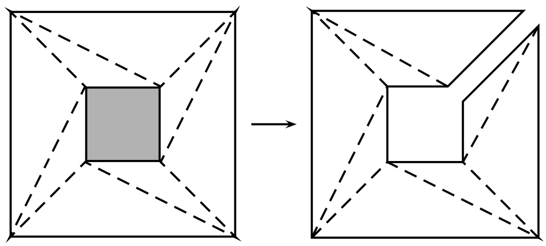
prvem primeru torej potrebujemo vsaj pet paznikov, v drugem vsaj tri. Hitro se lahko prepričamo, da imajo pod nadzorom celotno galerijo, če jih postavimo na mesta, označena z zvezdicami.



Slika 13. Rešitev naloge 3: Paznike postavimo na mesta, označena z zvezdicami.

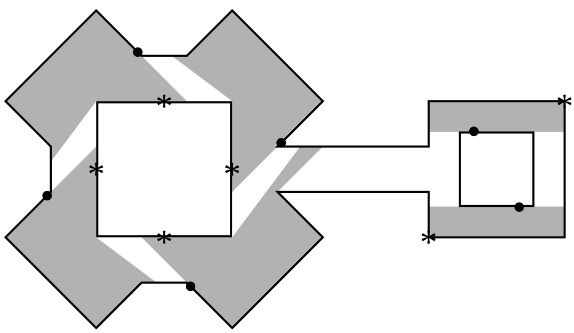
Rešitev naloge 4. *Samo enega, seveda. Naročimo mu, naj se sprehaja po najdaljši vodoravni stranici. Za galerijo v obliki glavnika z n zobci torej potrebujemo vseh* $n = \left\lfloor \frac{3n}{3} \right\rfloor$ *stacionarnih paznikov (doseže zgornjo mejo iz izreka 1), vendar pa zadošča že en sam potujoči paznik.*

Rešitev naloge 5. *Preprost odgovor bi bil* $n + 2h - 2$*, saj je galerija gotovo pod nadzorom, če dobi vsak trikotnik svojega paznika. Seveda se da to zgornjo mejo precej izboljšati, vendar ne moremo slepo posnemati Fiskovega dokaza, ker se lahko hitro prepričamo, da v tem primeru za barvanje oglišč grafa, ki ga dobimo s triangulacijo, včasih potrebujemo več kot tri barve. Dokažemo pa lahko, da zadošča* $\left\lfloor \frac{n+2h}{3} \right\rfloor$ *paznikov. Ideja je, da mnogokotnik popravimo tako, da se s tem znebimo lukenj. Za vsako luknjo obstaja vsaj ena diagonala mnogokotnika iz triangulacije, ki jo povezuje z zunanjim območjem ali z drugo luknjo. Če mnogokotnik prerežemo vzdolž te diagonale, dobimo nov mnogokotnik, ki ima eno luknjo manj, poleg tega pa dve novi oglišči (in dve novi stranici). Preprost primer je prikazan na sliki 14. Z nekaj truda lahko pokažemo, da diagonale lahko izbiramo tudi tako, da pri rezanju mnogokotnik ne razpade na več kosov. Ko končamo, dobimo mnogokotnik brez lukenj z* $n + 2h$ *oglišči, od koder z uporabo izreka 1 dobimo rezultat.*



Slika 14. Rešitev naloge 5: Mnogokotnik z luknjo lahko z rezom vzdolž ene od diagonal spremenimo v mnogokotnik brez luknje in z dvema ogliščema več.

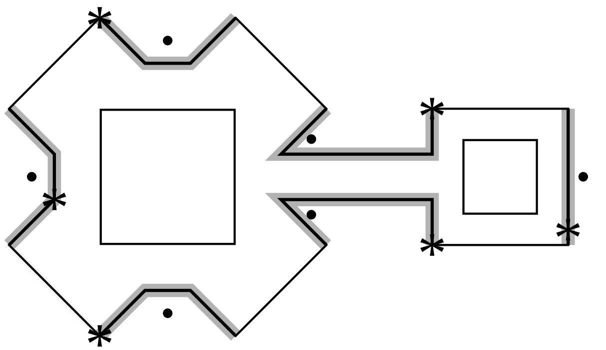
Rešitev naloge 6. *V prvem delu naloge moramo spet poiskati čim več točk, ki jih lahko nadzorujemo samo iz disjunktnih območij. Tokrat nam jih uspe najti 6, kar nam da spodnjo mejo za število vitezov. Hitro vidimo, da je 6 vitezov tudi dovolj, če jih postavimo v točke, ki so na sliki 15 označene z zvezdicami.*



Slika 15. Rešitev naloge 6: Viteze postavimo na mesta, označena z zvezdicami.

Zdaj pa poglejmo, kam postaviti lokostrelce, da jih bomo za nadzor okolice trdnjave potrebovali čim manj. Spet poiščemo točke, tokrat v ravnini zunaj obzidja, ki jih lahko nadziramo le z majhnega kosa zunanjega robu obzidja. Na sliki 16 smo jih označili s krogci, pripadajoče kose na robu obzidja pa narisali z odebeljeno črto. Od tu sklepamo, da bomo potrebovali vsaj 6 *lokostrelcev. Hitro se prepričamo, da jih* 6 *zadošča, če jih na primer postavimo na mesta, ki so na sliki 16 označena z zvezdicami. Kaj pa notranji dvorišči? Vsako od njiju lahko nadzorujemo z enim samim lokostrelcem, ki ga lahko postavimo kamorkoli na rob dvorišča, zato za nadzor celotnega območja skupaj potrebujemo* 8 *lokostrelcev.*

Rešitev naloge 7. *Po posledici 4 potrebujemo kvečjemu* $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ *lokostrelcev, če je* n *število oglišč. Hitro vidimo, da je* $n = 22$*, kar pomeni, da potrebujemo največ* 11 *lokostrelcev. Pri prejšnji nalogi smo premislili, da jih v resnici potrebujemo le* 6*. Če se lokostrelci lahko premikajo vzdolž ene stranice,*



Slika 16. Rešitev naloge 6: Lokostrelce postavimo na mesta, označena z zvezdicami.

potem jih po izreku 3 potrebujemo kvečjemu $\lceil \frac{n}{3} \rceil = 7$*. V resnici zadoščajo trije. Do postavitve lahko hitro pridemo tako, da* 6 *odebeljenih lomljenk s slike 16 razdelimo v tri pare tako, da sta v vsakem paru dve lomljenki, ki sta na obzidju zaporedni. Lokostrelce lahko potem postavimo na tiste stranice, ki povezujejo po dve lomljenki iz istega para.*

LITERATURA

[1] A. K. O. Choi in S. M. Yiu, *Edge guards for the fortress problem*, Journal of Geometry **72** (2001), 47–64.

[2] V. Chvátal, *A combinatorial theorem in plane geometry*, J. Combin. Theory Ser. B **18** (1975), 39–41.

[3] Clay Mathematics Institute, *Millenium problems.* `http://www.claymath.org/millennium-problems`, ogled 9. 12. 2014.

[4] S. L. Devadoss in J. O'Rourke, *Discrete and Computational Geometry*, Princeton University Press, 2011.

[5] S. Fisk, *A short proof of Chvátal's watchman theorem*, J. Combin. Theory Ser. B **24** (1978), 374.

[6] R. Ghrist in V. de Silva, *Coordinate-free Coverage in Sensor Networks with Controlled Boundaries via Homology*, International Journal of Robotics Research **25** (2006), 1205–1222.

[7] R. Honsberger, *Mathematical Gems II*, Mathematical Association of America, 1976, 104–110.

[8] J. Kahn, M. M. Klawe in D. J. Kleitman, *Traditional galleries require fewer watchmen*, SIAM Journal on Algebraic Discrete Methods, **4** (1983), 194–206.

[9] J. O'Rourke, *Art Gallery Theorems and Algorithms*, Oxford University Press,1987, `http://cs.smith.edu/~orourke/books/ArtGalleryTheorems/art.html`, ogled 9. 12. 2014.

[10] S. M. Yiu, *A generalized fortress problem using k-consecutive vertex guards*, Journal of Geometry **72** (2001), 188–198.

HIGGSOV BOZON

TOMAŽ PODOBNIK

Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani
Institut »Jožef Stefan«

PACS: 12.15.-y,14.80.Bn

Standardni model elektrošibke in močne interakcije je trenutno veljavna fizikalna teorija mikroskopskega sveta. V okviru modela imajo posredniki šibke interakcije (sile) – delci W^+, W^- in Z^0 – maso zaradi spontanega zloma simetrije. Mehanizem spontanega zloma lahko ponazorimo s preprostimi prispodobami iz makroskopskega sveta. Poleg tega, da mehanizem razloži maso posrednikov šibke sile, napoveduje tudi obstoj dodatnega delca – Higgsovega bozona. Delec z lastnostmi, ki se dobro ujemajo z napovedanimi lastnostmi Higgsovega bozona, sta leta 2012 neodvisno odkrili mednarodni skupini ATLAS in CMS v Evropski organizaciji za jedrske raziskave CERN, s čimer sta potrdili hipotezo o spontanem zlomu simetrije kot izvoru mase. Dva izmed avtorjev hipoteze, François Englert in Peter Higgs, sta lani prejela Nobelovo nagrado za fiziko.

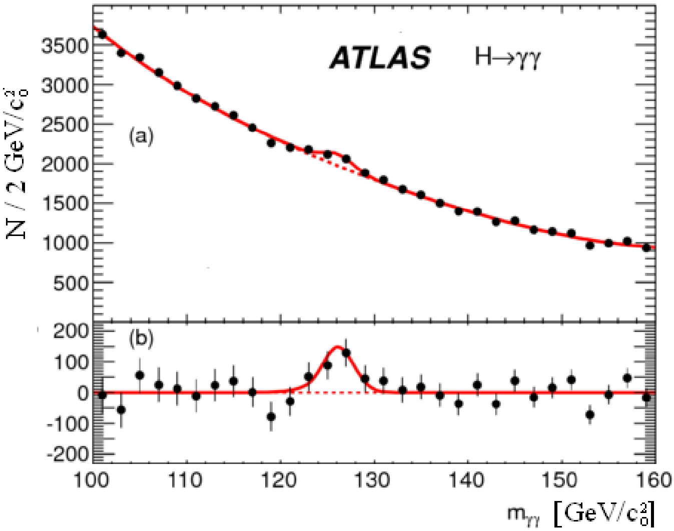
THE HIGGS BOSON

The Standard Model is a theory of the electroweak and strong interactions, mediating the dynamics of the known subatomic particles. According to the Model, the mediators W^+, W^-, and Z^0 of the weak interactions gain mass by the mechanism of spontaneous symmetry breaking – by interaction with the Higgs field. The mechanism can be illustrated by simple allegories. Apart from explaining the mass of $W^\pm$ and Z^0, the hypothesis of spontaneous symmetry breaking predicts existence of a condensate of the Higgs field, the so-called Higgs boson. In 2012, the ATLAS and CMS experiments at the Large Hadron Collider at the European Organization for Nuclear Research CERN reported independently that they found a new particle with properties as expected for the Higgs boson. This is a strong evidence for the hypothesis of spontaneous symmetry breaking, and two of its authors, François Englert and Peter Higgs, were awarded the Nobel Prize in Physics for 2013.

Koncept mase v fiziki osnovnih delcev

V skladu z drugim Newtonovim zakonom je pospešek telesa premosorazmeren s silo na telo. Sorazmernostni koeficient med obema količinama je masa telesa, ki je mera za vztrajnost: ob enakih silah na dve telesi je pospešek telesa z večjo maso manjši od pospeška telesa z manjšo maso.

Če hočemo določiti maso telesa iz kvocienta sile na telo in iz pospeška telesa, moramo torej izmeriti pospešek in poznati silo. Magnetna sila na telo je na primer odvisna od električnega naboja telesa, od njegove hitrosti in od gostote magnetnega polja, medtem ko pospešek telesa določimo iz ukrivljenosti njegovega tira.



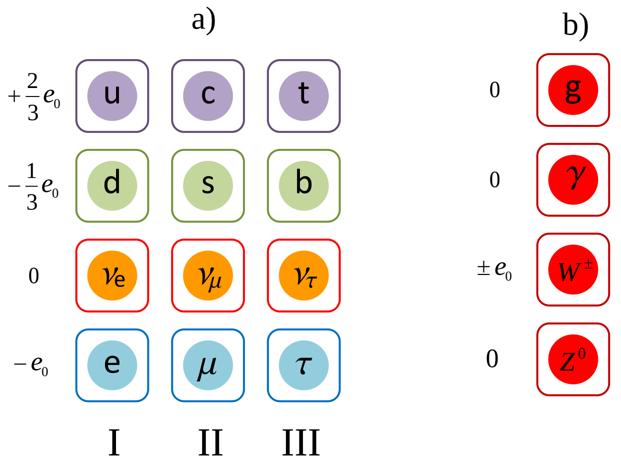
Slika 1. Porazdelitev zaznanih fotonskih parov po invariantni masi $m_{\gamma\gamma}$ [1]. a) Pike s črticami, ki označujejo pričakovane statistične fluktuacije, prikazujejo izmerjeno porazdelitev, polna gladka krivulja prikazuje pričakovano porazdelitev, črtkana krivulja pa pričakovano porazdelitev brez prispevka razpadov Higgsovega bozona v dva fotona (ozadja). b) Izmerjena in pričakovana porazdelitev z odštetim ozadjem. Masa Higgsovega bozona približno sovpada z vrhom porazdelitve.

Tako lahko določimo maso protonov (vodikovih jeder) in elektronov, za nevtralne ali za kratkožive delce pa metoda odpove. Njihovo maso m določimo npr. iz energije E, ki se sprosti pri njihovem razpadu,

$$m = \frac{E}{c_0^2}, \tag{1}$$

pri čemer je c_0 hitrost svetlobe v vakuumu. Slika 1a) prikazuje porazdelitev parov fotonov (paketov elektromagnetnega valovanja) po invariantni masi $m_{\gamma\gamma} = E_{\gamma\gamma}/c_0^2$ [1], pri čemer je $E_{\gamma\gamma}$ skupna energija fotonskega para v njegovem težiščnem sistemu. Enota GeV/c_0^2 približno ustreza masi $0{,}938\,\mathrm{GeV}/c_0^2$ vodikovega atoma. Na območju mas okoli $125\,\mathrm{GeV}/c_0^2$ je izmerjeno število razpadov večje od pričakovanega, kar je mogoče razložiti s tvorbo Higgsovih delcev in njihovimi razpadi v dva fotona. Slika 1b) prikazuje razliko med izmerjeno in pričakovano porazdelitvijo brez tvorbe Higgsovih delcev (ozadjem). Položaj vrha te porazdelitve določa maso $m_H \simeq 126,5\,\mathrm{GeV}/c_0^2$ Higgsovega delca, širina vrha pa je posledica omejene natančnosti pri rekonstrukciji energije $E_{\gamma\gamma}$ (prispevek k širini porazdelitve zaradi kratkega razpadnega časa Higgsovih delcev je v danem primeru zanemarljiv).

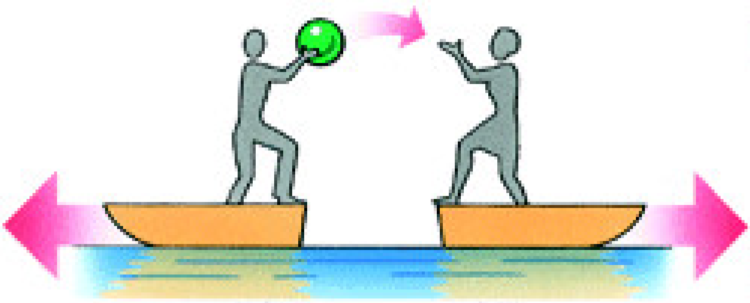
Kvantna teorija polja – teorija motnje



Slika 2. Standardni model osnovnih delcev in interakcij. a) Tri generacije osnovnih delcev (I, II in III). V vsaki generaciji je kvark z električnim nabojem $+2e_0/3$, kvark z nabojem $-e_0/3$, lepton z nabojem $-e_0$ in nevtralni lepton (nevtrino), pri čemer je e_0 osnovni naboj $1,6 \cdot 10^{-19}$ As. Za vsak kvark in lepton obstaja še ustrezni antidelec. b) Posredniki močne, elektromagnetne in šibke sile (interakcije): 8 gluonov g, foton γ in šibki bozoni W^+, W^- in Z^0. Standardni model ne vključuje gravitacije.

Osnovni gradniki snovi so kvarki in leptoni (slika 2a): atome sestavljajo elektroni (leptoni e^-) in jedra iz protonov in nevtronov – vezanih stanj kvarkov u in d. V okviru kvantne teorije polja so sile posledica izmenjave posrednikov sil (slika 2b). To lahko ponazorimo s človekoma na čolnih (slika 3), ki na začetku mirujeta. Potem ko eden izmed njiju, ki v rokah drži težko žogo, to žogo vrže proti drugemu in jo drugi ujame, se čolna gibljeta vsaksebi. Sklepamo, da je med čolnoma delovala odbojna sila. Privlačno silo lahko ponazorimo z izmenjavo bumerangov namesto žog.

Enkratno izmenjavo žoge (slika 4a) imenujemo osnovni red delovanja sile. V višjih redih – pri večkratni izmenjavi žoge (slika 4b) – je učinek (sunek) sile sicer večji, vendar je večkratna izmenjava žog manj verjetna: v povprečju prispevek vsakega naslednjega reda k spremembi hitrosti (gibalne količine) čolnov pomeni le manjšo motnjo v primerjavi s prispevkom predhodnega reda. Delovanje sile med čolnoma lahko opišemo s teorijo motnje, če vsota prispevkov posameznih redov konvergira in je izračunana sprememba gibalne količine posameznega čolna zelo natančna že, če upoštevamo le nekaj najnižjih redov.



Slika 3. Čolna, ki na začetku mirujeta, se po izmenjavi žoge gibljeta vsaksebi.

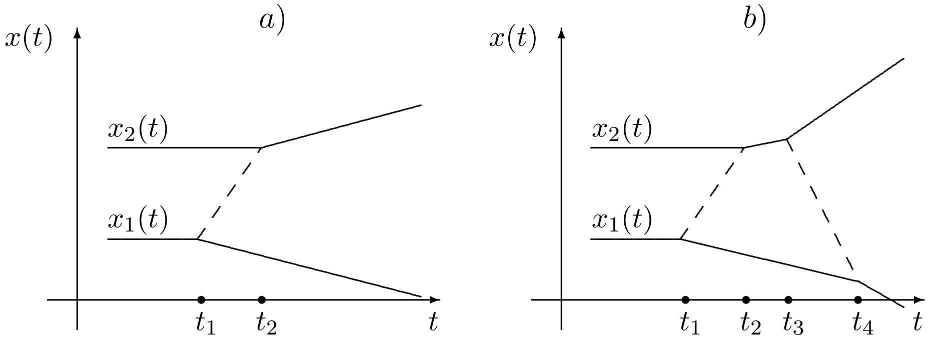
Sila med nevtrinom ν_e, ki je priletel v detektor Super-Kamiokande, in mirujočim elektronom e^- v vodi je tako posledica izmenjave posrednikov šibke sile Z^0 in $W^\pm$: vpadni nevtrino na primer izseva Z^0, ki ga elektron absorbira, zato se mu spremeni hitrost. Če je hitrost elektrona po trku večja od hitrosti svetlobe v vodi, elektron seva svetlobo Čerenkova, ki jo zaznajo fotopomnoževalke na steni detektorja (slika 5).

Masa posrednikov šibke sile in mehanizem Brouta, Englerta in Higgsa (BEH)

V primerjavi z brezmasnimi fotoni – posredniki elektromagnetne sile – so posredniki šibke sile masivni, $m_{W^\pm} \simeq 80\,\mathrm{GeV}/c_0^2$ in $m_{Z^0} \simeq 91\,\mathrm{GeV}/c_0^2$. Najenostavnejša teorija šibke interakcije, ki vključuje masivne $W^\pm$ in Z^0, je model Glashowa [2, str. 257], ki se v osnovnem redu (pri enkratni izmenjavi posrednikov sile) zelo dobro sklada z rezultati meritev številnih procesov. Na žalost pa v omenjenem modelu delovanja šibke sile ni mogoče opisati s teorijo motnje: vsota prispevkov k posameznemu procesu, ki vključujejo večkratno izmenjavo posrednikov sile, ne konvergira, razlog za to pa tiči prav v masi $W^\pm$ in Z^0 [2, str. 258].

Leta 1964 sta François Englert in Robert Brout razvila mehanizem za tvorbo mase $W^\pm$ in Z^0 [3], s katerim je mogoče dopolniti model Glashowa tako, da omogoča opis šibke sile s teorijo motnje. Neodvisno je istega leta Peter Higgs pokazal [4], da je tak mehanizem neločljivo povezan z obstojem masivnega nevtralnega delca. Mehanizem napoveduje relativno pogostost posameznih razpadnih načinov Higgsovega delca, ne napoveduje pa njegove mase, ki je prost parameter teorije.

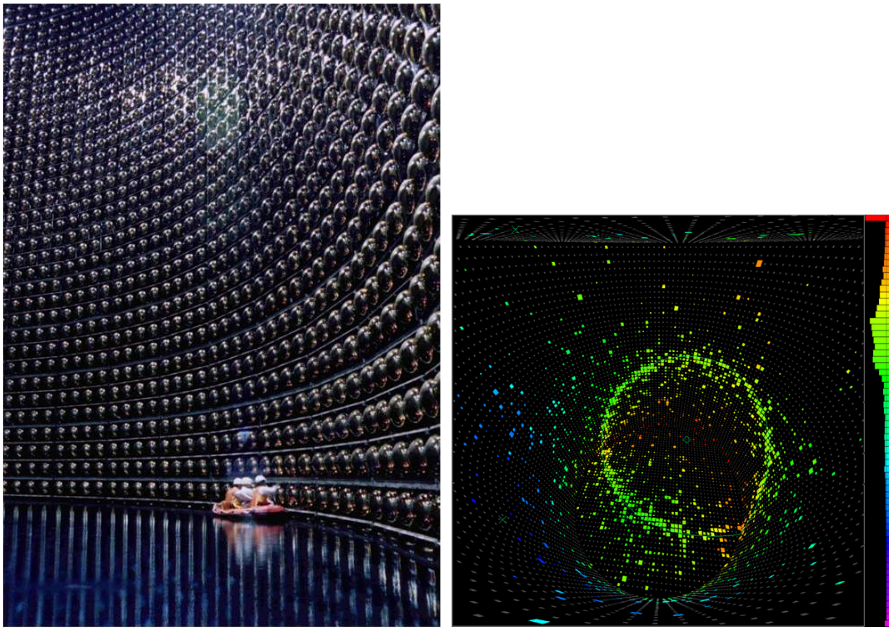
Ideje mehanizma so matematične narave: povezane so s simetrijo (invarianco) izraza za gostoto energije glede na rotacije v abstraktnem prostoru šibkega izospina. V bolj vsakdanjem jeziku je poglavitna ideja mehanizma ta, da brezmasni $W^\pm$ in Z^0 postanejo masivni zaradi sklopitve z dodatnim



Slika 4. Položaj prvega in drugega čolna, x_1 in x_2, v odvisnosti od časa. a) Oba čolna na začetku mirujeta. Ob času t_1 človek na prvem (levem) čolnu vrže v smeri proti drugemu čolnu težko žogo, pri čemer se sam, skupaj s čolnom, začne premikati v nasprotni smeri. Let žoge ponazarja črtkana črta. Ob času t_2 človek na drugem čolnu ujame žogo in se skupaj s svojim čolnom začne gibati v smeri leta žoge. b) Enako kot v primeru a), le da ob času t_3 človek iz drugega čolna vrže žogo nazaj proti prvemu čolnu, kamor prileti ob času t_4.

(Higgsovim) poljem. Za zelo preprosto ponazoritev mehanizma potrebujemo plastenko s pokrovčkom, v katerega zvrtamo luknjico. V plastenko nalijemo za nekaj prstov vode, prižgemo vžigalico, na sredini stisnemo plastenko, da se nekoliko deformira, pristavimo plamen k njenemu ustju in jo spustimo, da deformacija izgine, pri čemer v plastenko posrka nekaj saj (prašnih delcev) plamena. Privijemo pokrovček in skozi luknjico vpihnemo v plastenko nekaj zraka, da je tlak v njeni notranjosti večji od okoliškega. S prstom pokrijemo luknjico tako, da ohranimo nadtlak, in pretresemo plastenko, da postane zrak v njej nasičeno vlažen. Ko sedaj odmaknemo prst z luknjice na pokrovu, v plastenki nastane megla: zaradi prvotnega nadtlaka nekaj zraka uide iz plastenke, ob razpenjanju se zniža temperatura preostalega zraka v notranjosti, ki tako postane prenasičeno vlažen, zato del vodne pare kondenzira okoli prašnih delcev. Kapljice, ki pri tem nastanejo, imajo dosti večjo maso od kondenzacijskih jeder.

V opisanem poskusu so vodne pare v plastenki pred nastankom megle prispodoba za Higgsovo polje, razpenjanje in ohlajanje zraka je prispodoba za razpenjanje in ohlajanje vesolja v prvih trenutkih po velikem poku, lahki in drobni prašni delci so prispodoba za brezmasne fotone, kapljice okoli kondenzacijskih jeder pa za masivne W^+, W^- in Z^0. Opisani mehanizem zlomi simetrijo: v nasprotju z posredniki šibke sile se fotoni ne sklapljajo s Higgsovim poljem in ostanejo brezmasni.



Slika 5. Levo: detektor Super-Kamiokande med polnjenjem z vodo. Stekleno steno detektorja tvorijo okna fotopomnoževalk (detektorjev svetlobe). Desno: svetloba Čerenkova v obliki obroča. Razmazanost vzorca je posledica trkov sevajočega elektrona z drugimi elektroni in jedri v vodi.

Pri tem ne smemo pozabiti, da je še tako nazorna prispodoba za fizikalno teorijo le prispodoba in zato ne more v celoti zaobjeti ideje, zapisane v matematičnem jeziku enačb. Posebnost Higgsovega polja je v tem, da omogoča nastanek Higgsovih delcev – kondenzatov polja (kapljic) brez kondenzacijskih jeder. Higgsov delec je električno nevtralen in brez lastne vrtilne količine (bozon): v prispodobi si ga lahko predstavljamo kot kroglico, ki se ne vrti okoli svoje osi. Podobno kot izhlapijo kapljice megle v plastenki, Higgsovi delci v času 10^{-22} s razpadejo v kvarke, leptone in posrednike sil.

Od napovedi Higgsovega bozona do njegovega odkritja je minilo 48 let

Mednarodni skupini ATLAS in CMS sta leta 2012 odkrili nov nevtralni delec [1, 5] s približno 2,5-kratno maso železovega atoma in z lastnostmi, ki se skladajo z napovedanimi lastnostmi Higgsovega bozona (slika 1). Odkritje podpira hipotezo o izvoru mase s spontanim zlomom simetrije, zato sta François Englert in Peter Higgs leta 2013 prejela Nobelovo nagrado za fiziko (Robert Brout je umrl leta 2011).

Slika 6. Odsek tunela s trkalnikom LHC. V notranjosti valjastih magnetov sta dve vakuumizirani cevi, po katerih v nasprotnih smereh krožijo protoni. Magnete od zunaj hladijo s tekočim helijem, hladilni sistem pa obdaja še izolacija (evakuiran sloj), ki preprečuje pritekanje toplote iz okolice.

Od napovedi Higgsovega bozona do podelitve nagrade za napoved je minilo 49 let, kar je drugo najdaljše obdobje za Nobelove nagrade za fiziko: več – 53 let – je minilo le od odkritja elektronskega mikroskopa Ernsta Ruske leta 1933 do podelitve nagrade leta 1986. Razlog za tako dolgo čakanje na nagrado je v čakanju na potrditev obstoja Higgsovega delca, razlog za čakanje na eksperimentalno potrditev pa je v zahtevnosti eksperimenta.

Higgsovih delcev, ki so nastali tik po velikem poku, že zdavnaj ni več, zato so jih morali ustvariti umetno. Ustvarili so jih s trki protonov v velikem hadronskem trkalniku LHC v Evropski organizaciji za jedrske raziskave CERN pri Ženevi. Projekt LHC je verjetno največji dosedanji znanstveni eksperiment. Od ideje do začetka delovanja trkalnika in detektorjev je poteklo več kot 20 let, pri projektu pa je sodelovalo in še sodeluje več kot 6000 znanstvenikov, tudi Slovencev. Za potrditev obstoja Higgsovega bozona je bilo treba 3 leta meriti in analizirati zabeležene trke.

Pred vstopom v LHC gruče protonov pospešijo v več stopnjah. V LHC, v katerem polovica gruč kroži v smeri urinega kazalca, druga polovica pa v nasprotni smeri, protone pospešijo do končne energije okoli 4000 GeV (4 TeV). Obroč trkalnika ima obseg okoli 27 km in poteka v tunelu okoli 100 m pod zemeljskim površjem. Tire protonov v obroču krivijo posebej oblikovani supraprevodni magneti z gostoto magnetnega polja 4 T (slika 6). Načrtovanje, konstrukcija in preverjanje delovanja magnetov ter stabilno delovanje celotnega sistema tvorijo velikanski tehnološki zalogaj. Med delovanjem trkalnika je temperatura magnetov okoli -271 °C in že napaka v enem samem magnetu (od okoli 1600) ali v stiku med sosednjima magnetoma lahko ogrozi celoten projekt, vreden okoli 8 milijard švicarskih frankov.

Poti nasprotno krožečih gruč protonov se na štirih mestih križajo in del kinetične energije trkajočih protonov se lahko porabi za tvorbo novih delcev – v povprečju enkrat na vsakih 100 milijard trkov tudi za tvorbo Higgsovega bozona. Najprej je torej treba zagotoviti dovolj veliko število trkov: na vsakem izmed štirih mest se poti dveh gruč križata vsakih 25 ns in pri vsakem križanju pride hkrati tudi do 20 in več protonskih trkov (slika na naslovnici). Delci, ki pri trkih nastanejo, pustijo sledi v obliki električnih signalov v detektorjih, ki obdajajo območja križanja gruč (interakcijske točke). Prožilni sistem poskrbi, da se na računalniške diske zapišejo le signali trkov, pri katerih bi utegnil nastati Higgsov ali kakšen drug zanimiv delec. Iz zapisanih signalov nato rekonstruirajo tire posameznih delcev v detektorju (Higgsov delec, ki nastane pri trku dveh protonov, skoraj takoj spet razpade, detektor zazna le njegove razpadne produkte, na primer štiri visokoenergijske mione; slika na naslovnici).

Kljub filtriranju je delež trkov, pri katerih je v resnici nastal Higgsov bozon, med vsemi zapisanimi trki še vedno zelo majhen, količina vseh zapisanih podatkov pa tolikšna, da jih z računalniki, ki so bili na voljo pred dvajsetimi leti, ne bi mogli ne rekonstruirati ne ustrezno analizirati. Rekonstrukcija in analiza podatkov danes temelji na distribuiranem računalništvu (računalništvu v oblaku), pri katerem so tako diski s podatki kot procesorji porazdeljeni v več središčih po vsem svetu, med drugim tudi na Institutu »Jožef Stefan« v Ljubljani.

Iskanje razpadov Higgsovega bozona v rekonstruiranih podatkih spominja na iskanje igle v kopici sena. Najprej je treba izbrati razpadne načine bozona (igle), kakršna sta na primer omenjena razpada v dva fotona ali v štiri mione, z največjim pričakovanim razmerjem med signalom in ozadjem (med številom igel in velikostjo kopice sena). Za izbrane razpade je učinkovitost ločevanja signala od ozadja povezana z natančnostjo izmerjenih lastnosti razpadnih produktov. Za zaznavo Higgsovega bozona med vsemi trki, pri katerih sta na primer nastala dva visokoenergijska fotona, je ključen detektor za merjenje energije fotonov (elektromagnetni kalorimeter), s katerim lahko poleg energije fotonov določimo tudi točko njunega izvora (razpada bozona). Od natančnosti meritve omenjenih količin je namreč odvisna širina vrha izmerjene porazdelitve fotonskih parov po njihovi invariantni masi (slika 1) in čim širši je vrh – signal za obstoj Higgsovega bozona, tem težje ga opazimo. Drugi razpadni načini so povezani s številnimi dodatnimi zahtevami, ki jih je bilo treba upoštevati in medsebojno uskladiti pri načrtovanju in izdelavi detektorjev. Večji izmed obeh detektorjev, ATLAS [6], je tako sestavljen iz več plasti (detektorskih komponent), ki obdajajo interakcijsko točko in skupaj tvorijo valj osnovne ploskve premera 25 m in dolžine 46 m. Konstrukcija marsikatere komponente in pripadajoče elektronike, na primer omenjenih elektromagnetnih kalorimetrov, je zahtevala sprotni razvoj do tedaj neobstoječe tehnologije.

Veliko odkritje

Potrditev obstoja Higgsovega delca je veliko odkritje. Kaže na to, da si je narava izbrala mehanizem za tvorbo mase posrednikov šibke sile (mehanizem BEH), ki omogoča opis delovanja šibke sile v okviru teorije motnje. Eksperimentu, ki je pripeljal do odkritja, bi težko našli primerjavo v celotni znanstveni zgodovini. Poleg že omenjenih znanstvenih in tehnoloških ovir je bilo na poti do odkritja treba premagati tudi politične in sociološke ovire. Politične, ker je bilo treba prepričati države članice CERN-a in drugih sodelujočih institucij, da so ves čas načrtovanja, konstrukcije in meritev sproti potrpežljivo financirale projekt (vlada ZDA pri financiranju projekta supraprevodnega supertrkalnika SSC, konkurenčnega projektu LHC, ni imela takega potrpljenja). Sociološkega, ker je bilo za obdobje 30 let, kar je večina človekove delovne dobe, treba prepričati več tisoč znanstvenikov, da so bili po svojih najboljših močeh pripravljeni sodelovati in prispevati vse svoje sposobnosti za en sam cilj.

Res zanimivo, da tako majhen delec, kot je Higgsov bozon, lahko privlači tolikšno pozornost.

LITERATURA

[1] ATLAS Collaboration, *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*, Phys. Lett., **B716** (2012) 1–29.

[2] F. Mandl in G. Shaw, *Quantum Field Theory*, John Wiley & Sons, 1993.

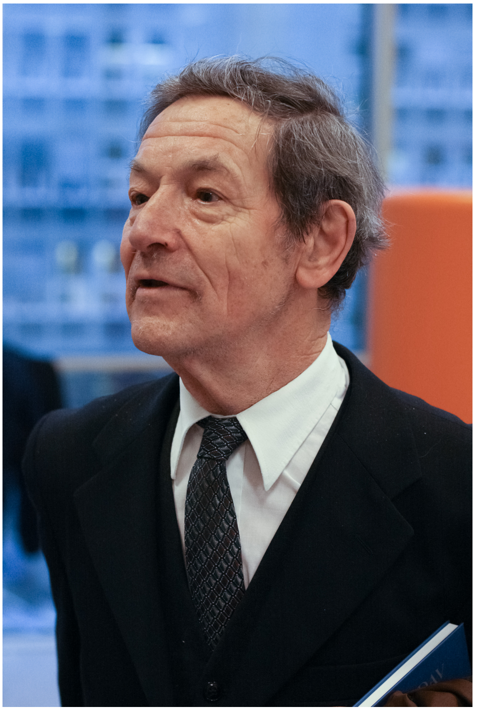
[3] F. Englert in R. Brout, *Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons* Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 321–323.

[4] P. W. Higgs, *Broken symmetries, massless particles and gauge fields*, Phys. Lett. **12** (1964) 132–133.

[5] CMS Collaboration, *Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC*, Phys. Lett. **B716** (2012) 30–61.

[6] ATLAS Collaboration, *The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider*, JINST **3** (2008) p. S08003.

DEVETDESET LET PROFESORJA JOSIPA GRASSELIJA



Konec novembra 2014 je visok življenjski jubilej, devetdeset let, praznoval profesor Josip Grasselli, pripadnik prve povojne generacije slovenskih matematikov. Kljub častitljivi starosti se zdi čil in mladosten kot pred dvajsetimi ali tridesetimi leti, ko je še predaval študentom na Fakulteti za naravoslovje in tehnologijo Univerze v Ljubljani. Še vedno pride občasno na Jadransko 19 in obišče matematično knjižnico. Preden se loti svojega dela, rad spregovori nekaj besed s knjižničnim osebjem ali z znancem. Naključni obiskovalec čitalnice v njem običajno vidi mirnega in skromnega človeka, ki je ves zatopljen v knjigo ali članek. Njegovi nekdanji učenci in kasnejši sodelavci, ki ga že dolgo poznamo, pa vemo, da se pod nevsiljivo zunanjostjo skriva iskrivi duh univerzitetnega profesorja stare šole z bogatimi predavateljskimi izkušnjami in ugledom strokovnjaka za teorijo števil.

Josip Grasselli je bil rojen 24. novembra 1924 v Šentjakobu pri Celju v družini malega trgovca. Šolal se je na osnovni šoli v Šentjurju pri Celju ter na gimnaziji v Šentvidu pri Ljubljani (tik pred vojno) in v Celju (v prvih vojnih letih). Kot mnogi drugi je na lastni koži okusil strahote druge svetovne vojne. Bil je mobiliziran v nemško vojsko, konec leta 1942 poslan na vzhodno fronto, kjer je bil naslednje leto ranjen, se zdravil in se poleti 1944 srečno vrnil domov. Po vojni se je leta 1945 vpisal na filozofsko fakulteto ljubljanske univerze. Diplomiral je iz matematike in fizike leta 1951. Po pripravništvu na gimnaziji v Murski Soboti je bil od leta 1953 do 1957 srednješolski profesor za matematiko na II. gimnaziji v Celju, nato pa so ga povabili za asistenta na Tehniško fakulteto Univerze v Ljubljani. V naslednjih treh letih je vodil vaje iz matematike za študente Fakultete za rudarstvo, metalurgijo in kemijsko tehnologijo, ki je prav tedaj nastala iz Tehniške fakultete.

Obenem se je še naprej izobraževal na podiplomskem tečaju, organiziranem pri matematičnem inštitutu Univerze v Ljubljani (predhodniku IMFM), in sicer iz funkcionalne analize, ki je bila takrat nova obetajoča matematična disciplina. Pozimi in spomladi študijskega leta 1959/60 je osem mesecev prebil na inštitutu za matematično analizo univerze v Torinu, kjer se je s podporo štipendije italijanske vlade izpopolnjeval pri profesorju Francescu Tricomiju. Doktoriral je pod mentorstvom profesorja Ivana Vidava leta 1961 z disertacijo *Sebiadjungirani elementi Banachove algebre brez enote.* V šestdesetih letih je večkrat aktivno sodeloval pri t. i. specialnih podiplomskih seminarjih na IMFM, kjer je npr. med drugim kot prvi pri nas predaval o lokalno konveksnih prostorih. Skupaj s kolegi je tudi napisal nekaj raziskovalnih poročil iz funkcionalne analize, kasneje pa se s tem področjem ni več ukvarjal.

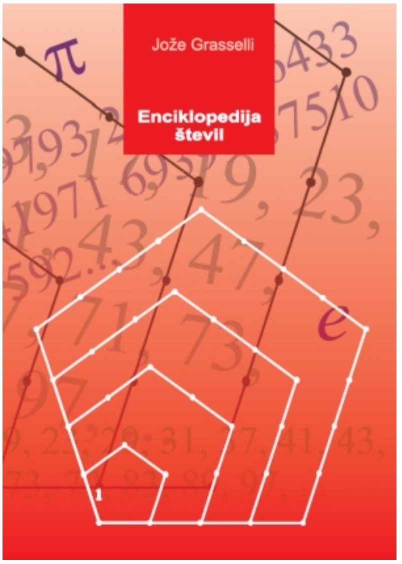
Za predavatelja je bil izvoljen leta 1961, za docenta leta 1963, za izrednega profesorja leta 1974 in za rednega profesorja leta 1980. Kot univerzitetni učitelj je vse do upokojitve leta 1991 na Fakulteti za naravoslovje in tehnologijo poučeval matematiko I in II študente kemije, večkrat tudi kemijske in tekstilne tehnologije, občasno farmacije ter geologije. Matematiko je pogosto predaval tudi na Fakulteti za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo, enkrat pa je s tečajem linearne algebre gostoval tudi na 3. stopnji na Ekonomski fakulteti. Mnogim generacijam inženirjev je ostal v spominu kot strog, a obenem izredno korekten in pošten učitelj, kot dober strokovnjak in kot izvrsten predavatelj. Pri njegovih predavanjih so prvič (nekateri pa najbrž tudi zadnjič) spoznali vrednost matematične eksaktnosti, ki je podlaga naravoslovnim in tehniškim vedam.

Študentom matematike je v začetku osemdesetih let predaval linearno in od 1985 do 1993 abstraktno algebro. Večkrat je zanje vodil seminar v 3. ali 4. letniku, in sicer iz njemu ljubega področja, iz teorije števil. Različna poglavja iz te tematike je nekajkrat predstavil poslušalcem tudi na izobraževalni smeri podiplomskega študija matematike, nazadnje še v šolskem letu 1994/95, že po upokojitvi. Med študenti matematike je bil spoštovan kot predavatelj in priljubljen kot mentor. Od leta 1976 do 1996 je pri njem diplomiralo 38 matematikov, eden med njimi pa je pri njem leta 1996 tudi magistriral.

Profesor Grasselli slovi kot pisec številnih matematičnih člankov in knjig. Z njimi je slovenski javnosti približal tista področja matematike, ki so mu bila blizu. Od konca petdesetih do konca osemdesetih let je v Obzorniku objavil štiri članke iz analize (npr. o Stieltjesovem integralu, odvodu v abstraktnih prostorih in o Fourierovih vrstah) in deset iz teorije števil (od transcendentnih in normalnih števil do desetega Hilbertovega problema in do Mordellove domneve), od leta 1985 do 2005 pa v Preseku še 22 zanimi-

Elementarno teorijo števil je leta 2009 izdalo DMFA – založništvo.

vih prispevkov z različnimi temami o številih (od egipčanskih ulomkov do Catalanove domneve). Za Obzornik je prispeval tudi ocene devetih knjig, v glavnem iz algebre in teorije števil. Slednja mu je bila vedno prva izbira; o njej je v zbirki Sigma izdal več knjig, najprej *Osnove teorije števil* leta 1966, ki je bila predelana leta 1974 in povsem obnovljena leta 2009 s spremenjenim naslovom *Elementarna teorija števil* (o isti tematiki je leta 1985 za Zavod za šolstvo pripravil tudi učbeniško gradivo). V Sigmi so izšle še njegove *Diofantske enačbe* (1984) in nekaj let kasneje *Diofantski približki* (1992). V ugledni zbirki monografij Matematika-fizika je kot del Višje matematike II luč sveta leta 1975 zagledala njegova razprava *Linearna algebra*, ki je bila v posebnem zvezku skupaj z Vadnalovim *Linearnim programiranjem* ponatisnjena leta 1986 (in kasneje še večkrat). V isti zbirki so izšla njegova *Algebraična števila* (1983), bil pa je tudi eden od prevajalcev Devlinove *Zlate dobe matematike* (1993). Tolikšna produktivnost bi vsakemu »normalnemu« matematičnemu avtorju zadoščala za več kot eno življenje. Toda profesor Grasselli tudi po osemdesetem letu ni odnehal. Za vrh njegove ustvarjalnosti lahko štejemo obsežno delo *Enciklopedija števil*, ki je s svojimi 691 stranmi in z več kot 160 gesli brez primerjave v novejši slovenski matematični literaturi. Razlage številnih gesel so pravi samostojni članki, dolgi pogosto deset in več strani.



Enciklopedija števil, ki jo je napisal profesor Grasselli, leta 2008 pa jo je izdalo DMFA – založništvo.

Če kdo meni, da ob vsem svojem delu ni imel posluha za potrebe ožje ali širše matematične skupnosti, se krepko moti. V letih 1957–1959 je bil tajnik Društva matematikov in fizikov, sodeloval je pri vodenju krožkov in tekmovanj za mladino, v šestdesetih letih pa je bil odgovoren za stike z Zvezo jugoslovanskih društev. Večkrat je predaval na društvenih in drugih seminarjih za učitelje. Od decembra 1967 do marca 1970 je bil predsednik DMFA Slovenije in od 1974 do 1978 član nadzornega odbora. Za nesebično strokovno in organizacijsko delo pri društvu je bil leta 1994 imenovan za njegovega častnega člana. Vodstvene funkcije je opravljal tudi na fakulteti, čeprav si jih gotovo ni želel. V letih 1969–1971 je bil predstojnik matematično-fizikalnega oddelka na FNT, pred tem in za tem pa namestnik predstojnika. V obdobju, ko je bilo to politično zaukazano, je na oddelku in fakulteti tako kot drugi prevzemal različne samoupravne funkcije. Tudi te svoje obveznosti je seveda opravljal potrpežljivo in korektno.

Profesor Josip Grasselli nam je s svojim bogatim znanjem ter s svojo delavnostjo, vzdržljivostjo in sposobnostjo premagovanja težav, pa tudi s skromnostjo in nevsiljivo prijaznostjo lahko za vzgled in navdih. Ob visokem jubileju mu želimo, da bi v zdravju ob upravičenem zadovoljstvu še veliko časa užival plodove svojega dobro opravljenega dela za slovensko matematiko.

Milan Hladnik

STROKOVNO SREČANJE IN 66. OBČNI ZBOR DMFA, CERKNO, 24. IN 25. 10. 2014

Letos poteka 200 let od rojstva Franca Močnika, zato smo srečanje organizirali v njegovem rojstnem kraju Cerknem. Že pred srečanjem smo se predstavniki društva udeležili dveh dogodkov, povezanih s to obletnico. V Cerkljanskem muzeju smo se 30. septembra udeležili otvoritve razstave *Z vrlino in delom*. Na razstavi je tudi plakat društva, ki sta ga izdelala Marko in Nada Razpet. Več o razstavi si lahko preberete na spletnem naslovu: `http://www.muzej-idrija-cerkno.si/index.php/sl/lokacijerazstave/obasne-razstave/cerkljanski-muzej.html`. 1. oktobra pa smo prisostvovali ponovnemu odkritju prestavljenega doprsnega kipa Franca Močnika. Kip je odkril Marko Razpet.

Na društvenem strežniku, kjer se prijavljajo učitelji, je bilo uradno prijavljenih 44 udeležencev, kar je precej manj, kot jih je bilo prejšnja leta.

Povzetke in razporede predavanj smo že sredi septembra objavili na domači strani društva. Prav tako je bil predhodno objavljen tudi urnik.

V Biltenu, ki so ga prejeli vsi udeleženci, smo objavili poročila o delu društva in povzetke predavanj.

Ker so povzetki predavanj objavljeni tako na spletni strani kot v Biltenu, naj navedemo le predavatelje in naslove predavanj v enakem vrstnem redu, kot so se zvrstili:

Petek, 24. oktobra 2014

Fizika:

- Gorazd Planinšič, Eugenia Etkina: *Kako učinkovito vključiti sodobne naprave v pouk fizike? Primer: sveteče diode (LED)*
- Tomaž Kranjc: *O načelu ekvivalence*
- Janez Strnad: *Mala zgodovina svetlobe v desetih zgodbah; Ob mednarodnem letu svetlobe*
- Aleš Mohorič: *Interferenca na tanki plasti in še kaj*
- Boris Kham, Daša Rozmus: *Višina nebesnega objekta, krivulje in matematične funkcije*
- Mitja Rosina: *Podobnosti med curkom svetlobe in curkom nevtrinov*
- Ivo Verovnik: *Opazovanje interference z nekoherentnimi izviri svetlobe*
- Andrej Likar: *Ujeta svetloba*
- Barbara Rovšek: *Analiza rezultatov tekmovanja za Stefanova priznanja v letu 2013/2014*
- Janez Bonča: *Neravnovesna dinamika koreliranih elektronskih sistemov* (**vabljeno predavanje)**

Prof. dr. Janez Bonča je prejel Zoisovo nagrado za vrhunske dosežke za raziskave na področju močno sklopljenih elektronov v trdnih snoveh.

Astronomija – seminar:

- Andrej Guštin: *Snemajmo planete, Luno in Sonce*

Sodeloval je Boris Kham s temo *Opazujmo globoko vesolje.*

Matematika:

- Marko Razpet: *Matematika v Močnikovem času*
- Mateja Sirnik: *Matematika v času Franca Močnika in danes*
- Izidor Hafner: *Računalniška rekonstrukcija Močnikove prve računice*
- Peter Legiša: *Mere in merska reforma v Močnikovih učbenikih*
- Milan Hladnik: *Franc Močnik in konstrukcija pravilnega petkotnika*
- Zvonko Perat: *Od vrline z delom do pritlehnosti z igro*
- Mojca Trampuš: *Pes pri pouku matematike? Šala ali kaj drugega?*
- Nada Razpet: *Izbor Močnikovih geometrijskih nalog*
- Zlatan Magajna: *Franc Močnik v današnji šoli*
- Damjan Kobal: *(Močnikova) matematika: Razumevanje in smisel*
- Branko Šuštar: *Svetovi Močnikovih prevodov. Razširjenost učbenikov matematike Franca Močnika in poznavanje njegovega dela v nekaterih deželah Evrope*
- Ján Gunčaga: *Historical Mathematics Textbooks as a Resource for Motivation in Mathematics Education*

Posebej bi poudarili, da je Branko Šuštar, sodelavec Slovenskega šolskega muzeja, navezal stike z Močnikovimi proučevalci iz dežel nekdanje Avstro-Ogrske in da bomo o Močniku v naslednjih letih lahko izvedeli še kaj novega. Tudi Ján Gunčaga, ki dela na Catholic University in Ružomberok Faculty of Education, je našel nekaj povezav med Močnikovimi učbeniki in učbeniki drugih avtorjev na Slovaškem.

Večerni delavnici:

- Renata Babič: *Ustvarjajmo z ravnilom in šestilom*
- Nada Razpet: *Od Močnika do origamija*

Žal je zopet odpadlo opazovanje nočnega neba, ki ga je bil pripravljen voditi Boris Kham. Videti je, da so se udeleženci na večerne delavnice že navadili, zato bomo z njimi nadaljevali tudi v prihodnje.

Sobota, 25. oktobra 2014

Začeli smo z vabljenima predavanjema.

- Matej Brešar: *Nekomutativna algebra*
- Tomaž Zwitter: *Medzvezdna snov*

Prof. dr. Matej Brešar je prejemnik Nagrade Republike Slovenije za znanstveno-raziskovalno delo. Letos je izšla pri založbi Springer tudi njegova knjiga z naslovom: Introduction to Noncommutative Algebra. Uvedel nas je v teorijo nekomutativnih algeber.

Prof. dr. Tomaž Zwitter je prejel Zoisovo priznanje za pomembne znanstvene dosežke v astrofiziki in astronomiji.

Nadaljnja predavanja so zopet potekala v dveh sekcijah.

Fizika:

- Robert Repnik in Roman Ocvirk: *Varno opazovanje Sonca s helioskopom*
- Nada Razpet: *Svetlobni pojavi v hiši in zunaj nje*
- Tine Golež: *Podobnotrikotniško raziskovanje fotografije*
- Karel Šmigoc: *Heronov vodomet*

Z zadnjim predavanjem je bilo lepo sklenjeno dopoldansko delo fizikov, saj je naš častni član Karel Šmigoc prikazal delovanje omenjenega vodometa na 2 m visokem modelu. Pred kosilom smo še ujeli primerno vreme, da smo lahko s helioskopom opazovali Sončeve pege.

Matematika:

- Janez Žerovnik: *Descartesova metoda računanja tangent in alternativna definicija odvoda*
- Dušan Pagon: *Sistemi linearnih enačb v Močnikovih učbenikih in v luči sodobnih IKT*
- Matija Lokar: *Franc Močnik, Wolfram Alpha, Mathematica, GeoGebra in drugo*
- Boštjan Ketiš: *Primerjava utrjevanja pri matematiki med spletno učilnico in delovnimi listi*

Po kosilu smo se odpravili v Cerkljanski muzej, kjer smo si najprej ogledali razstavo *Z vrlino in delom* in si pod vodstvom Milojke Magajna ogledali še stalno razstavo o cerkljanskih lavfarjih *Pust je kriv!* in se seznanili z zgodovino Cerkljanskega.

66. občni zbor DMFA

Občnega zbora, ki se je pričel ob 17. uri, se je udeležilo 43 članov DMFA Slovenije (od teh 6 častnih članov). Imel je naslednji dnevni red:

1. Otvoritev
2. Izvolitev delovnega predsedstva
3. Društvena priznanja
4. Poročila o delu društva
5. Razprava o poročilih
6. Vprašanja in pobude
7. Računovodsko in poslovno poročilo DMFA Slovenije za leto 2013
8. Razrešitve in volitve
9. Razno

Ad 1. Ker je bilo ob 17.00 navzočih manj kot polovica članov DMFA Slovenije, smo začetek v skladu s 16. členom Pravil DMFA Slovenije prestavili za pol ure. Zato je pred pričetkom občnega zbora Milan Hladnik spregovoril o življenju in delu dr. Franca Močnika.

Ad 2. V delovno predsedstvo so bili izvoljeni: predsednik Mitja Rosina, člana Milan Hladnik in Stanislav Pirnat, zapisnikar Janez Krušič. Za overovatelja zapisnika sta bila izbrana Janez Bonča in Matjaž Željko.

Ad 3. Za častnega člana DMFA Slovenije je bil imenovan **dr. Izidor Hafner**. Utemeljitev je prebral Marko Razpet.

Društvena priznanja so prejeli: **Boris Kham**, profesor fizike, **dr. Barbara Rovšek** (Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta) in **Darinka Žižek**, profesorica matematike (Srednja ekonomska šola v Mariboru).

Utemeljitve je prebrala Lucijana Kračun Berc.

Ad 4. Poročila o delu društva so bila objavljena v Biltenu. Razprav in pripomb ni bilo.

Ad 5. Mitja Rosina je opozoril na premajhno število obiskov društvene domače strani `www.dmfa.si`. Priporočal je tudi, da se člani društva v večjem številu udeležujejo društvenih strokovnih ekskurzij. Maja Remškar je kot kandidatka za predsednico slovenskega odbora za fiziko predstavila vizijo svojega delovanja v upravnem odboru DMFA Slovenije. Poročila so bila sprejeta brez dodatnih razprav.

Ad 6. Potrjen je bil sklep upravnega odbora, da se prijavnina za udeležbo na tekmovanjih v šolskem letu 2014/2015 ne spremeni, če se ne bodo bistveno spremenili pogoji sofinanciranja. Za tekmovanja, ki se končajo z mednarodno olimpijado (MaSŠ-A, FiSŠ, astronomija SŠ) je prijavnina na najnižji stopnji 2,50 EUR, za vsa druga tekmovanja v organizaciji DMFA

Slovenije pa 1,50 EUR. Za udeležbo na višjih stopnjah tekmovanja prijavnine ni.

Ad 7. O sklepih nadzornega odbora je poročal Milan Hladnik:

1. pravilnost finančnega poslovanja za leto 2013 je nadzorni odbor ugotovil na svoji seji 19. 3. 2014;
2. z delom upravnega odbora je nadzorni odbor vseskozi seznanjen, bodisi s prisotnostjo na sejah bodisi z zapisniki sej upravnega odbora;
3. v delu upravnega odbora do občnega zbora nadzorni odbor ni zaznal nepravilnosti niti v tekočem letu in ne vidi razlogov za njegovo razrešitev ob izteku mandata.

Računovodsko in poslovno poročilo DMFA Slovenije za leto 2013 je bilo objavljeno v Biltenu in je bilo soglasno sprejeto.

Ad 8. Na predlog delovnega predsednika je občni zbor razrešil dosedanji upravni odbor, nadzorni odbor in častno razsodišče. Mitja Rosina se je članom razrešenih organov zahvalil za njihovo uspešno delo in občnemu zboru predlagal kandidatno listo za voljene organe DMFA Slovenije za obdobje 2015 in 2016. Sprejet je bil predlog, da so volitve javne. Navedimo le imena novih nosilcev funkcij pri DMFA Slovenije.

Novi predsednik DMFA Slovenije je postal Matej Brešar, predsednik slovenskega odbora za matematiko je postal Boštjan Kuzman, predsednica slovenskega odbora za fiziko pa Maja Remškar, prejšnjega člana nadzornega odbora Milana Hladnika je zamenjal Andrej Likar.

Občni zbor je pooblastil upravni odbor, da poišče in imenuje tajnika stalne komisije za pedagoško dejavnost. Za izkazano zaupanje se je zahvalil izvoljeni predsednik Matej Brešar.

Celotni sestav društvenih organov je objavljen na spletni strani društva.

Ad 9. Na predlog Matjaža Željka je občni zbor pooblastil upravni odbor, da prilagodi tekmovalne pravilnike v naslednjih primerih:

1. Če do konca leta ne bomo prejeli zagotovila, da se bodo srebrna priznanja na regijski oziroma področni stopnji tekmovanja po novem upoštevala pri vlogi za pridobitev Zoisove štipendije, bomo srebrna priznanja na vseh tekmovanjih podeljevali na državni ravni tekmovanja.
2. Če pride do bistvenega zmanjšanja finančnih sredstev pri sofinanciranju tekmovanj v znanju s strani Ministrstva za izobraževanje, znanost in šport, se to uravnovesi z ustreznim povečanjem prijavnine na tekmovanja, lahko pa tudi s spremembo števila ravni posameznih tekmovanj.

Občni zbor se je končal ob 19. uri.

Nada Razpet in Janez Krušič

DR. IZIDOR HAFNER NOVI ČASTNI ČLAN, BORIS KHAM, DR. BARBARA ROVŠEK IN DARINKA ŽIŽEK PREJEMNIKI PRIZNANJ DMFA SLOVENIJE

Šestinšestdeseti občni zbor DMFA Slovenije je 25. oktobra 2014 na predlog upravnega odbora za novega častnega člana DMFA Slovenije imenoval **dr. Izidorja Hafnerja**.

Izidor Hafner

Izidor Hafner je bil rojen leta 1949 v Ljubljani. Gimnazijo je obiskoval v Beogradu in Ljubljani. Že kot dijak se je uspešno udeleževal matematičnih tekmovanj za srednješolce. Diplomiral je leta 1972 z diplomskim delom *Popolnost predikatnega računa* na Fakulteti za naravoslovje in tehnologijo v Ljubljani na smeri tehnična matematika. Na isti fakulteti je z magistrskim delom *Regularni kolobar in maksimalni kolobar ulomkov končnega Baerovega $*$-kolobarja* leta 1974 tudi magistriral. Pred doktoratom se je znanstveno izobraževal tudi v Veliki Britaniji in Severni Irski. Leta 1983 je na Fakulteti za elektrotehniko obranil doktorsko disertacijo *Kompleksnost teorij Leśniewskega in njihova uporaba*.

Že kot študent se je na Institutu »Jožef Stefan« v Ljubljani ukvarjal z računalništvom in logiko. Tema dvema panogama, v katerih je videl velik pomen za razvoj znanosti in tehnologije, je ostal zvest ves čas svojega delovanja na univerzi, od leta 1974, ko je postal asistent, in nato kot visokošolski učitelj, vse do upokojitve leta 2013. Predaval je diskretne strukture, matematiko in programiranje. Zavzemal se je za uvedbo računalništva in logike v šole na vseh nivojih in za ustrezno izobraževanje učiteljev. Tako je leta 1977 organiziral prvo republiško tekmovanje iz računalništva, leta 1986 pa pričel ustanavljati krožke iz robotike v srednjih šolah in malo kasneje še poletne krožke za najboljše študente računalništva.

Z vso vnemo se je Izidor Hafner lotil tudi vpeljave logike v osnovne in srednje šole. Izdelal je ustrezne učne načrte za ta predmet in leta 1986 pričel organizirati tekmovanja iz logike, prva na svetu, čemur je leta 1990 pridružil še tekmovanja iz razvedrilne matematike. V ta namen je ustanovil tudi revijo *Logika in razvedrilna matematika* in zanjo prevzel uredništvo ter si pridobil zveste sodelavce. Zadnja leta se veliko ukvarja s poliedri, njihovo konstrukcijo in ustrezno računalniško podporo. Vodi številne poliedrske delavnice. Ustanovil je tudi Hišo poliedrov, kjer se obiskovalci seznanjajo z modeli in mrežami poliedrov ter prisostvujejo različnim delavnicam. Na spletni strani `http://demonstrations.wolfram.com/author.html?author=Izidor+Hafner` ima objavljenih več kot 640 kratkih interaktivnih demonstracij s področja planarnih in prostorskih likov ter teles.

Izidor Hafner na Občnem zboru

Od leta 2009 dalje poteka pod okriljem Fakultete za matematiko in fiziko, Inštituta za matematiko, fiziko in mehaniko ter DMFA Slovenije seminar za zgodovino matematičnih znanosti. Izidor Hafner je sodeloval s svojimi prispevki o zgodovini logike na Slovenskem in na Poljskem, predstavil je življenje in delo Raymonda Smullyana, ki mu je za mnoge knjige prav on priskrbel prevode v slovenščino. Pod drobnogled je vzel tudi Vegove logaritmovnike, v katerih je s podporo lastnih računalniških programov iskal napake. Ti programi so tudi dostopni na svetovnem spletu.

Izidor Hafner je bil dolga leta član upravnega odbora DMFA Slovenije, kjer je opravljal funkcijo tajnika Komisije za tekmovanje v razvedrilni matematiki. Pri Zvezi organizacij za tehnično kulturo Slovenije je predsednik komisije za logiko. V Obzorniku za matematiko in fiziko ter v Preseku je objavil več člankov s področja logike in teorije množic. Prav tako je s sodelavci izdal tudi zbirke nalog iz logike in razvedrilne matematike pri DMFA – založništvu. S svojimi prispevki redno sodeluje na društvenih strokovnih srečanjih in seminarjih.

Izidor Hafner je tudi dobitnik številnih priznanj. Leta 1990 je prejel priznanje Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije za delo z mladimi, leta 2000 mu je bil podeljen častni znak svobode Republike Slovenije za zasluge pri uvajanju računalništva in logike v srednje šole ter za delo z mladimi na teh področjih. Leta 2004 je sledilo priznanje Zveze za tehnično kulturo Slovenije za dolgoletno prizadevno razvijanje in izvajanje tekmovanj iz znanj ter za velik prispevek k razvoju tehnične kulture, leta 2007 je prejel priznanje »Prometej znanosti«, ki ga za odličnost v predstavljanju znanosti podeljuje Slovenska znanstvena fundacija, leta 2009 pa je prejel še nagrado Republike Slovenije na področju šolstva, in sicer za posebno uspešno vzgojno-izobraževalno inovacijsko in organizacijsko delo v visokem šolstvu.

Izidor Hafner ima 440 zadetkov v knjižničarskem sistemu Cobiss. Med njimi najdemo znanstvene, poljudnoznanstvene in strokovne članke, učbenike in priročnike, zbirke nalog, biltene, poročila, ocene knjig, diplomska ter magistrska dela ter prevode.

Boris Kham

Prof. Boris Kham je bil rojen v Ljubljani, kjer se je po maturi vpisal na Fakulteto za naravoslovje in tehnologijo, oddelek za matematiko in fiziko. Po končani prvi stopnji se je zaposlil na Institutu »Jožefa Stefana«. Ker pa je želel postati učitelj, si je poiskal delo najprej na Osnovni šoli Toma Brejca v Kamniku in nato na Osnovni šoli Prežihov Voranc v Ljubljani. Po diplomi na drugi stopnji omenjene fakultete pa je začel poučevati tudi na srednji šoli. Od leta 1989 vse do upokojitve je poučeval fiziko na Gimnaziji Jožeta Plečnika v Ljubljani.

O poučevanju in vzgoji Boris Kham pravi takole: *Človek mora biti pripravljen poglobiti se v svet, ki ga obdaja, ne zato, da se ga polasti, ampak da ga odkriva, občuduje in uživa ob opazovanju njegove lepote.* O svojih izkušnjah pri poučevanju fizike (in astronomije) in primerih dobre prakse je pisal v številnih revijah, kot so Spika, Proteus, Presek, Fizika v šoli, Vzgoja in izobraževanje, Prosvetni delavec itd. Boris Kham si je vedno prizadeval, da bi astronomija postala izbirni predmet tudi v srednji šoli.

Boris Kham je širši javnosti poznan kot astronom, saj je organiziral številne odprave v tujino (opazovanje Sončevega mrka) pa tudi javna opazovanja (Lunin mrk, prehod Venere čez Sončevo ploskev itd.), ki jih je snemal in v živo predvajal na spletu.

Boris Kham je prejel številna priznanja, med drugim leta 2009, skupaj s kolegi organizacijskega odbora Mednarodnega leta astronomije, priznanje »Prometej znanosti za odličnost v komuniciranju« za izjemne uspehe pri organiziranju komuniciranja raznovrstnih astronomskih vsebin.

Boris Kham sodeluje pri pripravi tekmovanj iz astronomije. Predava tudi na seminarjih za učitelje.

Barbara Rovšek

Dr. Barbara Rovšek že šesto leto zapored zelo uspešno vodi Komisijo za popularizacijo fizike v osnovni šoli, ki skrbi za organizacijo vsakoletnega tekmovanja za Stefanova priznanja. Vse naloge, povezane z organizacijo in izpeljavo tekmovanja, od zasnove in oblikovanja nalog za vse stopnje tekmovanja, izdelave rešitev s podrobnimi pojasnili in razlagami, do skrbi za brezhiben potek tekmovanja na vseh stopnjah, opravlja zavzeto in odgovorno. Skupaj s komisijo ohranja visoke standarde tekmovanja, pa naj zadevajo kvaliteto tekmovalnih nalog ali pa samo izpeljavo tekmovanja. Poleg zavzetega dela z osnovnošolci zadnja leta spremlja tudi tekmovalce na mednarodni fizikalni olimpijadi. Na njeno pobudo smo pri DMFA Slovenije v lanskem letu pričeli izvajati celoletne (sobotne) teoretične in eksperimentalne priprave dijakov na olimpijado. Pri izvedbi priprav tudi sodeluje. V letošnjem šolskem letu je uvedla tudi **Kresničko**, povsem novo tekmovanje iz znanja naravoslovja, namenjeno učencem od 1. do 7. razreda. Tekmovanje bo naravoslovna alternativa matematičnemu tekmovanju Kenguru.

Poleg tega, da je močno vpeta v tekmovalne dejavnosti društva, Barbara Rovšek skrbi tudi za strokovno izobraževanje učiteljev.

Sodeluje pri organizaciji bienalnega strokovnega seminarja iz fizike, ki se ga udeležujejo tako osnovnošolski kot srednješolski učitelji. S prispevki pogosto sodeluje tudi na pedagoških seminarjih, ki jih organizirajo druge ustanove.

Darinka Žižek

Darinka Žižek je profesorica matematike na Srednji ekonomski šoli v Mariboru. Diplomirala je na Pedagoški fakulteti v Mariboru in poučevala najprej na OŠ Sveta Ana v Slovenskih goricah, nato na OŠ Prežihovega Voranca v Mariboru in OŠ Sladki Vrh. Po končanem študiju za profesorico matematike (in profesorico fizike) pa je začela poučevati matematiko na srednjih šolah, najprej na Srednji živilski šoli v Mariboru, nato pa vse od leta 1993 na Srednji ekonomski šoli v Mariboru.

Ker imajo dijaki srednjih tehniških in strokovnih šol drugačen učni načrt in zato manjše možnosti za uspeh na tekmovanju iz matematike, ki je bolj pisano na kožo gimnazijcev, je prevzela pobudo, da bi imeli ti dijaki svoje tekmovanje. Društvo je njeno pobudo sprejelo, in tako je že od leta 2001 tajnica tekmovalne komisije za tekmovanja srednjih tehniških in strokovnih šol iz matematike ali, kot ga kratko imenujemo, tekmovanja B, kjer skrbi za izbor nalog, organizacijo in izvedbo regijskih in državnih tekmovanj.

Darinka Žižek je sodelovala tudi pri izvedbi Mednarodne matematične olimpijade, ki je bila leta 2006 v Ljubljani. Aktivna je tudi v študijskih skupinah in se redno udeležuje strokovnih seminarjev in srečanj. S svojim delom na šoli in zunaj nje skrbi za popularizacijo matematike med mladimi.

Na podlagi predlogov pripravila Nada Razpet

MIRIAM MIRZAKHANI JE KOT PRVA ŽENSKA DOBILA FIELDSOVO MEDALJO

Fieldsova medalja od leta 1936 velja kot nekakšen ekvivalent Nobelovi nagradi na področju matematike. Podeljujejo jo vsaka štiri leta na Mednarodnem matematičnem kongresu – najmanj dvema in največ štirim raziskovalcem, ki ne smejo imeti več kot štirideset let. Do zdaj jo je dobilo 52 ljudi. Zdaj imamo še več tovrstnih prestižnih in tudi denarno bogatejših nagrad – denimo Abelovo. Vendar so Abelovo nagrado večinoma dobivali že dolgo slavni matematiki v visoki starosti, tako da se, vsaj meni, ne zdi ta nagrada posebno vznemirljiva. Fieldsovo medaljo pa dobijo ljudje, ki so še aktivni in jih širša javnost, tudi matematična, pogosto ne pozna kaj dosti. V Seulu so 14. avgusta to nagrado dobili matematičarka (prvič!) in trije matematiki. Vsi štirje so migranti. Trije od njih so svoje talente odkrili pri srednješolskih tekmovanjih, od teh sta dva blestela na matematičnih olimpijadah. Ta dva se s hvaležnostjo spominjata srednješolske profesorice oziroma ravnateljice, ki sta ju spodbujali. Trije so iz intelektualnih družin, četrti pa je imel mamo, ki je bila pripravljena narediti vse za sinovo kariero. Vsi so skromni – kljub izrednim dosežkom, ki so zahtevali ogromno dela.

Prva ženska

Miriam (Maryam) Mirzakhani se je rodila leta 1977 v Teheranu v družini intelektualcev. V mladosti je požirala romane, želela je postati pisateljica in je sanjarila o velikih uspehih. Sprejeta je bila na srednjo šolo za nadarjena dekleta. Sprva ji je šlo slabo pri matematiki – ni bila posebno zainteresirana in profesorica je bila mnenja, da nima talenta. Naslednje leto je dobila novo učiteljico, ki je spodbujala dijakinje. Naenkrat je Miriam postala zvezda pri matematiki. Skupaj s prijateljico sta poskušali rešiti naloge z izbirnega tekmovanja za mednarodno olimpijado iz informatike. Miriam jih je rešila polovico. Dijakinji sta šli k ravnateljici in predlagali, da bi v šoli reševali podobne naloge. Ravnateljica, ženska z močnim značajem, je to odobrila, še več, dosegla je, da so dijakinje lahko sodelovale v izboru za mednarodno matematično olimpijado. Miriam se je skupaj s prijateljico uvrstila v ekipo in dobila v letih 1994 in 1995 zlato medaljo. Zadnje leto je dosegla vse možne točke. Po diplomi na univerzi Sharif v Teheranu je bila sprejeta na podiplomski študij na Harvardu. Tu se je pokazala njena vztrajnost pri reševanju težkih problemov. Ukvarjala se je s hiperboličnimi ploskvami (po domače je taka ploskev v okolici vsake točke videti kot sedlo), z enostavno sklenjenimi geodetkami na teh ploskvah in ocenami za število takih geodetk. Iz disertacije so nastali trije članki v najboljših revijah. Nato je postala raziskovalka na Clay Mathematics Institute. To je bila v bistvu bogata štipendija, ki jo je izkoristila za raziskovanje in poučevanje na Univerzi v Princetonu. Prej omenjene probleme je reševala tudi na za eno stopnjo bolj abstraktnem nivoju, in to povezala z matematično fiziko ... Zdaj je profesorica na univerzi Stanford. Zadnje čase se je ukvarjala tudi z biljardnimi mizami v obliki večkotnika, katerega koti so racionalni večkratniki števila π, torej z dinamičnimi sistemi. Ima izredno geometrijsko intuicijo, ki ji pomaga reševati tudi zelo abstraktne probleme. Fotografije jo kažejo, kako na tleh riše sličice na velike plahte papirja. Njena mala hčerka pravi: »Mamica spet slika.« Že pred Fieldsovo medaljo je dobila dve drugi nagradi.

Samosvoj način dela

Petintridesetletni Artur Avila je bil izredno nadarjen in samosvoj otrok iz Brazilije. Kot trinajstleten je prvič sodeloval na matematičnem tekmovanju in bil zmerno uspešen. To ga je izzvalo, da se je bolj posvetil matematiki in kmalu zmagoval na nacionalnih tekmovanjih. Mati samohranilka ga je spodbujala in veliko naredila za sinovo kariero. Leta 1995 je dobil zlato medaljo na mednarodni matematični olimpijadi v Torontu – čeprav Brazilci niso imeli nikakršnih priprav. Naslednje leto se olimpijade ni hotel udeležiti, ker je bil, ob (nerednem) obiskovanju gimnazije, že študent (s štipendijo) na dodiplomskem študiju na znanem matematičnem inštitutu IMPA v Riu de Janeiru. Inštitut je močan na področju dinamičnih sistemov, in temu je bolj ali manj ostal zvest tudi Avila. Inštitut je preživel vojaško diktaturo in vse politične krize – ker je matematično raziskovanje poceni in matematiki ne ogrožajo vladajoče elite.

Kot devetnajstletnik je Avila več mesecev preživel v ZDA pri slavnem matematiku Mihailu Ljubiču in z njim enakopravno sodeloval v raziskavah o (kaotičnih) dinamičnih sistemih. Doktoriral je z 21 leti, nato je bil pet let v Franciji, v glavnem na CNRS (Nacionalni center za znanstvene raziskave). Kljub majhni plači (dvakratnik minimalnega dohodka) mu je zelo ustrezalo, da mu ni bilo treba učiti in da je lahko delal, prihajal in odhajal povsem po svoje. Predvsem pa je lahko sodeloval z vrhunskimi strokovnjaki s svojega področja. Pravi, da skoraj ne prebira starih člankov, ampak raje sprašuje kolege. Zdaj – kadar ni na poti – pol časa preživi v Franciji, pol v Braziliji. Skuša privabiti tuje profesorje v Brazilijo, kjer so matematiki raziskovalci zdaj bolje plačani kot v Franciji, ob nižjih življenjskih stroških [1]. Živi in dela v skromno opremljenih prostorih in vse podreja matematiki. V prostem času se posveča ženi – raziskovalki na področju ekonomije, kuha in spremlja dnevno politiko. Zadnji roman – *Sliko Doriana Graya* Oscarja Wilda – je »prebral« na letalu leta 2000, tako da je začel v sredini, pogledal nato začetek in odložil, preden je prišel do konca. Redko si ogleda kak film. Zelo slabo mnenje ima o filmu Dobri Will Hunting (Good Will Hunting), ki prikazuje nekakšnega neprilagojenega matematičnega genija – samouka z dna družbe. Pravi, da junak očitno nima rad matematike, probleme rešuje le zaradi tekmovalnosti, lahko bi se ukvarjal s čimerkoli. Avila pa raziskuje, ker ga to veseli. (Tudi zame je ta holivudski izdelek neprepričljiv – pojavov uspešnih samoukov v matematiki že dolgo ni več. Po filmu pa naj bi se junak spoznal še na zgodovino, filozofijo, kemijo . . .)

Avila ne vozi avtomobila ali kolesa – to mu je v Parizu in Riu de Janeiru prenevarno – in raje premišljuje v vozilih javnega transporta. Dohodninske obrazce mu izpolnjuje mati. Nima reda ne časovno ne na delovnem mestu, pogosto vstaja šele popoldne. Včasih se mu rešitve utrnejo v postelji, med sprehodom ali na plaži, brez papirja in svinčnika. Ko pa se ideje zložijo, lahko piše deset dni po 18 ur na dan. Med drugim je dokazal rezultate o nestandardnih biljardnih mizah v obliki večkotnika, o Schrödingerjevih operatorjih . . . Avila rešuje probleme in je izredno zaželen kot sodelavec, zato mnogo potuje. S seboj vzame le tisto, kar lahko sam nese v letalo: preostalo konča v smetnjaku letališča [1]. Njegovi sodelavci pa se morajo sprijazniti s tem, da bodo pogovori z njim morda potekali na plaži ali celo v vodi. Skupaj s Svetlano Jitomirskayo (Žitomirsko) se je lotil *skoraj Mathieujevega operatorja*. Ta deluje na separabilnem Hilbertovem prostoru $l^2(\mathbb{Z})$. Naj bodo α, ω, λ realna števila, $\lambda \neq 0$. Operator H je (pri danih parametrih) definiran s

$$(Hu)(n) = u(n+1) + u(n-1) + 2\lambda \cos(2\pi(n\alpha + \omega))u(n).$$

Operator H je vsota premika za ena naprej, premika za ena nazaj in množenja z omejenim realnim zaporedjem. Premika sta drug drugemu adjungirana, zato je njuna vsota sebiadjungirana. Množenje z omejenim realnim zaporedjem si lahko predstavljamo kot diagonalno matriko z realnimi elementi po diagonali. Torej je H omejen sebiadjungiran operator. Njegov spekter je tako kompakten in leži na realni osi. Leta 1981 je Mark Kac ponudil deset martinijev tistemu, ki dokaže, da je za iracionalen α spekter nikjer gost, torej ne vsebuje odprtega intervala. Zato je bil ta problem znan kot *Ten Martini Problem*. Več odličnih matematikov in matematičnih fizikov (problem ima tudi fizikalno interpretacijo) je dobilo delne rezultate v tej smeri. Avila in Žitomirska sta problem dokončno rešila. Članek je bil objavljen v Annals of Mathematics 2009.

Čudežni otrok in Rubikova kocka

Manjul Bhargava (40 let) je bil rojen v Kanadi, v indijski družini. Oče je iz Kerale, mati, profesorica matematike na ameriški univerzi, je iz Radžastana. Bil je čudežni otrok, a je brez problemov sodeloval z vrstniki v vseh dejavnostih, vključno z igranjem košarke. Bhargava se ukvarja s teorijo števil in je dve leti po doktoratu postal redni profesor na Princetonu. Njegova konjička sta prebiranje poezije v sanskrtu in igranje indijskega tolkala, imenovanega tabla. Opis njegovega dela najdemo recimo v podiplomskem seminarju [2].

Binarna kvadratična forma je funkcija $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$, kjer so a, b, c cela števila. Forma je *primitivna*, če je največji skupni delitelj števil a, b, c enak 1. *Diskriminanta* forme je $D = b^2 - 4ac$ in je spet celo število. Celo število p je *reprezentirano* s formo f, če je $p = f(x_1, y_1)$, kjer sta $x_1, y_1 \in \mathbb{Z}^2 \setminus (0, 0)$. Pišimo $\vec{r} = [x, y]^T$ in $f(\vec{r}) = f(x, y)$. Naj bo A matrika, ki ima v prvi vrstici a in $\frac{b}{2}$, v drugi vrstici pa $\frac{b}{2}$ in c, pa je $f(x, y) = \langle A\vec{r}, \vec{r}\rangle$ in $\det A = -\frac{D}{4}$.

Naj bo zdaj S 2×2 matrika s celimi koeficienti. Vse take matrike S z determinanto 1 tvorijo *specialno linearno grupo* $SL_2(\mathbb{Z})$ (grupna operacija je množenje matrik). Za tak S definiramo f^S s $f^S(\vec{r}) = f(S\vec{r}) = \langle AS\vec{r}, S\vec{r}\rangle = \langle S^T AS\vec{r}, \vec{r}\rangle$. Vidimo, da ima matrika $S^T AS$ enako determinanto kot A, zato ima forma f^S enako diskriminanto kot f. Formi f, g sta *ekvivalentni*, če obstaja $S \in SL_2(\mathbb{Z})$, da je $g = f^S$.

Gauss je v Disquisitiones Arithmeticae 1801 študiral ekivivalenčne razrede primitivnih kvadratičnih form s fiksno diskriminanto D in našel kompozicijski zakon, ki je iz njih napravil grupo. Njegova obravnava naj bi bila težko razumljiva. Leta 1838 je Dirichlet stvari povezal z drugimi algebrajskimi strukturami in jasneje pokazal, da gre za grupo (končno Abelovo). Bhargava je v disertaciji našel 14 novih kompozicijskih zakonov za razne podobne forme, tudi binarne kubične forme oblike $f(x, y) = ax^3 + 3bxy^2 + 3cxy^2 + dy^3$. Navdih je našel v Rubikovi kocki. Rezultati so bili objavljeni v Annals of Mathematics leta 2004.

Podjetnik

Osemintridesetletni Martin Hairer je iz avstrijske družine, ki se je preselila v Švico. Njegov oče, Ernst Hairer je profesor matematike na Univerzi v Ženevi. Martin Hairer je že kot najstnik užival v programiranju. Na evropskem tekmovanju mladih znanstvenikov je pri 16 letih dobil nagrado za program za obdelavo zvočnih posnetkov. Iz tega je nastalo orodje Amadeus, ki ga Hairer trži še danes.

Pri doktoratu iz matematične fizike na Univerzi v Ženevi so ga pritegnile stohastične parcialne diferencialne enačbe (SPDE) – se pravi PDE, v katerih nastopajo tudi slučajne motnje – šum. Leta 2004 je dokazal, da je dvorazsežna Navier-Stokesova SPDE pri določenih omejitvah – tudi za šum – ergodična. Leta 2011 je dobil rešitev za pomembno SPDE, imenovano Kardar-Parisi-Zhangova enačba. Ta enačba se ukvarja s širjenjem meje med dvema območjema – denimo roba zgorelega območja, ko prižgemo vogal kosa papirja. Tu že minimalni zračni tokovi ali male variacije v debelini papirja (kot šum) vplivajo na obliko. (Mimogrede, premikanje meje med dvema območjema brez stohastike obravnavajo *Stefanovi problemi*. Naš rojak je bil eden od pionirjev na tem področju in se je s tem zapisal v zgodovino.) Hairer je nadaljeval študij tovrstnih problemov, a je imel hude težave z obravnavo oblike roba – enačbe (rešujejo jih navadno z uporabo distribucij) ne dajejo gladke rešitve, ampak težko obvladljiv žagast vzorec. Tu mu je prišlo na pomoč znanje o zvoku. Danes zvočne in slikovne datoteke večinoma prenašamo v stisnjeni obliki. Navadno lahko stisnemo za faktor 4 skoraj brez izgube kakovosti, tudi faktor 10 daje zadovoljive rezultate. Postopke stiskanja so najprej razvili za slike, saj te zahtevajo veliko prostora. Najbolj uporabljan je JPEG format (ki je bil tudi osnova za znani MP3 postopek stiskanja zvoka). Format JPEG ima omejitve – vsakega od treh barvnih kanalov RGB (rdeča, zelena, modra) zapisuje le z 8 biti, medtem ko senzorji boljših aparatov dajejo precej več podatkov. Kompresija z JPEG torej zavrže precej informacije, ki bi prišla prav pri nadaljnji obdelavi slike. Ta je nujna, če recimo slike nismo pravilno osvetlili, imamo ogromne kontraste med temnimi in svetlimi deli itd. Zato so strokovnjaki razvili in leta 2000 predstavili nov format za stiskanje, imenovan JPEG 2000. Ta omogoča zapis vsakega barvnega kanala z 8 ali 16 biti. Da bi dodatno izboljšali stisnjeno sliko, so avtorji namesto *diskretne kosinusne Fourierove transformacije* – kot pri originalnem JPEG – uporabili razvoj funkcij s tako imenovanimi *valčki*. (Mimogrede, pomembno vlogo pri JPEG 2000 je odigrala Ingrid Daubechies, bivša predsednica Mednarodne matematične unije (IMU), strokovnjakinja za valčke. Novi format se žal ni preveč uveljavil.) Hairer je megleno vedel za uporabo valčkov pri stiskanju slik in zvoka in naenkrat se mu je zazdelo, da bi lahko pomagali pri študiju oblike roba med območjema. Skupaj z ženo, kitajsko matematičarko – oba že dolgo delata na Univerzi v Warwicku v Angliji – sta poiskala natančno definicijo valčkov in ugotovila, da je stvar res obetavna. Žena je Hairerju takoj naročila, da opusti planirani sprehod, sede in začne delati. Iz tega je nastal 106 strani dolg članek *Solving the KPZ equation* v Annals of Mathematics (2013).

Simons Foundation

Odlične intervjuje z nagrajenci lahko preberete na spletni strani ustanove Simons Foundation [3], ki ima za cilj napredek osnovnih znanosti in matematike. Njen ustanovitelj James (Jim) H. Simons je bil dvajset let uspešen raziskovalec na področju algebraične topologije in diferencialne geometrije. Star kakih 26 let je vložil od domačih izposojen denar (njegovi starši so imeli tovarno čevljev) v poslovno iniciativo v Kolumbiji. Tja se je s prijateljem iz ZDA pripeljal na skuterju (sam pravi, da je čudež, da je preživel to vožnjo). V Kolumbiji je videl priložnost v splošni nerazvitosti. Denar je vračal med drugim tako, da je kot mladi predavatelj na Harvardu (brez vednosti in dovoljenja matične ustanove) predaval še na drugi univerzi! (V dolgem intervjuju na strani Simons Foundation priznava, da posledično njegova harvardska predavanja iz PDE niso bila ravno najboljša.) Nato je zaradi dobrega zaslužka delal kot kriptograf za vojsko – in bil odpuščen zaradi javnega nasprotovanja vietnamski vojni in precejšnje arogance proti šefu generalu. Tridesetleten je postal predstojnik Oddelka za matematiko na State University of New York (SUNY) v Stony Brooku in ga v sedmih letih z nekaj premestitvami in mnogo novimi nastavitvami spravil na visok nivo. Po dvanajstih letih je njegov vložek v tovarno v Kolumbiji prinesel bogato plačilo. Tako je pustil univerzitetno kariero in se usmeril v finančne špekulacije. Kot sodelavce je najel odlične matematike, fizike, astronome in računalnikarje (izogibal pa se je finančnikom z izkušnjami z Wall Streeta). Njegovi začetni uspehi so bili fenomenalni. Kot sam pravi, pa je bilo vsakdanje hitro mešetarjenje preveč stresno, zato (in zaradi možnosti bliskovitega elektronskega trgovanja) se je sklad usmeril v izdelavo algoritmov in odločitve vse bolj prepuščal računalnikom. V letu 2007 si je kot direktor sklada rizičnega kapitala (angl. *hedge fund*) Renaissance Technologies izplačal skoraj tri milijarde dolarjev nagrade. Danes je eden od sto najbogatejših ljudi na tem planetu. »Vreden« naj bi bil 13 milijard dolarjev. Je eden od bogatašev, ki so podpisali izjavo, da bodo veliko večino svojega premoženja dali v splošno dobro. Ogromno je dal in daje za matematiko, fiziko in biologijo. Predvsem za temeljne raziskave, pa tudi za izboljšanje pouka matematike. Poenostavljeno: tiste, ki opravijo izpit znanja matematike (ne glede na smer študija) in so uspešni na predstavitvi, štipendira za dopolnilno izobraževanje za učiteljsko licenco (po možnosti z dodatnimi kurzi iz matematike). Nato pa jim – skupaj z že zaposlenimi srednješolskimi profesorji na javnih šolah v New Yorku, ki gredo skozi isto sito – daje nemajhen dodatek k učiteljski plači. In pripravljen je to storiti za več sto učiteljev.

Več kot šestdeset let star je zaradi družinske tragedije – v nesreči je izgubil že drugega sina – našel kot terapijo svojo staro ljubezen do matematičnega raziskovanja in v sodelovanju z mlajšim kolegom rešil nekatere probleme, pri katerih se mu je ustavilo pred desetletji. Priporočam ogled predavanja [4], ki ga je imel na univerzi MIT – uvod mu je naredil stari sodelavec in prijatelj, slavni Isadore M. Singer. Simons je pred nekaj leti prepustil vodenje sklada R. T. mlajšim in postal predsednik nadzornega sveta. Zdaj se ukvarja predvsem z vodenjem dobrodelnega sklada Simons Foundation (skupaj z ženo, ki je direktorica sklada) ter raziskovanjem. Skoraj dve desetletji vlaga v razvoj litij-žveplovih akumulatorjev v okviru podjetja Sion Power. Te baterije so uporabili v rekordnem letu petdesetkilogramskega brezpilotnega letala na sončno energijo, ki je zdržalo na višini 12–21 km dva tedna. Žal ti akumulatorji za zdaj prenesejo le kakih 50–75 polnitev.

Konec julija 2014 je sklad Renaissance Technologies obravnaval Senat ZDA. Preiskovalna komisija mu je – ob redkem soglasju demokratov in republikancev – očitala, da je v sodelovanju z dvema velikima bankama obšel zakonske omejitve o špekuliranju s sposojenim denarjem in »privarčeval« kakih šest milijard dolarjev pri davkih. Banki sta si izmislili nov finančni instrument. V bistvu sta posodili skladu ogromno denarja ob le desetodstotni lastni udeležbi sklada (zakonsko bi morala lastna udeležba biti vsaj polovica). Sklad je s to finančno »košaro« opravil tudi stotisoč nakupov in prodaj dnevno in zaradi dobrih algoritmov v nekaj letih zaslužil desetine milijard dolarjev. Banki sta za stroške pobrali nekaj sto milijonov dolarjev. Uradno pa je bila taka košara ves čas last banke in bila prijavljena pri davkariji kot »investicija«, ki je trajala navadno poldrugo leto. Tako je bila stopnja davka na dobiček bistveno nižja. Novi direktor sklada R. T. se je izgovarjal, da je v to shemo šel, ker so bile po pogodbi z banko morebitne izgube omejene, da je bilo vse legalno, kar bodo lahko dokazali, itd. Skoraj gotovo so podobne stvari delali tudi drugi sorodni skladi, ki so večinoma zelo netransparentni; R. T. je bil izpostavljen kot eden najbolj donosnih. Zdaj tovrstno izogibanje davkom menda ni več mogoče.

LITERATURA

[1] J. M. Salles, *Artur has a problem, How a great mathematician is made*, `http://revistapiaui.estadao.com.br/edicao-95/so-no-site/artur-has-a-problem`, ogled 10. 11. 2014.

[2] Florian Bouyer, *Composition and Bhargava's cubes*, `http://www2.warwick.ac.uk/fac/sci/maths/people/staff/bouyer/gauss_composition.pdf`, ogled 10. 11. 2014.

[3] Simons Foundation, `http://www.simonsfoundation.org/`, ogled 10. 11. 2014.

[4] James Simons, *Mathematics, Common Sense, and Good Luck: My Life and Careers* `http://www.youtube.com/watch?v=SVdTF4_QrTM`, ogled 10. 11. 2014.

Peter Legiša

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
Letnik 61, številka 5

ISSN 0473-7466, UDK 51 + 52 + 53

VSEBINA

CONTENTS

Na naslovnici: Križanje dveh gruč, pri katerem je najverjetneje nastal Higgsov delec, ki je nato razpadel v štiri mione. Desno: tiri nastalih delcev v projekciji na ravnino, pravokotno na smer protonov v interakcijski točki. Tiri mionov so obarvani rdeče in so zaradi velike gibalne količine vsakega izmed mionov skoraj ravni, medtem ko so tiri drugih nabitih delcev z manjšo gibalno količino ukrivljeni v polju solenoidnega magneta. Levo zgoraj: rekonstruirani tiri delcev v neposredni bližini interakcijske točke v projekciji vzdolž smeri vpadnih protonov. Tiri se križajo v desetih točkah (pikah na sliki): pri križanju gruč je prišlo do desetih protonskih trkov. Levo spodaj: rekonstruirani tiri skupaj z delom ogrodja za toroidni magnet detektorja ATLAS (os detektorja ATLAS se ujema s smerjo vpadnih protonov). Tiri mionov so spet obarvani rdeče, modri in zeleni kvadri pa prikazujejo mesta, kjer se tiri ujemajo s signali v sistemu za detekcijo mionov na zunanji strani detektorja. Več o tem lahko preberete v članku Higgsov bozon na strani 173.