PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **10** (1982/1983)
Številka 4
Stran 169

Drago Bajc:

PETI DOKAZ

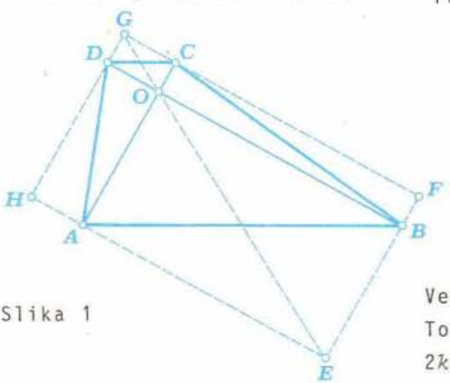
Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/10/629-Bajc.pdf

PETI DOKAZ

V 1. številki letošnjega Preseka smo se seznanili s štirimi dokazi za isti izrek:
Če sta diagonali trapeza medsebojno pravokotni, je vsota kvadratov teh diagonal enaka kvadratu vsote vzporednih stranic trapeza.

Tu je peti dokaz. Pravokotne trikotnike *ABO* itd. dopolnimo v pravokotnike *AEBO* itd., kot prikazuje slika 1. Tako dobimo veliki pravokotnik *HEFG*.



Slika 1

Njegovi stranici sta diagonali trapeza. Njegova diagonala pa je $GE = GO + OE = DC + AB$, torej vsota osnovnic (vzporednih stranic) trapeza.

Ker je po Pitagorovem izreku

$$GE^2 = HE^2 + HG^2$$

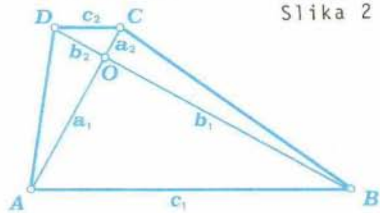
dobimo $(DC + AB)^2 = DB^2 + AC^2$

Dokaz je končan.

Kar sledi, ni morebiti kakšen šesti dokaz, ampak v bistvu le preoblečen 2. dokaz članka. Le notacija v njem je različna, postopek pa isti, saj prav tako uporablja podobnost trikotnikov *ABO* in *CDO* ter Pitagorov izrek. Meni osebno se zdi lažji, to pa ne pomeni, da je lažji tudi za druge.

Bodi k razmerje poljubne stranice trikotnika *ABO* in ustrezne stranice podobnega trikotnika *CDO*. Npr. $c_1/c_2 = k$, itd. (slika 2).

Slika 2



Velja $c_2^2 = a_2^2 + b_2^2$

To pomnožimo z $2k$

$2kc_2^2 = 2ka_2^2 + 2kb_2^2$

$2(kc_2)c_2 = 2(ka_2)a_2 + 2(kb_2)b_2$

$2c_1c_2 = 2a_1a_2 + 2b_1b_2$

Dobljeno zvezo prištejemo naslednjima

$c_1^2 = a_1^2 + b_1^2 \quad c_2^2 = a_2^2 + b_2^2$

pa dobimo $(c_1 + c_2)^2 =$

$= (a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2$

kar je trditev.

Drago Bajc