

ARMIRANOBETONSKI T-PREREZI: MODELIRANJE IN ANALIZA

REINFORCED CONCRETE T-SECTIONS: MODELLING AND ANALYSIS

asist. Ana Brunčič, mag. inž. grad., univ. dipl. nov.

ana.bruncic1@um.si

doc. dr. Milan Kuhta, univ. dipl. inž. grad.

miso.kuhta@um.si

Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo,
prometno inženirstvo in arhitekturo
Smetanova ulica 17, 2000 Maribor

Znanstveni članek

UDK 004.414.23:624.012.45

Povzetek | V prispevku je prikazan pregled možnih načinov modeliranja armirano-betonskega T-prereza, ki najpogosteje nastane kot kombinacija plošče in nosilca. Navedene so prednosti in slabosti posameznega modela, prikazana je izpeljava višine ekvivalentnega pravokotnega prereza in izvedena primerjava analize nekaterih najpogosteje uporabljenih modelov za analizo konstrukcij na preprostem prostoležečem nosilcu. Za analizo sta uporabljena programa Sofistik in Tower. Podane so ocena rezultatov analize in ugotovitve glede primernosti posameznega modela v izbranih programih.

Ključne besede: modeliranje, T-prerez, ekvivalentni pravokotni prerez, upogibna togost, MKE, analiza, Sofistik, Tower, armirani beton

Summary | The paper provides an overview of possible models of reinforced concrete T-shaped sections, which most commonly result from the combination of slab and beam. The advantages and disadvantages of each model are shown, the derivation of the height of the equivalent rectangular cross section and a comparison of the analysis of some of the most commonly used models for the analysis of structures on a simple beam are made. The analysis is made with computer programs Sofistik and Tower. The evaluation of results of the analysis and the findings regarding the suitability of each model in the selected programs are given.

Key words: modelling, T-section, equivalent rectangular section, bending stiffness, FEM, analysis, Sofistik, Tower, reinforced concrete

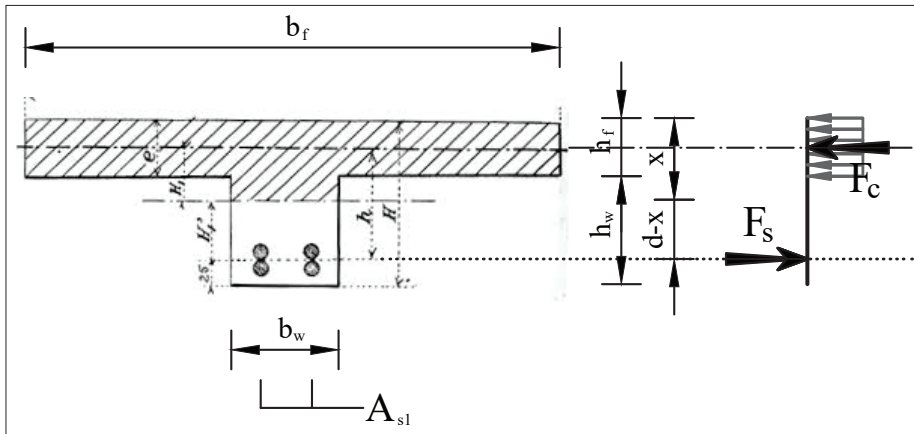
1 • UVOD

Ojačitve plošče v obliki nosilcev so značilnost betonskih konstrukcij – armiranih in prednapetih. Plošča oz. del nje predstavlja pasnico, ojačitveni nosilec pa stojino tako nastalega T-prereza. Ideja tako oblikovanega prečnega prereza je, da beton v pasnici prevzema in prenaša tlačne napetosti, armatura, umeščena v stojino (nosilec), pa natezne. Ker beton v tem delu služi predvsem za zaščito pred korozijo vgrajene natezne armature in povezavo s pasnico, je smotrna širina stojine čim manjša. Ideja o tako ekonomični obliki prečnega prereza je stara prav toliko kot samo

armiranje betona, prvi, ki jo je patentiral že leta 1892, pa je bil Francoz *François Hennebique*, t. i. Napoleon armiranega betona (slika 1) (Kurrer, 2018). Hipoteze, na katerih je temeljil njegov patent dimenzioniranja AB-konstrukcij, so skoraj enake kot danes, z izjemo ene, in sicer je za določitev momentnega ravnotežja v T-prerezu bodisi sam vnaprej določil položaj nevtralne osi bodisi je predvidel ploščino natezne upogibne armature. Ne glede na položaj nevtralne osi je pri določanju tlačne odpornosti prečnega prereza vedno upošteval celotno pasnico: če je nevtralna os potekala v stojini,

je bila za delež betona, sodelujočega pri tlačni odpornosti prečnega prereza, izbrana pasnica T-prereza, povsem enako pa je bilo tudi, če je nevtralna os potekala (kjerkoli) v pasnici (Heellebois, 2012).

Hennebiqueova semiempirična metoda določanja nosilnosti prečnega prereza ni upoštevala ravnotežja notranjih sil v prečnem prerezu. Obremenitve (upogibni momenti), ki jih je moral statično nedoločeni nosilec v plošči zdržati, je določil na podlagi upogibnega momenta, ki se pojavi v prostoležečem nosilcu, obteženem z enakomerno obtežbo, razdeljenega na pozitivni moment v polju in negativni moment nad podporo, in sicer po principu nosilnosti prečnega prereza v polju in nad



Slika 1 • Hennebiqueov T-prerez (Heellebois, 2012) (oznake dodane).

podporo – s t. i. *metodo dopustnih napetosti* (Heellebois, 2012). Obravnava materiala, ki ga je Hennebique poimenoval *le Béton Armé*, je ves čas stremela k ustvarjanju teorije, ki bo čim boljši približek realnosti: »Primeren način

računanja mora ustrezati resničnosti, kot je to le mogoče. Predpostavke, ki služijo kot osnova za to, morajo izhajati iz dejanskih izkušenj. Preden napišemo kakršnokoli enačbo, moramo preveriti lastnosti obeh materialov,

uporabljenih za izdelavo armiranega betona¹, kot je v publikaciji *Le Béton Armé et ses application*, izdani leta 1902, zapisal *Christophe* (Kurrer, 2018).

Danes, približno 120 let pozneje, je teorija betona že dobro razvita, z njo, predvsem pa zaradi nje pa tudi teorije analize konstrukcij. Sodobne analize konstrukcij temeljijo na računalniških programih, ki prek numerične MKE, metode pomikov/deformacijske metode in največkrat uporabljene linearne elastične teorije določajo obremenitve posameznih konstrukcijskih elementov. Kljub starodavnosti T-prereza njegovo modeliranje danes še ni povsem enolično. V vsakdanji inženirski praksi obstaja množstvo načinov modeliranja ojačitev plošče z nosilci, in čeprav vsak izmed teh skuša biti čim boljši približek realnega obnašanja konstrukcijskega elementa – kar je (bil) od nekdaj smoter pionirjev razvoja armiranja betona –, med njimi obstajajo kvalitativne razlike.

2 • NAČINI MODELIRANJA T-PREREZA

AB T-prerez kot prečni prerez nosilca obstaja v dveh bistvenih oblikah:

- kot predizdelan montažni konstrukcijski element ali
- kot ojačitev AB-plošče z nosilcem.

Čeprav predvsem slednje predstavlja kompleksen trirazsežnostni problem, so uveljavljeni modeli poenostavitve, ki se glede na tendenco doseči boljšo natančnost razlikujejo v ((Rombach, 2013), (Hartmann, 2006)):

- 1) vključene končne elemente (glede na njihovo dimenzijskost – 1D ali 2D – in tip elementa, kar se odraža v prostostnih stopnjah posameznih vozlišč; v nadaljevanju KE),
- 2) upoštevano (eks)centričnost spoja stojine in pasnice in
- 3) upoštewane upogibne togosti posameznih konstrukcijskih elementov.

Ploskovni KE so lahko obravnavani kot KE ploska lupina, v katerih vozliščih se lahko pojavijo obremenitve treh vrst, in sicer m_{ij} , v_{ij} in n_{ij} ali kot KE plošča, katerih vozlišča omogočajo obremenitve dveh vrst, in sicer m_{ij} in v_{ij} . V praksi pogosto uveljavljen model je kombinacija linijskih KE, ki predstavljajo stojino ali kar celotni nosilec, in ploskovnih KE, ki so uporabljeni za pasnico (kar v obliki

celotne plošče). Kombiniranje KE – različnih po dimenzijskosti in vrsti – znano kot sklapljanje oz. kupljanje (iz ang. *coupling*) v smislu KE, pomeni sinhronizacijo premikov vozlišč ploskovnih in linijskih KE, in sicer tako, da je delo, opravljeno pri virtualnem premiku, enako za oba KE v spojenem (kupljanem) vozlišču – t. i. energijsko sklapljanje/kupljanje (Hartmann, 2006). Veljavne zveze med prostostnimi stopnjami tako spojenih vozlišč so naslednje (Hartmann, 2006):

$$w_{plošče} = w_{nosilca} \quad (1),$$

$$u_{nosilca} = u_{plošče} + \varphi_{plošče} \cdot e \quad (2),$$

$$\varphi_{plošče} = \varphi_{nosilca} \quad (3).$$

Kadar je predpostavljena neskončna osna togost plošče $EA = \infty$, so vzdolžni pomiki nosilca $u_{nosilca}$ enaki $\varphi_{plošče} \cdot e$, pri čemer je e ekscentričnost – razdalja med težiščno ravnino ploskovnih KE in težiščno osjo linijskega KE. Zasuki vozlišč plošče namreč povzročajo vzdolžne pomike vozlišč nosilca. Pri kakršnekoli združevanju raznovrstnih KE (linijskih in ploskovnih) že in sinhronizaciji prostostnih stopenj njihovih vozlišč ter dela, opravljenega v vsakem izmed vozlišč, se je treba zavedati dejstva, da imajo ploskovni KE več prostostnih stopenj od linijskih KE, razlikujejo pa se lahko tudi v načinu obravnave obnašanja (Ber-

noulli-Eulerjev nosilec ali Timošenkov nosilec oz. Kirchoffova plošča ali Reissner-Mindlinova plošča). Združevanje vozlišč dveh KE, ki imata predvideno različno »upogibnico« in upoštevatva delo različnih deformacij (npr. tudi strižnih), pomeni knitev končnih rezultatov, in ujemanje končnih rezultatov ni pričakovano (Hartmann, 2006). Najboljša strategija modeliranja T-prereza je zagotoviti vsoto upogibnih togosti posameznih KE, ki ustreza dejanski upogibni togosti sistema. Ojačitev plošče v obliki nosilca pomeni predvsem povečanje togosti plošče (Hartmann, 2006):

$$k_w = b_{eff} \cdot \frac{Eh_{plošče}^3}{12(1-\mu^2)} + EI_{nosilca} + EA_{nosilca} \cdot e^2 \quad (4),$$

kar je razvidno tudi iz modificirane togostne matrice nosilca (Hartmann, 2006):

$$K = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & \frac{-6EI}{l^2} & \frac{-12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ \frac{-6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} + \frac{EA}{l} \cdot e^2 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} - \frac{EA}{l} \cdot e^2 \\ \frac{-12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} - \frac{EA}{l} \cdot e^2 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} + \frac{EA}{l} \cdot e^2 \end{bmatrix} \quad (5).$$

Poleg ekscentričnosti je bistveno tudi, kolikšen vztrajnostni moment je pripisan T-prerezu: kako visoka je stojina prereza, kako široka je pasnica ipd. Kot ugotavljajo ((Hartmann, 2006), (Rombach, 2016) in (Ciesielczyk, 2017)), ta sicer nima bistvenega vpliva na končne rezultate. Po (Hartmann, 2006) naj

¹ »An expedient method of calculation must correspond with the reality as closely as possible. The assumptions serving as a basis for this must be drawn from real experiences. Before we write any kind of equation, we must investigate the properties of the two materials used for the production of reinforced concrete.«

bi širina pasnice $I_0/3$, pri čemer je I_0 razdalja med točkama ničelnih momentov v razponu nosilca, kot jo definira (Evrokod 2, 2005), v večini primerov dajala zadovoljive rezultate, (Rombach, 2016) prav tako priporoča uporabo konstantne efektivne širine po celotnem razponu nosilca. Ob tem velja omeniti, da je koncept efektivne širine b_{eff} kot ga uvaja (Evrokod 2, 2005), uporaben zgolj za mejno stanje uporabnosti. V mejnem stanju nosilnost je b_{eff} zaradi razpok v tlačni coni izrazito večja, kadar je ta del T-prereza natezan, pa je sam koncept efektivne širine uporaben zgolj do pojava prve natezne razpoke v betonu (Rombach, 2016). Avtorji v (Ciesielczyk, 2017) ugotavljajo, da koncept efektivne širine po (Evrokod 2, 2005) ne upošteva debeline pasnice (plošče), zaradi česar je upogibna nosilnost prereza precenjena, zanemarija pa tudi delež

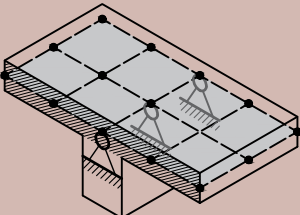
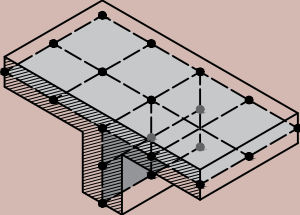
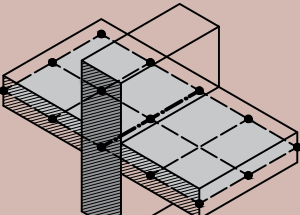
armiranja in velikost tlačnih napetosti. Poleg teoretskih dilem se projektant v vsakdanji praksi sooča tudi z omejitvami računalniškega programa za analizo konstrukcij, ki ga uporablja. Algoritmi, na katerih program temelji, največkrat niso znani, projektant zato stežka ugotovi, na kak način program upošteva ekscentričnost, ali podvaja togost in lastno težo KE ipd.

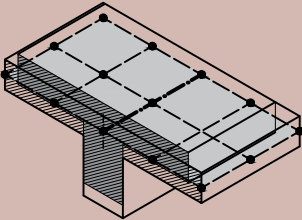
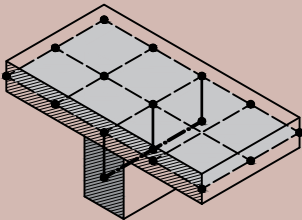
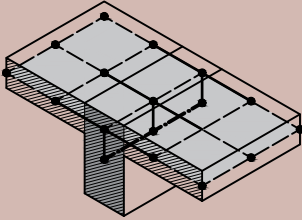
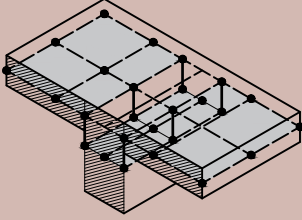
Modeli T-prereza so lahko naslednji:

- 1) stojina, modelirana kot nepomična podpora plošče,
- 2) stojina in pasnica, modelirani s ploskovnimi KE, in sicer stojina s KE šipa, pasnica pa s KE ploska lupina ali plošča,
- 3) stojina, modelirana z linijskimi KE nosilec (z osno silo) in centrično spojena s ploskovnimi KE ploska lupina ali plošča,

- 4) stojina, modelirana z linijskimi KE nosilec (z osno silo) in ekscentrično spojena s ploskovnimi KE ploska lupina ali plošča,
- 5) stojina in pasnica, modelirani s ploskovnimi KE, in sicer obe s KE ploska lupina, pri čemer je za stojino debelina KE povečana.

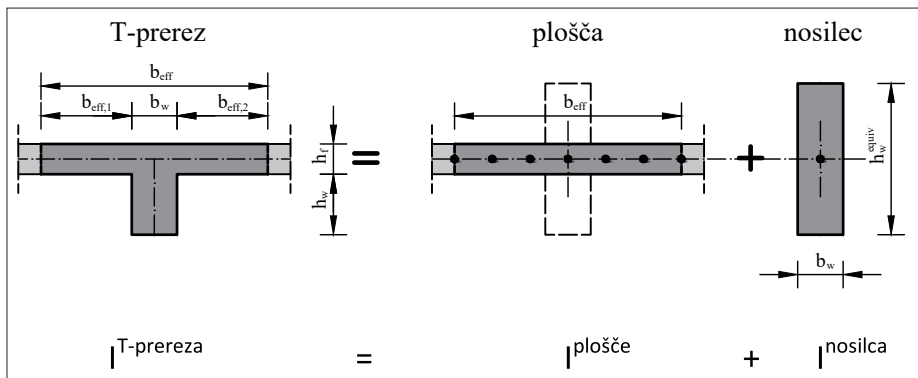
Znotraj istovrstnega modela obstajajo še podmodeli, pri katerih se spreminjajo prečni prerez linijskih KE, način spoja linijskih in ploskovnih KE ipd. V preglednici 1 je prikazan pregled možnih idealizacij T-prereza z oceno ustreznosti rezultatov analize, ki jih idealizacija omogoča. Bistvena je tudi vrsta ploskovnih KE, ki jo program omogoča. Ploskovni KE plošča namreč ne poznajo pomikov v ravnini plošče, posledično so rezultati analize s temi KE osiromašeni za prispevek osnih sil, delujočih na ekscentričnosti e , k upogibnemu momentu nosilca.

model/idealizacija		ocena ustreznosti	
1)		Stojina T-prereza, modelirana kot nepomična podpora plošče Za analizo plošče se nosilec v plošči obravnava kot nepomična podpora plošče. Reakcije v podpori pa so nato uporabljene kot obtežba nosilca. Poenostavljen model je ustrezna idealizacija samo za zelo toge nosilce ($I_{nosilca} \gg I_{plošče}$), katerih višina je tolikšna, da je njihov povos lahko zanemarljiv. Zaradi tega za nosilec Bernoullijeva predpostavka o linearni razporeditvi deformacij po prečnem prerezu ne velja več in je idealizacija z linijskim KE napačna.	
		prednosti	Možna izvedba analize plošče s tabelami (npr. <i>Pieper Martens, Czerny</i>) – brez uporabe računalniškega programa.
		slabosti	Dvojna analiza – najprej plošča, nato nosilec –, precenjena togost nosilca, napačni rezultati v plošči.
2)		Stojina in pasnica, modelirani s ploskovnimi KE Pasnica je modelirana s KE ploska lupina ($m_{xx}, m_{yy}, m_{xy}, n_{xx}, n_{yy}, n_{xy}$), stojina pa s KE šipa (n_{xx}, n_{yy}, n_{xy}). To je model, ki najbolje opiše dejansko obnašanje konstrukcije – vendar samo, če je predpostavka o linearno-elastičnem obnašanju materiala pravilna in plošča in/ali stojina nista predebeli.	
		prednosti	Natančen opis obnašanja konstrukcije, jasen prikaz poteka notranjih sil po konstrukciji.
		slabosti	Model ne omogoča hitre in neposredne določitve obremenitev in potrebne natezne upogibne armature nosilca, togost in teža dela stojine in plošče sta v stičnem vozlišču podvojeni.
3)		Stojina, modelirana z linijskimi KE pravokotnega prereza in centrično spojena s ploskovnimi KE ploska lupina ali plošča pasnice – ekvivalentni pravokotni nosilec Višina nosilca mora ustrezati dejanski togosti sistema – ker je zanemarljena ekscentričnost težiščne osi nosilca, je višina nosilca v modelu večja.	
		prednosti	Preprost model.
		slabosti	Dodatno delo z določanjem ustrezne višine nosilca v modelu.

3)		<p>Stojina, modelirana z linijskimi KE prečnega T-prereza in centrično spojena s ploskovnimi KE ploske lupine ali plošče pasnice</p> <p>Nosilec je modeliran z linijskimi KE T-prereza in centrično priključen na mrežo ploskovnih KE plošče. Širina pasnice je določena po (Evrokod 2, 2005) kot b_{eff}.</p> <table border="1" data-bbox="465 332 1450 482"> <tbody> <tr> <td data-bbox="465 332 967 435">prednosti</td> <td data-bbox="967 332 1450 435">Razmeroma preprost model, omogoča neposreden odčitek obremenitev nosilca in plošče in armiranje obojega.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="465 435 967 482">slabosti</td> <td data-bbox="967 435 1450 482">Dodatno delo z določanjem b_{eff}.</td> </tr> </tbody> </table>	prednosti	Razmeroma preprost model, omogoča neposreden odčitek obremenitev nosilca in plošče in armiranje obojega.	slabosti	Dodatno delo z določanjem b_{eff} .
prednosti	Razmeroma preprost model, omogoča neposreden odčitek obremenitev nosilca in plošče in armiranje obojega.					
slabosti	Dodatno delo z določanjem b_{eff} .					
4)		<p>Stojina, modelirana z linijskimi KE in ekscentrično spojena s ploskovnimi KE ploske lupine ali plošče pasnice</p> <p>Nosilec je modeliran z linijskimi KE pravokotnega prereza in ekscentrično priključen na mrežo ploskovnih KE plošče prek spoja t. i. <i>master-slave</i>-vozlišč, pri čemer je <i>master</i>-vozlišče vozlišče na mreži ploskovnih KE, <i>slave</i>-vozlišče pa vozlišče na osi linijskih KE. Prilagoditev višine nosilca ni potrebna, višino nosilca definira del nosilca, ki štrli iz plošče.</p> <table border="1" data-bbox="465 689 1450 1000"> <tbody> <tr> <td data-bbox="465 689 967 741">prednosti</td> <td data-bbox="967 689 1450 741">Modeliranje b_{eff} ni potrebno.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="465 741 967 1000">slabosti</td> <td data-bbox="967 741 1450 1000">Spoj <i>master-slave</i>-vozlišč mora biti izveden po celotni dolžini nosilca, skladno s potekom mreže KE, česar vsi računalniški programi ne omogočajo, ustvarjanje spojev <i>master-slave</i>-vozlišč pomeni dodatno delo, za dejanske vrednosti obremenitev nosilca je treba linijskim obremenitvam (M_y, N_x) dodati še integrirane ploskovne obremenitve (m_{xx} ali m_{yy}, n_{xx} ali n_{yy}).</td> </tr> </tbody> </table>	prednosti	Modeliranje b_{eff} ni potrebno.	slabosti	Spoj <i>master-slave</i> -vozlišč mora biti izveden po celotni dolžini nosilca, skladno s potekom mreže KE, česar vsi računalniški programi ne omogočajo, ustvarjanje spojev <i>master-slave</i> -vozlišč pomeni dodatno delo, za dejanske vrednosti obremenitev nosilca je treba linijskim obremenitvam (M_y , N_x) dodati še integrirane ploskovne obremenitve (m_{xx} ali m_{yy} , n_{xx} ali n_{yy}).
prednosti	Modeliranje b_{eff} ni potrebno.					
slabosti	Spoj <i>master-slave</i> -vozlišč mora biti izveden po celotni dolžini nosilca, skladno s potekom mreže KE, česar vsi računalniški programi ne omogočajo, ustvarjanje spojev <i>master-slave</i> -vozlišč pomeni dodatno delo, za dejanske vrednosti obremenitev nosilca je treba linijskim obremenitvam (M_y , N_x) dodati še integrirane ploskovne obremenitve (m_{xx} ali m_{yy} , n_{xx} ali n_{yy}).					
4)		<p>Stojina, modelirana z linijskimi KE in ekscentrično spojena s ploskovnimi KE ploske lupine ali plošče pasnice</p> <p>Nosilec je modeliran z linijskimi KE pravokotnega prereza in ekscentrično priključen na mrežo KE plošče prek spoja t. i. <i>master-slave</i>-vozlišč, pri čemer je <i>master</i>-vozlišče vozlišče na mreži ploskovnih KE, <i>slave</i>-vozlišča pa so vozlišča na osi linijskih KE in vozlišč na mreži KE plošče levo in desno od nosilca. Prilagoditev višine nosilca ni potrebna, višina nosilca pa je definirana kot vsota višin plošče in iz plošče štrlečega dela nosilca.</p> <table border="1" data-bbox="465 1237 1450 1539"> <tbody> <tr> <td data-bbox="465 1237 967 1289">prednosti</td> <td data-bbox="967 1237 1450 1289">Modeliranje b_{eff} ni potrebno.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="465 1289 967 1539">slabosti</td> <td data-bbox="967 1289 1450 1539">Spoj <i>master-slave</i>-vozlišč mora biti izveden po celotni dolžini nosilca, skladno s potekom mreže KE, česar vsi računalniški programi ne omogočajo, ustvarjanje spojev <i>master-slave</i>-vozlišč pomeni dodatno delo, za dejanske vrednosti obremenitev nosilca je treba linijskim obremenitvam (M_y, N_x) dodati še integrirane ploskovne obremenitve (m_{xx} ali m_{yy}, n_{xx} ali n_{yy}).</td> </tr> </tbody> </table>	prednosti	Modeliranje b_{eff} ni potrebno.	slabosti	Spoj <i>master-slave</i> -vozlišč mora biti izveden po celotni dolžini nosilca, skladno s potekom mreže KE, česar vsi računalniški programi ne omogočajo, ustvarjanje spojev <i>master-slave</i> -vozlišč pomeni dodatno delo, za dejanske vrednosti obremenitev nosilca je treba linijskim obremenitvam (M_y , N_x) dodati še integrirane ploskovne obremenitve (m_{xx} ali m_{yy} , n_{xx} ali n_{yy}).
prednosti	Modeliranje b_{eff} ni potrebno.					
slabosti	Spoj <i>master-slave</i> -vozlišč mora biti izveden po celotni dolžini nosilca, skladno s potekom mreže KE, česar vsi računalniški programi ne omogočajo, ustvarjanje spojev <i>master-slave</i> -vozlišč pomeni dodatno delo, za dejanske vrednosti obremenitev nosilca je treba linijskim obremenitvam (M_y , N_x) dodati še integrirane ploskovne obremenitve (m_{xx} ali m_{yy} , n_{xx} ali n_{yy}).					
5)		<p>Stojina in pasnica, modelirani s ploskovnimi KE, in sicer obe s KE ploska lupina ali plošča, pri čemer je za stojino debelina KE povečana</p> <p>Nosilec je modeliran s ploskovnimi KE, plošča in nosilec s KE plošča (m_{xx}, m_{yy}, m_{xy}), ki so poravnani na zgornji strani elementov, če upoštevamo njihovo debelino. Ekscentričnost težiščne ravnine, ki predstavlja mrežo KE, je izvedena s spoji <i>master-slave</i>-vozlišč.</p> <table border="1" data-bbox="465 1720 1450 1927"> <tbody> <tr> <td data-bbox="465 1720 967 1823">prednosti</td> <td data-bbox="967 1720 1450 1823">Obnašanje modela ustrezno predstavlja dejansko obnašanje konstrukcije, dodatna analiza ali seštevanje obremenitev nista potrebna.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="465 1823 967 1927">slabosti</td> <td data-bbox="967 1823 1450 1927">Model ni primeren za nosilce večjih višin, ploskovne obremenitve (m_{xx} ali m_{yy}, n_{xx} ali n_{yy}) v delu nosilca je treba pretvoriti v linijske (M_y).</td> </tr> </tbody> </table>	prednosti	Obnašanje modela ustrezno predstavlja dejansko obnašanje konstrukcije, dodatna analiza ali seštevanje obremenitev nista potrebna.	slabosti	Model ni primeren za nosilce večjih višin, ploskovne obremenitve (m_{xx} ali m_{yy} , n_{xx} ali n_{yy}) v delu nosilca je treba pretvoriti v linijske (M_y).
prednosti	Obnašanje modela ustrezno predstavlja dejansko obnašanje konstrukcije, dodatna analiza ali seštevanje obremenitev nista potrebna.					
slabosti	Model ni primeren za nosilce večjih višin, ploskovne obremenitve (m_{xx} ali m_{yy} , n_{xx} ali n_{yy}) v delu nosilca je treba pretvoriti v linijske (M_y).					

Preglednica 1 • Modeli T-prereza (Rombach, 2016), (Hartmann, 2006).

3 • EKVIVALENTNI PRAVOKOTNI PREREZ



Slika 2 • Model ekvivalentnega pravokotnega prereza ((Rombach, 2016), (Kelpša, 2019)).

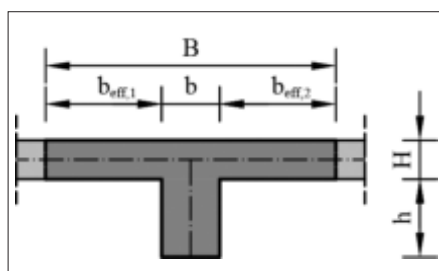
Ekvivalentni pravokotni prerez je v Sloveniji manj znan model T-prereza, ki omogoča centrično priključevanje linijskih KE na mrežo ploskovnih KE, kar se zdi precej preprosto in hiter način modeliranja T-prereza. V tem poglavju predstavljamo način izpeljave višine T-prerezu ekvivalentnega pravokotnega prereza. Zanimarjena ekscentričnost – nesovpadanje težiščne osi realnega T-prereza in težiščne osi ekvivalentnega pravokotnega prereza – je namreč razlog za nujno povečanje višine nosilca. Koncept je opisan v (Rombach, 2016) oz. prejšnjih izdajah te monografije, pojavlja pa se tudi drugje, brez navedbe avtorstva, npr. v (Kelpša, 2019). Izpeljava višine ekvivalentnega pravokotnega prereza temelji na ekvivalentu togosti: vsota upogibnih togosti nosilca pravokotnega prereza in plošče mora biti enaka upogibni togosti realnega T-prereza, in to ob upoštevanju efektivni širini b_{eff} (slika 2). Tako dobljena višina ekvivalentnega nosilca h_w^{equiv} je enaka

$$h_w^{equiv} = \sqrt[3]{b \frac{h^4}{bh+BH} + 4BH \frac{h^3}{bh+BH} + 3BH^3 \cdot \frac{h}{bh+BH} + 6BH^2 \frac{h^2}{bh+BH}} \quad (6).$$

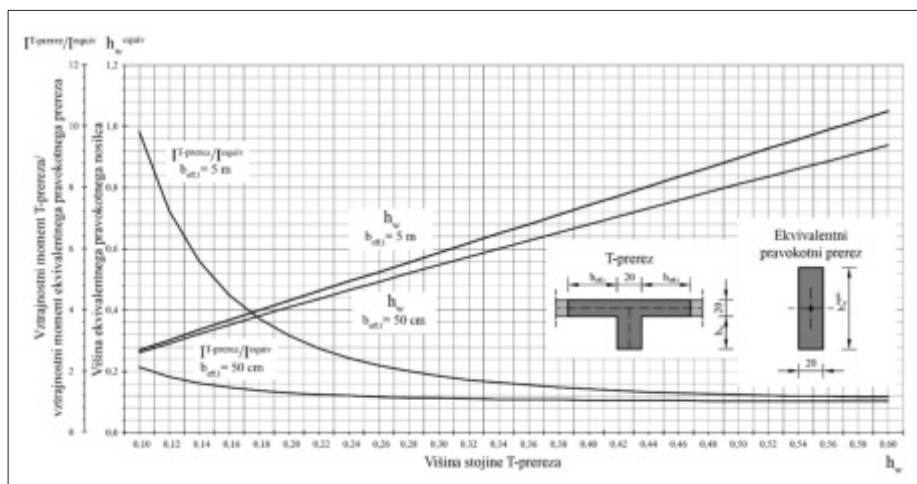
4 • ANALIZA MODELOV

Analiza modelov je bila opravljena na prostoležečem AB-nosilcu prečnega T-prereza. Analiziranih je bilo šest modelov, prikazani in opisani so v preglednici 2.

Statični sistem in geometrijske značilnosti prečnega prereza so prikazani na sliki



Slika 3 • Oznake geometrijskih veličin T-prereza za izpeljavo h_w^{equiv} .



Slika 4 • h_w^{equiv} v odvisnosti od višine stojine T-prereza h_w (izpeljano po (Rombach, 2016)).

Izraz za h_w^{equiv} je izpeljan za simetrični T-prerez. Razmerje med širino stojine T-prereza h_w in višino ekvivalentnega nosilca h_w^{equiv} je prikazano na spodnjem diagramu (slika 4).

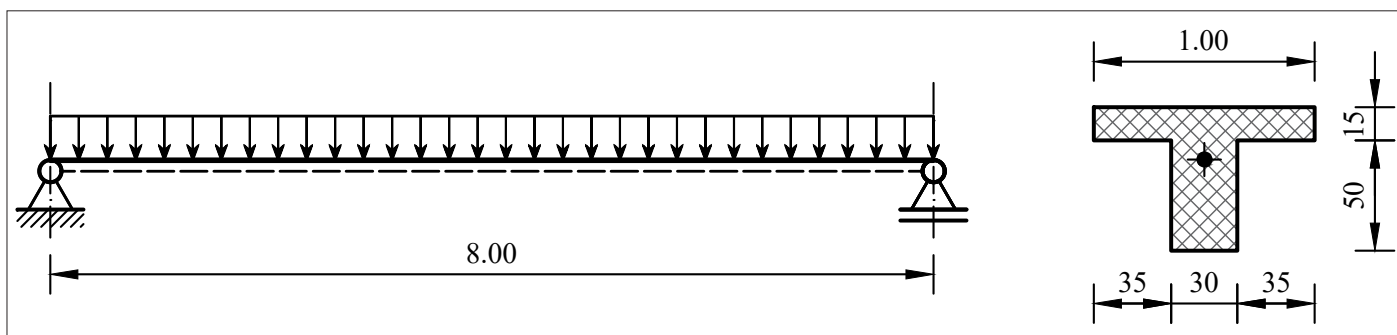
Tovrstni diagrami (kot npr. slika 4) se lahko izdelajo le za vnaprej predpostavljene dimenzije T-prereza – širino stojine in višino plošče. Faktor višine ekvivalentnega pravokotnega prereza je nekaj več kot 1,5-kratnik višine stojine T-prereza h_w – razen v začetnem delu, ko je višina stojine manjša ali enaka višini plošče. Efektivna širina b_{eff} na višino ekvivalentnega pravokotnega prereza nima bistvenega vpliva, kar pomeni, da model omogoča uporabo konstantne višine po celotni dolžini nosilca, brez evrokodovskega določanja točk ničelnih momentov in povprečenja tlačnih napetosti v pasnici T-prereza. Iz razmerja $I_{T-prerez} / I_{equiv}$ je jasno razvidna tudi višina stojine h_w pri kateri upogibna togost stojine prevlada, zaradi česar se težišče celotnega prečnega prereza pomakne toliko navzdol, da je upogibna togost ekvivalentnega pravokotnega prereza skoraj identična upogibni togosti T-prereza.

E_{cm} je 33 GPa, Poissonov količnik ν je 0,2. Analiza je bila opravljena s programoma Tower in Sofistik.

5. Nosilec je obtežen z dvema obtežnima primeroma, in sicer z 1) lastno težo, samodejno upoštevano z računalniškim programom, in z 2) obtežbo velikosti 10,0 kN/m² oz 10,0 kN/m. Izvedena je linearno-elastična analiza, modul elastičnosti

	M1	Pasnica in stojina, modelirani s ploskovnimi KE, pasnica s KE plošča/ploska lupina, stojina pa s KE šipa
	M2	Stojina, modelirana z linijskimi KE prečnega T-prereza, centrično priključena na ploskovne KE plošča/ploska lupina pasnice
	M3	Stojina, modelirana z linijskimi KE prečnega T-prereza, ekscentrično priključena na ploskovne KE plošča/ploska lupina pasnice
	M4	Stojina, modelirana z linijskimi KE pravokotnega prečnega prereza (ekvivalentni pravokotni prerez), centrično priključena na ploskovne KE plošča/ploska lupina pasnice
	M5	Stojina, modelirana z linijskimi KE pravokotnega prečnega prereza, ekscentrično priključena na ploskovne KE plošča/ploska lupina pasnice
	M6	Nosilec, modeliran z linijskimi KE prečnega T-prereza

Preglednica 2 • Modeli primera – prostoležeči nosilec.



Slika 5 • Statični sistem in geometrijske značilnosti prečnega prereza primera – prostoležeči nosilec.

5 • REZULTATI

Rezultati analize primera 1 so podani v preglednici 3. Kot referenčni model je vzet prostoležeči nosilec, obremenjen z lastno težo, analiziran s pomočjo preprostih analitičnih formul. Napetosti, dobljene na tak način, so:

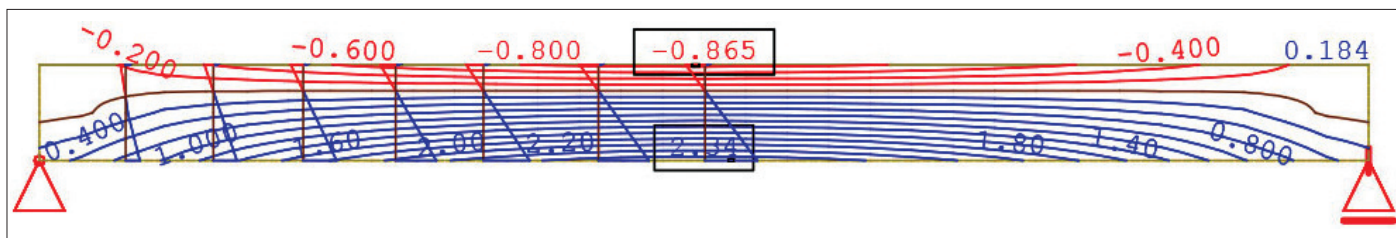
$$\sigma_x = \frac{M}{I} \cdot z = \frac{g \cdot l^2}{8} \cdot z = \frac{7,5 \cdot 8,0^2}{8} \cdot \begin{cases} -0,2375 \\ -0,0875 \\ 0,4125 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1,26 \text{ MPa} \\ -0,46 \text{ MPa} \\ 2,18 \text{ MPa} \end{cases} \quad (7)$$

Rezultati analize Modela 1 so težko primerljivi z rezultati analize drugih modelov. Razporeditev horizontalnih membranskih osnih sil v pasnici

in stojini je linearna, razen v bližini podpor, in prav tako je tudi razporeditev napetosti (slika 6). Predpostavki o linearni razporeditvi deformacij in napetosti držita za skoraj celotni nosilec. Napetosti, dobljene z analizo Modela 1, nekoliko odstopajo od analitičnega izračuna. Ob dejstvu, da med modeloma obstaja bistvena razlika v višini, stojina Modela 1 je namreč visoka 57,5 cm, in v višini podpor, tlačne napetosti Modela 1 predstavljajo $\approx 69\%$ tlačnih napetosti analitičnega izračuna, natezne pa $\approx 107\%$. Nevtralna os v Modelu 1 se nahaja na 27 % višine stojine, pri analitičnem izračunu pa na 37 % višine prečnega prereza. Povprež Modela 1 znaša 1,17 mm.

Bistvenih razlik v dobljenih rezultatih ni, izrazi to odstopa Model 3, kar je bilo pričakovano. Sofistik v svoji t. i. »T-beam philosophy« reducira togosti in težo v območjih prekrivanja spojenih KE in uporabnika malone nagovarja k uporabi centričnih modelov. Pri Modelu 3 znašata vertikalni reakciji v obeh podporah 40,1 kN, kar je $\approx 134\%$ pričakovane velikosti reakcije, primerljive z drugimi modeli. Program redukcije teže v območju prekrivanja zaradi ekscentričnosti ni naredil, prav tako ni naredil redukcije togosti. Manjše odstopanje Modela 4 navzgor nakazuje določeno konservativnost ekvivalentnega pravokotnega prereza – ta namreč brez natezne osne sile v nosilcu, ki je posledica ekscentričnosti, podaja večji upogibni moment kot analitični model ali modeli z ekscentrično spojenim nosilcem. Ideja avtorjev (prim. (Hartmann, 2006), (Rombach,


 Slika 6 • Rezultat analize Modela 1, Sofistik, napetosti σ_x .

		w (mm)	M (kNm)	N (kN)	m (kNm/m)	n (kN/m)	e (m)	M_{dej} (kNm)
	M2	1,09	60,0	-	1,52	-	-	61,5
	M3	1,45	79,3	77,6	2,01	-79,0	0,1125	90,0
	M4	1,22	65,5	-	1,70	-	-	67,2
	M5	1,11	16,7	128,5	1,54	-130,0	0,325	60,3
	M6	1,10	60,0	-	-	-	-	60,0

Preglednica 3 • Rezultati analize modelov 2–6, Sofistik, lastna teža.

2016)), da je treba za korektno določitev obremenitev v nosilcu upoštevati upogibni moment

in osno silo v nosilcu ter membranski upogibni moment in osno silo v plošči:

$$M = M_{nosilec} + N_{nosilec} \cdot e + \int_{plošča} (m_{yy} + n_{xx} \cdot e) dy \quad (8)$$

		w (mm)	M (kNm)	N (kN)	m (kNm/m)	n (kN/m)	e (m)	M_{dej} (kNm)
	M2	1,46	80,0	-	2,03	-	-	82,03
	M3	1,29	70,5	69,0	1,79	-70,3	0,1125	80,1
	M4	1,46	78,6	-	2,04	-	-	80,6
	M5	1,48	22,3	171,4	2,05	-174,5	0,325	80,1
	M6	1,46	80,0	-	-	-	-	80,0

 Preglednica 4 • Rezultati analize modelov 2–6, Sofistik, obtežba 10 kN/m²/kN/m.

se je v primeru prostoležečega nosilca izkazala za napačno. Osní sili sta namreč povsem primerljivi po velikosti in nasprotno usmerjeni – treba je torej upoštevati eno od njiju, ne pa obeh:

$$M = M_{nosilec} + N_{nosilec} \cdot e + \int_{plošča} (m_{yy}) dy \quad (9),$$

$$M = M_{nosilec} + \int_{plošča} (m_{yy} + n_{xx} \cdot e) dy \quad (10).$$

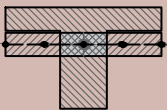
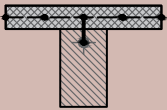
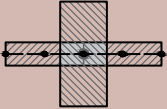
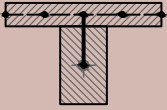
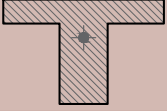
Primerjava rezultatov analize na modelih od 2 do 6, obteženih z enakomerno obtežbo 10 kN/m² oz. kN/m, dokazuje, da način modeliranja ne vpliva bistveno na rezultat. Do nekoliko večjih razlik, ki lahko vodijo v nevarno projektiranje (dimenzioniranje upogibne arma-

ture), lahko privede zanemarjanje prispevkov membranskih upogibnih momentov in osnih sil (bodisi v linijskih KE bodisi v ploskovnih KE), prispevek slednjih je nezanemarljiv pri ekscentričnih modelih. Če se ta prispevek zanemari, je M v nosilcu natančno izračunan samo pri Modelu 2.

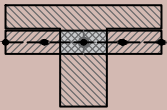
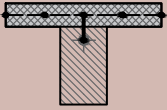
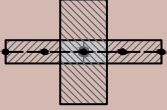
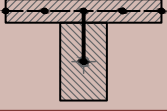
Deviacija rezultatov, dobljenih s programom Tower, pri analizi z upoštevanjo lastno težo je izrazita in je posledica podvajanja teže in togosti. Program Tower s »filozofijo«
fiktivne ekscentričnosti povečuje vztrajnostni moment glede na ekscentričnost težiščne osi linijskega KE od referenčne ravnine. Tako dobljeni rezultati so po (Radimpex 2019) takoj uporabni za samodejno dimenzioniranje potrebne upogibne armature.

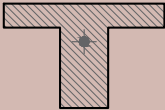
V našem primeru fiktivne ekscentričnosti nismo upoštevali, s čimer so rezultati primerljivi z rezultati analize s programom Sofistik. Po (Radimpex, 2019) so te obremenitve podane zgolj za stojino T-prereza. Najuporabnejši je Model 5, pri katerem se namensko izognemo podvajanju togosti in teže. Od vseh drugih modelov pa najmanj odstopa Model 4.

Pri analizi s podano obtežbo je pri obeh ekscentričnih modelih, ki bi morala podati natančnejše rezultate, vrednost končnega upogibnega momenta podcenjena, torej je precenjena togost prereza. Vsi centrični modeli pa podajajo vrednost, skoraj enako analitični, in omogočajo samodejni izračun potrebne upogibne armature.

		w (mm)	M (kNm)	N (kN)	m (kNm/m)	n (kN/m)	e (m)	M _{dej} (kNm)
	M2	1,59	87,8	-	2,24	-	-	90,0
	M3	1,31	71,7	101,4	1,84	-102,4	0,1125	84,9
	M4	1,37	73,8	-	1,92	-	-	75,7
	M5	1,10	16,8	128,6	1,56	-129,8	0,325	60,2
	M6	1,08	60,0	-	-	-	-	60,0

Preglednica 5 • Rezultati analize modelov 2–6, Tower, lastna teža.

		w (mm)	M (kNm)	N (kN)	m (kNm/m)	n (kN/m)	e (m)	M _{dej} (kNm)
	M2	1,42	78,1	-	1,9	-	-	80,0
	M3	1,16	63,8	90,2	1,6	-91,1	0,1125	75,5
	M4	1,45	78,1	-	2,0	-	-	80,1
	M5	1,48	22,4	171,5	2,0	-173,2	0,325	78,1

	M6	1,44	80,0	-	-	-	-	80,0
---	-----------	------	------	---	---	---	---	------

Preglednica 6 • Rezultati analize modelov 2–6, Tower, obtežba 10 kN/m²/kN/m.

6 • SKLEP

Čeprav je T-prerez stalnica AB-konstrukcij, način modeliranja za analizo še vedno ni jasno določen. Bistveni dejavniki za modeliranje so specifičnosti programske opreme, s katero analizo izvajamo, in poznavanje teh specifik, poznavanje metod, ki so uporabljane za analizo, in dejanskega obnašanja materiala. V članku je prikazana analiza šestih modelov preprostega prostoležečega nosilca, ki omogoča vpogled v delovanje dveh računalniških programov, programa

Sofistik in programa Tower. Z zanemarjanjem »filozofije« posameznega računalniškega programa je ta analiza nepristranska. Podvajanje togosti in teže (pri samodejnem upoštevanju lastne teže konstrukcije) ostaja bistven problem modeliranja T-prereza. Ob morebitni nepredvidnosti projektanta lahko zanemarnjeni prispevki ekscentričnosti h končnim obremenitvam povzročijo manko potrebne natezne upogibne armature. V splošnem – razen problema podvajanja togosti in

teže – bistvene razlike med centričnimi in ekscentričnimi modeli ni in skrb projektantov, da bi bili centrično modelirani nosilci poddimenzionirani, je odveč. Vsi centrični modeli so v primerjavi z ekscentričnimi precej bolj konservativni. Nadaljevanje tovrstnih analiz ustreznosti modelov predstavljajo razširitev dvorazsežnosti konstrukcije: povečevanje obsega plošč, ugotavljanje vpliva efektivne širine, vpliva razmika med nosilci; poleg tega pa še razširitev glede geometrije in nehomogenosti/hibridnosti T-prereza: vpliv debeline stojine oz. razmerje med višino stojine in višino plošče ter sovprežnost pasnice in stojine (uporaba različnih materialov).

7 • LITERATURA

- ASE, General Static Analysis of Finite Element Structures, ASE Manual, Software Version SOFISTIK 2018, Oberschleissheim, Sofistik, 2018.
- Ciesielczyk, K., Szumigala, M., Ścigała, J., The numerical analysis of the effective flange width in T-section reinforced beams, Procedia Engineering, izv. 172, št. Modern Building Materials, Structures and Techniques, str. 178–185, 2017.
- Hartmann, F., Katz, C., Structural Analysis with Finite Elements, Springer, 2006.
- Heellebois, A. E. B., Insight into Technological Aspects of the Evolution of the Hennebique Reinforced Concrete System, DWE, 2012, str. 1160–1170.
- Kelpša, Š., Rinkevičius, G., Zingaila, T., Augonis, M., Kitovas, V., Coefficient of Moment of Inertia for Ribbed RC Slab Beams, Mechanika, izv. 25 (3), str. 178–186, 2019.
- Kurrer, K. E., The History of Theory of Structures: Searching for Equilibrium, Wilhelm Ernst & Sohn, 2018.
- Rombach, G. A., Finite element design of concrete structures, Thomas Telford Limited, 2013.
- SIST EN 1992-1-1: 2004; Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij - Del 1-1: Splošna pravila in pravila za stavbe, 2004.
- Tower 7, Navodila za delo s programom, Radimpex, <http://www.zeia.si/radimpex/tower7.pdf>, 25. 11. 2019.