

prostostnimi stopnjami. Tako prideta do problema simultane diagonalizacije para simetričnih matrik, ki mu posvetita velik del poglavja.

Preostali dve poglavji obravnavata podobno tematiko kot prvi dve, le da gre tokrat za kontinuum. Velik del tretjega poglavja je tako posvečen enačbam elastostatike, ki so zapisane z uporabo energijskega funkcionala. Avtorja bralcu predstavitava osnove variacijskega računa in metodo končnih elementov za približno reševanje integralnih enačb.

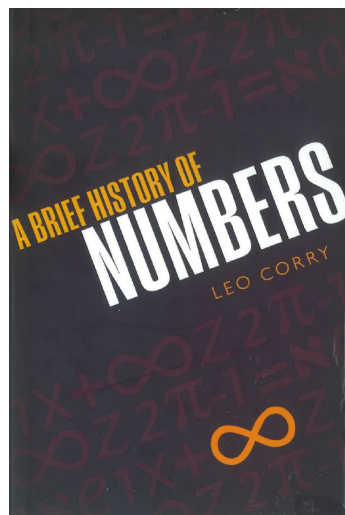
V zadnjem poglavju je obravnavana valovna enačba, ki opisuje nihanje žice oziroma elastičnih nosilcev. Najprej je izpeljana D'Alembertova rešitev valovne enačbe, nato pa še Fourierova metoda. Naj omenim, da se mi zdi tako računska kot grafična obravnava valovne enačbe še posebej zanimiva. Na kratko je opisana tudi diskretna Fourierova transformacija in algoritem FFT. Poglavje in knjiga se končata z obravnavo transportne enačbe.

Po besedah avtorjev je knjiga namenjena predvsem študentom višjih letnikov tehniških fakultet in študentom matematike. Zaradi elegantnega in razumljivega sloga pa jo priporočam vsem, ki uživajo v študiju uporabe matematičnih metod in modelov za reševanje fizikalnih problemov.

Jure Kališnik

Leo Corry, A Brief History of Numbers, Oxford University Press, Oxford 2015, 309 strani.

Stare, predgrške civilizacije so števila uporabljale le za praktične, prozaične namene, npr. za meritve zemljišč, gradnjo piramid ali štetje denarja. Corryjeva knjiga pripoveduje zgodbo o razvoju pojma števila od časa pitagorejcev (ki so števila prvi dvignili iz utilitarne sfere v območje večnih idej oziroma entitet z bogatimi simboličnimi in celo mističnimi pomeni in so jih prvi študirali zaradi njih samih, v njih pa so prepoznali tudi ključ do skrivnosti kozmosa) do začetka 20. stoletja, ko so se v delih Peana, Fregeja, Cantorja, Dedekinda in drugih matematikov izkristalizirali trenutno prevladujoči nazori o številih (tako npr. v knjigi niso obravnavani različni novejši sistemi števil, še bogatejši kot realna števila, npr. Conwayeva



surrealna števila). Čeprav to zgodbo vsi matematiki bolj ali manj dobro poznamo, jo vselej radi slišimo povedano še enkrat – prav kakor otroci, ki se nikoli ne naveličajo poslušati eno in isto pravljico! Corryjeva pripoved te zgodbe je za matematike še posebej privlačna zato, ker se nedvoumno osredinja na razvoj matematičnih idej; ne izgublja se v nebistvenih biografskih podrobnostih o prepirih, dvobojih in drugih prigodah iz življenja matematikov, ne kupuje pozornosti bralca s poceni anekdotami o njihovih čudaštvih ali značajskih posebnostih, ampak se posveča predvsem njihovem izvirnemu matematičnemu prispevku, ki ga skuša predstaviti kar se da zgoščeno in razumljivo.

Da danes števila (kot temeljni matematični objekt) prežemajo in uravnavajo (še posebej prek informacijske tehnologije) naše vse bolj nadzorovano in digitalizirano življenje tako rekoč na vsakem koraku, je rezultat dolgega zgodovinskega procesa, v katerem so v različnih kontekstih privzemala različne vloge (npr. v znanosti, tehniki, organizaciji družbe, itd). Vzporedno s tem pa so se spreminjala tudi naziranja o tem, kaj je število in kakšne so njegove uporabe znotraj matematike same. Različni matematični problemi so terjali kot rešitve števila različnih vrst in jih s tem priklicali v zavest ljudi oziroma spodbudili njihovo odkritje. Ta zgodovinski proces pa nikakor ni bil premočrten, temveč vijugav, poln dilem, oklevanj, negotovosti, nepričakovanih obratov in dolgo zasledovanih slepih poti. Da bi bralec lažje sledil prikazu tega razvoja, avtor v uvodnem poglavju najprej na kratko predstavi sistem števil, kot ga poznamo danes, odnose med različnimi vrstami števil (N, Z, Q, R, C) ter nekaj osnovnih lastnosti števil.

V drugem poglavju obravnava različne načine zapisovanja števil. Pozicijski decimalni sistem, kot se uporablja danes, primerja s sistemi zapisovanja na Zahodu, ki so mu najbližji oziroma predstavljajo določene njegove predstopnje. Tako so npr. v Egiptu uporabljali posebne hierogliffe za zapis prvih desetiških potenc 1, 10, 100, ..., 1000000, poznali pa so tudi že ulomke s števcem 1. Stari Grki so (podobno kot Hebrejci) za zapis enic 1–9, desetic 10–90 in stotic 100–900 uporabljali 27 črk abecede. Šestdesetiški sistem Babiloncev, ki se pod vplivom Ptolemejevega *Almagesta* iz leta 130 še vedno uporablja v trigonometriji in astronomiji, ima to posebnost, da za zapis števk 1–59 uporablja le dva različna simbola (za 10 in 1). Celu za preprosto seštevanje precej nerodni sistem starih Rimljanov je uporabljal črke za števila po ključu *I* za 1, *V* za 5, *X* za 10, *C* za 100, *D* za 500 in *M* za 1000. Na kratko je omenjen tudi Arhimedov sistem zapisovanja velikih števil ter (od drugih astronomov in matematikov) razmeroma prezrt Ptolemejev pri-spevek uvedbe ničle v okviru babilonskega šestdesetiškega sistema.

V tretjem poglavju je lepo razložena temeljna distinkcija, ki je veljala v starogrški matematiki med aritmetičnimi, diskretnimi števili (aritmōs), ki so bila vselej večkratniki neke osnovne količine, enote, oziroma so predstavljala

določeno število določenih stvari (npr. jabolk), in geometrijskimi, zveznimi magnitudami (megethos), ki so predstavljale bodisi dolžine daljic bodisi ploščine likov bodisi volumne teles, in so bile neskončno deljive. Grki so, podobno kot Egipčani, poznali tudi koncept ulomkov s števcem 1, niso pa imeli še povsem izčiščenega pojma racionalnega števila, saj npr. števila, ki ga mi označujemo z ulomkom m/n , niso interpretirali kot produkt $m(1/n)$, ampak kot vsoto m enakih vrednosti $1/n$. Po odkritju iracionalnih števil je krizo v pitagorejski konceptiji števil razrešil Evdoks. Vpeljal je jasno razlikovanje med količinami in razmerji, ki se je obdržalo še dolgo v zgodovini matematike. To poglavje je pomembno, ker v njem Corry polemizira s prevajalcem Evklida v angleščino in siceršnjo avtoriteto za starogrško matematiko Heathom in njegovo algebraično interpretacijo nekaterih izrekov iz Evklidovih Elementov, za katero dokazuje, da je (kljub svoji matematični smiselnosti) neprimerna, saj v zgodovinskem smislu nasprotuje sami konceptiji števil pri starih Grkih. Na tem primeru lepo vidimo, da matematike preteklosti (in problemov, ki jih je reševala s svojimi specifičnimi metodami) ne moremo pravilno razumeti, če si jo zgolj prevedemo v današnji pojmovni aparat in simbolično pisavo, ampak moramo, da bi jo lahko resnično razumeli, razmišljati v njenih izvornih pojmi. Podobno Corry argumentirano zavrača tudi anahronizem, ki skuša rezultate starogrških geometrijskih konstrukcij iz Evklidovih Elementov interpretirati kot zametke nekakšne geometrijske algebre. Grki so v teh problemih razmišljali geometrijsko, ne pa algebraično, in če iz pozicije sedanjosti (ki je do skrajnosti poenostavila zapletenejše koncepte in načine mišljenja iz preteklosti) po Descartesovi algebraični revoluciji arogantno verjamemo, da jih lahko razumemo (in celo odpravimo kot trivialne!) s prevodom geometrijskega v algebraični jezik, se zelo motimo. Prav razumevanje nians, ki jih omogočajo različni jeziki in modusi mišljenja, torej posluh tudi za finejše ravni in dimenzije matematičnega besedila, ne le hitenje k rezultatu po grobi algebraični poti, je tisto, kar ostaja skrito pragmatičnemu matematiku, matematičnemu zgodovinarju, katerega misel je veliko globlja in zahteva veliko več časa in truda, pa ne.

Podobno zgoščeno in kritično poglobljeno obravnava Corry tudi druga obdobja v zgodovini števil. Tako je npr. v srednjeveški arabski matematiki geometrija veljala za zanesljivejši izvor matematičnih trditev v primerjavi z aritmetiko in algebro (to se kaže npr. v priznavanju le pozitivnih rešitev enačb), ta nazor pa se je v matematiki obdržal vse do konca 19. stoletja. Različne algebraične enačbe (kot npr. $x^2 + 10x = 39$) in identitete so reševali in dokazovali s pomočjo metode dopolnjevanja do popolnega kvadrata in ustreznih geometrijskih diagramov.

Med 12. in 16. stoletjem so v Evropi najprej sholastiki zavzeto razčlenjevali Evklidove Elemente v logičnem in strukturnem smislu in posamezne dele dokazov opremljali z referencami na že dokazane trditve z namenom,