

Ocena dinamičnega odziva izhodnega toka enosmernega močnostnega pretvornika s sklopljenima dušilkama na podlagi metode lege korenov

Živa Stare, Klemen Drobnič, Mitja Nemec

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška cesta 25, 1000 Ljubljana, Slovenija
E-pošta: ziva.stare@fe.uni-lj.si

Dynamic response estimation of a DC power converter with coupled inductors based on a Root Locus method

Abstract. This paper presents a procedure for estimating the dynamic response of a DC power converter with coupled inductors' output current based on a Root Locus method. As the simulations show, the dynamic response of a system with a characteristic equation of an order higher than the second, can be approximated with the same associations between the position of the roots in a complex plane and the dynamic response, as are used for the systems with a second order characteristic equation.

1 Uvod

Trend izkoriščanja alternativnih virov električne energije, kjer za prenos energije med električnim omrežjem in elektrarnami uporabljamo močnostne pretvornike, se v zadnjih letih skokovito povečuje. Posledično se vsakodnevno iščejo nove rešitve, ki bodo učinkovitejše in ugodnejše.

Napredek je viden tudi v razvoju enosmernih močnostnih pretvornikov, ki jih uporabljamo v aplikacijah z visokimi močmi. Težava klasičnih enosmernih pretvornikov v teh aplikacijah je velikost njihove dušilke, saj se z zviševanjem toka skozi dušilko, povečuje tudi njena velikost. Za dobro alternativo klasični izvedbi se je izkazala sprememba topologije pretvornika, kjer eno dušilko zamenjata dve sklopljeni dušilki. Prednost sklopljenih dušilk je zmanjšanje volumna celotne naprave, povišanje učinkovitosti in zmanjšanje cene [1]–[3].

Za stabilno delovanje pretvornika s sklopljenima dušilkama je potrebno implementirati tokovno regulacijo faznih tokov skozi dušilki, saj s tem zagotovimo, da bo skozi obe dušilki teklen enak tok [1], [2].

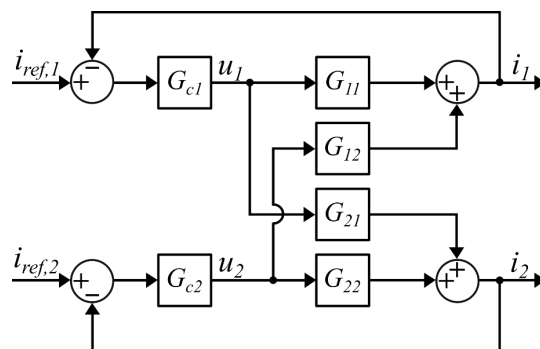
Na temo sklopljenih dušilk v enosmernem močnostnem pretvorniku je bilo objavljenih že več člankov, kjer so se avtorji ukvarjali z merjenjem tokov in magnetnega polja v pretvorniku [1], z analizo topologije pretvornika [3], s primerjavo sklopljenih in nesklopljenih dušilk [2] itd.

V tem prispevku je predstavljena analiza stabilnosti sistema s sklopljenima dušilkama na podlagi metode lege korenov. Z omenjeno metodo smo nato analizirali tudi odziv izhodnega toka iz dušilk. Rezultat analize je zmožnost predhodne ocenitve dinamičnega odziva

izhodnega toka na podlagi lege polov in ničel prenosne funkcije sistema.

2 Prenosna matrika sistema s sklopljenima dušilkama

Metoda lege korenov, s katero bomo v nadaljevanju analizirali enosmerni pretvornik s sklopljenima dušilkama, temelji na prenosnih funkcijah obravnavanih sistemov. Prenosna matrika sistema s sklopljenima dušilkama je izpeljana na podlagi prikazane blokovne sheme (slika 1), ki prikazuje standardno shemo sistema z dvema vhodoma in dvema izhodoma.



Slika 1: Blokovna shema sistema s sklopljenima dušilkama

2.1 Prenosna matrika sklopljenih dušilk

Prenosne funkcije blokov, ki so na sliki 1 označene z G_{11} , G_{12} , G_{21} in G_{22} , predstavljajo tokovne-napetostne relacije dveh sklopljenih dušilk. Z G_{11} in G_{22} opišemo, kako napetost lastne dušilke vpliva na tok lastne dušilke. Z G_{12} in G_{21} pa opišemo križni vpliv med dušilkama, torej, kako napetost druge dušilke vpliva na tok prve dušilke in obratno. Prenosne funkcije izpeljemo iz napetostnih enačb za sklopljeni dušilki (1) in (2),

$$u_1 = L_1 \cdot s i_1 + M \cdot s i_2 + R_1 \cdot i_1 \quad (1)$$

$$u_2 = L_2 \cdot s i_2 + M \cdot s i_1 + R_2 \cdot i_2 \quad (2)$$

kjer z u označimo napetost, z i tok, z L in R induktivnost in upornost dušilke ter z M medsebojno induktivnost. Medsebojna induktivnost je odvisna od faktorja sklopitve k ter induktivnosti obeh dušilk (3).

$$M = k \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad (3)$$

Pri izpeljavi zaprtozančne prenosne matrike sistema moramo poleg prenosnih funkcij sklopljenih dušilk upoštevati še prenosni funkciji močnostnega pretvornika in PI regulatorja, ki sta kot produkt zapisani v prenosni funkciji blokov G_{c1} in G_{c2} . Prenosni funkciji G_{c1} in G_{c2} sta enaki, saj predpostavimo, da sta proporcionalno K_{pi} in integralno K_i ojačenje regulatorja v obeh zankah enake vrednosti, prav tako je močnostni pretvornik v obeh zankah enak. Močnostni pretvornik opišemo kot člen 1. reda z ojačenjem K_{dp} in časovno konstanto T_{dp} .

2.2 Zaprtozančna prenosna matrika sistema

Izpeljava zaprtozančne prenosne matrike temelji na postopku iz [4] in jo zapišemo kot razmerje med vhodoma in izhodoma sistema (4).

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ref,1} \\ i_{ref,2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Prenosne funkcije Γ definiramo na podlagi prenosnih funkcij G (5)-(8).

$$\Gamma_{11} = \frac{G_{c1}G_{11} + G_{c1}G_{c2}(G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21})}{(1 + G_{c1}G_{11})(1 + G_{c2}G_{22}) - G_{c1}G_{c2}G_{12}G_{21}} \quad (5)$$

$$\Gamma_{12} = \frac{G_{c2}G_{12}}{(1 + G_{c1}G_{11})(1 + G_{c2}G_{22}) - G_{c1}G_{c2}G_{12}G_{21}} \quad (6)$$

$$\Gamma_{21} = \frac{G_{c1}G_{21}}{(1 + G_{c1}G_{11})(1 + G_{c2}G_{22}) - G_{c1}G_{c2}G_{12}G_{21}} \quad (7)$$

$$\Gamma_{22} = \frac{G_{c2}G_{22} + G_{c1}G_{c2}(G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21})}{(1 + G_{c1}G_{11})(1 + G_{c2}G_{22}) - G_{c1}G_{c2}G_{12}G_{21}} \quad (8)$$

2.3 Karakteristična enačba sistema

Na podlagi zaprtozančne prenosne matrike (4) lahko analiziramo tudi stabilnost sistema. Stabilnost je odvisna od imenovalca prenosnih funkcij sistema, torej od polov prenosne matrike. Iz enačb (5)-(8) opazimo, da imajo vse prenosne funkcije sistema isti imenovalec. Za analizo stabilnosti je potrebno imenovalca enačiti z 0, kar imenujemo karakteristična enačba (9) [4].

$$(1 + G_{c1}G_{11})(1 + G_{c2}G_{22}) - G_{c1}G_{c2}G_{12}G_{21} = 0 \quad (10)$$

Če v karakteristično enačbo vstavimo prenosne funkcije elementov sistema G , dobimo na levi strani enačbe polinom 6. reda.

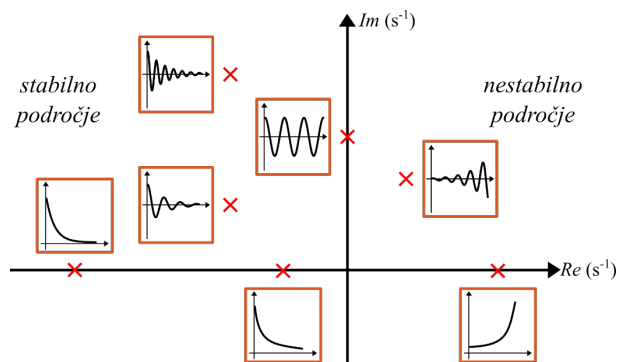
3 Metoda lege korenov

Metoda lege korenov (ang. *Root Locus method*) analizira stabilnost sistema na podlagi karakteristične enačbe, katere koreni so poli prenosne funkcije sistema. Stabilnost sistema določimo na podlagi lege korenov v kompleksni ravnini, kar prikazuje slika 2 [5].

Če se koreni karakteristične enačbe v kompleksni ravnini nahajajo levo od imaginarne osi, je sistem stabilen, torej se njegov časovni odziv na enotino stopnico po končanem prehodnem pojavu ustali.

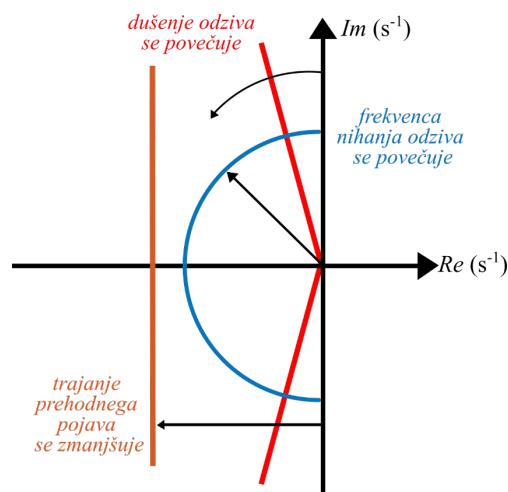
Če se koreni nahajajo desno od imaginarne osi je sistem nestabilen, torej njegov odziv na enotino stopnico nenadzorovano narašča in se nikoli ne ustali.

Če se koreni enačbe nahajajo ravno na imaginarni osi, potem je sistem mejno stabilen. Njegov odziv na enotino stopnico je nedušeno nihanje.



Slika 2: Dinamični odzivi sistema v odvisnosti od lege korenov

Poleg stabilnosti, lahko iz lege korenov ocenimo tudi obliko dinamičnega odziva sistema na enotino stopnico, kar prikazujeta sliki 2 in 3. Iz slike 2 opazimo, da različna lega korenov rezultira v različnih dinamičnih odzivih sistema na enotino stopnico. Slika 3 pa prikazuje, v kateri smeri moramo spreminjati lego korenov, da dobimo željeno spremembo v dinamičnem odzivu.



Slika 3: Vpliv spreminjanja lege korenov na dinamičen odziv sistema

Na dinamičen odziv (ne pa na stabilnost sistema) prav tako vpliva lega ničel prenosne funkcije sistema. Če se ničla sistema v kompleksni ravnini nahaja v bližini pola, torej korena karakteristične enačbe, se njegov vpliv na odziv sistema zmanjša [5].

Vpliv pola na dinamični odziv sistema je odvisen tudi od njegove oddaljenosti od imaginarne osi napram

ostalim polom. Poli, ki so bližje imaginarni osi, imajo namreč večji vpliv na dinamični odziv [5].

Pomembno se je zavedati, da je zveza med časovnimi odzivi in lego korenov (ter ničel) v strogem smislu veljavna le za sistem, ki ima v imenovalcu prenosne funkcije polinom 2. reda [4], [5]. V našem primeru lahko tako le ocenimo obliko dinamičnega odziva sistema, saj je karakteristični polinom 6. reda.

4 Rezultati simulacij

V četrtem poglavju sledi analiza stabilnosti nesimetričnega sistema pri različnih vrednostih ojačenja PI regulatorjev ter ocena dinamičnega odziva nesimetričnega sistema pri različnih vrednostih ojačenja PI regulatorja na podlagi lege korenov in ničel v kompleksni ravnini.

4.1 Analiza stabilnosti sistema

Analiza stabilnosti sistema je temeljila na metodi lege korenov, kjer smo pri različnih vrednostih proporcionalnega ojačenja K_{pi} izračunali vrednosti korenov karakteristične enačbe. Vrednost K_{pi} smo spreminjali od 0 do 100, ostali parametri sistema pa so zapisani v tabeli 1. Obravnavani sistem je nesimetričen, saj imata dušilki različne vrednosti induktivnosti in upornosti.

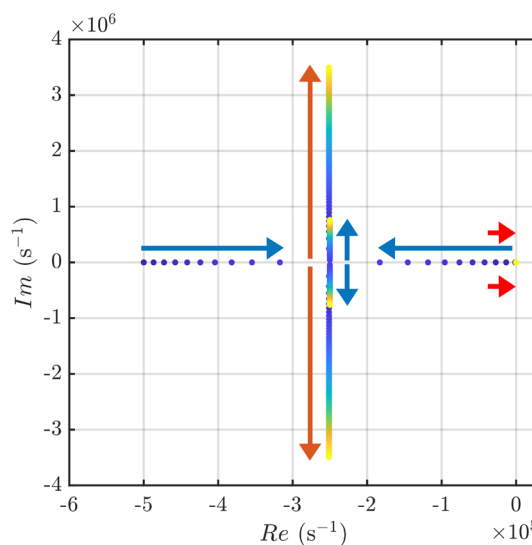
Tabela 1: Parametri prenosnih funkcij sistema

L_1 (mH)	4,3
L_2 (mH)	$0,9 \cdot L_1$
k	0,9
R_1 (Ω)	1
R_2 (Ω)	$0,9 \cdot R_1$
K_{dp}	100
T_{dp} (μ s)	2
K_i	10

Na sliki 4 so v isto kompleksno ravnino vrisani rezultirajoči koreni karakteristične enačbe pri različnih vrednostih proporcionalnega ojačenja. Pri posameznih vrednostih K_{pi} dobimo 6 korenov, saj ima sistem karakteristično enačbo 6. reda, njihova lega pa se spreminja v odvisnosti od K_{pi} . Koreni, ki so izračunani pri majhnih vrednostih K_{pi} so prikazani v modrih odtenkih, medtem ko rumeno obarvani odtenki predstavljajo korene pri visokih vrednostih K_{pi} . Z naraščanjem K_{pi} lahko njihovo premikanje po kompleksni ravnini prikažemo s puščicami.

Prvi par korenov karakteristične enačbe (modre puščice) ima pri majhnih K_{pi} realne vrednosti, nato se korena začneta po realni osi približevati drug drugemu, dokler ne postaneta kompleksni par in se s poviševanjem K_{pi} spreminja le njuna imaginarna vrednost. Drug par korenov (oranžni puščici) sta že pri majhnih K_{pi} kompleksni par in se s poviševanjem K_{pi} le oddaljujeta od realne osi. Tretji par korenov (rdeči puščici) pa leži blizu imaginarne osi in se s poviševanjem K_{pi} še bolj približuje imaginarni osi.

Kljub spreminjanju lege korenov v odvisnosti od K_{pi} je sistem vedno stabilen, saj so vsi koreni levo od imaginarne osi. Enak rezultat dobimo tudi pri analizi, kjer smo spreminjali vrednost integralnega ojačenja K_i od 0 do 100.



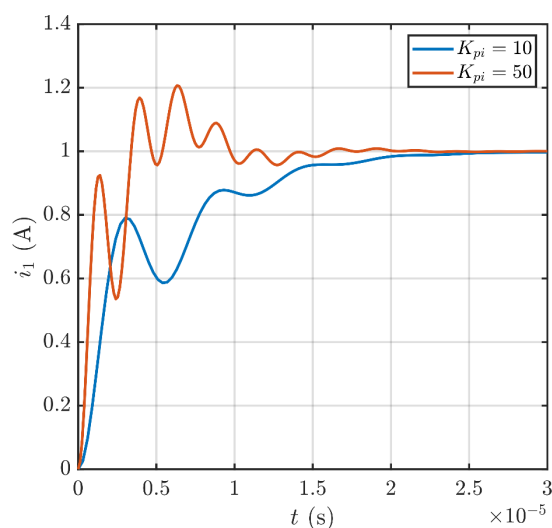
Slika 4: Spreminjanje lege korenov v odvisnosti od vrednosti K_{pi}

4.2 Ocena dinamičnega odziva izhodnega toka pri različnih vrednostih proporcionalnega ojačenja

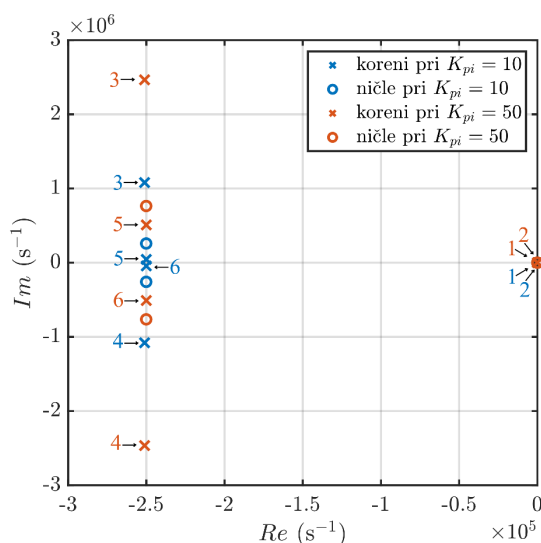
Ocena dinamičnega odziva prvega izhodnega toka i_1 je izvedena ob pogoju, da je na prvi vhod pripeljana enotina stopnica, torej $i_{ref,1} = 1$ A, na drugem pa $i_{ref,2} = 0$ A.

Na sliki 5 sta prikazana dinamična odziva izhodnega toka sistema i_1 pri dveh različnih proporcionalnih ojačenjih, na sliki 6 pa so v kompleksni ravnini predstavljeni pripadajoči koreni (ki so oštevilčeni) in ničle.

V tem prispevku bomo obravnavali le vpliv spreminjanja vrednosti proporcionalnega ojačenja na dinamični odziv sistema, saj je njegov vpliv dominantnejši napram vplivu spreminjanja vrednosti integralnega ojačenja.



Slika 5: Dinamični odziv izhodnega toka i_1 pri različnih vrednostih K_{pi}



Slika 6: Lega korenov in ničel pri različnih vrednostih K_{pi}

Na podlagi metode lege korenov (slike 2 in 3) lahko obliko dinamičnih odzivov iz slike 5 ocenimo z lego korenov in ničel s slike 6. Ocena oblike dinamičnega odziva sistema je vsota vplivov posameznih korenov, saj obravnavamo linearen sistem.

Korena, ki sta oštevilčena z 1 in 2 (pri obeh primerih) nimata vpliva na obliko dinamičnega odziva, saj imata v svoji bližini ničlo. Na trajanje prehodnega pojava torej vplivajo ostali koreni, ki pa imajo zelo podobne realne vrednosti, torej se dinamični odziv pri obeh primerih konča podobno hitro. Korena 3 in 4 (pri obeh primerih) v svoji bližini nimata ničel, zato imata največji vpliv na dinamičen odziv. Če primerjamo lego korenov 3 in 4 med obema vrednostma ojačenja K_{pi} lahko trdimo, da bo imel odziv pri $K_{pi} = 50$ višjo frekvenco nihanja odziva, saj sta korena 3 in 4 bolj oddaljena od koordinatnega izhodišča kot pa korena pri $K_{pi} = 10$. Prav tako je kot med imaginarno osjo in korenoma 3 in 4 pri $K_{pi} = 50$ manjši kot pri $K_{pi} = 10$, torej je odziv pri višji vrednosti K_{pi} slabše dušen. O slabši dušenosti sistema z višjim proporcionalnim ojačenjem potrjujeta tudi legi korenov 5 in 6, vendar je njun vpliv na dinamičen odziv manjši napram vplivu korenov 3 in 4, saj imata v svoji okolici ničlo. Pridobljena ocena dinamičnih odzivov na podlagi lege korenov in ničel iz slike 6 se ujema z odzivoma na sliki 5.

4.3 Analiza stabilnosti in ocena dinamičnega odziva izhodnega toka pri različnih vrednostih faktorja sklopljenosti

Oceno dinamičnega odziva izhodnega toka na podlagi metode lege korenov lahko uporabimo tudi za primerjavo odzivov pri različnih vrednostih faktorja sklopljenosti dušilk k .

Pri primerjavi med dinamičnimi odzivi sistemov s sklopljenima dušilkama in sistemom z nesklopljenima dušilkama opazimo tudi, da ima sistem z nesklopljenima

dušilkama le 4 korene. Zmanjšanje števila korenov je posledica poenostavljanja karakteristične enačbe. V karakteristični enačbi so koeficienti polinoma odvisni tudi od faktorja k , ki pa je v primeru nesklopljenih dušilk enak $k = 0$. Posledično se red karakteristične enačbe zmanjša iz 6. na 4. red. Zmanjšanje reda karakteristične enačbe pri sistemu z nesklopljenima dušilkama ne vpliva na samo stabilnost sistema, saj je tudi ta sistem pri danih pogojih vedno stabilen.

5 Zaključek

Ocenjevanje dinamičnega odziva izhodnega toka iz enosmernega pretvornika s sklopljenima dušilkama na podlagi metode lege korenov prinaša dobre rezultate. Kljub temu, da pri metodi lege korenov odvisnost med dinamičnim odzivom sistema in položajem korenov in ničel temelji na členu 2. reda, se lahko podane ugotovitve uporabijo tudi pri oceni sistemov, ki imajo karakteristično enačbo višjo od 2. reda.

Prav tako smo z metodo lege korenov analizirali stabilnost sistema s sklopljenima dušilkama in ugotovili, da je sistem pri danih pogojih vedno stabilen, saj se koreni njegove karakteristične enačbe v kompleksni ravnini nahajajo levo od imaginarne osi.

Analiza sistema s sklopljenima dušilkama nam služi kot temelj za nadaljnje delo, kjer se bo v obravnavani nesimetričen sistem implementirala še kompenzacija sklopljenosti dušilk in ponovno opravila analiza. Na koncu bo potrebna še praktična potrditev simulacijskih in računskih rezultatov.

Zahvala

Delo je financirala ARRS, preko programa Mladi raziskovalci.

Literatura

- [1] J. Hannig, P. Deck, in C. P. Dick, "Measurement of Current and Magnetic Field in a Power Electronic Building Block using Coupled Inductors," v *PCIM Europe 2017; International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management*, Maj 2017, pp. 1–8.
- [2] Y. Guttula in S. Samanta, "Modeling and Control Implementation of Interleaved Coupled and Uncoupled Boost Converter for EV Drive Applications," v *2021 IEEE 18th India Council International Conference (INDICON)*, Guwahati, Indija, Dec. 2021, pp. 1–6. doi: 10.1109/INDICON52576.2021.9691491.
- [3] P. Deck in C. P. Dick, "Power electronic building-block using an inverse coupled inductor based on tape-wound cores," v *2016 International Energy and Sustainability Conference (IESC)*, Cologne, Nemčija, Jun. 2016, pp. 1–6. doi: 10.1109/IESC.2016.7569498.
- [4] D. E. Seborg, *Process dynamics and control*, Fourth edition. Hoboken, NJ: Wiley, 2017.
- [5] G. F. Franklin, J. D. Powell, A. Emami-Naeini, in H. S. Sanjay, *Feedback control of dynamic systems*, 7. ed., Global ed. Boston, Mass.: Pearson, 2015.