

Pogled učiteljev matematike na razvijanje matematične pismenosti

Mathematics Teachers' Perspective on Developing Mathematical Literacy

Jerneja Bone, Ministrstvo za vzgojo in izobraževanje
Mag. Mateja Sirnik, Zavod RS za šolstvo

Izvleček

Matematična pismenost je ena od pismenosti, ki smo jo poleg naravoslovne in finančne pismenosti razvijali v projektu NA-MA POTI. Vse večjega pomena sistematičnega in načrtnega razvijanja matematične pismenosti se zavedajo tudi osnovnošolski in srednješolski učitelji matematike. V prispevku pogledamo na matematično pismenost z vidika učiteljev. Predstavimo, kako so učitelji opredelili matematično pismenega posameznika in kaj za učitelje pomeni reševanje problemov. Iz analize odgovorov ugotavljamo, da so učitelji ugotovili ključne lastnosti matematično pismenega posameznika kot smo jih opredelili v projektu, opazamo pa pomanjkljivosti pri prepoznavanju pojma reševanje problemov. Predstavljamo rezultate vprašalnika – samovrednotenja udeležanja posameznih podgradnikov z opisniki. Iz odgovorov sledijo stališča učiteljev, da 1. gradnik matematične pismenosti udeležajo na področju sprejemanja matematičnih sporočil, terminologije in simbolike, najmanj pa pri oblikovanju lastnih trditev in utemeljevanju. Glede udeležanja 2. gradnika matematične pismenosti so učitelji mnenja, da največ pozornosti namenjajo prepoznavanju matematičnega problema v življenjski situaciji in količin v povezavi z omenjenim problemom. Primanjkljaj pri poučevanju je zaznati v različnih fazah reševanja matematičnega problema z modeliranjem.

Ključne besede: matematična pismenost, pouk matematike, reševanje problemov

Abstract

In addition to science and financial literacy, the NA-MA POTI project also developed mathematical literacy. Primary and secondary school teachers are also becoming increasingly aware that a systematic and organised promotion of mathematical literacy is crucial. The paper examines mathematical literacy from the standpoint of teachers. It describes who they regard as mathematically literate and what problem-solving means for them. The replies reveal that teachers correctly identify the fundamental features of a mathematically literate individual, as stated in the project, despite the errors in the identification of the concept of problem-solving. We offer the questionnaire findings, i.e., the self-evaluation of each sub-builder's implementation with descriptors. Based on their responses, teachers believe that the first building block of mathematical literacy is implemented in the reception of mathematical messages, terminology, and symbolism, and least in formulating their arguments and reasoning. Regarding the second building block of mathematical literacy, teachers mainly focus on identifying a mathematical problem in a life situation and the associated quantities. On the other hand, they recognise weaknesses in teaching during the different stages of solving a mathematical problem by modelling.

Keywords: mathematical literacy, mathematics education, problem-solving

Uvod

Več razlogov je, zakaj je razvijanje matematične pismenosti pri učencih pomembno.

Eden je ta, da je matematika prisotna v vsakdanjem življenju in jo uporabljamo pri številnih vsakdanjih situacijah, kot so merjenje količin, načrtovanje družinskega proračuna, razumevanje

časovnih pasov itd. Če imajo učenci dobro razvito matematično pismenost, bodo bolj opremljeni za spopadanje z izzivi in za uspešno delovanje v življenju.

Nadalje, matematika spodbuja razvoj kritičnega razmišljanja in se srečuje z reševanjem problemov. Pri reševanju matematičnih nalog in problemov uporabljamo logiko, analitične veščine, vztrajnost in ustvarjalnost pri iskanju rešitev, jih preverjamo ter iščemo različne poti do rešitve problema. Razvijanje teh sposob-

nosti učencem pomaga pri reševanju problemov na vseh področjih življenja.

Matematika je usmerjena tudi v razumevanje abstraktnih konceptov in njihovo uporabo v različnih kontekstih. Učenci, ki razvijajo matematično pismenost, se naučijo razmišljati na abstraktni ravni in s tem pridobijo sposobnost prepoznavanja vzorcev, oblikovanja matematičnih modelov in reševanja kompleksnih problemov.

Razvijanje matematične pismenosti se pri učencih ne nanaša le na pridobivanje znanja in veščin matematike, ampak tudi na razvoj veščin, ki so pomembne za uspešno in zadovoljno življenje.

Za številne poklice in karierne poti, ki zahtevajo razumevanje in uporabo matematičnih konceptov, je ključna matematična pismenost. Ne glede na to, ali gre za znanstvenika, inženirja, računalniškega programerja, ekonomista, šiviljo, prodajalca, je matematika pomembno orodje za uspešno delovanje v teh poklicih.

Razumevanje matematike in sposobnost reševanja matematičnih problemov pomaga učencem razvijati samozavest. Ko učenci uspešno rešujejo matematične naloge in razumejo kompleksne koncepte, se počutijo bolj samozavestne v svojih matematičnih sposobnostih. Ta samozavest se lahko prenese tudi na druge vidike njihovega izobraževanja in življenja.

V projektu NA-MA POTI smo skupaj s sodelavci v projektu opredelili koncept matematične pismenosti. Ta je opisan z dvema gradnikoma, vsak gradnik pa je členjen na posamezne podgradnike (Širnik in sod., 2022). Gradnike s podgradniki in opisniki za 2. vzgojno-izobraževalno obdobje (VIO) in 3. VIO najdete v sredini te revije. Vsak podgradnik ima opisnike, ki so zasnovani za vsako izobraževalno obdobje posebej. Z raziskavo (Magajna, Manfreda Kolar, Metljak, Hodnik, 2022) so avtorji potrdili, da zasnovani koncept matematične pismenosti ustreza namenu, za katerega je bil oblikovan, torej za razvijanje matematične pismenosti pri otrocih, učencih in dijakih. To trditev potrjujejo z naslednjimi ugotovitvami:

»koncept je domišljen tako v ločevanju temeljnega matematičnega znanja [konceptualnega in proceduralnega] in matematične pismenosti kot v njihovi povezanosti;

koncept omogoča oblikovanje raznovrstnih nalog, ki pokrivajo posamezna področja matematične pismenosti;

koncept prinaša v pouk matematike pomembno razliko od obstoječega pouka, kar se je izkazalo tako pri uspešnosti otrok, učencev in dijakov na preizkusih znanja kot tudi pri pogostosti vključevanja dejavnosti s tega področja pri pouku matematike [nižji uspeh in manjša zastopanost dejavnosti s področja matematične pismenosti pri pouku]« (Magajna, Manfreda Kolar, Metljak, Hodnik, 2022, str. 21).

Matematično pismenost petnajstletnikov že dve desetletji meri mednarodno primerjalna raziskava PISA. Žakelj in Klančar v prispevku Matematična pismenost (2022, str. 9–10) pišeta:

»V raziskavi PISA 2006 (OECD PISA 2006, 2008) je matematična pismenost opredeljena kot posameznikova sposobnost prepoznavanja in razumevanja vloge, ki jo ima matematika v svetu, sposobnost postavljanja dobro utemeljenih odločitev ter sposobnost uporabe in vpletenosti matematike na načine, ki izpolnjujejo potrebe posameznikovega življenja kot konstruktivnega in razmišljujočega posameznika. V ospredju matematične pismenosti je povezava matematike z realnim svetom, torej uporaba matematike v različnih problemskih situacijah (osebnih, izobraževalnih, družbenih in znanstvenih), v katere so umeščeni problemi. Sposobnost uporabe matematike je torej ozko povezana s problemskimi znanji, to je znanji o uporabi obstoječih znanj v novih situacijah.

Nadgradnja definicije matematične pismenosti iz leta 2006 pa vse do leta 2018 se kaže predvsem v še bolj poudarjenih dejavnostih, kot so analiziranje, utemeljevanje in učinkovito sporočanje svojih zamisli in rezultatov pri oblikovanju, reševanju ter interpretaciji matematičnih problemov v različnih situacijah.

Matematična pismenost temelji na matematičnem znanju in zaživi v naravnem in socialnem okolju. Posameznik jo razvija vse življenje. Omogoča mu lažje sporazumevanje, oblikovanje lastnih stališč ter presojanje stališč in trditev drugih ljudi. Obvladovanje komponent matematične pismenosti olajša reševanje problemov v življenjskih situacijah, ki zahtevajo sposobnost uporabe šolskega znanja in spretnosti v manj strukturiranem kontekstu, kot je šolska situacija. Reševalci morajo sprejemati odločitve o tem, katere informacije in znanje so v dani problemski situaciji pomembne in kako naj jih smiselno uporabijo.«

Raziskovalni problem in cilj raziskave

Z matematično pismenostjo se v slovenskem šolskem prostoru ukvarjamo že dolgo. Posebej pred izvedbo raziskave PISA in v obdobju, ko pričakujemo rezultate oziroma ko so rezultati raziskave objavljeni. V letu 2023 bodo rezultati objavljeni 5. decembra 2023. V Sloveniji smo v obdobju 2016–2022 izvajali projekt NA-MA POTI, ki je potekal na nekaj manj kot stotih šolah in vrtcih, posredno pa je bil preko študijskih skupin v letu 2022 predstavljen vsem učiteljem matematike.

Zato smo si zastavili raziskovalna vprašanja:

1. Kaj menijo učitelji, katere so zmožnosti matematično pismenega posameznika?
2. Kako in kaj učitelji matematike razumejo pod reševanje problemov?
3. V kolikšni meri učitelji menijo, da udeležujejo 1. gradnik matematične pismenosti?
4. V kolikšni meri učitelji menijo, da udeležujejo 2. gradnik matematične pismenosti?

Z raziskavo smo želeli ugotoviti, ali se razmislek učiteljev, katere so zmožnosti matematično pismenega posameznika, sklada z opredelitvijo matematične pismenosti, kot smo jo opredelili v projektu NA-MA POTI. Nadalje smo želeli prepoznati, ali reševanje problemov pri matematiki učitelji razumejo podobno, kot smo reševanje problemov naslovlili v 2. gradniku matematične pismenosti. Z rezultati samovrednotenja udeleževanja posameznih gradnikov matematične pismenosti smo želeli pridobiti vpogled v področja pismenosti, ki jih moramo še bolj razvijati

oziroma področja, ki jim moramo v nadaljevanju posvetiti več pozornosti.

Metodologija

Oblikovanje raziskave

V raziskavi smo preverili pogled osnovnošolskih in srednješolskih učiteljev matematike na matematično pismenega posameznika in reševanje problemov. Hkrati smo preverili samovrednotenje udejanjanja posameznih opisnikov podgradnikov pri pouku matematike. Raziskavo smo izvedli med izvedbo seminarja Razvijanje matematične pismenosti v marcu 2023. Odprti vprašnji sta pripravili izvajalki seminarja, vodja razvojnega tima za matematično pismenost v projektu NA-MA POTI in vodja projekta NA-MA-POTI. Vprašanja odprtega tipa so bila zastavljena v spletni aplikaciji, ki omogoča zapis daljših odgovorov. Vprašanja zaprtega tipa na tristopenjski lestvici (pogosto, redko, nikoli) smo oblikovali kot spletno anketo. Vse odgovore smo zbrali med izvedbo seminarja.

Raziskava je bila empirična.

Vzorec

V raziskavo smo vključili učitelje, ki so se udeležili seminarja Razvijanje matematične pismenosti. Seminar je bil izveden v organizaciji Zavoda RS za šolstvo v šolskem letu 2022/23. Udeležilo se ga je 43 osnovnošolskih in 11 srednješolskih učiteljev. Vzorec ni reprezentativen, saj so se seminarja udeležili učitelji, ki se zavedajo pomena razvijanja matematične pismenosti.

Zbiranje podatkov

Na odprti vprašnji

1. Katere so zmožnosti matematično pismenega posameznika?
2. Kako bi predstavili, razložili, kaj je za vas problem pri pouku matematike?

smo odgovore zbirali v aplikaciji Padlet in zbrane podatke analizirali z metodo analize vsebine zapisov.

Samovrednotenje udejanjanja posameznih gradnikov matematične pismenosti smo izvedli s predpripravljenimi vprašalniki, ki smo jih pripravili v elektronski obliki. Za vsak podgradnik smo zapisali opisnike in za vsakega odgovore zbirali na tristopenjski lestvici. Udeleženci seminarja so izbrali enega izmed treh odgovorov (pogosto, redko, nikoli), glede na to, kako pogosto uresničujejo posamezni opisnik pri pouku.

Proces raziskovanja

Odgovore na odprta vprašanja smo pregledali in podobne odgovore združili. Nato smo posamezne besede in besedne zveze, ki so se ponavljale ali bile najpogostejše, izpisali kot besede, ki po mnenju učiteljev opredeljujejo matematično pismenega posameznika oz. problem.

Za posamezni opisnik smo odgovore na tristopenjski lestvici prešteli in izračunali odstotek udeležencev, ki menijo, da ta opisnik uresničujejo pogosto, redko ali nikoli. Pomagali smo si s programom Excel.

Rezultati in razprava

Kaj so zmožnosti matematično pismenega posameznika?

Vprašanje, ki si ga zastavljajo učitelji, oziroma vprašanje, ki ga zastavimo učiteljem, ki želijo razvijati matematično pismenost, je: »Kaj opredeljuje matematično pismenega posameznika?« Nekaj odgovorov s pogosto zastopanimi besedami oziroma besednimi zvezami učiteljev matematike, ki so se udeležili seminarja Razvijamo matematično pismenost, ki je bil izveden v šolskem letu 2022/23, podajamo na Sliki 1.

Učitelji so najpogosteje odgovorili, da je zmožnost matematično pismenega posameznika, da zna uporabiti matematiko oziroma

Matematična znanja in strukturiran pristop k reševanju problemov uporabi v vsakdanjih situacijah.	Sposobnost prenosa matematičnega znanja v konkretne življenjske situacije in druga predmetna področja.	Upravljanje s financami, matematika v vsakdanjem življenju.
Uporaba matematike v vsakdanjem življenju na različne načine, postavljanje zahtevnejših matematičnih vprašanj in reševanje matematičnih problemov ...	Uporabljati odstotke, merske enote ipd. v vsakdanjem življenju.	Obvlada osnovne računske operacije, poštevanko, zna uporabiti matematična znanja v vsakodnevem življenju.

Slika 1: Odgovori z najbolj pogostimi besedami oziroma besednimi zvezami za opredelitev matematično pismenega posameznika

matematično znanje v vsakdanjem življenju, v življenjskih situacijah in da zna reševati probleme, ki pri reševanju vključujejo matematično znanje. Omenjali so, da matematično pismen posameznik kritično presoja strategije reševanja in da je sposoben kritično vrednotiti in presojati rezultate (ocena rezultata). Nadalje se pojavi odgovor, da zna posameznik prenesti matematično znanje v konkretne življenjske situacije in na druga predmetna področja. Med matematičnimi znanji omenjajo, da posameznik obvlada osnovne računske operacije, da razume matematične izraze in simbole, da zna zapisati datume in števila (tudi z besedo), da zna uporabljati merske enote, računati z odstotki, da zna brati statistične podatke. Poudarjali so pomen branja preglednic in različnih grafičnih prikazov ter matematično izražanje, kar pomeni, da posameznik razume in uporablja ustrezno besedišče, terminologijo, tudi za tvorjenje besedil z matematično vsebino.

Iz zapisov učiteljev ugotavljamo, da povzetek njihovih zapisov konvergira k opredelitvi matematične pismenosti, kot smo jo opredelili v projektu NA-MA POTI:

Opredelitev matematične pismenosti

Matematična pismenost je zmožnost posameznika, da na osnovi matematičnega mišljenja in matematičnega znanja:

- zmore uporabljati matematične pojme, postopke in orodja v različno strukturiranih okoljih;
- analizira, utemeljuje in učinkovito sporoča svoje zamisli in rezultate pri oblikovanju, reševanju in interpretaciji matematičnih problemov v različno strukturiranih okoljih;
- zaznava in se zaveda vloge matematike v vsakdanjem in poklicnem življenju, jo povezuje z drugimi področji in sprejema odgovorne odločitve na osnovi matematičnega znanja ter je pripravljen sprejemati in soustvarjati zanj nova matematična spoznanja [Sirnik in sod., 2022].

Pri opredelitvi matematične pismenosti v projektu NA-MA POTI smo izhajali iz opredelitve matematične pismenosti v raziskavi PISA. Matematično pismenost smo v projektu NA-MA POTI (umetno za potrebe projekta) razdelili na dva gradnika, ki sta med seboj povezana in se dopolnjujeta in kot trdijo avtorji Magajna, Manfreda Kolar, Metljak, Hodnik (2022) je dobro matematično znanje, tako konceptualno kot proceduralno, pogoj za razvijanje matematične pismenosti, hkrati pa je soodvisnost znanj priložnost za dvig matematične pismenosti pri otrocih, učencih in dijakih. Tudi rezultati zgoraj omenjene raziskave nakazujejo povezanost konceptualnega in proceduralnega znanja z matematično pismenostjo.

Reševanje problemov

Ključno za matematično pismenega posameznika je, da zna reševati matematične probleme. Kako in kaj učitelji matematike razumejo pod reševanje problemov, je prikazano na Sliki 2.

V nadaljevanju povzemamo odgovore, kako so učitelji, udeleženci seminarja, opisali problem pri matematiki.

Problem pri matematiki so kompleksnejše naloge, konkretne naloge, zahtevnejše besedilne naloge iz vsakdanjega življenja, kjer pri reševanju učenec uporabi različna matematična znanja (postopkov, strategij, obrazcev ...) v novih situacijah. Pri reševanju problema uporabi različne strategije, načine reševanja in poveže znanje različnih matematičnih vsebin, da pride do rešitve. Matematični problem lahko nima dovolj podatkov za rešitev ali pa jih ima preveč. Obstaja lahko več različnih načinov reševanja, lahko ima tudi več različnih rešitev. Nadalje so problem opredelili kot netipično nalogo, ki je lahko medpredmetno zastavljena ali pa so to naloge odprtega tipa, ki jih rešimo z raziskovanjem.

Eden od učiteljev omenja, da je reševanje problemov za učence težko, drugi učitelj pa omenja, da to dela pri pouku matematike pogosto, ker je to zanj smisel matematike.

Reševanje matematičnih problemov smo opredelili v 2. gradniku matematične pismenosti: Reševanje problemov v raznolikih

Preiskovati nalogo, ki ni takoj rešena s pomočjo osnovnih formul, ampak mora dijak zraven razmišljati in preiskovati.	Naloge iz vsakdanjega življenja, praktični primeri, naloge odprtega tipa z raziskovanjem.	Zahtevnejša besedilna naloga, vezana predvsem na vsakdanje življenje. Največkrat netipična naloga (ni iz učbenika). Lahko je tudi medpredmetna, z več možnimi rešitvami, široko zastavljena, kar je za določen razred problemska naloga, je morda za razred višje običajna naloga.
Matematični problem je naloga, za katero učenci uporabljajo matematične postopke v novih situacijah – v situaciji se morajo znajti – ne naučijo se samo postopka, ampak rešijo problem s prepletanjem različnih matematičnih znanj.	Neka naloga, ki je bolj široko zastavljena in jim omogoča več poti do rešitve, je povezana z življenjsko situacijo.	Primer iz vsakdanjega življenja. Naloga odprtega tipa, besedilne naloge. Namen je, da učenec sam razmišlja o strategijah, zadostnih podatkih, presodi smiselnost rešitev.

Slika 2: Odgovori z najbolj pogostimi besedami oziroma besednimi zvezami za opredelitev problema pri matematiki

kontekstih (osebni, družbeni, strokovni, znanstveni), ki omogočajo matematično obravnavo (Sirnik in sod., 2022), ki ga z opisniki le za 3. VIO osnovne šole in za srednjo šolo predstavljamo v sredini revije.

Večina učiteljev »problem pri matematiki« vidi širše, kot reševanje različnih realističnih situacij, kjer prihaja tudi do medpredmetnega sodelovanja, kjer za reševanje uporabljajo različna matematična znanja, različne strategije, dobimo lahko več rešitev, vključeno je tudi presojanje smiselnosti. Trdimo lahko, da je vsak od učiteljev vključil katerega od elementov iz podgradnikov oziroma opisnikov 2. gradnika matematične pismenosti.

V raziskavi (Magajna in sod., 2022, str. 21) so ugotovili, da »so učenci in dijaki pri reševanju problemskih nalog in nalog, ki zahtevajo modeliranje, manj uspešni kot pri nalogah, ki ugotavljajo konceptualno ali proceduralno znanje. Rezultati tudi kažejo, da je za razvoj problemskih znanj bolj kot proceduralno pomembno dobro konceptualno znanje.«

Udejanjanje 1. gradnika matematične pismenosti: Matematično mišljenje, razumevanje in uporaba matematičnih pojmov, postopkov ter strategij, sporočanje kot osnova matematične pismenosti

Prvi gradnik se osredotoča na matematično mišljenje, razumevanje in uporabo matematičnih pojmov, postopkov ter strategij ter na sporočanje kot osnovo matematične pismenosti (Sirnik in sod., 2022).

Zanimalo nas je, kakšno je mnenje udeležencev seminarja, pri poučevanju v različnih razredih, o razvijanju matematične pismenosti. Samovrednotenje posameznega gradnika oziroma podgradnikov z opisniki, ki jo lahko izvede vsak učitelj pri določeni vsebini v določenem razredu, je pomemben vpogled v lastno poučevanje in iskanje možnosti za nadaljnji napredek in nadgrajevanje lastne poučevalne prakse.

V nadaljevanju predstavljamo odgovore udeležencev seminarja pri izbranih vsebinah v posameznih razredih za posamezni gradnik s podgradniki. V nadaljevanju uporabljamo označevanje podgradnikov in opisnikov skladno z zapisi v prilogi iz sredine revije (npr. 1.5a).

2. VIO, 6. razred, vsebina: racionalna števila – decimalna števila

Z decimalnimi števili oziroma njihovim zapisom se učenci srečajo že v nižjih razredih, zato nas je zanimalo, kako pri tej vsebini v 6. razredu učitelji udejanjajo razvijanje 1. gradnika matematične pismenosti.

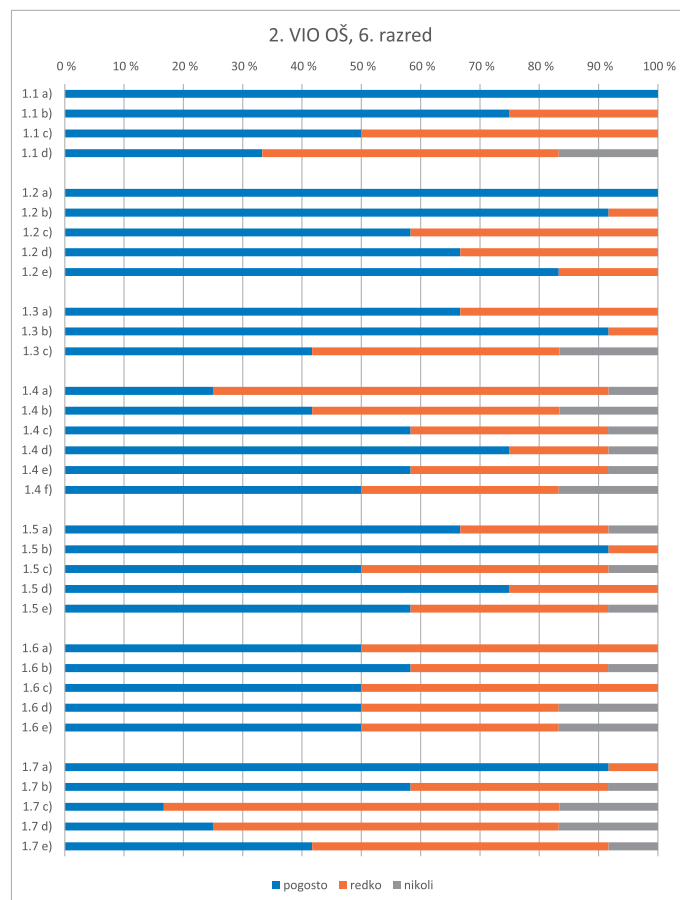
Med 33 podgradniki 1. gradnika v 2. VIO je 17 takih, za katere so učitelji označili, da jih udejanjajo pogosto ali redko, 16 pa je takih, ki jim določen odstotek učiteljev ne namenja pozornosti (Prikaz 1).

Vsi učitelji (100 %) so pri dveh opisnikih označili, da ga uresničujejo pogosto. To sta opisnika, kjer imajo učenci priložnost, da sprejemajo, razumejo enostavna in strukturirana sporočila z matematično vsebino (1.1a) in da v sporočilih prepoznajo strokovno terminologijo in simboliko ter razumejo njun pomen (1.2a).

Sledijo štirje opisniki, kjer je odstotek učiteljev, ki to izvaja pri pouku zelo visok (91,7 %). Učenci imajo možnost, da pri dejavnostih ubesedeno (enostavno) matematično sporočilo zapišejo z matematičnimi simboli in obratno (preberejo/ubesedijo zapis v matematični simboliki) (1.2b), da sodelujejo v matematični razpravi (1.3b), da izberejo ustrezne postopke, ki vodijo do rešitve (1.5b) in da pri reševanju matematičnih problemov uporabljajo znane strategije, ki so primerne razvojni stopnji učenca (1.7a).

16,7 % učiteljev osem opisnikov nikoli ne uresničujejo, še osem opisnikov je takih, ki jim 8,3 % učiteljev ne posveča pozornosti oziroma ne pripravijo dejavnosti za učence pri vsebini decimalnih števil v 6. razredu. Npr. učenci nimajo priložnosti, da uporabljajo smiselne reprezentacije matematičnih pojmov ter prehajajo med njimi (1.4b), da vrednotijo dobljene rešitve ter predlagajo popravke in izboljšave (1.6d), da na osnovi danih matematičnih situacij ali problemov oblikujejo različna vprašanja in podobne probleme (1.7c).

Pogostost udejanjanja vseh podgradnikov 1. gradnika v 2. VIO pri vsebini racionalna števila – decimalna števila v 6. razredu je prikazana na spodnjem Prikazu 1.



Prikaz 1: Udejanjanje 1. gradnika matematične pismenosti pri vsebini decimalna števila v 6. razredu osnovne šole

3. VIO OŠ, 7. razred, vsebina: racionalna števila – ulomki

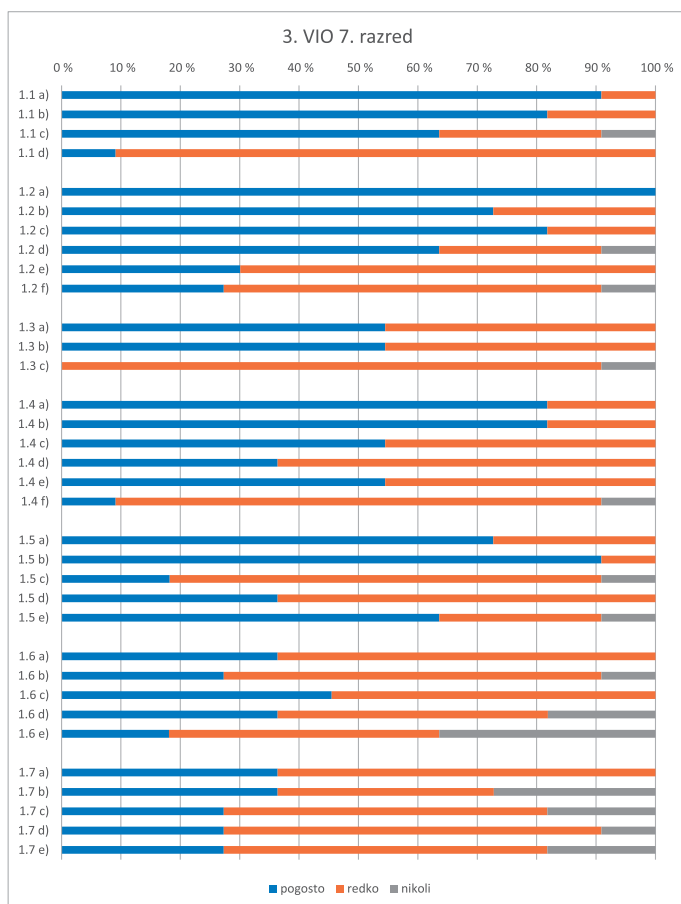
V 7. razredu nas je zanimalo, kako pri vsebini ulomki učitelji udejanjajo razvijanje 1. gradnika matematične pismenosti.

Vseh opisnikov 1. gradnika v 3. VIO je 34. Vsi učitelji so pri 20 opisnikih označili, da posamezni opisnik uresničujejo pogosto ali redko (nihče ni označil nikoli). 14 opisnikov je takih, kjer določen odstotek učiteljev ne pripravi dejavnosti za učence, da bi le-ti imeli priložnost razvijati izbrani vidik matematične pismenosti (Prikaz 2).

Vsi učitelji (100 %) so označili, da pogosto uresničujejo en opisnik, in sicer da učenci v sporočilu prepoznajo strokovno terminologijo in simboliko ter razumejo njun pomen (1.2a).

Sledita dva opisnika, kjer je 90,9 % učiteljev označilo, da ga pri poučevanju vsebine ulomki udejanjajo. Učencem pripravijo priložnosti, da uporabljajo ustrezne bralno-učne strategije pri branju z razumevanjem (na izbranih vsebinah) matematičnih besedil in pri reševanju besedilnih nalog (1.1b) in da učenci izberejo ustrezne postopke, ki vodijo do rešitve (1.5b).

Med opisniki, ki jim 36,4 % učiteljev nikoli ne posveča pozornosti pri pouku, izstopa opisnik, kjer učenci oblikujejo lastne matematične trditve, jih preverijo in utemeljijo (1.6e). Sledijo opisniki, ki jih 10 % oziroma 18,1 % učiteljev ne udejanja pri pouku.



Prikaz 2: Udejanjanje 1. gradnika matematične pismenosti pri vsebini ulomki v 7. razredu osnovne šole

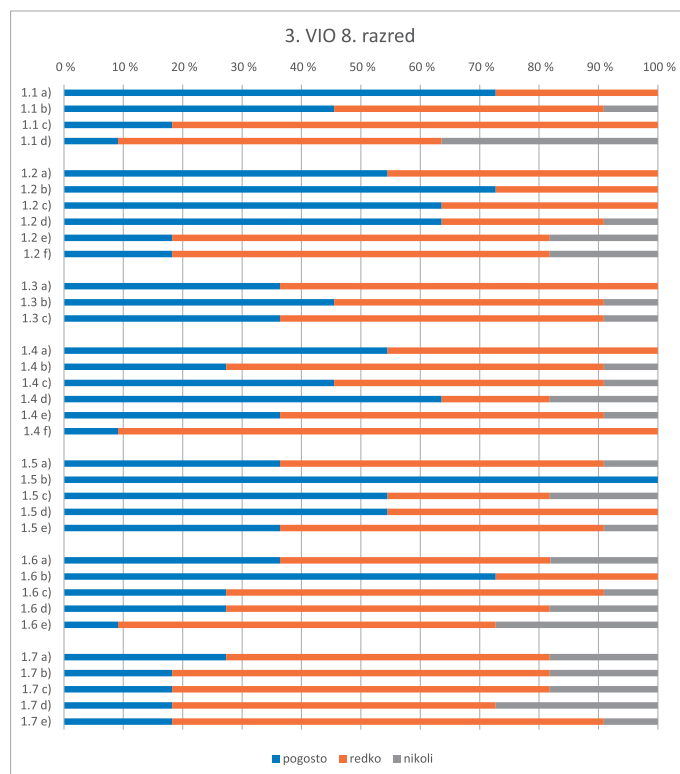
Pogostost udejanjanja vseh podgradnikov 1. gradnika v 3. VIO pri vsebini racionalna števila – ulomki v 7. razredu je prikazana na spodnjem Prikazu 2.

VIO, 8. razred, vsebina: izrazi – preprosti algebrski izrazi

Učenci se v osnovni šoli najprej srečajo s številskimi izrazi, nato spoznajo pojem izrazi s črkovno oznako, kasneje spoznajo pojem spremenljivke in vzporedno s tem izrazi s spremenljivkami. V 8. razredu se srečajo s preprostimi algebrskimi izrazi. Zanimalo nas je, kako pri tej vsebini učitelji udejanjajo razvijanje 1. gradnika matematične pismenosti.

Vseh opisnikov 1. gradnika je 34. Vsi učitelji so le pri 10 opisnikih označili, da posamezni opisnik uresničujejo pogosto ali redko (nihče ni označil nikoli). Kar 24 opisnikov je takih, kjer določen odstotek učiteljev ne pripravi dejavnosti za učence, da bi le-ti imeli priložnost razvijati izbrani vidik matematične pismenosti (Prikaz 3).

Vsi učitelji (100 %) so označili, da opisnik, kjer imajo učenci možnost, da izberejo ustrezne postopke, ki vodijo do rešitve, uresničujejo pogosto (1.5b). Sledijo trije opisniki, ki jih 72,7 % učiteljev udejanja pogosto. Ti se navezujejo na dejavnosti, kjer imajo učenci priložnost, da razumejo enostavna, strukturirana in kompleksna sporočila z matematično vsebino (1.1a), da ubesedeno matematično sporočilo zapišejo z matematičnimi simboli in obratno: prebere/ubesedi zapis v matematični simboliki (1.2b) in da na podlagi matematičnega znanja, lastnih izkušenj in pridobljenih podatkov napovedujejo rešitve (1.6b).



Prikaz 3: Udejanjanje 1. gradnika matematične pismenosti pri vsebini preprosti algebrski izrazi v 8. razredu osnovne šole

Več kot tretjina (36,4 %) učiteljev meni, da nikoli ne pripravi dejavnosti, kjer bi učenci imeli možnost, da samostojno pridobijo podatke iz verodostojnih virov (1.1d). Nekaj manj kot tretjina (27,3 %) učiteljev pri pouku ne pripravi dejavnosti, kjer učenci oblikujejo lastne matematične trditve, jih preverijo in utemeljijo (1.6e) ter kjer učenci presojaajo o ustreznosti izbire strategij pri reševanju problemov (1.7d).

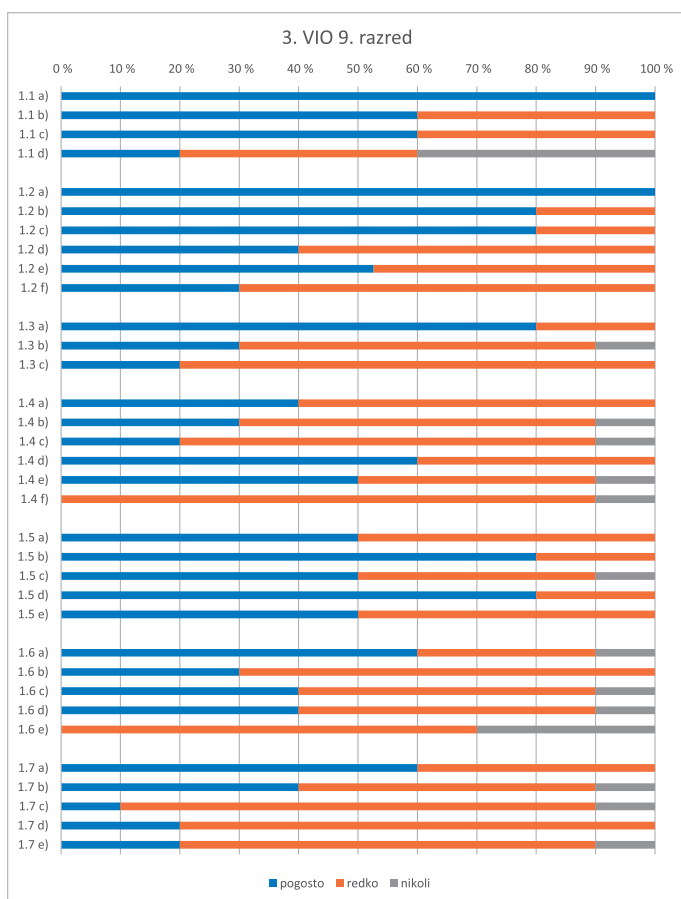
Pogostost udejanjanja vseh podgradnikov 1. gradnika v 3. VIO pri vsebini Izrazi – preprosti algebrski izrazi v 8. razredu je prikazana na spodnjem Prikazu 3.

3. VIO, 9. razred, vsebina: enačbe in neenačbe

Vsebina enačb in neenačb se obravnava v vseh razredih osnovne šole, formalno pa se enačbe rešuje v 9. razredu. Zanimalo nas je, kako pri tej vsebini učitelji udejanjajo razvijanje 1. gradnika matematične pismenosti.

Izmed 34 opisnikov 1. gradnika so vsi učitelji pri 20 označili, da posamezni opisnik uresničujejo pogosto ali redko (nihče ni označil nikoli). 14 opisnikov je takih, kjer določen odstotek učiteljev ne pripravi dejavnosti za učence, da bi le-ti imeli priložnost razvijati izbran vidik matematične pismenosti (Prikaz 4).

Vsi učitelji (100 %) so označili, da dva opisnika uresničujejo pogosto. Učitelji pripravljajo dejavnosti, kjer imajo učenci pri-



Prikaz 4: Udejanjanje 1. gradnika matematične pismenosti pri vsebini enačbe in neenačbe v 9. razredu osnovne šole

ložnosti, da razumejo enostavna, strukturirana in kompleksna sporočila z matematično vsebino (1.1a) in da v sporočilu prepoznajo strokovno terminologijo in simboliko ter razumejo njun pomen (1.2a). Sledi pet opisnikov, ki jih kar 80 % učiteljev v svoji poučevalni praksi udejanja pogosto. Tako imajo učenci priložnost, da ubesedeno matematično sporočilo zapišejo z matematičnimi simboli in obratno, da preberejo/ubesedijo zapis v matematični simboliki (1.2b), da pri opisovanju matematičnih objektov in struktur ter njihovih lastnosti uporabljajo ustrezno terminologijo in simboliko (1.2c), da na ustrezne načine predstavijo, razložijo in povzamejo proces reševanja nalog in problemov ter matematično razmišljanje (1.3a), da izberejo ustrezne postopke, ki vodijo do rešitve (1.5b) in da preverijo pravilnost rezultatov izvedenih postopkov (1.5 d).

40 % učiteljev meni, da pri pouku nikoli ne posvečajo pozornosti dejavnosti, kjer učenci samostojno pridobijo podatke iz verodostojnih virov (1.1d). 30 % učiteljev ne pripravi dejavnosti, kjer učenci oblikujejo lastne matematične trditve, jih preverijo in utemeljijo (1.6 e).

Pogostost udejanjanja vseh podgradnikov 1. gradnika v 3. VIO pri vsebini enačbe – neenačbe v 9. razredu je prikazana na Prikazu 4.

Srednja šola, vsebina: algebrski izrazi

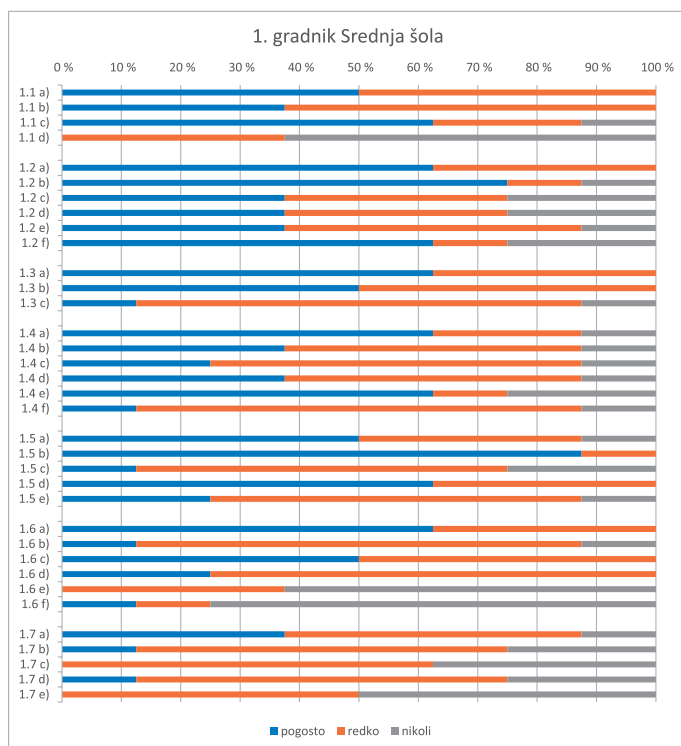
Vsebina algebrski izrazi se v srednji šoli pojavlja v različnih srednješolskih programih srednje šole. Zanimalo nas je, kako pri tej vsebini, ne glede na letnik, učitelji udejanjajo razvijanje 1. gradnika matematične pismenosti.

Pri skoraj tretjini opisnikov (10 od 33) so vsi učitelji označili, da posamezni opisnik uresničujejo pogosto ali redko (nihče ni označil nikoli). 23 opisnikov je takih, kjer je 12,5 % učiteljev ali več označilo, da ga nikoli ne udejanjajo pri poučevanju o funkcijah. Izstopata celotna podgradnika prepozna, razume in uporablja matematične pojme v različnih okoliščinah (1.4) in uporablja različne strategije pri reševanju matematičnih problemov (1.7).

Ni opisnika, ki bi ga pri pouku udejanjali vsi učitelji. S 87,5 % je najbolj pogosto udejanjan opisnik, kjer imajo dijaki možnost, da izberejo ustrezne postopke, ki vodijo do rešitve (1.5 b). 75 % učiteljev je označilo, da pripravijo dejavnosti, kjer dijaki ubesedeno matematično sporočilo zapišejo z matematičnimi simboli in obratno: preberejo/ubesedijo zapis v matematični simboliki. Potem sledi osem opisnikov, ki jih uresničuje 62,5 % učiteljev.

Kar tri četrtine učiteljev nikoli ne pripravi dejavnosti, kjer bi dijaki imeli možnost, da matematične trditve utemeljujejo z ustrezno ravni strogosti (1.6f). Skoraj dve tretjini učiteljev (62,5 %) nikoli ne pripravi dejavnosti, kjer bi dijaki imeli priložnost, da samostojno pridobijo podatke iz verodostojnih virov (1.1 d) in oblikujejo matematične trditve in hipoteze ter jih preverijo (dokažejo oziroma ovržejo) (1.6e). Polovica učiteljev (50 %) pa ne udejanja opisnika, da dijaki reševanje matematičnih problemov doživljajo kot izziv in ustvarjalno dejavnost (1.7e). Pri štirih opisnikih (1.1d, 1.6e, 1.7c, 1.7e) zasledimo, da jih nihče od učiteljev ne dela pogosto.

Pogostost udejanjanja vseh podgradnikov 1. gradnika v srednji šoli pri vsebini algebrski izrazi s strani učitelja v poljubnem letniku je prikazana na Prikazu 5.



Prikaz 5: Udejanjanje 1. gradnika matematične pismenosti pri vsebini funkcije v srednji šoli

Udejanjanje 2. gradnika matematične pismenosti: Reševanje problemov v raznolikih kontekstih (osebni, družbeni, strokovni, znanstveni), ki omogočajo matematično obravnavo

Učitelje na seminarju smo povabili, da po predstavitvi 2. gradnika matematične pismenosti pogledajo v svojo poučevalno prakso in evalvirajo udejanjanje tega gradnika. Omejili smo se na 3. VIO osnovne šole in na srednjo šolo.

Osnovna šola

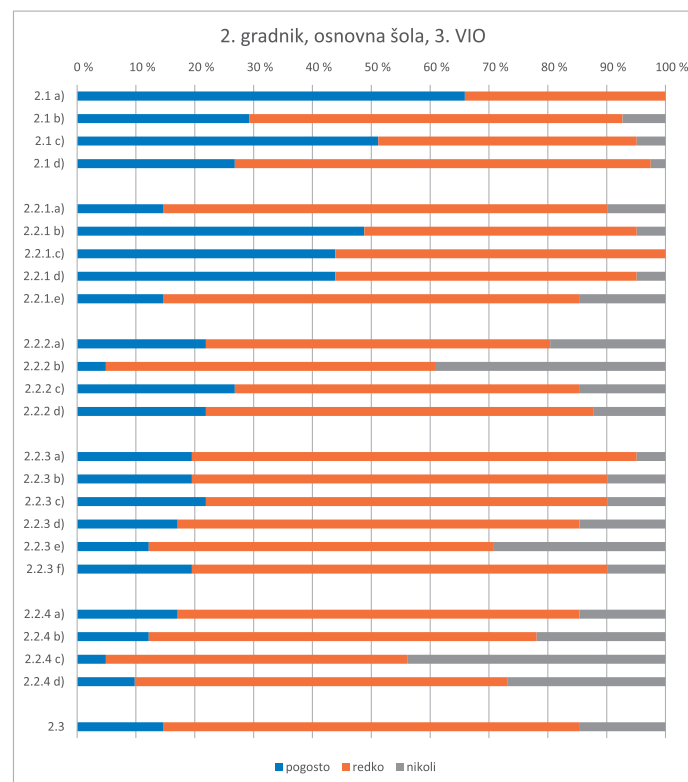
Iz pridobljenih podatkov ugotavljamo, da je vsak podgradnik 2. gradnika vsaj kdo od učiteljev udejanjal pri svojem pouku.

Za dva opisnika smo ugotovili, da so jih vsi učitelji pogosto ali redko udejanjali pri pouku. Učitelji pripravljajo za učence probleme, kjer prepoznajo matematični problem v življenjski situaciji in ga izrazijo v matematičnem jeziku (2.1.a) in kjer imajo možnost, da prepoznajo količine, matematične pojme in odnose v obravnavani situaciji in odločajo o njihovi relevantnosti (2.2.1c) (prikaz 6).

Skoraj dve tretjini učiteljev (65,9 %) pogosto pripravi dejavnosti, kjer imajo učenci možnost, da prepoznajo matematični problem

v življenjski situaciji in ga izrazijo v matematičnem jeziku (2.1.a), da oblikujejo in uporabijo smiselne matematične strategije za reševanje problema in problem rešijo (2.1c) ter da opišejo življenjski problem (npr. osebni, družbeni, strokovni) v matematičnem jeziku (2.2.1b).

40 % učiteljev je označilo dva opisnika, ki jih nikoli ne udejanjajo pri pouku. Tako učenci nikoli ne dobijo priložnosti, da odločajo o zvrsti modela (empirični, simulacijski, teoretični, algoritmični itd.) glede na dano situacijo (2.2.2b) in da izdelajo ustreznejši model na osnovi ugotovljenih pomanjkljivosti danega modela (2.2.4c).



Prikaz 6: Udejanjanje 2. gradnika matematične pismenosti pri vsebini v osnovni šoli

Srednja šola

Izmed 24 opisnikov so samo štirje taki, ki jih vsi učitelji udejanjajo pogosto ali redko. Pri ostalih je 10 % ali več takih, kjer učitelji za dijake ne pripravijo ustreznih dejavnosti (Prikaz 7). Trije opisniki so taki, ki jih nihče od učiteljev ne izvaja pogosto.

S Prikaza 7 ugotavljamo, da udejanjanje 2. gradnika ni na pričakovanem nivoju glede na cilje učnega načrta oziroma kataloge znanja. Dejavnosti, kjer dijaki oblikujejo matematične modele za dano situacijo (2.2.2), uporabljajo matematične modele (2.2.3, 2.2.4) ter razumejo matematične prakse v različnih kontekstih (2.3), so take, kjer je vsaj kdo od učiteljev za posamezni opisnik označil, da ga ne udejanja pri pouku.

Največ učiteljev (60 %) udejanja opisnik, s katerim dijaki dobijo možnost, da prepoznajo matematični problem v življenjski situaciji in ga izrazijo v matematičnem jeziku (2.1.a). Polovica uči-

teljev pripravlja dejavnosti, s katerimi dijak oblikuje in uporabi smiselne matematične strategije za reševanje problema in problem reši (2.1c) in kjer ima dijak možnost, da predstavi, interpretira in vrednoti rešitve (delne in končne) v kontekstu (2.1d). Vse ostale opisnike uresničuje pri pouku manj učiteljev. Tako tudi lahko sklenemo, da je podgradnik obravnava situacije z matematičnim modeliranjem (2.1) med najbolj udejanjanimi pri srednješolskem pouku matematike.

Trije opisniki so, ki jih nihče od anketiranih učiteljev ne dela pogosto. Tako imajo dijaki manj priložnosti, da predstavijo situacijo na matematični način (s pojmi, reprezentiranimi na različne načine, postopki, prikazi itd.) in oblikujejo problemska vprašanja v matematičnem kontekstu (2.2.1e), da odločajo o zvrsti modela (empirični, simulacijski, teoretični, algoritmični itd.) in izberejo ustreznega (2.2.2b) ter interpretirajo matematične prakse v smislu neformalnega matematičnega modela (2.3b).

Hkrati pa imamo štiri opisnike, ki jih uresničujejo vsi (torej nihče ni označil nikoli). Dijaki imajo priložnosti, da prepoznajo matematični problem v življenjski situaciji in ga izrazijo v matematičnem jeziku (2.1a), da oblikujejo in uporabijo smiselne matematične strategije za reševanje problema in problem rešijo (2.1c), da predstavijo, interpretirajo in vrednotijo rešitve (delne in končne) v kontekstu (2.1d) in da prepoznajo količine, matematične pojme in odnose v obravnavani situaciji in odločajo o njihovi relevantnosti (2.2.1c).

Polovica učiteljev nikoli ne pripravi dejavnosti, kjer bi dijaki imeli priložnost odločati o zvrsti modela (empirični, simulacijski, teoretični, algoritmični itd.) in izbrati ustreznega (2.2.2b), sledi 40 % učiteljev, ki nikoli ne ponudi dijakom dejavnosti, kjer

bi imeli možnost izdelati ustrežnejši model na osnovi ugotovljenih pomanjkljivosti danega modela (2.2.4c).

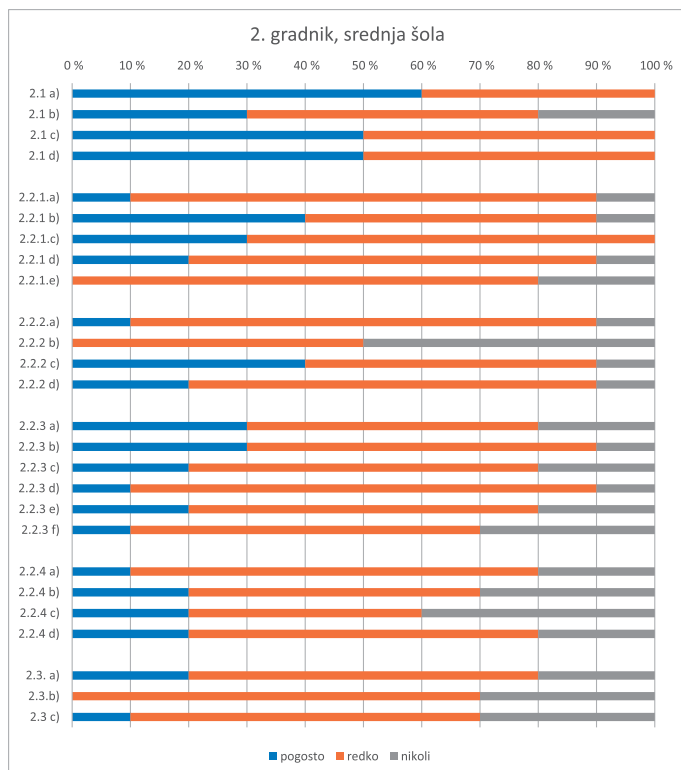
Razprava in zaključek

Več kot 70 % učiteljev v 6., 7. in 9. razredu, v nekoliko manjšem deležu v 8. razredu, pogosto udejanja naslednje opisnike:

- (sprejema) razume enostavna, strukturirana in kompleksna sporočila z matematično vsebino (1.1a),
- v sporočilu prepozna strokovno terminologijo in simboliko ter razume njun pomen (1.2a),
- ubesedeno matematično sporočilo zapiše z matematičnimi simboli in obratno (prebere/ubesedi zapis v matematični simboliki) (1.2 b).

Ti opisniki po pogostosti udejanjanja pri pouku izstopajo v primerjavi z drugimi. Gre za opisnike, kjer se poudarja pomen bralne pismenosti pri matematiki. Zato je termin sporočilo v teh opisnikih mišljen v najširšem pomenu (Sirnik in sod., 2022, str. 3):

Sporočilo: ljudje med seboj komuniciramo tako, da prenašamo sporočila s pomočjo različnih simbolov (npr. govornega jezika, kretenj, govornice telesa, slik, zvočnih in svetlobnih signalov, pisnih besedil itd.). V komunikacijskem procesu vsi udeleženci sprejemajo, pošiljajo/tvorijo in interpretirajo sporočila, ki so povezana z določenim namenom; komunikacija je vedno dvosmeren proces, saj je povezana s sočasno medsebojno zaznavo in izmenjavo sporočil.



Prikaz 7: Udejanjanje 2. gradnika matematične pismenosti v srednji šoli

Torej pod terminom sporočilo niso mišljene samo besedilne naloge, ki jih zasledimo v učbenikih temveč gre za besedila v najširšem pomenu besede, vključno z uporabo učbeniških gradiv za samostojno učenje, kjer učenci z ustrezno vodenim poukom tudi predelajo posamezni del matematične vsebine.

Tako je lahko sporočilo prometni znak ob cesti, merilo na zemljevidu s stopinjsko mrežo ali pa avtentično besedilo iz vsakdanjega življenja, v katerem prepoznamo matematiko (Slika 3).

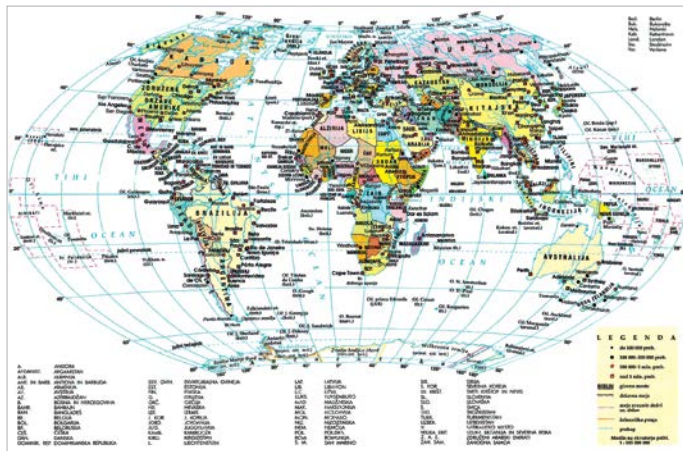
Domnevamo, da se visoka zastopanost teh opisnikov v odgovorih učiteljev pojavlja tudi zaradi preozkega razumevanja termina »sporočilo«, kljub temu da smo to na izobraževanju posebej poudarili. To sklepamo tudi zato, ker bi posledično zaradi različnih avtentičnih besedil imeli pri pouku tudi večji delež zastopanosti dejavnosti drugega gradnika.

V primeru smiselne uporabe različnih avtentičnih besedil v najširšem pomenu besede pri pouku matematike bi pri uporabi teh besedil našli različne problemske situacije, ki bi jih v nadaljevanju reševali z matematičnim znanjem. Posledično nas uporaba avtentičnih besedil privede do reševanja različnih problemov, ki omogočajo matematično obravnavo, in s tem razvijanja drugega gradnika matematične pismenosti.

Če bi res v tolikšni meri uporabljali različne besedila pri pouku matematike, kot so menili učitelji pri samovrednotenju, bi bil



1107 - Nevaren klanec navzdol – Traffic Signs Assitant (meblosignalizacija.si)



Vir: Karta sveta (savel-hobi.net)

Slika 3: Primeri različnih sporočil iz vsakdanjega življenja z matematično vsebino

tudi v nadaljevanju delež zastopanosti drugega gradnika pri pouku matematike večji.

Primer: Na zemljevidu so začrtane različne sprehajalne poti.



Opiši, kaj vidiš na sliki.

- Navedi dolžino krožnih poti ①, ②, in ③ v km.
- Zapiši si nekaj matematičnih vprašanj/nalog in jih reši.
- Sestavi sprehod tako, da bo dolžina čim bližja 30 km.
- Sam poišči podobno sliko/zemljevid in sestavi primerno nalogo.

Vir: M. Strnad: Presečišče 6

4. UPORABA: MODRA GALICA-SCRMAGNAN se uporablja za pripravo bordojske brozge, ki jo kot preventivni fungicid uporabljamo:

a) v vinogradih za zatiranje peronospore vinske trte (*Plasmopara viticola*) in rdečega listnega ožiga vinske trte (*Pseudopeziza tracheiphila*) v 1-1,5 % koncentraciji (100-150 g na 10 l vode na 100 m²);

b) v sadovnjakih za zatiranje:

- za zatiranje škrlupa (*Venturia* spp.), jabolnevega raka (*Nectria galligena*), gnilobe koreninskega vratu (*Phytophthora cactorum*) in hruševega ožiga (*Erwinia amylovora*) na jabolnanah in hruškah v 0,95 – 1,15 % koncentraciji (95-115 g na 10 l vode) za jesensko-zimska tretiranja (A-C); za tretiranja v fenološki fazi mišjega ušesa (C3) pa v 0,5 – 0,6 % koncentraciji (50 – 60 g na 10 l vode);

- breskove kodravosti (*Taphrina deformans*) samo v fazi mirovanja v koncentraciji 1,0 % (100 g na 10 l vode na 100 m²);

- listne luknjičavosti koščičarjev (*Stigmia carpophila*) v času mirovanja v 1 % koncentraciji (100 g na 10 l vode na 100 m²);

c) na poljiščih in vrtninah za zatiranje:

- krompirjeve in paradiznikove plesni (*Phytophthora infestans*) v 1 % koncentraciji (100 g na 10 l vode na 100 m²);

- čebulne plesni (*Peronospora destructor*) v 1 % koncentraciji (100 g na 10 l vode na 100 m²);

- okrogle listne pegavosti paradiznika (*Septoria lycopersici*) v 1 % koncentraciji (100 g na 10 l vode na 100 m²);

- listne pegavosti zelene (*Septoria apiicola*) v 1 % koncentraciji (100 g na 10 l vode na 100 m²);

Vir: Microsoft Word - Doc_1_MODRAGALICASCARMAGNAN.DOC (gov.si)

V 6. razredu pri vsebini decimalna števila samo

- 25% učencev pogosto razvija opisnik *prepozna na različne načine (konkretno, grafično, simbolno) reprezentirane matematične pojme tudi v manj znanih situacijah* (1.4a),
- 42% učencev pogosto razvija opisnik *uporablja smiselne reprezentacije matematičnih pojmov ter prehaja med njimi* (1.4b).

Ti odgovori nam sporočajo, da moramo pri pouku matematike dajati še večji poudarek na poglobljanju konceptualnih znanj.

V 6. razredu pri vsebini decimalna števila samo

- 17% učencev pogosto razvija opisnik 1.7 c) *na osnovi danih matematičnih situacij ali problemov oblikuje različna vprašanja in podobne probleme*.

Podobne odgovore za ta opisnik dobimo tudi v ostalih razredih osnovne šole in v srednji šoli, kar pomeni, da bi ga morali bolj sistematično razvijati npr. v pouk bi vključevali naloge, kjer učenci sami zastavljajo vprašanja in se o teh vprašanih pogovarjati.

Pri vsebini ulomki v 7. razredu

- 36 % učencev redko razvija in 27 % nikoli ne razvija opisnika 1.7 b) *pri reševanju raznovrstnih matematičnih problemov (zaprti, odprti, s preveč podatki, premalo podatki, nekonsistentnimi podatki, z več rešitvami, brez rešitev, nesmiselno rešitvijo), preiskovanju in odkrivanju uporablja procesna znanja*.

Podobne odgovore za ta opisnik dobimo tudi v ostalih razredih osnovne šole in v srednji šoli, kar pomeni, da nam rezultati vprašalnika kažejo potrebo po bolj sistematičnem pristopu k reševanju problemov pri matematiki v različnih fazah pouka. V ta namen lahko uporabimo različne preiskovalne dejavnosti, ki smo jih pripravili na seminarjih in v projektu NA-MA POTI:

Primer**Do pravil za seštevanje z ulomki (7. razred)**

Gre za dejavnost preiskovanja pri uvajanju nove matematične vsebine.

Objavljeno v spletni učilnici za matematiko v osnovni šoli:
Predmet:
ŠS-Matematika študijska OŠ (sio.si). Do gradiva lahko dostopate preko QR kode:

**Primer**

Razišči egipčanske ulomke. Kako so z njimi računali? Uporabi vsak en tiskani in en spletni vir.

Pomagaš si lahko s posnetkom v oddaji Ugriznimo znanost: UROŠ KUZMAN V UGRIZNIMO ZNANOST: MATEMATIČNE UGANKE Z UROŠEM EGIPČANI - YouTube



Sestavi kakšno nalogo z egipčanskimi ulomki.

Napiši poročilo.

Gre za dejavnost preiskovanja pri poglobljanju že naučenega matematičnega znanja (računanja z ulomki).

Vir: Interno gradivo projekta NA-MA POTI

Z raziskovanjem egipčanskih ulomkov smo udeleženi tudi podgradnik samostojno pridobi podatke iz verodostojnih virov (1.4d), ki je v odgovorih učiteljev več kot 90 % redko zastopan pri pouku matematike.

Med udeležanjem 1. gradnika sta v najmanjšem deležu v osnovni in srednji šoli zastopana podgradnika 1.6 in 1.7, ki se večinoma nanašata na razvijanje problemskih znanj pri reševanju matematičnih problemov. Reševanju problemov v raznolikih kontekstih iz zbranih odgovorov samovrednotenja za 2. gradnik namenimo premalo časa in jih glede na samovrednotenje učiteljev premalo zavzeto vpeljujemo v pouk.

Eden od pristopov reševanja problemov je matematično modeliranje. Matematično modeliranje uvajamo v pouk v osnovni šoli že od leta 2011 in v srednji šoli od 2008, ko smo nazadnje spreminjali učne načrte. Rezultati samovrednotenja nam sporočajo, da premalo sistematično in načrtno obravnavamo različne situacije z matematičnim modeliranjem.

Gradiv na temo modeliranja je v tem času nastalo veliko, zato si želimo, da bi učitelji posegali po njih. Nalog modeliranja je manj v osnovnošolskih učnih gradivih (učbenikih). V različnih projektih je nastalo že veliko primerov iz prakse, zato v tej številki revije objavljamo zbirnik različnih primerov modeliranja v osnovnih šolah in v nadaljevanju še dodaten nabor primerov za srednješolsko izobraževanje. Z ustreznimi prilagoditvami lahko osnovnošolske primere uporabimo tudi v srednji šoli.

Ugotovitve naše raziskave samovrednotenja učiteljev grede razvijanja podgradnikov in njihovih opisnikov z učenci pri pouku sovpadajo z ugotovitvami raziskave kompetenc matematične pismenosti v slovenskih šolah in vrtcih v letih 2020 in 2021 (Majna in ost., 2022, str. 7), kjer avtorji pišejo:

»Pomembno opažanje govori o korelaciji delov podgradnika 2.2 s podgradniki konceptualnega in proceduralnega znanja. Korelacije niso nikjer visoke, tudi ni videti razlik med povezanostjo s konceptualnimi oziroma proceduralnimi podgradniki. Vse to nakazuje, da se učenci in dijaki s področjem modeliranja pri pouku srečujejo v manjši meri in nesistematično.« (str. 7)

Najprej lahko ugotovimo, da rezultati učencev ter stališča vzgojiteljev in učiteljev precej sovpadajo v smislu, da so učenci manj uspešni pri reševanju nalog pri podgradnikih, ki smo jih opredelili kot ključne pri razvijanju matematične pismenosti (podgradnika 1.6 in 1.7 ter 2. gradnik) in jih tudi vzgojitelji in učitelji manj pogosto vključujejo v pouk matematike. To je nedvomno pričakovani rezultat, saj so učenčevi dosežki neposredno povezani (oziroma bi morali biti) z učiteljevim poučevanjem.« (str. 21)

Kako naprej?

Žakelj in Klančar v prispevku Matematična pismenost (2022, str. 10) med drugim pišeta:

»Učenje matematike preko problemskih situacij, ki izhajajo iz življenjskih izkušenj učencev, je koristno tudi zato, ker s tem osmisli-mo matematične vsebine. Matematika tako ni sama sebi namen, ampak je uporabna v življenju. Samo na tak način razvijamo zmožnost učenca, bodočega odraslega, da prepozna in razume vlogo matematike v svojem okolju, da zna smiselno utemeljiti svoje trditve in odločitve ter da pri svojih dejavnostih uporablja matematiko na način, ki mu omogoča tvorno, odgovorno in refleksivno delovanje v družbi (De Lange, 2003; Cotič in Felda, 2005; Repež idr., 2008)«

V nadaljnjih izobraževanjih za učitelje matematike bomo morali še bolj poudarjati vidik poglobljanja matematičnega znanja (predvsem konceptualnega) pri pouku matematike in njegovo osmišljanje v vsakdanjih problemskih situacijah. Poleg izobraževanj bo treba pripraviti še dodatna gradiva, ki jih bodo učitelji lahko uporabljali pri poučevanju matematike.

Prilogo z gradniki, podgradniki ter opisniki za 2. in 3. VIO osnovne šole in srednjo šolo najdete na sredini te številke revije in jo lahko uporabljate za svoje pedagoško delo.

Viri in literatura

Gorše Pihler, M. ŠS-MAT-OŠ: Seštevanje in odštevanje ulomkov (7. razred) (sio.si)

Magajna, Z., Manfreda Kolar, V., Metljak, M., in Hodnik, T. (2022). Matematična pismenost v slovenskih šolah in vrtcih: koncept pismenosti in analiza stanja = Mathematical literacy in Slovenian schools and kindergartens. V *Koncept in analiza matematične in naravoslovne pismenosti v slovenskih šolah in vrtcih* (7–23). Pedagoška fakulteta. <https://zalozba.pef.uni-lj.si/index.php/zalozba/catalog/view/201/464/494-1>

Sirnik, M. in ostali (2022), Matematična pismenost. Opredelitev in gradniki. Zavod RS za šolstvo, *Matematicna_pismenost_gradniki.pdf* (zrss.si)

Strnad, M. (1995). *Presečišče 6*. Ljubljana: DZS.

Uroš Kuzman v ugriznimo znanost: matematične uganke z Urošem Egipčani - youtube

Žakelj, A., in Klančar, A. (2022). Matematična pismenost. V *Razvijamo matematično pismenost: opredelitev matematične pismenosti s primeri dejavnosti* (8–12). Zavod RS za šolstvo. https://www.zrss.si/pdf/Razvijamo_matematicno_pismenost.pdf

Iz digitalne bralnice ZRSS

Izdane publikacije v projektu

NA-MA POTI

Naravoslovna in matematična pismenost: spodbujanje kritičnega mišljenja in reševanja problemov

NAravoslovje, **MA**tematika,
Pismenost, **O**polnomočenje, **T**ehnologija, **I**nteraktivnost



Zavod
Republike
Slovenije
za šolstvo



NA-MA POTI



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD



Naložbo sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada

1. gradnik matematične pismenosti

Matematično mišljenje, razumevanje in uporaba matematičnih pojmov, postopkov ter strategij, sporočanje kot osnova matematične pismenosti

1.1 razume sporočila z matematično vsebino

OSNOVNA ŠOLA		SREDNJA ŠOLA
2. VIO	3. VIO	
a) (sprejema) razume enostavna in strukturirana sporočila z matematično vsebino b) uporablja enostavne in kompleksne bralne strategije pri branju z razumevanjem matematičnih besedil in pri reševanju besedilnih nalog c) povzema sporočilo z matematično vsebino, izlušči bistvo in potrebne podatke ter tvori novo sporočilo d) samostojno pridobi podatke iz ustnih in pisnih virov	a) (sprejema) razume enostavna, strukturirana in kompleksna sporočila z matematično vsebino b) uporablja ustrezne bralno-učne strategije pri branju z razumevanjem matematičnih besedil (na izbranih vsebinah) in pri reševanju besedilnih nalog c) povzema sporočilo z matematično vsebino, izlušči bistvo in potrebne podatke ter tvori novo sporočilo d) samostojno pridobi podatke iz verodostojnih virov	a) (sprejema), razume enostavna, strukturirana in kompleksna sporočila z matematično vsebino b) uporablja ustrezne bralno-učne strategije pri branju z razumevanjem matematičnih besedil in pri reševanju besedilnih nalog c) povzema sporočilo z matematično vsebino, izlušči bistvo in potrebne podatke ter tvori novo sporočilo d) samostojno pridobi podatke iz verodostojnih virov

1.2 pozna in uporablja strokovno terminologijo in simboliko

OSNOVNA ŠOLA		SREDNJA ŠOLA
2. VIO	3. VIO	
a) v sporočilu prepozna strokovno terminologijo in simboliko ter razume njen pomen b) ubesedeno (enostavno) matematično sporočilo zapiše z matematičnimi simboli in obratno (prebere/ubesedi zapis v matematični simboliki) c) pri opisovanju matematičnih objektov in struktur ter njihovih lastnosti uporablja ustrezno terminologijo in simboliko d) pri opisovanju situacije uporablja matematični jezik e) razume različne pomene posameznih matematičnih terminov in simbolov	a) v sporočilu prepozna strokovno terminologijo in simboliko ter razume njen pomen b) ubesedeno matematično sporočilo zapiše z matematičnimi simboli in obratno: prebere/ubesedi zapis v matematični simboliki c) pri opisovanju matematičnih objektov in struktur ter njihovih lastnosti uporablja ustrezno terminologijo in simboliko d) v matematično preprostih situacijah oblikuje definicije in jih tudi uporablja e) smiselno uporablja matematični jezik tudi v drugih kontekstih f) razume različne pomene posameznih matematičnih terminov in simbolov ter je fleksibilen pri njihovi uporabi	a) v sporočilu prepozna strokovno terminologijo in simboliko ter razume njen pomen b) ubesedeno matematično sporočilo zapiše z matematičnimi simboli in obratno: prebere/ubesedi zapis v matematični simboliki c) pri opisovanju matematičnih objektov in struktur ter njihovih lastnosti uporablja ustrezno terminologijo in simboliko d) v matematičnih situacijah oblikuje definicije, pozna njihov namen in jih uporablja e) smiselno uporablja matematični jezik tudi v drugih kontekstih f) razume različne pomene posameznih matematičnih terminov in simbolov ter je fleksibilen pri njihovi uporabi

1.3 predstavi, utemelji in vrednoti lastne miselne procese

OSNOVNA ŠOLA		SREDNJA ŠOLA
2. VIO	3. VIO	
a) na ustrezen način predstavi in razloži proces reševanja nalog in problemov ter matematično razmišljanje b) sodeluje v matematični razpravi c) <i>po zastavljenih kriterijih presoja o lastnem delu</i>	a) na ustrezne načine predstavi, razloži in povzame proces reševanja nalog in problemov ter matematično razmišljanje b) sodeluje v matematični razpravi c) <i>po zastavljenih kriterijih presoja o lastnem delu</i>	a) na ustrezne načine predstavi, razloži, utemelji in povzame proces reševanja nalog in problemov ter matematično razmišljanje b) sodeluje v matematični razpravi c) <i>po zastavljenih kriterijih presoja o lastnem delu</i>

¹ Priloga je izsek iz gradiva Sirnik, M. idr. (2022). Matematična pismenost: Opredelitev in gradniki. Ljubljana: ZRSŠ. Dostopno na www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf, namenjena le za 2. in 3. VIO v osnovni šoli in za sredno šolo.

1.4 prepozna, razume in uporablja matematične pojme v različnih okoliščinah

OSNOVNA ŠOLA		SREDNJA ŠOLA
2. VIO	3. VIO	
a) prepozna na različne načine (konkretno, grafično, simbolno) reprezentirane matematične pojme tudi v manj znanih situacijah b) uporablja smiselne reprezentacije matematičnih pojmov ter prehaja med njimi c) s primeri potrjuje oziroma zavrača trditve o lastnostih matematičnih pojmov d) predstavlja si veličine in količine e) matematične pojme razlikuje glede na njihove lastnosti in odnose med njimi f) različne (podobne) situacije interpretira z uporabo matematičnih pojmov	a) prepozna na različne načine (konkretno, grafično, simbolno) reprezentirane matematične pojme v različnih situacijah b) uporablja smiselne reprezentacije matematičnih pojmov ter prehaja med njimi c) s primeri potrjuje oziroma zavrača trditve o lastnostih matematičnih pojmov d) predstavlja si veličine in količine e) matematične pojme razlikuje glede na njihove lastnosti, prepozna sorodne pojme in odnose med njimi f) različne (tudi nove) situacije interpretira z uporabo matematičnih pojmov	a) prepozna na različne načine (konkretno, grafično, simbolno) reprezentirane matematične pojme v različnih situacijah b) uporablja smiselne reprezentacije matematičnih pojmov ter prehaja med njimi c) s primeri oziroma protiprimeri potrjuje ali zavrača trditve o lastnostih matematičnih pojmov d) predstavlja si veličine in količine e) matematične pojme razlikuje glede na njihove lastnosti, prepozna sorodne pojme in odnose med njimi f) različne (tudi nove) situacije interpretira z uporabo matematičnih pojmov

1.5 pozna in v različnih okoliščinah uporablja ustrezne postopke in orodja

OSNOVNA ŠOLA		SREDNJA ŠOLA
2. VIO	3. VIO	
a) pozna in uporablja različne matematične postopke pri raziskovanju matematičnih situacij in reševanju nalog b) izbere ustrezne postopke, ki vodijo do rešitve c) pri reševanju uporablja lastne postopke d) preveri pravilnost rezultatov izvedenih postopkov e) izbere in uporablja ustrezna orodja za reševanje, izražanje in sporočanje	a) pozna in uporablja različne matematične postopke pri raziskovanju neznanih situacij in reševanju nalog b) izbere ustrezne postopke, ki vodijo do rešitve c) pri reševanju uporablja lastne postopke d) preveri pravilnost rezultatov izvedenih postopkov e) izbere in uporablja ustrezna orodja za reševanje, izražanje in sporočanje	a) pozna in uporablja različne matematične postopke pri raziskovanju neznanih situacij in reševanju nalog b) izbere ustrezne postopke, ki vodijo do rešitve c) pri reševanju uporablja nove (lastne) postopke d) preveri pravilnost rezultatov izvedenih postopkov e) pri izvajanju različnih dejavnosti učinkovito uporablja različna orodja in pripomočke ter upošteva njihove omejitve

1.6 napoveduje in presoja rezultate, utemeljuje trditve, postopke in odločitve

OSNOVNA ŠOLA		SREDNJA ŠOLA
2. VIO	3. VIO	
a) presoja o potrebnih in zadostnih podatkih v matematični situaciji oziroma nalogi b) na podlagi matematičnega znanja in lastnih izkušenj napoveduje rešitve c) presoja o ustreznosti izbire in izpeljave postopkov pri reševanju nalog d) vrednoti dobljene rešitve ter predlaga popravke in izboljšave e) poišče primer za svojo trditev	a) presoja o potrebnih in zadostnih podatkih v matematični situaciji oziroma nalogi b) na podlagi matematičnega znanja, lastnih izkušenj in pridobljenih podatkov napoveduje rešitve c) presoja o ustreznosti izbire in izpeljave postopkov pri reševanju nalog d) vrednoti dobljene rešitve, presoja o njihovi ustreznosti ter predlaga popravke in izboljšave e) oblikuje lastne matematične trditve, jih preveri in utemelji	a) presoja o potrebnih in zadostnih podatkih v matematični situaciji oziroma nalogi b) na podlagi matematičnega znanja, lastnih izkušenj in pridobljenih podatkov napoveduje rešitve c) presoja o ustreznosti izbire in izpeljave postopkov pri reševanju nalog d) vrednoti dobljene rešitve in presoja o njihovi smiselnosti, ustreznosti oziroma pravilnosti, neustrezne rešitve popravi ter predlaga izboljšave e) oblikuje matematične trditve in hipoteze ter jih preveri (dokaže oz. ovrže) f) matematične trditve utemeljuje z ustrezno ravniyo strogosti

1.7 uporablja različne strategije pri reševanju matematičnih problemov

OSNOVNA ŠOLA		SREDNJA ŠOLA
2. VIO	3. VIO	
a) pri reševanju matematičnih problemov uporablja znane strategije, primerne razvojni stopnji b) pri reševanju raznovrstnih matematičnih problemov (zaprti, odprti, s preveč podatki, premalo podatki, nekonsistentnimi podatki, z več rešitvami, brez rešitev, nesmiselno rešitvijo) uporablja procesna znanja c) na osnovi danih matematičnih situacij ali problemov oblikuje različna vprašanja in podobne probleme d) presoja o ustreznosti izbire strategij pri reševanju problemov e) <i>reševanje matematičnih problemov doživlja kot izziv in kreativno dejavnost</i>	a) pri reševanju matematičnih problemov uporablja različne strategije (npr. poskusi in napake, sistematično preizkušanje, posebni primeri) b) pri reševanju raznovrstnih matematičnih problemov (zaprti, odprti, s preveč podatki, premalo podatki, nekonsistentnimi podatki, z več rešitvami, brez rešitev, nesmiselno rešitvijo), preiskovanju ¹² in odkrivanju ¹³ uporablja procesna znanja c) na osnovi danih matematičnih situacij ali problemov oblikuje različna vprašanja in podobne probleme d) presoja o ustreznosti izbire strategij pri reševanju problemov e) <i>reševanje matematičnih problemov doživlja kot izziv in kreativno dejavnost</i>	a) pri reševanju matematičnih problemov uporablja smiselne strategije (npr. poskusi in napake, obrnjeno razmišljanje, sistematično preizkušanje, posebni primeri, analogija) b) pri reševanju raznovrstnih matematičnih problemov (zaprti, odprti, s preveč podatki, premalo podatki, nekonsistentnimi podatki, z več rešitvami, brez rešitev, nesmiselno rešitvijo), preiskovanju in odkrivanju uporablja procesna znanja (npr. induktivno sklepanje, posploševanje, deduktivno sklepanje) c) na osnovi danih matematičnih situacij ali problemov oblikuje različna vprašanja in nove probleme d) presoja o ustreznosti izbire strategij pri reševanju problemov e) <i>reševanje matematičnih problemov doživlja kot izziv in kreativno dejavnost</i>

2. gradnik matematične pismenosti

Reševanje problemov v raznolikih kontekstih (osebni, družbeni, strokovni, znanstveni), ki omogočajo matematično obravnavo

2 obravnava raznolike življenjske probleme (probleme, ki ne zahtevajo matematičnega modeliranja)

2.1 obravnava situacije z matematičnim modeliranjem

OSNOVNA ŠOLA	SREDNJA ŠOLA
3. VIO	
a) prepozna matematični problem v življenjski situaciji in ga izrazi v matematičnem jeziku b) oblikuje lastni načrt reševanja in ga predstavi c) oblikuje in uporabi smiselne matematične strategije za reševanje problema in problem reši d) predstavi, interpretira in vrednoti (delne in končne) rešitve v kontekstu	a) prepozna matematični problem v življenjski situaciji in ga izrazi v matematičnem jeziku b) oblikuje lastni načrt reševanja in ga predstavi c) oblikuje in uporabi smiselne matematične strategije za reševanje problema in problem reši d) predstavi, interpretira in vrednoti rešitve (delne in končne) v kontekstu

2.2 obravnava situacije z matematičnim modeliranjem

2.2.1 prenese situacijo v matematični kontekst

OSNOVNA ŠOLA	SREDNJA ŠOLA
3. VIO	
a) prepozna, da bo dano situacijo lahko matematično modeliral b) opiše življenjski problem (npr. osebni, družbeni, strokovni) v matematičnem jeziku c) prepozna količine, matematične pojme in odnose v obravnavani situaciji in odloča o njihovi relevantnosti d) poenostavi situacijo, da omogoči matematično obravnavo e) predstavi situacijo z matematičnimi sredstvi in oblikuje problemska vprašanja v matematičnem kontekstu	a) prepozna, da bo dano situacijo lahko matematično modeliral b) opiše življenjski problem (npr. osebni, družbeni, strokovni, znanstveni) v matematičnem jeziku c) prepozna količine, matematične pojme in odnose v obravnavani situaciji in odloča o njihovi relevantnosti d) poenostavi situacijo, da omogoči matematično obravnavo e) predstavi situacijo na matematični način (s pojmi, reprezentiranimi na različne načine, postopki, prikazi itd.) in oblikuje problemska vprašanja v matematičnem kontekstu

2.2.2 oblikuje matematične modele za dano situacijo

OSNOVNA ŠOLA	SREDNJA ŠOLA
3. VIO	
a) pri načrtovanju modela opredeli spremenljivke, formulira predpostavke in navede omejitve modela b) odloča o vrsti modela (empirični, simulacijski, teoretični, algoritmični itd.) glede na dano situacijo c) prepozna in zapiše odnose med izbranimi spremenljivkami oziroma predlaga matematično strukturo za dano situacijo (npr. funkcijski predpis, graf, linearna enačba, sistem linearnih enačb, diagram, preglednica, geometrijski objekt, slika, opisno ali kako drugače) d) pri izdelavi modela uporablja ustrezna matematična in tehnološka orodja	a) pri načrtovanju modela opredeli spremenljivke, formulira predpostavke in navede omejitve modela b) odloča o vrsti modela (empirični, simulacijski, teoretični, algoritmični itd.) in izbere ustreznega c) prepozna in zapiše odnose med izbranimi spremenljivkami oziroma predlaga matematično strukturo za dano situacijo (npr. funkcijski predpis, graf, enačba, sistem enačb, diagram, preglednica, geometrijski objekt, stožnice, slika, opisno ali kako drugače) d) pri izdelavi modela uporablja ustrezna matematična in tehnološka orodja

2.2.3 uporablja matematične modele

OSNOVNA ŠOLA	SREDNJA ŠOLA
3. VIO	
a) opiše dane in lastne modele z različnimi matematičnimi reprezentacijami b) uporablja dane in lastne modele c) razloži model in upošteva značilnosti konteksta (ustrezne enote, natančnost, zaokroževanje) d) pri uporabi modela se poslužuje tehnoloških orodij (računalo, računalniške preglednice, razni programi, spletne aplikacije itd.) e) pozna in uporablja tehnike za simuliranje modela (računalniške preglednice, programiranje, programi za delo s funkcijami, programi dinamične geometrije itd.) f) interpretira matematične rešitve (izračune, dobljene z modelom) v kontekstu	a) opiše dane in lastne modele z različnimi matematičnimi reprezentacijami b) uporablja dane in lastne modele c) razloži model in upošteva značilnosti konteksta (ustrezne enote, natančnost, zaokroževanje) d) pri uporabi modela se poslužuje tehnoloških orodij (merilni pripomočki, pripomočki za računanje in grafično prikazovanje itd.) e) pozna in uporablja tehnike za simuliranje modela (računalniške preglednice, programiranje, programi za delo s funkcijami, programi dinamične geometrije itd.) f) interpretira matematične rešitve (izračune, dobljene z modelom) v kontekstu

2.2.4 vrednoti matematične modele

OSNOVNA ŠOLA	SREDNJA ŠOLA
3. VIO	
a) obravnava ustreznost (smiselnost, pravilnost, natančnost) modela v različnih okoliščinah (npr. obravnava mej, obravnava predpostavk, zanemarjenih količin) b) na novih podatkih, primerih, situacijah preverja uporabnost modela c) izdelava ustrežnejši model na osnovi ugotovljenih pomanjkljivosti danega modela d) primerja različne modele (npr. glede na točnost, obseg uporabnosti, zahtevnost uporabe)	a) obravnava ustreznost (smiselnost, pravilnost, natančnost) modela v različnih okoliščinah (npr. obravnava mej, obravnava predpostavk, zanemarjenih količin) b) na novih podatkih, primerih, situacijah preverja uporabnost modela c) izdelava ustrežnejši model na osnovi ugotovljenih pomanjkljivosti danega modela d) primerja različne modele (npr. glede na točnost, obseg uporabnosti, zahtevnost uporabe)

2.3 razume matematične prakse v različnih kontekstih

OSNOVNA ŠOLA	SREDNJA ŠOLA
3. VIO	
a) prepozna in z matematičnim jezikom opiše neformalne matematične prakse	a) prepozna in z matematičnim jezikom opiše neformalne matematične prakse b) interpretira matematične prakse v smislu neformalnega matematičnega modela c) prepoznava in razume pomen »nematematičnih dejavnikov« v matematičnih praksah (npr. pomen orodij, tradicije, matematično znanje uporabnika, širši kontekst dejavnosti)