Acta agriculturae slovenica, 83 - 2, november 2004 str. 341 - 352

Agrovoc descriptors: statistical methods, methods, experimentation, design, testing, education, agriculture, biology

Agris category code: U10, A01

COBISS koda 1.02

Osnove analize kovariance

Katarina KOŠMELJ[1]

Delo je prispelo 30. julija 2004; sprejeto 15. oktobra 2004
Received July 30, 2004; accepted October 15, 2004

POVZETEK

V članku predstavljamo osnove analize kovariance, standardne statistične metodologije, ki je v našem biološkem in tehniškem okolju premalo poznana.

Ključne besede: analiza variance, analiza kovariance, prilagojena povprečja

ABSTRACT

BASIS OF ANALYSIS OF COVARIANCE

The paper presents the basis for analysis of covariance, a standard statistical methodology which could be used more often in our biological and technical setting.

Key words: analysis of variance, analysis of covariance, adjusted means

1. MOTEČE SPREMENLJIVKE IN PRILAGOJENA POVPREČJA

Poglejmo primer, kjer bi bilo smiselno uporabiti analizo kovariance. Sadjarji uporabljajo določene postopke za redčenje plodičev. Namen poskusa je preučevati vpliv izbranih postopkov (to so obravnavanja) na število plodov na drevesu, to je preučevana lastnost (Y). Poskus izvedejo v bločni zasnovi. Drevesa znotraj blokov so izenačena glede rastnih pogojev (lege, kakovosti tal), lahko pa se razlikujejo v številu socvetij, kar tudi vpliva na končno število plodov na drevo. Če bi bilo neko obravnavanje aplicirano na drevesih z nizkim številom socvetij, bi to dejstvo zaznamovalo pripadajoče obravnavanje in bi bilo povprečje za število plodov jeseni pri tem obravnavanju podcenjeno. Podobna lastnost, ki tudi vpliva na končni pridelek oz. število plodov, je npr. bujnost drevesa, ki jo najlažje ocenimo z meritvijo obsega debla.

Lastnosti, ki opisujejo stanje pred poskusom in nimajo povezave z obravnavanji, iz vidika poskusne zasnove pa 'motijo' relacijo med obravnavanji in preučevano lastnostjo, imenujemo **moteče spremenljivke** (sospremenljivke, kovariable). Podatke

[1] red. prof., dr. znan., SI-1111 Ljubljana, Jamnikarjeva 101, p.p 2995

o njihovih vrednostih je smiselno vključiti v statistično analizo, sicer so zaključki lahko pristranski.

V nadaljevanju se bomo omejili le na eno motečo spremenljivko *X*, ki je številska. Poglejmo si enostaven izmišljen primer (Tabela 1, Slika 1a). Primerjati želimo obravnavanji A in B glede na izid *Y*. Za vsako obravnavanje imamo po 5 podatkov, njuni povprečji in standardna odklona sta skoraj enaka ($\bar{y}_A$=50,0; $\bar{y}_B$=50,2; s_A=2,8; s_B=2,8). Upoštevajmo, da je *Y* linearno odvisen od *X* in da so vrednosti za *X* pri obravnavanju A bistveno nižje kot pri obravnavanju B (Slika 1b). Vrednosti moteče spremenljivke *X* pri obravnavanju A so med 17 in 22, povprečje je 20,1; vrednosti moteče spremenljivke *X* za obravnavanje B pa med 23 in 27, povprečje je 25,2.

Tabela 1. Podatki in osnovne statistike (povprečje, standardni odklon, prilagojeno povprečje)
Table 1. Data and descriptive statistics (mean, standard deviation, adjusted mean)

Obravnavanje Treatment	*Y*	*X*	Obravnavanje Treatment	*Y*	*X*
A	49,4	19,8	B	47,4	23,4
A	50,5	20,1	B	52,6	26,7
A	52,4	21,8	B	53,5	27,1
A	45,6	17,3	B	49,5	24,9
A	52,2	21,4	B	47,8	23,9
Povprečje Mean	**50,02**	20,08	Povprečje Mean	**50,16**	25,20
St. odklon St.deviation	2,76	1,77	St. odklon St.deviation	2,77	1,65
Prilagojeno povprečje Adjusted mean	**54,14**		Prilagojeno povprečje Adjusted mean	**46,04**	

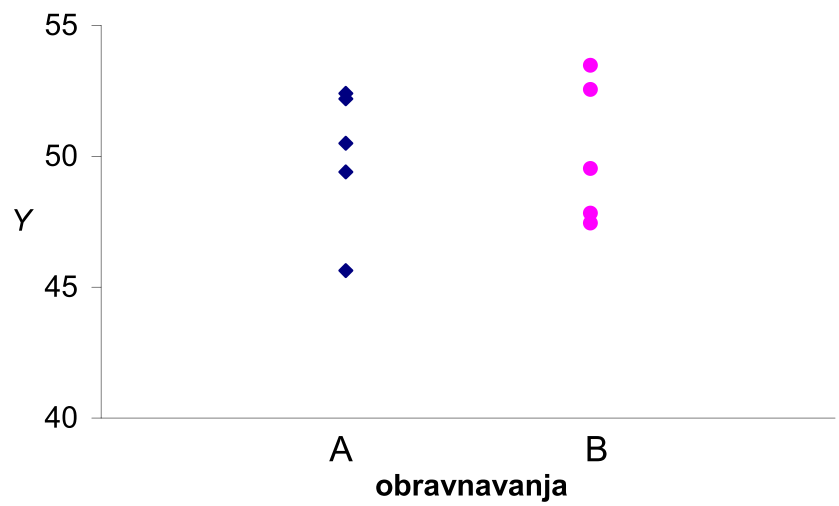
Da dobimo relevantno primerjavo obravnavanj A in B, moramo povprečji za A in B 'prilagoditi' na isto vrednost za *X* in primerjati t.i. prilagojeni povprečji $\bar{y}_{A(X)}$ in $\bar{y}_{B(X)}$. **Prilagojeno povprečje za določeno obravnavanje je povprečna vrednost, ki bi veljala, če bi bila vrednost za *X* pri obeh obravnavanjih enaka vrednosti** x_0. Vrednost x_0, na katero prilagajamo, je poljubna, saj je ne glede na njeno izbiro razlika $\bar{y}_{A(X)} - \bar{y}_{B(X)}$ enaka; običajno pa izberemo globalno povprečje $\bar{x}$, to je povprečje vseh vrednosti neodvisne spremenljivke *X*.

Izračun prilagojenega povprečja temelji na predpostavki, da sta premici za obravnavanji A in B vzporedni (če ta predpostavka ni veljavna, je predstavljeno prilagajanje neustrezno). Izračun prilagojenih povprečij lahko predstavimo grafično (Slika 1b). Povprečje za *Y* pri določenem obravnavanju spremenimo za vpliv sospremenljivke *X* na *Y* ob upoštevanju povprečja moteče spremenljivke pri tem obravnavanju; za vrednost moteče spremenljivke x_0 pa izberemo poljubno vrednost:

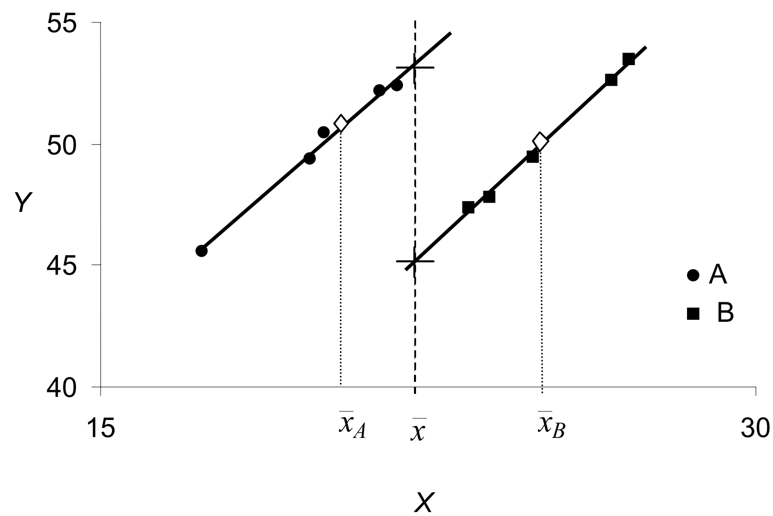
$$\bar{y}_{A(X)} = \bar{y}_A - b(\bar{x}_A - x_0) \qquad \bar{y}_{B(X)} = \bar{y}_B - b(\bar{x}_B - x_0) \tag{1}$$

Za naše podatke je naklonski kot premice enak 1,611; ta rezultat je iz regresijske analize in temelji na statistični ugotovitvi, da smemo šteti premici za vzporedni, za vrednost x_0 pa smo upoštevali globalno povprečje $\bar{x}$ =22,64. Prilagojeno povprečje za obravnavanje A je 54,1; za obravnavanje B pa 46,0. Upoštevanje sospremenljivke je povzročilo, da je prilagojeno povprečje za A višje, za B pa nižje od izhodiščnega povprečja.

a)



b)



Slika 1. a) Podatki za preučevano spremenljivko Y za obravnavanji A in B.
b) Relacija med X in Y. 'Kara' predstavlja izhodiščno povprečje, 'križec' pa prilagojeno povprečje.Vrednost, na katero sta povprečji prilagojeni, je $\bar{x}$ =22,64.

Figure 1. a) Data for Y for treatments A and B.
b) Dependence of Y on X. Diamonds represent the original means, crosses the adjusted means. The adjustment was made on the value $\bar{x}$ =22,64.

2. ANALIZA KOVARIANCE

2.1 Model za analizo kovariance

Zapišimo najprej model analize variance za enosmerno analizo variance (ANOVA):

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$$

Indeks i, $i = 1,2,\ldots K$, označuje obravnavanje, indeks j, $j = 1,2,\ldots n$ označuje ponovitev. (Zaradi enostavnosti bomo predpostavili, da je število ponovitev po vseh obravnavanjih enako). Naj bo N skupno število enot v poskusu. Izid pri j-ti ponovitvi i-tega obravnavanja je vsota treh členov: splošne ravni izida μ, vpliva obravnavanja $\alpha_i = \mu_i - \mu$ (vpliv fiksnega dejavnika) in slučajnega vpliva ε_{ij}. Model je veljaven, če so ostanki ε med seboj neodvisni in porazdeljeni po normalni porazdelitvi $N(0,\sigma)$.

Model analize variance z upoštevanjem sospremenljivke X **(model analize kovariance ANCOVA)** je nadgradnja modela analize variance:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta \cdot (X_{ij} - \mu_x) + \varepsilon_{ij} \tag{2}$$

Dodatni člen $\beta \cdot (X_{ij} - \mu_x)$ opisuje vpliv sospremenljivke X na Y, β je regresijski koeficient, neodvisna spremenljivka X pa je zmanjšana za pripadajoče povprečje μ_x. Model (2) je mešanica analize variance in enostavne linearne regresije, saj ga lahko zapišemo na dva načina:

$$Y_{ij} - \beta \cdot (X_{ij} - \mu_x) = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$$
$$Y_{ij} - \alpha_i = \mu + \beta \cdot (X_{ij} - \mu_x) + \varepsilon_{ij}$$

Predpostavke, ki morajo veljati, da lahko uporabimo ANCOVA, so relativno zahtevne. Poleg predpostavk, ki jih ima ANOVA za Y, so še naslednje:

- Obravnavanja ne vplivajo na X.
- Zveza med X in Y je linearna.
- Naklonski kot premice je pri vseh obravnavanjih enak.

2.2 Izračuni

Izračuni so sestavljeni iz treh delov: ANOVA za Y, enostavne linearne regresije in ANOVA za X.

Tabela 2. Oznake za vsote kvadriranih odklonov in vsote produktov, ki so potrebni za izračun analize kovariance.
Table 2. Notation for the sum of squares and products used in analysis of covariance.

Vir variabilnosti Source of variation	Stopinje prostosti Degrees of freedom	ANOVA za *Y* ANOVA for *Y* [1]	Regresija Regression [2]	ANOVA za *X* ANOVA for *X* [3]
Obravnavanja Treatments	$K-1$	T_{YY}	T_{XY}	T_{XX}
Ostanek Residual	SP_{ost}	O_{YY}	O_{XY}	O_{XX}
Skupaj Total	$N-1$	VKO_{YY}	VKO_{XY}	VKO_{XX}

Iz ANOVA za Y (glej [1] v Tabeli 2) izračunamo oceno variance za Y, če sospremenljivke ne upoštevamo:

$$s^2 = O_{YY} / SP_{ost}$$

ANCOVA temelji na ideji, da variabilnost za *Y*, ki se izraža z vsoto kvadriranih odklonov za obravnavanja in za ostanek, 'očistimo' vpliva sospremenljivke *X*. Iz regresijske analize in ANOVA za *X* (glej [2] in [3] v Tabeli 2) izračunamo vsoto kvadriranih odklonov za sospremenljivko *X*

$$VKO_{(X)} = \frac{O_{XY}^2}{O_{XX}} \qquad SP = 1$$

Izločanje začnemo pri ostanku. Iz ostanka izločimo del, ki pripada sospremenljivki *X*, preostanek pa predstavlja 'očiščeni ostanek':

$$O_{YY(X)} = O_{YY} - \frac{O_{XY}^2}{O_{XX}} \qquad SP = SP_{ost} - 1$$

Ta ostanek je osnova za izračun ocene variance za *Y* ob upoštevanju sospremenljivke *X*, imenujemo jo 'očiščena varianca' in jo označimo $s_{(X)}^2$:

$$s_{(X)}^2 = \left(O_{YY} - \frac{O_{XY}^2}{O_{XX}} \right) / \left(SP_{ost} - 1 \right).$$

Moteča spremenljivka *X* pojasni del variabilnosti za *Y*, s tem pa se zmanjša ostanek za *Y*.

Potrebujemo še očiščeno vsoto kvadriranih odklonov za obravnavanja $T_{YY(X)}$. Da dobimo to vrednost, iz vsote $T_{YY} + O_{YY}$ izločimo del, ki pripada sospremenljivki, to je

$$\frac{(T_{XY}+O_{XY})^2}{T_{XX}+O_{XX}},$$

in del, ki pripada očiščenemu ostanku, in dobimo

$$T_{YY(X)} = (T_{YY}+O_{YY}) - \frac{(T_{XY}+O_{XY})^2}{T_{XX}+O_{XX}} - \left(O_{YY} - \frac{O_{XY}^2}{O_{XX}}\right)$$

Vse rezultate uredimo v tabelo ANCOVA (Tabela 3).

Tabela 3. Tabela ANCOVA.
Table 3. ANCOVA table.

Vir variabilnosti Source of variation	Stopinje prostosti SP Degrees of freedom	Vsota kvadriranih odklonov VKO Sum of squares	Srednji kvadrirani odklon SKO=VKO/SP Mean squares	F-statistika F-statistics
Sospremeljivka X Covariate X	1	$VKO_{(X)}$		(3)
Obravnavanja Treatments	$K-1$	$T_{YY(X)}$		(4)
Ostanek Residual	$SP_{ost}-1$	$O_{YY(X)}$	$s_{(X)}^2$	
Skupaj Total	$N-1$	VKO_{YY}		

2.3 Preverjanje domnev

2.3.1 Predpostavke

Za analizo kovariance je ključna veljavnost že navedenih predpostavk. Predstavljamo statistične teste, ki jih uporabljamo pri preverjanju njihove veljavnosti.

- Obravnavanja ne vplivajo na sospremenljivko *X*.
  Statistični test izhaja iz ANOVA za *X*, ničelno domnevo o enakih povprečnih vrednostih sospremenljivke *X* po obravnavanjih naj bi obdržali. Bolj kot ta test pa je pomemben vsebinski premislek o možni povezavi sospremenljivke in obravnavanj.

- Zveza med X in Y je linearna.
  O linearnosti se prepričamo na osnovi ustreznega grafičnega prikaza.

- Naklonski kot premice je pri vseh obravnavanjih enak.
  Preverjanje te domneve temelji na uporabi regresijske analize. Z delnim F-testom primerjamo vsoto kvadriranih odklonov za različne premice po obravnavanjih in vsoto kvadriranih odklonov za vzporedne premice po obravnavanjih. Uporabo bomo prikazali na primeru.

2.3.2 Domneve pri analizi kovariance

Pri analizi kovariance sta ključni dve domnevi, pripadajoči testni statistiki sta predstavljeni v tabeli ANCOVA (izraz (3) in (4), Tabela 3)).

- Vpliv sospremenljivke *X* na Y.
  Ničelna domneva trdi, da *X* nima vpliva na *Y*, kar pomeni, da je v izrazu (2) vrednost β enaka nič.

  $H_0 : \beta = 0$

  Testna statistika: $$F = \frac{VKO_{(X)}}{1} / s^2_{(X)} \qquad (3)$$

  Ničelna porazdelitev testne statistike je $F(1,\ SP_{ost} - 1)$.

  Zadovoljimo se z ohlapno statistično značilnostjo, navadno $p < 0{,}20$, saj je bolj kot ta statistična značilnost pomembna velikost zmanjšanja izhodiščne variance s^2 na očiščeno varianco $s^2_{(X)}$.
- Vpliv obravnavanj na preučevano spremenljivko *Y*.
  Izhodiščna ničelna domneva o obravnavanjih pravi, da so povprečja po obravnavanjih enaka, to pomeni, da so v izrazu (2) vse količine $\alpha_i, i = 1,...,K$, ničelne:

  $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_K = 0$

  Testna statistika: $$F = \left(\frac{T_{YY(X)}}{K-1}\right) / s^2_{(X)} \qquad (4)$$

  Ničelna porazdelitev testne statistike je $F(K-1, SP_{ost} - 1)$.

Če ničelno domnevo zavrnemo, izvedemo primerjavo prilagojenih povprečij obravnavanj. Njihov izračun smo predstavili v prvem razdelku. Matematična izpeljava pokaže, da je standardna napaka razlike dveh prilagojenih povprečij za vsak par obravnavanj drugačna, saj je odvisna tudi od povprečja sospremenljivke po obravnavanjih. Za obravnavanji A in B se standardna napaka razlike izraža takole:

$$s_d = \sqrt{s^2_{(X)} \cdot \left(\frac{2}{n} + \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B)^2}{O_{XX}}\right)} \qquad (5)$$

Razlike v standardnih napakah po parih obravnavanj so običajno majhne, zato se v praksi včasih uporablja povprečje teh standardnih napak (Snedecor, Cohran str. 423):

$$\bar{s}_d = \sqrt{\frac{2}{n} s^2_{(X)} \cdot \left(1 + \frac{T_{XX}/(K-1)}{O_{XX}}\right)} \qquad (6)$$

Člen v oklepaju v izrazu (6) predstavlja doprinos sospremenljivke *X*. Na osnovi tega izraza dobimo efektivni srednji kvadrirani odklon, to je korigirana varianca $\mathrm{var}_{Y(X)}$

$$\mathrm{var}_{Y(X)} = s_{(X)}^2 \cdot \left(1 + \frac{T_{XX}/(K-1)}{O_{XX}}\right) \tag{7}$$

Uspešnost analize kovariance temelji na zmanjšanju izhodiščne variance s^2 v primerjavi s korigirano varianco $\mathrm{var}_{Y(X)}$. Razmerje

$$\frac{s^2}{\mathrm{var}_{Y(X)}} \tag{8}$$

vrednoti koristnost upoštevanja sospremenljivke *X* v analizi kovariance.

3. PRIMER

Za ilustracijo analizirajmo enostaven primer povzet po literaturi (Hadživuković, str. 428). Raziskovalci so izvedli poljski poskus na pšenici. V poskus so bile vključene 4 lokacije, na posamezni so bile po tri enako velike parcele. Lokacija v tem poskusu predstavlja blok. Poskus je bil izveden v dveh zaporednih letih. V prvem letu je bilo obdelovanje na vseh lokacijah in parcelah znotraj lokacij enako, beležili so pridelek na parcelo. V naslednjem letu so na vsaki parceli znotraj lokacije uporabili po eno od obravnavanj (A, B in C) in zopet beležili pridelek.

Namen analize je primerjava vpliva obravnavanj A, B in C na pridelek v drugem letu. Pridelek v prvem letu vrednoti stanje pred poskusom in predstavlja mero za kakovost posamezne parcele; štejemo ga za sospremenljivko *X*. V Tabeli 4 so podatki za pridelek za prvo leto (*X*) in za drugo leto (*Y*).

Tabela 4. Pridelek na parcelo za prvo leto (*X*) in za drugo leto (*Y*) glede na blok (lokacijo) in obravnavanje (A, B, C).
Table 4. Yield per plot according to block (location) and treatment. *X* presents the yield before the experiment, *Y* the yield of interest.

Blok Block		A	B	C
1	X	54	51	57
	Y	64	65	72
2	X	62	64	60
	Y	68	69	70
3	X	51	47	46
	Y	54	60	57
4	X	53	50	41
	Y	62	66	61
Povprečje/mean	X	55,0	53,0	51,0
	Y	62,0	65,0	65,0

Rezultati izhodiščne statistične analize so v tabelah 5a-5d.

Tabela 5a. ANOVA za *Y*.
Table 5a. ANOVA for *Y*.

Vir variabilnosti Source of variability	VKO SS	SP Df	SKO MS	*F*	*p*
Bloki/Blocks	252,0	3	84,0		
Obravnavanja/Treatments	24,0	2	12,0	1,50	0,2963
Ostanek/Residual	48,0	6	8,0		
Skupaj/Total	324,0	11			

Med obravnavanji A, B in C ni statistično značilnih razlik v pridelku ($p = 0{,}2963$). Ocena za varianco pridelka je 8,0.

Tabela 5b. ANOVA za X.
Table 5b. ANOVA for X.

Vir variabilnosti Source of variability	VKO SS	SP Df	SKO MS	*F*	*p*
Bloki/Blocks	396,0	3	132,0		
Obravnavanja/Treatments	32,0	2	16,0	1,12	0,3871
Ostanek/Residual	86,0	6	14,3		
Skupaj/Total	514,0	11			

Glede na dejstvo, da je *X* pridelek iz prvega leta, ko še ni bilo obravnavanj, je statistično neznačilen rezultat ($p = 0{,}3871$) tudi vsebinsko pričakovan.

Grafični prikaz (Slika 2a) nakazuje, da je zveza med Y in X linearna. Tabela ANOVA za regresijski model, ki opisuje 3 različne premice (Tabela 5c), to je t. i. polni model, kaže, da je vsota kvadriranih odklonov za ta model 242,954 pri 5 stopinjah prostosti, pripadajoča varianca pa 13,508. Regresijski model, ki opisuje 3 vzporedne premice, pa ima vsoto kvadriranih odklonov 223,378 pri 3 stopinjah prostosti (Tabela 5d). Razlika vsote kvadriranih odklonov za model je 19,5763 pri 2 stopinjah prostosti, pripadajoči srednji kvadrirani odklon 9,788 je v primerjavi z varianco polnega modela 13,508 statistično neznačilen ($F = 9{,}788/13{,}509 = 0{,}72$, $p = 0{,}5255$). To pomeni, da je model s tremi vzporednimi premicami statistično enakovreden modelu s tremi različnimi premicami (Slika 2b). Predpostavke analize kovariance so izpolnjene.

Tabela 5c. Regresija Y na X. ANOVA za model treh različnih premic.
Table 5c. Regression Y on X. ANOVA for the model of three different lines.

Vir variabilnosti Source of variability	VKO SS	SP Df	SKO MS	*F*	*p*
Model/Model	242,954	5	48,5908	3,60	0,0753
Ostanek/Residual	81,046	6	13,5077		
Skupaj/Total	324,0	11			

Tabela 5d. Regresija Y na X. ANOVA za model treh vzporednih premic.
Table 5d. Regression Y on X. ANOVA for the model of three parallel lines.

Vir variabilnosti Source of variability	VKO SS	SP Df	SKO MS	*F*	*p*
Model/Model	223,378	3	74,4292	5,92	0,0198
Ostanek/Residual	100,622	8	12,5778		
Skupaj/Total	324,0	11			

Poglejmo še rezultate analize kovariance v tabeli 6.

Tabela 6. Tabela ANCOVA
Table 6. ANCOVA table.

Vir variabilnosti Source of variability	VKO SS	SP Df	SKO MS	*F*	*p*
Sospremenljivka/Covariate	24,6047	1	24,6047	5,26	0,0704
Bloki/Blocks	77,2271	3	25,7424		
Obravnavanja/Treatments	44,503	2	22,2515	4,76	0,0697
Ostanek/Residual	23,3953	5	4,67907		
Skupaj/Total	324,0	11			

Vpliv sospremenljivke je mejno statistično značilen ($p = 0{,}0704$). Ob upoštevanju kovariable zaznamo mejno statistično značilne razlike med obravnavanji ($p = 0{,}0697$). Izhodiščna in prilagojena povprečja so v Tabeli 7.

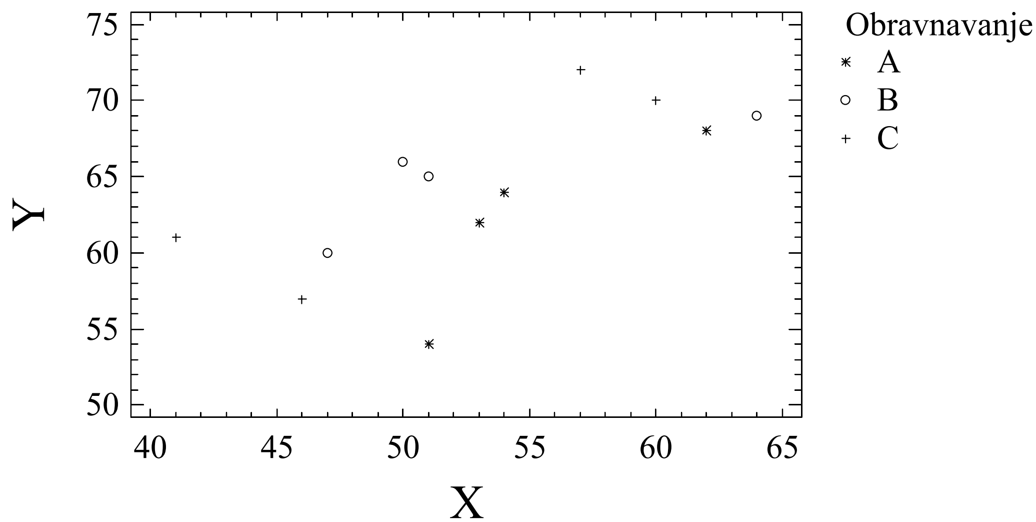
Tabela 7. Povprečja in prilagojena povprečja za *Y* za obravnavanja A, B in C.
Table 7. Means and adjusted means for *Y* for treatments A, B and C.

	A	B	C
Povprečje/Mean	62,0	65,0	65,0
Pril. povp./Adjusted mean	60,9	65,0	66,1

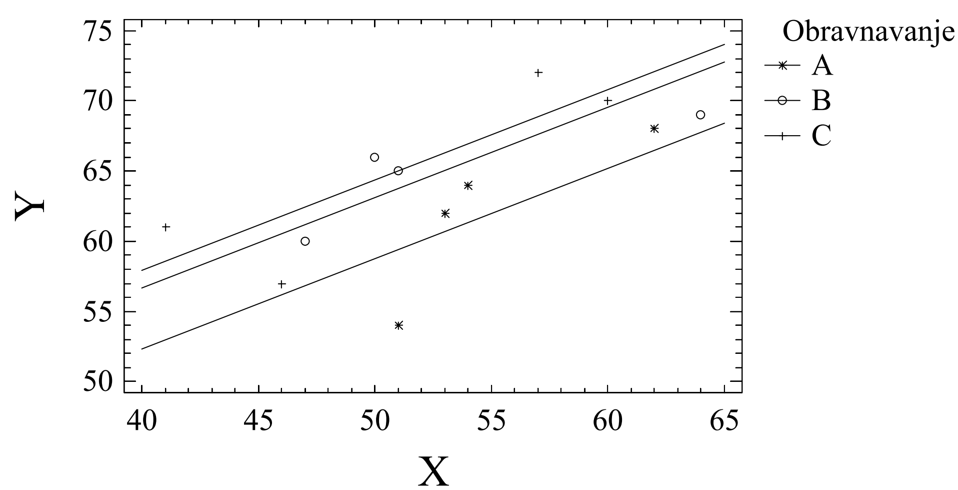
Upoštevanje sospremenljivke *X* je povzročilo, da je prilagojeno povprečje za A manjše od izhodiščnega povprečja, za B je enako, za C pa večje od izhodiščnega. LSD test ugotovi, da se obravnavanje A statistično značilno loči od obravnavanja C ($p = 0{,}035$), razlika med A in B pa je mejno statistično značilna ($p = 0{,}052$).

Najbolj bistveno pa je zmanjšanje variance iz 8,0 (Tabela 5a) na 4,68 (Tabela 6), vrednost korigirane variance je 5,55. Razmerje 8/5,55 pove, da je upoštevanje sospremenljivke povečalo učinkovitost analize skoraj 1,5-krat. To pomeni, da uporaba sospremenljivke v tem poskusu odtehta 2 bloka: z 4 bloki in upoštevanjem kovariable dosežemo pri primerjavi povprečij enako natančnost kot bi z 6 bloki brez upoštevanja kovariable.

a)



b)



Slika 2. a) Odvisnost Y od X.
b) Vzporedne premice za obravnavanja A, B in C.

Figure 2. a) Dependence of Y on X.
b) Parallel lines for the treatments A, B and C.

ZAHVALA

Zahvaljujem se dr. Mojci Virščček Marn in dr. Mateju Stoparju za vzpodbudo in komentarje.

REFERENCE

Box, G. E. P., Hunter, W. G., Hunter, J. S. 1978. Statistics for Experimenters. Wiley.

Hadživuković S. 1991. Statistički metodi. 2. izd. Novi Sad. Poljoprivredni fakultet.

Kirk, R. E. 1982. Experimental Design: Procedures for Behavioral Sciences. Brooks/Cole Publishing Company.

Kuehl R. O. 2000. Design of Experiments: Statistical Principles of Research Design and Analysis. Second Editon. Brooks/Cole Publishing Company.

Mead, R. 1990. The Design of Experiments, Statistical Principles for Practical Application. Cambridge University Press.

Mead, R., Curnow, R. N. 1990. Statistical Methods in Agriculture and Experimental Biology. Chapman & Hall.

Pearce S.C. et al. 1988. Manual of crop experimentation. Charles Griffin& co, Oxford University press.

Snedecor, G. W., Cochran,W. G. 1967. Statistical Methods. The Iowa State University Press.

Steel R.G.D., Torrie J.H., Dickey D. 1997. Principles and Procedures of Statistics. A Biometrical Approach. McGraw-Hill.