

Analiza temperaturnega polja pri indukcijskem segrevanju

Temperature Field Analysis by Induction Heating

Štok B¹, M. Pokorn, N. Mole, FS, Laboratorij za numerično modeliranje in simulacijo v mehaniki, Ljubljana

Ker so strukturne spremembe v materialu dane kemične sestave pogojene izključno s časovnim razvojem temperaturnega polja, je vprašanje kontroliranega ogrevanja in ohlajanja obdelovanca v postopku toplotne obdelave bistvenega pomena. Temperaturno polje se pojavlja kot povsem neodvisni generator strukturnih sprememb, vendar je vzpostavitev tega polja odvisna predvsem od zunanjih činiteljev, na eni strani v sistem dovedene energije ter na drugi strani iz sistema odvedene toplote. Mehanizem prevoda toplote v materialu je dovolj čist in pojasnjen ter temu ustrezno matematično formuliran, zato predstavlja bistveno težavo pri analizi temperaturnega polja v takšnem sistemu pravzaprav določitev polja energijskih virov ter njihove časovne odvisnosti v segrevalnem delu in identifikacija realnih robnih pogojev, ki vključujejo odvajanje toplote v ohlajevalnem delu postopka toplotne obdelave. Da bi temperaturno polje, doseženo v fazi ogrevanja obdelovanca, zagotavljalo možnost nadaljnjih transformacij v željeni smeri, je potrebno postopek segrevanja primerno načrtovati. Kot izredno močno orodje pri tem načrtovanju se v zadnjem času pojavlja računalniško podprto modeliranje, na osnovi katerega je možno z ustrezno računalniško simulacijo določiti iskane parametre procesa. Prispevek obravnava matematično modeliranje indukcijskega segrevanja. Sama problematika je v realnih razmerah izredno kompleksna, saj gre za vezan problem med indukcijo električnega toka v vodniku in prenosom toplote v njem. Postavljeni matematični model je primeren za numerično reševanje, ki daje rešitev v diskretni obliki.

Ključne besede: matematično modeliranje, računalniška simulacija, elektromagnetizem, prevod toplote, indukcijsko segrevanje

Since structural changes in a material of specified chemical composition are exclusively conditioned with the time variation of the temperature field it is of fundamental importance in any heat treatment process to achieve regulated heating and cooling. The temperature field, though generating structural changes in a direct and independent way, depends itself on external factors above all. On one side it is the energy entering the system, and on the other side it is the heat leaving the system that determine the heat transfer. Considering that mechanisms governing the heat conduction are pretty clarified and explained, and consequently also correspondently mathematically formulated, the major trouble of such a thermal analysis consists in the field determination of the energy sources and a correspondent time variation in the heating phase, while in the cooling phase it consists in the identification of real boundary conditions, taking the amount of heat leaving the system properly into account. However, to assure that the temperature field resulting from the heating phase should yield favourable initial conditions for further structural transformations a proper design of heat treatment regime is needed. It is now well recognized that computer simulation based on mathematical modelling can be used as a powerful means for determination of the heat treatment process parameters. The paper is concerned with mathematical modelling of induction heating, the topic which is in real environment very complex due to the coupling of electromagnetic induction, yielding the energy source, and concurrent heat conduction in a workpiece. The mathematical model presented here is suitable for numerical implementation, thus giving the problem solution in a discrete way.

Key words: mathematical modelling, computer simulation, electromagnetism, heat conduction, induction heating

1. Uvod

Problematiko toplotnih obdelav lahko opredelimo kot eno najkompleksnejših. Obdelovanec, ki ga želimo toplotno obdelati, je v fazi ogrevanja izpostavljen določenemu energijskemu izvoru, v fazi ohlajanja pa ustreznemu odvodu toplote. Temperaturno polje, ki se pojavi kot posledica spremembe energijskega stanja, omogoča ob doseženi potrebni velikosti abso-

lutne temperature ter ustrezni dinamiki časovnega spreminjanja vzpostavitev razmer, potrebnih za relaksacijo zaostalih napetosti pri žarjenju za odpravo notranjih napetosti ali za nastanek strukturnih sprememb pri postopkih kaljenja in popuščanja. Glede na to, da so strukturne spremembe v materialu dane kemične sestave pogojene izključno z velikostjo temperaturnega polja ter njegovim časovnim razvojem, je vprašanje kontroliranega ogrevanja in ohlajanja obdelovanca v postopku toplotne obdelave bistvenega pomena. Učinkovito obvladovanje postopkov toplotne obdelave v industrijskih pogojih je pogojeno z dobrim poznavanjem naravnih zakonitosti, ki opredeljujejo tak postopek.

¹izr. prof. dr. Boris Štok
Fakulteta za strojništvo
Aškerčeva 6, 61000 Ljubljana

Glede na fenomenološko kompleksnost je celovito poznavanje te problematike, združeno v eni osebi, velikokrat vprašljivo, če ne kar nemogoče. Zato so možnosti, ki jih nudi matematično modeliranje, nadgrajeno z ustrežno numerično implementacijo, ki ji sledi računalniška simulacija, izrednega pomena.

Računski model, ki naj omogoči verodostojno simulacijo realnega poteka toplotne obdelave, mora zagotoviti potrebno verodostojnost popisa vsakega fizikalnega fenomena, ki vpliva na spreminjanje temperaturnega polja. Temperaturno polje v obdelovancu je odvisno od zunanjih energijskih virov, ki so prostorski, kot v primeru električnega uporovnega in indukcijskega ogrevanja, ali površinski v primeru ogrevanja v peči. Na temperaturno polje vpliva neposredno tudi intenzivnost odvedene toplote na površini obdelovanca. Končno je razvoj temperaturnega polja odvisen tudi od prevoda toplote v obdelovancu samem ter sprostitve oz. vezave latentne toplote, ki spremlja fazne transformacije. Če privzamemo, da so omenjeni zunanji dejavniki številčno poznani, se vsaj načelno problem določitve temperaturnega polja prevede na reševanje enačbe prevoda toplote, kjer vpliv zunanjih dejavnikov upoštevamo v obliki predpisanih robnih pogojev ter predpisane prostorske in časovne porazdelitve toplotnih virov oz. ponorov. V toplotni analizi predstavljajo upoštevani zunanji dejavniki slej ko prej odziv nekega spremljevalnega fizikalnega dogajanja. Opredelitev velikosti teh dejavnikov je tako domena analize ustreznega pojava, ki jo je potrebno izvesti vzporedno s primarno toplotno analizo. Zaradi temperaturne odvisnosti snovnih lastnosti, ki opredeljujejo posamezne fizikalne pojave, običajno teh analiz ni mogoče izdelati neodvisno drugo od druge, kar uvršča ta problem med vezane probleme.

Indukcijsko segrevanje je izredno slikovit primer v predhodnem odstavku opisane fizikalno vezane problematike, kjer gre za vezan problem med indukcijo električnega toka v vodniku in prenosom toplote v njem. V nadaljevanju je predstavljen matematični model, ki omogoča na osnovi numeričnega reševanja dovolj kvalitativno presojo o razvoju relevantnih fizikalnih veličin, s tem pa tudi ustrežnejšo izbiro tehnoloških parametrov procesa.

Modeliranje indukcijskega segrevanja temelji na ločeni obravnavi razvoja elektromagnetnega polja, ki se v segrevancu vzpostavi zaradi vzbujalnega toka v induktorju, in razvoja temperaturnega polja, ki je posledica sproščene elektromagnetne energije pri prehodu inducirane toka skozi prevodno telo. Numerična rešitev tako modeliranega problema je izvedena inkrementalno-iterativno ter daje prostorsko in časovno diskretizirana polja iskanih fizikalnih veličin. Časovna spremenljivost robnih pogojev, ki so posledica gibanja induktorja vzdolž segrevanca, ter časovna odvisnost fizikalnih veličin pogojujeta inkrementalni način reševanja, medtem ko pogojuje sklopjenost elektromagnetnega problema s toplotnim problemom iterativno reševanje.

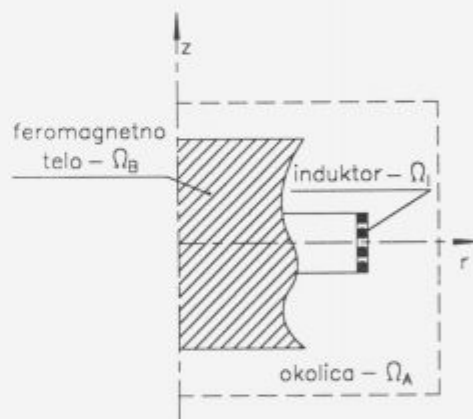
2. Matematični model

Raziskovanje strukturnih sprememb materiala pri toplotnih obdelavah je izrazito metalurška disciplina in kot tako mikroskopsko opredeljeno. Sam razvoj teh sprememb je neposredno pogojen z razvojem temperaturnega polja, analiza le-tega pa dopušča makroskopsko obravnavo. Vzpostavitev in razvoj temperaturnega polja, ki se sicer pojavlja kot povsem neodvisni generator strukturnih sprememb, sta odvisna predvsem od zunanjih činiteljev, na eni strani v sistem dovedene energije ter na drugi strani iz sistema odvedene toplote. Mehanizem prevoda toplote v materialu je dovolj čist in pojasnjen ter temu ustrezno matematično formuliran, zato predstavlja bistveno težavo pri analizi

temperaturnega polja v takšnem sistemu pravzaprav določitev polja energijskih virov ter njihove časovne odvisnosti v segrevanem delu in identifikacija realnih robnih pogojev, ki vključujejo odvajanje toplote v ohlajevalnem delu postopka toplotne obdelave. Analiza časovnega spreminjanja temperaturnega polja pri indukcijskem segrevanju vključuje modeliranje pojavov elektromagnetizma in prevoda toplote.

2.1 Osnovne enačbe elektromagnetizma

Indukcijsko segrevanje temelji na zakonitostih sproščanja Jouleove toplote, ki je praviloma posledica inducirane električnega toka, ki steče skozi prevodnik^{1,2}. Ključni element pri segrevanju je t.i. induktor, nameščen okoli telesa, ki ga želimo toplotno obdelati (slika 1). Običajno je to kar tuljava z določenim številom ovojev primerne prezeza, napajana z izmeničnim električnim tokom določene frekvence, ki povzroči nastanek elektromagnetnega polja v neposredni okolici. Če inducirano elektromagnetno polje seže tudi v obdelovane iz prevodniškega materiala, se v njem inducira vrtilni tok. Nastanek vrtilnega toka povzroči sproščanje Jouleove toplote, na osnovi tega energijskega izvora pa pride do razvoja temperaturnega polja v prevodniškem telesu. Elektromagnetno polje v segrevancu se časovno spreminja zaradi temperaturne odvisnosti elektromagnetnih lastnosti snovi in zaradi premikanja induktorja vzdolž segrevanca.



Slika 1: Območje delovanja elektromagnetnega polja
Figure 1: Domain of the electromagnetic action

V matematični formulaciji elektromagnetnega problema uporabimo zaradi harmoničnega spreminjanja vzbujalnega toka v induktorju kompleksni račun. Harmoničnim elektromagnetnim količinam priredimo kompleksorje v kompleksni ravnini, katerih dolžina ustreza efektivni vrednosti harmoničnega spreminjanja. Pri tem upoštevamo, da sta tako specifična električna prevodnost γ kot permeabilnost μ v splošnem prostorsko nehomogeno porazdeljeni ($\gamma = \gamma(x_i)$, $\mu = \mu(x_i)$), kar je posledica temperaturne odvisnosti teh veličin. Permeabilnost μ izkazuje ob temperaturni odvisnosti tudi odvisnost od magnetne poljske jakosti B ($\mu = \mu(B)$, $B = B(x_i)$).

Zaradi različnih snovnih lastnosti medijev, ki izpolnjujejo prostor $x_i \in \Omega$, v katerem se pojavi elektromagnetno polje, razdelimo območje Ω na tri podobmočja: območje induktorja ($x_i \in \Omega_I$), območje obdelovanca ($x_i \in \Omega_B$) in preostalo območje ($x_i \in \Omega_A$), skladno z enačbama

$$\Omega_I \cup \Omega_B \cup \Omega_A = \Omega, \quad (1)$$

$$\Omega_I \cap \Omega_B \cap \Omega_A = 0. \quad (2)$$

Zaradi premikanja induktorja vzdolž segrevanca sta pri časovno nespremenljivih območjih Ω in Ω_B območji Ω_I in Ω_A časovno spremenljivi ($\Omega_I = \Omega_I(t)$, $\Omega_A = \Omega_A(t)$). Pri analizi razvoja elektromagnetnega polja moramo upoštevati celotno območje Ω , medtem ko je termična analiza obdelovanca omejena na območje Ω_B .

Elektromagnetno polje, ki ga vzbujamo s harmoničnim tokom določene frekvence v induktorju, popisujejo Maxwellove enačbe v kompleksni obliki, katerih tenzorski zapis je

$$\delta_{ik} H_{k,j} = J_i + j\omega \epsilon E_i, \quad x_i \in \Omega \quad (3)$$

$$\delta_{ik} E_{k,j} = -j\omega \mu H_i, \quad x_i \in \Omega \quad (4)$$

$$B_{,j} = (\mu H)_{,j} = 0, \quad x_i \in \Omega \quad (5)$$

$$D_{,j} = (\epsilon E)_{,j} = \rho, \quad x_i \in \Omega. \quad (6)$$

Vektorske fizikalne veličine v zgornjih enačbah so magnetna poljska jakost H_i , magnetna poljska gostota B_i , električna poljska jakost E_i , električna poljska gostota D_i in gostota električnega toka J_i , medtem ko so v analizi udeležene snovne lastnosti dielektričnost ϵ , permeabilnost μ ter specifična električna prevodnost γ . Nadalje so še ρ gostota elektrine, ω krožna frekvenca vzbujalnega toka, j imaginarna enota in δ Kroneckerjev simbol.

Če upoštevamo induktor kot idealen tokovni generator, je tokovna gostota v njem določena v skladu z

$$J_i = J_i^*, \quad x_i \in \Omega_I \quad (7)$$

pri čemer je J_i^* vektor predpisane tokovne gostote v ovojih induktorja, medtem ko je vektorsko polje tokovne gostote v obdelovancu proporcionalno vektorskemu polju inducirane električne poljske jakosti

$$J_i = \gamma E_i, \quad x_i \in \Omega_B \quad (8)$$

Končno je ob upoštevanju snovnih lastnosti v posameznih podobmočjih območja Ω možno iz sistema enačb (3)-(6) izvesti enačbe, ki uravnavajo prostorsko in časovno spreminjanje električnega polja v posameznih podobmočjih. V feromagnetnem segrevancu velja enačba

$$E_{,ij} + \delta_{ik} (Im \mu_{,j} (\delta_{ilm} E_{,m})) - j\omega \mu \gamma E_i = 0, \quad x_i \in \Omega_B \quad (9)$$

v induktorju

$$E_{,ij} = j\omega \mu J_j^*, \quad x_i \in \Omega_I \quad (10)$$

in v zraku, ki ni prevodnik, enačba

$$E_{,ij} = 0, \quad x_i \in \Omega_A \quad (11)$$

Ker prehaja elektromagnetno polje v obravnavanem območju Ω skozi medije z različnimi elektromagnetnimi lastnostmi, je potrebno na prehodu iz enega medija v drugega upoštevati prestopne pogoje, ki jih prav tako izrazimo iz Maxwellovih enačb. Če s $\Pi_{\alpha\beta}$ označimo skupno ograjo med posameznimi mejnimi podobmočji

$$\Gamma_\alpha \cap \Gamma_\beta = \Pi_{\alpha\beta}, \quad \alpha, \beta \in I, A, B \quad (12)$$

katero skupna normala naj bo $n^{\alpha\beta}$, je kompatibilnostni pogoj, ki mu mora zadoščati elektromagnetno polje na prehodu med obeh podobmočjema, definiran z enačbo

$$\begin{aligned} \delta_{ijk} \frac{jn_j^{\alpha\beta} \delta_{klm} E_{m^*}^\alpha}{\omega \mu^\alpha} &= \\ &= \delta_{ijk} \frac{jn_j^{\alpha\beta} \delta_{klm} E_{m^*}^\beta}{\omega \mu^\beta}, \quad x_k \in \Pi_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (13)$$

Za reševanje dobljenega sistema diferencialnih enačb potrebujemo še robne pogoje na meji Γ obravnavanega območja Ω . Ker je električno polje dovolj daleč stran od izvora električnega toka nično, velja

$$E_i(x_i, t) = 0, \quad x_i \in \Gamma. \quad (14)$$

Električno polje $E_i = E_i(x_i, t)$ sledi z rešitvijo enačb elektromagnetizma (9), (10) in (11) ob upoštevanju kompatibilnostnih pogojev (13) ter robnih pogojev na ograji Γ območja Ω (14). Določitev časovnega in krajevnega spreminjanja električnega polja v obdelovancu omogoča opredelitev energijskih izvorov, ki generirajo spremembe temperaturnega stanja v njem. Sproščena električna moč $Q(x_i, t)$, ki se v segrevancu inducira zaradi vrtilnih tokov, je določena z enačbo

$$Q(x_i, t) = \gamma |E_i(x_i, t)|^2, \quad x_i \in \Omega_B \quad (15)$$

2.2 Osnovne enačbe prenosa toplote

Spreminjanje temperaturnega polja $T = T(x_i, t)$, ki ga v segrevancu generira inducirana električna moč $Q(x_i, t)$, določimo na osnovi toplotne analize. Le-ta je definirana z enačbo prevoda toplote ter pripadajočimi začetnimi in robnimi pogoji. V tenzorski obliki zapišemo enačbo prevoda toplote na sledeči način

$$\rho c_p \dot{T} = (kT_{,i})_{,i} + Q, \quad x_i \in \Omega_B \quad (16)$$

pri čemer je T absolutna temperatura, ρc_p toplotna kapaciteta, k toplotna prevodnost in Q polje prostorsko porazdeljenih toplotnih izvorov. Simbola $(\dot{\quad})$ in $(\quad)_{,i}$ označujeta časovni odvod

$$(\dot{\quad}) = \frac{\partial(\quad)}{\partial t} \text{ ter odvod po krajevni koordinati } x_i(\quad)_{,i} = \frac{\partial(\quad)}{\partial x_i}.$$

Če zasledovanje obravnavanega problema opredelimo časovno z intervalom $t \geq 0$, mora temperaturno polje $T(x_i, t)$, ki sledi kot rešitev enačbe (16), zadostiti še začetnim in robnim pogojem

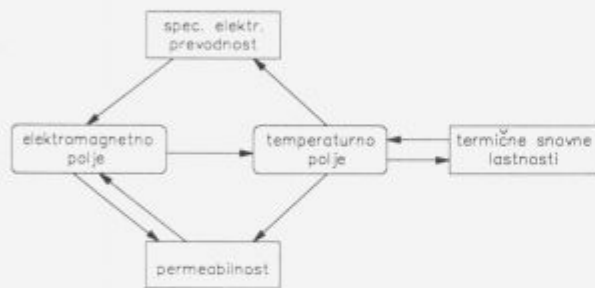
$$\begin{aligned} T(x_i, 0) = T^*(x_i, 0) = T_\infty(x_i), \quad x_i \in \Omega_B \\ H_T(T, x_i, t) = 0, \quad x_i \in \Gamma_B \end{aligned} \quad (17)$$

predpisanih v območju Ω_B ter na njegovi ograji Γ_B , za katero v konkretnem primeru velja $\Gamma_B \equiv \Pi_{AB}$. Funkcija $H_T(T, x_i, t)$ predstavlja implicitno obliko možnih robnih pogojev^{7,8}, ki so za $t > 0$ definirani glede na vrsto prestopa toplote na ograji Γ_B .

3. Numerična implementacija modela

Obravnavani problem, ki ga matematično opredeljujejo enačbe predhodnega razdelka, rešujemo z eno od poznanih numeričnih metod. Rešitev temelji zaradi tega na diskretno izračunanih vrednostih, tako prostorsko kot časovno. Ker je reševanje toplotnega problema vezano na predhodno poznavanje porazdelitve energijskih izvorov v segrevancu, moramo praviloma

izvesti najprej analizo razvoja elektromagnetnega polja, ki pa ni neodvisna od razvoja temperaturnega polja. Sklopljenost problema, ki jo pogojuje temperatura odvisnost skoraj večine v problemu prisotnih snovnih lastnosti ter odvisnost dela snovnih lastnosti tudi od vzpostavljenega elektromagnetnega polja (slika 2), zahteva sočasno analizo elektromagnetnega in toplotnega problema. Numerično uporabimo zato inkrementalno iterativno tehniko reševanja. Da bi v analiziranem inkrementu, ki ustreza določenemu časovnemu koraku, dosegli konsistentno elektromagnetno in termalno stanje, izvedemo zaporedje ločenih izračunov vsakega od analiziranih problemov. Pri takšnem iterativnem reševanju rešujemo posamezni problem v določeni iteraciji sicer ločeno od vzporednega problema, upoštevamo pa v izračunu spremembo odvisnih spremenljivk obravnavanega problema, ki so posledica v predhodni iteraciji doseženega fizikalnega stanja v vzporednem problemu. Število potrebnih iteracijskih preračunov v okviru časovnega inkrementa je odvisno od stopnje nelinearnosti posameznih odvisnosti, prav tako pa tudi od časovne dinamike procesa.

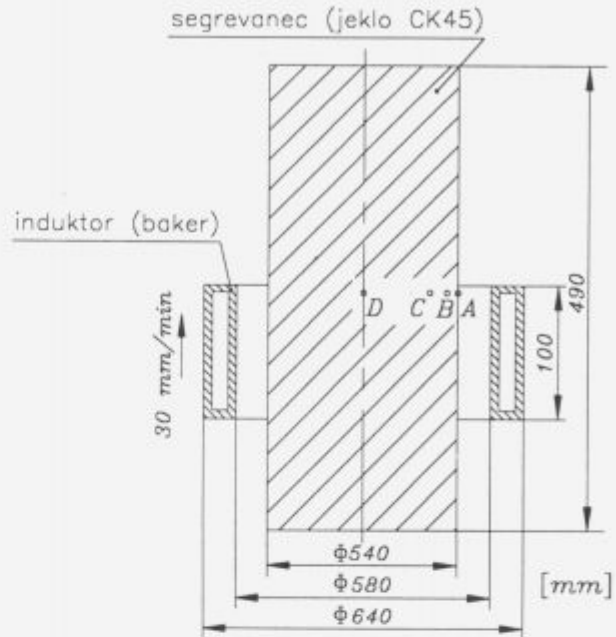


Slika 2: Soodvisnosti, izhajajoče iz sklopljenosti elektromagnetnega in toplotnega problema
Figure 2: Dependences arising from coupling of electromagnetism with heat conduction

Numerična določitev elektromagnetnega in temperaturnega polja ne predstavlja večjih težav^{5,6}. Verodostojnost takšne rešitve v realnih razmerah je odvisna od nekaj ključnih faktorjev, ki odražajo naše poznavanje parametrov problema. Vsakršno odstopanje od dejanskih vrednosti v enačbah obravnavanega problema prisotnih parametrov povzroči odstopanje numerične rešitve od dejanske, ki jo je mogoče tudi eksperimentalno določiti. Za določitev čim realnejšega odziva, ki sledi enačbam vezanega problema, je zato pomembno zagotoviti realne podatke o temperaturni odvisnosti snovnih lastnosti, zatem pa še dovolj objektivni popis prestopnih pogojev na meji med obdelovancem ter okolico.

4. Numerični primer

Izvedena je bila numerična analiza indukcijskega segrevanja cilindričnega obdelovanca, predgretega na temperaturo 230°C. Geometrija obravnavanega primera je prikazana v sliki 3. Skozi bakreni induktor cevaste oblike z debelino stene 10 mm se pretaka voda, ki služi kot hladilno sredstvo za odvod toplote, nastale zaradi močnega segrevanja induktorja. Induktor, ki ga vzbujamo z električnim tokom frekvence 50Hz in gostote 19.09 A/mm², pomikamo v vzdolžni smeri obdelovanca s konstantno hitrostjo 30 mm/min. Skozi celoten prerez induktorja teče tok velikosti 42 kA. Ob indukcijskem segrevanju je segrevanec izpostavljen konvektivnemu ohlajanju, pri čemer je temperatura okolice 30°C.



Slika 3: Podatki o indukcijskem segrevanju
Figure 3: Induction heating data

Trajanje procesa segrevanja je določeno z začetno in končno lego induktorja ter hitrostjo gibanja le-tega. Ob pričetku obravnavanega procesa je induktor od začetne čelne ploskve valja oddaljen 100 mm, prav toliko pa je oddaljen od končne čelne ploskve valja ob zaključku procesa. V nepremičnem polarnem koordinatnem sistemu (R, Φ, Z) z izhodiščem v težišču začetne čelne ploskve valja je trenutni položaj induktorja v [mm] določen s koordinato težišča $Z_i(t)$ le-tega, ki sledi odvisnosti

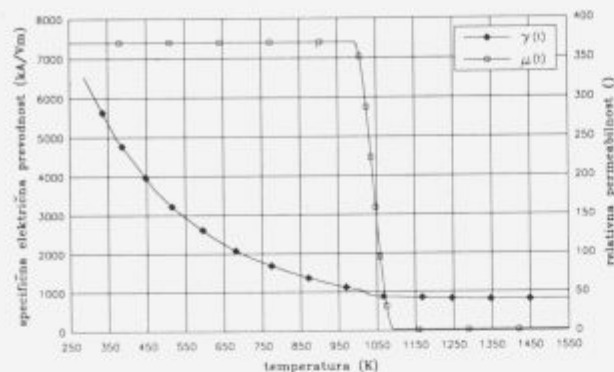
$$Z_i(t) = 0.5t - 150, \quad (18)$$

pri čemer je čas t merjen v [s]. Glede na izmere valja traja celoten proces ogrevanja 1380s.

V analizi privzete snovne lastnosti segrevanca ustrezajo materialu CK45, katerega temperaturne odvisnosti posameznih elektromagnetnih ter termičnih parametrov so prikazane tabelarično (tabela 1) in grafično (sliki 4 in 5). Na sliki 4 prikazana temperaturna odvisnost permeabilnosti ob odsotnosti magnetne poljske jakosti kaže poznano lastnost, ki se izraža v skokovitem zmanjšanju velikosti permeabilnosti pri prekoračitvi Curiejeve temperature. Na sliki 5 pa je permeabilnost prikazana v odvisnosti od magnetnega polja. Z upoštevanjem obeh odvisnosti sledi, da je velikost relativne permeabilnosti nad Curiejevo temperaturo enaka 1, pod Curiejevo temperaturo pa se le-ta podreja vplivu elektromagnetnega polja.

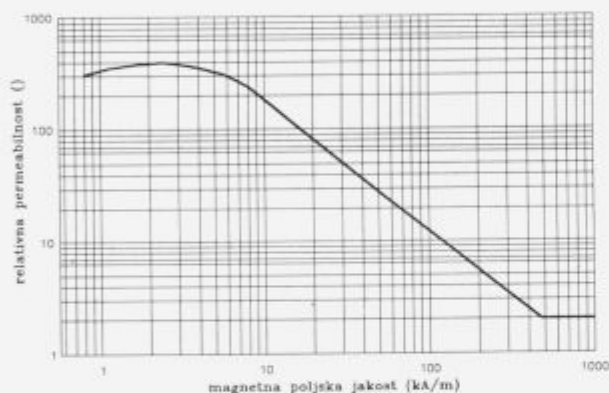
Tabela 1: Temperaturna odvisnost termičnih lastnosti snovi
Table 1: Temperature dependence of material thermal properties

temperatura [K]	toplotna kapaciteta [J/m ³ K]	toplotna prevodnost [W/mK]
293	443	51.8
373	485	50.6
473	514	48.1
673	585	41.8
873	706	33.8
1073	623	24.7
1273	623	26.7



Slika 4: Temperaturna odvisnost elektromagnetnih lastnosti snovi
Figure 4: Temperature dependence of material electromagnetic properties

Slika 4: Temperaturna odvisnost elektromagnetnih lastnosti snovi
Figure 4: Temperature dependence of material electromagnetic properties

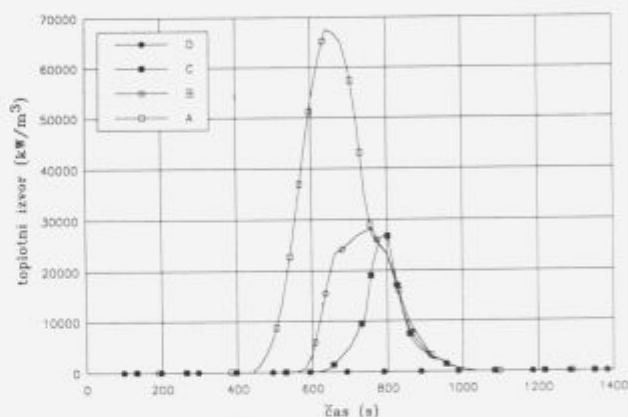


Slika 5: Odvisnost permeabilnosti od magnetnega polja
Figure 5: Dependence of permeability on magnetic field

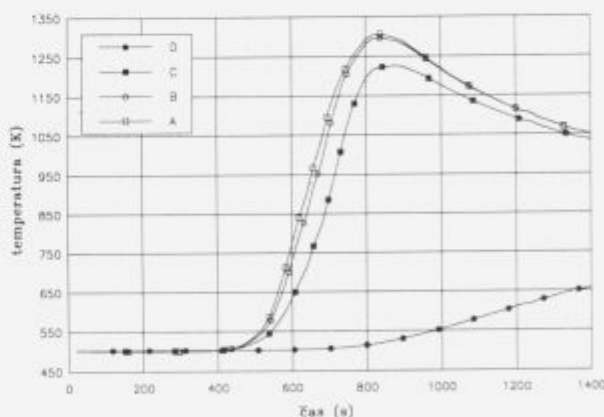
V numerični analizi obravnavanega problema sledi iz rešitve elektromagnetnega dela krajevna porazdelitev toplotnih virov ter njihovo časovno spreminjanje, iz rešitve toplotnega dela pa ustrezno spreminjanje temperaturnega polja. Ob časovno spreminljivih, a predpisanih robnih pogojih ima na časovno spreminjanje analiziranih polj izredno pomemben vpliv soodvisnost obravnavanih polj. Ker je razvoj teh polj odvisen tudi od robnih motenj, ki jih v danem problemu predstavljata čelni ploskvi, lahko nastopi quasi-stacionarnost razvoja le pri dovolj dolgih valjih. Območje valja, v katerem je časovno spreminjanje v prečnih prerezih stacionarno z ustrezno časovno zakasnitvijo, je odvisno od geometrije postrojenja in tehnoloških parametrov procesa. V prikazu numeričnih rezultatov obravnavanega primera (sliki 6 in 7) se omejimo na prikaz časovnega razvoja polj v točkah A, B, C in D (slika 3) osrednjega prečnega prereza segrevalca. Točka A se nahaja na površini segrevalca, medtem ko leži točka D v osi segrevalca.

Na sliki 6 je prikazan časovni potek intenzivnosti sproščanja toplote na enoto volumna kot posledica delovanja elektromagnetnega polja na segrevalce. Jakost toplotnega izvora je odvisna od lege induktorja glede na opazovane točke in od temperature v opazovanih točkah. Značilno za prikazano porazdelitev je predvsem dvoje. V površinskem sloju je navkljub simetričnosti energijskega izvora v induktorju opazna popačitev simetričnosti generiranega toplotnega izvora glede na čas

$t=290$ s, t.j. čas, ko se induktor nahaja v ravnini opazovanega prečnega prereza. Za generacijo toplote v notranjosti je značilno ohranjanje simetričnosti, vendar le-ta sledi z določenim zaostajanjem. Narava opisane odziva je utemeljena, saj so toplotni izvori v začetku, ko je temperatura še nižja od Curiejeve temperature, omejeni skoraj izključno na površino segrevalca (v točki B je vpliv že zelo majhen), kasneje, ko s porastom temperature v površinskih slojih permeabilnost in specifična električna prevodnost močno padeta in je zaradi tega prodiranje elektromagnetnega polja, ob siceršnjem zmanjšanju intenzivnosti le-tega, globlje, se pojavijo toplotni izvori tudi v notranjosti segrevalca. Neposredni posledici spremembe feromagnetnega stanja gradiva ob segretju površinskih slojev iznad Curiejeve temperature sta tako nesimetričnost polja v površinskih slojih kot prodor le-tega v notranjost valja. Zaradi razvitih temperatur, ki v notranjosti ne presegajo Curiejeve temperature, ohranja polje na tem mestu simetričnost časovnega razvoja.



Slika 6: Časovni potek toplotnih virov
Figure 6: Time variation of heat sources



Slika 7: Časovni potek temperature
Figure 7: Time variation of temperature

Na sliki 7 je prikazano časovno spreminjanje temperature v opazovanih točkah, ki je neposredna posledica časovnega spreminjanja toplotnih virov. Zaradi koncentracije gostote induciranege toka ob površini se segrevalce na tem mestu intenzivno segreva, medtem ko se notranjost v začetku segreva le zaradi prevoda toplote iz zunanosti v notranjost segrevalca. Kasneje, ko se v notranjosti toplotni izvori ojačajo, na površini pa oslabijo, sledi izenačitev temperatur v zunanjih plasteh segrevalca (točki A in B). Po končanem segrevanju je obdelo-

vanec prepuščen ohlajanju, kar se kaže s padcem temperature na površini, medtem ko v osi segrevanca (točka D) temperatura zaradi vzpostavitve termičnega ravnotežja še narašča.

Primerjava izračunanih rezultatov z eksperimentalno dobljenimi rezultati, izmerjenimi v Železarni Ravne, je pokazala zadovoljivo ujemanje. Razlika med izračunanimi in izmerjenimi temperaturami je bila na mestih največje temperature okrog 5%, kar je povsem zadovoljivo.

5. Zaključne ugotovitve

Rezultati računalniške simulacije induktivnega segrevanja, izvedene na osnovi prikazanega matematičnega modela, ter primerjava le-teh z eksperimentalno dobljenimi rezultati, izmerjenimi v Železarni Ravne, potrjujejo velike zmožnosti, ki jih nudi matematično modeliranje. Inženir tehnolog dobiva s tem računsko orodje, s katerim se postopek načrtovanja časovno skrajšuje, kvaliteta načrtovanja pa bistveno izboljšuje. Izbiro tehnoloških parametrov procesa je mogoče tako povsem opreti na rezultate računalniške simulacije, kar je še posebej pomembno v primerih, za katere še niso na voljo zadostne empirične izkušnje.

Ob vsej kompleksnosti fizikalnega dogajanja med induktivnim segrevanjem omogoča predstavljeni računski model dokaj realistični popis le-tega. Numerična analiza primera iz industrijskega okolja je pokazala zadovoljivo ujemanje. Razlika med izračunanimi in izmerjenimi temperaturami je bila na mestih največje temperature okrog 5%, kar je povsem zadovoljivo. V primeru bolj kompleksne geometrije segrevanca ter induktorja je realno pričakovati večja odstopanja, s čemer se takoj zastavlja vprašanje verodostojnosti takšne simulacije. Ob upoštevanju današnje stopnje razvoja numeričnih metod ter stopnje popolnosti poznavanja obravnavane fenomenologije se izkaže, da je razlog za neverodostojnost neke analize pravzaprav naše pomanjkljivo poznavanje snovnih lastnosti ter robnih pogojev. Vprašanje robnih pogojev je vselej vezano na nepopolno poznavanje interakcije med opazovanim sistemom ter okolico,

medtem ko se pri vprašanju snovnih lastnosti izpostavlja točna identifikacija odvisnosti le-teh od spremljajočih fizikalnih pojavov. V našem primeru gre za temperaturno in magnetno odvisnost, ki je lahko pri prostorsko bolj neenakomerno porazdeljenem temperaturnem polju izvor večjega odstopanja od objektivnih rezultatov.

Zaključimo lahko z ugotovitvijo, da zmoremo probleme toplotnih obdelav danes dokaj celovito obravnavati. Na osnovi večletnega raziskovalnega dela^{7,8} imamo sedaj na voljo računsko orodje za analizo termomehanskih stanj v telesih, ki so izpostavljena toplotnim virom, generiranim s pomočjo elektromagnetnega polja.

Zahvala: Avtorji se zahvaljujejo dr. Janezu Bratini iz koncerna Slovenske Železarne za inspiracijo obravnavane problematike ter prof. dr. Miljutinu Željznovu in doc. dr. Antonu Sinigoju iz Fakultete za elektrotehniko in računalništvo v Ljubljani za izkazano strokovno pomoč.

6. Literatura

- ¹ D. R. Frankl: *Electromagnetic Theory*, Prentice-Hall, International Edition, New Jersey, 1986
- ² M. Željznov: *Osnove teorije elektromagnetnega polja*, Ljubljana, 1991
- ³ M. G. Lozinskij: *Industrial applications of induction heating*, Pergamon Press, 1969
- ⁴ E. J. Davies: *Conduction and induction heating of induction heating*, Peter Peregrinus Ltd, London, 1990
- ⁵ M. Pokorn: *Modeliranje pojavov pri indukcijskem segrevanju obdelovancev*, diplomsko delo, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, 1993
- ⁶ N. Mole: *Numerično modeliranje termoelasto-plastičnih problemov*, magistrsko delo, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, 1991
- ⁷ B. Štok, N. Mole: *Numerična simulacija procesa izdelave ingotov po EPŽ postopku*, *Kovine zlitine tehnologije*; 26, 1992, 197-200
- ⁸ B. Štok, N. Mole: *Matematično modeliranje rotacijskega litja - analiza termomehanskega stanja v orodju*, *Kovine zlitine tehnologije*; 27, 1993, 175-180