

rešitve, ki privzamejo, da je kakšna od dejansko obrnljivih matrik (recimo $A - B$ ali $C + A^{-1}$) obrnljiva.

Pogosto se uštejemo tudi pri težavnosti nalog. Letos tako noben od študentov ni prišel niti blizu rešitvi naslednje naloge:

Prvi dan, četrta naloga: *Naj bo $p(z) = a_0 + a_1z + \dots + a_nz^n$ polinom s kompleksnimi koeficienti in $1 = c_0 \geq c_1 \geq \dots \geq c_n \geq 0$ konveksno zaporedje realnih števil (to pomeni, da je $2c_k \leq c_{k-1} + c_{k+1}$ za $k = 1, 2, \dots, n-1$). Pokaži, da za polinom $q(z) = c_0a_0 + c_1a_1z + \dots + c_na_nz^n$ velja*

$$\max_{|z| \leq 1} |q(z)| \leq \max_{|z| \leq 1} |p(z)|.$$

Meni osebno je bila najbolj všeč naslednja naloga:

Drugi dan, tretja naloga: *Naj bosta A in B kvadratni kompleksni matriki, za kateri velja $A^2B + BA^2 = 2ABA$. Pokaži, da za dovolj veliko naravno število k velja $(AB - BA)^k = 0$.*

Naša študentka Špela Špenko je čudovito in zelo kratko rešitev dobila s pomočjo znanih dejstev o nilradikalih.

Ena od lepših uradnih rešitev pa uporabi le znanje linearne algebre: Najprej pokažimo, da komutator $X = AB - BA$ komutira z A :

$$AX - XA = (A^2B - ABA) - (ABA - BA^2) = A^2B + BA^2 - 2ABA = 0.$$

Ker je

$$X^{m+1} = X^m(AB - BA) = A(X^mB) - (X^mB)A,$$

je sled matrike X^{m+1} enaka 0 za vse $m \geq 0$. Sledi matrik $X, X^2, \dots, X^n$ so vsote ustreznih potenc lastnih vrednosti matrike X . Zato morajo biti vse lastne vrednosti ničelne in matrika X je nilpotentna.

Marjan Jerman

MATEMATIČNO RAZISKOVANJE NA MARSU

V okviru DMFA Slovenije smo poleti že četrto leto zapored organizirali MARS – Matematično Raziskovalno Srečanje, namenjeno širšemu krogu srednješolcev. Srečanje je potekalo od 16. do 22. avgusta na Fakulteti za matematiko, naravoslovje in inf. tehnologije v Kopru. Vsebinski poudarek srečanja je na ustvarjalnem raziskovanju matematičnih problemov in njihovega ozadja, ne pa na tehnikah reševanja tekmovalnih nalog.

V pestrem programu je sodelovalo okoli 25 dijakov iz vse Slovenije, ki so v okviru letošnje vodilne teme „Oblika prostora“ sodelovali v delavnicah in pripravili nekaj krajših skupinskih projektov o krivuljah, fraktalih, neevklidski geometriji ter večrazsežnih objektih. Pri izvedbi delavnic so sodelovali Uroš Kuzman, Gašper Zadnik, Dejan Širaj, David Gajser, Nino Bašič in Maja Alif, razen prvega vsi še študentje matematike na FMF Univerze v Ljubljani.

Kot vsako leto pa je krajša predavanja o vlogi matematike v sodobni družbi za dijake pripravilo tudi nekaj uglednih slovenskih raziskovalcev: prof. dr. Sandi Klavžar (Hanojski stolpi), doc. dr. Emil Žagar (Bezierjeve krivulje), doc. dr. Martin Milanič (Matematika v biologiji: iskanje popolnih filogenetskih dreves) in doc. dr. Aljaž Ule (Teorija iger: matematika strateškega odločanja).

Tudi letos je MARSovske strokovne aktivnosti spremljal domiselni družabni program, ki se je začel s spoznavnim večerom, imenovanim Vzlet. Na Olimpijskem večeru so svoje prigode in vtise s tekmovanj predstavili udeleženci štirih letošnjih mednarodnih olimpijad: matematične (Anja Komatar, Matjaž Leonardis, Matej Aleksandrov), fizikalne (Filip Kozarski), računalniške (Matjaž Leonardis, Žiga Ham, Matej Aleksandrov, Nace Hudobivnik) in lingvistične (Anja Komatar, Katja Klobas, Boris Mitrović). Veliko MARSovsko pustolovščino, zabavno orientacijsko tekmovanje z matematičnimi ugankami, so dijaki začeli s fizikalnimi poskusi v koprskem Centru eksperimentov, končali pa na ukrivljeni ploskvi velikega tobogana v vodnem parku. Obiske plaže v prostem času so dijaki popestrili z igrami za utrjevanje moštvenega duha, skoraj vsak večer pa so se pozno v noč zabavali z namiznimi strateškimi igrami od šaha do katancev. Ko so v petek zjutraj končali s pripravo projektov, so si za oddih v kinu ogledali še film „21 – Razpad Las Vegasa“, hollywoodsko interpretacijo zgodbe o skupini študentov matematike, ki je uspešno goljufala velike igralnice.

Zares pestro dogajanje na MARSu je obširneje predstavljeno na spletni strani <http://mars.famnit.upr.si/>. Kot vodja programa pa lahko rečem, da se MARSa večinoma udeležujejo dijaki, ki so kot z drugega planeta: ustvarjalni, polni energije, radovednosti, matematičnih idej in zabavnih domislic, zato je delo z njimi nadvse prijetno. Obenem bi se za gostoljubje zahvalil prof. dr. Draganu Marušiču, dekanu Fakultete za matematiko, naravoslovje in inf. tehnologije v Kopru, kjer je potekala večina strokovnih dejavnosti. MARS 2009 sta finančno podprla tudi Ministrstvo za visoko šolstvo, znanost in tehnologijo ter Študentska organizacija Univerze v Ljubljani, končal



(foto: Jernej Filipčič)

pa se je v soboto, 22. avgusta, ko so se predstavitve dijaških projektov z zanimanjem udeležili tudi številni starši udeležencev.

Boštjan Kuzman

MATEMATIČNE NOVICE

Nagrada za najboljši članek iz Uporabne linearne algebre

To nagrado (SIAG/LA Prize) podeljuje Sekcija za linearno algebro znane organizacije SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics) vsako tretje leto. Letos sta jo dobila profesor dr. **Zlatko Drmač** z Univerze v Za-