PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **25** (1997/1998)
Številka 2
Strani 66–75, VI–VIII

Peter Legiša:

FOTOGRAFIJA IN MATEMATIKA, 2. del – zaslonska in ekspozicija

Ključne besede: matematika, fizika, optika, fotografija, zaslonka, ekspozicija.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/25/1330-Legisa.pdf

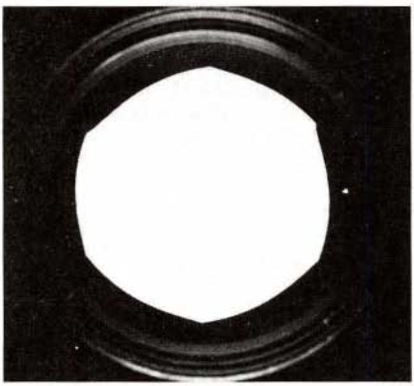
FOTOGRAFIJA IN MATEMATIKA, 2. del – ZASLONKA IN EKSPOZICIJA

Zaslonka

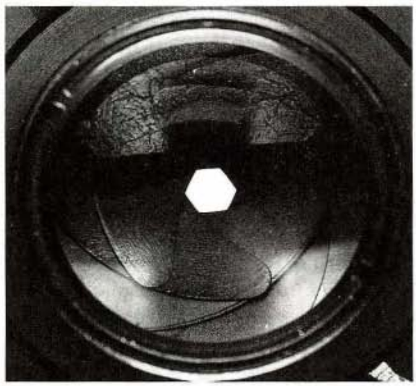
Človeško oko lahko deloma uravnava količino svetlobe, ki vpada vanj. Zenica se razširi, kadar je temno, in zoži, kadar je zelo svetlo. Enako nalogo v fotografskem objektivu opravlja *zaslonka*. To je mehanizem, sestavljen iz pet ali več *lamel*, s katerimi lahko omejimo količino svetlobe, ki prihaja skozi objektiv (sliki 1 in 2).

Če beseda nanese na zaslonko, smo vsaj pri klasičnih aparatih takoj pri zaporedju skrivnostnih *zaslonskih števil*:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 1{\cdot}4 & 2 & 2{\cdot}8 & 4 & 5{\cdot}6 & 8 \\ 11 & 16 & 22 & 32 & 45 & \ldots & \end{array} \qquad (1)$$



Slika 1. Zaslonka zaprta na zaslonsko število 4 (na objektivu z najmanjšim zaslonskim številom 2˙8).

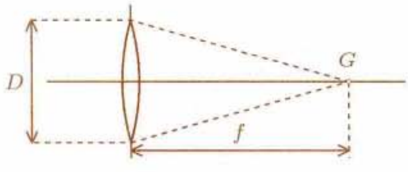


Slika 2. Zaslonka zaprta na zaslonsko število 22.

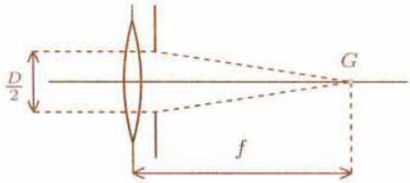
Matematik hitro ugotovi, da naslednje število v zaporedju dobimo tako, da prejšnje pomnožimo s $\sqrt{2}$ in zaokrožimo.

Kaj so zaslonska števila? Fotografski objektiv nadomestimo z eno samo lečo. *Zaslonsko število* z je goriščna razdalja (goriščnica) f leče, deljena s premerom D (odprtine) leče (slika 3):

$$z = \frac{f}{D}\,.$$



Slika 3.



Slika 4.

Angleški izraz za zaslonsko število je f-*number* (fNo). Leča s premerom 5 cm in goriščno razdaljo 20 cm ima zaslonsko število 4.

Če premer odprtine z zaslonko zmanjšamo na polovico prejšnjega premera (v našem primeru na 2·5 cm), dobimo zaslonsko število 8. Ploščina zmanjšane odprtine je le četrtina ploščine prvotne odprtine (slika 4). Skozi tako odprtino prihaja le četrtina prejšnjega svetlobnega toka. Torej pri zaslonskem številu 8 prihaja skozi objektiv le četrtina svetlobe, ki bi prihajala skozi objektiv pri zaslonskem številu 4.

Če hočemo leči s premerom D prehod svetlobe zmanjšati z zaslonko na polovico, mora premer odprtine znašati $D : \sqrt{2}$, kot se takoj prepričamo. Ploščina odprtine je namreč sorazmerna kvadratu premera in torej polovica prvotne ploščine. Zato je novo zaslonsko število

$$z' = \frac{f}{D/\sqrt{2}} = \frac{f}{D}\sqrt{2} = z\sqrt{2}\,.$$

Če torej zaslonsko število pomnožimo s $\sqrt{2}$, se ploščina odprtine razpolovi. Vsako naslednje število v zaporedju (1) torej pomeni razpolovitev količine svetlobe, ki prihaja skozi objektiv.

Npr.: Pri zaslonskem številu 8 objektiv prepušča dvakrat toliko svetlobe kot pri zaslonskem številu 11. Pri zaslonskem številu 4 prepušča objektiv 32-krat toliko svetlobe kot pri zaslonskem številu 22 (sliki 1 in 2).

V praksi namesto npr. "zaslonsko število 8" površno rečemo "zaslonka 8".

Svetlobna jakost objektiva

Leča z goriščno razdaljo f in z najmanjšim zaslonskim številom z ima premer f/z. Temu količniku pravimo *odprtina leče*. Najbolj prodajani zoomi imajo odprtine od $f/3{\cdot}5$ do $f/5{\cdot}6$.

Čim manjši je z, tem večja je odprtina zaslonke. Inverzna vrednost $1 : z$ zaslonskega števila z pri polni odprtini zaslonke je *svetlobna jakost* objektiva.

Slika 5. Dva objektiva z goriščno razdaljo 50 mm: levi je legendarni štirilečni objektiv Tessar s svetlobno jakostjo 1 : 2˙8. Izdelujejo ga v vrsti različic že 90 let. Desni objektiv ima svetlobno jakost 1 : 1˙4. Tako veliko svetlobno jakost je mogoče doseči le z uporabo dragih stekel in večjim številom leč (v našem primeru 7). Desni objektiv zbere štirikrat toliko svetlobe kot levi, zato je z njim laže slikati v slabih svetlobnih pogojih.

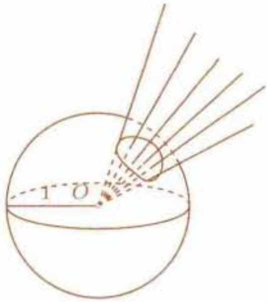
Danes so priljubljeni objektivi s spremenljivo goriščnico – zoomi. Poklicni fotografi uporabljajo večinoma zoome s svetlobno jakostjo 1 : 2˙8. Taki objektivi so pri enakih goriščnicah občutno večji, težji in dražji od zoomov s spremenljivo svetlobno jakostjo od 1 : 3˙5 do 1 : 5˙6, kakršne uporabljajo amaterji (slika 6).

Slika 6. Standardni zoom, ki ima svetlobno jakost 1 : 3˙5 pri najmanjši goriščnici (28 mm) in šibko svetlobno jakost 1 : 5˙6 pri največji goriščnici (80 mm). Tehta le 200 g.

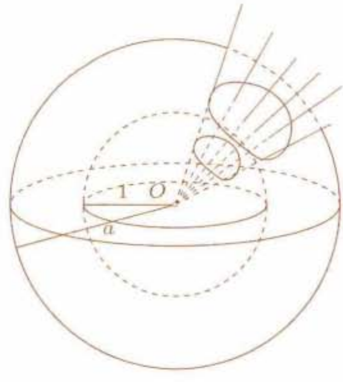
Prostorski kot

Poglejmo si, kako zaslonka vpliva na osvetljenost slike. Srečamo se s pojmom *prostorskega kota*.

Imamo neprozorno sfero s polmerom 1 in s središčem v točki O (slika 7). Na tej enotski sferi si mislimo izrezano okno poljubne oblike. Vsi poltraki (žarki) z izhodiščem v O, ki potekajo skozi omejeno okno, sestavljajo *prostorski kot*. Mera ω tega prostorskega kota je kar površina manjkajočega dela sfere (okna).



Slika 7.



Slika 8.

Mislimo si zdaj okrog točke O narisano še sfero s polmerom a (slika 8). Središčni razteg s faktorjem a in s središčem v O nam enotsko sfero preslika na novo sfero, ohranja pa prostorski kot. Zato je površina preseka nove sfere s prostorskim kotom enaka $a^2\omega$. Torej je

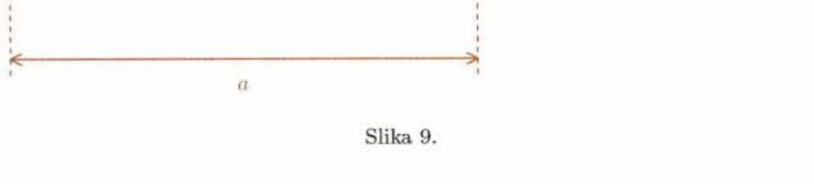
$$\omega = \frac{S}{a^2}\,,$$

kjer je S površina preseka nove sfere s prostorskim kotom.

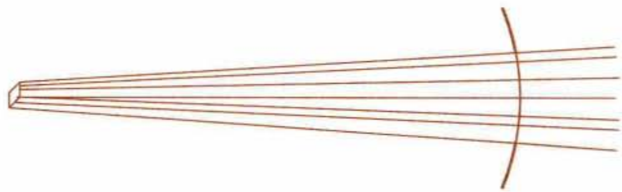
Naslednji razdelek je bolj fizikalno obarvan in ga odlikujejo številne poenostavitve in zanemaritve, vendar je vseeno zelo poučen.

Zveza med svetlostjo objekta in osvetljenostjo slike

Fotografiramo hrapavo enakomerno svetlo steno, ki je pravokotna na optično os aparata. Tam, kjer optična os leče seka steno, si na njenem površju mislimo označen kvadratek s ploščino 1mm^2 (slika 9).



Slika 9.



Slika 10.

Okrog kvadratka si mislimo narisano sfero s polmerom a, kjer je a razdalja med steno in lečo (slika 10). Kvadratek seva svetlobo. V neposredni bližini optične osi vzamemo okence na sferi. Žarki skozi okence (približno) oblikujejo majhen prostorski kot z mero ω. Ker ima naš kvadratek ploščino 1 (mm^2), je svetlost L kvadratka (in s tem stene) po definiciji do enote natančno enaka

$$\frac{\text{svetlobni tok iz kvadratka skozi okence}}{\omega} .$$

(Stena je hrapava, zato se nam zdi enako svetla, tudi če jo pogledamo bolj poševno. Vendar pa je kvadratek od strani videti manjši. Zato skozi enako veliko okence na isti sferi daleč stran od osi kvadratek seva manj svetlobe.)

Če je torej premer D leče precej manjši od a, je svetlobni tok iz kvadratka skozi lečo bolj ali manj enak

$$L\omega' ,$$

kjer je $\omega' = \frac{S}{a^2}$ prostorski kot, s katerim vidimo našo lečo iz kvadratka.

Kot vemo, leča naš kvadratek preslika na kvadratek s stranico m mm, kjer je m povečava. *Osvetljenost* slike je enaka kvocientu

$$\frac{\text{svetlobni tok, ki pada na ploskev}}{\text{ploščina ploskve}} ,$$

torej

$$\frac{1}{m^2} L\omega' = \frac{1}{m^2} L \frac{S}{a^2} .$$

Iz našega prejšnjega članka vemo, da je $a = (1 + m^{-1})f$. Upoštevajmo, da je

$$S = \frac{1}{4}\pi D^2 = \frac{1}{4}\pi \frac{f^2}{z^2} .$$

Če zanemarimo izgubo svetlobe pri prehodu skozi objektiv, torej velja: Osvetljenost slike je enaka

$$\frac{\pi}{4} L \frac{1}{z^2(1+m)^2},$$

kjer je L svetlost originala.

Torej pri gornjih predpostavkah velja:

Osvetljenost slike je odvisna le od svetlosti L objekta, od zaslonskega števila z in od povečave m.

Za oddaljene objekte je $m \doteq 0$. Denimo, da je $z = 4$. Potem je osvetljenost slike enaka

$$\frac{\pi}{64} L.$$

Osvetljenost slike znaša pri zaslonskem številu 4 slabih 5% svetlosti originala.

Ekspozicija

Da bi na filmu nastala dobra slika, mora nanj pasti bolj ali manj natančno določena količina svetlobe. Poleg zaslonke kontrolira količino svetlobe še *zaklop*. Idealizirano se zaklop odpre za določen čas in nato zapre. Današnji zaklopi so večinoma elektronsko upravljani in so pri dobrih aparatih zmožni naravnati osvetlitvene čase od 30 s do 1/4000 s. Na sliki 11 imamo starejši model aparata s časi od 2 s do 1/1000 s. Oznaka 125 pomeni čas 1/125 s itd. Edino obarvana dvojka med 1 in B dejansko pomeni 2 s. Sicer pa 8 pomeni 1/8 s itd...

Slika 11. Na klasičnih aparatih osvetlitvene čase naravnamo s tem gumbom.

Slika 12. Novejši aparati na prikazovalniku pokažejo nastavljeno ekspozicijo.

Denimo, da z zaslonko $z = 22$ in časom $t = \frac{1}{8}$ s (slika 12) dosežemo pravilno osvetlitev. Če zaslonko odpremo na $z = 16$, se ploščina odprtine podvoji, zato moramo čas skrajšati na polovico, se pravi na $\frac{1}{16}$ s. Pravilno osvetlitev dosežemo še z naslednjimi pari:

$z = 11,$	$t = \frac{1}{32}$ s	$\frac{1}{30}$ s
$z = 8,$	$t = \frac{1}{64}$ s	$\frac{1}{60}$ s
$z = 5{,}6,$	$t = \frac{1}{128}$ s	$\frac{1}{125}$ s
$z = 4,$	$t = \frac{1}{256}$ s	$\frac{1}{250}$ s
$z = 2{,}8,$	$t = \frac{1}{512}$ s	$\frac{1}{500}$ s
$z = 2,$	$t = \frac{1}{1024}$ s	$\frac{1}{1000}$ s
$z = 1{,}4,$	$t = \frac{1}{2048}$ s	$\frac{1}{2000}$ s

Na aparatu so ulomki za čase prikazani malenkost spremenjeni (primerjaj s fotografijo 11), tako kot vidimo na desni.

Definirajmo zdaj: *Ekspozicija* je urejeni par (z, t), kjer je z zaslonsko število in t čas osvetlitve.

Denimo, da spet slikamo hrapavo enakomerno svetlo steno s svetlostjo L. Količina svetlobe, ki pade na ploščinsko enoto filma pri ekspoziciji (z, t), je (v idealnem primeru) enaka

$$\frac{\pi}{4} L \frac{1}{(1+m)^2} \cdot \frac{t}{z^2} \, .$$

Če sta svetlost L in povečava m fiksna, velja: če je

$$\frac{t'}{(z')^2} = \frac{t}{z^2} \, ,$$

bo pri ekspozicijah (z, t) in (z', t') na ploščinsko enoto filma prišla enaka količina svetlobe.

Avtomatični aparati sami sprogramirajo zaslonsko število z in čas t, tako da je osvetlitev pravilna. Boljši aparati premorejo *premik programa* (program shift). Z vrtenjem kolesca ali pritiskanjem gumba lahko skačemo po ekspozicijah (z, t), tako da kvocient t/z^2 ostane isti – na primer po parih, predstavljenih zgoraj.

V prej opisanem zaporedju ekspozicij je kvocient t/z^2 v vseh primerih enak 2^{-12} s.

Ekspozicijska vrednost (EV)

Če lahko zapišemo

$$\frac{t}{z^2} = 2^{-x} \quad \text{(s)}$$

ali enakovredno

$$\frac{z^2}{t} = 2^{x} = 2^{EV} \quad (\mathrm{s}^{-1}), \tag{2}$$

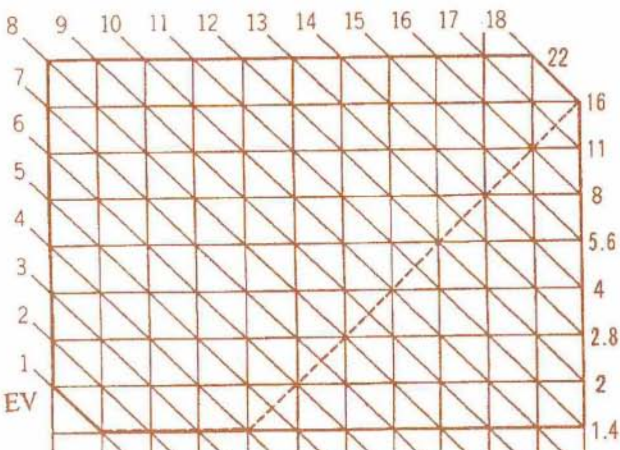
pravimo, da je x *ekspozicijska vrednost* dane osvetlitve, kratko EV.

Torej je (če še ne poznate logaritmov, te tri vrstice preskočite)

$$EV = \log_2\left(\frac{z^2}{t}\right)$$

(če je kvocient v oklepaju izračunan v s^{-1}).

Primer:
Za $z = 22$ in $t = \frac{1}{8}$ s je $EV = 12$.
Za $z = 1$ in $t = 1$ s je $EV = 0$, enako za
$z = 1{.}4$ in $t = 2$ s ali pa za $z = 2{.}8, t = 8$ s.



Slika 13. Zelo pregledno zvezo med z, t in EV dobimo iz zgornjega diagrama, vzetega iz starih Canonovih navodil. Črtkana črta povezuje ekspozicije, kot jih izbira osvetlitvena avtomatika za objektiv 1 : 1'4, 50 mm.

Zapomnimo si:

Če pri danem z osvetlitveni čas razpolovimo, se EV zveča za 1.
Če pri danem z osvetlitveni čas podvojimo, se EV zmanjša za 1.
Če pri danem t zaslonsko število z podvojimo, se EV zveča za 2.
Če pri danem t zaslonsko število z delimo s $\sqrt{2}$, se EV zmanjša za 1.

Korekture ekspozicije

Osvetlitvena avtomatika v boljših aparatih je zelo precizna, dokler imamo opravka z objekti srednje barvne intenzitete. Če pa večino scene pokriva sneg, bomo namesto beline na diapozitivu dobili pusto sivo – v meglenem ali oblačnem vremenu celo modro pokrajino – kot na fotografiji na drugi strani ovitka. Avtomatika namreč skuša na film spustiti toliko svetlobe, da nastane diapozitiv srednje prosojnosti. Tudi najnovejši dosežek – barvni senzor – verjetno ne more določiti, ali slikamo puščavo sive barve ali zasneženo pokrajino, vsaj dokler ni na sceni še kaj drugega za primerjavo. V takih primerih moramo ekspozicijo *popraviti*.

Pri zasneženih scenah moramo na film spustiti dva do štirikrat toliko svetlobe, kot pokaže svetlomer. Lahko, recimo, pri dani zaslonki čas podaljšamo na 2 do 4 kratno vrednost. Pri tem se EV **zmanjša** za 1 do 2. Običajno vseeno rečemo, da smo osvetlitev popravili za $+1$ do $+2$ EV, saj smo **bolj** osvetlili, kot bi sicer: Na prikazovalniku aparata izberemo recimo korekturo $+1'5$ kot na sliki 14, pa bomo dobili fotografijo kot na zadnji strani ovitka.

Slika 14. Korektura ekspozicije za $+1'5$ EV.

Druga možnost je, da obdržimo čas in bolj odpremo zaslonko: če je bila prej 8, izbiramo med 4 in 5'6. Po domače pravimo, da smo "odprli za eno do dve zaslonki". To je ohlapen izraz za dejstvo, da smo se pomaknili za 1 do 2 mesti nazaj v standardnem zaporedju zaslonskih števil (1).

Ker se na diapozitivih kontrasti še povečajo, se je pri scenah, ki vsebujejo zelo svetle in zelo temne dele, včasih težko odločiti za pravilno ekspozicijo. Novejši aparati premorejo tako imenovano *osvetlitveno zaporedje* (angleško: automatic bracketing). Aparat nam zaporedoma napravi tri posnetke: srednjega po predlogu avtomatike, prvega manj in drugega bolj osvetljenega. Na predzadnji strani ovitka imamo tri take posnetke, ki se razlikujejo za po 1'5 EV. Zraven je še slika, posneta na štajerski avtocesti pri Dramljah. Ekspozicija je trajala več sekund (EV okrog 6).

Spremembe za pol EV

Denimo, da osvetlitveni čas t ostane isti, EV pa se poveča za 0˙5. Kaj se zgodi z zaslonskim številom z?

Iz (2) sledi

$$z^2 = 2^{EV} t\,.$$

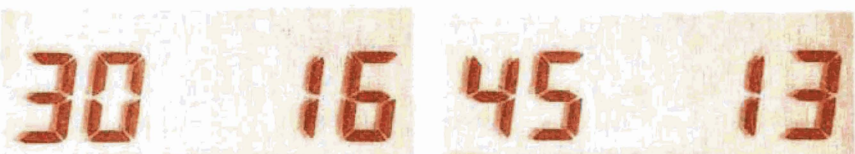
Desna stran se pomnoži z $2^{0˙5} = \sqrt{2}$. Torej se z^2 pomnoži s $\sqrt{2}$, od tod se z pomnoži s $\sqrt[4]{2} \doteq 1˙19$.

Če je bil $z = 4$, je novo zaslonsko število 4˙8.

Nekateri aparati nam omogočajo nastavljanje zaslonskega števila z (in časa) v korakih po $0˙5EV$. Med standardno zaporedje (1) zaslonskih števil nam tako interpolirajo ta števila, pomnožena s $\sqrt[4]{2}$:

$$1˙2,\ 1˙7,\ 2˙4,\ 3˙4,\ 4˙8,\ 6˙7,\ 9˙5,\ 13,\ 19,\ 27,\ 38, \ldots$$

Kaj pa če z ostane isti, EV pa se zveča za 0˙5? Potem se 2^{EV} pomnoži s $\sqrt{2}$, torej se mora čas deliti s $\sqrt{2}$. Če je bil prej denimo 1/32 s je zdaj 1/45 s itd (slika 16).



Slika 15, 16. Ekspoziciji (16, $\frac{1}{30}$ s) in (13, $\frac{1}{45}$ s) imata isto EV.

Pri nekaterih aparatih lahko EV spreminjamo v korakih po $\frac{1}{3}EV$. Sami premislite, kaj se zgodi pri spremembi za $\frac{1}{3}EV$, če a) z ostane isti; b) t ostane isti.

Peter Legiša