

IZTEKANJE TEKOČINE IZ POSODE S POMOČJO NATEGE

Ivo Verovnik

Visoka šola za tehnologijo polimerov, Slovenj Gradec

Povzetek – Članek obravnava praznjenje posode s pomočjo natege. Izpeljavi enačbe, ki opisuje časovni potek pojava, sledi opis in dokumentacija o eksperimentu, s katerim preverimo eksponentno časovno odvisnost nižanja nivoja tekočine v posodi.

Abstract – Draining the liquid out of the vessel, using syphon pipe, is considered. The derivation of the corresponding equation, describing the time development of the phenomenon is followed by the description and documentation of the experiment for checking the time vs. liquid level relationship.

UVOD

Mnogim ljudem, tudi tistim, ki ne poznajo fizikalnih zakonitosti pretakanja tekočin po ceveh, je poznana uporaba natege, s katero lahko pretočimo tekočino iz posode, ki ima odprtino le na vrhu. Doživetje je za mnoge, ko se prvič srečajo s tem pojavom, presenetljivo, z ozirom na to, da tekočina »kar sama« teče navzgor.

Natega je razmeroma preprost mehanski pripomoček za pretakanje tekočine po cevi iz rezervoarja z višjo gladino v rezervoar z nižjo gladino preko vmesne ovire, ki sega nad obe gladini. Uporabljajo jo npr. za praznjenje večjih posod ali pri namakalnih sistemih, kjer želijo kontrolirano speljati vodo iz višje ležečih vodnih kanalov v nižje ležeče namakalne kanale. Večji drenažni sistem z natega z zmogljivostjo okoli 300 litrov vode v sekundi so leta 1981 namestili na Blejskem jezeru, kjer so poskrbeli, da manj kvalitetno jezersko vodo, ki jo zajemajo pri dnu jezera, kontrolirano pretakajo v odtekajoč potok Blejskega jezera Jezernica.

FIZIKALNA OBRAVNAVA POJAVA

Najpomembnejši del natege predstavlja cev, skozi katero se tekočina pretaka. Za tok tekočine po cevi je potrebna tlačna razlika med obema koncema cevi [1]. V primeru natege je tlačna razlika enaka hidrostatičnemu tlaku $p = \rho gh$ tekočinskega stolpca z višinsko razliko h med gladino tekočine v zgornji posodi in nižje ležečim ustjem cevi, kjer tekočina izteka. Pri tem je ρ gostota tekočine in g težni pospešek. Če vzamemo, da je zračni tlak ob gladini tekočine v zgornji posodi enak tlaku ob ustju cevi in da pretakamo idealno tekočino, dobimo na osnovi Bernoullijeve enačbe hitrost iztekajoče tekočine $v = \sqrt{2gh}$.

V primeru realnih tekočin so okoliščine bolj zapletene, ker je treba upoštevati notranje trenje pri pretakanju tekočin.

Prostorninski tok tekočine skozi cev Φ_v v primeru laminarnega toka opisuje enačba

$$\Phi_v = \frac{\pi r^4 p}{8\eta l},$$

ki je poznana kot Poiseuillova enačba, v kateri je p tlačna razlika med obema koncema cevi, r polmer cevi, η viskoznost tekočine in l dolžina cevi. Njeno izpeljavo najdemo v spletni enciklopediji [2]. Pri večjih pretočnih hitrostih laminarni tok preide v turbulentnega in je pretok manjši, kot ga napoveduje enačba. Objektivno merilo za oceno, ali je tok v cevi laminaren ali turbulenten, je Reynoldsovo število $Re = \frac{2rv\rho}{\eta}$, kjer je v povprečna hitrost toka tekočine. Pri vrednosti Reynoldsovega števila pod 2000 je tok laminaren, med vrednostma 2000 in 3000 pa je tok nestabilen in prehaja iz laminarnega v turbulentnega [3, 4].

Enačbo za prostorninski tok iz praktičnih razlogov preoblikujemo v

$$\Phi_v = \frac{p}{\frac{8\eta l}{\pi r^4}}.$$

Vidimo, da je prostorninski tok sorazmeren s tlačno razliko p in obratno sorazmeren z izrazom $\frac{8\eta l}{\pi r^4}$.

Pri danih geometrijskih okoliščinah in pri izbrani tekočini je izraz $\frac{8\eta l}{\pi r^4}$ konstanten in ga bomo v nadaljevanju nadomestili s simbolom R_p ter imenovali pretočni upor.

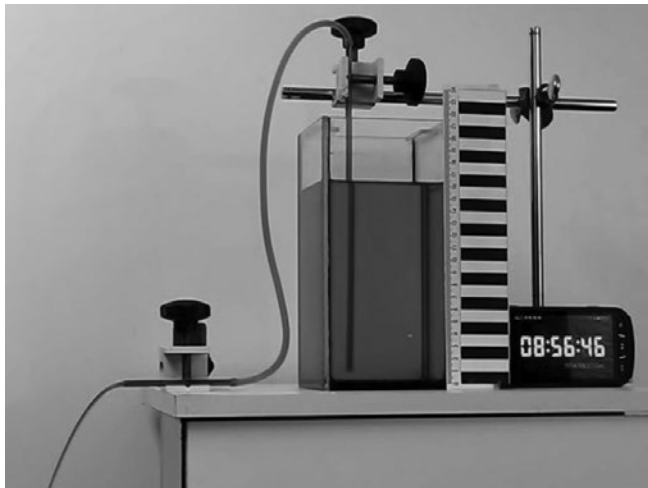
$$\Phi_v = \frac{p}{R_p}$$

Enačba spominja na Ohmov zakon pri električnih pojavih ($I = U/R$). Prostorninski tok Φ_v lahko primerjamo z električnim tokom, tlačno razliko p z napetostjo, izraz R_p pa z električnim uporom.

Zamislimo si eksperiment, kot ga prikazuje slika 1. V pokončni posodi prizmatične oblike z obarvano vodo je cevka, ki je v posodi potopljena skoraj do dna. Njeno ustje, kjer voda izteka, je v višini dna posode in je usmerjeno vodoravno. To nam omogoča, da na podlagi parabolične oblike iztekajočega curka kvalitativno ocenjujemo tudi hitrost iztekanja vode. Ob posodi sta postavljena merilo in digitalna ura.

Razmislimo najprej, kakšna je zveza med maso vode v posodi in hidrostatskim tlakom pri dnu posode. Kasneje bomo namreč upoštevali dejstvo, da je v našem primeru hidrostatski tlak pri dnu posode enak tlačni razliki, ki potiska vodo po nategi.

Naj bo notranja površina tlorisa posode S in višina vode v posodi h . Hidrostatski tlak pri dnu posode je $p = \rho gh$. Upoštevamo, da je masa vode $m = \rho Sh$ in zato tudi $m = \frac{S}{g} p$.



Slika 1: Fotografija postavitve eksperimenta za merjenje časovnega poteka nižanja gladine vode v posodi, ko se ta prazni preko natege.

Masa tekočine in tlak pri dnu posode sta sorazmerni količini, sorazmernostni faktor je kvocient S/g , ki ga lahko imenujemo masna kapaciteta posode in ki pove npr., koliko kilogramov tekočine moramo dotočiti ali odtočiti iz posode, da se tlak pri dnu spremeni za en paskal. Posode z večjo notranjo površino tlorisa S imajo večjo masno kapaciteto.

Sedaj ko smo definirali potrebne količine, sledi izpeljava časovnega poteka nižanja gladine vode v posodi.

Masni tok zapišemo kot hitrost manjšanja mase tekočine v posodi

$$\Phi_m = - \frac{dm}{dt} = \frac{d\left(\frac{S}{g}\right)p}{dt} = \frac{S}{g} \cdot \frac{dp}{dt}$$

Če upoštevamo, da je $\Phi_m = \rho \Phi_v = \frac{\rho p}{R_p}$, dobimo izraz

$$\frac{\rho p}{R_p} = - \frac{S}{g} \cdot \frac{dp}{dt}$$

Enačbo preuredimo in integriramo od začetnega tlaka pri dnu posode $p_0 = \rho g h_0$, kjer je h_0 začetna višina vode v posodi, do p , ter od časa $t = 0$ do t .

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = - \int_0^t \frac{\rho g}{R_p S} dt$$

Po integriranju dobimo $\ln \frac{p}{p_0} = - \frac{\rho g}{R_p S} t$ in po antilogaritmiranju $p = p_0 e^{-\frac{\rho g}{R_p S} t}$.

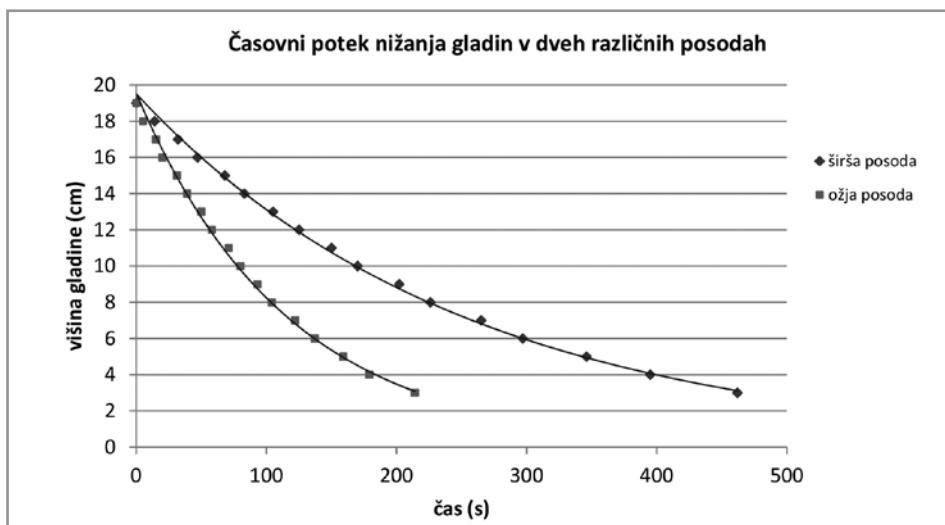
Upoštevajoč zvezo $p = \rho gh$ dobimo časovno odvisnost nižanja gladine tekočine v posodi, ki se prazni preko natege:

$$h = h_0 e^{-\frac{t}{R_p S / \rho g}}.$$

Nivo gladine s časom eksponentno pojenja. V imenovalcu potenčnega eksponenta je ulomek $\frac{R_p S}{\rho g}$, ki predstavlja relaksacijski čas τ . To je čas, v katerem se gladina tekočine v posodi spusti na $\frac{1}{e}$ začetne vrednosti.

EKSPERIMENT

Izvedli smo meritve z vodo z dvema različnima posodama: z ožjo posodo z manjšo notranjo tlorisno površino 44 cm^2 in s širšo posodo, tako, kot jo kaže slika 1, ki ima tlorisno površino 97 cm^2 . Dolžina cevke je bila $75,4 \text{ cm}$, njen notranji premer pa $3,7 \text{ mm}$. Merili smo časovni potek nižanja gladine od začetnega nivoja pri 19 cm do trenutka, ko je bila gladina 3 cm nad ustjem cevke. Beležili smo čase ob vsakem spustu gladine za 1 cm . Grafa obeh meritev sta prikazana na sliki 2.



Slika 2: Meritve časovnega poteka nižanja gladin v dveh različnih posodah kažejo razmeroma dobro ujemanje z eksponentnima trendnima krivuljama, ki sta narisani na podlagi merskih točk. V ožji posodi je nivo gladine pojema hitreje kot v širši.

Primerjava izračunanega relaksacijskega časa τ z izmerjenim oziroma ocenjenim časom na podlagi grafov in njihovih tangent na krivuljo skozi začetne točke (niso vrisane) kaže znatno razliko oz. odstopanje. V obeh primerih je bil izmerjeni relaksacijski čas za približno 50 % večji od izračunanega. To nakazuje, da je bila predpostavka, da je tok laminaren, nerealna. Povprečna hitrost toka tekočine je bila nekje na meji, ko laminarni tok prehaja v turbulentnega. Turbulentni tok povzroča namreč večji pretočni upor kot

laminarni, zato je v našem primeru voda iztekala počasneje, kot bi bilo to v primeru laminarnega toka.

Na podoben način, kot smo izpeljali enačbo, ki opisuje nižanje gladine, lahko pride-mo do enačbe, ki opisuje hitrost iztekanja tekočine, ki prav tako pojema eksponentno. To lahko opazimo med potekom opisanega eksperimenta po tem, da se oblika curka izteka-joče vode s časom spreminja. Domet curka se manjša in na koncu, ko je nivo gladine le še malo nad ustjem cevi, kjer voda izteka, ta le še kaplja iz cevi.

ZAKLJUČEK

Opisani eksperiment obravnava pojav, ki spada v skupino relaksacijskih fizikalnih pojavov, pri katerih je hitrost zmanjševanja neke fizikalne količine sorazmerna s to količino. V našem primeru je bilo zmanjšanje prostornine vode v posodi v časovni enoti (prostorninski tok) sorazmerno prostornini vode v posodi, ki je določena z višino gladine vode. Sorodne pojave srečamo na mnogih drugih področjih fizike oz. naravoslovja, kot so npr. praznjenje kondenzatorja preko upornika, ohlajanje teles zaradi toplotnega preva-janja, zmanjševanje energije dušeno nihajočih nihal, poje-manje energijskih tokov zaradi absorpcije v sredstvih ali poje-manje aktivnosti radioaktivnega preparata.

Pogled v zgodovino didaktike fizike razkriva nekdanje težnje, da naj bi za vse elek-trične pojave našli oz. izdelali analogni pojav ali eksperiment s področja mehanike, ki je ljudem in njihovim predstavam ter čutilom bližja. Tudi danes se radi, najbrž upravičeno, zatečemo k vodnemu krogu, ko obravnavamo električni krog. Predstavljeni eksperiment z natega lahko razumemo tudi kot korak v tej smeri, ki ga lahko uporabimo, ko obravna-vamo druge relaksacijske pojave.

Avtor se zaveda, da je učitelj fizike poleg izvajanja pouka obremenjen tudi z načr-tovanjem in izvajanjem eksperimentov, zato je pripravil video posnetke obeh opisanih eksperimentov in jih daje na voljo učiteljem. Predvidoma bodo dosegljivi na spletni strani revije Fizika v šoli ob povzetku članka. Učitelji lahko uporabijo video posnetke kot demon-stracijo pri izvedbi pouka ali pa tudi kot vir, ki omogoča tudi izvedbo meritev časovnega poteka nižanja gladine tekočine v posodah. Na posnetkih lahko namreč ves čas sledimo nivoju gladine in času.

VIRI:

- [1] Syphon, *Wikipedia*, <http://en.wikipedia.org/wiki/Siphon> (9. 5. 2014)
- [2] Hagen – *Poiseuille equation*, *Wikipedia*, http://en.wikipedia.org/wiki/Hagen%E2%80%93Poiseuille_equation (9. 5. 2014)
- [3] Natega, Projektno delo, Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani, http://projlab.fmf.uni-lj.si/arhiv/2010_11/naloge/izdelki/natega/teorija.html (9. 5. 2014)
- [4] J. Seliger, Skripta za Fiziko I: Mehanika, Viskoznost (str. 84). Spletna stran: <http://www.fmf.uni-lj.si/~seliger/mehanika.pdf> (9. 5. 2014)