Povratna informacija – pomemben element poučevanja

Silva Kmetič
silva.kmetic@guest.arnes.si

Povzetek

Predstavljen je pomen povratne informacije za poučevanje in nekateri od številnih dejavnikov, ki vplivajo na učinke pouka. Osredotočimo se na kakovost povratne informacije, ki izhaja iz natančne analize rezultatov, ki razkrije stopnjo znanja, način razmišljanja in dejanske vzroke za morebitne napake. Zato lahko učitelj presoja o nadaljnjih korakih in izostri usmeritev učencu tako, da si ta lahko ustvari in izoblikuje lastno znanje in izkušnjo. Omenimo tudi učiteljev vpliv prepričanj in odnosa do matematike, poučevanja in učenja.

Ključne besede: povratna informacija, učni trenutki, pojmovne zmote, analiza, prepričanja

Feedback – an Important Teaching Element

Abstract

The article focuses on the importance of feedback in teaching and some of the many factors affecting performance in class. The quality of feedback is discussed that is the product of a precise results analysis revealing knowledge level, way of thinking and actual causes of potential errors. This allows teachers to decide on the next steps and enhance learner-centered focus in a way that allows learners to create and develop their own knowledge and experience. The influence of the teacher's beliefs and attitudes to mathematics, teaching and learning is also presented.

Keywords: feedback, teachable moments, misconceptions, analysis, beliefs

Uvod

V preglednem prispevku o formativnem spremljanju pri matematiki (Sirnik, Suban, 2017) je predstavljena ideja poučevanja in učenja celostno ter po posameznih korakih. Ti naj bi pomagali učitelju pri načrtovanju učinkovite učne poti, ki se potrjuje s kakovostjo doseženega znanja.

Ponovili bomo nekatere definicije didaktičnih pojmov, da lahko bralec razume osnovne ideje, če jih morda še ni srečal. Opišimo pojem formativno spremljanje (vrednotenje, preverjanje). Beseda formativen pomeni izgrajevalen pouk, ker v tem procesu učitelj usmerja učenje tako, da učenec[1] oblikuje znanje, pridobiva izkušnje in napreduje. Učitelj in učenec sta partnersko in interaktivno povezana. *Učenje vpliva na poučevanje in obratno, torej (pred)znanje in izkušnje učenca ciklično vplivajo na poučevanje, to pa znova na učenje ...* Sprotna spremljava znanja, napredka, zmot in težav je povratna informacija učitelju in učencu. Učitelj kot strokovnjak krmari in usmerja s svojim poukom učenje razreda in posameznikov. Znak dobre interakcije je učiteljev odziv z drugačnim poukom in/ali ustrezno usmerjevalno povratno informacijo učencu. Osredotočeni bomo bolj na učitelja, na njegovo analizo znanja, odločanje ter krmarjenje pouka, z zavedanjem, da se učenje dogaja »v učencu«.

Če pričnemo s krogom petih ključnih korakov formativnega spremljanja (1. namen, cilji in kriteriji, 2. priprava, načrtovanje in izvajanje dejavnosti, 3. zbiranje podatkov in dokazil za povratno informacijo in vzročno odločanje, 4. vrstniško učenje, 5. samouravnavanje učenja, samopreverjanje), povejmo, da so značilni za premišljen pouk *in da je vsak od njih proces in ne le nekajkratno dejanje.* Formativno spremljanje je model pomoči za uzaveščanje in sistematiziranje poučevanja in učenja, kar vidimo v sistematičnosti korakov, prepletanju opazovanja, analiziranja, refleksij, dokazil in v interaktivnosti med učencem in učiteljem.

Ključna tema prispevka je povratna informacija kot pomemben parameter dobrega poučevanja in uspešnega učenja. Ker je poučevanje in učenje kompleksen proces, se bodo vpletali tudi nekateri drugi koraki »kroga formativno spremljanje«.

Za uspešno poučevanje[2] je pomemben tudi osebni odnos in osebno pojmovanje učitelja o matematiki, poučevanju in učenju,

1 Beseda opredeljuje učenca ali dijaka ne glede na spol.
2 Analogno velja za učenje.

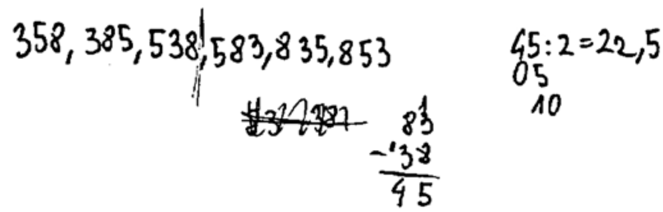
zato bomo namenili nekaj besed tudi temu. Pojmovanja so običajno nezavedni vzvodi naših odločitev, zato je koristno, da se jih poskušamo zavedati ter jih obvladovati in presegati pri odločanju o izvajanju pouka.

Znanje in prepričanja učitelja

Uspešnost izobraževanja je po izsledkih teoretikov odvisna od znanja učitelja, njegovih prepričanj o svoji stroki in poučevanju ter o njegovih šolskih izkušnjah (Askew in drugi, 1997: 22). Raziskovalki Lipovec in Antolin (Lipovec in Antolin, 2010) predstavita pojem matematične identitete kot vsoto posameznikovih prepričanj o svojih lastnostih/značilnostih (attributes) v povezavi z matematiko. Nadalje lahko preberemo, da je pomembno učiteljevo razumevanje vsebine njegovega predmeta in poznavanje pedagoške stroke. Razumevanje vsebine npr. vpliva na to, kaj poudarjamo pri pouku in katerim vsebinam posvetimo več časa in jih obravnavamo bolj poglobljeno. Ob ustreznem razumevanju pojmov učitelj lažje pripravi nabor dejavnosti, predvsem alternativnih, za učence, ki pojmov ali postopkov ne razumejo. Pedagoško znanje pa omogoča povezovanje strokovnih komponent, vsebine in didaktike, z vidika organizacije vsebin, s prilagajanjem potrebam in zmožnostim skupine ali posameznika. Na pedagoško prakso vplivajo tudi učiteljeva prepričanja (Ernest 1991, Askew 1997, Pehkonen in Furingheti 2002). Prepričanja so neke vrste nezavedno znanje posameznika in se nanašajo na vsebino, učenje in poučevanje. Torej vsak učitelj lahko gleda tudi na pomen matematike kot stroke drugače. Prepoznamo značilne pojmovne skupine, npr. platonisti, humanisti, formalisti … (več v Ernest, 1991), podobno velja za učenje in poučevanje (Požarnik, 2000). Učitelj je prepričan, da ve, kaj je najbolje za učenca, kako mu nekaj razložiti in kako naj se učenec uspešno uči. Na podlagi prepričanj lahko prevlada interpretacija napake učenca, npr. kot brezbrižnost, površnost, premalo dela ali pozornosti, zavzetosti za predmet … Mesto vzroka, lokus, je zunaj učitelja, torej poučevanja (teorija pripisovanja vzrokov). Razen tega si učitelj ustvari splošno mnenje o učencu in njegovem znanju, zato lahko na presojo vpliva tudi pisava, oblika, učitelj je lahko pod učinkom kontrasta, včasih prevlada prvi vtis … Če pa učitelj ravna sistematično in spremlja ter analizira dosežke otrok in zbira dokazila o znanju, bo morda spremenil ali dopolnil svoja prepričanja in odkril dejanske vzroke za neko stanje kot npr. napačne ali nepopolne pojmovne predstave ali celo za kognitivni konflikt, ki zavira pravilni nadaljnji razvoj pojma.

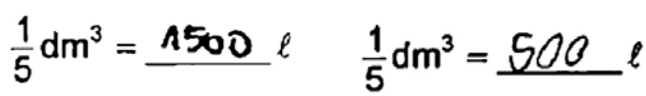
Primer zapisane asociacije v zvezi z matematiko:
Učenka je zapisala: rdeča barva. Možna interpretacija te nenavadne in nepričakovane asociacije je popravljanje napak z rdečo in sklep, da so izdelki učenke pogosto rdeči, torej polni napak ali pa asociacija signalizira strah pred napakami. Učenka je kasneje v pogovoru razložila, da je zapisala barvo zato, ker vsako novo temo pri matematiki zapiše z rdečo. Torej njena asociacija ni povezana s strahom in napakami, ampak je pozitivna ali vsaj nevtralna. Napačne oz. in nepreverjene interpretacije opaženega so lahko ovira pri učiteljevi podpori v procesu učenja.

Primera pojmovnih napak in razkrivanje vzrokov za napačno usvojenost:
Posamezni učenci presenetijo s konstrukcijo napačnih ali nepopolnih pojmovnih predstav (sliki 1 in 2). Ob takšni ugotovitvi se učitelj, ki napako pripiše premalo učenju, odziva drugače kot tisti, ki poskuša najti vzrok v učenčevi kognitivni strukturi znanja. V primeru na sliki 1 gre za popačen priklic, ki je posledica predelave pojma in zapomnitve mediane brez razumevanja. Morda manjka tudi korak presoje rezultata (Ali je lahko mediana manjša od vsakega števila v naboru podatkov?).



Slika 1: Mediana (22,5) kot polovična razlika osrednjih dveh števil. (Naloga 8d, NPZ 2017 za 9. razred)

V primeru na sliki 2 učenca nimata predstave o količinah 1 dm^3 in 1 l, zato sta merski števili 1500 in 500 povsem nesmiselni. Morda je predstavo o merskih enotah porušil pojem ulomka ali instrumentalna zapomnitev »pretvarjanja« ali bolje izražanja količin z različnimi merskimi enotami.



Slika 2: Učenec nima predstave o količinah 1 dm^3 in 1 l. (Naloga 2f, NPZ 2017 za 9. razred)

Za opisane primere pojmovnih napak ne izhajajo vzroki iz ciljev ali kriterija, napačne predstave je ustvaril posamezni učenec v spletu učnih okoliščin.

Novi in stari pojmi

Novi pojmi naj bi izhajali iz predhodnih pojmov oz. se povezali s predhodnim znanjem in izkušnjami učenca, zato je pomembno sistematično preverjanje pojmovnih predstav pred nadaljnjim razvojem navezujočih se pojmov, posebej kompleksnejših, ki jih razvijamo daljše obdobje. Pri tem se ne sme pozabiti na intuitivne (neformalno ustvarjene) pojmovne predstave in intuitivne procedure, ki jih mora učenec povezati in nadgraditi v vse bolj abstrakten matematični pojem. Ko preverjamo usvojenost in razumevanje pojmov, dobimo v istem razredu različne razlage učencev, kljub temu da so vsi izvajali iste dejavnosti pod vodstvom svojega učitelja[3]. Ko učenci formirajo pojmovno predstavo, so nekatere ustrezne, nekateri učenci pa ustvarijo napačne ali nepopolne. Pojmovna predstava se lahko iz leta v leto razvija in bogati, lahko pa se tudi popači oz. neustrezno preoblikuje. Ne smemo tudi pozabiti, da se pojmi z istim imenom pojavljajo tudi v matematiki, pri drugih strokah in v realnem življenju. Izbrana beseda lahko opredeljuje isti pojem na različnih področjih in v

3 Zgodi se, da se učitelji ukvarjajo z osebno odgovornostjo za različnost, napačnost ali nepopolnost pojmovnih shem, čeprav gre za povsem običajen individualni spoznavni pojav.

različnih kontekstih, nekatere pa določajo različne pojme. V preglednici 1 je zbranih nekaj primerov. Učencu se lahko zgodi, da ne bo ustrezno »pojmovno prehajal« med isto poimenovanimi pojmi glede na kontekst ali področje obravnave.

Preglednica 1: Različni pomeni istih besed

Matematika	Življenje
Obseg lika	Obseg glave, pasu, dolžina ograje, dolžina meje …
Računamo v obsegu števil do 100 s pomenom 'računamo s števili do 100'	Obseg učne snovi, knjige … Območje obsega, npr. 2 ha gozda
Obseg kot algebrska struktura (naravna in cela števila niso obseg, kar pomeni, da obstaja inverzni element)	
Ploščina	Obseg parcele, zemljišča, gozda, občine …
Poltrak	Trak, okrasni, zelen, dolg, kratek, širok …

Vrnimo se k predznanju, ki ga lahko delimo na formalno in neformalno. Formalno je pričakovano znanje po učnem načrtu in letni pripravi učitelja, neformalno pa je pridobljeno na osnovi izkušenj iz življenja izven šole. Nekateri ga imenujejo tudi intuitivno. Beseda za pojem obseg se pogosto uporablja v življenju in na drugih strokovnih področjih. V preglednici 1 se v nekaterih primerih izkušnja z obsegom dobro povezuje z matematičnim pojmom, v drugih pa ne. Zato je zelo pomembno vsaj za ključne pojme preverjati, kaj vse se skriva za določeno besedo v pojmovnih predstavah učencev. Za primer neformalno pridobljenega znanja navedimo npr. pojem črta, iz katerega v šolski matematiki izpeljemo pojem premica. Črta je po izkušnjah otrok rdeča ali zelena, debela, tanka, kratka, dolga, prekinjena, črtkana, pikčasta, ukrivljena[4], ravna, lomljena … v učbenikih za 5. razred pa npr. »neomejeno dolgo rastoča daljica«, neomejena ravna črta ... Za ilustracijo navedimo še besedo za geometrijski pojem kot, ki ga učenci poznajo kot kot v sobi, dosojeni kot pri nogometu, mrtvi kot pri upravljanju vozila in kot primerjalni veznik. Tudi kombinacija številk na ključavnici ni matematični pojem kombinacija. Torej novo naj bi izhajalo iz dejanskega formalnega in neformalnega znanja, kar preverimo v ustreznem *učnem trenutku*.

Učni trenutki

Učni trenutek (teachable moment) opredelimo kot istočasen ali takojšnji odziv na učenčev odgovor. Odziv je lahko komentar ali predlog, vprašanje ali dejavnost, ki se nanaša na učenčev odgovor, z namenom, da ga učenec dopolni, spremeni oz. izboljša razumevanje pojma, kar pomeni poveže s predhodnimi pojmi, primerja, enači, abstrahira in ločuje (Muir, 2008: 79). Primeren učni trenutek je trenutek, ko bo učenec pridobil za učenje največ. Učni trenutek[5] je nenačrtovana učna situacija, v kateri lahko učenec izboljša razumevanje pojma. Torej so učni trenutki del učnega procesa, ki jih izkoristi učitelj v sprotni interakciji z učenci. Raziskave (Askew in drugi, 1997; Muir 2008) so pokazale viden napredek v kakovosti znanja pri učencih učiteljev, ki so zaznali učne trenutke in se odzvali z ustreznimi dejavnostmi, napotki in vprašanji za učenca(e).

Lahko pa učitelj poskuša učne trenutke sprožiti načrtovano, predvsem v učnih situacijah, kjer lahko predvidevamo kognitivne konflikte (Kmetič, 2013). Nekatere že poznane učne trenutke lahko izzovemo z ustrezno učno situacijo za razred ali posameznega učenca.

Kako lahko še ustvarimo učni trenutek?

Preverjanje predznanja je situacija, v kateri bodo nastala različna izhodišča za učne trenutke v fazi, ko da učitelj učencu povratno informacijo takoj ali pa kasneje v ustrezni obliki.

Ob tem razložimo še razliko med *ugotavljanjem in aktiviranjem predznanja*. V procesu učenja je pomembno ugotavljanja predznanja. To je ugotavljanje znanja (bistvenih pojmov in postopkov), torej pojmov, ki so potrebni za nadaljnjo izgradnjo pojmov. Ugotovljeno predznanje je namenjeno načrtovanju zapolnitve vrzeli v znanju razreda ali posameznih učencev. Aktiviranje predznanja pa je del motivacije ali mobilizacija pojmov in veščin, ki pomembno vpliva na dosegljivost morda 'oddaljenih' ali 'odloženih' pojmov. Aktiviranje predznanja se običajno izvede neposredno pred vpeljavo novega pojma, ugotavljanje predznanja pa mora biti časovno načrtovano tako, da učenci lahko zapolnijo vrzeli oz. rekonstruirajo napačne pojme sami ali z napotki učitelja.

Povratna informacija in sporočanje

Bistvo povratne informacije je vedenje o znanju učencev, predvsem za učitelja in nato za učenca. Povratna informacija razkrije učitelju in učencu, kaj zna in česa ne ter razkrije razloge, zakaj je učenec storil napako. Sporočilo ali bolje učni napotek pa učenca usmeri, da sam ali s podporo in usmerjanjem učitelja pravilno 'pregradi' ali 'dogradi' pojem oz. svoje veščine reševanja. Učitelj se na ugotovljeno znanje odzove s pripravo in organizacijo učnih dejavnosti za razred ali za posameznika, z vprašanji ali sporočili kot so napotki za učenje. Sporočanje učencem ima tudi motivacijsko vlogo. Če je učitelj ugotovil primanjkljaje v znanju večine učencev, se dejavnosti pripravijo za razred. To pomeni učne ure, v katerih se dopolnjujejo neustrezno ali pomanjkljivo usvojeni pojmi. Če pa gre za raznolike posamezne primanjkljaje, lahko učitelj vključi učence tako, da jim sporoča o doseženem znanju in/ali jih usmerja v nadaljnje učenje individualno. V primerih velikih pojmovnih primanjkljajev je treba organizirati individualne ali diferencirane dejavnosti. Usmeritve naj ne bi bile površinske, splošne ali receptualne (v obliki »recepta«), ampak naj

4 Pogosteje kriva črta. Mlajši otroci, ki poosebljajo stvari in pojme lahko razumejo kot biti slab, napačen …

5 Pojem učni trenutek se povezuje s fizikom Robertom Havighurstom (Human Development and Education, 1952), ki se je ukvarjal z izobraževanjem.

bi spodbujale razmišljanje (Wiliam, 2013). Nekateri pri povratni informaciji izhajajo iz ciljev in kriterijev (Primeri v preglednici 2). Takšna povratna informacija je površinska (instrumentalna), ker ne izhaja iz poglobljene analize znanja in se ne odziva na morebitne kognitivne primanjkljaje. *Cilji in kriteriji so pomemben del za načrtovanje pouka in učenja matematike.* Procesa poučevanja in predvsem učenja sta tako zapletena, da se znanja ne more evalvirati samo na osnovi seznama ciljev, včasih samo iz učnega načrta, in kriterijev, ki morda niti ne izhajajo iz premišljeno izbrane taksonomije (Marzan, Bloom, SOLO, van Hiele …) in so konkretizirani na vsebinski sklop ter razvojno stopnjo učencev.

Dosežene točke, ki so tradicionalna povratna informacija, lahko povedo stopnjo dosežka na neki merilni lestvici, analiza posameznih izdelkov pa razkrije več že v primeru, če samo ločimo izvedbene od strukturnih oz. pojmovnih napak.

Problem povratne informacije je tudi lahko v učiteljevi predpostavki, da se učenec zaveda, da ne zna, predvsem pa, da ne razume. Ko gre za napačne ali nepopolne pojmovne predstave, se lahko zgodi, da povratna informacija ne bo učinkovita, ker v dani okoliščini učenec ni uzavestil pomanjkljivosti svojega razmišljanja. Drugače je v primeru 'površinskih', torej slučajnih ali izvedbenih napak.

Primer:

Izračunaj: 138°32′ – 69°48′ = ____________.

Preverjani cilj po učnem načrtu: *pretvarjajo* večimenske kotne enote v istoimenske in obratno ter *računajo z njimi* (Naloga 2d, NPZ 2017, 9. razred, dosežek 15 %). Preverjani cilj glede na nalogo: Zna odštevati večimenske kotne meritve.

Iz nedoseženega cilja izhaja naslednja povratna informacija: *ne znaš računati z merami kotov, če so enote večimenske*. Za primere napak v preglednici 2 je ta informacija presplošna in ne moremo pričakovati, da se bodo vsi neuspešni učenci na podlagi tega sporočila naučili računati z njimi, kaj šele, da jih takšno sporočilo motivira za učenje.

Na primeru tridesetih učencev je bil prvi napačen rezultat v preglednici 2 najpogostejši. Izziv za učitelja (državo) je ugotoviti, zakaj so učenci v tako velikem odstotku 'pozabili', da je pretvornik med stopinjami in minutami 60. Ali je razlog časovni odmik uporabe pojma oz. postopka ali pa kognitivni konflikt, ker v primeru merjenja kotov ni pričakovanega 'desetiškega vzorca'? Ali morda ni splošnega razumevanja mestno vrednostnega zapisa števil, ki pa je v tem primeru specifičen[6].

Merjenje s kotnimi enotami lahko razumemo, lahko pa si zapomnimo pretvarjanje in računanje na instrumentalni ravni. O tem bo premislil učitelj in njegova odločitev je morda odvisna tudi od posameznega učenca. Učenec strategijo »večje minus manjše« lahko uporablja sistematično in ne samo v prikazanem primeru. Zato je za končno presojo potrebno nadaljnje diagnosticiranje. Zadnja napaka je slučajna, računska, torej ni povezana z deklariranim ciljem. Učenca pa lahko spodbudimo, da »pretvarja obratno«, število minut v število stopinj in število minut, torej nalogo

Preglednica 2: Tri napake: pojmovna, proceduralna, nepopolna proceduralna, morda izvedbena napaka

Primeri z napakami, 9. razred		Opis napake
138°32' – 69°48' = 68°84' 138°32' – 69°48' = 105°84' 138 32 – 32,1,48 105°84'	N1 N2	Učenca računata v desetiškem sistemu, v drugem primeru je prisotna še slučajna napaka pri prepisu.
138°32' – 69°48' = 68°16'	N3	Uporabljena strategija odštevanja 'večje minus manjše'.
138°32' – 69°48' = 4224' 8312' – 4188' 8312 – 4188 4224 422,4 : 60 = 70,4 240 138 · 60 8280 + 32 8312 69 · 60 4140 + 48 4188	N4	Slučajna izvedbena napaka v odštevanju. Razume bistvo zapisa kotnih mer, ne zna zapisati desetiškega merskega števila s šestdesetiškim.[7]

6 V okviru iste merske enote je desetiški, v »prehodih« med enotami pa je šestdesetiški odnos.

7 Primanjkljaj je izkazan kot posledica izbire postopka. Samo v tem primeru vidimo, da učenec ne zna zanesljivo pretvarjati enoimenskih enot v večimenske. Cilj v učnem načrtu doda še uporabo računala (pretvarja večimenske kotne enote v istoimenske in obratno ter računa z njimi (tudi z uporabo žepnega računala)).

dokonča, ali pa izvede odštevanje merskih števil še na drugačen način.

S temi primeri smo želeli ilustrirati, kako pomembni sta za uspešno učenje kvalitativna analiza rezultatov in strokovna presoja učitelja o nadaljnjih korakih učenja.

O posamezni povratni informaciji razpravljamo drugače, ko vidimo napako in poznamo učenca. Za nekatere učence je morda tudi ob pojmovni zmoti dovolj samo namig, če ga je učenec sposoben sprejemati in predelati. Poglejmo si nekaj možnosti za primere v preglednici 3.

Povratna informacija oz. usmeritve in dejavnosti za učenje so uspešnejše, če izhajajo iz dejanskega in ne pričakovanega oz. privzetega znanja učenca in niso usmerjeni v osebo ampak v nalogo. Učinkoviti odzivi učitelja sporočajo učencu, ne samo kaj je treba znati, ampak tudi kako oz. ga usmerijo v razmišljanje.

Učinkovita povratna informacija učenca usmeri v učenje, ki mu omogoči, da sam razvije oz. dopolni razumevanje pojma ali postopka. Če učitelj pove posameznemu učencu preveč, lahko to pomeni najmanj dvoje: učenca prikrajša za možnost, da sam na svoj način poveže in dogradi pojmovno predstavo, razvije strategijo, ugotovi in dojame napako, ali drugo, da je preprosto učiteljevih informacij preveč, da bi jih učenec lahko razumel, to pomeni sledil, povezoval, izgrajeval …

Pri kompleksnejših pojmovnih napakah je treba cikel odpravljanja primanjkljajev na osnovi zbranih dokazil večkrat ponoviti in načrtovati dejavnosti skozi daljše obdobje, jih izvajati in kontinuirano spremljati.

Primer: Obseg in ploščina lika

Obseg in ploščina lika se izgrajujeta postopoma, od merjenja realnih objektov in modelov, do razvoja in uporabe formul.

Z različnimi zaprtimi in odprtimi vprašanji smo ugotavljali razumevanje pojmov obseg in ploščina. V eksperiment je bilo vključenih 122 učencev od 6. do 9. razreda z različnih šol. Ugotovili smo, da sta najpogostejša prototipa obeh pojmov računska operacija in formula. Za obseg je prototip seštevanje, za ploščino pa množenje. Prototipa likov pa sta pravokotnik in kvadrat. Vsi prevladujoči prototipi se pojavljajo v vseh razredih od 6. do 9. Rezultat analize izdelkov je dal izhodišče za nadaljnjo obravnavo teh pojmov v vsakem od razredov.

Zbrane ugotovitve (dokazila) o znanju in težavah otrok po analizi so učitelju kažipot, po katerem lahko argumentirano načrtuje in hkrati tudi sledi napredku učenca.

Na začetku 6. razreda smo v večini razredov ugotovili, da pojem ploščine ni usvojen glede na cilje učnega načrta v 5. razredu, natančneje, usvojen je napačno oz. redko nepopolno, npr. zgolj kot pravilna ali celo napačna formula. Pravilno reproducirane formule, ki ni cilj 5. razreda, učenci na začetku 6. razreda ne razumejo. Učitelji teh razredov morajo razvijati pojem ploščine od začetka in kar je še težje, odpravljati napačne predstave. Torej učenci znajo meriti dolžine in obseg in izračunati obseg. Nato ob smiselni motivaciji zastavimo vprašanje, kako bi izmerili ploskev in kaj sploh pomeni meriti ploskev. Učitelj se mora zavedati, da ne more graditi novih zaključkov na predpostavkah o pričakovanem znanju, ampak na dejanskem znanju.

Preglednica 3: Primeri sporočanja učitelja – povratna informacija z napotki in namigi

Sporočila	Značilnosti sporočila
Tega še ne znaš dobro.	Splošna, šibka povratna informacija, praviloma ne motivira. Primerna za vse 4 napake.
Ne znaš odštevati večimenskih enot.	Ne vključuje vzroka, sporočilo izhaja iz cilja in zgolj iz napačnega rezultata. Napaka morda ni značilna samo za računanje z večimenskimi kotnimi enotami. Primerna za vse 4 napake.
Upoštevaj, da je 1° = 60'	Namig lahko zadošča, če je napaka slučajna. Primerna za napaki N1 in N2.
Izračunaj: 32 – 48, 132 – 48, 432 – 48, 1° – 48', 1°32' – 48'	Diagnostična in morda usmerjevalna za napako 'večje minus manjše'. Primerna za napaki N3.
Poglej merjenje kotov v zvezku in v učbeniku …	Usmerjevalna, vendar splošna, v določenem primeru lahko ustrezna. Primerna za vse 4 napake.
Oceni rezultat	Usmerjevalna za rezultat N2.
Oceni rezultat in poišči računsko napako. Zapiši deljenje kot deljenje z ostankom. Izračunaj na 2 načina in primerjaj ekonomičnost računanja …	Računsko je naloga po tretjem postopku zahtevna, ker je količnik periodična decimalna številka. Za lažji izračun števila minut je bolje deljenje zapisati kot 4124 : 60 = 4080 : 60 + 44 : 60 = 68 + 44 : 60 Primerna za napaki N4.

8 Med merjenjem obsega in računanjem obsega (z uporabo formule) je večji razvojni razkorak zaradi pojma podatki, ki lik določajo, in posplošitve podatkov v spremenljivke.

Vrnimo se k pojmu obseg lika. Učenec naj bi imel pravilno predstavo o pojmu, kar vključuje razumevanje pojma, zna razložiti, kaj je obseg, ga zna izmeriti, oceniti in izračunati, npr. z uporabo formule, ki jo prav tako razume[8] oz. jo zna sam izpeljati. Navedimo še primer razumevanja pojma obseg učenca 5. razreda. Razumevanje izraža s svojo »notranjo predelavo« pojma: *Obseg lika je, da zložiš vse stranice v ravno črto in izmeriš, koliko je dolga.*

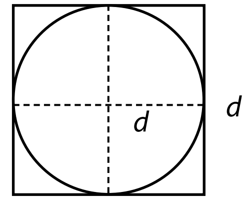
Pri razpravljanju o povratni informaciji bomo najprej izhajali iz kriterijev. Predpostavimo, da smo skupaj z učenci zapisali kriterije za različno kakovost znanja (od reprodukcije do uporabe v novih situacijah, matematičnih in realnih ter razreševanja zaprtih problemov v povezavi s pojmom obseg do raziskovanja odprtih problemov, v katerih nastopa pojem obseg).

Izberimo najtežji vidik vsakega znanja, razumevanja pojma: razume pojem obseg lika.

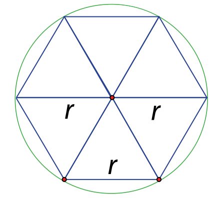
Razumevanje je težko opredeliti in ga preveriti. Nanizajmo nekaj možnosti:
- Loči pojma obseg in ploščina.
- Zna izmeriti, oceniti in izračunati obseg poljubnega realnega objekta ali modela ne glede na obliko.
- Zna izbrati in izmeriti ali izračunati podatke:
  - ki objekt določajo,
  - da lahko z njimi izračunajo obseg.
- Zna razložiti ali utemeljiti za izbrano situacijo uporabo pojma obseg.
- Se zaveda, da je za dani lik obseg enolično določen, obratno pa vedno ne velja.
- Se zaveda, da lahko imajo liki z enako ploščino različne obsege, tudi če gre za enako geometrijsko obliko.

Ena od dejavnosti[9] za razvoj oz. za preverjanje razumevanja bi lahko bila:
- Premisli, ali trditve veljajo vedno, včasih ali nikoli. Svoje odločitve utemelji.
- Krog s polmerom 5 cm ima obseg 10 π cm.
- Obseg 20 π cm ima krog s premerom 20 cm.
- Obseg kroga s premerom 8 cm je manjši od 32 cm in večji od 24 cm.
- Obseg 16 cm ima samo en pravokotnik.
- Obseg paralelogramov je dvakratnik dolžin sosednjih stranic.
- Dolžine stranic paralelogramov so cela števila. Obseg paralelogramov je sodo število.
- Če povečam dolžno stranice kvadrata za 1 enoto, se obseg poveča za 2 enoti.
- Če zmanjšam polmer za 1 enoto, se obseg zmanjša za približno 2 enoti.

V zvezi z razumevanjem, npr. formule za obseg kroga in konstante π, navedimo nekaj odgovorov, ki opredelijo pomen tega števila na različnih taksonomskih ravneh.

- V zmnožku (premem sorazmerju) $k \cdot d$, ki opredeljuje odvisnost obsega od premera kroga, je $k < 4$, ker je obseg krogu očrtanega kvadrata 4 d, če je d stranica kvadrata.
- 

Slika 3



Slika 4
- V zmnožku (premem sorazmerju) $k \cdot d$, ki opredeljuje odvisnost obsega od premera kroga, je $k > 3$, ker je obseg krogu včrtanega pravilnega šestkotnika s stranico r enak: $o = 6 \cdot r = 3 \cdot 2r = 3 \cdot d$.
- π je konstanta (število) v formulah za obseg in ploščino kroga.
- π je približno 3,14 ali 22/7.
- π je razmerje med obsegom (o) in premerom kroga (d).
- π je konstanta v premem sorazmerju $o = \pi \cdot d$.

S formulacijo ciljev in kriterijev izkazujemo, kako razumemo matematiko, ali kot nabor pravil in postopkov ali kot miselni proces, v katerem ustvarjamo nekaj novega. Za ustvarjanje in uporabo pojmov in postopkov v novih situacijah je poleg poznavanja dejstev in izvajalske rutine ter zanesljivosti pomembno tudi razumevanje pojmov in postopkov. Posledično so vprašanja, s katerimi preverjamo cilje, kriteriji in povratna informacija učitelja na različnih nivojih: prvi na instrumentalnem (preverja površinsko, prevladujejo dejstva in postopki), drugi na produktivnem (globinskem, povezovanje, miselni procesi) nivoju.

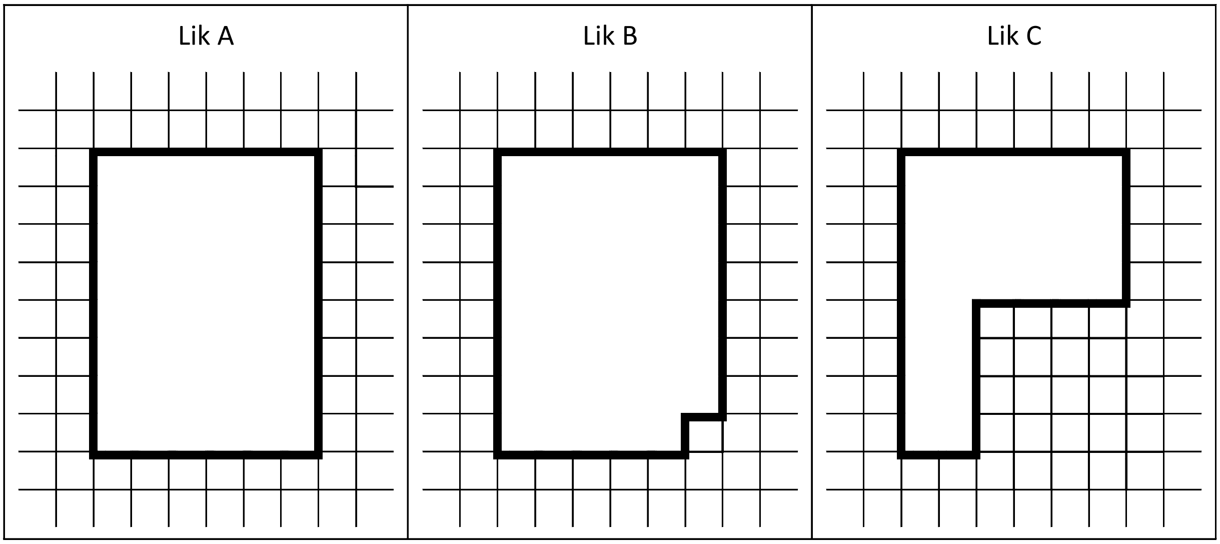
Preglednica 4: Katera znanja vzpodbujajo sporočila?

Sporočila	Značilnosti sporočila
Pravilno uporabljaš obrazec za računanje obsega kroga.	Povratna informacija kot pohvala oz. pozitivna ugotovitev.
Pri zapisu obrazca in enot si premalo natančen.	Natančnost ali kaj drugega?
Bodi natančnejši pri branju besedila.	Ali je razlog za napako branje besedila? Morda vključeni pojmi?
Pri reševanju besedilnih nalog si pomagaj s skico.	Ali lahko skica pomaga pri vsaki besedilni nalogi?
Dobro si usvojil postopke računanja ploščine in obsega kroga.	Povratna informacija kot pohvala oz. pozitivna ugotovitev. Ali je nastala na podlagi raznolikih primerov?

Vprašanja in napotki za učinkovito povratno informacijo

Dobra povratna informacija izhaja tudi iz *kakovosti vprašanj*. Odgovori na vprašanja dajejo vpogled v znanje in razumevanje

9 Dejavnosti za razvoj ali preverjanje razumevanja postavljajo učenca v novo situacijo, ki spodbuja povezovanje pojmov, sklepanje, razmišljanje … Vsaka ponovljena dejavnost ali vprašanje je že situacija reprodukcije znanja.



Kaj lahko sklepaš o obsegih likov? Razloži!
(Senekovič J. Interno gradivo ZRSŠ, 2015)

Slika 5

učencev ter odkrivajo vzroke za ugotovljeno stanje. Nadaljujmo ob primerih povezanih s pojmom obseg.

Omenili smo že, da smo ugotovili prototipe za lik in za ploščino ter obseg lika. Prototipa formula in računska operacija ne kažeta na razumevanje pojmov ploščina in obseg. V nadaljnji razpravi z učitelji smo predvidevali, da učenci bolje razumejo obseg kot ploščino. Pri analizi primera (Slika 5) se je pokazalo, da je bila naša predpostavka napačna.

Nekaj primerov razlag pravilne ugotovitve[10] o obsegih treh danih likov na sliki 5:

Razlaga 1: Ker tako izgleda, ne glede na površino in ker je vsota dolžin stranic po mojem enaka.
Razlaga 2: … ker jih črta obsega po isti dolžini in širini. Vendar so samo oblikovani drugače.
Razlaga 3: Imajo enako dolge vse stranice (tako sem ocenil).
Razlaga 4: … ker imajo enako dolžino stranic.
Razlaga 5: … ker je kot samo zamaknjen in obrnjen navznoter, tako ostane obseg enak.
Razlaga 6: … ker liki ne spreminjajo svoje lege levo ali desno.
Razlaga 7: … ker imajo vsi enaki vsaj dve stranici.
Razlaga 8: … ker imajo enake dolžine pri stranici A in B.
Razlaga 9: ... ker je enaka razdalja stranic samo drugače razporejena.

Kako so učenci utemeljevali svoje nepravilne ugotovitve:

Preglednica 5: Napačne in pomanjkljive trditve

Transkripcija razlag	Interpretacija napačnih in pomanjkljivih trditev
Razlaga 1: … ker ima vsak lik drugačne dolžine stranic.	Ve, da je obseg vsota dolžin stranic, ne vidi pa, da transformacija likov ohranja skupno dolžino stranic.
Razlaga 2: Obsegi se večajo. Lik C ima največji obseg. Razlaga 10: Obseg lika A je največji. Obseg lika C pa najmanjši. Razlaga 6: Vsak bo drugačni ker so različni liki.	Ne vidimo, ali učenci vedo, kaj je obseg lika. Ne moremo sklepati, zakaj učenec tako sklepa. Učenec nima izkušnje, da imajo lahko različni liki enak obseg. Potrebno je dodatno vprašanje oz. ustrezna dejavnost.
Razlaga 3: Večji kvadrat večji obseg. Ker je kvadrat večji in s tem posledično pokrije več kvadratkov ima večji obseg, ker so njegove stranice večje od stranic drugih, manjših kvadratov. Razlaga 4: Večji kot je lik večji obseg ima. Razlaga 7: Manj kvadratkov obsega ploščina lika, manjši je lik.	Ne vidimo, ali učenec ve, kaj je obseg lika. Pogosta nepopolna povezava med pojmi velikost, ploščina, obseg, površina, prostornina. Kaj je 'velikost lika'? Velikost pravilnih likov je odvisna od enega podatka, zato je treba zgodnje primerjanje modelov likov dopolniti. Večji glede na ploščino ali obseg? Kaj je večji pravokotnik? Razlaga 7 ne odgovori na vprašanje. Ali učenec zamenjuje oz. enači pojma obseg in ploščina? Ne vemo, ali šteje kvadratke na 'meji' ali po notranjosti lika.

10 Transkripcija odgovorov je brez lekture.

Transkripcija razlag	Interpretacija napačnih in pomanjkljivih trditev
Razlaga 8: Lika A in B imata najdaljši obseg, ker obsegata največ kvadratkov. Lik C pa ima najmanjši obseg, ker obsega manj kvadratkov. Razlaga 9: Zato ker obsegi niso enaki zaradi površine, ki jo imajo.	Verjetno šteje kvadratke po notranjosti lika. Obseg povezuje s ploščino/površino, torej območjem pokrivanja.
Razlaga 5: Tretji lik ima največji obseg, ker ima največ stranic. Sklepamo, da večstranski kot je lik večji obseg ima. Razlaga 11: Da ima lik C največji obseg, lik A pa najmanjši. To mislim zato, ker ima lik C največ in najdaljše stranice, lik A pa ima najmanj stranic.	Obseg lika je odvisen od števila stranic. Več kot je stranic, večji je obseg. Razlaga 11 vključi tudi dolžino stranic, vendar z nepravilno ugotovitvijo.

Povzemimo karakteristike zmot in nepopolnih ter napačnih predstav.

Najprej vidimo, da smo 11 izjav razporedili v 5 skupin (Preglednica 5). Iz zapisanih zmot izhajajo različne aktivnosti oziroma vprašanja za vsako skupino. Šele ustrezna učiteljeva povratna informacija (izbira vprašanja ali aktivnosti) zagotavlja, da bo učenec rekonstruiral svojo zmoto in ponovno pravilno pregradil pojem, ki ga bo lahko zanesljivo uporabljal in nadgrajeval.

Prepričanje, da imajo učenci manj težav z obsegom kot s ploščino, smo ovrgli z numerično in predvsem s kvalitativno analizo[11] odgovorov.

Numerični rezultat je pomemben, ker kaže, da smo se v napovedi kljub izkušnjam zmotili. Od 23 odgovorov poljubno izbranega osmega razreda je bilo 10 pravilnih, torej manj kot polovica. Če proučujemo razlage učencev, ugotovimo podobno kot ugotavlja NPZ za utemeljevanje[12]. Analiza razlag pokaže, da je morda pravilnih odgovorov še manj. Povsem mogoče je, da je med pravilnimi odgovori kateri posledica napačnih sklepov, zato bi bilo potrebno nadaljnje preverjanje pojma obseg vsaj še v primerih razlag 6, 7, 8 in 9. Terminološko in pomensko nenatančne razlage, kot npr. 3, 4, 5 pa spodbudimo, da jih učenci spopolnijo.

Zavedamo se, da bi drugačno vprašanje dalo celo v isti skupini učencev tudi drugačen numerični rezultat: Če pa gledamo kakovost pojmovnega vidika, je ugotovitve analize odgovorov treba upoštevati pri nadaljnji obravnavi obeh pojmov.

Ker je v praksi težko povsem individualizirati pouk, je treba najti optimalen pristop k reševanju ugotovljene situacije. V prvem koraku[13] ***ne opredelimo pravilnih odgovorov, torej tudi ignoriramo nepravilne*** in nadaljujemo s ciklom dejavnosti, ki dajo učencem možnost ponovnega premisleka. Tako lahko odgovore dopolnijo ali spremenijo.

Primera možnosti:

- Učenci naj se ponovno prepričajo o svojih stališčih ob isti sliki (Slika 5) z merjenjem in računanjem.
- Ponudimo slike likov (Slika 5) na vidni mreži. Lahko tudi spremenimo ali dopolnimo vprašanje. Npr.: Najprej izračunaj (ali izmeri) obsege in nato odgovori na vprašanje. Kaj lahko sklepaš o obsegih likov. Razloži.

Učitelj opazuje dejavnosti in beleži svoje ugotovitve. Opazovanje osredotoči glede na ugotovitve v 1. koraku. O nadaljnjih korakih se odloči po ponovnem pregledu rezultatov. Pomembno je, da učenci ubesedijo svoje sklepanje, saj je to poleg pravilnega rezultata morda edini[14] način, ki nam kaže morebitne pojmovne zmote.

Ker o povratni informaciji v prispevku razpravljamo na osnovi opazovanja pisnih izdelkov, se moramo zavedati, da so lahko učiteljeve povratne informacije, ki učence pozna, bolj izostrene. Po drugi strani pa lahko temeljijo na napačnih predpostavkah ali na privzetih nezavednih stališčih o znanju in zmožnostih učenca. V procesu pouka so številne možnosti, da učenca vprašamo, kako je razmišljal, tudi v primeru, ko smo prepričani, da vemo.

V nadaljevanju bomo razpravljali o vplivu točkovnika na numerično povratno informacijo in sporočilo o vsebinskih dosežkih (znanju).

Točkovanje korakov reševanja kot implicitna povratna informacija

Po številnih evalvacijah navodil za vrednotenje (NPZ točkovnikov in točkovanj pisnih preizkusov učiteljev) vidimo, da vsaj

11 Poenostavljeni model kognitivnega laboratorija, ki lahko ob skrbni izvedbi razkrije kvalitativni del problema v podporo empiričnim ugotovitvam.

12 O utemeljevanju učencev ne bomo podrobno razpravljali. Povejmo pa, da se v okviru NPZ vsako leto znova potrjuje, da izkazujejo učenci nizke rezultate. Tudi v primerih, ko se da slutiti pravilno sklepanje učenca, so odgovori pojmovno, semantično ali terminološko pomanjkljivi. V našem primeru naj bi učenci svoj odgovor razložili.

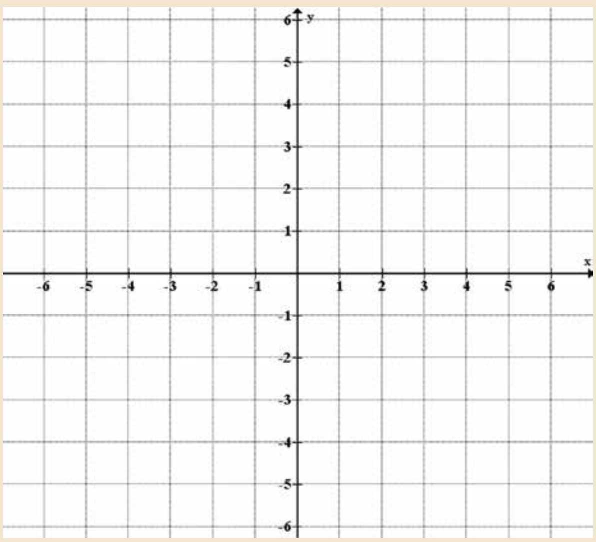
13 Izvorno vprašanje J. Senekoviča se nagiba k bolj odprtim vprašanjem, ker sklepanje ni usmerjeno. Zato je zahtevana razlaga. Glede na predlagano nadaljevanje aktivnosti pa gre za sondirno vprašanje, ki je ustvarilo pogoje za razredni učni trenutek. Zaprto vprašanje bi bilo, npr. Primerjaj obsege likov. Svojo ugotovitev razloži.

14 Pisanje razlag in utemeljitev pri matematiki daje učitelju vpogled v razmišljanje otrok. Ob pisanju, ki upočasni in poglobi razmišljanje, imajo učenci čas, da razmislijo in razvijejo ter nadgradijo svoja spoznanja.

toliko kot vpliva na kakovost in povednost povratne informacije vprašanje (naloga), vpliva tudi točkovnik (Senekovič, 2012).

Primer

Izračunaj ploščino lika, ki ga premici $y = x + 2$ in $y = -x + 6$ omejujeta s koordinatnima osema v I. kvadrantu.



Predstavimo tri točkovnike. Dva sta narejena po analitični poti in eden po holistični. Maksimalno število točk je 4. Analitična pot temelji na predvidenih poteh reševanja in rezultatih. Prvi točkovnik analitične poti točkovanja je namenoma podrobnejši, da se zavemo številnih možnosti razmišljanja in sklepanja. Holistična pot je celostno zasledovanje ciljev, ki jih naloga nedvoumno preverja.

Varianta 1 (analitična metoda)

1. Nariše premici. (1 t)
   - Premici nariše »na pamet«.
   - Premici nariše na osnovi preglednice.
2. Osenči lik ali zapiše oglišča lika z imenovanjem oglišč na sliki ((0, 0), (6, 0), (2, 4), (0, 2)) ali posredno z računanjem ploščine sporoča poznavanje lika. (1 t)
3. Poišče presečno točko (2, 4). (1 t)
   - Pridobi grafično
     1) Ne preverja s slike odčitane rešitve in pravilno uporabi podatke s slike.
     2) S sklepom o lastnostih koordinat skupne točke premic preverja odčitani koordinati. Izračuna $(2, y_1)$ in $(2, y_2)$
        a) Sklep zapiše.
        b) Sklepa ne zapiše.
   - Z reševanjem sistema enačb
     1) Sklep zapiše.
     2) Sklepa ne zapiše.
4. Ploščino ugotovi z uporabo formul (vsaj 2 možnosti) ali s štetjem kvadratkov. (1 t)

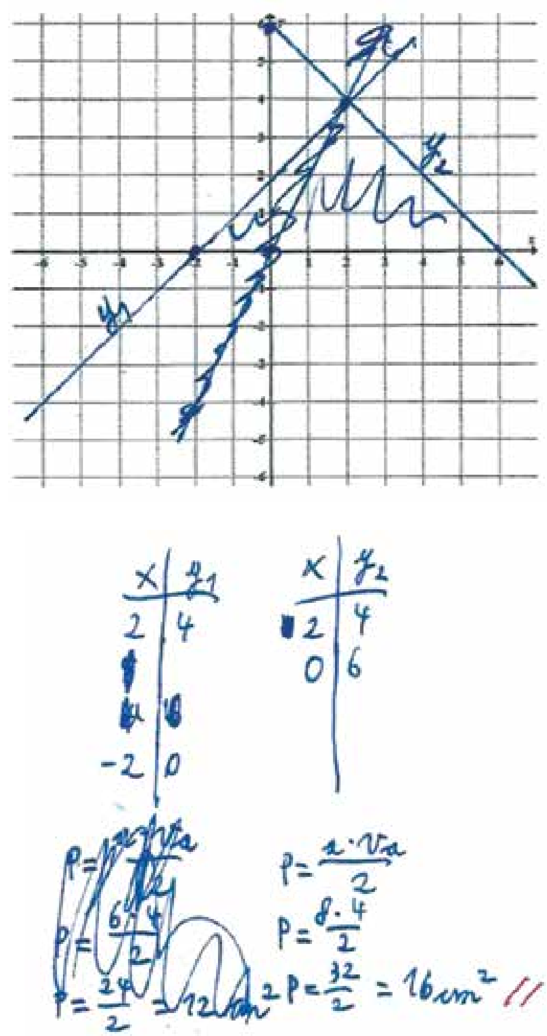
Varianta 2 (analitična metoda)

1. Nariše premici. (2 t)
2. Ploščino ugotovi z uporabo formul ali s štetjem kvadratkov.
   a) pravilen postopek (1 t)
   b) pravilen rezultat (1 t)

Varianta 3 (holistična metoda)

1. Kompleksno nalogo razgradi. (3 t)
   - slika premic
   - označi lik
   - izračuna ploščino lika
2. Izvajanje načrtovanih korakov. (1 t)
   - brez napak
   - z napakami

Rešitev in točkovanje



Slika 6: Primer reševanja.

Točke po varianti 1

1. Nariše premici. (1/1 t)
2. Osenči lik ali zapiše oglišča lika z imenovanjem oglišč na sliki ali posredno z računanjem ploščine sporoča poznavanje lika. (0/1 t)

3. Poišče presečno točko. (1/1 t)
4. Ploščino ugotovi z uporabo formul ali s štetjem. (0/1 t)

Opomba: Po tem točkovniku je učencu 2-krat odšteta 1 točka za isto napako, ker je pravilno računanje ploščine posledica pravilnega senčenja lika. Slednjega pa ne more izkazati, če ne najde ustreznega lika.

Zaključek: Glede na točkovnik variante 1 ali 2 dobimo **2 točki**. Kaj sporočata javnosti in kaj učencu? Javnost običajno ne vidi točkovnika, zato rezultat pokaže, da učenec tovrstnega problema ne zna rešiti oz. ga reši delno. Učenec je samo obveščen o načinu točkovanja, zato če ni usmerjen v popravo svoje naloge z izostritvijo napak, morda napake, ki jo je storil, sploh ne uzavesti.[15]

Opisno: Učenec zna nalogo razgraditi, ima razvito ***zmožnost samokontrole izvajanja*** (ugotovi napako pri branju podatkov ali pri risanju grafa ene od premic), razume problem, zna narisati premici, pozna pojem ploščine, pozna formulo za ploščino trikotnika, zna povezati pojma višina trikotnika in ordinata oglišča trikotnika, preveri, da je presečna točka skupna obema premicama.

Pri reševanju te naloge učenec ne izkazuje, da zna izračunati ploščino sestavljenega lika, ker ga je v procesu reševanja nepravilno osenčil glede na dano besedilo.

Zaključek: Glede na opisno holistično oceno bi dodelili reševani nalogi **3 točke** ter ustrezno usmerili učenca pri ponovnem reševanju naloge.

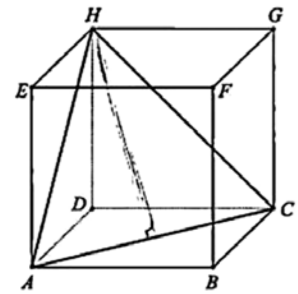
Točke po varianti 3

1. Kompleksno nalogo razgradi. (2/3 t)
   - **slika premic**
   - ***označi lik po besedilu (delno)***
   - ***izračuna ploščina lika (delno)***
2. Izvajanje načrtovanih korakov. (1/1 t)
   - **brez napak**
   - z napakami

Ležeče v točki 1 je posledica iste napake, vendar se ne da ugotoviti računanja ploščine sestavljenega lika. Pri zapisanem točkovniku je treba paziti, da se točke za isti cilj ne podvajajo, tako dane kot nedane. Točko pod 2 učenec **prejme**, ker je glede na njegovo razumevanje naloge postopek reševanja pravilen. Iz zapisanega vidimo, da učenec zna več kot izkazujejo točke in da je verjetno neizkazano znanje posledica izvedbene napake.

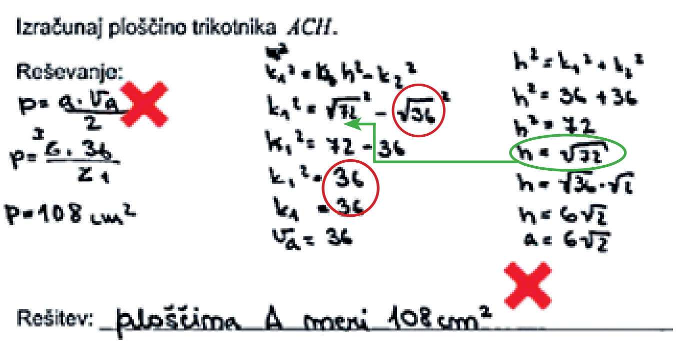
Za kompleksne naloge je primerna holistična metoda ocenjevanja, s katero smo osredotočeni na prioritetni cilj naloge: zna rešiti kompleksno nalogo. Učenec ga izkazuje z zmožnostjo razgradnje na sestavne dele, s poznavanjem potrebnih pojmov, s povezovanjem pojmov (sklepanjem), izvajalno spretnostjo in zanesljivostjo …

Podobno je z nalogo 7d (del strukturirane naloge 7, NPZ za 9. razred, 2015). Dana je dolžina roba kocke ($d(AB) = 6$ cm) in skica trikotnika ACH (Slika 7). Izračunaj ploščino trikotnika ACH.

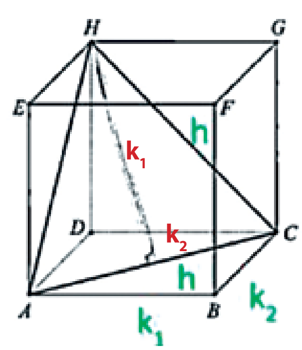


Slika 7: Učenec je dodal višino trikotnika ACH.

Nalogo je v celotni slovenski populaciji devetošolcev rešilo zgolj 9 % učencev. Pričakovali bi malo višji odstotek. Kje je razlog? Premajhno število podobnih nalog – lik, ki ni v ravnini lista papirja, ali težave s prostorsko predstavo? Učenec (Slika 7) ni prepoznal trikotnika kot enakostraničnega, zato je imel več miselnega in računskega dela. Morda se ni spomnil formule za ploščino enakostraničnega trikotnika, ki pa je navedena na reševalni poti. Po proučevanju računskega postopka in dekodiranju uporabljenih oznak (Sliki 8, 9) spoznamo, da je postopek pravilen, narejeni sta pa dve izvajalni računski oz. algebrski napaki ($k_2 = h/2, \left(\frac{s}{2}\right)^2 \neq \frac{s^2}{2}$ oz. $\left(\frac{\sqrt{72}}{2}\right)^2 \neq \frac{72}{2}$ s podatki ter nerealizirano korenjenje). Postopek reševanja res ni eleganten (enostaven in kratek), je pa po korakih pravilen. Učenec pri tej nalogi dosega zapisani cilj, česar točkovanje ne potrdi in niti ne predvideva, ker izhaja iz vmesnih in končnih rezultatov, ki pa so napačni. Učenec ne uporablja v procesu reševanja kontrolnih veščin. Na napako pri računanju kaže že prvi dobljeni rezultat (nalogo rešuje ‚s konca', zato na videz zapisuje postopek z desne proti levi: $a = 6\sqrt{2}$.



Slika 8



Slika 9: Ob dopolnjeni skici z imeni lažje sledimo sklepanju učenca.

15 V tem primeru ne vidimo vzroka za napako, ki jo je učenec popravil sam. Morda je 'končna' napaka nastala zaradi popravljanja prve napake, po kateri učenec ni ponovno bral besedila naloge …

Pomembno je, da učitelj in učenec odkrijeta dejanski vzrok za izgubo točk in ga odpravita.

Na podlagi navodil za vrednotenje NPZ[16] je predvidena točka za ustrezno strategijo računanja ploščine in točka za pravilen rezultat s pripisom, da lahko sledi iz napačno izračunanega rezultata za dolžino AC. Glede na popravne znake in dosežek 0 točk je povratna informacija šibka. Če predelamo navodila v seznam dveh ciljev ali kriterijev, prav tako ne dobimo povratne informacije o dejanski težavi učenca, ki ni zanesljiv pri izvajanju računskih operacij s potencami ni koreni. Torej izvor obeh napak ni ne geometrijski, ne metrični, ampak specifično računski.

Nekaj možnih učiteljevih odzivov.

Prvi primer napotkov učencu:
1. Poišči napake in jih opiši ter odpravi.
2. Zakaj sta rezultata 36 cm in 108 cm^2 nemogoča?

Drugi primer napotkov učencu:
1. Poišči napake in jih opiši ter odpravi.
2. Na skici označi izračunane elemente.
3. Zakaj sta rezultata 36 cm in 108 cm^2 nemogoča?
4. Namig, če učenec ne najde napake: $\left(\frac{s}{2}\right)^2 \neq \frac{s^2}{2}$.
5. Poenostavi postopek reševanja oz. izračunaj drugače.

Primer simuliranega učnega trenutka za kritično presojo rezultatov:

> Stranica enakostraničnega trikotnika meri 5 cm. Sošolka Tina je izračunala višino tega trikotnika in dobila rezultat 5,25 cm, sošolec Aleš pa 6 cm. Ali je kateri od rezultatov pravilen? Odgovor utemelji s premislekom (brez računanja).

Naloga z napačno rešitvijo je primer učnega trenutka za osmišljanje vsaj dveh korakov v procesu reševanja: pred reševanjem razmisli, ali lahko oceniš rezultat, in ob vsakem rezultatu razmisli o njegovi smiselnosti.

Ob reševanju te naloge lahko tudi utemeljimo priporočilo o dopolnjevanju elementov skice s smiselno vpeljanimi imeni. Tako lažje sledi reševanju učenca popravljalec, ki mu je izdelek namenjen, in tudi učenec, ko rešuje ali se čez čas vrne k svojemu postopku.

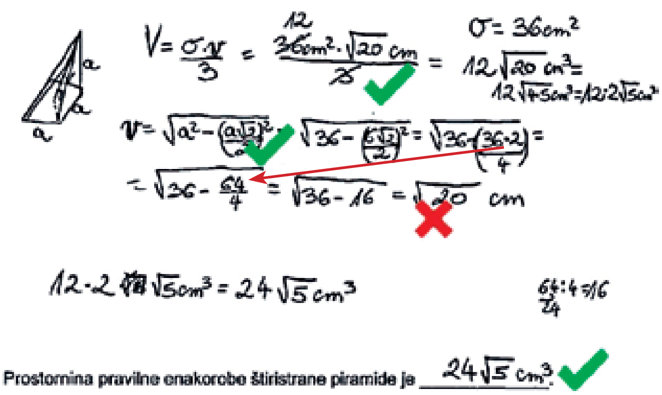
V naslednjem primeru ilustriramo napačen rezultat naloge 7b, ki ga težko zaznamo z oceno.

Kocka ima površino 216 cm^2. Obseg osnovne ploskve kocke je enak obsegu osnovne ploskve pravilne enakorobe štiristrane piramide.

a) Izračunaj dolžino roba pravilne enakorobe štiristrane piramide.
b) Izračunaj prostornino pravilne enakorobe štiristrane piramide.

(Naloga 7, NPZ 2017, 9. razred)

Računska napaka (Slika 10) bistveno ne vpliva na sprejemljivost rezultata, zato učenec težko presoja pravilnost z oceno ali napovedjo rezultata. V tem primeru odpovedo tudi »kontrolne« strategije, ker je razlika med pravilnim in napačnim rezultatom na mestu desetin – torej majhna glede na enoto ($v = 2\sqrt{5}$ cm $\approx$ 4,24 cm namesto $v = 3\sqrt{2}$ cm $\approx$ 4,47 cm) v vmesnem rezultatu postopka. Končni rezultat se zaradi množenja razlikuje na mestu enic, napaka je za 3 cm^3 pri rezultatu približno 50 cm^3.



Slika 10: Puščica nakazuje napako v množenju.

Interpretacija dosežka učenca na osnovi cilja ali navodil za vrednotenje, ki je neke vrste kriterij, (izračunana višina piramide ($3\sqrt{2}$ oziroma ustrezen približek)[17] ali natančneje, izračuna višino piramide z uporabo Pitagorovega izreka) je napačna, saj s postopkom učenec izkazuje preverjano znanje, je pa storil slučajno, izvajalno napako, ki je tokrat ni mogel kontrolirati glede na predvideni rezultat. Še več, učenec je pokazal, da je sposoben »transformacije situacij« v kompleksni nalogi, saj je pravilno prehajal med podatki za kocko (površina) in pravilno enakorobo štiristrano piramido preko enakosti obsegov osnovne ploskve enega telesa na osnovno ploskev drugega telesa, za katerega tudi zna izračunati prostornino. Koraki točkovnika izhajajo samo iz rezultatov in ne iz procesa razmišljanja in dejanskega znanja povezanega z bistvenimi cilji naloge. Nabor točk se oblikuje na napakah vseh vrst, kar pa natančno ne opredeli ne znanja in ne težav, zato je vsaj na nivoju posameznega razreda treba ugotoviti dejanske težave in v primerih kompleksnih ali problemskih nalog preiti na holistični opis znanja.

Zaključek

> V prispevku razpravljamo o poučevanju in učenju, osredinjeni na pomen povratne informacije učitelju in učencu. Predstavimo, kako pomembni sta za uspešno poučevanje in učenje natančna analiza rezultatov in strokovna presoja učitelja o nadaljnjih korakih učenja. Zbrane ugotovitve (dokazila) o znanju in težavah otrok po analizi so učitelju kažipot, po katerem lahko argumentirano načrtuje in hkrati tudi sledi napredku učenca.

16 https://www.ric.si/mma/N151-401-3-2/2015061611140453/ (29. 5. 2018)
17 https://www.ric.si/mma/N171-401-3-2/2017061613542119/ (29. 5. 2018)

Ob tem pa se je treba zavedati:

- Napačne oz. in nepreverjene interpretacije opaženega so lahko ovira pri učiteljevi podpori v procesu učenja.
- Kakovostna povratna informacija je koristna ne glede na to, ali je »pozitivna« ali »negativna«, in učinkovitejša, če ni osredotočena na osebo, ampak na nalogo oz. na vzrok, iz katerega izhaja težava.
- Novo znanje mora izhajati iz dejanskega znanja in ne iz predpostavk o pričakovanem znanju.
- Pričakovano znanje lahko temelji na nezavedno privzetih stališčih o znanju in zmožnostih učenca.
- V procesu pouka so številne možnosti, da učenca vprašamo, kako je razmišljal, kar storimo tudi v primeru, ko smo prepričani, da vemo.
- Izkazano znanje je odvisno od vrste in kakovosti vprašanj.
- Vprašanja, naloge oz. učne situacije, cilji in kriteriji so odvisni od učiteljevih prepričanj, odnosa in pojmovanja, kaj je matematika, poučevanje in učenje.
- Če povratna informacija poudarja instrumentalne cilje (dejstva in postopke), lahko ovira »globoko« učenje.
- Analiza odgovorov in iskanje vzrokov za učne primanjkljaje so ključni za učne trenutke, načrtovane ali naključne, in so pomemben element procesa »povratne informacije«.
- Preverjanje predznanja moramo opraviti pravočasno, da lahko načrtujemo dejavnosti za odpravo primanjkljajev. Ugotavljanja predznanja ne smemo zamenjati z aktiviranjem dosegljivosti potrebnih pojmov, kar običajno naredi učitelj v uri, ko pojem uvaja.
- Povratno informacijo je treba izostriti, da bo učenec v svojih nadaljnjih prizadevanjih vlagal napore v pravi smeri.
- Učitelj presodi, kdaj je mogoče, da je učenec ob usmeritvah učitelja samostojen, kdaj pa je potrebna njegova podpora.
- Zavedati se je treba, da numerični podatek, točke ali odstotek, ne pomenijo vedno, da učenec ne zna, ampak da je na poti do rezultata naredil kakšno napako, ki je morda slučajna.
- Na interpretacijo dosežkov iz točk vpliva tudi načrt vrednotenja in način točkovanja.
- Za vsakega učitelja je izziv, da pri vrednotenju izdelkov učencev preide z analitične na holistično presojo znanja. ■

Viri

Askew, M. idr. (1997). *Effective teachers of numeracy*. London: School of education. http://musicmathsmagic.com/page4/files/EffectiveTeachersofNumeracy.pdf (22. 7. 2017).

Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. Routledge Palmer.

Frobisher, L. (1999). Primary School Children's Knowledge of Odd and Even Numbers V Orton A. (ur.) *Pattern in the Teaching and Learning of mathematicss*, str. 31–48, Cassel London&New York.

Furinghetti, F., Pehkonen, E. (2002). Rethinking Characterizations of Beliefs. V G. C. Leder, E.

Pehkonen in G. Törner (ur.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (str.

39–58). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Kmetič, S. (2014). Predvidevanje in odkrivanje učnih težav pri matematiki. V: Žakelj, A. (ur.). *Učne težave pri matematiki in slovenščini - izziv za učitelje in učence: zbornik prispevkov konference*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo, str. 77–97, http://www.zrss.si/pdf/UTMIS-zbornik-prispevkov-2014.pdf. (18. 5. 2018).

Lipovec, A., Antolin, D. (2013). Slovenian Pre-service Teachers' Prototype Biography, *Journal Teaching Higher Education, 19*(2), str. 183–193.

Marentič Požarnik, B. (2000). *Psihologija učenja in pouka*. Ljubljana: DZS.

Muir, T. (2008). Principles of Practice and Teacher Actions: Influences on Effective Teaching of Numeracy, *Mathematics Education Research Journal 2008, 20*(3), str. 78–101, *http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ836443.pdf (22. 7. 2017).*

Miholič T. (2014). Evolucija neke metode, str. 141–150 V Kmetič, S. *KUPM 2014: zbornik prispevkov* Ljubljana: Zavod RS za šolstvo, 2015. http://www.zrss.si/pdf/zbornik-prispevkov-kupm2014.pdf. (18. 5. 2018).

NPZ: *Matematika Preizkus znanja za 9. razred* (2015): https://www.ric.si/mma/N151-401-3-1/2015061611140169/ (2. 6. 2018).

NPZ: *Matematika Preizkus znanja za 9. razred* (2017): https://www.ric.si/mma/N171-401-3-1/2017061613542079/ (2. 6. 2018).

Senekovič, J. (2012). Točkovnik in dosežki merjenja znanja, str. 343–350, Zbornik prispevkov 1. mednarodna Konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2012, Maribor, dostop: http://www.zrss.si/pdf/zbornikprispevkovkupm2012.pdf (18. 5. 2018).

Senekovič, J. (2016). Interno gradivo projektne skupine Formativno spremljanje.

Sirnik, M., Suban, M. (2017): Pomen formativnega spremljanja pri učenju in poučevanju matematike, *Matematika v šoli*, *23*(1), str. 2–10. Ljubljana: Zavor RS za šolstvo.

Wiliam, D. (2013). Vloga formativnega vrednotenja v učinkovitih učnih okoljih, str. 123–142 V: Dumont, H., Istance, D., Benavides, F. (ur.). *O naravi učenja, uporaba raziskav za navdih prakse.* Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.