

Predlog drugačnega načina razlage posebne relativnosti v srednji šoli

Peter Prelog

upokojeni učitelj fizike

Posebna relativnost je prav gotovo poglavje pouka fizike, ki ga – ob krčenju učne snovi zaradi časovne stiske – nikakor ne smemo izpustiti, saj je to prvo razširjanje klasične fizike v nove matematične okvire. Poleg težav v splošno izobraževalni šoli zaradi zahtevne matematike so pa tudi težave z razumevanjem nekaterih navidezno protislovnih trditev: npr. kako lahko kaže Vladkina ura manj od Perove ure in hkrati (!) več od nje? Tudi moj meter je lahko večji od sosedovega in hkrati (!) manjši od njega!?

V tem besedilu skušam najti srednji šoli primerno razlago posebne relativnosti.

Pri tem ponujam nov (star?) način poučevanja: »številkanje«, ki naj bi olajšal razumevanje sicer matematično obdelane učne snovi tistim dijakom, ki za matematiko morda niso preveč navdušeni. Pa še pri tem bomo uporabili samo nekaj števil: 0, 1, 50, 100, 200 ... in graf (t, x).

Namesto zahtevnejših matematičnih transformacij koordinat med dvema inercialnima sistemoma ponujam za fizikalno manj vnete dijake pogled iz enega vlaka na drugega, vzporedno vozečega, kar – na lažji način – omogoča razumevanje teh povezav.

Naslednje besedilo in slike se lahko pri pouku uporabijo samostojno ali pa kot ilustracije k drugim razlagam, nikar pa ne uporabljajte vsega tega besedila v razredu, saj je namenjeno učiteljem, ne dijakom! Za njih ga razredčite, prilagodite!

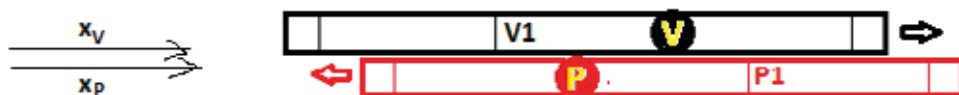
Ob prvi razlagi posebne relativnosti v srednji šoli največkrat uporabimo razlago s hitro se premikajočo »svetlobno uro« B, ki se premika v smeri koordinatne osi x sistema A z veliko hitrostjo v ; v njej pa svetlobni žarek šviga gor in dol v smeri osi y s hitrostjo c (glej [*0]). Vedno me je

motila ta nedoslednost: najprej vse poenostavimo z razlago v eni prostorski dimenziji x , potem pa brez potrebe dodamo še drugo prostorsko dimenzijo y ! To pa je odveč, če razlagamo drugače! Razlage v dveh ali več prostorskih dimenzijah prepustimo fakultetam!

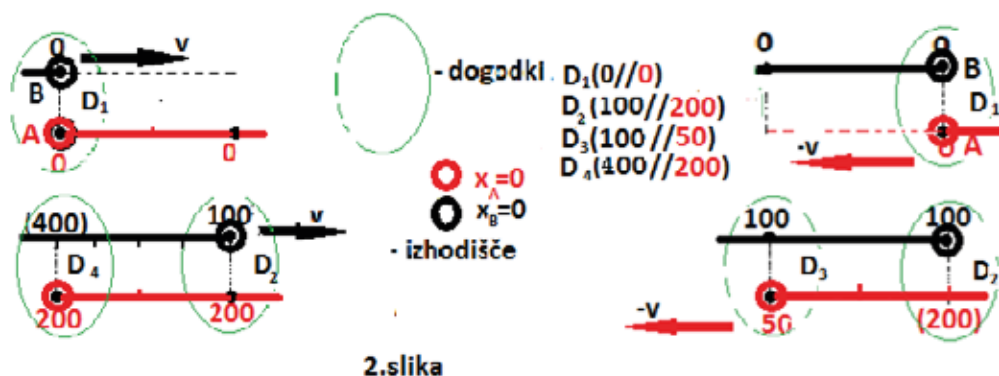
Zato predlagam drugačno pot razlage. Seveda samo »pot«; za način razlage v razredu, za obseg snovi v razlagi, sredstva razlage – risbo, letvico, računalniško sliko ... se pa odloči razlagalec, učitelj, ko upošteva sposobnosti svojih dijakov, okoliščine in čas, ki mu je na razpolago za razlago.

Prikažimo relativno gibanje dveh enodimenzionalnih inercialnih sistemov A in B na vzporednih oseh x_A in x_B ! Predstavimo ga s postavitvijo dveh **domišljajskih** (nepospešenih) vlakov A in B z enakimi **vagoni** in enakimi **vagoni**, ki se premikata v nasprotnih smereh s konstantno relativno hitrostjo v . Na začetku vsakega vagona je ura (t_A ali t_B) in oznaka vagona (x_A ali x_B) tako, da ju lahko »preberemo« tudi iz sosednjega sistema – vlaka. Ure na vlaku A so sinhronizirane med seboj, enako ure na vlaku B (klasično kažejo vse enako)! (glej [*0]) Namesto na sliki ali na zaslonu prikažemo lahko vlaka tudi z dvema letvicama: na oznaki **V** sedi Vladka v koordinatnem izhodišču zgornjega sistema B, Na oznaki **P** je **Pero** spodaj v izhodišču A (1. slika).

Seveda pa v vesolju ne moremo opazovati nobenih neskončno dolgih vlakov, to je samo izmišljeni pripomoček za lažje razmišljanje, ki pa vseeno zadošča za smiselne zaključke. Njihovo relativno gibanje in spreminjanje časov na njihovih urah lahko prikažemo tudi z računalniškim programom »vlaki« (kot na 4. sliki, [*0]). Sicer pa lahko vsako vesoljsko plovilo obravnavamo enako kot »del vlaka« na naših slikah!



1.slika



Taka slika dogodkov je koristna zaradi lažjega razumevanja meritev; dejansko naj bi bili ti »vlakci« svetlobno hitri in seveda ne bi bilo mogoče, da bi človek gledal na uro na sosednjem vlaku! Zmogle bi pa to elektronske naprave pa tudi naknadna izmenjava informacij med opazovalci A in B! In tolažba za fizike: to besedilo ni fizikalna znanost, to je le učiteljsko prizadevanje za razumljivo razlago v srednji šoli, z vsemi »neznanstvenimi« približki in poenostavitvami.

Zapišimo predpostavki naše nove teorije (seveda zopet poenostavljeni za uporabo v šoli – glej pripombo [*1]), postulata nove fizikalne teorije, najprej starejšo predpostavko:

(I): V obeh inercialnih sistemih veljajo enaki fizikalni zakoni.

In še »novejšo«:

(II): Svetlobni hitrosti c_A in c_B sta enaki za poljubnega opazovalca (Maxwell).

Ker je ta enakost hitrosti (merjena iz istega opazovališča v A ali B) skregana s klasičnim načinom računanja hitrosti ($c_A = v + c_B > c_B$ [*2]), lahko domnevamo, da tudi časi na urah A in B ne bodo tekli klasično, $t_A = t_B$: najenostavnejša nova povezava med časoma istega dogodka (npr. v izhodišču $x = 0$ [*3]) bi bila linearna: $t_A = \gamma \cdot t_B$, ($\gamma = \text{konst}$), v tem je zajeta tudi klasična povezava pri $\gamma = 1$, (korespondenca). Razmišljajmo o posledicah!

1. posledica: hitrost razmikanja izhodišč v , (I postulat): $|v_A| = |v_B| = v$ [*4] in $c > v$ (sicer svetlobni signal c iz enega izhodišča ne bi mogel ujeti odmikajočega se (v) drugega izhodišča!)

2. posledica: Ko sta si izhodišči P in V (1. slika) (ob $v = \text{konst.}$) »nasproti« (v isti točki, 2. slika levo in desno zgoraj), naj bo to dogodek D_1 v skupnem koord. izhodišču $x = 0$, uri A in B tam naj kažeta 0: $D_1(t_A, x_A) = D_1(0, 0)$ in $D_1(t_B, x_B) = D_1(0, 0)$. Ko izhodišči nista več skupaj (2. slika spodaj), naj kaže ob $\gamma = 2$ SOSEDOVA URA

B OB IZHODIŠČU A: $t_B = t_{A0} \cdot \gamma$ (2. sl. sp. desno), SOSEDOVA URA A OB IZHODIŠČU B: $t_A = t_{B0} \cdot \gamma$ (2. sl. sp. levo) – nova povezava! [*3]

(Dogajanje na 2. sliki lahko lepše prikažemo z rač. programom »vlakci«, $\gamma = 2$ ali na letvicah: čase dogodkov obešamo izpisane na kartončkih na žebličke ob koncih »vagonov«, 1. slika).

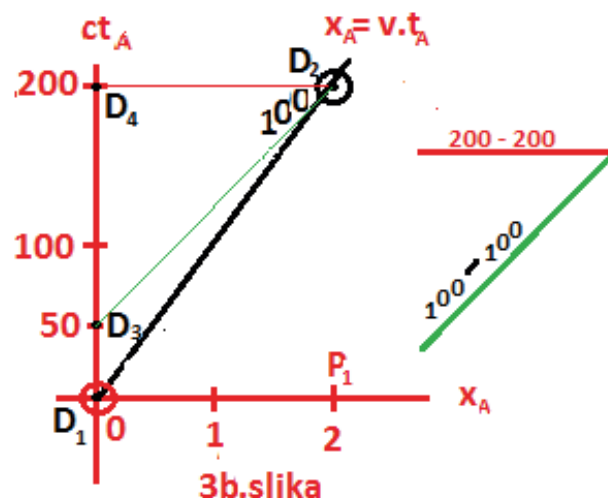
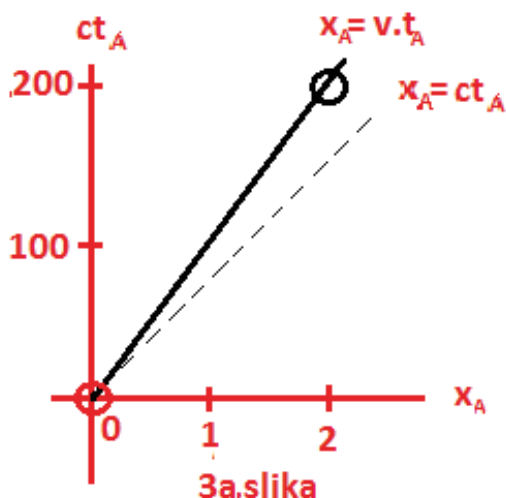
Premaknimo Vladko v izhodišču B iz skupnega izhodišča D_1 za dva vagona_A na desno, $x_A = 2$, $D_2(200, 2)$! (2. slika levo sp.) ali pa Pera v izhodišču A za en vagon_B na levo $x_B = -1$, $D_3(100, -1)$ (2. sl. desno sp.). Desna 2. slika bi lahko imela enake številke kot leva ($200 - 200$, 100 , 2 vagona_B), vendar narišemo krajšo sliko ($100 - 100$, 50 , 1 vagon_B) zato, da bi imeli, zaradi primerjave, na desni spet isti D_2 $100/200$ kot na levi 2. sliki (in s tem – ob istem dogodku D_2 kot na levi, imeli med Vladko in Perom – tudi na desni 2 vagona_A!).

Med t_A in t_B naj bo torej v izhodiščih (ob $v = \text{konst.}$) linearna zveza. Ker pa je hitrost v konstantna, je $x_A = v \cdot t_A$ premica odmikanja Vladke od Pera v grafu (ct_A, x_A) bolj strma kot simetrala $x_A = c \cdot t_A$, saj je $v < c$ (3a. slika, [5*]): (ct_A ob ordinatni osi zaradi enakega merila na obeh oseh).

3. posledica: OB IZHODIŠČU SOSEDOVA URA NE MORE KAZATI MANJ ($\gamma > 1$)! Ko se Vladka odmakne od Pera ($t \neq 0$, D_2) mu pošlje svetlobni signal. Napišimo enačbi za gibanje svetlobe od starta V do cilja P posebej za sistema A in B in iz obeh izpeljimo $\gamma^2 = 1/(1 - v^2/c^2) > 1$

Odtod npr. $\gamma = 2 \rightarrow v = 0,87c$. Korespondenca $v \rightarrow 0$, $\gamma \rightarrow 1$! (*6).

Ob vsakem dogodku D »vidita« opazovalca (na mestu dogodka D) na vlaku A in na vlaku B oba ista para koordinat: $D(t_A, x_A)$ in $D(t_B, x_B)$, **DOGODEK D JE V DVEH SISTEMIH DOLOČEN S ŠTIRIMI KOORDINATAMI!** [*7] Pri tem je nasploh $t_A \neq t_B$, (klasično $t_A = t_B$, tam gibanje ne vpliva na čas), $v = \text{konst.}$ – za vse vagone obeh



vlakov. Merske enote: 1(s²), »korak« premika na slikah: npr. (2. slika) v časovnem presledku $\Delta t = 100$ (s²) je premik za en vagon (1. vagon = $t \cdot v = 100v$, npr. $v = 1\text{m/s}$, 1. vagon = 100 m). Na 2. sliki ($\gamma = 2$) so konci vagonov označeni samo s črtico in s časom dogodka na tem mestu, levo dve zaporedni A istočasni sliki (zgoraj 0 – 0 in potem spodaj 200 – 200, desno zaporedno po dva B istočasna dogodka zgoraj 0 – 0, spodaj 100 – 100). ENOT NE PIŠEMO, v obeh sistemih so iste; npr. meter, vagon, sekunda ...! Na levi sliki spodaj se premakne izhodišče B z Vladko za »2 koraka«, 2 vagona_A = $2 \cdot 100v$ na desno (D₂), na desni sliki spodaj izhodišče A s Perom za en »korak«, 1 vagon_B = $100v$ na levo (D₃).

V A so ure Asinhronizirane (0–0, 200–200), v B Bsinhronizirane (0–0, 100–100)!

4. posledica: upoštevam 2. posledico in na 2. sliko dodam levo D₄ (400), desno je D₂ (200).

A ISTOČASNI DOGODKI NISO B ISTOČASNI! D₄, D₂

B ISTOČASNI DOGODKI NISO A ISTOČASNI! D₃, D₂

Leva 2. slika, 4. slika: vsi dog. so A istočasni (0–0, 200–200) – ne pa B istočasni!

Desna 2. slika: vsi dog. so B istočasni (0–0, 100–100) – ne pa A istočasni!

Ob sinhr. 100 – 100 – ... na B – je na A med izhodiščem A in koncem drugega vagona_A časovna razlika: ... 50 – 200 – ... (desna 2. slika spodaj) $\Delta t_A = 150 = 100 \cdot \gamma - 100/\gamma = \Delta t_B \cdot (\gamma - 1/\gamma)$, če je $\Delta t_B = 100$ »korak« gibanja izhodišča A med izhodiščem B in koncem prvega vagona_B in v B časovna razlika med D₁ in D₃.

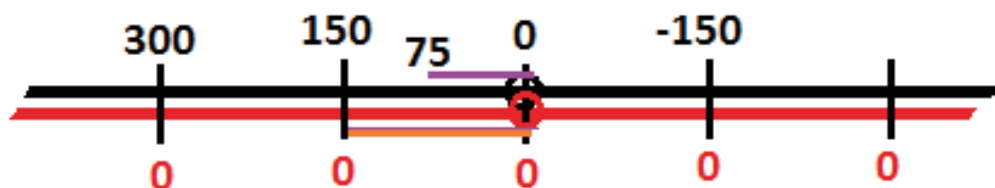
Ob $t_A = 0$ in A istočasnosti dogodkov pa je 4. slika (kaj kažejo ure na obeh vlakih ob D₁, prim. 2. levo sliko zg.) takšna: $\Delta t_B = 150$ (podobno za $t_B = 0$, B)

5. posledica: URE DVEH SISTEMOV SE HKRATI PREHITEVAJO IN ZAOSTAJAJO! (2, 3b slika). Primer: Vladko v izhodišču B ob dogodku D₂ ($t_2 = 100$) vprašamo, koliko (hkrati, istočasno) kaže Perova ura t_A v (od nje oddaljenem!) izhodišču A (P)! Možna sta dva odgovora: A istočasno 200 (= $100 \cdot \gamma$) (2. slika levo, A prehiteva!) in B istočasno 50 (= $100/\gamma$, B prehiteva!) (2.slika desno). Če Vladko takrat vprašam za sosedno (neoddaljeno!) A-uro (pomočnika P1, 3b slika) je odgovor samo eden: 200.

Torej: Vladkina ura prehiteva Bistočasno (100–100) Perovo uro (50), ki zaostaja – hkrati (ob dogodku D₂!) pa Perova ura prehiteva Aistočasno (200–200) Vladkino uro (100), ki zaostaja. Pri tem EN dogodek na Vladkini uri (100, D₂) povezujemo z DVEMA zaporednima dogodkoma (50, 200, D₃, D₄) na Perovi uri. Prvi, D₃ je B istočasen z D₂, drugi, D₄, A istočasen z D₂.

Torej izraz HKRATI se sklicuje na EN DOGODEK, istočasnost A ali B pa vedno povezuje dva dogodka! Dve istočasnosti, A in B, ki se nikoli ne prekrivata (4.posledica) pa povzročata navidežno časovno protislovje!

Na ta način, kot na 3b.sliki, lahko odgovorimo na vprašanje o času na poljubni sosedni uri tudi, če je postavljeno poljubnemu opazovalcu v sistemu. Pri tem so (ob določenem γ) vse možne (rdeče npr. 200–200) A istočasnice seveda vzporedne, enako tudi (zelene npr. 100–100) B istočasnice. Kaj bi odgovoril Pero, če bi ga ob D₃ vprašali, koliko kaže istočasno Vladkina ura? In koliko vidi na sosednji uri V1 Vladkine pomočnice?



4.slika

Na 2.sliki levo vidimo, da je Vladka izmerila časovni presledek $\Delta t_B = 100$ med dvema dogodkoma D_1 in D_2 NA ISTEM MESTU v izhodišču B. Imenujemo ga **LASTNI časovni presledek**. Pero je pa izmeril za ista dogodka **KOORDINATNI** časovni presledek $\Delta t_A = 200 = \gamma \cdot \Delta t_B$ gibanja Vladke med istima dogodkoma, a med različnima koordinatama izhodišča A in pomočnika P_1 na koncu drugega vagona_A. (Na sliki desno je pa med D_1 in D_3 lastni Perov presledek 50, koordinatni Vladkin pa 100).

Lastni presledek (npr. 100) med dogodkoma je (zaradi 2. posledice) **vedno manjši od koordinatnega (200) med istima dogodkoma.**

Na 3b. sliki so lastni časi (0, 50, 100, ...) dogodkov, ki se dogajajo pri Peru, na navpičnici ct_A skozi izhodišče in lastni časi (0, 50, 100, ...) pomočnika P1 na navpičnici skozi P1. Lastni časi Vladke (0, 100, ...) pa so na poševnici iz izhodišča skozi D_2 ... (Obratno bi bilo na grafu (ct_B, x_B)).

Če se po koordinatnem sistemu A premika namesto Vladke hitri delec B, bomo LASTNO časovno dogajanje na njem lahko spremljali z merjenjem večjih (dilatacija) KOORDINATNIH časovnih presledkov med različnimi mesti delca v našem sistemu A. (Kot pri smučarskih tekmah: sodniki merijo koordinatne presledke med startom in ciljem, lahko bi pa to merili kar s stoparico v smučarjevem žepu – saj pri teh hitrostih ni razlike!).

Tako vidimo, da je izjava v 5. posledici o medsebojnem hkratnem prehitevanju ur samo navidez protislovna, saj je mogoča zaradi dveh načinov primerjanja časov (A ali B istočasno) med urama A in B, ki sta razmaknjeni. Če pa sta ti uri na istem mestu je možen samo eden rezultat! Tudi če dvojček odpotuje v vesolje, bosta ob vrnitvi, na urah, z bratom dvojčkom videla isto: t_A in t_B . Katera številka bo večja, kateri dvojček bo pomlajen, je pa odvisno od načina gibanja vesoljca (ki pa gotovo ni bilo samo enakomerno oddaljevanje, ki ga mi »obvladamo«, saj se tako vesoljec ne bi mogel vrniti)! In res – pri meritvi z urami na letalu in na tleh, pri poletu okoli zemlje, so dobili pri eni smeri poleta prehitevanje letalskih ur, pri nasprotni smeri potovanja okoli zemlje pa prehitevanje zemeljskih! (To bi bil lahko odgovor na včasih slavni »paradoks dvojčkov«!).

Naša poenostavljena izpeljava (2. slika!) velja le za dogodka v obeh izhodiščih. Enaka »nova« pravila pa dobimo za poljubno izbiro sedežev za Pera in Vladko, pri tem lahko koordinate preračunavamo »po kmečko«, tako kot na levi in desni 2. sliki, ali pa s posebnimi (Lorentzovimi) transformacijskimi enačbami. **Pero** lahko trdi, da gibajoča se Vladkina ura zaostaja – pa je to res samo, če Vladka čas izmeri npr. med dogodkoma D_1 in D_2 na istem mestu v B (lastni čas, leva 2. slika), če bi **Pero** meril lastni čas med dogodkoma D_1 in D_3 na istem mestu v izhodišču A (desna slika) bi Vladkina ura B prehitevala, pri ostalih izbirah dogodkov pa je možno eno ali drugo. **Pero** bi ob D_3 $t_A = 50$ videl na sosednjem vagonu_B $t_B = 100$, ker pa ve, da so ure B sinhronizirane, je to (ob D_3) tudi Vladkin čas D_2 ! Isto $t_B = 100$, vidi pri Vladki tudi **Perov** pomočnik P1 – toda šele ob D_2 in $t_A = 200$, ko se mimo pripelje Vladka, torej je takrat A istočasno tudi pri **Peru** ura 200!.

Med dvema dogodkoma merimo (npr. med D_1 in D_2) časovni presledek $t_2 - t_1 = \Delta t$. Nasploh v poenostavljenih razlagah primerjamo največkrat samo koordinate posebnih parov dogodkov: istočasnih dogodkov ($\Delta t = 0$), dogodkov na istem mestu ($\Delta x = 0$), razmaknjene dogodke ($\Delta x \neq 0$), dogodke v izhodiščih ($x = 0$), dogodke v enakih časovnih presledkih, enakih krajevnih presledkih itd.

6. posledica: Odkrili bi tudi (v naši okolici A so vse ure A sinhronizirane!) da med dvema A istočasna dogodka v sosednjem sistemu B vedno »vidimo« **skrčene vagona_B (kontrakcija)** – (kar je zopet »protislovno«: če jaz vidim pri sosedu skrčen vagon, kako potem more **hkrati** (!) tudi sosed videti (zaradi 1. postulata) skrčenega pri meni – in daljšega pri sebi?). Podobno enostavno pravilo $\Delta x_A = \gamma \cdot \Delta x_B$ (in obratno $\gamma \Delta x_A = \Delta x_B$, [*8]) kot za čas pa velja le, če te dolžine merimo med istočasnimi dogodki – npr. med konci vagonov. Za to sta pa zopet dve možnosti: **A istočasno** ali **B istočasno**! Premik **Pera** v levo s skupnega izhodišča z Vladko ob D_1 v času $t_B = 100$ za **en vagon_B** = $1 \cdot 100v$ (2. slika desno) da **B istočasna** dogodka D_2 in D_3 . Toda ob istem dogodku D_2 sta med Vladko in **Perom** 2. vagona_A (2. slika levo), $2 > 1$! Na tej sliki se vidi tudi, da so nasproti 2. vagonov_A = 4. vagoni_B, $2 < 4$, dogodka D_2 in D_4 pa sta **A istočasna**. (Pri 5. posledici: Vladka ob določenem dogodku (D_2 , hkrati, SEDAJ ob $t_B = 100$) »vidi« pri **Peru** dva dogodka: D_4 (A istočasno, 200) in D_3 (B istočasno, 50), D_4 je štirikrat ka-

sneje kot D_3 , zato so takrat vmes štirje vagoni_B namesto enega – kot pri D_3).

Ponavadi beremo, da hitre mimovozeče ure **zaostajajo**, metri ob njih se pa **skrajšajo**. Toda zaradi enakovrednosti sistemov A in B (postulat I) **mimovozeče ure hkrati tudi prehitevajo** in meter ob njih je **daljši** – pa čeprav se (klasično!) to zdi še kako protislovno! Sicer pa podoben vsakdanji primer »protislovja« lahko tudi pokažemo: dve enako dolgi letvici – če sta vzporedni, vidim bolj oddaljeno sosedovo letvico krajšo, sosed pa v istem trenutku (ker meri drugače!) vidi krajšo letvico pri meni (in sta – ob takem primerjanju – obe letvici **HKRATI** daljši in krajši!).

Ob prvem načinu merjenja dobimo prvi del »resnice«, ob drugem drugi del, ob tretjem morda še kaj več ...! Zato moramo biti pri razlagi pazljivi in ne npr. združevati protislovnih delnih »resnic«: npr. sosedove **ure, ki zaostajajo** (njihove **sekunde so daljše!**) in **HKRATI** sosedove **metre, ki so skrajšani** – to dvoje je v protislovju z drugim postulatoma!! ($c_A = c_B \rightarrow m_A/s_A = m_B/s_B$). V 3. posledici je zapisano, da oba opazovalca A in B »vidita« ob vsakem dogodku poleg svojih tudi sosedove koordinate dogodka in to jima omogoča pravilno izbiro dogodkov in način meritve, ki vodijo k neprotislovnim sklepom (gl. dodatek!). Pri primerjanju $m_A/s_A = m_B/s_B$, namesto podaljšane sekunde v B med – v A – razmaknjenima dogodkoma D_1 in D_2 – moramo med dvema dogodkoma na istem mestu, npr. v izhodišču A, ugotavljati v B **skrajšano sekundo** med D_1 in D_3 (in v B meriti koordinatni časovni presledek, saj vendar ne moremo hitrosti c meriti med dogodkoma na istem mestu!).

(Še to: časovni presledek med istima dogodkoma je daljši $\rightarrow$ če je uporabljena sekunda krajša in obratno! Podobno velja za razdalje in meter!)

V tem je **miselna novost in težava nove teorije**: če dokažemo, da ure B prehitevajo, velja to vedno, pa če to merimo ali ne, hkrati tudi vedno zaostajajo, predmeti v B pa so hkrati vedno daljši in krajši kot v A! Ta – v klasični fiziki – napačna, nelogična trditev je v relativnosti pravilna in logična. V tem je pa glavna vrednost govorjenja o relativnosti v srednji šoli, to je nekaj, kar bi bodoči izobraženec moral vedeti!!

7. posledica: Pa še ena posebnost: če na 2. sliki levo premaknem Vladko še za dva vagona A desno, bo tam dogodek D_5 (200//400). V primerjavi s D_4 (400//200) imata dogodka nasprotni časovni usmeritvi – za A-jevca je najprej D_4 (200) in potem D_5 (400), za B-jevca nasprotno: prej je D_5 (200) in potem D_4 (400). Pa tudi to »protislovje« je mogoče pojasniti – če upoštevamo koordinati x dogodkov in razdaljo med dogodkoma D_5 in D_4 vidimo, da je večja od razdalje $c \cdot \Delta t$, ki bi jo predmet opazovanja lahko preletel v tem času $\Delta t = 200$ ali $\Delta t = 200$ – torej se taka dogodka ne moreta zgoditi ob istem predmetu (in posledica nekega dejanja na predmetu ne more biti pred vzrokom tega dejanja, v 7. posledici ni logičnega protislovja!).

Ob številkah 2. slike je pa mogoče odgovoriti tudi na ostala »protislovna« vprašanja relativnostne teorije. Da pa članek ne bo predolg, lahko to dodatno besedilo dobite po emailu, če to želite, mi sporočite.

peter.prelog@siol.net

Pripombe in dodatek k temu članku sta dosegljiva na spletni strani:
www.zrss.si/strokovne-revije/fizika-v-soli/fizika-v-soli-video-vsebine/

