Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta *za kemijo in kemijsko tehnologijo*

Zbirka nalog

PRAKTIKUM IZ OSNOV KEMIJSKEGA INŽENIRSTVA

Aleš Ručigaj

Rok Ambrožič

Matjaž Krajnc

Ljubljana, 2020

Kataložni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani
COBISS.SI-ID=23496963
ISBN 978-961-7078-12-1 (pdf)

ZBIRKA NALOG: PRAKTIKUM IZ OSNOV KEMIJSKEGA INŽENIRSTVA

Napisali: doc. dr. Aleš Ručigaj, dr. Rok Ambrožič in prof. dr. Matjaž Krajnc
Strokovni pregled: prof. dr. Aleš Podgornik, doc. dr. Lidija Slemenik Perše
Oblikovanje in prelom: doc. dr. Aleš Ručigaj
Risbe in fotografije: doc. dr. Aleš Ručigaj
Jezikovni pregled: doc. dr. Aleš Ručigaj, dr. Rok Ambrožič
Urednica založbe: doc. dr. Barbara Modec

Založila Univerza v Ljubljani, Fakulteta za kemijo in kemijsko tehnologijo
Za založbo prof. dr. Jurij Svete
1. spletna izdaja
Ljubljana, 2020

Predgovor

Zbirka nalog je v prvi vrsti namenjena študentom Kemijske tehnologije kot konceptualni pripomoček pri predmetu Praktikum iz osnov kemijskega inženirstva. V obliki postopkovno rešenih primerov, opremljenih s shemami, in dodatnih računskih nalog študenti utrdijo in poglobijo znanje pridobljeno pri praktičnih vajah. Zajete so vse glavne tematike kemijsko-inženirskega praktikuma – od stacionarnega in nestacionarnega prenosa toplote ter prenosa snovi do diferencialne destilacije, rektifikacije, sušenja in mešanja. V prilogah so podane snovne lastnosti za vodo, zrak, metanol in etanol ter nekateri diagrami, vse zbrano na enem mestu, kar študentom olajša reševanje zastavljenih problemov. Priloženi so osnovni integrali ter sklop nekaterih osnovnih matematičnih operacij in numeričnih metod, ki bodo študentom v pomoč med reševanjem.

Kljub usmerjenosti k specifičnemu predmetu so naloge zastavljene dovolj široko, da po zbirki lahko posežejo tudi študenti drugih študijskih smeri (Kemijsko inženirstvo, Kemija, Tehniška varnost). Zbirka je dopolnjena in razširjena z nekaj dodatnimi poglavji, ki se osredotočajo na snovne in energijske bilance, statiko in dinamiko tekočin, podajajo glavne poudarke in računske primere pri prenosu toplote in snovi ter kemijske kinetike. S tem je zbirka nalog tudi odličen učni pripomoček pri predmetu Osnove kemijskega inženirstva za študente kemije, ki po takšnem gradivu izkazujejo interes že nekaj študijskih let.

Želja avtorjev je, da razumevanje in opredelitev problema postane glavno vodilo študenta, nujo po čim večjem številu rešenih nalog pa nadomestita razumljenost in kritičnost rešenega.

Aleš Ručigaj, Rok Ambrožič in Matjaž Krajnc

Kazalo

Seznam kratic in simbolov

CSTR	idealni pretočni mešalni reaktor	
PFR	idealni pretočni cevni reaktor	
STC	standardna konfiguracija mešalnika	
Po	Število moči	$\frac{P}{\rho \cdot N^3 \cdot D^5}$
Pr	Prandtlovo število	$\frac{c_\mathrm{p} \cdot \eta}{\lambda}$
Re	Reynoldsovo število	$\frac{v \cdot L_\mathrm{c}}{\nu}$
Sc	Schmidtovo število	$\frac{\eta}{\rho \cdot D_\mathrm{AB}}$
A	površina	$\mathrm{m^2}$
c_i	koncentracija i-te komponente	mol/L
c_p	specifična toplota pri konstantnem tlaku	$\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
D	premer	m
D	molski tok destilata	mol/s
D_AB	difuzivnost	$\mathrm{m^2/s}$
d	premer	m
E_A	aktivacijska energija	J/mol
F	napajalni molski tok	mol/s
F_v	vstopni tok	$\mathrm{m^3/s}$
F_iz	izstopni tok	$\mathrm{m^3/s}$
F_i	molski tok i-te komponente	mol/s
f	frikcijski faktor	/
G	molski tok v plinasti fazi	mol/s
g	težnostni pospešek	$9{,}81\ \mathrm{m^2/s}$
H	entalpija	J
$\dot{H}$	entalpija na časovno enoto	W
He	Henryjeva konstanta	Pa
h	višina	m
h	koeficient toplotne prestopnosti	$\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$
K	kinetična energija	J
$\dot{K}$	kinetična energija na časovno enoto	W
K_L	koeficient snovne prehodnosti na strani kapljevine	m/s
k	konstanta reakcijske hitrosti	$\mathrm{L}^{n-1}\ \mathrm{mol}^{-(n-1)}\ \mathrm{s}^{-1}$
k	faktor elementov v cevovodu	/
L	dolžina	m

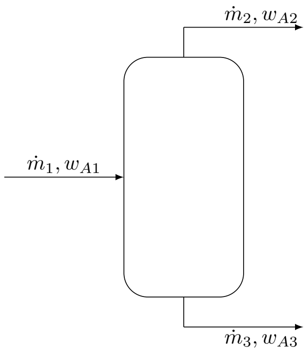
L	molski tok v kapljevinasti fazi	mol/s
M	molska masa	g/mol
m	masa	kg
$\dot{m}$	masni pretok	kg/s
N	vrtilna hitrost	s^{-1}
$\dot{n}$	molski pretok	mol/s
n	red reakcije	/
Q	toplota	J
$\dot{Q}$	toplotni tok	W
g	toplotni fluks	W/m^2
P	potencialna energija	J
$\dot{P}$	potencialna energija na časovno enoto	W
P	tlak	Pa
P	moč črpalke	W
P_K	dinamični tlak	Pa
P_H	potencialni tlak	Pa
P_{tr}	tlak trenjskih izgub	Pa
p_A	parcialni tlak komponente A	Pa
R	razmerje recikla	/
R	splošna plinska konstanta	$8{,}314\ J\ mol^{-1}\ K^{-1}$
r	polmer	m
$(-r_i)$	reakcijska hitrost izginevanja i-te komponente	$mol\ L^{-1}\ s^{-1}$
r_i	reakcijska hitrost nastajanja i-te komponente	$mol\ L^{-1}\ s^{-1}$
T_0	začetna temperatura	°C ali K
T_{ok}	okoliška temperatura	°C ali K
ΔT_{ln}	srednja logaritemska temperaturna razlika	°C ali K
T	premer mešalne posode	m
t	čas	s
U	notranja energija	J
$\dot{U}$	notranja energija na časovno enoto	W
U	koeficient toplotne prehodnosti	$W\ m^{-2}\ K^{-1}$
V	volumen	m^3
$\dot{V}$	volumski tok	m^3/s
v_0	volumski tok	m^3/s
v	hitrost	m/s
W	molski tok destilacijskega ostanka	mol/s
W	mehansko delo	J
$\dot{W}$	mehansko delo na časovno enoto	W
w_i	utežni delež i-te komponente	/
X	vlažnost	/
X	konverzija	/
x_i	molski delež i-te komponente v kapljevinasti fazi	/
y_i	molski delež i-te komponente v plinasti fazi	/

α	termična difuzivnost	m^2/s
ε	hrapavost cevi	m
η	učinkovitost črpalke	/
η	viskoznost	Pa s
λ	koeficient toplotne prevodnosti	$W\ m^{-1}\ K^{-1}$
ν	kinematična viskoznost	m/s
ρ	gostota	kg/m^3
τ	prostorski čas	s
Φ_v	volumski tok	m^3/s

Snovne in energijske bilance

1.1 Stacionarne snovne bilance

Naloga 1
V destilacijsko kolono vstopa napajalni tok $\dot{m}_1$ = 100 kg/h, ki vsebuje 65,0 ut. % benzena (A) in 35,0 ut. % toluena (B). Destilat vsebuje 89,5 ut. % benzena in destilacijski ostanek 91,6 ut. % toluena. Izračunaj masni tok destilata in destilacijskega ostanka.
Shema



Rešitev
Zapišemo celokupno snovno bilanco za destilacijsko kolono (Enačba 1.1) in komponentno snovno bilanco vezano na benzen (Enačba 1.2):

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \tag{1.1}$$

$$\dot{m}_1 \cdot w_{\mathrm{A1}} = \dot{m}_2 \cdot w_{\mathrm{A2}} + \dot{m}_3 \cdot w_{\mathrm{A3}} \tag{1.2}$$

V zgornji enačbi vstavimo podatke:

$$100 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \tag{1.3}$$

$$100 \cdot 0{,}65 = \dot{m}_2 \cdot 0{,}895 + \dot{m}_3 \cdot 0{,}084 \tag{1.4}$$

Sledi reševanje sistema dveh linearnih algebraičnih enačb z dvema neznankama $\dot{m}_2$ in $\dot{m}_3$. Z vstavitvijo enačbe 1.3 v enačbo 1.4 izrazimo masni tok $\dot{m}_2$:

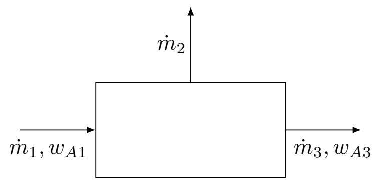
$$\dot{m}_2 = \frac{100 \cdot 0{,}65 - 100 \cdot 0{,}084}{0{,}895 - 0{,}084} \tag{1.5}$$

Izračunani vrednosti toka destilata $\dot{m}_2$ in destilacijskega ostanka $\dot{m}_3$ sta:

$$\dot{m}_2 = 69{,}8\,\mathrm{kg/h}$$

$$\dot{m}_3 = 30{,}2\,\mathrm{kg/h}$$

Naloga 2
V uparjalnik vodimo raztopino soli (w_{A1} = 7 ut. %) s tokom $\dot{m}_1$ = 100 kg/h. Izračunaj masni tok izparevanja vode, da bo končni delež soli v vodi 21 ut. %?
Shema



Rešitev
Zapišemo celokupno snovno in komponentno bilanco za proces:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \tag{1.6}$$
$$\dot{m}_1 \cdot w_{\mathrm{A1}} = \dot{m}_2 \cdot w_{\mathrm{A2}} + \dot{m}_3 \cdot w_{\mathrm{A3}} \tag{1.7}$$

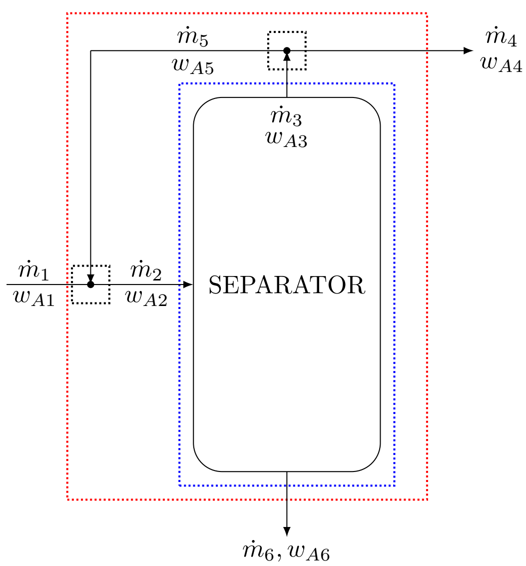
V zgornji enačbi vstavimo podatke:

$$100 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \tag{1.8}$$
$$100 \cdot 0{,}07 = \dot{m}_2 \cdot 0{,}0 + \dot{m}_3 \cdot 0{,}21 \tag{1.9}$$

Rešujemo sistem dveh enačb z dvema neznankama $\dot{m}_2$ in $\dot{m}_3$ ter izračunamo masni tok izparele vode $\dot{m}_2$ in koncentrirane raztopine soli $\dot{m}_3$:

$$\dot{m}_2 = 67\,\mathrm{kg/h}$$
$$\dot{m}_3 = 33\,\mathrm{kg/h}$$

Naloga 3
Sveža vstopna mešanica $\dot{m}_1$ = 100 kg/h vsebuje 60 ut. % A in 40 ut. % B ter vstopa v mešalno točko s tokom recikla $\dot{m}_5$. Pomešani tok $\dot{m}_2$ nato vstopa v separator, ki v spodnjem delu izloča le čisto komponento A. Izstopni tok $\dot{m}_3$ na vrhnjem delu separatorja vsebuje 15 ut. % komponente A, del mešanice se v obliki recikla vrača nazaj k svežemu toku, del mešanice ($\dot{m}_4$) pa se zavrže. Separator odstrani 3/4 vstopnega toka A, ki pride z mešalne točke. Izračunaj neznane tokove in sestavo.
Shema



Rešitev
Zapišemo celokupno in komponentno snovno bilanco za celotni proces (kontrolni volumen označen z rdečo barvo):

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_4 + \dot{m}_6 \tag{1.10}$$

$$\dot{m}_1 \cdot w_{A1} = \dot{m}_4 \cdot w_{A4} + \dot{m}_6 \cdot w_{A6} \tag{1.11}$$

V enačbi vstavimo podatke:

$$100 = \dot{m}_4 + \dot{m}_6 \tag{1.12}$$

$$100 \cdot 0{,}60 = \dot{m}_4 \cdot 0{,}15 + m_6 \cdot 1{,}00 \tag{1.13}$$

Rešujemo sistem dveh enačb z dvema neznankama $\dot{m}_4$ in $\dot{m}_6$ ter izračunamo masni tok mešanice, ki se iz procesa odstranjuje $\dot{m}_4$, in masni tok čiste komponente A iz separatorja $\dot{m}_6$.

$$\dot{m}_4 = 47\,\mathrm{kg/h}$$

$$\dot{m}_6 = 53\,\mathrm{kg/h}$$

Nadaljujemo z zapisom celokupne in komponentne snovne bilance za separator (kontrolni volumen označen z modro barvo):

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_3 + \dot{m}_6 \tag{1.14}$$

$$\dot{m}_2 \cdot w_{A2} = \dot{m}_3 \cdot w_{A3} + \dot{m}_6 \cdot w_{A6} \tag{1.15}$$

V enačbi vstavimo podatke:

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_3 + 53 \tag{1.16}$$

$$\dot{m}_2 \cdot w_{A2} = \dot{m}_3 \cdot 0{,}15 + 53 \cdot 1{,}00 \tag{1.17}$$

Ugotovimo, da sistem enačb ni rešljiv, saj imamo na voljo 2 enačbi za 3 neznanke. Posežemo po dodatnem podatku, in sicer, da separator odstrani 3/4 toka komponente A z mešalne točke. Zapišemo:

$$\frac{3}{4} \cdot \dot{m}_2 \cdot w_{A2} = \dot{m}_6 \tag{1.18}$$

$$\dot{m}_2 \cdot w_{A2} = 70{,}7\,\mathrm{kg/h}$$

Ob podatku, da je tok komponente A pred vstopom v separator $\dot{m}_{A2}$ = 70,7 kg/h, lahko v nadaljevanju izračunamo še masna tokova $\dot{m}_2$ in $\dot{m}_3$:

$$\dot{m}_2 = 171\,\mathrm{kg/h}$$

$$\dot{m}_3 = 118\,\mathrm{kg/h}$$

Sledi še izračun masnega toka $\dot{m}_5$, kar storimo z zapisom bilance za mešalno točko (Enačba 1.19) ali razdelilno točko (Enačba 1.20):

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_5 = \dot{m}_2 \tag{1.19}$$

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_4 + \dot{m}_5 \tag{1.20}$$

$$\dot{m}_5 = 71\,\mathrm{kg/h}$$

Naloga 4
V destilacijsko kolono vodimo 100 mol/min mešanice NaOH (A) in vode (B). Molski tok NaOH v vstopnem toku je 30 mol/min. Molski tok destilata je 50 mol/min z vsebnostjo vode 85 mol. %. Določi molski tok in sestavo destilacijskega ostanka.
Rešitev
$\dot{n}_3$ = 50 mol/min, x_{A3} = 0,45

Naloga 5

V destilacijsko kolono vodimo ekvimolarno količino metanola (A), etanola (B) in propanola (C). Destilat $\dot{n}_2$ vsebuje 35 mol. % etanola, ostalo je metanol. V destilacijskem ostanku $\dot{n}_3$ metanola ni. Nariši shemo procesa ter izračunaj tok destilata, destilacijskega ostanka in sestavo destilacijskega ostanka.

Rešitev

$\dot{n}_2$ = 51,3 mol/s, $\dot{n}_3$ = 48,7 mol/s, x_{B3} = 0,316, x_{C3} = 0,684

Naloga 6

V mešalni posodi pripravljamo zmes metanola (A) in vode (B) iz dveh mešanic. Prva mešanica vsebuje 27,3 mol. % metanola in druga 20,0 ut. % vode. Če je masni tok prve $\dot{m}_1$ = 0,15 kg/s in druge $\dot{m}_2$ = 250 g/s, kakšna je sestava in masni tok produkta?

Rešitev

$\dot{m}_3$ = 0,40 kg/s, w_{A3} = 0,65

Naloga 7

Separacija mleka v posneto mleko in smetano poteka s kontinuirnim procesom centrifugiranja. V 6 urah 36 ton mleka, ki vsebuje 5 ut. % maščob, ločimo na posneto mleko z 0,40 ut. % in smetano s 40 ut. % maščobe. Izračunaj masni tok posnetega mleka $\dot{m}_2$ in smetane $\dot{m}_3$.

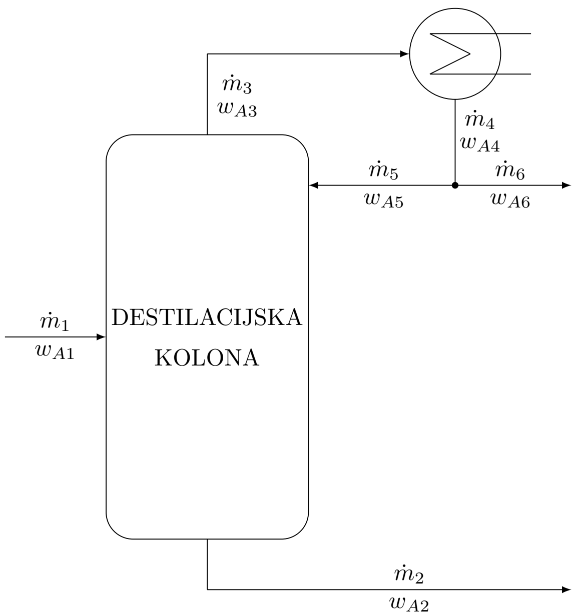
Rešitev

$\dot{m}_2$ = 5303 kg/h, $\dot{m}_3$ = 697 kg/h

Naloga 8

Heksan (H) in pentan (P) ločujemo v destilacijski koloni z razmerjem refluksa 0,65 (razmerje med tokom $\dot{m}_5$ in $\dot{m}_6$). Vstopna mešanica vsebuje 60 ut. % heksana, destilat 6 ut. % heksana in destilacijski ostanek 96 ut. % heksana. Izračunaj vse neznane tokove, če je vstopni tok v destilacijsko kolono 100 kg/h. Podaj rešitev še za primer, če je vstopni tok podan v 100 kmol/h. Pomagaj si s priloženo shemo procesa.

Shema



Rešitev

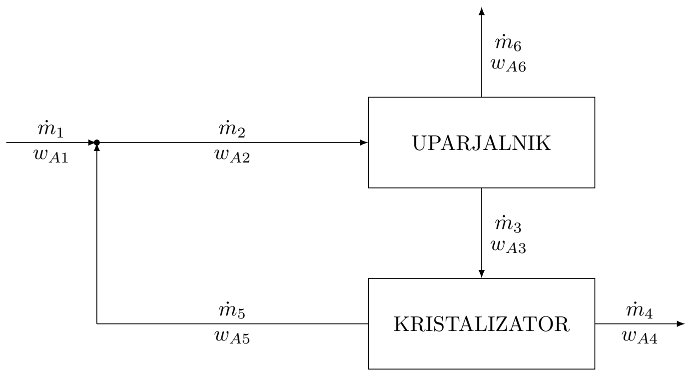
$\dot{m}_2$ = 60,0 kg/h, $\dot{m}_3$ = 66,0 kg/h, $\dot{m}_4$ = 66,0 kg/h, $\dot{m}_5$ = 26,0 kg/h, $\dot{m}_6$ = 40,0 kg/h

$\dot{n}_2$ = 56,1 kmol/h, $\dot{n}_3$ = 72,4 kmol/h, $\dot{n}_4$ = 72,4 kmol/h, $\dot{n}_5$ = 28,5 kmol/h, $\dot{n}_6$ = 43,9 kmol/h

Naloga 9

Svež napajalni tok ($\dot{m}_1$ = 100 kg/h), ki vsebuje 25 ut. % KNO_3 (A) in vodo (B), se pred vstopom v uparjalnik meša s tokom recikla ($\dot{m}_5$). Koncentrirano raztopino, ki zapušča uparjalnik in vsebuje 45 ut. % KNO_3, vodimo v kristalizator. Tega zapuščajo kristali s 5% utežnim deležem vode in tok recikla ($\dot{m}_5$), ki vsebuje 0,6 kg KNO_3 na 1,0 kg vode. Izračunaj neznane tokove in njihovo sestavo.

Shema



Rešitev

$\dot{m}_2$ = 275,4 kg/h, $\dot{m}_3$ = 201,8 kg/h, $\dot{m}_4$ = 26,3 kg/h, $\dot{m}_5$ = 175,4 kg/h, $\dot{m}_6$ = 73,7 kg/h

Naloga 10

V destilacijsko kolono vodimo $\dot{m}_1$ = 100 kg/min vodne raztopine metanola, ki vsebuje 87,7 mol. % vode. Pri tem destilat izteka s pretokom $\dot{m}_2$ = 2400 kg/h s 35 ut. % metanola, v spodnjem delu destilacijske kolone pa izteka destilacijski ostanek. Določi tok in sestavo destilacijskega ostanka.

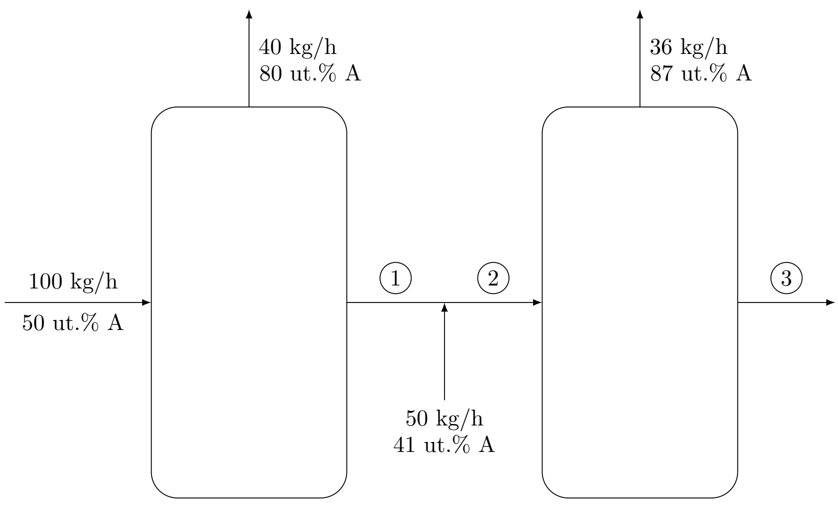
Rešitev

$\dot{m}_3$ = 37,8 kg/min, w_{A3} = 0,10

Naloga 11

Zaporedna destilacija zmesi dveh komponent A in B poteka po priloženi shemi. Izračunaj tokove označene z 1, 2, 3 in njihovo sestavo.

Shema



Rešitev

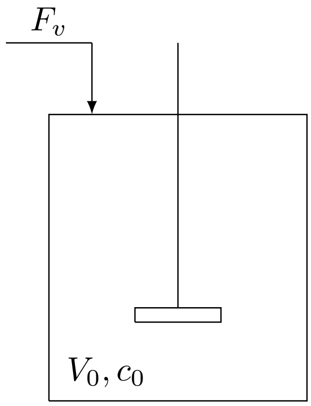
$\dot{m}_1$ = 60 kg/h, w_{A1} = 0,30, $\dot{m}_2$ = 110 kg/h, w_{A2} = 0,35, $\dot{m}_3$ = 74 kg/h, w_{A3} = 0,097

1.2 Nestacionarne snovne bilance

Naloga 1

V mešalniku je V_0 = 400 L raztopine s koncentracijo soli c_0 = 80 g/L. V mešalnik doteka sveža voda s pretokom F_v = 200 L/h. Po kolikšnem času bo koncentracija v njem tretjina začetne? Predpostavi, da se gostota raztopine s časom ne spreminja.

Shema



Rešitev

Zapišemo snovno bilanco za spremembo mase soli v mešalniku s časom:

$$\frac{dm}{dt} = F_v \cdot c_v - F_{iz} \cdot c_{iz} \tag{1.21}$$

V mešalnik doteka sveža voda z vstopno koncentracijo c_v = 0 g/L, iztoka iz mešalnika pa ni, zato zapišemo:

$$V \cdot \frac{dc}{dt} + c \cdot \frac{dV}{dt} = 0 \tag{1.22}$$

Volumen zmesi se s časom spreminja linearno, in sicer $\frac{dV}{dt} = F_v$ oziroma $V = V_0 + F_v \cdot t$, kar upoštevamo pri nadaljnjem razvoju enačbe 1.22:

$$(V_0 + F_v \cdot t) \cdot \frac{dc}{dt} + c \cdot F_v = 0 \tag{1.23}$$

Enačbo 1.23 integriramo v ustreznih mejah sistema:

$$\int_{c_0}^{c} \frac{dc}{c} = -\int_0^t \frac{F_v}{V_0 + F_v \cdot t} dt \tag{1.24}$$

In podamo rešitev:

$$\ln \frac{c}{c_0} = \ln \frac{V_0}{V_0 + F_v \cdot t} \tag{1.25}$$

Oziroma:

$$\frac{c}{c_0} = \frac{V_0}{V_0 + F_v \cdot t} \tag{1.26}$$

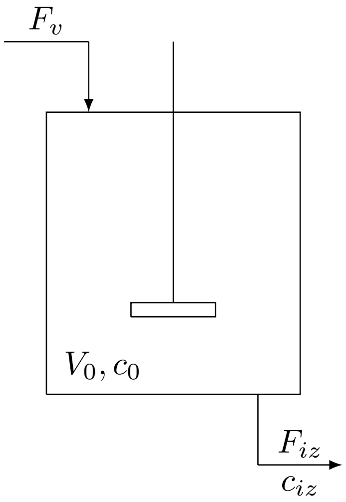
Koncentracija v mešalniku pade na tretjino začetne po:

$$t = \frac{3 \cdot V_0 - V_0}{F_v} \tag{1.27}$$

$$t = \frac{2 \cdot 400\,\mathrm{L}}{200\,\mathrm{L/h}}$$

$$t = 4\,\mathrm{h}$$

Naloga 2
V mešalni posodi je V_0 = 150 L raztopine s koncentracijo soli c_0 = 25 g/L. V reaktor začnemo dovajati čisto vodo s pretokom F_v = 20 L/min, iz reaktorja pa izteka raztopina soli z istim pretokom. Predpostavi, da se gostota raztopine s časom ne spreminja.
a) Izračunaj koncentracijo soli v mešalni posodi po 18 minutah.
b) Izračunaj čas, v katerem bo koncentracija soli polovico začetne.
Shema



Rešitev
Zapišemo snovno bilanco za spremembo mase soli v mešalniku s časom:

$$V \cdot \frac{dc}{dt} + c \cdot \frac{dV}{dt} = F_v \cdot c_v - F_{iz} \cdot c_{iz} \tag{1.28}$$

Vtok in iztok iz mešalne posode je enak ($F_v = F_{iz}$), zato spremembe volumna v mešalni posodi ni ($V = V_0$), medtem ko v posodo doteka čista voda ($c_v = 0$). Enačbo 1.28 tako lahko poenostavimo:

$$V_0 \cdot \frac{dc}{dt} = -F_{iz} \cdot c_{iz} \tag{1.29}$$

Preoblikujemo in rešujemo integral v ustreznih določenih mejah sistema:

$$\int_{c_0}^{c} \frac{dc}{c} = -\frac{F_v}{V_0} \int_0^t dt \tag{1.30}$$

Kot rešitev podamo integralno obliko enačbe:

$$\ln \frac{c}{c_0} = -\frac{F_v}{V_0} \cdot t \tag{1.31}$$

a) Iz enačbe 1.31 lahko izrazimo koncentracijo soli v mešalni posodi. Koncentracija v mešalniku po 18 minutah je:

$$c = c_0 \exp\left(-\frac{F_v}{V_0} \cdot t \right) \tag{1.32}$$

$$c = 25\,\mathrm{g/L} \cdot \exp\left(-\frac{20\,\mathrm{L/min}}{150\,\mathrm{L}} \cdot 18\,\mathrm{min} \right)$$

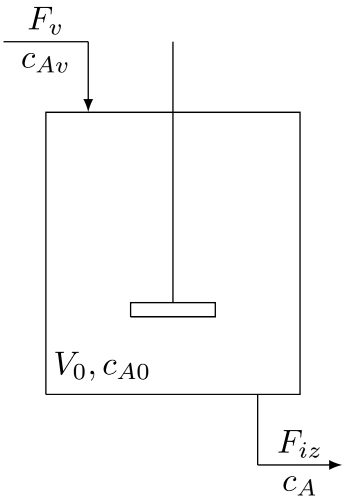
$$c = 2{,}27\,\mathrm{g/L}$$

b) Čas, v katerem bo koncentracija soli polovico začetne:

$$t = \frac{V_0}{F_v} \cdot \ln 2 \tag{1.33}$$

$$t = 5{,}2\,\mathrm{min}$$

Naloga 3
V mešalni posodi je V_0 = 1000 L raztopine komponente A s koncentracijo c_{A0} = 2 mol/L. Vanjo začnemo uvajati raztopino soli s koncentracijo c_{Av} = 0,2 mol/L in pretokom F_v = 100 L/h. Kakšna bo koncentracija soli v rezervoarju po dveh urah, če:
a) ni iztoka,
b) raztopina izteka s pretokom F_{iz} = 80 L/h?
Predpostavi idealno pomešanje in konstantno gostoto raztopine.
Shema



Rešitev
Zapišemo molsko bilanco za spremembo števila molov komponente A v določenem časovnem intervalu:

$$V \cdot \frac{dc_A}{dt} + c_A \cdot \frac{dV}{dt} = F_v \cdot c_{Av} - F_{iz} \cdot c_A \tag{1.34}$$

a) V primeru, da iztoka ni, enačbo 1.34 poenostavimo:

$$V \cdot \frac{dc_A}{dt} + c_A \cdot \frac{dV}{dt} = F_v \cdot c_{Av} \tag{1.35}$$

ter z vstavitvijo $V = V_0 + F_v \cdot t$ in $dV/dt = F_v$ v enačbo 1.35 nadalje zapišemo:

$$(V_0 + F_v \cdot t) \cdot \frac{dc_A}{dt} + c_A \cdot F_v = F_v \cdot c_{Av} \tag{1.36}$$

$$(V_0 + F_v \cdot t) \cdot \frac{dc_A}{dt} = F_v \cdot (c_{Av} - c_A) \tag{1.37}$$

Sledi:

$$\int_{c_{A0}}^{c_A} \frac{d_A}{c_{Av} - c_A} = F_v \int_0^t \frac{dt}{V_0 + F_v \cdot t} \tag{1.38}$$

Podamo rešitev integrala ob hkratnem antilogaritmiranju:

$$\frac{c_{Av} - c_A}{c_{Av} - c_{A0}} = \frac{V_0}{V_0 + F_v \cdot t} \tag{1.39}$$

Koncentracija komponente A v mešalni posodi po dveh urah je tako:

$$c_A = c_{Av} - \frac{(c_{Av} - c_{A0}) \cdot V_0}{V_0 + F_v \cdot t} \tag{1.40}$$

$$c_A = 1{,}7\,\text{mol/L}$$

b) V primeru iztoka raztopine iz mešalne posode zapišemo:

$$(V_0 + (F_\mathrm{v} - F_\mathrm{iz}) \cdot t) \cdot \frac{dc_\mathrm{A}}{dt} + c_\mathrm{A} \cdot (F_\mathrm{v} - F_\mathrm{iz}) = F_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{Av} - F_\mathrm{iz} \cdot c_\mathrm{A} \tag{1.41}$$

$$(V_0 + (F_\mathrm{v} - F_\mathrm{iz}) \cdot t) \cdot \frac{dc_\mathrm{A}}{dt} = F_\mathrm{v} \cdot (c_\mathrm{Av} - c_\mathrm{A}) \tag{1.42}$$

Sledi:

$$\int_{c_\mathrm{A0}}^{c_\mathrm{A}} \frac{dc_\mathrm{A}}{c_\mathrm{Av} - c_\mathrm{A}} = F_\mathrm{v} \int_0^t \frac{dt}{V_0 + (F_\mathrm{v} - F_\mathrm{iz}) \cdot t} \tag{1.43}$$

Koncentracija komponente A v mešalni posodi po dveh urah je tako:

$$c_\mathrm{A} = c_\mathrm{Av} - (c_\mathrm{Av} - c_\mathrm{A0}) \cdot \left(\frac{V_0}{V_0 + F_\mathrm{v} \cdot t} \right)^{\frac{F_\mathrm{v}}{F_\mathrm{v} - F_\mathrm{iz}}} \tag{1.44}$$

$$c_\mathrm{A} = 0{,}92\,\mathrm{mol/L}$$

Naloga 4

V rezervoarju volumna 200 L je raztopljene 8 kg soli. V rezervoar priteka voda s pretokom F_v = 0,1 L/s, izteka pa raztopina soli z enakim pretokom (F_v = F_iz). Koliko soli je v rezervoarju po 20 minutah?

Rešitev

m = 4,39 kg

Naloga 5

V mešalni posodi volumna 100 L je vodna raztopina komponente A s koncentracijo c_0 = 2 mol/L. Izračunaj čas, v katerem koncentracija pade na polovico začetne, če velja F_v = F_iz = 1 m^3/h.

Rešitev

t = 4,2 min

Naloga 6

V mešalnem reaktorju pripravimo 0,2 m^3 vodne raztopine komponente A s koncentracijo 1 mol/L. Nato v reaktor dovajamo čisto vodo s pretokom F_v = 2 L/min, iz reaktorja pa izteka raztopina z enakim pretokom. Komponenta A v mešalnem reaktorju izginja zaradi kemijske reakcije prvega reda: $(-r_\mathrm{A}) = k \cdot c_\mathrm{A}$ (k = 0,025 min^{-1}). Ob predpostavki, da je gostota raztopine enaka gostoti vode, izračunaj, po kolikšnem času pade koncentracija komponente A na desetino začetne.

Rešitev

t = 65,8 min

Naloga 7

V industrijskem obratu je v velikem betonskem rezervoarju 500 m^3 vodne raztopine z 20 tonami fino suspendiranih delcev. Delcev se želimo znebiti s prečrpavanjem vsebine z vodo s konstantnim pretokom $F_\mathrm{v} = F_\mathrm{iz}$ = 0,05 m^3/s. Izračunaj koncentracijo delcev v rezervoarju po 3 urah.

Rešitev

c = 0,0095 kg/L

Naloga 8

V mešalni posodi celotnega volumna 1,0 m^3 je 100 L vodne raztopine NaOH z začetno koncentracijo c_0 = 2,0 mol/L. V posodo začne dotekati sveža voda s pretokom F_v = 50 L/min. Izračunaj koncentracijo NaOH v posodi, ko se ta popolnoma napolni.

Rešitev

c = 0,2 mol/L

1.3 Stacionarne energijske bilance

Naloga 1
Voda teče s pretokom 15 kg/s po cevi premera 5 cm v rezervoar 20 m nad tlemi. Izračunaj kinetično in potencialno energijo v J/s.
Rešitev
Izračunamo hitrost vode v cevi:

$$v = \frac{4 \cdot \dot{m}}{\rho \cdot \pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot \Phi_{\mathrm{v}}}{\pi \cdot D^2} \tag{1.45}$$
$$v = 7{,}64\,\mathrm{m/s}$$

Sledi izračun kinetične in potencialne energije (definirano na časovno enoto, $\dot{m}$):

$$\dot{K} = \frac{\dot{m} \cdot v^2}{2} \tag{1.46}$$
$$\dot{K} = 438\,\mathrm{J/s}$$
$$\dot{P} = \dot{m} \cdot g \cdot h \tag{1.47}$$
$$\dot{P} = 2940\,\mathrm{J/s}$$

Naloga 2
Para z masnim tokom $\dot{m}$ = 2 kg/s vstopa v parno turbino pri hitrosti v_1 = 50 m/s in izstopa 5 m nižje s hitrostjo v_2 = 300 m/s. Toplotne izgube turbine so ocenjene na 20 kW. Turbina opravi 80 kW dela. Izračunaj spremembo entalpije v sistemu v J/s.
Rešitev
Zapišemo energijsko bilanco procesa:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \Delta\dot{K} + \Delta\dot{P} + \Delta\dot{H} \tag{1.48}$$

Izračunamo kinetično in potencialno energijo sistema, definirani na časovno enoto:

$$\dot{K} = \frac{1}{2}(\dot{m} \cdot v_2^2 - \dot{m} \cdot v_1^2) \tag{1.49}$$
$$\dot{K} = 87{,}5\,\mathrm{kW}$$
$$\dot{P} = \dot{m} \cdot g \cdot \Delta h \tag{1.50}$$
$$\dot{P} = -0{,}098\,\mathrm{kW}$$

Sledi izračun spremembe entalpije:

$$\Delta\dot{H} = \dot{Q} - \dot{W} - \Delta\dot{K} - \Delta\dot{P} \tag{1.51}$$
$$\Delta\dot{H} = 187{,}4\,\mathrm{kW}$$

Naloga 3
Posoda, napolnjena s plinom, je zaprta z gibljivim batom. Do plina prenesemo 3,0 kcal toplote, s čimer se temperatura poviša za 100 °C. Plin opravi 440 J dela na bat, dokler ne doseže ravnotežnega položaja. Izračunaj spremembo v notranji energiji sistema.
Rešitev
Zapišemo energijsko bilanco procesa:

$$Q - W = \Delta K + \Delta P + \Delta U \tag{1.52}$$

V sistemu ni spremembe v kinetični in potencialni energiji, toplota iz okolice na sistem (plin) je Q = 3,0 kcal in delo iz sistema (plin) na okolico W = 440 J:

$$\Delta U = Q - W \tag{1.53}$$

Sledi:

$$\Delta U = 3{,}0\,\mathrm{kcal} \cdot 4{,}184\,\mathrm{kJ\,kcal^{-1}} - 440\,\mathrm{J}$$
$$\Delta U = 12{,}1\,\mathrm{kJ}$$

Naloga 4
Zrak mase m = 0,05 kg segrevamo od začetne temperature T_1 = 300 K do končne T_2 = 550 K pri konstantnem tlaku P = 200 Pa.
a) Določi spremembo notranje energije, če je povprečna vrednost specifične toplotne kapacitete v tem temperaturnem območju c_p = 0,733 kJ kg^{-1} K^{-1}.
b) Koliko je končna temperatura, če zrak z začetno temperaturo T_1 = 300 K prejme 7,2 kJ toplote?
Rešitev
a) Spremembo v notranji energiji zraka zapišemo kot:

$$\Delta U = m \cdot c_\mathrm{p} \cdot \Delta T \tag{1.54}$$

Sledi:

$$\Delta U = 0{,}05\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}733\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}} \cdot (550 - 300)\,\mathrm{K}$$
$$\Delta U = 9{,}2\,\mathrm{kJ}$$

b) Zaradi prejete toplote se zraku spremeni notranja energija $Q = \Delta U$. Prek enačbe 1.54 sledi:

$$T_2 = T_1 + \frac{Q}{m \cdot c_\mathrm{p}} \tag{1.55}$$
$$T_2 = 300\,\mathrm{K} + \frac{7{,}2\,\mathrm{kJ}}{0{,}05\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}733\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}}$$
$$T_2 = 496\,\mathrm{K}$$

Naloga 5
Hladno vodo v toplotnem menjalniku segrevamo s pregreto paro temperature T = 250 °C pri tlaku P = 1 bar. Pretok pregrete pare je $\dot{m}$ = 90 kg/h. Toplotni menjalnik zapušča voda pri nasičeni temperaturi in tlaku P = 1 bar. Izračunaj toplotni tok, ki ga para odda na hladno vodo.
Ostali podatki (P = 1 bar):
vstop: pregreta para (T = 250 °C, h_1 = 2975 kJ/kg)
izstop: nasičena voda (T = 100 °C, h_2 = 417,5 kJ/kg)
Rešitev
V sistemu ni spremembe v potencialni in kinetični energiji, prav tako ni bilo opravljenega mehanskega dela, zato zapišemo:

$$\dot{Q} = \Delta \dot{H} \tag{1.56}$$

Sledi:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) \tag{1.57}$$
$$\dot{Q} = \frac{60\,\mathrm{kg}}{3600\,\mathrm{s}} \cdot (417{,}5\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}} - 2975\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}) \tag{1.58}$$
$$\dot{Q} = 63{,}9\,\mathrm{kW} \tag{1.59}$$

Naloga 6
Posoda vsebuje vročo tekočino, ki se hladi med mešanjem z mešalom. Na začetku mešanja je notranja energija tekočine 900 kJ. Med procesom hlajenja tekočina izgubi 600 kJ toplote, medtem ko mešalo odda 200 kJ dela na tekočino. Izračunaj končno notranjo energijo tekočine.
Rešitev
ΔU = 500 J

Naloga 7

V dobro izolirano posodo z 200 L vode s temperaturo 20 °C vržemo kos železa mase 30 kg (c_p = 0,45 kJ kg^{-1} K^{-1}) s temperaturo 120 °C. Koliko je ravnotežna temperatura?

Rešitev

T = 21,6 °C

Naloga 8

Koliko toplote je potrebno za izparevanje 5 kg vode z začetno temperaturo 7 °C pri tlaku 1 bar, če je učinkovitost segrevanja 60 %?

Rešitev

Q = 22,0 MJ

Naloga 9

Cilinder z gibljivim batom vsebuje 0,6 m^3 dušika pri temperaturi 30 °C in tlaku 460 kPa. Električni grelec znotraj naprave 7 min proizvaja tok 2 A iz 120 V vira. Dušik (c_p = 1,039 kJ kg^{-1} K^{-1}) ekspandira pri konstantnem tlaku. Med procesom so toplotne izgube 3400 J. Izračunaj temperaturo dušika, ko električni grelec ugasnemo.

Rešitev

T = 60,6 °C

Naloga 10

Izračunaj, koliko potencialne moči lahko proizvede reka, ki teče s hitrostjo 5 m/s in pretokom 400 m^3/s v jezero, ki je 125 m nižje.

Rešitev

$\dot{W}$ = 495,5 MW

Naloga 11

Para s tokom 60 kg/h vstopa v parno turbino pri hitrosti 60 m/s in izstopa 10 m nižje s hitrostjo 360 m/s. Toplotne izgube procesa so ocenjene na 40 kW, sprememba entalpije v procesu pa je −191 kW. Izračunaj, koliko mehanske moči opravi turbina.

Rešitev

$\dot{W}$ = 150 kW

Naloga 12

Gorivo pri gorenju sprošča 813 kW toplote, od katere se 65 % porabi za segrevanje vode v toplotnem menjalniku. Voda vstopa v toplotni menjalnik pri temperaturi 19 °C in zapušča menjalnik pri 20 barih v obliki nasičene pare. Izračunaj masni tok nasičene pare v kg/h.

Ostali podatki:

vstop: voda (T = 19 °C, h_1 = 79,8 kJ/kg)

izstop: nasičena para (P = 20 bar, T_nas = 212,4 °C, h_1 = 2797,2 kJ/kg)

Rešitev

$\dot{m}$ = 700 kg/h

Naloga 13

V turbino vstopa pregreta para pri tlaku 10 bar in temperaturi 500 °C. Turbino zapušča nasičena voda pri tlaku 1 atm. Izračunaj moč turbine, če je masni tok vodne pare 1500 kg/s.

Ostali podatki:

vstop: pregreta para (T = 500 °C, P = 10 bar, h_1 = 3478 kJ/kg)

izstop: nasičena voda (T = 100 °C, P = 1 bar, h_2 = 419,1 kJ/kg)

Rešitev

$\dot{W}$ = 459 MW

1.4 Nestacionarne energijske bilance

Naloga 1

Na morju pripravljamo kavo v kavnem aparatu, ki popolnoma napolnjen vsebuje 1 L vode. Ko se enkrat izparevanje vode začne, ugotovimo, da vsa voda izpari v 25 minutah.
a) Izračunaj moč grelca kavnega aparata.
b) Določi, koliko časa je potrebnega, da segrejemo 1 L vode pri temperaturi 18 °C do temperature vrelišča. Računaj s srednjo vrednostjo specifične toplotne kapacitete c_p.

Rešitev

a) Moč električnega grelca je enaka energiji potrebni za izparevanje vode v nekem časovnem intervalu:

$$\dot{W} \cdot t = m \cdot \Delta H_\mathrm{izp} \tag{1.60}$$

Ob poznavanju vrednosti izparilne entalpije ΔH = 2257,0 kJ/kg (Tabela A.2.1) izračunamo:

$$\dot{W} = \frac{m \cdot \Delta H_\mathrm{izp}}{t} \tag{1.61}$$

$$\dot{W} = \frac{1\,\mathrm{kg} \cdot 2257\,\mathrm{kJ/kg}}{60 \cdot 25\,\mathrm{s}}$$

$$\dot{W} = 1{,}5\,\mathrm{kW} \tag{1.62}$$

b) Električno delo grelca, ki se odraža v obliki toplotnega toka, je enako spremembi v notranji energiji vode:

$$\dot{W} \cdot t = Q = m \cdot c_\mathrm{p} \cdot \Delta T \tag{1.63}$$

Odčitamo c_p pri T = 59 °C, c_p = 4,185 kJ kg^{-1} K^{-1} (Tabela A.2.1), in izračunamo:

$$t = \frac{m \cdot c_\mathrm{p} \cdot \Delta T}{\dot{W}} \tag{1.64}$$

$$t = \frac{1\,\mathrm{kg} \cdot 4185\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,kg^{-1}} \cdot 82\,\mathrm{K}}{1500\,\mathrm{W}}$$

$$t = 3{,}8\,\mathrm{min}$$

Naloga 2

Mešalni reaktor je opremljen z električnim grelcem moči 500 W in napolnjen s 3,5 kg reaktantov (c_p = 0,50 kJ kg^{-1} K^{-1}). Pred reakcijo reakcijsko zmes segrejemo s 25 °C na 200 °C. Določi čas potreben za segrevanje.

Rešitev

Sprememba notranje energije je enaka toplotnemu toku grelca:

$$\dot{Q} = \dot{U} \tag{1.65}$$

$$\dot{Q} = m \cdot c_\mathrm{p} \cdot \frac{dT}{dt} \tag{1.66}$$

$$\dot{Q} \cdot \int_0^t dt = m \cdot c_\mathrm{p} \cdot \int_{T_1}^{T_2} dT \tag{1.67}$$

$$\dot{Q} \cdot t = m \cdot c_\mathrm{p} \cdot \Delta T \tag{1.68}$$

Čas za segrevanje reaktantov je tako:

$$t = \frac{m \cdot c_\mathrm{p} \cdot \Delta T}{\dot{Q}} \tag{1.69}$$

$$t = 10{,}2\,\mathrm{min}$$

Naloga 3

V bojlerju je 200 kg vode, ki jo segrevamo z električnem grelcem moči 10,0 kW. Toplotne izgube so proporcionalne temperaturni razliki vode in okolice $\dot{Q}_{izg}[\mathrm{W}] = 15 \cdot (T - T_{ok})$, pri čemer je temperatura okolice T_{ok} = 20 °C. Izračunaj čas za segrevanje vode od 20 °C do 80 °C.

Rešitev

Izhajamo iz osnovne energijske bilance za sistem:

$$\dot{K} + \dot{P} + \dot{U} = \dot{Q} - \dot{W} \tag{1.70}$$

V sistemu ni spremembe v kinetični $\dot{K}$ in potencialni $\dot{P}$ energiji, zato energijsko bilanco poenostavimo v obliko, kjer je notranja energija sistema $\dot{U}$ enaka toplotnim izgubam $\dot{Q}_{izg}$ in električni moči grelca $\dot{W}$. Toplotne izgube zaradi smeri iz sistema v okolico označimo z negativnim predznakom, medtem ko je vrednost moči električnega grelca prav tako negativna zaradi smeri iz okolice v sistem:

$$\dot{U} = \dot{Q}_{izg} - \dot{W} \tag{1.71}$$

$$m \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} = -15 \cdot (T - T_{ok}) + 10000 \tag{1.72}$$

Sledi preoblikovanje enačbe 1.72 in reševanje integrala v mejah $T_1(t = 0)$ in $T_2(t = t)$:

$$m \cdot c_p \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{10000 + 300 - 15 \cdot T} = \int_0^t dt \tag{1.73}$$

$$m \cdot c_p \cdot \frac{1}{-15} \cdot \ln \frac{10300 - 15 \cdot T_2}{10300 - 15 \cdot T_1} = t \tag{1.74}$$

Vrednost c_p odčitamo pri srednji temperaturi, in sicer 50 °C (c_p = 4,181 kJ kg^{-1} K^{-1}, Tabela A.2.1). Podamo rešitev:

$$t = \frac{m \cdot c_p}{-15} \cdot \ln \frac{10300 - 15 \cdot T_2}{10300 - 15 \cdot T_1} \tag{1.75}$$

$$t = 87{,}6\,\mathrm{min} \tag{1.76}$$

Naloga 4

Na grelno ploščo postavimo lonec s 3 kg vode in začetno temperaturo 10 °C. Moč električnega grelca v grelni plošči je 2,5 kW, učinkovitost prenosa toplote z grelca na vodo je 60%. Koliko bo temperatura vode v loncu po 7 minutah?

Rešitev

T = 60,3 °C

Naloga 5

V dobro izolirani mešalni posodi je 500 kg vode s temperaturo 20 °C. Vanjo priteka voda s temperaturo 80 °C in pretokom 100 kg/h, iztoka iz posode ni. Koliko bo temperatura v mešalni posodi po 1 uri?

Rešitev

T = 30 °C

Naloga 6

V dobro izolirano mešalno posodo s 150 kg topila in začetno temperaturo 8 °C je potopljen električni grelec z močjo 2,5 kW. V posodo doteka sveže topilo s pretokom 20 kg/h in temperaturo 12 °C (c_p = 2,5 kJ kg^{-1} K^{-1}). Mešalo v obliki mehanskega dela na raztopino oddaja 650 W moči. V kolikšnem času bo temperatura v mešalni posodi 60 °C?

Rešitev

t = 1,91 h

Statika tekočin

Naloga 1
Cilindrična posoda višine h = 10 m je do polovice napolnjena z vodo gostote ρ_v = 1000 kg/m^3 in z oljem specifične teže SG = 0,85. Določi razliko v tlaku med zgornjim in spodnjim delom posode.
Rešitev
Spremembo tlaka zapišemo kot:

$$\Delta P = \rho_v \cdot g \cdot 0{,}5 \cdot h + \mathrm{SG} \cdot \rho_v \cdot g \cdot 0{,}5 \cdot h \tag{2.1}$$

In izračunamo:

$$\Delta P = 1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot 5\,\mathrm{m} + 0{,}85 \cdot 1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot 5\,\mathrm{m}$$
$$\Delta P = 90{,}7\,\mathrm{kPa} \tag{2.2}$$

Naloga 2
Hidravlična dvigalka se uporablja za dviganje m_2 = 3000 kg bremena, tako da na bat premera D_1 = 10 cm položimo utež z maso m_1 = 30 kg. Določi premer bata D_2, na katerem je postavljeno 3000 kg breme.
Rešitev
Za izbrani primer velja enakost tlakov:

$$P_1 = P_2 \tag{2.3}$$

Od koder sledi:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \tag{2.4}$$
$$\frac{4 \cdot m_1 \cdot g}{\pi \cdot D_1^2} = \frac{4 \cdot m_2 \cdot g}{\pi \cdot D_2^2} \tag{2.5}$$

Premer bata je tako:

$$D_2 = D_1 \cdot \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \tag{2.6}$$
$$D_2 = 1{,}0\,\mathrm{m}$$

Naloga 3
Zračni tlak na morski gladini je P_0 = 101,35 kPa.
a) Izračunaj zračni tlak na nadmorski višini 6000 m, če predpostavimo konstantno temperaturo zraka 12 °C.
b) Izpelji izraz in izračunaj tlak na nadmorski višini 6000 m, če se temperatura spreminja zvezno po enačbi $T = T_0 - \beta \cdot z$, kjer je β = 0,0072 K/m
Rešitev
a) Spremembo tlaka zraka z nadmorsko višino zapišemo s sledečo zvezo:

$$dP = -\rho \cdot g \cdot dz \tag{2.7}$$

Pri čemer upoštevamo spremembo gostote zraka s tlakom prek splošne plinske enačbe:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \tag{2.8}$$

$$n = \frac{m}{M} \tag{2.9}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{2.10}$$

Od koder sledi:

$$\rho = \frac{P \cdot M}{R \cdot T} \tag{2.11}$$

$$dP = -\frac{P \cdot M \cdot g}{R \cdot T} \cdot dz \tag{2.12}$$

Ob upoštevanju mej sistema $z = 0$, $P = P_0$ in $z = z$, $P = P$ zapišemo integral:

$$\int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} = -\frac{M \cdot g}{R \cdot T} \int_0^z dz \tag{2.13}$$

In rešitev integrala:

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{M \cdot g \cdot z}{R \cdot T} \tag{2.14}$$

Tlak na nadmorski višini 6000 m je tako:

$$P = P_0 \cdot \exp\left(-\frac{M \cdot g \cdot z}{R \cdot T}\right) \tag{2.15}$$

$$P = 101{,}35\,\mathrm{kPa} \cdot \exp\left(\frac{0{,}029 \cdot 9{,}81 \cdot 6000}{8{,}314 \cdot 285}\right)$$

$$P = 49{,}3\,\mathrm{kPa} \tag{2.16}$$

b) V primeru spremembe temperature z višino enačbo 2.13 dodatno modificiramo:

$$\int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} = -\frac{M \cdot g}{R \cdot (T_0 + \beta \cdot z)} \int_0^z dz \tag{2.17}$$

Pri čemer je rešitev integrala:

$$\ln \frac{P}{P_0} = \frac{M \cdot g}{R \cdot \beta} \cdot \ln \frac{T_0 - \beta \cdot z}{T_0} \tag{2.18}$$

Tlak na nadmorski višini 6000 m je tako:

$$P = P_0 \cdot \left(1 - \frac{\beta \cdot z}{T_0}\right)^{\left(\frac{M \cdot g}{R \cdot \beta}\right)} \tag{2.19}$$

$$P = 46{,}4\,\mathrm{kPa} \tag{2.20}$$

Naloga 4

Živosrebrni manometer (ρ_{Hg} = 13560 kg/m^3) je priklopljen na zračni kanal, drug del pa je odprt proti atmosferskemu tlaku P_0 = 100 kPa. Razlika v nivojih manometra je h = 30 mm. Določi absolutni tlak v zračnem kanalu.

Rešitev

Absolutni tlak v zračnem kanalu je enak atmosferskemu tlaku in višini stolpca živosrebrnega manometra:

$$P = P_0 + \rho_{\mathrm{Hg}} \cdot g \cdot h \tag{2.21}$$

Sledi:

$$P = 100\,\mathrm{kPa} + 13560\,\mathrm{kg\,m^{-3}} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot 0{,}03\,\mathrm{m}$$

$$P = 104\,\mathrm{kPa}$$

Naloga 5

Izračunaj, kolikšno breme lahko dvignemo na batu premera 0,54 m, če na manjši bat premera 3,5 cm položimo utež mase 5 kg.

Rešitev

m = 1190 kg

Naloga 6

Pilot na letalu v fazi pristajanja odčita absolutni tlak 71,2 kPa. Na kateri višini se nahaja letalo, če je zračni tlak na letališču 1007 mbar? Računaj s povprečno temperaturo zraka 10 °C.

Rešitev

z = 2867 m

Naloga 7

Koliko je tlak na dnu 30 m globokega jezera, če je zunanji zračni tlak 1012 mbar?

Rešitev

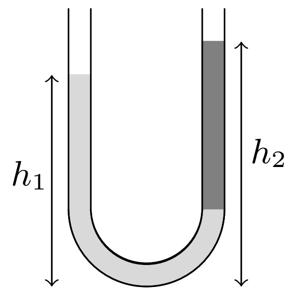
P = 395,5 kPa

Naloga 8

U-manometer je na obeh koncih odprt, na eni strani napolnjen z vodo (ρ_v = 1000 kg/m^3) in na drugi z oljem (ρ_o = 780 kg/m^3). Stran napolnjena z vodo v višino meri h_1 = 80 cm, medtem ko druga stran vsebuje tako vodo kot olje v razmerju $h_\text{o} = 4 \cdot h_\text{v}$ ($h_2 = h_\text{o} + h_\text{v}$). Izračunaj višino vsake od tekočin na tej strani manometra.

Rešitev

h_o = 0,777 m, h_v = 0,194 m



Naloga 9

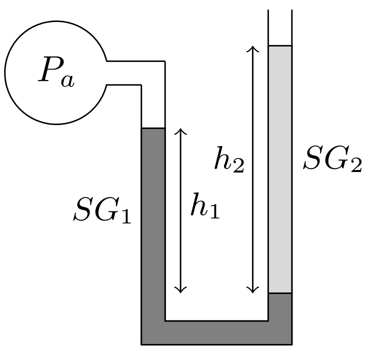
Manometer, napolnjen z dvema različnima tekočinama, je priključen na zračno posodo s tlakom P_a = 74 kPa. Če je specifična teža ene tekočine SG$_1$ = 13,56, izračunaj, koliko je specifična teža druge tekočine SG$_2$. Manometer je odprt proti zunanjemu zračnemu tlaku vrednosti P_0 = 100 kPa.

Ostali podatki:

h_1 = 26 cm, h_2 = 41 cm

Rešitev

SG$_2$ = 2,1

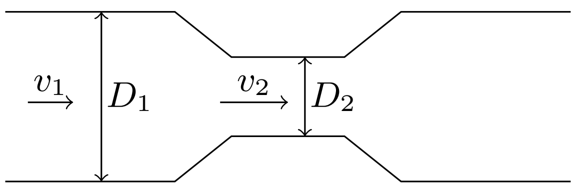


Dinamika tekočin

Naloga 1

Voda teče po cevi premera D_1 = 5,0 cm s pretokom Φ_v = 20 m^3/h. Izračunaj hitrost vode v zoženem delu cevi s premerom D_2 = 3,0 cm.

Shema



Rešitev

Reševanja se lotimo z zapisom kontinuitetne enačbe (konstanten masni pretok) in v nadaljevanju upoštevamo, da se tudi gostota vode ne spreminja:

$$\Phi_{m1} = \Phi_{m2} \tag{3.1}$$

$$\Phi_{v1} \cdot \rho = \Phi_{v2} \cdot \rho \tag{3.2}$$

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \tag{3.3}$$

Od tod sledi:

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{A_1}{A_2} = v_1 \cdot \frac{D_1^2}{D_2^2} \tag{3.4}$$

Hitrost v_1 izračunamo prek enačbe 1.45, kar omogoča določitev hitrosti v ožjem delu cevi v_2:

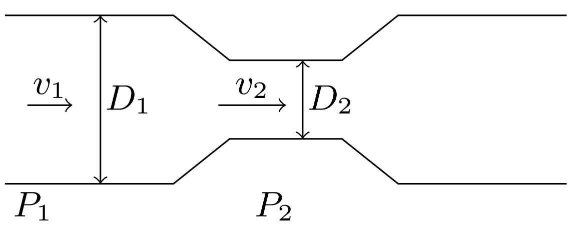
$$v_1 = 2{,}83\,\mathrm{m/s}$$

$$v_2 = 7{,}86\,\mathrm{m/s}$$

Naloga 2

Voda temperature T = 10 °C teče po cevi premera D_1 = 9,5 cm s pretokom Φ_v = 0,51 m^3/min pri tlaku P_1 = 75 kPa. Izračunajte tlak v zoženem delu cevi, če se premer cevi zmanjša na D_2 = 6 cm.
Ostali podatki:
Gostoto vode odčitamo iz tabele A.2.1: ρ = 1000 kg/m^3

Shema



Rešitev
Reševanja se lotimo z zapisom Bernoullijeve enačbe:

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 \tag{3.5}$$

V nadaljevanju upoštevamo, da ni razlike v potencialni višini ($h_1 = h_2$):

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \tag{3.6}$$

V enačbi 3.6 sta prisotni dve neznanki v_2 in P_2, zato bo reševanje možno ob souporabi kontinuitetne enačbe (Enačba 3.3). Tlak v zoženem delu cevi sedaj lahko izrazimo:

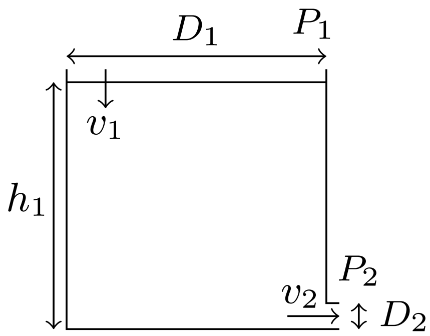
$$P_2 = P_1 - \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} \cdot \left[\left(\frac{D_1}{D_2} \right)^4 - 1 \right] \tag{3.7}$$

Po izračunu hitrosti v_1 prek 1.45 izračunamo tlak na zožitvi P_2:

$$v_1 = 1{,}20\,\mathrm{m/s}$$

$$P_2 = 71{,}2\,\mathrm{kPa}$$

Naloga 3
Voda teče skozi cev premera D_2 = 5 cm iz posode premera D_1 = 0,5 m. Določi volumski tok vtoka v posodo, da višina v posodi ostaja konstantna na h_1 = 4 m.
Shema



Rešitev
Reševanja se lotimo z zapisom Bernoullijeve enačbe (Enačba 3.5). Posoda je odprta proti zunanjemu zračnemu tlaku, zato velja enakost tlakov $P_1 = P_2$, poleg tega pa je potencialna višina na dnu posode h_2 = 0, zato nadalje zapišemo:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \tag{3.8}$$

Vpeljemo še kontinuitetno enačbo 3.3 in izpostavimo hitrost na iztoku iz rezervoarja v_2:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \cdot \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \tag{3.9}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_1}{1 - \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^4}} \tag{3.10}$$

$$v_2 = 8{,}86\,\mathrm{m/s}$$

Sledi še izračun pretoka:

$$\Phi_\mathrm{v} = v_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \tag{3.11}$$

$$\Phi_\mathrm{v} = 0{,}0174\,\mathrm{m^3/s}$$

Naloga 4

Voda teče po cevi premera 3,2 cm pri 10 °C s pretokom 0,2 m^3/min. Ali je pretakanje vode v cevi laminarno ali turbulentno?

Ostali podatki:

Snovne lastnosti vode določimo iz tabele A.2.1: ρ = 1000 kg/m^3, η = 1,308 mPa s

Rešitev

Laminarni ali turbulentni tok določimo glede na Reynoldsovo število:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\eta} \tag{3.12}$$

Prek pretoka po enačbi 1.45 izračunamo hitrost toka in za tem še vrednost Re števila:

$$v = \frac{4 \cdot 0{,}2\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}}{60 \cdot \pi \cdot (0{,}032\,\mathrm{m})^2} \tag{3.13}$$

$$v = 4{,}14\,\mathrm{m/s}$$

$$\mathrm{Re} = 1{,}01 \times 10^5$$

Pretakanje vode je turbulentno, ker je Re > 2300.

Naloga 5

Vodo črpamo v rezervoar na višini h = 45 m po cevi premera D = 8,5 cm. Zagotoviti je treba pretok Φ_v = 3,2 m^3/min. Izračunaj moč črpalke ob predpostavki, da ta deluje s 100% močjo in da ni izgub zaradi tekočinskega trenja v ceveh.

Rešitev

Hitrost vode v cevi izračunamo prek enačbe 1.45, kinetično in potencialno energijo pa opredelimo glede na volumsko enoto.

$$v = 6{,}0\,\mathrm{m/s}$$

$$\frac{K}{V} = P_\mathrm{K} = \frac{\rho \cdot v^2}{2} \tag{3.14}$$

$$P_\mathrm{K} = 44{,}2\,\mathrm{Pa}$$

$$\frac{P}{V} = P_\mathrm{H} = \rho \cdot g \cdot h \tag{3.15}$$

$$P_\mathrm{H} = 441{,}0\,\mathrm{Pa}$$

Sledi izračun moči črpalke ($\dot{W}$):

$$\dot{W} = \left(\frac{K}{V} + \frac{K}{V}\right) \cdot \Phi_\mathrm{v} \tag{3.16}$$

$$\dot{W} = 25{,}9\,\mathrm{kW} \tag{3.17}$$

Naloga 6

Vodo za tehnološki proces s temperaturo 20 °C shranjujemo v rezervoarju, kamor jo črpamo s pretokom Φ_v = 1,8 m^3/min, ki je h = 32 m nad vtokom v cevovod z dolžino L = 150 m. Cevovod je sestavljen iz galvaniziranih železnih cevi premera D = 0,15 m (hrapavost cevi $\varepsilon = 0{,}15$ mm, glej pod prilogo B.1.2) in vsebuje 9 pravokotnih kolen ($k = 0{,}74$, glej pod prilogo B.1.1). Kako močno črpalko je treba vgraditi, če ta obratuje s 70% zmogljivostjo?

Ostali podatki:

Gostoto vode odčitamo iz tabele A.2.1: ρ = 998,5 kg/m^3

Rešitev

Izračunamo dinamični tlak P_K, potencialni tlak P_H in tlak kot posledica trenjskih izgub P_tr.

Dinamični tlak:

$$P_K = \frac{\rho \cdot v^2}{2} \tag{3.18}$$

$$P_K = 1{,}44\,\text{kPa}$$

Statični tlak:

$$P_H = \rho \cdot g \cdot h \tag{3.19}$$

$$P_H = 313{,}1\,\text{kPa}$$

Padec tlaka kot posledica izgub zaradi trenja (f) in ovir v cevovodu (k):

$$P_{tr} = f \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot \frac{L}{D} + \sum k \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} \tag{3.20}$$

Za izračun frikcijskega faktorja najprej določimo vrednost Re števila (snovne lastnosti za vodo odčitamo iz tabele A.2.1):

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\eta} \tag{3.21}$$

$$\text{Re} = 2{,}5 \times 10^5$$

Re število kaže na turbulentni tokovni profil, zato frikcijski faktor f določimo iz Moodyjevega diagrama (f = 0,016, glej diagram v prilogi B.1.3). Padec tlaka je tako:

$$P_{tr} = 23{,}0\,\text{kPa} + 9{,}6\,\text{kPa}$$

$$P_{tr} = 32{,}6\,\text{Pa}$$

Sledi še izračun moči črpalke:

$$\dot{W} = \frac{(P_K + P_H + P_{tr}) \cdot \Phi_v}{0{,}7} \tag{3.22}$$

$$\dot{W} = 14{,}9\,\text{kW}$$

Naloga 7

Bučno olje črpamo iz vstopnega rezervoarja v procesno posodo s pretokom 50 ton/h. Dolžina cevovoda je L = 158 m, premer gladkih cevi pa D = 5 cm. Cevovod vsebuje 6 pravokotnih kolen (k = 0,74), 2 kvadratni koleni (k = 1,5), 2 vstopna ventila (k = 0,13) in 1 zaporni ventil (k = 6). Podatki o koeficientih so podani v prilogi B.1.3. Ocenite potrebno moč črpalke, ki deluje pri 70% zmogljivosti, če je procesna posoda 5 m nižje od vstopnega rezervoarja.
Snovne lastnosti sojinega olja pri 20 °C:
ρ = 910 kg/m^3, η = 40 mPa s.
Za dolge in gladke cevi velja Blasiusova enačba:

$$f = 0{,}316 \cdot \text{Re}^{-0{,}25} \tag{3.23}$$

Rešitev

Določimo hitrost toka skozi cev (Enačba 1.45) in Re število (Enačba 3.21):

$$v = 7{,}77\,\text{m/s}$$

$$\text{Re} = 8842$$

Prek Blasiusove enačbe izračunamo frikcijski faktor f (Enačba 3.23):

$$f = 0{,}0326$$

Za tem še dinamični tlak (Enačba 3.18), potencialni tlak (Enačba 3.19) in tlak kot posledica trenjskih izgub (Enačba 3.20):

$$P_K = 27{,}5\,\text{kPa}$$
$$P_H = -44{,}6\,\text{kPa}$$
$$P_{tr} = 2831\,\text{kPa} + 377\,\text{kPa} = 3208\,\text{kPa}$$

Na koncu sledi še izračun moči črpalke prek enačbe 3.22:

$$\dot{W} = 69{,}6\,\text{kW} \tag{3.24}$$

Naloga 8
Po horizontalnem cevovodu dolžine L = 170 m s premerom plastičnih cevi D = 6 cm teče olivno olje s pretokom Φ_v = 0,3 m^3/min. Izračunaj moč črpalke, če ta deluje pri 100% zmogljivosti. Snovne lastnosti za olje: ρ = 910 kg/m^3, η = 0,084 Pa s.
Rešitev
Izračunamo Re število prek enačbe 3.21:

$$\text{Re} = 1149 \tag{3.25}$$

Tok v cevi je laminaren, frikcijski faktor je odvisen le od Re števila in podan z linearno zvezo:

$$f = \frac{64}{\text{Re}} \tag{3.26}$$
$$f = 0{,}0557$$

Sledi izračun dinamičnega tlaka P_K (Enačba 3.18) in tlaka kot posledica izgub zaradi trenja $P_{tr,f}$:

$$P_K = 1{,}42\,\text{kPa}$$
$$P_{tr,f} = f \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot \frac{L}{D} \tag{3.27}$$
$$P_{tr,f} = 224{,}5\,\text{kPa}$$

Moč črpalke je tako:

$$\dot{W} = (P_K + P_{tr,f}) \cdot \Phi_v \tag{3.28}$$
$$\dot{W} = 1{,}13\,\text{kW}$$

Naloga 9
Na nadmorski višini 10,2 km je gostota zraka 0,44 kg/m^3 in hitrost na spodnji strani letalskega krila 292 m/s. Izračunaj hitrost na zgornji strani, da bo minimalna tlačna razlika na krilu 0,078 atm.
Rešitev
v = 348 m/s

Naloga 10
Hidravlično olje teče po cevi premera 4 cm. Izračunajte hitrost toka, če je v cevovod vstavljena zožitev, pri čemer je cev zožena na 2,4 cm. Tlačno razliko med cevjo pred in po zoženem delu smo izmerili z višino vodnega stolpca in znaša 12 cm.
Ostali podatki:
Hidravlično olje: ρ_o = 912 kg/m^3, voda: ρ_v = 1000 kg/m^3
Rešitev
v = 0,62 m/s

Naloga 11
Zrak se v toplotnem menjalniku segreje iz 20 na 100 °C. Pretok zraka skozi menjalnik je 200 kg/h. Toplotni menjalnik je sestavljen iz cevi premera 4 cm. Izračunaj, koliko cevi je treba vgraditi v

menjalnik, da bo pretok zagotavljal Reynoldsovo število Re = 11000.
Ostali podatki:
Snovne lastnosti za zrak odčitajte iz tabele A.1.
Rešitev
$N = 8$

Naloga 12
Določi frikcijski faktor za bakreno cev dolžine 20 m in premera 3 cm, če je pretok vode skozi cev 0,012 m^3/s. Temperatura vode je 20 °C. Izračunaj še padec tlaka zaradi tekočinskega trenja v cevi.
Ostali podatki:
Snovne lastnosti za vodo odčitajte iz tabele A.2.1.
Rešitev
$f = 0{,}014$, $P_{tr} = 1{,}34$ MPa

Naloga 13
Po jekleni cevi premera 0,4 m in dolžine 60 m se pretaka voda s pretokom 410 L/s. Temperatura vode je 10 °C. Izračunaj padec tlaka zaradi tekočinskega trenja v cevi.
Ostali podatki:
Snovne lastnosti za vodo odčitajte iz tabele A.2.1.
Rešitev
$P_{tr} = 8{,}98$ kPa

Naloga 14
Vodno raztopino KNO_3 z 22 ut. % soli je treba prečrpati iz rezervoarja v procesno posodo na vrhu stavbe, ki je 30 m višje. Dolžina cevovoda je 250 m, premer cevi pa 1,5 cm. Zahtevani pretok raztopine je 8,2 m^3/h. Cevovod je sestavljen iz trdih PVC cevi (Priloga B.1.2) in vsebuje: 4 pravokotna kolena, 3 srednje zavita kolena, 2 vstopna in 1 kotni ventil (Priloga B.1.1). Oceni, kako močno črpalko za črpanje raztopine je treba vgraditi, če bo ta obratovala pri 75% moči.
Ostali podatki:
$\rho = 1161$ kg/m^3, $\eta = 1{,}5$ mPa s
Rešitev
$\dot{W} = 89{,}0$ kW

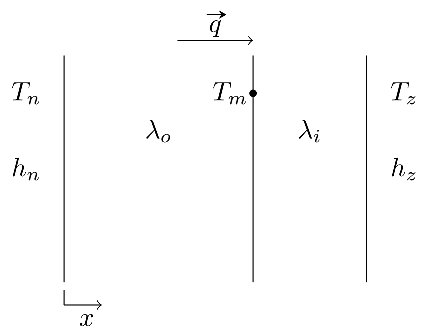
Naloga 15
Vodo temperature 20 °C črpamo iz ene posode v drugo. Prva posoda je na višini 2 m in druga na višini 52 m. Cevovod dolžine 100 m in premera 5 cm je sestavljen iz gladkih cevi in vsebuje 5 pravokotnih kolen, 2 vstopna in 2 zaporna ventila (koeficienti: Tabela B.1.1). Oceni, kako močno črpalko je treba vgraditi, če bo ta obratovala pri 80% moči in zagotavljala pretok 1,5 m^3/min.
Ostali podatki:
Snovne lastnosti vode odčitajte iz tabele A.2.1.
Rešitev
$\dot{W} = 113{,}3$ kW

Naloga 16
Vodo temperature 20 °C črpamo iz ene posode v drugo s pretokom $\Phi_v = 720$ m^3/h. Prva posoda je na višini 6 m in druga na 36 m. Cevovod meri 120 m, premer cevi je 5 cm. Cevovod je sestavljen iz ostrega vstopa in izstopa, odprtega in zapornega ventila in dveh pravokotnih kolen (koeficienti: Tabela B.1.1). Relativna hrapavost cevi je 0,001. Izračunaj potrebno moč črpalke.
Ostali podatki:
Snovne lastnosti vode odčitajte iz tabele A.2.1.
Rešitev
$\dot{W} = 57{,}8$ kW

Osnove prenosa toplote in snovi

Prenos toplote

Naloga 1
Stena hiše je sestavljena iz opeke debeline L_1 = 0,5 m (λ_o = 4,0 W m^{-1} K^{-1}) in izolacije debeline L_2 = 0,15 m (λ_i = 0,08 W m^{-1} K^{-1}). Temperatura v hiši je T_n = 22 °C (h_n = 8 W m^{-2} K^{-1}), zunanja temperatura pa T_z = −7 °C (h_z = 18 W m^{-2} K^{-1}).
a) Izračunaj toplotni fluks q.
b) Izračunaj temperaturo na meji med opeko in izolacijo T_m.
c) Izračunaj debelino izolacije, da se toplotni fluks zmanjša za tretjino.
Shema



Rešitev
a) Toplotni fluks izračunamo kot:

$$q = U \cdot \Delta T = U \cdot (T_\mathrm{n} - T_\mathrm{z}) \tag{4.1}$$

kjer je toplotna prehodnost U:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_\mathrm{n}} + \frac{L_1}{\lambda_\mathrm{o}} + \frac{L_2}{\lambda_\mathrm{i}} + \frac{1}{h_\mathrm{z}} \tag{4.2}$$

Sledi:

$$U = 0{,}459\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$
$$q = 13{,}3\ \mathrm{W\,m^{-2}}$$

b) Iščemo temperaturo na meji med opeko in izolacijo T_m, zato izračunamo toplotno prehodnost do meje med opeko in izolacijo U_m in temperaturo T_m s preoblikovanjem enačbe 4.1:

$$T_\mathrm{m} = T_\mathrm{n} - \frac{q}{U_\mathrm{m}} \tag{4.3}$$

Sledi:

$$U_\mathrm{m} = 4{,}0\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$
$$T_\mathrm{m} = 18{,}7\,^\circ\mathrm{C}$$

c) Pri izračunu debeline izolacije, kjer se toplotni fluks zmanjša za tretjino začetnega, izračunamo najprej koeficient toplotne prehodnosti s preoblikovanjem enačbe 4.1:

$$U = \frac{\frac{2}{3}\cdot q}{(T_\mathrm{n} - T_\mathrm{z})}$$
$$U = 0{,}306\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}} \tag{4.4}$$

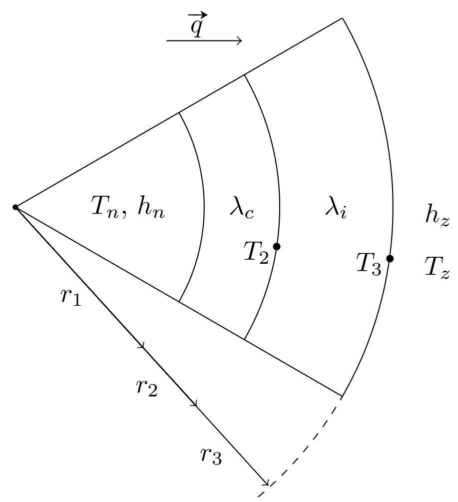
Z novo vrednostjo koeficienta toplotne prehodnosti U določimo debelino izolacije s preoblikovanjem enačbe 4.2:

$$L_2 = \lambda_\mathrm{i}\cdot\left(\frac{1}{U} - \frac{1}{h_\mathrm{n}} - \frac{L_1}{\lambda_\mathrm{o}} - \frac{1}{h_\mathrm{z}}\right)$$
$$L_2 = 0{,}24\,\mathrm{m} \tag{4.5}$$

Naloga 2

Po cevi z notranjim premerom D_1 = 4 cm in zunanjim premerom D_2 = 5 cm (λ_c = 55 W m^{-1} K^{-1}) se pretaka vroča voda s temperaturo T_n = 95 °C (h_n = 900 W m^{-2} K^{-1}). Cev je izolirana z izolacijo debeline 2 cm (λ_i = 0,1 W m^{-1} K^{-1}). Temperatura zraka je T_z = 20 °C (h_z = 12 W m^{-2} K^{-1}).
a) Izračunaj toplotne izgube na dolžinski meter cevi.
b) Izračunaj temperaturo na meji med steno cevi in izolacijo T_2.
c) Izračunaj temperaturo na zunanji strani izolacije T_3.

Shema



Rešitev

a) Toplotne izgube izračunamo kot produkt toplotne prehodnosti, površine cevi in razlike v temperaturi med vročo vodo in zrakom:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = U\cdot\pi D_3\cdot(T_\mathrm{n} - T_\mathrm{z}) \tag{4.6}$$

Kjer je toplotna prehodnost U definirana kot:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_\mathrm{n}}\cdot\frac{r_3}{r_1} + \frac{r_3\cdot\ln(r_2/r_1)}{\lambda_\mathrm{c}} + \frac{r_3\cdot\ln(r_3/r_2)}{\lambda_\mathrm{i}} + \frac{1}{h_\mathrm{z}} \tag{4.7}$$

Toplotne izgube na dolžinski meter cevi so tako:

$$U = 2{,}86\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

$$\frac{\dot{Q}}{L} = 60{,}5\,\mathrm{W/m}$$

b) Izračunajmo temperaturo na meji med zunanjim premerom cevi in izolacijo T_2, tokrat prek toplotnih uporov:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \frac{T_2 - T_\mathrm{z}}{R_\mathrm{izo} + R_\mathrm{konv}} \tag{4.8}$$

$$R_\mathrm{izo} = \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi \cdot \lambda_\mathrm{i}} = 0{,}935\,\mathrm{m\,K\,W^{-1}} \tag{4.9}$$

$$R_\mathrm{konv} = \frac{1}{h_\mathrm{z} \cdot \pi D_3} = 0{,}295\,\mathrm{m\,K\,W^{-1}} \tag{4.10}$$

Druga možnost je izračun temperature T_2 prek enačbe 4.6, kjer v enačbi za izračun toplotne prehodnosti (Enačba 4.7) prva dva člena ne upoštevamo. Sledi:

$$\begin{aligned} T_2 &= T_\mathrm{z} + \frac{\dot{Q}}{L} \cdot (R_\mathrm{izo} + R_\mathrm{konv}) \\ T_2 &= 94{,}4\,^\circ\mathrm{C} \end{aligned} \tag{4.11}$$

c) Temperaturo na zunanji strani izolacije izračunamo prek naslednje zveze:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = h_\mathrm{z} \cdot (T_3 - T_\mathrm{z}) \tag{4.12}$$

Od koder sledi:

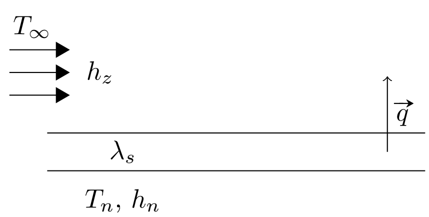
$$T_3 = T_\mathrm{z} + \frac{\dot{Q}/L}{h_\mathrm{z}} \tag{4.13}$$

$$T_3 = 20{,}1\,^\circ\mathrm{C}$$

Naloga 3

Preko strešnega steklenega okna z enojnim steklom debeline L_1 = 2 mm (λ_s = 0,86 W m^{-1} K^{-1}) in dimenzij 0,8 m $\times$ 0,5 m v smeri daljše stranice piha veter s hitrostjo v = 15 m/s. Koeficient toplotnega prestopa na notranji strani znaša h_n = 15 W m^{-2} K^{-1}. Temperatura v prostoru je T_n = 22 °C, zunanja pa T_z = 5 °C. Izračunaj toplotne izgube skozi okno.
Ostali podatki (odčitano iz tabele A.1 za zrak pri T = 5 °C):
ν = 1,382$\times$10^{-5} m^2/s, λ = 0,0240 W m^{-1} K^{-1}, c_p = 1,006 kJ kg^{-1} K^{-1}, ρ = 1,269 kg/m^3

Shema



Rešitev

V splošnem toplotni tok za prenos toplote preko okna zapišemo kot:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta T \tag{4.14}$$

kjer je:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_\mathrm{n}} + \frac{L_1}{\lambda_\mathrm{s}} + \frac{1}{h_\mathrm{z}} \tag{4.15}$$

Z ustrezno korelacijsko enačbo izračunamo še koeficient na zunanji strani h_{z}. Določimo najprej, ali gre za laminarni ali turbulentni tok:

$$\begin{aligned} \mathrm{Re} &= \frac{v \cdot L}{\nu} \\ \mathrm{Re} &= 8{,}68 \times 10^{5} \end{aligned} \tag{4.16}$$

Ugotovimo, da je tok turbulenten, in izberemo ustrezno korelacijsko enačbo:

$$\mathrm{Nu} = \frac{h_{\mathrm{z}} \cdot L}{\lambda} = 0{,}037 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}8} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \tag{4.17}$$

Ter izračunamo še Pr število:

$$\begin{aligned} \mathrm{Pr} &= \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\nu \cdot \rho \cdot c_{\mathrm{p}}}{\lambda} \\ \mathrm{Pr} &= 0{,}74 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Sledi:

$$\begin{aligned} h_{\mathrm{z}} &= \frac{\lambda}{L} \cdot 0{,}037 \cdot (8{,}68 \times 10^{5})^{0{,}8} \cdot 0{,}74^{(1/3)} \\ h_{\mathrm{z}} &= 56{,}5\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}} \end{aligned} \tag{4.19}$$

Prek enačbe 4.15 izračunamo toplotno prehodnost za dani primer in nato prek enačbe 4.14 še toplotne izgube:

$$U = 11{,}5\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

$$\dot{Q} = 78{,}4\,\mathrm{W}$$

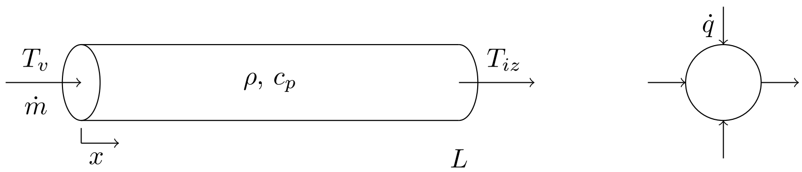
Naloga 4

S pomočjo energije sonca želimo segrevati vodo. Toplotni tok sonca akumuliramo v ceveh dolžine L = 10 m in notranjega premera D = 20 mm. Voda v cev vstopa s hitrostjo v = 0,08 m/s in izstopa pri temperaturi T_{iz} = 28 °C. Toplotni fluks na celotno cev je konstanten, in sicer q = 1000 W/m^2. Izračunaj temperaturo na vstopu v cev T_{v}.

Ostali podatki (odčitano iz tabele A.2.1 pri predvideni srednji temperaturi vode T = 25 °C):

ρ = 997,3 kg/m^3, c_{p} = 4,179 kJ kg^{-1} K^{-1}

Shema



Rešitev

Toplotni fluks na celotno cev je konstanten, zato za toplotni tok zapišemo:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot (T_{\mathrm{iz}} - T_{\mathrm{v}}) \tag{4.20}$$

Sledi:

$$T_{\mathrm{v}} = T_{\mathrm{iz}} - \frac{\dot{Q}}{\dot{m} \cdot c_{\mathrm{p}}} \tag{4.21}$$

$$\dot{Q} = q \cdot A = q \cdot \pi \cdot D \cdot L \tag{4.22}$$

$$\dot{m} = v \cdot \rho \cdot \frac{\pi D^2}{4} \tag{4.23}$$

Temperatura na vstopu v cev je tako:

$$T_\mathrm{v} = T_\mathrm{iz} - \frac{4 \cdot q \cdot L}{v \cdot \rho \cdot D \cdot c_\mathrm{p}}$$
$$T_\mathrm{v} = 22\,^\circ\mathrm{C} \tag{4.24}$$

Naloga 5
Stena hiše dolžine 10 m, višine 6,5 m in širine 7 m je narejena iz 30 cm debele opeke (λ = 0,6 W m^{-1} K^{-1}).
a) Določite toplotni fluks skozi steno hiše, če želimo v hiši ohranjati konstantno temperaturo 20 °C in je povprečna zunanja temperatura 5 °C.
b) Koliko toplote se izgubi preko vseh sten, če predpostavite, da ima hiša obliko kvadra?
c) Izračunajte debelino izolacije (λ = 0,033 W m^{-1} K^{-1}), da toplotni tok izgub za hišo iz prejšnjega primera v zimskem obdobju (povprečna zunanja temperatura je ocenjena na -15 °C) ne preseže vrednosti 2 kW.
Rešitev:
a) q = 30 W/m^2, b) $\dot{Q}$ = 6630 W, c) d = 11 cm

Naloga 6
V industrijskem hladilniku želimo vzdrževati konstantno temperaturo -20 °C. Stena hladilnika je sestavljena iz plastične plasti (λ = 1,0 W m^{-1} K^{-1}, d = 3 mm), izolacijskega materiala in nerjavečega jekla (λ = 16 W m^{-1} K^{-1}, d = 1 mm). Kateri material izberete za izolacijo, če imate na voljo: material A (λ = 0,055 W m^{-1} K^{-1}, d = 10 cm), material B (λ = 0,070 W m^{-1} K^{-1}, d = 15 cm) in material C (λ = 0,035 W m^{-1} K^{-1}, d = 9 cm), toplotni fluks pa ne sme preseči 15 W/m^2?
Ostali podatki:
T_ok = 20 °C, h_n = 12 W m^{-2} K^{-1}, h_z = 8 W m^{-2} K^{-1}
Rešitev:
Izberemo material C.

Naloga 7
Na likalni deski smo pustili pravokotno postavljen likalnik, ki oddaja konstantni toplotni fluks 1,0 kW/m^2. Zaradi prisilnega prezračevanja prostora čez grelno površino likalnika dimenzij 25 cm $\times$ 10 cm v smeri daljše stranice teče tok zraka s hitrostjo 0,4 m/s.
a) Določite temperaturo na grelni površini likalnika, če je temperatura glavne mase zraka 25 °C.
b) Izračunajte stroške elektrike, če likalnik na likalni deski pustimo delovati 2 h in je cena električne energije 0,07 €/kWh. Izkoristek pretvorbe električne energije v toploto je 10%.
Za zrak, ki struja nad ravno površino, velja:

$$\mathrm{Nu} = 0{,}664 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}5} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \mathrm{Re} < 3 \times 10^5$$
$$\mathrm{Nu} = 0{,}037 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}8} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \mathrm{Re} > 3 \times 10^5$$

Ostali podatki:
Zrak: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.1).
Rešitev:
a) T = 230 °C, b) Cena = 0,05 €

Naloga 8
Vročo reakcijsko mešanico s temperaturo 100 °C vodimo v šaržni reaktor po cevi premera 20 mm s pretokom 500 L/h. Cev je sestavljena iz aluminijaste plasti (λ = 236 W m^{-1} K^{-1}) debeline 2 mm in izolacijskega materiala (λ = 0,4 W m^{-1} K^{-1}) debeline 10 mm.
a) Določite maksimalno dolžino cevovoda, ki zagotavlja, da temperatura pred vstopom v reaktor ne pade za več kot 2 °C. Predpostavite, da na zunanji strani cevi struja zrak (h_z = 20 W m^{-2} K^{-1}) pri temperaturi 20 °C.

b) Kateri upor proti prenosu toplote lahko zanemarimo?
c) Določite temperaturo na zunanji površini izolacijskega materiala tik pred vstopom v reaktor.
Ostali podatki:
c_p = 3,6 kJ kg^{-1} K^{-1}, λ = 0,25 W m^{-1} K^{-1}, ρ = 890 kg/m^3, ν = 2,8×10^{-6} m^2/s
Rešitev:
a) L = 9,9 m, b) Zanemarimo lahko notranji upor v cevi ter upor v aluminijasti plasti, c) T = 52,3 °C

Naloga 9
Zrak pri tlaku 1 atm in temperaturi 250 °C struja preko ravne plošče v smeri daljše stranice dolžine 0,7 m s hitrostjo 4,5 m/s. Določi toplotni tok definiran na dolžinsko enoto stranice plošče, s katerim moramo hladiti ploščo, da bo temperatura na njeni površini 22 °C.
Ostali podatki:
Zrak: snovne lastnosti odčitajte pri temperaturi 250 °C (Tabela A.1).
Korelacije:

$$\mathrm{Nu} = 0{,}664 \cdot \mathrm{Re}^{0,5} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \mathrm{Re} < 3 \times 10^5$$
$$\mathrm{Nu} = 0{,}037 \cdot \mathrm{Re}^{0,8} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \mathrm{Re} > 3 \times 10^5$$

Rešitev:
$\dot{Q}$ = 1662 W

Naloga 10
Po bakreni cevi notranjega premera 6 cm in zanemarljive debeline se pretaka tekočina s pretokom 84 kg/min. Površino cevi grejemo s toplotnim fluksom 25 kW/m^2.
a) Izračunaj dolžino cevi, pri kateri dosežemo segretje tekočine s 300 na 380 °C.
b) Izračunaj temperaturo površine bakrene cevi na izstopu.
Ostali podatki:
ρ = 750 kg/m^3, c_p = 2,880 kJ kg^{-1} K^{-1}, η = 0,17×10^{-3} Pa s, λ = 0,0760 W m^{-1} K^{-1}
Korelaciji:

$$\mathrm{Nu} = 1{,}86 \cdot (\mathrm{Re} \cdot \mathrm{Sc})^{0,5} \cdot (D/L)^{1/3} \cdot (\eta/\eta_s)^{0,14} \qquad \mathrm{Re} < 2300$$
$$\mathrm{Nu} = 0{,}023 \cdot \mathrm{Re}^{0,8} \cdot \mathrm{Pr}^{n} \qquad \mathrm{Re} > 2300$$

kjer je n = 0,4 za gretje in n = 0,3 za hlajenje.
Rešitev:
a) L = 68,4 m, b) T_s = 406 °C

Naloga 11
Vroč zrak temperature 150 °C s pretokom 0,1 kg/s se pretaka skozi tanko neizolirano jekleno cev. Zrak ima na izstopu iz 10 m dolge cevi premera 17 cm temperaturo 122 °C. Temperatura okoliškega zraka je 3 °C, koeficient toplotne prestopnosti na zunanji strani cevi pa je bil ocenjen na 8 W m^{-2} K^{-1}.
a) Izračunaj toplotne izgube prek cevi.
b) Izračunaj toplotni fluks na sredini cevi. Računaj pri srednji temperaturi.
Ostali podatki:
Zrak: snovne lastnosti odčitajte iz ustrezne tabele (Tabela A.1 - linearna interpolacija).
Korelacije:

$$\mathrm{Nu} = 1{,}86 \cdot (\mathrm{Re} \cdot \mathrm{Sc})^{0,5} \cdot (D/L)^{1/3} \cdot (\eta/\eta_s)^{0,14} \qquad \mathrm{Re} < 2300$$
$$\mathrm{Nu} = 0{,}023 \cdot \mathrm{Re}^{0,8} \cdot \mathrm{Pr}^{n} \qquad \mathrm{Re} > 2300$$

kjer je n = 0,4 za gretje in n = 0,3 za hlajenje.
Rešitev:
a) $\dot{Q}$ = −2835 W, b) q = 716 W/m^2

Prenos snovi

Naloga 1

Plinska zmes helija in dušika je zaprta v cevi dolžine 0,32 m pri temperaturi T = 35 °C in tlaku P = 1 atm. V točki 1 je parcialni tlak helija p_{A1} = 0,8 atm in v točki 2 p_{A2} = 0,2 atm. Izračunaj molski fluks helija pri stacionarnih pogojih.
Ostali podatki:
D_{AB} = 0,648×10^{-4} m^2/s

Rešitev

Zapišemo enačbo za molski fluks komponente A (helij):

$$N_{Az} = -D_{AB} \cdot \frac{dc_A}{dz} \tag{4.25}$$

Sledi:

$$N_{Az} = D_{AB} \cdot \frac{c_{A1} - c_{A2}}{z_2 - z_1} \tag{4.26}$$

Oziroma:

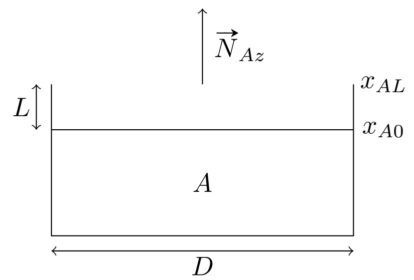
$$N_{Az} = D_{AB} \cdot \frac{p_{A1} - p_{A2}}{R \cdot T \cdot (z_2 - z_1)} \tag{4.27}$$

$$N_{Az} = 4{,}8 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol\,m^{-2}\,s^{-1}}$$

Naloga 2

Odprta posoda premera D = 0,3 m je izpostavljena okoliškemu zraku temperature T = 27 °C in vlažnosti φ = 45 %. V posodi je voda, katere gladina sega L = 10 cm od vrha posode. Določi hitrost izhlapevanja vode.
Ostali podatki:
D_{AB} = 2,46×10^{-5} m^2/s, p_{As} = 0,03531 bar

Shema



Rešitev

Primer predstavlja stacionarno difuzijo skozi mirujočo komponento. Končno obliko enačbe izpeljemo tako, da za izbrani primer najprej zapišemo molski fluks:

$$\overrightarrow{N_A} = x_A \cdot (\overrightarrow{N_A} + \overrightarrow{N_B}) - D_{AB} \cdot \nabla c_A \tag{4.28}$$

Ob predpostavki, da prehaja le voda (komponenta A) v zrak (komponenta B) in da molski fluks teče le v smeri z, zapišemo:

$$N_{Az} = x_A \cdot N_{Az} - D_{AB} \cdot \frac{dc_A}{dz} \tag{4.29}$$

$$N_{Az} \cdot (1 - x_A) = -D_{AB} \cdot \frac{dc_A}{dz} = -c \cdot D_{AB} \cdot \frac{dx_A}{dz} \tag{4.30}$$

Po integraciji v mejah $z = 0, x_A = x_{A0}$ in $z = L, x_A = x_{AL}$ dobimo:

$$N_{Az} = c \cdot D_{AB} \cdot \ln\left(\frac{1 - x_{AL}}{1 - x_{A0}}\right) \cdot \frac{1}{L} \tag{4.31}$$

kjer je

$$c = \frac{P}{R \cdot T} = 40{,}6\,\mathrm{mol/m^3} \tag{4.32}$$

$$x_{\mathrm{A0}} = \frac{p_{\mathrm{As}}}{P} = 0{,}03486 \tag{4.33}$$

$$x_{\mathrm{AL}} = \varphi \cdot x_{\mathrm{A0}} = 0{,}0157 \tag{4.34}$$

Sledi:

$$\dot{W}_{\mathrm{A}} = N_{\mathrm{Az}} \cdot A \tag{4.35}$$

$$\dot{W}_{\mathrm{A}} = 1{,}389 \times 10^{-5}\,\mathrm{mol/s}$$

$$\dot{m}_{\mathrm{A}} = W_{\mathrm{A}} \cdot M_{\mathrm{v}} \tag{4.36}$$

$$\dot{W}_{\mathrm{A}} = 2{,}5 \times 10^{-4}\,\mathrm{g/s}$$

Naloga 3

Iz jezera dolžine 3000 m in širine 2000 m izhlapeva voda. Veter piha s hitrostjo 3 m/s vzdolž daljše osi jezera pri temperaturi T_∞ = 25 °C in tlaku P = 1,013 bar. Povprečna vlažnost zraka pri tej temperaturi je φ = 70 %. Izračunaj, koliko vode izhlapi v enem dnevu.
Ostali podatki:
Zrak: snovne lastnosti odčitaj iz ustrezne tabele (Tabela A.1).
Voda-zrak: $D_{\mathrm{AB}} = 2{,}503\times10^{-5}$ m^2/s
Voda: p_{As} = 3169 Pa

Rešitev

Izhlapevanje vode v jezeru lahko opišemo s snovnim tokom:

$$\frac{dm}{dt} = k_{\mathrm{c}} \cdot A \cdot (c_{\mathrm{As}} - c_{\mathrm{A}\infty}) \tag{4.37}$$

Kjer koeficient snovne prestopnosti k_{c} izračunamo prek korelacijskih enačb. Za izbor ustrezne enačbe najprej določimo Re število, s katerim ločimo med laminarnim in turbulentnim tokom:

$$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot L}{\nu} \tag{4.38}$$

$$\mathrm{Re} = 5{,}76 \times 10^8$$

Vrednost Re števila predstavlja območje turbulentnega toka, zato za izračun koeficienta snovne prestopnosti k_{c} uporabimo zvezo:

$$\mathrm{Sc} = \frac{\nu}{D_{\mathrm{AB}}} = 0{,}624 \tag{4.39}$$

$$\mathrm{Sh} = 0{,}037 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}8} \cdot \mathrm{Sc}^{1/3} \tag{4.40}$$

$$\mathrm{Sh} = 3{,}22 \times 10^5$$

$$k_{\mathrm{c}} = 2{,}69 \times 10^{-3}\,\mathrm{m/s}$$

Dnevno izhlapevanje vode je tako:

$$m = k_{\mathrm{c}} \cdot A \cdot (c_{\mathrm{As}} - c_{\mathrm{A}\infty}) \cdot t \tag{4.41}$$

$$m = 9{,}63 \times 10^6\,\mathrm{kg}$$

Naloga 4

V absorpcijskem stolpu poteka absorpcija komponente A iz zmesi plina v topilo B. V neki točki v stolpu je parcialni tlak komponente A v plinastem toku $p_{\mathrm{A,G}} = 1{,}519\times10^4$ Pa in koncentracija A v kapljevinasti fazi $c_{\mathrm{A,L}} = 1{,}0\times10^{-3}$ kmol/m^3. Snovna prehodnost na strani kapljevine je K_{L} = 0,01 m/s, snovna prestopnost na strani plina $k_{\mathrm{G}} = 3{,}95\times10^{-9}$ kmol m^{-2} s^{-1} Pa^{-1} in Henryjeva konstanta $He = 3{,}04\times10^6$ Pa m^3 kmol^{-1}. Določi k_{L}, K_{G} in $(p_{\mathrm{A,G}} - p_{\mathrm{Ai}})$, $(c_{\mathrm{Ai}} - c_{\mathrm{A,L}})$, $(p_{\mathrm{A,G}} - p_{\mathrm{A}}^*)$ ter

$(c_{\mathrm{A}}^* - c_{\mathrm{A,L}})$. Grafično predstavi koncentracijski profil.

Rešitev

Za primer absorpcije poznamo naslednje zveze:

$$\frac{1}{K_{\mathrm{L}}} = \frac{1}{k_{\mathrm{L}}} + \frac{1}{k_{\mathrm{G}} \cdot He} \tag{4.42}$$

$$\frac{1}{K_{\mathrm{G}}} = \frac{1}{k_{\mathrm{G}}} + \frac{He}{k_{\mathrm{L}}} \tag{4.43}$$

$$N_{\mathrm{A}} = k_{\mathrm{G}} \cdot (p_{\mathrm{A,G}} - p_{\mathrm{Ai}}) \tag{4.44}$$

$$N_{\mathrm{A}} = K_{\mathrm{G}} \cdot (p_{\mathrm{A,G}} - p_{\mathrm{A}}^*) \tag{4.45}$$

$$N_{\mathrm{A}} = k_{\mathrm{L}} \cdot (c_{\mathrm{Ai}} - c_{\mathrm{A,L}}) \tag{4.46}$$

$$N_{\mathrm{A}} = K_{\mathrm{L}} \cdot (c_{\mathrm{A}}^* - c_{\mathrm{A,L}}) \tag{4.47}$$

$$p_{\mathrm{Ai}} = He \cdot c_{\mathrm{Ai}} \tag{4.48}$$

$$p_{\mathrm{A,G}} = He \cdot c_{\mathrm{A}}^* \tag{4.49}$$

$$p_{\mathrm{A}}^* = He \cdot c_{\mathrm{A,L}} \tag{4.50}$$

Sledi:

$$k_{\mathrm{L}} = 0{,}06\,\mathrm{m/s}$$

$$K_{\mathrm{G}} = 3{,}292 \times 10^{-9}\,\mathrm{kmol\,m^{-2}\,s^{-1}\,Pa^{-1}}$$

$$(p_{\mathrm{A,G}} - p_{\mathrm{Ai}}) = 10126\,\mathrm{Pa}$$

$$(p_{\mathrm{A,G}} - p_{\mathrm{A}}^*) = 12151\,\mathrm{Pa}$$

$$(c_{\mathrm{Ai}} - c_{\mathrm{A,L}}) = 6{,}7 \times 10^{-4}\,\mathrm{kmol/m^3}$$

$$(c_{\mathrm{A}}^* - c_{\mathrm{A,L}}) = 4{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kmol/m^3}$$

Naloga 5

Plinska zmes dušika (B) in amonijaka (A) je shranjena v dveh rezervoarjih pri konstantnem tlaku 1 atm in temperaturi 27 °C, ki sta med seboj povezana s cevjo konstantnega premera dolžine 0,2 m. Parcialni tlak amonijaka v prvem rezervoarju je $2{,}013 \times 10^4$ Pa in v drugem $0{,}608 \times 10^4$ Pa. Snovni tok plinov poteka le z difuzijo. Izračunaj difuzivnost D_{AB}, če je molski fluks $8{,}2 \times 10^{-4}\,\mathrm{mol\,m^{-2}\,s^{-1}}$.

Rešitev

$D_{\mathrm{AB}} = 2{,}91 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^2/s}$

Naloga 6

Dva velika rezervoarja pri konstantnem tlaku 1 atm in temperaturi 25 °C sta med seboj povezana s cevjo premera 20 cm. Rezervoarja sta napolnjena z zmesjo amonijak-zrak, pri čemer je v enem koncentracija amonijaka 72 mol. %, v drugem pa 28 mol. %. Določi dolžino cevi, ki rezervoarja povezuje, če je hitrost difuzije amonijaka $7{,}85 \times 10^{-6}$ mol/s.

Ostali podatki: $\mathrm{D_{AB}}$ (amonijak-zrak) = $0{,}218 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^2/s}$

Rešitev

$L = 1{,}57$ m

Naloga 7

Kot nosilec plina teče čisti dušik vzporedno s površino rezervoarja tekočega acetona pri temperaturi 17 °C ($A = 0{,}6\,\mathrm{m^2}$). Pri danih pogojih je povprečna vrednost snovne prestopnosti 0,0324 m/s. Izračunaj masni tok sproščanja acetona v dušik.

Ostali podatki:

$p_{\mathrm{A}} = 21{,}48$ kPa

Rešitev
$\dot{m}_A$ = 10 g/s

Naloga 8
Absorpcija amonijaka iz zmesi zrak-amonijak poteka v koloni s polnili pri 16 °C in 3,5 bar. Snovna prestopnost v kapljevinasti fazi je 8,3 × 10^{-5} m/s in v plinski fazi 0,35 mol s^{-1} m^{-2} bar^{-1}.
Ostali podatki:
He = 6,75 × 10^{-3} m^3 bar mol^{-1}
a) Izračunaj koeficient prehodnosti na plinski in kapljevinasti fazi in delež uporov na plinski in kapljevinasti fazi.
b) Izračunaj molski fluks amonijaka v neki točki v koloni, če je ravnotežni tlak v tej točki 33,75 Pa in koncentracija na fazni meji 0,50 mol/L.
Rešitev
a) K_L = 8,02 × 10^{-5} m/s, K_G = 0,012 mol s^{-1} m^{-2} bar^{-1}, upor v plinski fazi = 0,034, upor v kapljevinasti fazi = 0,966, b) N_A = 0,041 mol m^{-2} s^{-1}

Naloga 9
Voda pri temperaturi 25 °C izhlapeva v suh zrak v zaprti cilindrični posodi premera 20 cm in višine 70 cm. Voda sega do višine 10 cm. Po 3 minutah v zraku dosežemo 5% nasičenje. Po kolikšnem času bi dosegli 90% nasičenje?
Ostali podatki:
Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).
Rešitev
t = 2,3 h

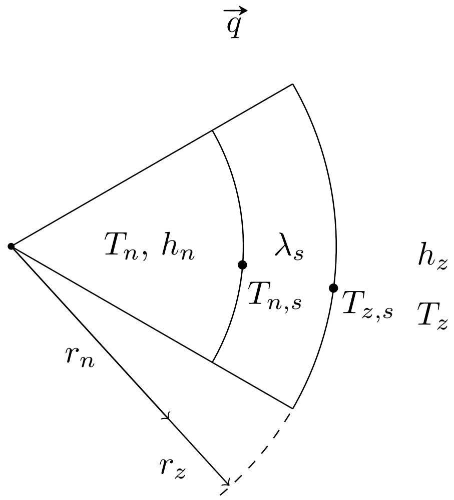
Naloga 10
Cevni reaktor je napolnjen s sferičnimi delci benzojske kisline premera 2 mm. Površina sfer znaša 23 cm^2 na 1 cm^3 sloja. Čez reaktor teče čista voda z linearno hitrostjo 5 cm/s. Po 100 cm sloja benzojska kislina v vodi doseže 70% nasičenje. Določite koeficient snovne prehodnosti.
Rešitev
K_L = 2,62 × 10^{-5} m/s

Naloga 11
V prostoru stoji vedro višine 35 cm in notranjega premera 20 cm, ki je do polovice napolnjeno z vodo. Temperatura vode in prostora je 15 °C. V kolikšnem času bo iz vedra izhlapela vsa voda?
Ostali podatki:
D_{AB} = 2,71 × 10^{-5} m^2/s, p_{As} = 1,705 kPa, ρ = 999,4 kg/m^3
Rešitev:
t = 1517 dni

Naloga 12
Prek mokrih lesenih tal terase dimenzij 10 m × 10 m piha veter s hitrostjo 30 km/h. Temperatura zraka relativne vlažnosti 55 % je 28 °C. Temperatura vode je enaka temperaturi zraka. Izračunaj čas, ki je potreben, da s terase izhlapi vsa voda, če je debelina vodnega filma 0,5 mm.
Ostali podatki:
Zrak: snovne lastnosti odčitajte iz ustrezne tabele (Tabela A.1 - linearna interpolacija)
Voda-zrak: D_{AB} = 2,33 × 10^{-5} m^2/s
Voda: p_{As} = 3,8149 kPa, ρ_v: Tabela A.2.1
$Sh = 0{,}664 \cdot Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}$; $Re < 3\times10^5$
$Sh = 0{,}036 \cdot Re^{4/5} \cdot Sc^{1/3}$; $Re > 3\times10^5$
Rešitev:
t = 37,4 min

Stacionarni prenos toplote

Naloga 1
Izpeljite zvezo za koeficient toplotnega prehoda izražen na zunanjo površino cevi (U_z) za cevni toplotni menjalnik.
Shema



Rešitev
V cevnem toplotnem menjalniku toplotni tok prehaja med toplim in hladnim medijem prek površine plašča cevi. Ob steni, kjer strujata oba medija, poteka prenos toplote s konvekcijo. Če predpostavimo, da imamo v notranji cevi hladni medij in v zunanji cevi topli medij, lahko toplotni tok na notranji strani cevi zapišemo kot:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= A_\mathrm{n} \cdot h_\mathrm{n} \cdot (T_\mathrm{n,s} - T_\mathrm{n}) \\ \dot{Q} &= 2 \cdot \pi \cdot r_\mathrm{n} \cdot L \cdot h_\mathrm{n} \cdot (T_\mathrm{n,s} - T_\mathrm{n}) \end{aligned} \tag{5.1}$$

in po analogiji na zunanji strani cevi:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= A_\mathrm{z} \cdot h_\mathrm{z} \cdot (T_\mathrm{z} - T_\mathrm{z,s}) \\ \dot{Q} &= 2 \cdot \pi \cdot r_\mathrm{z} \cdot L \cdot h_\mathrm{z} \cdot (T_\mathrm{z} - T_\mathrm{z,s}) \end{aligned} \tag{5.2}$$

Prek stene cevi prenos toplote poteka s prevajanjem. Za cilindrično geometrijo toplotni tok zapišemo kot:

$$\dot{Q} = -2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \cdot \lambda_\mathrm{s} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \tag{5.3}$$

$$\partial T = -\left(\frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_\mathrm{s} \cdot L} \right) \cdot \frac{\partial r}{r} \tag{5.4}$$

Upoštevamo, da je $T = T_{z,s}$ ko je $r = r_z$ in $T = T_{n,s}$ ko je $r = r_n$ ter enačbo 5.4 integriramo:

$$T_{z,s} - T_{n,s} = \left(\frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_s \cdot L}\right) \cdot \ln\left(\frac{r_z}{r_n}\right) \tag{5.5}$$

Iz enačb 5.1 in 5.2 izrazimo karakteristično temperaturno razliko

$$T_{n,s} - T_n = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot r_n \cdot L \cdot h_n}$$
$$T_z - T_{z,s} = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot r_z \cdot L \cdot h_z}$$

ter zapišemo izraz za celokupno temperaturno razliko med toplim (zunanjim) in hladnim (notranjim) medijem v glavnem toku. Pri tem upoštevamo tudi prevajanje čez steno (Enačba 5.5):

$$T_z - T_n = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \left(\frac{1}{h_n \cdot r_n} + \frac{\ln(r_z/r_n)}{\lambda_s} + \frac{1}{h_z \cdot r_z}\right) \tag{5.6}$$

Po preureditvi zapišemo:

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_z \cdot L \cdot (T_z - T_n)}{\frac{1}{h_n} \cdot \frac{r_z}{r_n} + \frac{r_z \cdot \ln(r_z/r_n)}{\lambda_s} + \frac{1}{h_z}} \tag{5.7}$$

Izraz v imenovalcu je seštevek vseh toplotnih uporov oziroma recipročna vrednost koeficienta toplotne prehodnosti za cilindrično geometrijo izražena na zunanjo površino cevi:

$$\overline{U}_z = \left(\frac{1}{h_n} \cdot \frac{r_z}{r_n} + \frac{r_z \cdot \ln(r_z/r_n)}{\lambda_s} + \frac{1}{h_z}\right)^{-1} \tag{5.8}$$

Naloga 2

Segreti zrak hladimo v cevnem toplotnem menjalniku z notranjim premerom bakrenih cevi D_n = 20 mm in pretokom hladne vode na notranji strani 350 kg/h. Povprečne snovne lastnosti vode v menjalniku so ocenjene na: Pr = 4,3, λ = 0,632 W m^{-1} K^{-1} in η = 0,651 mPa s (Tabela A.2.1). Koeficient toplotnega prestopa na zunanji strani (zrak) je ocenjen na h_z = 100 W m^{-2} K^{-1}, na strani vode pa ga ocenite prek Dittus-Boelterjeve korelacije.

a) Določite koeficient toplotnega prehoda $\overline{U}_z$, če zanemarite prevajanje prek stene cevi.

b) Kje je glavni upor proti prenosu toplote?

Rešitev

a) Za izračun koeficienta toplotnega prehoda potrebujemo koeficient toplotne prestopnosti na strani vode, ki ga izračunamo prek Dittus-Boelterjeve korelacije (Enačba 5.9):

$$h_n = 0{,}023 \cdot \frac{\lambda}{D_n} \cdot \mathrm{Re}^{0{,}8} \cdot \mathrm{Pr}^n = 0{,}023 \cdot \frac{\lambda}{D_n} \cdot \left(\frac{4 \cdot \dot{m}}{\pi \cdot D_n \cdot \eta}\right)^{0{,}8} \cdot \mathrm{Pr}^{0{,}4} \tag{5.9}$$
$$h_n = 0{,}023 \cdot \frac{0{,}632\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}}{20\,\mathrm{mm}} \cdot \left(\frac{4 \cdot 350\,\mathrm{kg/h^{-1}}}{\pi \cdot 20\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}651\,\mathrm{mPa\,s}}\right)^{0{,}8} \cdot 4{,}3^{0{,}4}$$
$$h_n = 1983\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

Pri čemer je vrednost n enaka 0,4 za sistem, ki se segreva, oziroma 0,3 za sistem, ki se ohlaja. Koeficient toplotnega prehoda $\overline{U}_z$ izračunamo prek enačbe 5.8. Upoštevamo, da je doprinos prevajanja k celotnemu toplotnemu uporu zaradi tanke cevi in dobre toplotne prevodnosti (baker) zanemarljiv:

$$\overline{U}_z = \left(\frac{1}{100\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}} + \frac{1}{1983\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}}\right)^{-1}$$
$$\overline{U}_z = 95{,}2\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

b) Prevladujoč upor proti prenosu toplote je tisti, čigar sprememba povzroči bistveno spremembo koeficienta toplotnega prehoda. Če toplotno prestopnost na strani zraka h_z povečamo za 10 %, dobimo vrednost koeficienta $\overline{U}_z$:

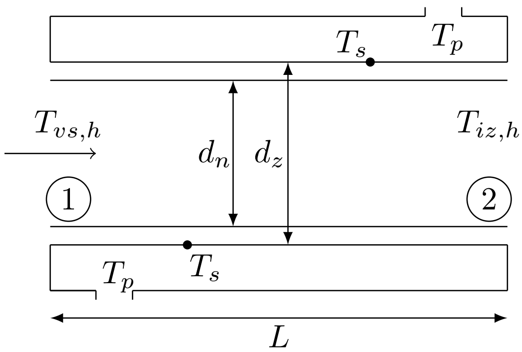
$$\overline{U}_\mathrm{z} = \left(\frac{1}{1{,}1 \cdot 100\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}} + \frac{1}{1983\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}}\right)^{-1}$$
$$\overline{U}_z = 104{,}2\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

ter enako na strani vode:

$$\overline{U}_\mathrm{z} = \left(\frac{1}{100\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}} + \frac{1}{1{,}1 \cdot 1983\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}}\right)^{-1}$$
$$\overline{U}_z = 95{,}6\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

V prvem primeru sprememba znaša 9,5 %, v drugem primeru pa le 0,4 %. Glavni upor proti prenosu toplote je tako na strani segretega zraka.

Naloga 3
Stacionarni prenos toplote preučujemo v dvocevnem toplotnem menjalniku. V menjalniku segrevamo hladno vodo, ki vstopa s temperaturo $T_\mathrm{vs,h}$ = 25 °C in pretokom Φ_v = 1 m^3/h, z nasičeno vodno paro konstantne temperature T_p = 120 °C, ki ob steni kondenzira.
a) Kako dolga naj bo cev z notranjim premerom d_n = 25 mm in zunanjim premerom d_z = 30 mm, če je izhodna temperatura vode $T_\mathrm{iz,h}$ = 70 °C, temperatura stene bakrene cevi (λ_s = 401 W m^{-1} K^{-1}) na strani pare pa T_s = 106 °C?
b) Kakšno napako storimo, če zanemarimo upor proti prenosu toplote skozi steno cevi?
Shema



Rešitev
a) Toplotno bilanco dvocevnega toplotnega menjalnika za hladni medij lahko zapišemo kot:

$$\dot{m}_\mathrm{h} \cdot c_\mathrm{p,\,h} \cdot (T_\mathrm{iz,\,h} - T_\mathrm{vs,\,h}) = \overline{U}_\mathrm{z} \cdot A \cdot \Delta T_\mathrm{ln} \tag{5.10}$$

Pri čemer je srednja logaritemska temperaturna razlika definirana kot:

$$\Delta T_\mathrm{ln} = \frac{(T_\mathrm{iz,\,t} - T_\mathrm{iz,\,h}) - (T_\mathrm{vs,\,t} - T_\mathrm{vs,\,h})}{\ln \frac{T_\mathrm{iz,\,t} - T_\mathrm{iz,\,h}}{T_\mathrm{vs,\,t} - T_\mathrm{vs,\,h}}} \tag{5.11}$$

Ob upoštevanju konstantne temperature toplega medija vzdolž menjalnika ($T_\mathrm{vs,\,t}$ = $T_\mathrm{iz,\,t}$ = T_p) se enačba 5.11 poenostavi:

$$\Delta T_\mathrm{ln} = \frac{(T_\mathrm{p} - T_\mathrm{iz,\,h}) - (T_\mathrm{p} - T_\mathrm{vs,\,h})}{\ln \frac{T_\mathrm{p} - T_\mathrm{iz,\,h}}{T_\mathrm{p} - T_\mathrm{vs,\,h}}} \tag{5.12}$$

Sledi:

$$\Delta T_\mathrm{ln} = \frac{(120\,°\mathrm{C} - 70\,°\mathrm{C}) - (120\,°\mathrm{C} - 25\,°\mathrm{C})}{\ln \frac{120\,°\mathrm{C} - 70\,°\mathrm{C}}{120\,°\mathrm{C} - 25\,°\mathrm{C}}} \tag{5.13}$$
$$\Delta T_\mathrm{ln} = 70{,}1\,°\mathrm{C}$$

Povprečni koeficient toplotnega prehoda $\overline{U}_z$, izračunan na zunanjo površino notranje cevi toplotnega menjalnika (A_z), je za primer kombiniranega prenosa toplote (konvekcija + prevajanje) definiran z enačbo 5.8. Koeficient toplotnega prestopa na zunanji strani (h_z), kjer kondenzira vodna para, izračunamo po korelacijski enačbi:

$$h_z = 0{,}72 \cdot \left[\frac{g \cdot \Delta H \cdot \rho^2 \cdot \lambda^3}{D_z \cdot \eta \cdot (T_p - T_s)} \right]^{0{,}25} \tag{5.14}$$

Snovne lastnosti kondenzirane vodne pare odčitamo v tabeli A.2.2 (ρ = 949 kg/m^3, c_p = 4230 J kg^{-1} K^{-1}, λ = 0,685 W m^{-1} K^{-1}, ΔH_{kond} = 2223 kJ kg^{-1}, η = 0,246 mPa s) pri srednji temperaturi kondenzata:

$$T_{sr} = \frac{T_p + T_s}{2} = 113\,°\mathrm{C} \tag{5.15}$$

Prek enačbe 5.14 sedaj lahko izračunamo koeficient toplotnega prestopa na zunanji strani, ki je v tem primeru h_z = 11,3 kW m^{-2} K^{-1}.
Za primer turbulentnega toka v dolgih in gladkih ceveh lahko koeficient toplotnega prestopa na notranji strani cevi h_n ocenimo z Dittus-Boelterjevo korelacijo (Enačba 5.9). Snovne lastnosti vode odčitamo v tabeli A.2.1 (ρ = 989 kg/m^3, c_p = 4,18 kJ kg^{-1} K^{-1}, λ = 0,64 W m^{-1} K^{-1} in η = 0,573 mPa s) pri srednji temperaturi hladnega medija:

$$T_{sr} = \frac{T_{vs,\,h} + T_{iz,\,h}}{2} = 47{,}5\,°\mathrm{C} \tag{5.16}$$

Izračun Reynoldsovega števila (Re = 24418 - turbulentni tok) potrjuje smiselnost uporabe enačbe 5.9. Sledi:

$$h_n = 0{,}023 \cdot \frac{0{,}64\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}}{0{,}025\,\mathrm{m}} \cdot \left(\frac{4 \cdot 1\,\mathrm{m^3\,h^{-1}} \cdot 989\,\mathrm{kg\,m^{-3}}}{\pi \cdot 0{,}025\,\mathrm{m} \cdot 0{,}000573\,\mathrm{Pa\,s}} \right)^{0{,}8} \cdot \tag{5.17}$$
$$\cdot \left(\frac{4180\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}} \cdot 0{,}000573\,\mathrm{Pa\,s}}{0{,}64\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}} \right)^{0{,}4}$$
$$h_n = 3{,}2\,\mathrm{kW\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

Koeficient toplotnega prehoda izračunamo z enačbo 5.8:

$$\overline{U}_z = \left(\frac{1}{11{,}7\,\mathrm{kW\,m^{-2}\,K^{-1}}} + \frac{0{,}015\,\mathrm{m} \cdot \ln(\frac{0{,}030\,\mathrm{m}}{0{,}025\,\mathrm{m}})}{401\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}} + \frac{1}{3{,}2\,\mathrm{kW\,m^{-2}\,K^{-1}}} \cdot \frac{0{,}030\,\mathrm{m}}{0{,}025\,\mathrm{m}} \right)^{-1} \tag{5.18}$$
$$\overline{U}_z = 2{,}1\,\mathrm{kW\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

Iz osnovne energijske bilance (Enačba 5.10), izrazimo A_z in izračunamo površino:

$$A_z = \frac{1\,\mathrm{m^3\,h^{-1}} \cdot 4180\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}} \cdot (70\,°\mathrm{C} - 25\,°\mathrm{C})}{2{,}1\,\mathrm{kW\,m^{-2}\,K^{-1}} \cdot 70{,}1\,°\mathrm{C}} \tag{5.19}$$
$$A_z = 0{,}34\,\mathrm{m^2}$$

Dolžino cevi pa izračunamo kot:

$$L = \frac{A_z}{\pi \cdot D_z} = \frac{0{,}34\,\mathrm{m^2}}{\pi \cdot 0{,}030\,\mathrm{m}} \tag{5.20}$$
$$L = 3{,}65\,\mathrm{m}$$

b) V kolikor zanemarimo doprinos prevajanja prek stene bakrene cevi k toplotnemu uporu (srednji člen v enačbi 5.8) sledi:

$$\overline{U}_z = \left(\frac{1}{11{,}7\,\mathrm{kW\,m^{-2}\,K^{-1}}} + \frac{1}{3{,}2\,\mathrm{kW\,m^{-2}\,K^{-1}}} \cdot \frac{0{,}030\,\mathrm{m}}{0{,}025\,\mathrm{m}} \right)^{-1} \tag{5.21}$$
$$\overline{U}_z = 2{,}2\,\mathrm{kW\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

Prek enačb 5.19 ter 5.20 izračunamo dolžino cevi L = 3,60 m in določimo še relativno napako:

$$\text{napaka} = \frac{3{,}65\,\text{m} - 3{,}60\,\text{m}}{3{,}65\,\text{m}} \cdot 100\,\% = 1{,}5\,\% \tag{5.22}$$

Naloga 4

Hladno vodo, ki teče v notranji cevi toplotnega menjalnika z dvojno cevjo, dolžine 1 m, notranjega premera 20 mm in debeline cevi 1 mm, ogrevamo z 20 °C na 50 °C. Hladno vodo segrevamo z nasičeno vodno paro konstantne temperature 120 °C in pretoka 300 kg/h. Na zunanji strani cevi para kondenzira, zato je temperatura stene 10 °C nižja od temperature vstopne pare. Določite pretok hladne vode, če predpostavite, da je ves toplotni upor v zunanjem filmu kondenzata. Za izračun h_z uporabite enačbo 5.14.

Ostali podatki:

Voda in kondenzat vodne pare: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).

Rešitev

Φ_{hv} = 38 kg/min

Naloga 5

V protitočnem toplotnem menjalniku ogrevamo vodo do končne temperature 60 °C z oljem ($c_{p,\,olje}$ = 2,1 kJ kg^{-1} K^{-1}), ki ima vstopno temperaturo 120 °C in pretok 1000 kg/h. Voda v menjalnik vstopa s temperaturo 15 °C in pretokom 800 kg/h. Kako dolg naj bo toplotni menjalnik, če je sestavljen iz 10 vzporedno postavljenih cevi premera 20 mm in je koeficient toplotne prehodnosti 3,0 kW m^{-2} K^{-1}?

Ostali podatki:

Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).

Rešitev

L = 0,49 m

Naloga 6

Po končani destilaciji vrelo vodno raztopino etanola s 40 mol. % lažje hlapne komponente ohlajamo v dvocevnem toplotnem menjalniku do končne temperature 40 °C. Pretok raztopine etanola je 0,5 m^3/h. Menjalnik je sestavljen iz bakrene cevi (λ = 401 W m^{-1} K^{-1}) debeline 1 mm in notranjega premera 18 mm. Kot hladilno sredstvo uporabljamo vodo, ki teče po notranji cevi, z vstopno temperaturo 12 °C in pretokom 0,6 m^3/h. Koeficient toplotnega prestopa na strani raztopine etanola je ocenjen na 2,0 kW m^{-2} K^{-1}, toplotno prestopnost na strani vode pa ocenite prek Dittus-Boelterjeve korelacije (Enačba 5.9).

a) Izračunajte potrebno dolžino menjalnika za sotočno in protitočno obratovanje.

b) Kolikšno napako naredimo, če zanemarimo prevajanje prek stene cevi?

Ostali podatki:

Voda in etanol: snovne lastnosti ocenite iz ustreznih tabel (Tabela A.2.1, A.4 in A.6).

Rešitev

a) L = 8,7 m (sotok), L = 6,0 m (protitok), b) napaka = 0,3 %

Naloga 7

V toplotnem menjalniku s cevjo notranjega premera 10 mm ogrevamo hladno raztopino z nasičeno vodno paro, ki ob steni kondenzira pri konstantni temperaturi 110 °C. Hladna raztopina v menjalnik vteka s temperaturo 20 °C in pretokom 150 kg/h. Koeficient toplotnega prestopa na strani pare je 20,0 kW m^{-2} K^{-1}, na strani hladne raztopine pa ga ocenite prek Dittus-Boelterjeve korelacije (Enačba 5.9). Prevajanje čez steno cevi lahko zanemarite, saj je cev tanka in bakrena.

a) Kolikšna bo izstopna temperatura hladne vode, če je cev dolga 1,5 m?

b) Koliko znaša vrednost ΔT_{ln}?

Ostali podatki:

Raztopina: c_p = 4,0 kJ kg^{-1} K^{-1}, λ = 0,64 W m^{-1} K^{-1}, η = 0,975 mPa s

Rešitev

a) T_{iz} = 66,5 °C, b) ΔT_{ln} = 63,9 °C

Naloga 8

V sotočni toplotni menjalnik iz litoželeznega materiala (λ = 50 W m^{-1} K^{-1}) vodimo olje s pretokom 1700 kg/h in temperaturo 60 °C. Olje ohlajamo z vodovodno vodo, ki v zunanjo cev vstopa s temperaturo 17 °C in pretokom 800 L/h. Premer notranje cevi znaša 20 mm, premer zunanje cevi 40 mm, debelina stene cevi pa 3 mm. Toplotno prestopnost na strani vode in olja ocenite prek Dittus-Boelterjeve korelacije (Enačba 5.9).

a) Koliko znaša izhodna temperatura olja, če se hladilna voda segreje za 15 °C in znaša dolžina menjalnika 10 m?

b) Za koliko se spremeni izhodna temperatura olja, če se na zunanjo steno cevi nabere vodni kamen debeline 2 mm? Predpostavite, da trdota vode ne vpliva na njene snovne lastnosti.

Ostali podatki:

Olje: c_p = 2,3 kJ kg^{-1} K^{-1}, λ = 0,20 W m^{-1} K^{-1}, η = 2,1 mPa s

Vodni kamen: λ = 3,8 W m^{-1}K^{-1}

Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).

Rešitev

a) T_{iz} = 47,7 °C, b) Izhodna temperatura olja se spremeni za 1,9 °C in znaša 49,6 °C.

Naloga 9*

Za ohlajanje olja dizelskega motorja se uporablja dvocevni toplotni menjalnik. Po notranji cevi iz nerjavečega jekla (λ = 16 W m^{-1} K^{-1}), debeline 3 mm in notranjega polmera 25 mm, teče hladilna voda s pretokom 0,25 kg/s. Po zunanji cevi, premera 90 mm, teče olje s pretokom 0,12 kg/s.

a) Določite dolžino cevi za sotočno in protitočno obratovanje, če olje ohlajate s temperature 90 °C na temperaturo 55 °C z vodo, ki v sistem vstopa pri temperaturi 10 °C.

b) Na kateri strani je glavnina upora proti prenosu toplote, če za oba medija velja spodnja zveza? Odgovor utemeljite z izračunom.

$$\begin{array}{ll} \mathrm{Nu} = 5{,}6 & \mathrm{Re} < 2300 \\ \mathrm{Nu} = 0{,}023 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}8} \cdot \mathrm{Pr}^{0{,}4} & \mathrm{Re} > 2300 \end{array}$$

Ostali podatki:

Olje: c_p = 2131 J kg^{-1} K^{-1}, λ = 0,138 W m^{-1} K^{-1}, η = 0,0325 Pa s

Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).

Rešitev

a) L = 42,2 m (sotok), L = 40,9 m (protitok), b) Glavnina upora proti prenosu toplote je na strani olja.

Naloga 10*

V bakrenem tankocevnem toplotnem menjalniku, ki je sestavljen iz 10 zaporednih cevi premera 20 mm in dolžine 1 m, segrevamo raztopino sladkorja s temperature 50 °C na temperaturo 100 °C. Toploto zagotavljamo z nasičeno vodno paro s konstantno temperaturo 120 °C, ki kondenzira na zunanji strani cevi s temperaturo 105 °C. Določite pretok raztopine sladkorja.

Koeficient toplotnega prestopa na strani raztopine sladkorja določite z uporabo korelacije po enačbi 5.9, na strani pare pa z uporabo korelacije po enačbi 5.14.

Ostali podatki:

Raztopina sladkorja: ρ = 1020 kg/m^3, c_p = 4,25 kJ kg^{-1} K^{-1}, λ = 0,64 W m^{-1} K^{-1}, η = 0,37 mPa s

Kondenzat vodne pare: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).

Rešitev

Φ_s = 2,64 m^3/h

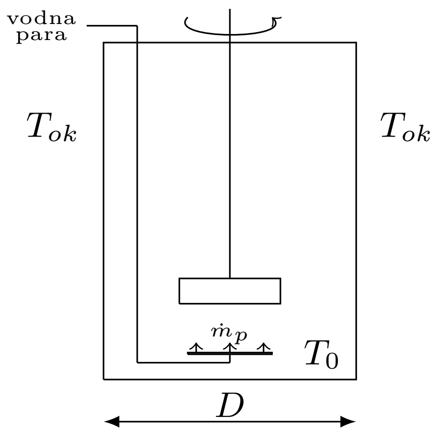
Naloga 11
V cevnem reaktorju vodimo reakcijo pri konstantni temperaturi 40 °C. Po končani reakciji reakcijsko mešanico s pretokom 10 m^3/h protitočno kontinuirno ohlajamo s hladilno vodo. Zaradi občutljivosti produkta mora biti končna temperatura reakcijske mešanice v območju med 30 °C in 32 °C. V notranjo cev toplotnega menjalnika vstopa hladilna voda s pretokom 5 m^3/h in temperaturo 20 °C. Kolikšni sta minimalna in maksimalna dolžina 1 bakrene cevi (λ = 401 W m^{-1} K^{-1}) z notranjim premerom 30 mm in zunanjim premerom 33 mm, da zagotovimo optimalno delovanje, če 20 cevi postavimo:
a) zaporedno,
b) vzporedno?
Toplotna prestopnost na strani reakcijske mešanice je 3,0 kW m^{-2} K^{-1}, na strani vode pa jo ocenite prek Dittus-Boelterjeve korelacije (Enačba 5.9).
Ostali podatki:
Reakcijska mešanica: ρ = 860 kg/m^3, c_p = 3,21 kJ kg^{-1} K^{-1}
Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).
Rešitev
a) L_{min} = 1,38 m in L_{max} = 2,22 m, b) L_{min} = 5,80 m in L_{max} = 9,34 m

Naloga 12*
V sotočnem toplotnem menjalniku dolžine 2 m segrevamo nafto z vročim oljem. Olje vstopa s temperaturo 95 °C in izstopa s temperaturo 70 °C, pri čemer se nafta segreje s temperature 30 °C na 55 °C. Za koliko moramo podaljšati toplotni menjalnik, če želimo nafto segreti na 60 °C? Predpostavite, da se pri tem snovne lastnosti in masna pretoka obeh medijev ne spremenijo.
Rešitev
Toplotni menjalnik moramo podaljšati za 1,5 m.

Naloga 13
Ocenite koeficient toplotnega prehoda pri segrevanju hladne vode z vstopno temperaturo 25 °C in pretokom 400 L/h v toplotnem menjalniku dolžine 10 m in premera cevi 80 mm. Ob zunanji cevi kondenzira nasičena vodna para (ΔH_{kond} = 2170 kJ/kg) konstantne temperature 130 °C in pretoka 50 kg/h.
Ostali podatki:
Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).
Rešitev
U = 180 W m^{-2} K^{-1}

Nestacionarni prenos toplote

Naloga 1
V STC mešalniku premera D = 2 m je hladna voda s temperaturo T_0 = 20 °C. Vodo segrevamo z direktnim uvajanjem vodne pare s pretokom $\dot{m}_\mathrm{p}$ = 40 kg/min, ki pri tem kondenzira. Določite temperaturo vode v mešalniku po 30 minutah:
a) če predpostavite zanemarljive toplotne izgube,
b) če predpostavite, da se toplota enakomerno izgublja prek celotne površine STC mešalnika višine h = 2,2 m ter sta povprečna toplotna prehodnost $\overline{U}$ = 500 W m^{-2} K^{-1} in temperatura okolice T_ok = 23 °C.
Shema



Rešitev
Energijsko bilanco sistema, kjer predpostavimo, da para za segrevanje vsebine mešalnika odda le kondenzacijsko entalpijo, lahko zapišemo kot:

$$\frac{d(m \cdot c_\mathrm{p} \cdot T)}{dt} = \dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - \dot{Q}_\mathrm{izg} \tag{6.1}$$

Nadalje predpostavimo, da se snovne lastnosti vode in pare s temperaturo ne spreminjajo bistveno. Sledi:

$$m \cdot c_\mathrm{p} \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{dm}{dt} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T = \dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - \dot{Q}_\mathrm{izg} \tag{6.2}$$

Zapišemo še snovno bilanco ob predpostavki, da se masa sistema spreminja zgolj zaradi dotoka pare:

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_\mathrm{p} \tag{6.3}$$

$$m = m_0 + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot t \tag{6.4}$$

Upoštevamo enačbi 6.3 in 6.4 ter enačbo 6.2 preoblikujemo:

$$(m_0 + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot t) \cdot c_\mathrm{p} \cdot \frac{dT}{dt} + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T = \dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - \dot{Q}_\mathrm{izg} \tag{6.5}$$

V primeru a) so toplotne izgube zanemarljive:

$$(m_0 + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot t) \cdot c_\mathrm{p} \cdot \frac{dT}{dt} + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T = \dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H \tag{6.6}$$

Enačbo preuredimo:

$$\int_{T_0}^{T} \frac{dT}{\dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T} = \int_0^t \frac{dt}{(m_0 + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot t) \cdot c_\mathrm{p}} \tag{6.7}$$

In integriramo:

$$-\frac{1}{\dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p}} \cdot \ln \frac{\dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T}{\dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T_0} = \frac{1}{\dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p}} \cdot \ln \frac{m_0 + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot t}{m_0} \tag{6.8}$$

Z upoštevanjem STC konfiguracije, snovnih lastnosti vode (Tabela A.2.1) in vodne pare (Tabela A.2.2) lahko izračunamo začetni volumen V_0:

$$V_0 = \frac{\pi \cdot D^3}{4} \tag{6.9}$$

$$V_0 = \frac{\pi \cdot (2\,\mathrm{m})^3}{4}$$

$$V_0 = 6{,}28\,\mathrm{m}^3$$

začetno maso vode m_0:

$$m_0 = V_0 \cdot \rho \tag{6.10}$$

$$m_0 = 6{,}28\,\mathrm{m}^3 \cdot 992\,\mathrm{kg/m}^3$$

$$m_0 = 6233\,\mathrm{kg}$$

in temu ustrezno še temperaturo vode v sistemu po 30 minutah s preureditvijo enačbe 6.8:

$$T = \frac{\dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - (\dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T_0) \cdot \frac{m_0}{m_0 + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot t}}{\dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p}} \tag{6.11}$$

$$T = 40\,\mathrm{kg\,min^{-1}} \cdot 2407\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}} -$$

$$-(40\,\mathrm{kg\,min^{-1}} \cdot 2407\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}} - 40\,\mathrm{kg\,min^{-1}} \cdot 4179\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}} \cdot 293\,\mathrm{K}) \cdot$$

$$\frac{\cdot \frac{6233\,\mathrm{kg}}{6233\,\mathrm{kg} + 40\,\mathrm{kg\,min^{-1}} \cdot 30\,\mathrm{min}}}{40\,\mathrm{kg\,min^{-1}} \cdot 4179\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}}$$

$$T = 65{,}7\,^\circ\mathrm{C}$$

V primeru b) upoštevamo tudi toplotni tok izgub (Enačba 6.2):

$$\dot{Q}_\mathrm{izg} = \overline{U}_\mathrm{z} \cdot A \cdot (T - T_\mathrm{ok}) \tag{6.12}$$

$$(m_0 + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot t) \cdot c_\mathrm{p} \cdot \frac{dT}{dt} + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T = \dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - \overline{U}_\mathrm{z} \cdot A \cdot (T - T_\mathrm{ok}) \tag{6.13}$$

kjer lahko površino, prek katere teče toplotni tok izgub, definiramo kot:

$$A = 2 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} + \pi \cdot D \cdot h \tag{6.14}$$

$$A = 2 \cdot \frac{\pi \cdot (2\,\mathrm{m})^2}{4} + \pi \cdot 2\,\mathrm{m} \cdot 2{,}2\,\mathrm{m}$$

$$A = 20{,}11\,\mathrm{m}^2$$

Enačbo preuredimo:

$$\int_{T_0}^{T} \frac{dT}{\dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - \overline{U}_\mathrm{z} \cdot A \cdot (T - T_\mathrm{ok}) - \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T} = \int_0^t \frac{dt}{(m_0 + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot t) \cdot c_\mathrm{p}} \tag{6.15}$$

In integriramo:

$$\frac{1}{-\dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p} - \overline{U}_\mathrm{z} \cdot A} \cdot \ln \frac{\dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - \overline{U}_\mathrm{z} \cdot A \cdot (T - T_\mathrm{ok}) - \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T}{\dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - \overline{U}_\mathrm{z} \cdot A \cdot (T_0 - T_\mathrm{ok}) - \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T_0} = \tag{6.16}$$

$$= \frac{1}{\dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p}} \cdot \ln \frac{m_0 + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot t}{m_0}$$

Sledi rešitev:

$$T = (\dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H + \overline{U}_\mathrm{z} \cdot A \cdot T_\mathrm{ok}) - (\dot{m}_\mathrm{p} \cdot \Delta H - \overline{U}_\mathrm{z} \cdot A \cdot T_0 + \overline{U}_\mathrm{z} \cdot A \cdot T_\mathrm{ok} - \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T_0) \cdot \tag{6.17}$$

$$\cdot \frac{\left(\frac{m_0 + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot t}{m_0}\right)^{-\frac{\overline{U}_\mathrm{z} \cdot A + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p}}{\dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p}}}}{\overline{U}_\mathrm{z} \cdot A + \dot{m}_\mathrm{p} \cdot c_\mathrm{p}}$$

$$T = (40\,\mathrm{kg\,min^{-1}} \cdot 2407\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}} + 500\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}} \cdot 20{,}11\,\mathrm{m^2} \cdot 296\,\mathrm{K}) -$$

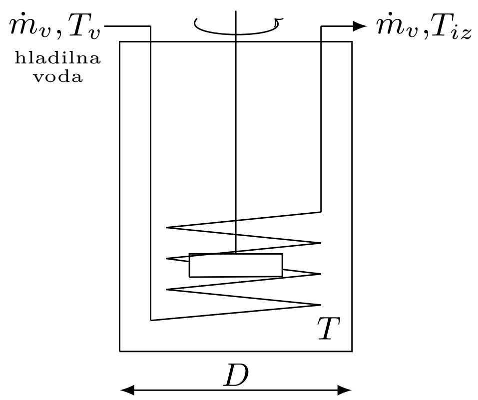
$$-(40\,\mathrm{kg\,min^{-1}} \cdot (2407\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}} - 4179\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}} \cdot 293\,\mathrm{K}) +$$

$$+500\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}} \cdot 20{,}11\,\mathrm{m^2} \cdot (296\,\mathrm{K} - 293\,\mathrm{K}))\cdot$$

$$\cdot \frac{\left(\frac{6233\,\mathrm{kg} + 40\,\mathrm{kg\,min^{-1}} \cdot 30\,\mathrm{min}}{6233\,\mathrm{kg}}\right)^{-\frac{500\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}} \cdot 20{,}11\,\mathrm{m^2} + 40\,\mathrm{kg\,min^{-1}} \cdot 4179\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}}{40\,\mathrm{kg\,min^{-1}} \cdot 4179\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}}}}{500\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}} \cdot 20{,}11\,\mathrm{m^2} + 40\,\mathrm{kg\,min^{-1}} \cdot 4179\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}}$$

$$T = 55{,}4\,^\circ\mathrm{C}$$

Naloga 2
Zapišite toplotno bilanco za ohlajanje vsebine STC mešalnika s hladilno kačo in izpeljite časovno odvisnost temperature medija v mešalniku. Predpostavite, da so toplotne izgube zanemarljive.
Shema



Rešitev
Za STC mešalnik in hladilno kačo lahko na podlagi energijske bilance zapišemo:

$$-\frac{d(m \cdot c_\mathrm{p} \cdot T)}{dt} = \dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h} \cdot (T_\mathrm{iz} - T_\mathrm{v}) \tag{6.18}$$

$$\overline{U}_\mathrm{z} \cdot A \cdot \Delta T_\mathrm{ln} = \dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h} \cdot (T_\mathrm{iz} - T_\mathrm{v}) \tag{6.19}$$

Pri čemer je logaritemska srednja temperaturna razlika ΔT_ln definirana kot:

$$\Delta T_\mathrm{ln} = \frac{(T - T_\mathrm{v}) - (T - T_\mathrm{iz})}{\ln \frac{T - T_\mathrm{v}}{T - T_\mathrm{iz}}} \tag{6.20}$$

Če to upoštevamo v enačbi 6.19:

$$\overline{U}_\mathrm{z} \cdot A \cdot \frac{(T - T_\mathrm{v} - T + T_\mathrm{iz})}{\ln \frac{T - T_\mathrm{v}}{T - T_\mathrm{iz}}} = \dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h} \cdot (T_\mathrm{iz} - T_\mathrm{v}) \tag{6.21}$$

Sledi:

$$\ln \frac{T - T_\mathrm{v}}{T - T_\mathrm{iz}} = \frac{\overline{U}_\mathrm{z} \cdot A}{\dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h}} \tag{6.22}$$

$$T_\mathrm{iz} = T \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\overline{U}_\mathrm{z} \cdot A}{\dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h}}\right)\right) - T_\mathrm{v} \cdot \exp\left(-\frac{\overline{U}_\mathrm{z} \cdot A}{\dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h}}\right) \tag{6.23}$$

Ob predpostavki, da se masa sistema in snovne lastnosti medija s časom ne spreminjajo, se enačba 6.18 poenostavi:

$$-m_0 \cdot c_\mathrm{p,\,t} \cdot \frac{dT}{dt} = \dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h} \cdot (T_\mathrm{iz} - T_\mathrm{v}) \tag{6.24}$$

$$-m_0 \cdot c_\mathrm{p,\,t} \cdot \frac{dT}{dt} = \dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\overline{U}_\mathrm{z} \cdot A}{\dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h}}\right)\right) \cdot (T - T_\mathrm{v}) \tag{6.25}$$

Enačbo 6.25 nadalje preuredimo:

$$-\int_{T_0}^{T} \frac{dT}{T - T_\mathrm{v}} = \frac{\dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h}}{m_0 \cdot c_\mathrm{p,\,t}} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\overline{U}_\mathrm{z} \cdot A}{\dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h}}\right)\right) \cdot \int_0^t dt \tag{6.26}$$

Končno obliko enačbe, ki podaja odvisnost temperature medija od časa, zapišemo kot:

$$\ln \frac{T_0 - T_\mathrm{v}}{T - T_\mathrm{v}} = \frac{\dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h}}{m_0 \cdot c_\mathrm{p,\,t}} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\overline{U}_\mathrm{z} \cdot A}{\dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p,\,h}}\right)\right) \cdot t \tag{6.27}$$

Naloga 3

V mešalnem reaktorju je 500 kg vode s temperaturo 20 °C. V posodo začnemo uvajati toplo vodo s temperaturo 70 °C in pretokom 150 kg/h.

a) Določite temperaturo v mešalnem reaktorju po 2 h, če voda iz mešalnega reaktorja ne izteka in so toplotne izgube zanemarljive.

a) Določite temperaturo v mešalnem reaktorju po 2 h, če voda iz mešalnega reaktorja izteka s pretokom 100 kg/h in so toplotne izgube zanemarljive.

c) Določite temperaturo v mešalnem reaktorju po 2 h, če voda iz mešalnega reaktorja izteka s pretokom 100 kg/h in je toplotni tok izgub ocenjen na 3 kW.

Rešitev

V primer a) lahko zapišemo energijsko bilanco:

$$\frac{d(m \cdot c_\mathrm{p} \cdot T)}{dt} = \dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T_\mathrm{v} \tag{6.28}$$

$$\frac{dm}{dt} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T + m \cdot c_\mathrm{p} \cdot \frac{dT}{dt} = \dot{m}_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{p} \cdot T_\mathrm{v} \tag{6.29}$$

ter snovno bilanco sistema:

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_\mathrm{v} \tag{6.30}$$

$$m = m_0 + \dot{m}_\mathrm{v} \cdot t \tag{6.31}$$

S kombinacijo enačb 6.29 in 6.31 in krajšanjem c_p zapišemo:

$$\dot{m}_\mathrm{v} \cdot T + (m_0 + \dot{m}_\mathrm{v} \cdot t) \cdot \frac{dT}{dt} = \dot{m}_\mathrm{v} \cdot T_\mathrm{v} \tag{6.32}$$

Enačbo preuredimo:

$$\int_{T_0}^{T} \frac{dT}{\dot{m}_\mathrm{v} \cdot T_\mathrm{v} - \dot{m}_\mathrm{v} \cdot T} = \int_0^t \frac{dt}{m_0 + \dot{m}_\mathrm{v} \cdot t} \tag{6.33}$$

integriramo:

$$-\frac{1}{\dot{m}_{\mathrm{v}}} \cdot \ln \frac{T_{\mathrm{v}} - T}{T_{\mathrm{v}} - T_0} = \frac{1}{\dot{m}_{\mathrm{v}}} \cdot \ln \frac{m_0 + \dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot t}{m_0} \tag{6.34}$$

ter zapišemo rešitev:

$$T = T_{\mathrm{v}} - (T_{\mathrm{v}} - T_0) \cdot \frac{m_0}{m_0 + \dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot t} \tag{6.35}$$

$$T = 70\,^{\circ}\mathrm{C} - (70\,^{\circ}\mathrm{C} - 20\,^{\circ}\mathrm{C}) \cdot \frac{500\,\mathrm{kg}}{500\,\mathrm{kg} + 150\,\mathrm{kg\,h^{-1}} \cdot 2\,\mathrm{h}}$$

$$T = 38{,}8\,^{\circ}\mathrm{C}$$

V primeru b) v energijski bilanci (Enačba 6.28) in snovni bilanci (Enačba 6.30) upoštevamo iztekanje vode iz mešalnega reaktorja:

$$\frac{d(m \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot T)}{dt} = \dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot T_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}} \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot T \tag{6.36}$$

$$\frac{dm}{dt} \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot T + m \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot \frac{dT}{dt} = \dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot T_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}} \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot T \tag{6.37}$$

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}} \tag{6.38}$$

$$m = m_0 + (\dot{m}_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}}) \cdot t \tag{6.39}$$

Sledi:

$$(\dot{m}_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}}) \cdot T + (m_0 + (\dot{m}_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}}) \cdot t) \cdot \frac{dT}{dt} = \dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot T_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}} \cdot T \tag{6.40}$$

Enačbo preuredimo:

$$\int_{T_0}^{T} \frac{dT}{\dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot T_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot T} = \int_0^t \frac{dt}{m_0 + (\dot{m}_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}}) \cdot t} \tag{6.41}$$

integriramo:

$$-\frac{1}{\dot{m}_{\mathrm{v}}} \cdot \ln \frac{T_{\mathrm{v}} - T}{T_{\mathrm{v}} - T_0} = \frac{1}{\dot{m}_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}}} \cdot \ln \frac{m_0 + (\dot{m}_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}}) \cdot t}{m_0} \tag{6.42}$$

in zapišemo rešitev:

$$T = T_{\mathrm{v}} - (T_{\mathrm{v}} - T_0) \cdot \left(\frac{m_0}{m_0 + (\dot{m}_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}}) \cdot t} \right)^{\frac{\dot{m}_{\mathrm{v}}}{\dot{m}_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}}}} \tag{6.43}$$

$$T = 70\,^{\circ}\mathrm{C} - (70\,^{\circ}\mathrm{C} - 20\,^{\circ}\mathrm{C}) \cdot \left(\frac{500\,\mathrm{kg}}{500\,\mathrm{kg} + (150\,\mathrm{kg\,h^{-1}} - 100\,\mathrm{kg\,h^{-1}}) \cdot 2\,\mathrm{h}} \right)^{\frac{150\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}{150\,\mathrm{kg\,h^{-1}} - 1000\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}}$$

$$T = 41{,}1\,^{\circ}\mathrm{C}$$

V primeru c) v energijski bilanci (Enačba 6.36) upoštevamo tudi toplotne izgube:

$$\frac{d(m \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot T)}{dt} = \dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot T_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}} \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot T - \dot{Q}_{\mathrm{izg}} \tag{6.44}$$

$$\frac{dm}{dt} \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot T + m \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot \frac{dT}{dt} = \dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot T_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}} \cdot c_{\mathrm{p}} \cdot T - \dot{Q}_{\mathrm{izg}} \tag{6.45}$$

Z upoštevanjem snovne bilance (Enačbi 6.38 in 6.39) sledi:

$$(\dot{m}_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}}) \cdot T + (m_0 + (\dot{m}_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}}) \cdot t) \cdot \frac{dT}{dt} = \dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot T_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}} \cdot T - \frac{\dot{Q}_{\mathrm{izg}}}{c_{\mathrm{p}}} \tag{6.46}$$

Enačbo preuredimo:

$$\int_{T_0}^{T} \frac{dT}{\dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot T_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{v}} \cdot T - \frac{\dot{Q}_{\mathrm{izg}}}{c_{\mathrm{p}}}} = \int_0^t \frac{dt}{m_0 + (\dot{m}_{\mathrm{v}} - \dot{m}_{\mathrm{iz}}) \cdot t} \tag{6.47}$$

integriramo:

$$-\frac{1}{\dot{m}_\mathrm{v}}\cdot\ln\frac{\dot{m}_\mathrm{v}\cdot T_\mathrm{v}-\dot{m}_\mathrm{v}\cdot T-\frac{\dot{Q}_\mathrm{izg}}{c_\mathrm{p}}}{\dot{m}_\mathrm{v}\cdot T_\mathrm{v}-\dot{m}_\mathrm{v}\cdot T_0-\frac{\dot{Q}_\mathrm{izg}}{c_\mathrm{p}}}=\frac{1}{\dot{m}_\mathrm{v}-\dot{m}_\mathrm{iz}}\cdot\ln\frac{m_0+(\dot{m}_\mathrm{v}-\dot{m}_\mathrm{iz})\cdot t}{m_0} \tag{6.48}$$

in zapišemo rešitev:

$$T=\left(\dot{m}_\mathrm{v}\cdot T_\mathrm{v}-\frac{\dot{Q}_\mathrm{izg}}{c_\mathrm{p}}-\left(\dot{m}_\mathrm{v}\cdot T_\mathrm{v}-\dot{m}_\mathrm{v}\cdot T_0-\frac{\dot{Q}_\mathrm{izg}}{c_\mathrm{p}}\right)\cdot\left(\frac{m_0}{m_0+(\dot{m}_\mathrm{v}-\dot{m}_\mathrm{iz})\cdot t}\right)^{\frac{\dot{m}_\mathrm{v}}{\dot{m}_\mathrm{v}-\dot{m}_\mathrm{iz}}}\right)\cdot\frac{1}{\dot{m}_\mathrm{v}} \tag{6.49}$$

$$T=\left(150\,\mathrm{kg\,h^{-1}}\cdot 70\,^\circ\mathrm{C}-\frac{3\,\mathrm{kW}}{4178\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}}-\left(150\,\mathrm{kg\,h^{-1}}\cdot(70\,^\circ\mathrm{C}-20\,^\circ\mathrm{C})-\frac{3\,\mathrm{kW}}{4178\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}}\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left(\frac{500\,\mathrm{kg}}{500\,\mathrm{kg}+(150\,\mathrm{kg\,h^{-1}}-100\,\mathrm{kg\,h^{-1}})\cdot 2\,\mathrm{h}}\right)^{\frac{150\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}{150\,\mathrm{kg\,h^{-1}}-100\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}}\right)\cdot\frac{1}{150\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}$$

$$T=33{,}8\,^\circ\mathrm{C}$$

Naloga 4

V STC mešalnem reaktorju premera 0,6 m je hladna voda s temperaturo 20 °C. Vodo segrevamo z direktnim uvajanjem vodne pare s pretokom 50 kg/h, ki ob tem kondenzira (ΔH_kond = 2240 kJ/kg). Določite čas, v katerem bo voda v reaktorju dosegla 60 °C, če so toplotne izgube zanemarljive.
Ostali podatki:
Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).
Rešitev
t = 39,8 min

Naloga 5

V posodi STC konfiguracije premera 0,9 m s hladilno kačo ohlajamo koncentrirano raztopino z gostoto 1050 kg/m^3 in z začetno temperaturo 60 °C. V hladilno kačo notranjega premera 18 mm vstopa hladna voda s pretokom 0,7 m^3/h in temperaturo 13 °C.
a) Izračunajte temperaturo raztopine v mešalniku po 10 minutah, če je zunanji premer cevi hladilne kače 20 mm, njena dolžina 5 m in koeficient toplotnega prehoda 4,0 kW m^{-2} K^{-1}.
b) Na kakšno vrednost moramo popraviti pretok hladne vode, da bo temperatura raztopine v mešalniku po 10 minutah 50 °C? Upoštevajte, da lahko koeficient toplotne prestopnosti na notranji strani hladilne kače ocenite z Dittus-Boelterjevo korelacijo (Enačba 5.9) z vstopnimi snovnimi lastnostmi vode, koeficient toplotne prestopnosti na zunanji strani pa je ocenjen na 10 kW m^{-2} K^{-1}.
Ostali podatki:
Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).
Rešitev
a) T = 53,3 °C, b) Φ_hv =1,99 m^3/h

Naloga 6

V posodi STC konfiguracije z volumnom 150 L segrevamo vodo začetne temperature 20 °C z električnim potopnim grelcem, ki greje s konstantno močjo 8,0 kW. Rezervoar je izoliran samo na dnu posode, toplotno prehodnost preko ostalih sten pa lahko ocenimo na 200 W m^{-2} K^{-1} pri temperaturi okolice 25 °C. Izračunajte temperaturo vode v posodi:
a) po 1 uri,
b) v stacionarnem stanju.
Ostali podatki:
Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).

Rešitev
a) T = 47,7 °C, b) T = 55,4 °C

Naloga 7*
V posodi STC konfiguracije segrevamo 10 m^3 hladne vode z začetno temperaturo 25 °C z direktnim uvajanjem vodne pare s pretokom 1000 kg/h in temperaturo 120 °C. Rezervoar je izoliran samo na dnu posode, prehodnost preko ostalih sten pa lahko ocenimo na 500 W m^{-2} K^{-1}, pri temperaturi okolice 20 °C. Izračunajte temperaturo vode v posodi:
a) po 1 uri,
b) v stacionarnem stanju.
Ostali podatki:
Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).
Rešitev
a) T = 36,2 °C, b) T = 77,2 °C

Naloga 8
Vodno paro s temperaturo 120 °C uvajamo v STC mešalnik premera 0,6 m. Izračunajte maso kondenzirane pare, če vodo v mešalniku segrejemo s temperature 25 °C na temperaturo 55 °C in so toplotne izgube zanemarljive.
Ostali podatki:
Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).
Rešitev
m_{p} = 25,3 kg

Naloga 9
V posodo volumna 2 m^3 začnemo uvajati hladno reakcijsko mešanico s temperaturo 20 °C in pretokom 1 m^3/h. Raztopina iz posode izteka s pretokom 0,3 m^3/h. Določite čas in temperaturo raztopine v posodi v trenutku, ko bo posoda polna, če posodo segrevate s potopnim grelcem moči $\dot{Q}$ = 20,0 kW. Predpostavite popolno pomešanje in zanemarljive toplotne izgube.
Ostali podatki:
Reakcijska mešanica: ρ = 890 kg/m^3, c_{p} = 3892 J kg^{-1} K^{-1}
Rešitev
t = 2,86 h, T = 33,1 °C

Naloga 10*
V STC mešalniku imamo 1 m^3 vode s temperaturo 20 °C. V posodo začnemo uvajati toplo vodo s pretokom 300 kg/h in temperaturo 45 °C. Voda iz posode izteka s pretokom 200 kg/h. Vodo dodatno segrevamo z grelcem konstantne moči $\dot{Q}$ = 5,0 kW.
a) Po kolikšnem času bo voda dosegla 30 °C?
b) Po kolikšnem času bo voda dosegla 30 °C, če grelec po 30 minutah preneha delovati?
c) Po kolikšnem času bo voda dosegla 30 °C, če lahko toplotne izgube ocenimo z naslednjo zvezo: $\dot{Q}_{\mathrm{izg}}\ [\mathrm{W}] = \ 500 \cdot (T - 290)$, pri čemer je T v K?
d) Kakšen bo končni volumen vode v posodi v posameznih primerih?
e) Na kakšno vrednost moramo popraviti vstopni pretok tople vode za primer a), če želimo, da voda v posodi v istem času doseže 32 °C?
Ostali podatki:
Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).
Rešitev
a) t = 61,4 min, V = 1,10 m^3, b) t = 86,1 min, V = 1,14 m^3, c) t = 105,6 min, V = 1,18 m^3, e) Φ_{v} = 486 kg/h

Naloga 11

V šaržnem STC mešalniku volumna 500 L segrevamo hladno vodo temperature 20 °C prek bakrene grelne kače, v kateri kondenzira para pri konstantni temperaturi 120 °C (temperatura stene je 10 °C nižja od temperature pare v glavni masi). Po kolikšnem času vodo segrejemo na 60 °C, če je dolžina kače 5 m, njen premer 20 mm in število obratov mešala, ki popolnoma homogenizira hladno vodo, 250 min^{-1}? Toplotno prestopnost na strani pare ocenite prek korelacije za nasičeno vodno paro (Enačba 5.14), toplotno prestopnost na strani hladne vode pa določite prek naslednje korelacije:

$$\text{Nu} = 0{,}54 \cdot \text{Re}^{2/3} \cdot \text{Pr}^{1/3} \tag{6.50}$$

kjer v Nu številu nastopa premer mešalnika, Re število pa se nanaša na mešalo.
Ostali podatki:
Voda in kondenzat vodne pare: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).

Rešitev

t = 17,6 min

Naloga 12*

V STC mešalniku prek hladilne kače ohlajamo 200 kg olja z začetno temperaturo 80 °C. V hladilno kačo vstopa voda s temperaturo 17 °C. Hladilna kača je sestavljena iz cevi premera 20 mm in dolžine 10 m, toplotna prestopnost na strani olja je 2,0 kW m^{-2} K^{-1}, toplotno prestopnost na strani vode pa ocenite prek Dittus-Boelterjeve korelacije (Enačba 5.9).
a) Kakšen naj bo pretok hladilne vode, če želimo olje v 1 uri ohladiti na 30 °C?
b) Za koliko odstotkov se skrajša čas hlajenja iz primera a), če premer cevi hladilne kače povečamo za 20 %?
Ostali podatki:
Voda: snovne lastnosti ocenite iz ustrezne tabele (Tabela A.2.1).

Rešitev

a) Φ_{hv} = 453 kg/h, b) za 8,5 %

Naloga 13

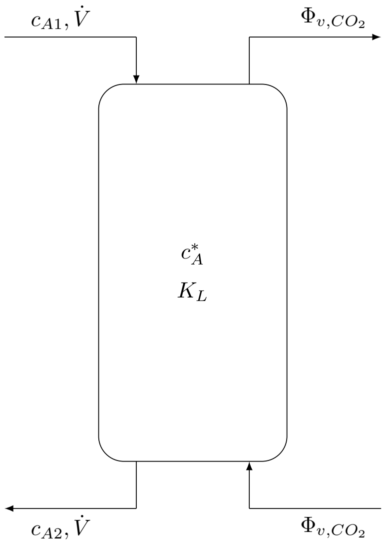
V posodi volumna 10 m^3 imamo 8 m^3 raztopine s temperaturo 50 °C. V posodo priteka nova raztopina z vstopno temperaturo 20 °C in pretokom 2 m^3/h. Določite temperaturo raztopine v trenutku, ko bo posoda polna, če:
a) voda iz posode ne izteka,
b) voda iz posode izteka s pretokom 1 m^3/h.

Rešitev

a) T = 44,0 °C, b) T = 39,2 °C

Stacionarni prenos snovi

Naloga 1
Snovni prenos CO_2 v vodo preučujemo na laboratorijski protitočni absorpcijski koloni pri temperaturi 17 °C. Določite pretok tekoče faze $\dot{V}$, ki zagotavlja, da koncentracija CO_2 v vodni fazi na izhodu iz kolone doseže 90 % ravnotežne koncentracije. Koeficient snovnega prehoda je ocenjen na K_L = 3,1 × 10^{-4} m/s, površina pa na A = 0,1 m^2. Upoštevajte, da v sistem vstopata čista voda in CO_2 ter da je absorpcijska kolona odprta na zunanji zračni tlak.
Shema



Rešitev
Zapišemo snovno bilanco sistema v stacionarnem stanju:

$$\dot{V} \cdot (c_{A2} - c_{A1}) = K_L \cdot A \cdot (\Delta c_A)_{ln} \tag{7.1}$$

pri čemer je srednja logaritemska koncentracijska razlika $(\Delta c_A)_{ln}$ definirana kot:

$$(\Delta c_A)_{ln} = \frac{(c_A^* - c_A)_2 - (c_A^* - c_A)_1}{\ln \frac{(c_A^* - c_A)_2}{(c_A^* - c_A)_1}} \tag{7.2}$$

V obravnavanem primeru v sistem vstopa čista voda, kar pomeni, da je koncentracija CO_2 na vstopnem mestu enaka nič ($c_{A1} = 0$). Pri obratovalnih pogojih lahko ravnotežno koncentracijo (c_A^*) določimo prek Henryjevega zakona:

$$p_A = \frac{He \cdot c_A^*}{\bar{c}} \tag{7.3}$$

Henryjeva konstanta za sistem CO_2-voda je enaka $He = 1300 \times 10^5$ Pa ($T = 17$ °C), molsko koncentracijo vode ($\bar{c}$) pa izračunamo kot:

$$\bar{c} = \frac{n}{V} = \frac{m}{M \cdot V} = \frac{\rho}{M} \tag{7.4}$$

$$\bar{c} = \frac{999\,\mathrm{kg\,m^{-3}}}{18\,\mathrm{g\,mol^{-3}}}$$

$$\bar{c} = 55{,}5\,\mathrm{mol/L}$$

Ker je sistem odprt na zunanji zračni tlak in ker vstopa čisti CO_2, velja, da je zunanji zračni tlak ($P = 1{,}0 \times 10^5$ Pa) enak parcialnemu tlaku CO_2. Sledi:

$$c_\mathrm{A}^* = \frac{p_\mathrm{A} \cdot \bar{c}}{He}$$

$$c_\mathrm{A}^* = \frac{1{,}0 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 55{,}5\,\mathrm{mol/L}}{1300 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}}$$

$$c_\mathrm{A}^* = 0{,}0427\,\mathrm{mol/L}$$

Iz enačb 7.1 in 7.2 lahko sedaj določimo pretok tekoče faze:

$$\dot{V} = \frac{K_\mathrm{L} \cdot A \cdot \frac{(c_\mathrm{A}^* - c_\mathrm{A})_2 - (c_\mathrm{A}^* - c_\mathrm{A})_1}{\ln \frac{(c_\mathrm{A}^* - c_\mathrm{A})_2}{(c_\mathrm{A}^* - c_\mathrm{A})_1}}}{(c_{\mathrm{A}2} - c_{\mathrm{A}1})}$$

$$\dot{V} = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot 0{,}1\,\mathrm{m^2} \cdot \frac{(0{,}0427\,\mathrm{mol/L} - 0{,}9 \cdot 0{,}0427\,\mathrm{mol/L}) - (0{,}0427\,\mathrm{mol/L} - 0\,\mathrm{mol/L})}{\ln \frac{(0{,}0427\,\mathrm{mol/L} - 0{,}9 \cdot 0{,}0427\,\mathrm{mol/L})}{(0{,}0427\,\mathrm{mol/L} - 0\,\mathrm{mol/L})}}}{(0{,}9 \cdot 0{,}0427\,\mathrm{mol/L} - 0\,\mathrm{mol/L})}$$

$$\dot{V} = 48{,}5\,\mathrm{L/h}$$

Naloga 2

Iz plinske mešanice CO_2 in zraka v masnem razmerju 1 : 1 odstranjujemo CO_2 s protitočno absorpcijo v vodovodno vodo. Pri temperaturi T = 15 °C je celokupni tlak plinske mešanice $P = 1{,}1 \times 10^5$ Pa. Koncentracijo CO_2 v vodni fazi določimo z dodatkom 0,05 M $Ba(OH)_2$ in s titracijo z 0,1 M HCl. Za 20 mL $Ba(OH)_2$ in 25 mL vstopne vode porabimo 18 mL HCl, za 20 mL $Ba(OH)_2$ in 25 mL izstopne vode pa 11 mL HCl. Določite koeficient snovnega prehoda K_L, če upoštevate, da vodna faza popolnoma omoči 40 obročkov premera D = 15 mm in višine h = 4 mm ter znaša pretok vodne faze $\dot{V}$ = 35 L/h. Kakšen je delež CO_2 v plinski fazi na izhodu, če je pretok plinske faze Φ_v = 10 mL/min?

Rešitev

Koncentracijo CO_2 na vstopu in izstopu določimo z retitracijo. Vzorcu CO_2, ki je prisoten v vodni fazi, dodamo prebitek $Ba(OH)_2$, pri čemer nastane $BaCO_3$: $CO_2 + Ba(OH)_2 \rightarrow BaCO_3\,(s) + H_2O$. Ker $Ba(OH)_2$ dodamo v prebitku, zagotovimo, da z bazo reagira ves prisoten CO_2. Preostanek $Ba(OH)_2$ nadalje določimo s titracijo s HCl: $Ba(OH)_2$ (ostanek) + 2HCl $\rightarrow BaCl_2 + 2H_2O$.
Temu ustrezno izračunamo koncentracijo CO_2 v vzorcu:

$$c_{\mathrm{CO2}} = \frac{c_{\mathrm{Ba(OH)_2}} \cdot V_{\mathrm{Ba(OH)_2}} - \frac{1}{2} \cdot c_\mathrm{HCl} \cdot V_\mathrm{HCl}}{V_\mathrm{vz}} \tag{7.5}$$

Z upoštevanjem enačbe 7.5 določimo vstopno in izstopno koncentracijo CO_2 v vodni fazi:

$$c_{\mathrm{A}1} = \frac{0{,}05\,\mathrm{M} \cdot 20\,\mathrm{mL} - \frac{1}{2} \cdot 0{,}1\,\mathrm{M} \cdot 18\,\mathrm{mL}}{25\,\mathrm{mL}}$$

$$c_{\mathrm{A}1} = 0{,}004\,\mathrm{M}$$

$$c_{\mathrm{A}2} = \frac{0{,}05\,\mathrm{M} \cdot 20\,\mathrm{mL} - \frac{1}{2} \cdot 0{,}1\,\mathrm{M} \cdot 11\,\mathrm{mL}}{25\,\mathrm{mL}}$$

$$c_{\mathrm{A}2} = 0{,}018\,\mathrm{M}$$

Za izračun ravnotežne koncentracije CO_2 potrebujemo njegov parcialni tlak:

$$p_A = y \cdot P_{tot} \tag{7.6}$$

Molsko razmerje v plinski fazi določimo iz masnega razmerja:

$$y = \frac{\frac{y_{ut}}{M_{CO_2}}}{\frac{y_{ut}}{M_{CO_2}} + \frac{(1-y_{ut})}{M_{zrak}}} \tag{7.7}$$

$$y = \frac{\frac{0{,}5}{44\,\mathrm{g\,mol^{-1}}}}{\frac{0{,}5}{44\,\mathrm{g\,mol^{-1}}} + \frac{(1-0{,}5)}{29\,\mathrm{g\,mol^{-1}}}}$$

$$y = 0{,}40$$

V skladu z enačbo 7.6 sledi, da je parcialni tlak CO_2 $0{,}44 \times 10^5$ Pa. Ravnotežno koncentracijo CO_2 določimo z uporabo Henryjevega zakona, pri čemer Henryjevo konstanto odčitamo pri temperaturi v sistemu (Tabela A.7):

$$c_A^* = \frac{0{,}44 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 55{,}5\,\mathrm{M}}{1220 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}}$$

$$c_A^* = 0{,}020\,\mathrm{M}$$

Če predpostavimo, da je medfazna površina enaka površini obročkov:

$$A = \left(\pi \cdot D \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}\right) \cdot N \tag{7.8}$$

$$A = \left(\pi \cdot 15\,\mathrm{mm} \cdot 4\,\mathrm{mm} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot (15\,\mathrm{mm})^2}{4}\right) \cdot 40$$

$$A = 0{,}022\,\mathrm{m^2}$$

lahko izračunamo koeficient snovnega prehoda:

$$K_L = \frac{\dot{V} \cdot (c_{A2} - c_{A1})}{A \cdot \frac{(c_A^* - c_A)_2 - (c_A^* - c_A)_1}{\ln \frac{(c_A^* - c_A)_2}{(c_A^* - c_A)_1}}} \tag{7.9}$$

$$K_L = \frac{35\,\mathrm{L\,h^{-1}} \cdot (0{,}018\,\mathrm{M} - 0{,}004\,\mathrm{M})}{0{,}022\,\mathrm{m^2} \cdot \frac{(0{,}020\,\mathrm{M} - 0{,}018\,\mathrm{M}) - (0{,}020\,\mathrm{M} - 0{,}004\,\mathrm{M})}{\ln \frac{(0{,}020\,\mathrm{M} - 0{,}018\,\mathrm{M})}{(0{,}020\,\mathrm{M} - 0{,}004\,\mathrm{M})}}}$$

$$K_L = 9{,}6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m/s}$$

Delež CO_2 na izhodu lahko določimo z uporabo množinske bilance:

$$G \cdot (y_{iz} - y_v) = L \cdot (x_v - x_{iz}) \tag{7.10}$$

pri čemer sta G in L posamezna molska tokova definirana kot:

$$G = \frac{P_{tot} \cdot \Phi_v}{R \cdot T} \tag{7.11}$$

$$L = \frac{\dot{V} \cdot \rho}{\overline{M}} \tag{7.12}$$

x_i ter y_i pa molska deleža CO_2 v tekoči in plinski fazi. Iz enačb 7.11 ter 7.12 sledi, da sta posamezna molska tokova $G = 0{,}03$ mol/h in $L = 1{,}94$ mol/h. Molski delež CO_2 v tekoči fazi pa izračunamo z ozirom na srednjo molsko koncentracijo vode:

$$x_i = \frac{c_{Ai}}{\overline{c}} \tag{7.13}$$

Sledi, da je $x_v = 7{,}2 \times 10^{-5}$, $x_{iz} = 3{,}2 \times 10^{-4}$ in delež CO_2 v plinski fazi na izhodu:

$$y_{iz} = y_v + \frac{L}{G} \cdot (x_v - x_{iz}) \tag{7.14}$$

$$y_{iz} = 0{,}4 + \frac{1{,}94\,\mathrm{mol\,h^{-1}}}{0{,}03\,\mathrm{mol\,h^{-1}}} \cdot (7{,}2 \times 10^{-5} - 3{,}2 \times 10^{-4})$$

$$y_{iz} = 0{,}38$$

Naloga 3

Čisti plin vpihujemo v cevni reaktor, v katerega protitočno vstopa čista voda.

a) Kolikšen delež ravnotežne koncentracije plina dosežemo v tekoči fazi na iztoku iz kolone, če je medfazna površina ocenjena na A = 0,15 m^2 in pretok tekoče faze na $\dot{V}$ = 0,3 m^3/h?

Koeficient snovnega prehoda ocenite z naslednjo korelacijo:

$$\frac{K_L \cdot L}{D_{AB}} = 2{,}42 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}7} \cdot \mathrm{Sc}^{0{,}5} \tag{7.15}$$

b) Kolikšen delež ravnotežne koncentracije plina dosežemo v tekoči fazi na iztoku iz kolone, če pretok dvakrat povečamo, ostali pogoji (A, K_L) pa ostanejo enaki?

Ostali podatki:

L = 0,02 m, Re = 820, Sc = 778 in D_{AB} = 1,12 × 10^{-9} m^2/s.

Rešitev

a) V cevni reaktor vstopa čista voda (c_{A1} = 0). Snovno bilanco (Enačba 7.1) tako zapišemo kot:

$$\Phi_v \cdot c_{A2} = K_L \cdot A \cdot \frac{(-c_{A2})}{\ln \frac{(c_A^* - c_{A2})}{(c_A^*)}} \tag{7.16}$$

Če koncentracijo na iztoku izrazimo z ustreznim deležem ravnotežne koncentracije $c_{A2} = x \cdot c_A^*$, lahko enačbo 7.16 preuredimo in izrazimo x:

$$\ln \frac{c_A^* \cdot (1 - x)}{c_A^*} = -\frac{K_L \cdot A}{\Phi_v} \tag{7.17}$$

$$x = 1 - \exp\left(-\frac{K_L \cdot A}{\Phi_v}\right) \tag{7.18}$$

Za izračun deleža ravnotežne koncentracije na iztoku potrebujemo koeficient snovnega prehoda K_L, ki ga ocenimo z uporabo korelacije prek enačbe 7.15:

$$K_L = \frac{D_{AB}}{L} \cdot 2{,}42 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}7} \cdot \mathrm{Sc}^{0{,}5} \tag{7.19}$$

$$K_L = \frac{1{,}12 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m^2\,s^{-1}}}{0{,}02\,\mathrm{m}} \cdot 2{,}42 \cdot 820^{0{,}7} \cdot 778^{0{,}5}$$

$$K_L = 4{,}1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m/s}$$

V nadaljevanju sledi (Enačba 7.18):

$$x = 1 - \exp\left(-\frac{4{,}1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot 0{,}15\,\mathrm{m^2}}{0{,}3\,\mathrm{m^3\,h^{-1}}}\right)$$

$$x = 0{,}53$$

b) Če pretok dvakrat povečamo in snovni bilanci za oba primera izrazimo v njunem razmerju, dobimo naslednjo zvezo:

$$\frac{\Phi_v \cdot c_{A2}}{\Phi_v' \cdot c_{A2}'} = \frac{K_L \cdot A \cdot \frac{(-c_{A2})}{\ln \frac{(c_A^* - c_{A2})}{(c_A^*)}}}{K_L \cdot A \cdot \frac{(-c_{A2}')}{\ln \frac{(c_A^* - c_{A2}')}{(c_A^*)}}} \tag{7.20}$$

Koncentraciji na iztoku ponovno izrazimo z ustreznima deležema ravnotežne koncentracije v posamezni kapljevinasti fazi (x in x'):

$$\frac{\Phi_\mathrm{V} \cdot x \cdot c_\mathrm{A}^*}{2 \cdot \Phi_\mathrm{V} \cdot x' \cdot c_\mathrm{A}^*} = \frac{K_\mathrm{L} \cdot A \cdot \frac{(-x \cdot c_\mathrm{A}^*)}{\ln \frac{(c_\mathrm{A}^* - x \cdot c_\mathrm{A}^*)}{(c_\mathrm{A}^*)}}}{K_\mathrm{L} \cdot A \cdot \frac{(-x' \cdot c_\mathrm{A}^*)}{\ln \frac{(c_\mathrm{A}^* - x' \cdot c_\mathrm{A}^*)}{(c_\mathrm{A}^*)}}} \tag{7.21}$$

Enačbo ustrezno preuredimo:

$$\frac{x}{2 \cdot x'} = \frac{\frac{-x}{\ln(1-x)}}{\frac{-x'}{\ln(1-x')}} \tag{7.22}$$

$$x' = 1 - (1 - x)^{0,5} \tag{7.23}$$

In izračunamo x':

$$x' = 1 - (1 - 0{,}52)^{0,5}$$

$$x' = 0{,}31$$

Naloga 4

V protitočnem cevnem reaktorju premera 40 mm in dolžine 1 m preučujemo prenos CO_2 v vodo pri parcialnem tlaku CO_2 1 bar in temperaturi 17 °C. Pretok kapljevinaste faze, ki popolnoma omoči steno cevi, je 0,5 m^3/h, pretok plinske zmesi pa 5,5 m^3/h. Vstopna voda že ima 0,1 mM raztopljenega CO_2. Analiza izstopne vode pokaže, da za nevtralizacijo 25 mL vzorca v 25 mL 0,05 M $Ba(OH)_2$ porabimo 18,3 mL 0,1 M HCl. Za izbrani primer določite koeficient snovnega prehoda.

Ostali podatki:

Henryjevo konstanto za sistem CO_2-voda odčitajte iz tabele A.7.

Rešitev

$K_\mathrm{L} = 4{,}13 \cdot 10^{-4}$ m/s

Naloga 5

Iz plinske mešanice CO_2 in zraka v masnem razmerju 1 : 1 odstranjujemo CO_2 s protitočno absorpcijo v vodovodno vodo, ki že vsebuje 1×10^{-4} mol/L raztopljenega CO_2. Celokupni tlak mešanice je 1 bar in njena temperatura 12 °C. Za titracijo 25 mL $Ba(OH)_2$ porabimo 24 mL 0,1 M HCl ter za titracijo 25 mL $Ba(OH)_2$ in 25 mL vodne raztopine CO_2 na izstopu iz kolone 19 mL 0,1 M HCl. Kolikšen delež ravnotežne koncentracije CO_2 ima voda pri izstopu iz absorpcijske kolone?

Ostali podatki:

Henryjevo konstanto in snovne lastnosti vode odčitajte v tabelah A.7 in A.2.1.

Rešitev

Dosežemo 50 % ravnotežne koncentracije.

Naloga 6

Iz ekvimolarne plinske mešanice CO_2 in N_2 odstranjujemo CO_2 s protitočno absorpcijo v vodovodno vodo. Tlak mešanice je 1 bar, njena temperatura pa 15 °C. Za koliko se pri prehodu čez kolono poveča nasičenje vodovodne vode s CO_2, če dobimo s titracijo ustreznih raztopin sledeče rezultate:

a) Za 20 mL $Ba(OH)_2$ porabimo 19 mL 0,1 M HCl.

b) Za 20 mL $Ba(OH)_2$ in 25 mL vodovodne vode porabimo 17 mL 0,1 M HCl.

c) Za 20 mL $Ba(OH)_2$ in 25 mL vodne raztopine CO_2 na izstopu iz kolone porabimo 10 mL 0,1 M HCl.

Predpostavite, da je N_2 popolnoma netopen v vodovodni vodi.

Ostali podatki:
Henryjevo konstanto odčitajte v tabeli A.7.
Rešitev
Izstopna vodovodna voda je 4,5-krat bolj nasičena s CO_2 kot vstopna vodovodna voda.

Naloga 7*
Čisti CO_2 protitočno uvajamo v čisto vodo pri zunanjem zračnem tlaku in temperaturi 12 °C. Predpostavite, da voda popolnoma omoči steno cevi premera 2 cm in dolžine 1 m, v kateri poteka absorpcija. Določite pretok vode, če za mešanico 25 mL 0,05 M $Ba(OH)_2$ in 25 mL vodne raztopine CO_2 na izstopu iz kolone porabimo 17 mL 0,1 M HCl. Za izračun snovne prehodnosti uporabite naslednjo korelacijo:

$$\frac{k_L \cdot D \cdot 0{,}25}{D_{AB}} = 2{,}42 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}7} \cdot \mathrm{Sc}^{0{,}5} \tag{7.24}$$

pri čemer je D premer cevi.
Ostali podatki:
Sc = 894, $D_{AB} = 1{,}37 \times 10^{-9}$ m^2/s
Henryjevo konstanto in snovne lastnosti vode odčitajte v tabelah A.7 in A.2.1.
Rešitev
$\dot{V}$ = 170 L/h

Naloga 8
Prenos SO_2 v čisto vodo smo določali s protitočno absorpcijo na laboratorijski napravi z obročki skupne omočene površine 0,035 m^2 in omočenega obsega elementov L_0 = 0,038 m. Voda v sistem vstopa s pretokom 20 kg/h.
a) Določite koeficient snovnega prehoda, če predpostavite, da koncentracija SO_2 v izstopni vodi doseže 50 % ravnotežne koncentracije in je sistem odprt na zunanji zračni tlak.
b) Kakšno napako naredite pri izračunu koeficienta snovnega prehoda, če za izračun prestopnosti na strani tekočine uporabite Stephens-Morrisovo korelacijo (Enačba 7.15) in za prestopnost na strani plina vrednost 2×10^{-3} m s^{-1} bar^{-1}?
c) Kakšno napako naredite, če v primeru b) zanemarite snovno prestopnost na strani plina?
Ostali podatki:
He = 10 bar, $D_{AB} = 1{,}5 \times 10^{-5}$ cm^2/s, ρ = 1000 kg/m^3, η = 1,1 mPa s
Reynoldsovo in Schmidtovo število sta podana z enačbama:

$$\mathrm{Re} = \frac{4 \cdot \Phi_v \cdot \rho}{\eta \cdot L_0} \tag{7.25}$$

$$\mathrm{Sc} = \frac{\eta}{\rho \cdot D_{AB}} \tag{7.26}$$

Rešitev
a) $K_L = 1{,}1 \times 10^{-4}$ m/s, b) napaka znaša 7,1 %, c) napaka znaša 90,2 %

Naloga 9*
Mehurček čistega kisika premera 0,1 cm injiciramo v mešalno posodo s čisto vodo pri temperaturi 25 °C (He = 44370 bar). Po 7 minutah se premer mehurčka zmanjša na 0,054 cm. Kakšen je koeficient snovnega prehoda, če sta upor v plinski fazi in začetna koncentracija kisika v vodi zanemarljiva ter je začetni tlak kisika 1 bar?
Ostali podatki:
Predpostavite, da kisik v vodi doseže ravnotežno koncentracijo, mehurčke pa aproksimiramo s sfero.
Rešitev
$K_L = 1{,}77 \times 10^{-5}$ m/s

Naloga 10

Ocenite Henryjevo konstanto kisika v površinski vodi pri 15 °C in 25 °C, če predpostavite, da je topnost dušika zanemarljiva.

Ostali podatki:

T [°C]	14	16	18	20	22	24	26
c_{O2} [mg/L]	10,29	9,85	9,45	9,07	8,72	8,40	8,09

Snovne lastnosti vode odčitajte iz tabele A.2.1.

Rešitev

$He_{15\,°C}$ = 3,71 × 10^4 bar, $He_{25\,°C}$ = 4,52 × 10^4 bar

Naloga 11

V zaprti plastenki je 1 L gazirane pijače pri 25 °C s koncentracijo CO_2 0,086 mol/L in parcialnim tlakom CO_2 2,5 bar. Kakšna bo koncentracija CO_2 v gazirani pijači, če plastenko odpremo? Predpostavite ravnotežne pogoje in konstantno temperaturo. Molski delež CO_2 v zraku je ocenjen na 0,03 %.

Rešitev

c = 1,03 × 10^{-5} mol/L

Naloga 12*

Na pilotni absorpcijski napravi z obročki smo preučevali prenos CO_2 v vodovodno vodo. V ta namen smo vodovodno vodo s temperaturo 17 °C protitočno prepihovali s tokom čistega CO_2 pri tlaku 1,2 bar. Za titracijo 25 mL vstopne vodovodne vode in 25 mL 0,05 M $Ba(OH)_2$ smo porabili 24 mL 0,085 M HCl, poraba HCl v izstopni vodi pa se je spreminjala glede na pretok vode po naslednji zvezi:

Φ_v [L/h]	10	15	20	25	30
V_{HCl} [mL]	19,5	18,6	17,8	15,5	14,1

Narišite odvisnost koeficienta snovnega prehoda od volumskega pretoka in v naslednji korelaciji določite konstanti a in b:

$$\frac{k_L \cdot L_0}{D_{AB}} = a \cdot \mathrm{Re}^b \cdot \mathrm{Sc}^{0,55} \tag{7.27}$$

pri čemer je L_0 = 2 · (premer + debelina) in sta Re in Sc podana z enačbama 7.25 in 7.26.

Ostali podatki:

Št. obročkov = 35, premer obročka = 17 mm, debelina obročka = 5 mm, D_{AB} = 1,37 × 10^{-5} cm^2/s

Henryjevo konstanto in snovne lastnosti vode odčitajte v tabelah A.7 in A.2.1.

Rešitev

Konstanta a je 6,77 × 10^{-4}, konstanta b pa 1,85.

Naloga 13*

Na absorpcijski napravi z obročki iz plinske mešanice CO_2 in zraka, ki vsebuje 40 ut. % CO_2, odstranjujemo CO_2 s protitočno absorpcijo v vodo. Vstopna koncentracija CO_2 v vodi je 0,01 g/L, izstopna pa 60 % ravnotežne koncentracije. Kolikšen delež ravnotežne koncentracija predstavlja izstopna koncentracija, če povečamo število obročkov za faktor 1,5, ostali pogoji pa ostanejo enaki?

Ostali podatki:

P_{tot} = 1,2 bar, T = 15 °C.

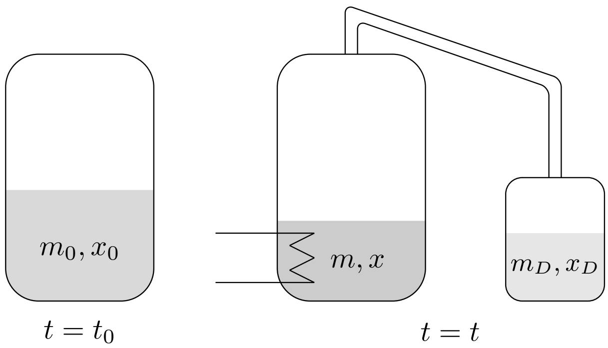
Henryjevo konstanto odčitajte v tabeli A.7.

Rešitev

Na izstopu dosežemo 75% ravnotežno koncentracijo.

Diferencialna destilacija

Naloga 1
Z diferencialno destilacijo ločujemo zmes metanola in vode. Po končani destilaciji pridobimo 100 kg destilacijskega ostanka z deležem metanola 5 mol. % in 50 kg destilata z deležem metanola 40 mol. %. Izračunajte maso in sestavo začetne zmesi.
Shema



Rešitev
Za proces destilacije lahko zapišemo celokupno in komponentno masno bilanco:

$$m_0 = m + m_\mathrm{D} \tag{8.1}$$
$$m_0 \cdot w_0 = m \cdot w + m_\mathrm{D} \cdot w_\mathrm{D} \tag{8.2}$$

Iz enačbe 8.1 sledi, da je začetna masa zmesi:

$$m_0 = 100\,\mathrm{kg} + 50\,\mathrm{kg}$$
$$m_0 = 150\,\mathrm{kg}$$

Za izračun sestave začetne binarne zmesi molske deleže destilacijskega ostanka najprej pretvorimo v masne deleže:

$$w = \frac{x \cdot M_\mathrm{MeOH}}{x \cdot M_\mathrm{MeOH} + (1-x) \cdot M_{\mathrm{H_20}}} \tag{8.3}$$

Sledi:

$$w = \frac{0{,}05 \cdot 32\,\mathrm{g\,mol^{-1}}}{0{,}05 \cdot 32\,\mathrm{g\,mol^{-1}} + (1-0{,}05) \cdot 18\,\mathrm{g\,mol^{-1}}}$$
$$w = 0{,}086$$
$$w_\mathrm{D} = \frac{0{,}40 \cdot 32\,\mathrm{g\,mol^{-1}}}{0{,}40 \cdot 32\,\mathrm{g\,mol^{-1}} + (1-0{,}40) \cdot 18\,\mathrm{g\,mol^{-1}}}$$
$$w_\mathrm{D} = 0{,}542$$

S preoblikovanjem enačbe 8.2 lahko izračunamo masno sestavo začetne zmesi:

$$w_0 = \frac{m \cdot w + m_\mathrm{D} \cdot w_\mathrm{D}}{m_0} \tag{8.4}$$

$$w_0 = \frac{100\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}086 + 50\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}542}{150\,\mathrm{kg}}$$

$$x_0 = 0{,}238$$

Sledi, da je molska sestava začetne zmesi enaka:

$$x_0 = \frac{\frac{w_0}{M_\mathrm{MeOH}}}{\frac{w_0}{M_\mathrm{MeOH}} + \frac{(1-w_0)}{M_{\mathrm{H_20}}}} \tag{8.5}$$

$$x_0 = \frac{\frac{0{,}238}{32\,\mathrm{g\,mol^{-1}}}}{\frac{0{,}238}{32\,\mathrm{g\,mol^{-1}}} + \frac{(1-0{,}238)}{18\,\mathrm{g\,mol^{-1}}}}$$

$$x_0 = 0{,}149$$

Naloga 2

Po končani šaržni destilaciji 50 mol binarne raztopine s 15 mol. % lažje hlapne komponente pridobimo 30 mol destilacijskega ostanka. Izračunajte sestavo destilata, če lahko v tem območju sestav molsko sestavo hlapov izrazimo s funkcijo $y = 1{,}5 \cdot x + 0{,}05$.

Rešitev

Za diferencialno destilacijo lahko zapišemo celokupno in komponentno diferencialno bilanco sistema:

$$\frac{dn}{dt} = F(t) \tag{8.6}$$

$$\frac{d(n,x)}{dt} = F(t) \cdot y(x) \tag{8.7}$$

Sledi:

$$n \cdot \frac{dx}{dt} + x \cdot \frac{dn}{dt} = y(x) \cdot \frac{dn}{dt} \tag{8.8}$$

$$\frac{dn}{n} = \frac{dx}{y(x) - x} \tag{8.9}$$

Pri čemer upoštevamo, da je ravnotežna koncentracija v parni fazi (y) funkcija koncentracije v tekoči fazi (x). Če enačbo 8.8 integriramo v mejah (n_0, n) ter (x_0, x) dobimo Rayleighovo enačbo:

$$\ln \frac{n}{n_0} = \int_{x_0}^{x} \frac{1}{y(x) - x} \cdot dx \tag{8.10}$$

Upoštevamo, da se sestava hlapov spreminja po linearni funkciji $y = 1{,}5 \cdot x + 0{,}05$ in zapišemo:

$$\ln \frac{n}{n_0} = \int_{x_0}^{x} \frac{1}{0{,}5 \cdot x + 0{,}05} \cdot dx \tag{8.11}$$

Izpeljemo zvezo za x:

$$x = \frac{\left(\frac{n}{n_0}\right)^{0{,}5} \cdot (0{,}5 \cdot x_0 + 0{,}05) - 0{,}05}{0{,}5} \tag{8.12}$$

$$x = \frac{\left(\frac{30\,\mathrm{mol}}{50\,\mathrm{mol}}\right)^{0{,}5} \cdot (0{,}5 \cdot 0{,}15 + 0{,}05) - 0{,}05}{0{,}5}$$

$$x = 0{,}094$$

Iz splošne množinske bilance izračunamo množino destilata:

$$n_D = n_0 - n \tag{8.13}$$
$$n_D = 50\,\mathrm{mol} - 30\,\mathrm{mol}$$
$$n_D = 20\,\mathrm{mol}$$

ter iz komponentne množinske bilance sestavo destilata:

$$x_D = \frac{n_0 \cdot x_0 - n \cdot x}{n_D} \tag{8.14}$$
$$x_D = \frac{50\,\mathrm{mol} \cdot 0{,}15 - 30\,\mathrm{mol} \cdot 0{,}094}{20\,\mathrm{mol}}$$
$$x_D = 0{,}235$$

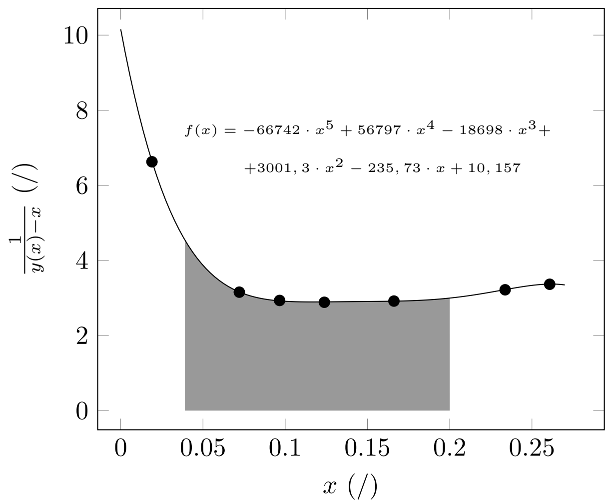
Naloga 3
Diferencialno smo destilirali 500 kg vodne raztopine etanola z njegovo začetno sestavo 20 mol. %. Koliko kg etanola ostane v destilacijskem ostanku, če pridobimo destilat s 45 mol. % etanola?
Rešitev
Rayleighovo enačbo (8.10) lahko z uporabo množinske bilance preuredimo:

$$\ln \frac{x_0 - x_D}{x - x_D} = \int_{x_0}^{x} \frac{1}{y(x) - x} \cdot dx \tag{8.15}$$

Na osnovi ravnotežnih podatkov za sistem etanol-voda (Tabela A.6):

x [\]	0,0190	0,0721	0,0966	0,1238	0,1661	0,2337	0,2608
y [\]	0,1700	0,3891	0,4375	0,4704	0,5089	0,5445	0,5580

lahko določimo odvisnost parne in tekoče faze ter grafično prikažemo območje pod integralom (Slika 8.1).



Slika 8.1: Odvisnost $\frac{1}{y(x)-x}$ od x za sistem etanol/voda v izbranem intervalu.

V izbranem intervalu (x_0, x) lahko enačbo 8.15 zapišemo kot:

$$\ln \frac{x_0 - x_D}{x - x_D} = \tag{8.16}$$
$$\int_{x_0}^{x} (-66742 \cdot x^5 + 56797 \cdot x^4 - 18698 \cdot x^3 + 3001{,}3 \cdot x^2 - 235{,}73 \cdot x + 10{,}157) \cdot dx$$
$$\ln \frac{0{,}20 - 0{,}45}{x - 0{,}45} =$$
$$\int_{0{,}20}^{x} (-66742 \cdot x^5 + 56797 \cdot x^4 - 18698 \cdot x^3 + 3001{,}3 \cdot x^2 - 235{,}73 \cdot x + 10{,}157) \cdot dx$$

Z numerično (ali grafično) rešitvijo enačbe 8.16 dobimo rešitev: x = 0,039. Povprečna molska masa začetne raztopine je definirana kot:

$$\overline{M}_{n,\,0} = x_0 \cdot M_{EtOH} + (1 - x_0) \cdot M_{H_2O} \tag{8.17}$$
$$\overline{M}_{n,\,0} = 0{,}2 \cdot 46\,\mathrm{g\,mol^{-1}} + (1 - 0{,}2) \cdot 18\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$$
$$\overline{M}_{n,\,0} = 23{,}6\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$$

Sledi, da je množina začetne zmesi enaka:

$$n_0 = \frac{m_0}{\overline{M}_{n,\,0}} \tag{8.18}$$
$$n_0 = \frac{500\,\mathrm{kg}}{23{,}6\,\mathrm{g\,mol^{-1}}}$$
$$n_0 = 21{,}2\,\mathrm{kmol}$$

ter množina ostanka enaka:

$$n = n_0 \cdot \frac{x_0 - x_D}{x - x_D} \tag{8.19}$$
$$n = 21{,}2\,\mathrm{kmol} \cdot \frac{0{,}20 - 0{,}45}{0{,}039 - 0{,}45}$$
$$n = 12{,}9\,\mathrm{kmol}$$

Z upoštevanjem molskega deleža etanola v ostanku (x = 0,039) določimo množino etanola v ostanku (n = 506 mol) in njegovo maso:

$$m_{EtOH} = n_{EtOH} \cdot M_{EtOH} \tag{8.20}$$
$$m_{EtOH} = 506\,\mathrm{mol} \cdot 46\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$$
$$m_{EtOH} = 23{,}3\,\mathrm{kg}$$

Naloga 4

100 molov vodne raztopine etanola z začetno vsebnostjo etanola 35 mol. % diferencialno destiliramo toliko časa, da v destilacijskem kotlu ostane 90 ut. % težje hlapne komponente. Izračunajte množino in sestavo destilata po končani destilaciji, če lahko izrazimo molsko sestavo hlapov v tem območju sestav s funkcijo $y = 2{,}5 \cdot x + 0{,}03$. Kolikšna masa etanola še ostane v destilacijskem kotlu?

Rešitev

V destilatu bo 69,7 mol zmesi z 48,4 mol. % etanola. V destilacijskem kotlu po destilaciji ostane še 58 g etanola.

Naloga 5

Z diferencialno destilacijo ločujemo 50 kg binarne zmesi etanola in vode. Kolikšna bosta masa in molska sestava destilata v trenutku, ko v kotlu ostane še 1,5 kg etanola ter 28,5 kg vode? Predpostavite, da v tem območju utežnih sestav velja zveza $y = 2 \cdot x + 0{,}1$.

Rešitev

V destilatu bo 20 kg zmesi s sestavo 14,4 mol. % etanola.

Naloga 6

Z diferencialno destilacijo ločujemo zmes dveh komponent. Kolikšen del začetnega deleža lažje hlapne komponente bo v ostanku, če predestiliramo polovico začetne množine? Predpostavite, da v tem območju molskih sestav velja, da je v parni fazi 3-krat večji delež lažje hlapne komponente kot v kapljevinasti fazi

Rešitev

Ostalo bo še 25 % začetnega deleža.

Naloga 7
100 kg zmesi etanola in vode z začetnim deležem etanola 5 ut. % ločujemo s šaržno destilacijo do 1 ut. % etanola v destilacijskem ostanku. Dobljeni destilat ponovno destiliramo, da dobimo nov destilat s 44 ut. % etanola. Kolikšna je masa dobljenega destilata po končani drugi stopnji destilacije, če lahko ravnotežne podatke (za obe stopnji destilacije) v tem območju utežnih sestav dobimo iz zveze $y = 3 \cdot x + 0{,}10$?
Rešitev
V destilatu dobimo 8,0 kg zmesi.

Naloga 8*
Po šaržni destilaciji binarne zmesi metanol-voda smo pridobili 100 kg destilata s 30 mol. % metanola. V destilacijskem kotlu je ostala zmes s 7 mol. % metanola. Kolikšni sta bili začetna količina in sestava, če predpostavite, da v tem območju utežnih sestav velja zveza $y = 2 \cdot x$?
Rešitev
Destilirali smo 160 kg zmesi z 20,5 mol. % metanola.

Naloga 9
1 L vodne raztopine etanola ločujemo z diferencialno destilacijo, pri čemer se temperatura vrelišča zmesi v destilacijskem kotlu spremeni s 85 °C na 95 °C. Kakšno napako naredite pri izračunu končne sestave destilata, če za ravnotežno odvisnost med parno in tekočo fazo namesto polinoma 3. reda (kubična enačba) vzamemo polinom 2. reda (kvadratna enačba) ali polinom 1. reda (linearna enačba)?
Ostali podatki:
Ravnotežne podatke za sistem etanol-voda odčitajte iz tabele A.6.
Rešitev
Napaka znaša 10,1 % v primeru uporabe polinoma 1. reda ter 2,5 % v primeru uporabe polinoma 2. reda.

Naloga 10
100 mol ekvimolarne raztopine benzena in toluena ločujemo z diferencialno destilacijo pri atmosferskem tlaku. Po končani destilaciji je v ostanku še 33 mol. % benzena. Določite sestavo in množino destilata.
Ostali podatki:
Ravnotežni podatki za sistem benzen-toluen:

$x_{\text{mol, benzen}}$ [\]	0,30	0,33	0,36	0,39	0,42	0,45	0,48	0,50	0,52
$y_{\text{mol, benzen}}$ [\]	0,481	0,515	0,549	0,580	0,610	0,639	0,666	0,684	0,701

Rešitev
Po destilaciji dobimo 59,4 mol destilata z 61,6 mol. % benzena.

Naloga 11
Z diferencialno destilacijo ločujemo 5 kg mešanice metanola in vode z vsebnostjo lažje hlapne komponente 61 mol. %. Kakšni bosta sestava in masa ostanka, če želimo pridobiti destilat z 80 mol. % metanola?
Ostali podatki:
Ravnotežne podatke za sistem metanol-voda odčitajte iz tabele A.5.
Rešitev
Po destilaciji dobimo 2,43 kg ostanka s 44,3 mol. % metanola.

Naloga 12*
10 kg 20 mol.% vodne raztopine etanola destiliramo toliko časa, da v destilacijskem kotlu ostane zmes z 8 mol. % etanola. Dobljenemu destilatu ponovno dodamo začetno zmes enake množine in

destilacijo ponovimo, da dobimo 50 mol novega destilata. Kakšna je sestava dobljenega destilata po prvi in drugi destilaciji?
Ostali podatki:
Ravnotežne podatke za sistem etanol-voda odčitajte iz tabele A.6.
Rešitev
Po končani prvi destilaciji pridobimo destilat z 48,6 mol. % etanola, po končani drugi destilaciji pa destilat z 58,4 mol. % etanola.

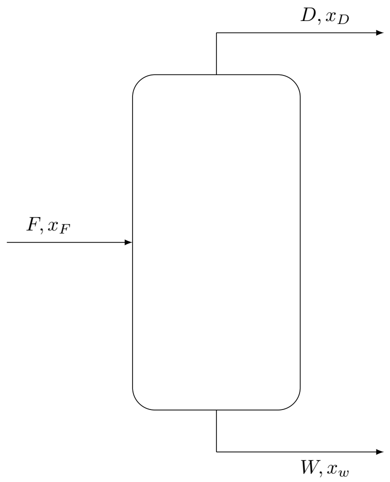
Naloga 13*
Za zmes dveh komponent, ki se mešata v vseh razmerjih, so bili pridobljeni naslednji ravnotežni podatki (pri čemer se utežna deleža x in y nanašata na lažje hlapno komponento):

x [ut. %]	5,2	9,9	11,7	16,5	23,7
y [ut. %]	15,4	24,8	28,4	38,0	52,4

Kakšna sta začetna masa in sestava zmesi, če po končani destilaciji pridobimo 10 kg destilata s 26 ut. % lažje hlapne komponente in ostanek s 3 ut. % lažje hlapne komponente?
Rešitev
Destilirali smo 15,3 kg zmesi z 18,0 ut. % lažje hlapne komponente.

Rektifikacija

Naloga 1
Na rektifikacijski koloni ločujemo ekvimolarno zmes metanola in vode. V stacionarnem stanju pridobivamo destilat z 99 mol. % metanola ter ostanek z 98 mol. % vode. Določite molska tokova obeh produktov, če v sistem vstopa zmes s pretokom 100 kg/h.
Shema



Rešitev
Za stacionarno obratovanje lahko zapišemo celokupno molsko bilanco rektifikacijske kolone:

$$F = W + D \tag{9.1}$$

in komponentno bilanco sistema:

$$F \cdot x_\mathrm{F} = W \cdot x_\mathrm{W} + D \cdot x_\mathrm{D} \tag{9.2}$$

Molski tok napajalne zmesi preračunamo iz masnega toka:

$$F = \frac{F_\mathrm{ut}}{\overline{M_\mathrm{F}}} \tag{9.3}$$

pri čemer je $\overline{M_\mathrm{F}}$ povprečna molska masa napajalne zmesi izražena kot:

$$\overline{M_\mathrm{F}} = x_\mathrm{F} \cdot M_\mathrm{MeOH} + (1 - x_\mathrm{F}) \cdot M_{\mathrm{H}_2O} \tag{9.4}$$

$$\overline{M_\mathrm{F}} = 0{,}5 \cdot 32\,\mathrm{g\,mol^{-1}} + (1 - 0{,}5) \cdot 18\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$$

$$\overline{M_\mathrm{F}} = 25\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$$

Sledi, da je molski tok napajalne zmesi:

$$F = \frac{100\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}{25\,\mathrm{g\,mol^{-1}}}$$
$$F = 4\,\mathrm{kmol\,h^{-1}}$$

Iz enačb 9.1 in 9.2 izračunamo tok ostanka:

$$W = F \cdot \frac{x_\mathrm{F} - x_\mathrm{D}}{x_\mathrm{W} - x_\mathrm{D}} \tag{9.5}$$
$$W = 4\,\mathrm{kmol\,h^{-1}} \cdot \frac{0{,}5 - 0{,}98}{0{,}02 - 0{,}98}$$
$$W = 2\,\mathrm{kmol\,h^{-1}}$$

ter destilata:

$$D = F - W$$
$$D = 4\,\mathrm{kmol\,h^{-1}} - 2\,\mathrm{kmol\,h^{-1}}$$
$$D = 2\,\mathrm{kmol\,h^{-1}}$$

Naloga 2
Določite teoretično število prekatov po metodi McCabe-Thiele in vrednost HETP ($z = 2$ m), če na pilotno reaktifikacijsko kolona vstopa zmes metanola in vode z molskim deležem metanola x_F = 0,2 ter temperaturo T_F = 30 °C. Kolono zapuščata produkta pri temperaturi njunih vrelišč: destilat s sestavo x_D = 95 mol. % metanola in ostanek s sestavo x_W = 5 mol. % metanola. Kolona obratuje pri refluksnem razmerju R = 2. Določite tudi minimalno refluksno razmerje.
Rešitev
Metoda McCabe-Thiele temelji na grafični predstavitvi snovnih in toplotnih bilanc ter ravnotežja med parno in kapljevinasto fazo. Osnova predpostavka metode je, da se na vsakem prekatu med fazama vzpostavi ravnotežje. Najprej narišemo ravnotežno krivuljo za sistem metanol-voda ter diagonalo $y = x$ skozi izhodišče koordinatnega sistema. Na diagonali vrišemo točke (x_W, x_W), (x_F, x_F) ter (x_D, x_D). Iz točke (x_D, x_D) narišemo zgornjo obratovno črto, ki ima naslednjo obliko:

$$y = \frac{R}{R+1} \cdot x + \frac{x_\mathrm{D}}{R+1} \tag{9.6}$$
$$y = \frac{2}{2+1} \cdot x + \frac{0{,}95}{2+1}$$

Iz točke (x_F, x_F) narišemo e-črto do presečišča z zgornjo obratovno črto, pri čemer ima e-črta naslednjo obliko:

$$y = \frac{e}{e-1} \cdot x - \frac{x_\mathrm{F}}{e-1} \tag{9.7}$$

in je vrednost e podana kot:

$$e = 1 + \frac{(T_\mathrm{vr} - T_\mathrm{F}) \cdot (\Sigma c_\mathrm{p} \cdot x_\mathrm{i})}{\Sigma \Delta H_\mathrm{izp,i} \cdot x_\mathrm{i}} \tag{9.8}$$

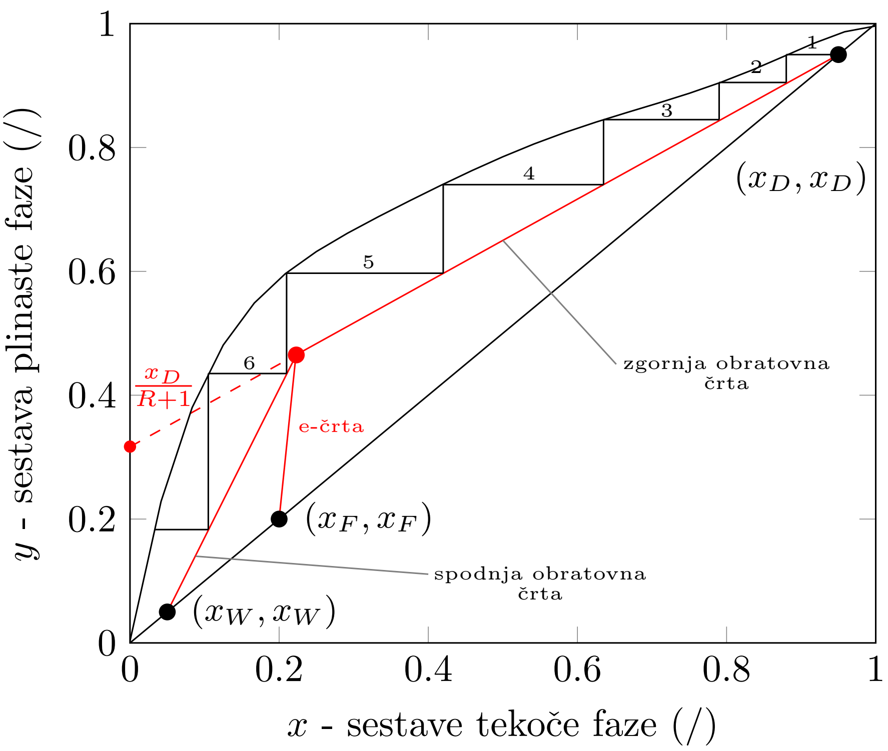
T_vr predstavlja temperaturo vrelišča mešanice metanol-voda pri sestavi x_F (81,7 °C). Pri tej temperaturi tudi odčitamo izparilno entalpijo. Specifično toplotno kapaciteto odčitamo pri aritmetični srednji temperaturi $(T_\mathrm{F} + T_\mathrm{vr})/2$. Sledi, da je vrednost e enaka:

$$e = 1 + \frac{(81{,}7\,^\circ\mathrm{C} - 30\,^\circ\mathrm{C}) \cdot (88{,}2\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}} \cdot 0{,}2 + 75{,}3\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}} \cdot 0{,}8)}{(33{,}8\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}} \cdot 0{,}2 + 41{,}5\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}} \cdot 0{,}8)} \tag{9.9}$$
$$e = 1{,}101$$

ter enačba e-črte:

$$y = \frac{1{,}101}{1{,}101-1} \cdot x - \frac{0{,}2}{1{,}101-1}$$

Na koncu iz presečišča zgornje obratovne črte in e-črte potegnemo spodnjo obratovno črto do točke (x_W, x_W). Med ravnotežno krivuljo in obema obratovnima črtama vrišemo pravokotne stopnice, pri čemer je število stopnic enako teoretičnemu številu prekatov (n_t).



Slika 9.1: Grafična določitev števila prekatov po metodi McCabe-Thiele.

HETP (višinski ekvivalent teoretičnega prekata) določimo kot:

$$\text{HETP} = \frac{z}{n_t} = \frac{2\,\text{m}}{6} = 0{,}33\,\text{m} \tag{9.10}$$

Minimalno refluksno razmerje je najmanjša vrednost refluksa, ki še omogoča separacijo (in obratuje pri neskončnem številu teoretičnih prekatov). Izračunamo ga na tak način, da zgornjo obratovno črto potegnemo skozi presečišče ravnotežne krivulje in e-črte ter določimo vrednost R. Sledi:

$$\frac{R_{\text{min}}}{R_{\text{min}}+1} = \frac{x_D - y'}{x_D - x'} \tag{9.11}$$

pri čemer x' in y' predstavljata presečišče ravnotežne krivulje z e-črto. Če enačimo enačbi ravnotežne krivulje in e-črte, dobimo vrednosti $x' = 0{,}238$ ter $y' = 0{,}617$. Sledi, da je minimalno refluksno razmerje enako:

$$\frac{R_{\text{min}}}{R_{\text{min}}+1} = \frac{0{,}95-0{,}617}{0{,}95-0{,}238}$$

$$R_{\text{min}} = 0{,}88$$

Naloga 3

Zmes metanola in vode ločujemo na rektifikacijski napravi. Ko je doseženo stacionarno stanje, določite:

a) Pretok in sestavo napajalnega toka, če želimo pridobiti 50 mol/h destilata s 95 mol. % metanola in 220 mol/h destilacijskega ostanka z 98 mol. % vode.

b) Moč grelca, če je tok hlapov 100 mol/h ter posamezni tokovi na kolono vstopajo in iz nje izstopajo pri temperaturi njihovih vrelišč. Predpostavite, da tok hladne vode v celoti odvede kondenzacijsko entalpijo hlapov in so toplotne izgube zanemarljive.

Rešitev

a) Iz celokupne (Enačba 9.1) in komponentne (Enačba 9.2) množinske bilance izračunamo pretok (F = 270 mol/h) in sestavo (x_F = 19,2 mol. %) napajalnega toka.

b) Energijsko bilanco rektifikacijske naprave zapišemo v obliki:

$$F \cdot h_F + \dot{Q}_g = W \cdot h_W + D \cdot h_D + \dot{Q}_k + \dot{Q}_{izg} \tag{9.12}$$

pri čemer entalpijo posameznih tokov izračunamo kot:

$$h_i = \Sigma c_{p,i} \cdot x_i \cdot T_i \tag{9.13}$$

kjer T predstavlja temperaturo posameznega toka v °C. Pri sestavi posameznega toka določimo temperaturo vrelišča in pri tej temperaturi odčitamo vrednosti specifične toplotne kapacitete za obe komponenti:

$$F(T_{vr} = 82{,}0\,°\mathrm{C}) : c_{p,\mathrm{MeOH}} = 95{,}6\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}; c_{p,\mathrm{voda}} = 75{,}6\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$$
$$W(T_{vr} = 96{,}9\,°\mathrm{C}) : c_{p,\mathrm{MeOH}} = 100{,}4\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}; c_{p,\mathrm{voda}} = 75{,}9\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$$
$$D(T_{vr} = 65{,}6\,°\mathrm{C}) : c_{p,\mathrm{MeOH}} = 90{,}8\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}; c_{p,\mathrm{voda}} = 75{,}4\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$$

Prek enačbe 9.13 izračunamo entalpijo posameznih tokov: h_F = 6,5 kJ/mol, h_W = 7,4 kJ/mol in h_D = 5,9 kJ/mol.

V kondenzatorju (hladilniku) hladilna voda v celoti odvede kondenzacijsko entalpijo hlapov, zato lahko toplotno bilanco zapišemo kot:

$$\dot{Q}_k = \Phi_{\mathrm{m,\,voda}} \cdot c_{p,\mathrm{voda}} \cdot (T_{iz} - T_v) = \Delta H_{kond} \cdot \dot{V} \tag{9.14}$$

Upoštevamo, da je sestava hlapov v kondenzatorju enaka sestavi destilata, zato kondenzacijsko entalpijo obeh komponent odčitamo pri temperaturi T_D:

$$\Delta H_{\mathrm{kond,\,MeOH}} = 35{,}0\,\mathrm{kJ/mol}$$
$$\Delta H_{\mathrm{kond,\,voda}} = 42{,}2\,\mathrm{kJ/mol}$$

Z upoštevanjem sestave destilata in vrednosti toka hlapov ($\dot{V}$ = 100 mol/h) izračunamo, da je vrednost $\dot{Q}_k$ enaka 982 W. Moč grelca nadalje določimo prek enačbe 9.12, pri čemer zanemarimo toplotni tok izgub:

$$\dot{Q}_g = W \cdot h_W + D \cdot h_D + \dot{Q}_k - F \cdot h_F$$
$$\dot{Q}_g = 220\,\mathrm{mol\,h^{-1}} \cdot 7{,}4\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}} + 50\,\mathrm{mol\,h^{-1}} \cdot 5{,}9\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}} + 0{,}982\,\mathrm{kW} -$$
$$-270\,\mathrm{mol\,h^{-1}} \cdot 6{,}5\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$$
$$\dot{Q}_g = 1028\,\mathrm{W}$$

Naloga 4

Na rektifikacijski koloni kot ločena produkta pridobivamo destilat in destilacijski ostanek v molskem razmerju tokov 1 : 4. Ko dosežemo stacionarno stanje, imamo v destilatu 99 mol. % lažje hlapne komponente, v ostanku pa 98 mol. % težje hlapne komponente. Kolikšna sta pretok in sestava napajalnega toka, če sistem obratuje pri refluksnem razmerju 3 in je molski tok hlapov 15 kmol/h?

Rešitev

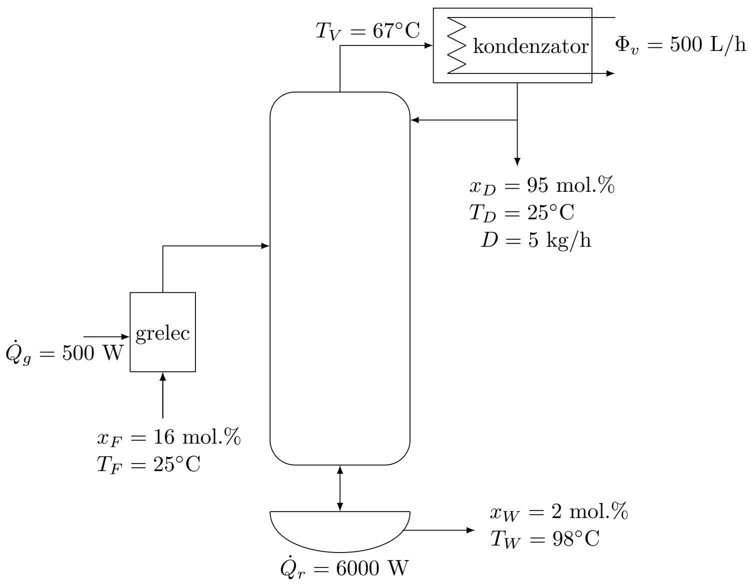
Rektifikacijsko kolono napajamo z 18,75 kmol/h zmesi z 21,4 mol. % lažje hlapne komponente.

Naloga 5

V pilotno rektifikacijsko kolono vteka zmes metanola in vode s tokom 5 kg/h in molskim deležem

bolj hlapne komponente 20 mol. %. Iz kolone pridobivamo destilat, ki še vsebuje 1 mol. % manj hlapne komponente. Refluksno razmerje je enako 2,5. Hlapi, ki iz kolone izhajajo s pretokom 2,1 kg/h, nad kolono kondenzirajo (ΔH_{kond} = 1400 kJ/kg) na vodnem hladilniku, ki odvede celotno kondenzacijsko entalpijo.
a) Kolikšen je tok destilata in destilacijskega ostanka, če je temperatura destilata 25 °C?
b) Kolikšen je molski delež metanola v destilacijskem ostanku, ko se vzpostavi stacionarno stanje?
c) Kolikšne so toplotne izgube, če predpostavite, da je vnos toplote z vstopnim tokom približno enak odvajanju toplote s tokom destilacijskega ostanka in je moč grelca ocenjena na 1046 W?
Ostali podatki:
Snovne lastnosti za metanol in vodo odčitajte v tabelah A.3 in A.2.1.
Rešitev
a) D = 0,6 kg/h, W = 4,4 kg/h, b) x_{w} = 13,3 mol. %, c) $\dot{Q}_{\mathrm{izg}}$ = 219 W

Naloga 6
Na pilotni rektifikacijski koloni (Slika 9.2) kontinuirno destiliramo vodno raztopino metanola pri refluksnem razmerju 1,9.



Slika 9.2: Shematski prikaz pilotne rektifikacijske kolone.

Izračunajte:
a) Tok destilacijskega ostanka in napajalne zmesi.
b) Spremembo temperature vode na kondenzatorju, ki popolnoma odvede kondenzacijsko toploto, če hladna voda vstopa pri sobni temperaturi.
c) Toplotne izgube sistema.
Ostali podatki:
Snovne lastnosti za metanol in vodo odčitajte v tabelah A.3 in A.2.1.
Rešitev
a) F = 1061 mol/h, W = 901 mol/h, b) ΔT = 8,6 °C, c) $\dot{Q}_{\mathrm{izg}}$ = 98 W

Naloga 7
Vodno raztopino metanola s 25 ut. % lažje hlapne komponente kontinuirno ločujemo na pilotni rektifikacijski koloni. Pri refluksnem razmerju 4 dobimo destilat z 10 mol. % težje hlapne komponente in destilacijski ostanek s 4 mol. % lažje hlapne komponente. Kondenzacijsko entalpijo hlapov v celoti odvedemo s hladno vodo s pretokom 8 kg/min, pri čemer se voda segreje iz 16 °C

na 24 °C.
a) Določite posamezne tokove.
b) Določite toplotne izgube, če je moč grelca ocenjena na 5,0 kW in imajo hlapi destilata temperaturo 63 °C, destilacijski ostanek 98 °C in napajalna zmes 79 °C.
Ostali podatki:
Snovne lastnosti za metanol in vodo odčitajte v tabelah A.3 in A.2.1.
Rešitev
a) F = 13,2 kg/h, D = 2,7 kg/h, W = 10,5 kg/h, b) $\dot{Q}_{\mathrm{izg}}$ = 347 W

Naloga 8
V pilotno rektifikacijsko kolono vteka 2,1 kg/h zmesi metanola in vode pri temperaturi 50 °C s koncentracijo bolj hlapne komponente 20 mol. %. Destilat, ki vsebuje 98 mol. % bolj hlapne komponente, zapušča kolono pri temperaturi vrelišča in refluksnem razmerju 2. Hlapi, ki izhajajo iz kolone, kondenzirajo na vodnem hladilniku, skozi katerega teče hladna voda s pretokom 50 kg/h, pri čemer se ji temperatura pri prehodu skozi kondenzator spremeni za 4,6 K.
a) Določite teoretično število prekatov z McCabe–Thielejevo metodo.
b) Določite višino polnila v koloni, če znaša HETP 0,3 m.
c) Določite minimalno refluksno razmerje.
Ostali podatki:
Snovne lastnosti za metanol in vodo odčitajte v tabelah A.3 in A.2.1.
Rešitev
a) n_{t} = 7, b) z = 2,1 m, c) R_{min} = 0,98

Naloga 9
Na koloni z višino 2 m ločujemo binarno zmes benzena in toluena. Določite minimalno število teoretičnih prekatov in vrednost HETP, če v destilatu dobimo 95 mol. % lažje hlapne komponente in v ostanku 90 mol. % težje hlapne komponente. Kakšno napako naredite, če minimalno število teoretičnih prekatov določite grafično?
Ostali podatki:
Ravnotežni podatki za sistem benzen-toluen:

x [/]	0,000	0,130	0,258	0,411	0,581	0,780	1,000
y [/]	0,000	0,261	0,456	0,632	0,777	0,900	1,000

Rešitev
$n_{\mathrm{t,\,min}}$ = 5,7, HETP = 0,35 m, napaka = 13 %

Naloga 10
Na rektifikacijski koloni vodimo utekočinjen zrak s pretokom 150 kmol/h. Iz kolone odvajamo destilat s pretokom 30 kmol/h in deležem lažje hlapne komponente 0,9. Za koliko moramo povečati refluksno razmerje, če želimo povečati tok ostanka za 15 %? Predpostavite, da je tok hlapov enak prvotnemu toku ostanka ter da je zmes zraka binarna in z enako sestavo kot pri sobni temperaturi.
Rešitev
Refluksno razmerje moramo povečati za faktor 3.

Naloga 11
V kontinuirno destilacijsko kolono vodimo binarno zmes. Iz kolone pridobivamo destilat z 90 mol. % lažje hlapne komponente in ostanek z 10 mol. % lažje hlapne komponente. Koliko je sestava ostanka, če delež lažje hlapne komponente v destilatu povečamo za 10 %? Predpostavite, da se vrednosti posameznih tokov in sestava napajalnega toka ne spremenijo.
Rešitev
V ostanku imamo še 1 mol. % lažje hlapne komponente.

Naloga 12

Na pilotni rektifikacijski koloni ločujemo vodno raztopino metanola z molskim deležem lažje hlapne komponente 22 % pri refluksnem razmerju 2 in temperaturi napajalne zmesi 55 °C. Pretok destilata je 0,5 kg/h, pretok napajalne zmesi 3,0 kg/h in pretok hladilne vode, ki v celoti odvede kondenzacijsko entalpijo hlapov, 60 kg/h. Destilat in destilacijski ostanek zapuščata kolono pri temperaturi njunih vrelišč.
a) Izračunajte toplotne izgube sistema, če je moč grelca ocenjena na 1 kW.
b) Določite teoretično število prekatov, če veljajo naslednji eksperimentalni podatki:

t [min]	x_d [mol. %]	T_vs [°C]	T_iz [°C]
10	92,5	11,0	22,0
20	94,1	11,0	22,0
30	96,2	12,0	22,0
40	96,2	11,9	22,0

Ostali podatki:
Snovne lastnosti za metanol in vodo odčitajte v tabelah A.3 in A.2.1.

Rešitev

a) $\dot{Q}_\mathrm{izg}$ = 204 W, b) n_t = 6

Naloga 13*

a) Določite število prekatov za ločevanje binarne zmesi toluena (55 mol. %) in benzena (45 mol. %) pri refluksnem razmerju 1,8, če sme tok destilata vsebovati le 5 mol. % toluena ter tok ostanka le 5 mol. % benzena. Napajalna zmes vstopa v kolono pri temperaturi vrelišča, molsko sestavo hlapov pa lahko izrazimo s funkcijo:

$$y = \frac{\alpha \cdot x}{1 + x \cdot (\alpha - 1)} \tag{9.15}$$

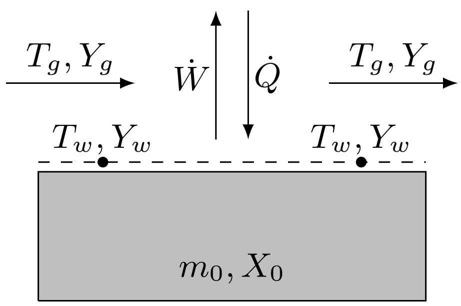
pri čemer je x molska sestava tekoče faze, α pa relativna hlapnost z vrednostjo 2,45.
b) Na koliko moramo povečati teoretično število prekatov, če se delež benzena v napajalni zmesi zmanjša na 37 mol. %?
c) Koliko je minimalno refluksno razmerje v primeru b)?

Rešitev

a) n_t = 12, b) n_t = 17, c) R_min = 1,63

Sušenje

Naloga 1
V adiabatnem sušilniku sušimo vlažen material v periodi konstantne sušilne hitrosti pri temperaturi 65 °C. Masa materiala se v 4 h zmanjša iz 5,5 kg na 1,25 kg. Določite površino sušilnika, če je koeficient snovnega prestopa ocenjen na k_y = 2,5 kg m^{-2} min^{-1}. Temperaturi mokrega in suhega termometra, ki ju določimo prek psihrometra, sta T_m = 17 °C in T_s = 25 °C. V kolikšnem času bi isti material posušili do enake končne vlažnosti, če bi vstopni zrak segreli na 80 °C?
Shema



Rešitev
Snovni tok za proces sušenja lahko zapišemo kot:

$$\dot{W} = -\frac{\Delta m}{\Delta t} = -\frac{\Delta X}{\Delta t} \cdot m_\mathrm{ss} \tag{10.1}$$

$$\dot{W} = k_\mathrm{y} \cdot A \cdot (Y_\mathrm{w} - Y_\mathrm{g}) \tag{10.2}$$

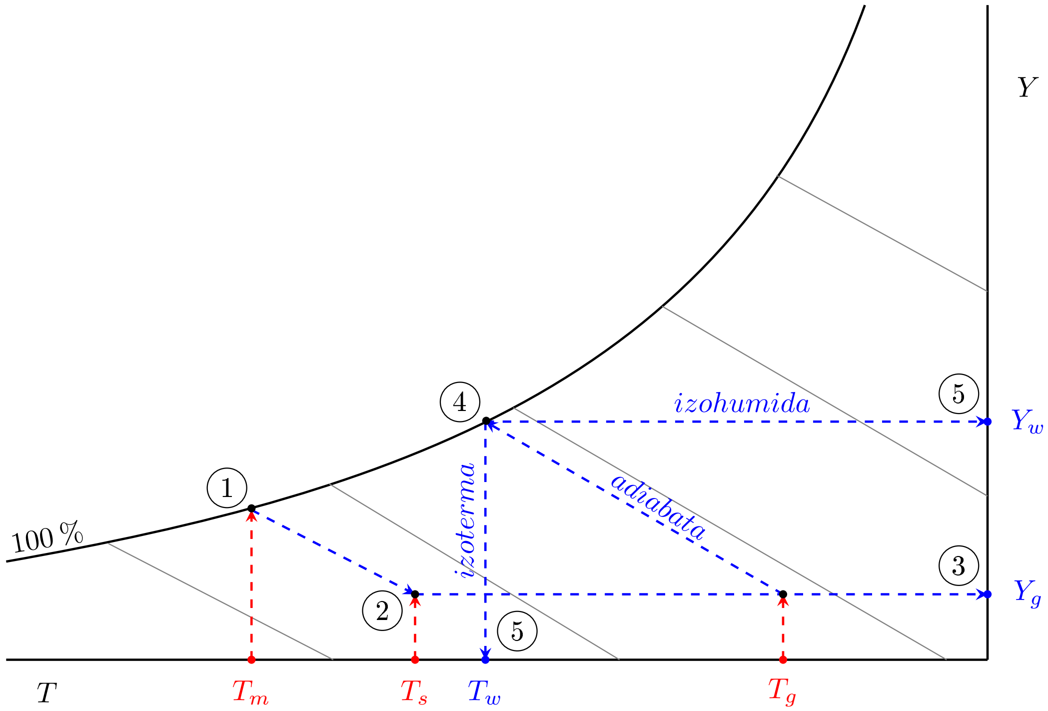
pri čemer Y_w predstavlja vlažnost filma zraka nad površino sušečega materiala, Y_g pa vlažnost glavne mase zraka. Vrednosti odčitamo iz psihrometrijske karte (Slika 10.1):

1. Določimo točko, kjer se sekata temperatura mokrega termometra T_m in krivulja 100% vlažnosti.
2. Iz te točke se po črti adiabate pomaknemo do temperature suhega termometra T_s.
3. V tej točki odčitamo vlažnost glavne mase zraka Y_g, ki je v tem primeru 0,009.
4. Iz točke (Y_g, T_g) se po adiabati pomaknemo do krivulje 100% vlažnosti.
5. V tej točki odčitamo temperaturo filma zraka nad površino sušečega materiala T_w in njegovo vlažnost Y_w, ki je v tem primeru 0,024.

Prek enačbe 10.1 izračunamo snovni tok v periodi konstantne sušilne hitrosti:

$$\dot{W} = -\frac{(5{,}50 - 1{,}25)\,\mathrm{kg}}{4\,\mathrm{h}}$$

$$\dot{W} = 1{,}06\,\mathrm{kg\,h^{-1}}$$



Slika 10.1: Grafični prikaz odčitka Y_g in Y_w iz psihrometrijske karte.

ter iz enačbe 10.2 površino sušilnika:

$$A = \frac{\dot{W}}{k_y \cdot (Y_w - Y_g)}$$

$$A = \frac{1{,}06\,\mathrm{kg\,h^{-1}}}{2{,}5\,\mathrm{kg\,m^{-2}\,min^{-1}} \cdot (0{,}024 - 0{,}009)}$$

$$A = 0{,}47\,\mathrm{m^2}$$

V primeru, da bi vstopni zrak segreli na temperaturo 80 °C, bi bila vlažnost filma zraka nad površino sušečega materiala 0,029. Ker v obeh primerih sušimo v periodi konstantne sušilne hitrosti, velja:

$$\left(\frac{\Delta X}{\Delta t}\right)_{65\,^\circ\mathrm{C}} = \left(\frac{\Delta X}{\Delta t}\right)_{80\,^\circ\mathrm{C}} \tag{10.3}$$

Z upoštevanjem enačb 10.1 ter 10.2 sledi:

$$\Delta t_{80\,^\circ\mathrm{C}} = \Delta t_{65\,^\circ\mathrm{C}} \cdot \frac{(Y_w - Y_g)_{65\,^\circ\mathrm{C}}}{(Y_w - Y_g)_{80\,^\circ\mathrm{C}}} \tag{10.4}$$

$$\Delta t_{80\,^\circ\mathrm{C}} = 4\,\mathrm{h} \cdot \frac{(0{,}024 - 0{,}009)}{(0{,}029 - 0{,}009)}$$

$$\Delta t_{80\,^\circ\mathrm{C}} = 3\,\mathrm{h}$$

Naloga 2

V komorni sušilnik vstopa 100% nasičen zrak s pretokom $\dot{m}$ = 50 kg/h in temperaturo 20 °C.

a) Izračunajte končno vlažnost materiala po 2 h, če je izstopna vlažnost zraka Y_{iz} = 0,020 ter sušimo m_{vs} = 5 kg vlažne snovi z začetno vlažnostjo X_0 = 33 %.

b) Na kakšno temperaturo moramo segreti vstopni zrak, če znaša površina sušilnika 0,5 m^2 in koeficient snovnega prestopa k_y = 40 kg m^{-2} h^{-1}?

c) Koliko znaša koeficient toplotnega prestopa ob predpostavki, da sušenje poteka adiabatno.

Rešitev

a) Za proces sušenja lahko snovni tok vlage zapišemo kot funkcijo masnega pretoka zraka:

$$\dot{W} = \dot{m} \cdot (Y_{\mathrm{iz}} - Y_{\mathrm{v}}) = -\frac{\Delta X}{\Delta t} \cdot m_{\mathrm{ss}} \tag{10.5}$$

Pri čemer velja, da je v tem primeru $Y_{\mathrm{v}} = Y_{\mathrm{g}}$. Vlažnost materiala je definirana kot:

$$X_0 = \frac{m_{\mathrm{vlage}}}{m_{\mathrm{ss}}} \tag{10.6}$$

Iz česar sledi, da je masa suhe snovi m_{ss} enaka:

$$m_{\mathrm{ss}} = \frac{m_{\mathrm{vs}}}{1 + X_0} \tag{10.7}$$

$$m_{\mathrm{ss}} = \frac{5\,\mathrm{kg}}{1 + 0{,}33}$$

$$m_{\mathrm{ss}} = 3{,}76\,\mathrm{kg}$$

Vlažnost vstopnega zraka odčitamo iz psihrometrijske karte in pri tem upoštevamo, da je zrak pri temperaturi 20 °C nasičen ($T_{\mathrm{m}} = T_{\mathrm{s}}$). Sledi, da je Y_{g} enaka 0,015 ter končna vlažnost materiala po 2 h (izpeljana iz enačbe 10.5):

$$X_{\mathrm{k}} = X_0 - \frac{\dot{m} \cdot (Y_{\mathrm{iz}} - Y_{\mathrm{g}}) \cdot \Delta t}{m_{\mathrm{ss}}}$$

$$X_{\mathrm{k}} = 0{,}33 - \frac{50\,\mathrm{kg\,h^{-1}} \cdot (0{,}020 - 0{,}015) \cdot 2\,\mathrm{h}}{3{,}76\,\mathrm{kg}}$$

$$X_{\mathrm{k}} = 0{,}20$$

b) Iz enačb 10.2 in 10.5 izrazimo vlažnost filma zraka nad površino sušečega materiala kot:

$$k_{\mathrm{y}} \cdot A \cdot (Y_{\mathrm{w}} - Y_{\mathrm{g}}) = \dot{m} \cdot (Y_{\mathrm{iz}} - Y_{\mathrm{g}}) \tag{10.8}$$

$$Y_{\mathrm{w}} = Y_{\mathrm{g}} + \frac{\dot{m} \cdot (Y_{\mathrm{iz}} - Y_{\mathrm{g}})}{k_{\mathrm{y}} \cdot A} \tag{10.9}$$

$$Y_{\mathrm{w}} = 0{,}015 + \frac{50\,\mathrm{kg\,h^{-1}} \cdot (0{,}020 - 0{,}015)}{40\,\mathrm{kg\,m^{-2}\,h^{-1}} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m^2}}$$

$$Y_{\mathrm{w}} = 0{,}027$$

Temperaturo segretega zraka T_{g} odčitamo iz psihrometrijske karte v točki, kjer se sekata adiabata iz krivulje 100% vlažnosti pri vrednosti Y_{w} ter izohumida skozi Y_{g}. Temperatura vstopnega zraka je tako 61 °C.

c) Za proces adiabatnega sušenja zapišemo toplotni tok kot:

$$\dot{Q} = h \cdot A \cdot (T_{\mathrm{g}} - T_{\mathrm{w}}) \tag{10.10}$$

$$\dot{Q} = \dot{W} \cdot \Delta H_{\mathrm{izp}} \tag{10.11}$$

Če upoštevamo, da je temperatura filma zraka nad površino sušečega materiala T_{w} = 31 °C (določeno iz psihrometrijske karte - Diagram B.4) in izparilna entalpija pri tej temperaturi ΔH_{izp} = 2426 kJ/kg (Tabela A.2.1), je koeficient toplotnega prestopa enak:

$$h = \frac{\dot{W} \cdot \Delta H_{\mathrm{izp}}}{A \cdot (T_{\mathrm{g}} - T_{\mathrm{w}})} \tag{10.12}$$

$$h = \frac{\dot{m} \cdot (Y_{\mathrm{iz}} - Y_{\mathrm{v}}) \cdot \Delta H_{\mathrm{izp}}}{A \cdot (T_{\mathrm{g}} - T_{\mathrm{w}})} \tag{10.13}$$

$$h = \frac{50\,\mathrm{kg\,h^{-1}} \cdot (0{,}020 - 0{,}015) \cdot 2426\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}}{0{,}5\,\mathrm{m^2} \cdot (61\,°\mathrm{C} - 31\,°\mathrm{C})}$$

$$h = 11\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$$

Naloga 3

V adiabatnem sušilniku so bili pridobljeni naslednji podatki:

X [%]	20,0	17,0	14,1	11,0	8,1	5,1	2,9	1,7	1,3	1,2
t [min]	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90

Določite $\frac{\Delta X}{\Delta t}$ v periodi konstantne sušilne hitrosti in konstanto sušilnika.

Rešitev

V periodi konstantne sušilne hitrosti velja, da je $\frac{\Delta X}{\Delta t}$ = konst. Iz eksperimentalnih podatkov sledi, da je sušilna hitrost konstantna do 50 minute, njena vrednost pa je:

$$\frac{\Delta X}{\Delta t}_{\text{konst.}} = -\frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} \simeq -\frac{X_3 - X_2}{t_3 - t_2} \simeq ... - \frac{X_6 - X_5}{t_6 - t_5} \tag{10.14}$$

$$\frac{\Delta X}{\Delta t}_{\text{konst.}} = -\frac{0{,}17 - 0{,}20}{10\,\text{min} - 0\,\text{min}}$$

$$\frac{\Delta X}{\Delta t}_{\text{konst.}} = 0{,}003\,\text{min}^{-1}$$

Za izračun konstante sušilnika potrebujemo kritično vlažnost (X_{kr}) ter ravnotežno vlažnost (X_{r}). Kritično vlažnost definiramo v začetni točki faze padajoče sušilne hitrosti (oziroma v končni točki faze konstantne sušilne hitrosti), v našem primeru ob času t = 50 min. Sledi, da je X_{kr} = 0,051. Ravnotežno vlažnost definiramo v trenutku, ko sušilna hitrost pade na 0, v našem primeru približno ob času t = 90 min. Sledi, da je X_{r} = 0,012 in izračun konstante sušilnika K enak:

$$K = \frac{-\frac{\Delta X}{\Delta t}_{\text{konst.}}}{X_{\text{kr}} - X_{\text{r}}} \tag{10.15}$$

$$K = \frac{0{,}003\,\text{min}^{-1}}{0{,}051 - 0{,}012}$$

$$K = 0{,}077\,\text{min}^{-1}$$

Naloga 4

Sušenje vlažnega materiala smo spremljali z merjenjem mase sušečega materiala. Izračunaj površino sušilnika A ter koeficient toplotnega prestopa h, če so bili pridobljeni naslednji eksperimentalni podatki:

m [kg]	11,20	10,55	10,23	9,96	9,67	9,20
t [h]	0,5	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5

Ostali podatki:

k_{y} = 80 kg m^{-2} h^{-1}, T_{g} = 75 °C, T_{m} = 13 °C, T_{s} = 20 °C

Pogoje v glavni masi in v filmu zraka nad površino materiala ocenite prek psihrometrijske karte (Diagram B.4). Snovne lastnosti vode ocenite iz tabele A.2.1.

Rešitev

A = 0,44 m^2, h = 22,6 W m^{-2} K^{-1}

Naloga 5

Na laboratorijskem sušilniku smo izmerili, da je sušilna hitrost v fazi konstantne sušilne hitrosti enaka 0,08 h^{-1}. Masa vlažne snovi je 1584 g, začetna vlažnost pa 20 %. Vlažni material sušimo z zrakom, ki ima vstopno temperaturo 100 °C. Temperaturi mokrega in suhega termometra sta 17 °C oziroma 23 °C. Izračunajte koeficienta toplotnega h in snovnega prestopa k_{y}, če material sušimo na pladnju dimenzij 20 x 30 cm.

Ostali podatki:

Pogoje v glavni masi in v filmu zraka nad površino materiala ocenite prek psihrometrijske karte (Diagram B.4). Snovne lastnosti vode ocenite iz tabele A.2.1.

Rešitev

h = 18,3 W m^{-2} K^{-1}, k_{y} = 0,018 kg m^{-2} s^{-1}

Naloga 6
Na kolikšno temperaturo moramo segreti zrak v sušilniku, če želimo v 2 h posušiti 5 kg vlažnega materiala od začetne vlažnosti 25 % do končne vlažnosti 5 %? Kakšna je temperatura filma zraka nad sušečim materialom? Predpostavite, da je sušilna hitrost konstantna.
Ostali podatki:
A = 1 m^2, k_y = 20 kg m^{-2} h^{-1}, T_m = 15 °C, T_s = 22 °C
Pogoje v glavni masi in v filmu zraka nad površino materiala ocenite prek psihrometrijske karte (Diagram B.4).
Rešitev
T_g = 78 °C, T_w = 30 °C

Naloga 7
V adiabatnem sušilniku sušimo material v periodi konstantne sušilne hitrosti s 100% nasičenim vlažnim zrakom z vstopno temperaturo 20 °C. Na kakšno temperaturo moramo segreti zrak, če znaša kapaciteta sušilnika W/A = 2 kg m^{-2} h^{-1}? Koeficient snovnega prestopa ocenite prek naslednje korelacije:

$$k_y = 0{,}012 \cdot v^{0{,}75} \cdot \rho^{0{,}85} \tag{10.16}$$

Hitrost zraka v sušilniku je 4 m/s in njegova gostota 1 kg/m^3.
Ostali podatki:
Pogoje v glavni masi in v filmu zraka nad površino materiala ustrezno ocenite (Diagram B.4).
Rešitev
T_g = 72 °C

Naloga 8
Za sušenje vlažnega peska na laboratorijskem adiabatnem sušilniku so bili pridobljeni naslednji podatki:

t [min]	0	10	20	30	40	50	60
m [g]	1557	1537	1513	1486	1459	1432	1406

t [min]	70	80	90	100	110	120	130
m [g]	1381	1362	1350	1341	1335	1331	1330

Pri čemer je m vsota mas vlažnega materiala in pladnja.
Izračunajte:
a) maso dodane vode,
b) koeficienta snovnega in toplotnega prestopa,
c) konstanto sušilnika.
Ostali podatki:
m_s = 1185 g, m_p = 138 g, T_m = 17 °C, T_s = 22 °C, T_g = 65 °C, A = 0,06 m^2
Pogoje v glavni masi ter v filmu zraka nad površino materiala ocenite prek psihrometrijske karte (Diagram B.4). Snovne lastnosti vode ocenite iz tabele A.2.1.
Rešitev
a) m_v = 234 g, b) k_y = 0,049 kg m^{-2} s^{-1}, h = 49,7 W m^{-2} K^{-1}, c) K = 0,052 min^{-1}

Naloga 9
V adiabatnem sušilniku sušimo 80 kg vlažne snovi od začetne vlažnosti X_0 = 25 % do končne vlažnosti 3 %. Temperaturi mokrega ter suhega termometra sta 20 °C in 27 °C, površina pladnja 2 m^2 ter temperatura segretega zraka 75 °C. Predpostavi periodo konstantne sušilne hitrosti in konstantni koeficient snovnega prehoda.
a) Izračunaj čas sušenja t, če lahko koeficient snovnega prehoda ocenite na 90 kg m^{-2} h^{-1}.

b) Izračunaj, za koliko moramo povečati površino pladnja, če se temperatura segretega zraka zniža za 20 °C in želimo material posušiti v enakem času kot v primeru a).
c) Izračunaj površino pladnja, če želimo material posušiti v 3 urah pod enakimi pogoji kot v primeru a).
Ostali podatki:
Pogoje v glavni masi in v filmu zraka nad površino materiala ocenite prek psihrometrijske karte (Diagram B.4). Snovne lastnosti vode ocenite iz tabele A.2.1.
Rešitev
a) t = 4,4 h, b) za 63 %, c) 2,9 m^2

Naloga 10
Suhemu materialu dodamo 500 g vode. V kolikšnem času odstranimo 60 % dodane vode, če predpostavimo adiabatne pogoje in sušimo v periodi konstantne sušilne hitrosti pri temperaturi zraka 82 °C?
Ostali podatki:
$h = 20\ \mathrm{W\ m^{-2}\ K^{-1}}$, $A = 0{,}10\ \mathrm{m^2}$, $T_\mathrm{m} = 16\ °\mathrm{C}$, $T_\mathrm{s} = 25\ °\mathrm{C}$
Pogoje v glavni masi in v filmu zraka nad površino materiala ustrezno ocenite (Diagram B.4). Snovne lastnosti vode ocenite iz tabele A.2.1.
Rešitev
t = 2 h

Naloga 11
V periodi padajoče sušilne hitrosti so bili eksperimentalno pridobljeni naslednji podatki:

t [min]	0	5	10	15	20	25	30	35	40
X [%]	5,50	3,50	2,50	1,95	1,59	1,45	1,34	1,27	1,27

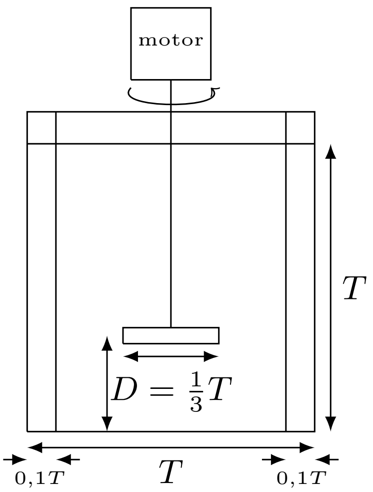
Določi konstanto sušilnika K.
Rešitev
$K = 0{,}13\ \mathrm{min^{-1}}$

Naloga 12*
Vlažen material z začetno vlažnostjo 20 % smo popolnoma posušili na adiabatnem sušilniku pri temperaturi zraka 80 °C. Perioda konstantne sušilne hitrosti je trajala 3 h, pri čemer se je material posušil do 10% začetne vlažnosti. Perioda padajoče sušilne hitrosti je trajala 1 h. Kolikšna je teoretična masa zraka potrebna za sušenje, če je temperatura izstopnega zraka 20 °C nižja od temperature vstopnega zraka? Vlažnost površinskega filma sušečega materiala je konstantna.
Ostali podatki:
$T_\mathrm{m} = 16\ °\mathrm{C}$, $T_\mathrm{s} = 23\ °\mathrm{C}$, $m_\mathrm{ss} = 100\ \mathrm{kg}$
Pogoje v glavni masi in v filmu zraka nad površino materiala ustrezno ocenite (Diagram B.4).
Rešitev
$m_\mathrm{z} = 1451\ \mathrm{kg}$

Naloga 13*
Določite pretok zraka za sušenje 150 kg vlažne snovi z začetno vlažnostjo 0,30 do končne vlažnosti 0,05, če sušenje poteka 5 h na površini 5 m^2 pri temperaturi vstopnega zraka 80 °C. Predpostavite, da je vlažnost površinskega filma tik ob površini sušečega materiala konstantna, vlažnost glavne mase zraka pa povprečje vstopne ter izstopne vlažnosti zraka.
Ostali podatki:
$T_\mathrm{m} = 20\ °\mathrm{C}$, $T_\mathrm{s} = 28\ °\mathrm{C}$, $k_\mathrm{y} = 0{,}028\ \mathrm{kg\ m^{-2}\ s^{-1}}$
Pogoje v glavni masi in v filmu zraka nad površino materiala ustrezno ocenite (Diagram B.4).
Rešitev
Pretok zraka je 95 kg/h.

Mešanje

Naloga 1
Za kolikokrat moramo povečati premer STC (ang.: Standard Tank Configuration) mešalnika, da bo stopnja pomešanja enaka kot ga dobimo v STC mešalniku premera T = 0,3 m, če kot povečevalni kriterij uporabimo konstantni volumski vnos moči ter motor s 5-krat večjo močjo?
Shema



Rešitev
Če kot povečevalni kriteriji uporabimo konstantni volumski vnos moči, velja:

$$\frac{P}{V} = \text{konst.} \tag{11.1}$$

Sledi:

$$\frac{P_1}{V_1} = \frac{P_2}{V_2} \tag{11.2}$$

Za STC mešalnike velja:

$$V = \frac{\pi \cdot T^3}{4} \tag{11.3}$$

Kar upoštevamo v enačbi 11.2:

$$\frac{P_1 \cdot 4}{\pi \cdot T_1^3} = \frac{P_2 \cdot 4}{\pi \cdot T_2^3} \tag{11.4}$$

Ker poznamo razmerje med močjo v obeh mešalnikih, lahko dobimo faktor povečanja premera STC mešalnika:

$$\frac{T_2^3}{T_1^3} = 5 \tag{11.5}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1{,}7$$

Naloga 2

V STC mešalniku premera T = 30 cm z Rushtonovo turbino mešamo vodno raztopino etanola z gostoto ρ = 940 kg/m^3 in viskoznostjo η = 0,5 mPa s.

a) Kako hitro se mora vrteti mešalo, da še zagotovimo popolnoma razvit turbulentni način mešanja, pri katerem velja Po = 5 (glej krivulje moči v prilogi B.3)?

b) Kakšen je v tem primeru volumski vnos moči?

Rešitev

a) Popolnoma razvit turbulentni način mešanja bo pri Re > 10^4.

$$\mathrm{Re} = \frac{N \cdot D^2 \cdot \rho}{\eta} \tag{11.6}$$

Iz enačbe 11.6 izrazimo in izračunamo število vrtljajev:

$$N = \frac{\mathrm{Re} \cdot \eta}{D^2 \cdot \rho} \tag{11.7}$$

$$N = 0{,}532\,\mathrm{s}^{-1}$$

b) Po izračunanem številu vrtljajev lahko določimo moč mešala. Za turbulentni tok velja:

$$P = \mathrm{Po} \cdot \rho \cdot N^3 \cdot D^5 \tag{11.8}$$

$$P = 7{,}1 \times 10^{-3}\,\mathrm{W}$$

Izračunamo še volumski vnos moči P/V:

$$V = \frac{\pi \cdot T^3}{4} \tag{11.9}$$

$$V = 0{,}0212\,\mathrm{m}^3$$

$$\frac{P}{V} = 0{,}334\,\mathrm{W/m}^3$$

Naloga 3

V STC mešalniku mešamo rastlinsko olje z gostoto ρ = 980 kg/m^3 in viskoznostjo η = 2 Pa s. Mešanje z Rushtonovo turbino premera D = 0,15 m poteka v laminarnem tokovnem režimu.

a) Kako hitro se mora vrteti mešalo, da je volumski vnos moči 1 W/m^3?

b) Kako hitro se največ lahko vrti mešalo, da še zagotovimo laminarni tokovni režim mešanja? Koliko je v tem primeru volumski vnos moči?

Rešitev

Za laminarni tok iz grafa krivulj moči (Priloga B.3) odčitamo vrednost koeficienta K, saj velja Po = K/Re. Pri Re številu 1 je vrednost Po, ki jo odčitamo na y osi enaka 68. Vrednost koeficienta je tako K = 68. V nadaljevanju nato izračunamo volumen mešalne posode ($T = 3 \cdot D$ = 0,45 m), moč mešala in število vrtljajev.

$$V = \frac{\pi \cdot T^3}{4} \tag{11.10}$$

$$V = 0{,}0716\,\mathrm{m}^3$$

$$P = 0{,}0716\,\mathrm{W}$$

Za laminarni tok moč mešala zapišemo kot:

$$P = K \cdot \eta \cdot N^2 \cdot D^3 \tag{11.11}$$

In izrazimo N:

$$N = \sqrt{\frac{P}{K \cdot \eta \cdot D^3}} \tag{11.12}$$

$$N = 0{,}395\,\mathrm{s}^{-1}$$

b) Mejno območje zagotavljanja laminarnega toka je pri Re = 10. Skladno s tem lahko izračunamo maksimalno število vrtljajev ob upoštevanju izraza za Re število (Enačba 11.6) in izraženega števila vrtljajev (Enačba 11.7):

$$N = 0{,}907\,\mathrm{s}^{-1}$$

Izračunamo še moč mešala (Enačba 11.11) in volumski vnos moči mešala P/V:

$$P = 0{,}38\,\mathrm{W}$$

$$\frac{P}{V} = 5{,}3\,\mathrm{W/m^3}$$

Naloga 4
Vodno raztopino CMC-ja pripravljamo v STC mešalniku premera 30 cm s turbino z ukrivljenimi lopaticami. Pri vrtilni hitrosti mešala 500 min^{-1} dobimo suspenzijo primerne kvalitete. Izračunajte vrtilno hitrost in moč mešala v geometrijsko podobnem mešalniku volumna 10 m^3, če je povečevalni kriterij konstantna obodna hitrost.
Ostali podatki:
ρ = 1200 $\mathrm{kg/m^3}$, η = 1,1 mPa s, krivulja moči (Priloga B.3)
Rešitev
N = 64 min^{-1}, P = 1094 W

Naloga 5
V pilotnem STC mešalniku dobimo ustrezno suspenzijo z uporabo Rushtonove turbine s premerom mešala 10 cm in vrtilno hitrostjo 950 min^{-1}. Izračunajte minimalno moč, potrebno za mešanje, in obodno hitrost mešala v STC mešalniku volumna 5 m^3, če kot povečevalni kriterij uporabite:
a) konstantni volumski vnos moči,
b) konstantno obodno hitrost.
Ostali podatki:
ρ = 900 $\mathrm{kg/m^3}$, η = 6 mPa s, krivulja moči (Priloga B.3)
Rešitev
a) P = 42,1 kW, v = 9,13 m/s b) P = 6,8 kW, v = 4,97 m/s

Naloga 6
Izračunajte minimalno moč motorja, ki ga potrebujemo za mešanje vodne raztopine v STC mešalniku volumna 200 L z mešalom z ravnimi lopaticami, če je obodna hitrost mešala 6 m/s.
Ostali podatki:
ρ = 999,5 $\mathrm{kg/m^3}$, η = 1,2 mPa s, krivulja moči (Priloga B.3)
Rešitev
P = 1,24 kW

Naloga 7
V STC mešalniku volumna 1 m^3 mešamo raztopino z mešalom z ukrivljenimi lopaticami pri frekvenci mešanja 100 obratov na minuto.

a) Izračunajte minimalno moč potrebno za mešanje.
b) Kolikšna je minimalna moč mešanja v mešalniku volumna 3 m^3, če je povečevalni kriteriji konstantni volumski vnos moči?
c) Kakšna frekvenca mešanja v večjem mešalniku zagotavlja enako stopnjo turbulence kot v manjšem mešalniku?
Ostali podatki:
ρ = 950 kg/m^3, η = 0,01 Pa s, krivulja moči (Priloga B.3)
Rešitev
a) P_1 = 70 W, b) P_2 = 211 W, c) N_2 = 48 min^{-1}

Naloga 8
V laboratorijskem STC mešalniku želimo pripraviti vodno raztopino melase. Na voljo imamo dva mešalnika: prvi z volumnom 15 L opremljen z Rushtonovo turbino in drugi z volumnom 20 L opremljen z mešalom z ukrivljenimi lopaticami. Kateri mešalnik izberemo, če želimo obratovati v turbulentnem območju in imamo na voljo motor z močjo 5 W?
Ostali podatki:
ρ = 1050 kg/m^3, η = 5 mPa s, krivulja moči (Priloga B.3)
Rešitev
Izberemo mešalnik opremljen z mešalom z ukrivljenimi lopaticami.

Naloga 9
Mešanje vodne raztopine sladkorja smo preučevali na STC mešalniku premera 30 cm opremljenim z Rushtonovo turbino. Število obratov smo določili s pomočjo stroboskopa. Pridobili smo naslednje eksperimentalne podatke:

F [N]	1,3	2,2	3,1
N_1 [min^{-1}]	280	360	430
N_2 [min^{-1}]	145	361	430

Primerjajte ujemanje eksperimentalno določenih točk s teoretično krivuljo moči (Priloga B.3) in komentirajte rezultate.
Ostali podatki:
Dolžina ročice 12,7 cm, ρ = 950 kg/m^3, η = 1,2 mPa s
Rešitev
Napaka znaša 74,1 % za prvo meritev, 2,4 % za drugo meritev in 1,4 % za tretjo meritev.

Naloga 10*
V industrijskem STC mešalniku volumna 10 m^3 želimo pripraviti disperzijo trdnih delcev v kapljevini z mešalom z ravnimi lopaticami. Izračunajte minimalno moč, potrebno za mešanje disperzije, in frekvenco mešanja, če smo v modelnih STC mešalnikih eksperimentalno določili naslednje točke:

Premer mešala D [cm]	10	15	20	40
Optimalna obodna hitrost v [m/s]	2,52	2,89	3,18	4,01

Kateri povečevalni kriteriji smo uporabili?
Ostali podatki:
ρ = 1000 kg/m^3, η = 20 mPa s, krivulja moči (Priloga B.3)
Rešitev
P = 9,8 kW, N = 123 min^{-1}, kot povečevalni kriterij smo uporabili konstantni volumski vnos moči.

Naloga 11
Kateri tip mešala (rushtonova turbina, mešalo z ukrivljenimi lopaticami, mešalo z ravnimi lopaticami, mešalo z nagnjenimi lopaticami) zagotavlja najmanjšo porabo energije za pripravo

vodne suspenzije, če mešanje poteka v STC mešalniku volumna 10 m^3 pri vrtilni hitrosti 500 min^{-1}? Upoštevajte, da se izkoristek motorja spreminja po naslednji funkciji:

$$\text{izkoristek} = a \cdot \text{Po}^{-0,8} \tag{11.13}$$

pri čemer je a = 2,025 za Rushtonovo turbino, a = 1,726 za mešalo z ukrivljenimi lopaticami, a = 2,944 za mešalo z ravnimi lopaticami in a = 1,096 za mešalo z nagnjenimi lopaticami.
Ostali podatki:
ρ = 1120 kg/m^3, η = 19 mPa s, krivulja moči (Priloga B.3)
Rešitev
Najmanjšo porabo energije zagotavlja mešalo z ukrivljenimi lopaticami.

Naloga 12
V laboratorijskem STC mešalniku mešamo kapljevino z mešalom premera 10 cm in vrtilno hitrostjo 400 min^{-1}. Katero mešalo smo uporabili, če je število moči 4? Izračunajte moč, potrebno za mešanje, in vrtilno hitrost mešala v geometrijsko podobnem mešalniku s 50-krat večjim volumnom za naslednje povečevalne kriterije:
a) konstantna obodna hitrost,
b) konstantni volumski vnos moči,
c) konstantno Reynoldsovo število.
Ostali podatki:
ρ = 1000 kg/m^3, η = 1,5 mPa s, krivulja moči (Priloga B.3)
Rešitev
Uporabili smo mešalo z ravnimi lopaticami.
a) P = 161 W, N = 109 min^{-1}, b) P = 593 W, N = 168 min^{-1}, c) P = 3,2 W, N = 29 min^{-1}

Naloga 13*
V pilotnem STC mešalniku smo pri izbranih vrtilnih hitrostih določali navor vrtenja z merjenjem sile na ročici (r). Dobili smo naslednje podatke:

N [min^{-1}]	100	200	300	550	700	900	1200
F [N]	1,3	1,9	2,8	3,6	4,8	5,9	7,0

Določite koeficienta a in b, če eksperimentalni podatki sledijo zvezi:

$$\text{Po} = a \cdot \text{Re}^b \tag{11.14}$$

Ostali podatki:
D = 10 cm, r = 13 cm, ρ = 1000 kg/m^3, viskoznost pa se spreminja po naslednji zvezi:

$$\eta = 2{,}2 \cdot (12 \cdot N)^{0{,}39-1} \tag{11.15}$$

Rešitev
a = 855, b = −0,8166

Kemijska kinetika

Naloga 1
Določi aktivacijsko energijo E_A in predeksponentni faktor k_0 na podlagi znanih vrednosti konstant reakcijske hitrosti pri določeni temperaturi: k (20 °C) = 0,0034 min^{-1}, k (100 °C) = 0,1042 min^{-1}.
Rešitev
Zapišemo Arrheniusovo zvezo:

$$k = k_0 \cdot \exp\left(-\frac{E_A}{R \cdot T}\right) \tag{12.1}$$

In postavimo razmerje med konstanto reakcijske hitrosti k_1 pri T_1 in k_2 pri T_2:

$$\ln\frac{k_2}{k_1} = \frac{E_A}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) \tag{12.2}$$

Ter izpostavimo aktivacijsko energijo E_A:

$$E_A = \frac{\ln\frac{k_2}{k_1} \cdot R}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} \tag{12.3}$$

Sledi:

$$E_A = \frac{\ln\frac{0{,}1042\,\mathrm{min}^{-1}}{0{,}0034\,\mathrm{min}^{-1}} \cdot 8{,}314\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}}{\frac{1}{293\,\mathrm{K}} - \frac{1}{373\,\mathrm{K}}}$$

$$E_A = 38{,}9\,\mathrm{kJ/mol}$$

Predeksponentni faktor k_0 izračunamo s preureditvijo enačbe 12.1:

$$k_0 = \frac{k_1}{\exp\left(-\frac{E_A}{R \cdot T_1}\right)} \tag{12.4}$$

$$k_0 = 28958\,\mathrm{min}^{-1}$$

Naloga 2
Kemijsko reakcijo z vrednostjo aktivacijske energije E_A = 56,9 kJ/mol izvajamo pri temperaturi T_1 = 220 °C. Izračunaj temperaturo T_2, pri kateri se konstanta reakcijske hitrosti potroji.
Rešitev
Izhajamo iz enačbe 12.2 prek katere ob upoštevanju $k_2 = 3 \cdot k_1$ izrazimo temperaturo T_2:

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{R}{E_A}\ln\frac{1}{3} \tag{12.5}$$

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{493\,\mathrm{K}} + \frac{8{,}314\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}}{56900\,\mathrm{J\,mol^{-1}}} \cdot \ln\frac{1}{3}$$

Temperatura T_2 je tako:

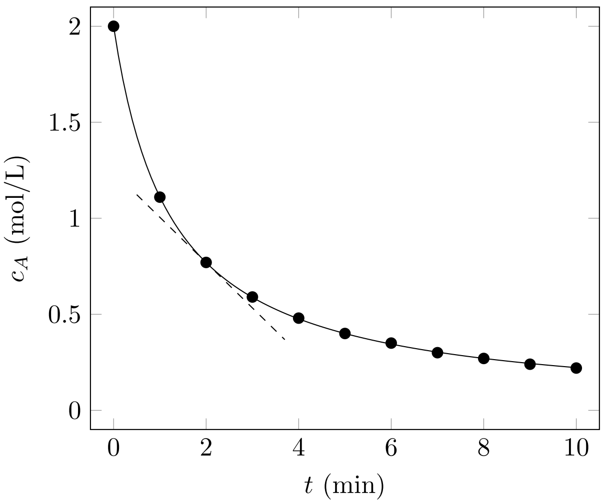
$$T_2 = 262{,}4\,°\mathrm{C}$$

Naloga 3

V šaržnem reaktorju s konstantnim volumnom smo izvedli ireverzibilno reakcijo A $\rightarrow$ B. Sprememba koncentracije komponente A v odvisnosti od časa je prikazana na Sliki 12.1. Odčitki koncentracije komponente A v vsaki minuti so podani v tabeli:

t [min]	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
c_A [mol/L]	2,00	1,11	0,77	0,59	0,48	0,40	0,35	0,30	0,27	0,24	0,22

a) Določi hitrost izginevanja komponente A v drugi minuti.
b) Določi red reakcije in pripadajočo konstanto reakcijske hitrosti.



Slika 12.1: Sprememba koncentracije reaktanta A in tangenta na krivuljo v drugi minuti reakcije.

Rešitev

a) Hitrost izginevanja komponente A v šaržnem reaktorju s konstantnim volumnom je enaka reakcijski hitrosti:

$$-\frac{dc_A}{dt} = (-r_A) \tag{12.6}$$

Odvod v 2. minuti določimo s konstruiranjem tangente na tem mestu. Iz naklona tangente izračunamo vrednost reakcijske hitrosti v 2. minuti eksperimenta. Odločimo se, da vrednost koncentracije komponente A na tangenti odčitamo v 1. in 3. minuti (črtkana črta).

$$\begin{aligned}(-r_A) &= -\frac{\Delta c_A}{\Delta t} = -\frac{1{,}005 - 0{,}533}{3 - 1}\left(\frac{\text{mol}}{\text{L min}}\right)\\(-r_A) &= 0{,}236\,\text{mol L}^{-1}\,\text{min}^{-1}\end{aligned} \tag{12.7}$$

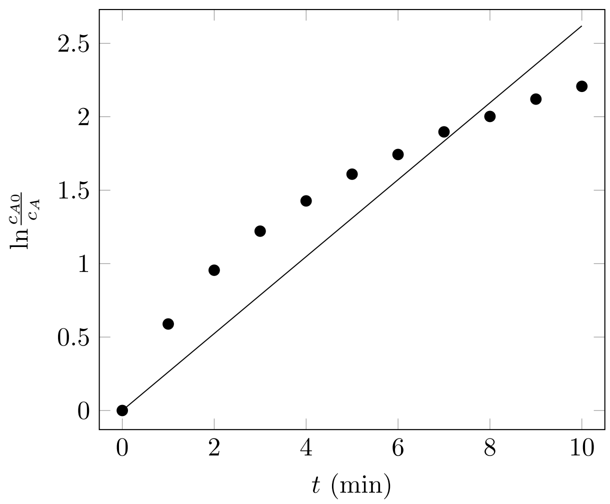
Hitrost izginevanja komponente A v drugi minuti reakcije je tako 0,236 mol L^{-1} min^{-1}.
b) Najprej predpostavimo, da reakcija sledi prvemu redu $(-r_A) = k \cdot c_A$:

$$-\frac{dc_A}{dt} = k \cdot c_A \tag{12.8}$$

Po integraciji enačbe 12.8 v mejah $c_A|_{t=0} = c_{A0}$ in $c_A|_{t=t} = c_A$ podamo integralno obliko enačbe:

$$\ln\frac{c_{A0}}{c_A} = k \cdot t \tag{12.9}$$

V nadaljevanju preverjamo linearnost Enačbe 12.9 v obliki grafične predstavitve izračunanih vrednosti. Na y os podajamo vrednosti $\ln\frac{c_{A0}}{c_A}$ za različne časovne intervale t. Ugotovimo, da reakcija ni prvega reda, saj eksperimentalne točke ne sledijo predvidenemu linearnemu trendu (Slika 12.2).



Slika 12.2: Preverjanje linearnosti Enačbe 12.9.

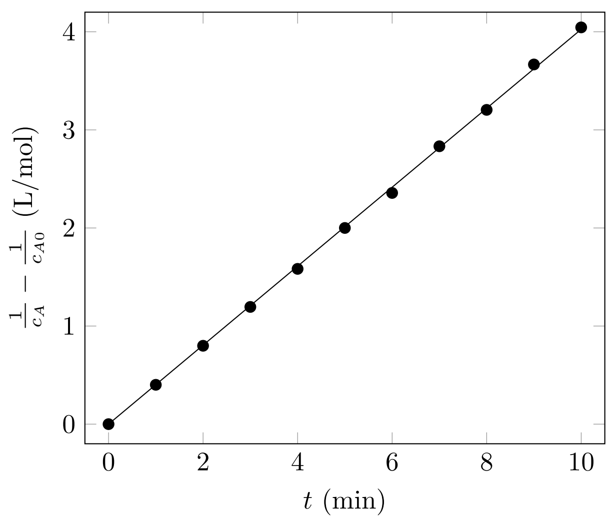
V naslednji stopnji predpostavimo, da je reakcija drugega reda $(-r_\mathrm{A}) = k \cdot c_\mathrm{A}^2$:

$$-\frac{dc_\mathrm{A}}{dt} = k \cdot c_\mathrm{A}^2 \tag{12.10}$$

In po integraciji enačbe 12.10 v mejah $c_\mathrm{A}|_{t=0} = c_\mathrm{A0}$ in $c_\mathrm{A}|_{t=t} = c_\mathrm{A}$ podamo integralno obliko enačbe:

$$\frac{1}{c_\mathrm{A}} - \frac{1}{c_\mathrm{A0}} = k \cdot t \tag{12.11}$$

Tudi v tem primeru na podlagi eksperimentalnih podatkov preverjamo linearnost enačbe 12.11. Na y os podajamo vrednosti $\frac{1}{c_\mathrm{A}} - \frac{1}{c_\mathrm{A0}}$ za različne časovne intervale t.



Slika 12.3: Preverjanje linearnosti enačbe 12.11.

Ugotovimo, da je reakcija drugega reda, saj točke sledijo linearno naraščajočemu trendu (Slika 12.3). Pripadajočo konstanto reakcijske hitrosti odčitamo iz naklona linearne funkcije: k = 0,094 L mol^{-1} min^{-1}.

Naloga 4
V šaržnem reaktorju poteka reakcija prvega reda A $\rightarrow$ B z začetno koncentracijo reaktanta A c_{A0} = 5,0 mol/L pri temperaturi T_0 = 20 °C. Po 5 minutah je dosežena konverzija X_A = 0,85.
a) Izračunaj konstanto reakcijske hitrosti.
b) Izračunaj volumen PFR reaktorja za dosego 90% konverzije, če je volumski pretok skozi reaktor v_0 = 1,0 mL/min.
c) Izračunaj volumen CSTR reaktorja za dosego 90% konverzije, če je volumski pretok skozi reaktor v_0 = 1,0 mL/min.
d) Izračunaj prostorski čas τ v PFR in CSTR reaktorju.
Rešitev
a) Izhajamo iz izpeljane enačbe 12.9 in izpostavimo k:

$$k = \frac{\ln \frac{c_{A0}}{c_A}}{t} \tag{12.12}$$

$$k = \frac{\ln \frac{c_{A0}}{c_{A0}\cdot(1-X_A)}}{t} \tag{12.13}$$

$$k = -\frac{\ln(1-X_A)}{t} \tag{12.14}$$

Po vstavitvi podatkov:

$$k = -\frac{\ln(1-0{,}85)}{5\,\mathrm{min}}$$
$$k = 0{,}379\,\mathrm{min}^{-1}$$

b) Za izračun volumna PFR reaktorja zapišemo modelno enačbo:

$$\frac{V}{F_{A0}} = \int_0^{X_A} \frac{dX_A}{(-r_A)} \tag{12.15}$$

In za reakcijo prvega reda:

$$\frac{V}{v_0\cdot c_{A0}} = \int_0^{X_A} \frac{dX_A}{k\cdot c_{A0}\cdot(1-X_A)} \tag{12.16}$$

Sledi:

$$V = -\frac{v_0\cdot\ln(1-X_A)}{k} \tag{12.17}$$

Izračun:

$$V = -\frac{1{,}0\,\mathrm{L/min}\cdot\ln(1-0{,}85)}{0{,}379\,\mathrm{min}^{-1}}$$
$$V = 5{,}0\,\mathrm{L}$$

c) Za izračun volumna CSTR reaktorja zapišemo modelno enačbo:

$$\frac{V}{F_{A0}} = \frac{X_A}{(-r_A)} \tag{12.18}$$

In za reakcijo prvega reda:

$$\frac{V}{v_0\cdot c_{A0}} = \frac{X_A}{k\cdot c_{A0}\cdot(1-X_A)} \tag{12.19}$$

Sledi:

$$V = \frac{v_0\cdot X_A}{k\cdot(1-X_A)} \tag{12.20}$$

Izračun:

$$V = -\frac{1{,}0\,\mathrm{L/min} \cdot 0{,}85}{0{,}379\,\mathrm{min}^{-1} \cdot (1 - 0{,}85)}$$

$$V = 14{,}9\,\mathrm{L}$$

d) Prostorski čas τ izračunamo prek zveze:

$$\tau = \frac{V}{v_0} \tag{12.21}$$

Sledi:

$$\tau_{\mathrm{PFR}} = 5\,\mathrm{min} \tag{12.22}$$

$$\tau_{\mathrm{CSTR}} = 14{,}9\,\mathrm{min}$$

Naloga 5

V PFR reaktorju poteka reakcija drugega reda A $\rightarrow$ B v kapljevinasti fazi z vstopno koncentracijo reaktanta A c_{A0} = 1,5 mol/L. Reaktor obratuje pri volumskem toku v_0 = 0,5 L/min in temperaturi T = 25 °C. Konstanta reakcijske hitrosti pri tej temperaturi je k = 0,0125 L mol^{-1} s^{-1}.

a) Izračunaj koncentracijo reaktanta A na izstopu iz reaktorja, če je volumen reaktorja V_{PFR} = 2,0 L.

b) Izračunaj koncentracijo reaktanta A na izstopu iz CSTR reaktorja z enakimi obratovalnimi parametri kot v primeru PFR reaktorja.

c) Izračunaj volumen CSTR reaktorja za dosego enake stopnje konverzije kot v primeru PFR reaktorja.

Rešitev

a) Preoblikujemo modelno enačbo za PFR reaktor (Enačba 12.15) in za drugi red zapišemo:

$$\frac{V}{v_0} = -\int_{c_{\mathrm{A0}}}^{c_{\mathrm{A}}} \frac{dc_{\mathrm{A}}}{k \cdot c_{\mathrm{A}}^2} \tag{12.23}$$

$$k \cdot \frac{V}{v_0} = \frac{1}{c_{\mathrm{A}}} - \frac{1}{c_{\mathrm{A0}}} \tag{12.24}$$

Sledi:

$$c_{\mathrm{A}} = \frac{c_{\mathrm{A0}}}{1 + c_{\mathrm{A0}} \cdot k \cdot \tau} \tag{12.25}$$

Izračun:

$$c_{\mathrm{A}} = \frac{1{,}5\,\mathrm{mol/L}}{1 + 1{,}5\,\mathrm{mol/L} \cdot 0{,}75\,\mathrm{L\,mol^{-1}\,min^{-1}} \cdot 4\,\mathrm{min}}$$

$$c_{\mathrm{A}} = 0{,}273\,\mathrm{mol/L}$$

b) Preoblikujemo modelno enačbo za CSTR reaktor (Enačba 12.18) in za drugi red zapišemo:

$$\frac{V}{v_0} = \frac{c_{\mathrm{A0}} - c_{\mathrm{A}}}{k \cdot c_{\mathrm{A}}^2} \tag{12.26}$$

Ter rešujemo kvadratno enačbo:

$$k \cdot c_{\mathrm{A}}^2 \cdot V + v_0 \cdot c_{\mathrm{A}} - v_0 \cdot c_{\mathrm{A0}} = 0 \tag{12.27}$$

Izračun:

$$c_{\mathrm{A}} = \frac{-0{,}5 + \sqrt{0{,}5^2 + 4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}75}}{2 \cdot 1{,}5}$$

$$c_{\mathrm{A}} = 0{,}56\,\mathrm{mol/L}$$

c) Volumen CSTR reaktorja izračunamo prek enačbe 12.26:

$$V_{\mathrm{CSTR}} = 11{,}0\,\mathrm{L} \tag{12.28}$$

Naloga 6

a) Zapiši enačbo reakcijske hitrosti za sledeči primer: Reakcija 2A $\rightarrow$ B + C je prvega reda.

b) Aktivacijska energija neke reakcije je E_A = 200 kJ/mol. Kolikokrat naraste hitrost procesa, če temperaturo dvignemo s T_1 = 300 °C na T_2 = 400 °C?

Rešitev

a) $(-r_A) = k \cdot c_A$, b) k_2/k_1 = 512

Naloga 7

Reakcijo prvega reda 2A $\rightarrow$ R izvajamo v šaržnem reaktorju. Na podlagi opravljenih eksperimentov smo določili konstanti reakcijske hitrosti pri dveh različnih temperaturah: k (0 °C) = 0,509 min^{-1}, k (25 ° C) = 2,024 min^{-1}.

a) Zapiši enačbo reakcijske hitrosti za navedeno reakcijo.

b) Izračunaj aktivacijsko energijo in predeksponentni faktor za to reakcijo.

Rešitev

a) $(-r_A) = k \cdot c_A$, b) E_A = 37,3 kJ/mol, k_0 = 6,98 $\times$ 10^{6}min^{-1}

Naloga 8

a) Zapiši enačbo reakcijske hitrosti za sledeči primer: Reakcija 2A $\rightarrow$ B + C je elementarna.

b) Izračunaj aktivacijsko energijo, če velja: hitrost reakcije ob dvigu temperature z 20 °C na 50 °C naraste za 56-krat.

Rešitev

a) $(-r_A) = k \cdot c_A^2$, b) E_A = 105,6 kJ/mol

Naloga 9

V pretočnem mešalnem reaktorju (CSTR) z volumnom V = 5 L in pretokom v_0 = 1,2 L/min poteka reakcija drugega reda pri konstanti reakcijske hitrosti k = 0,524 L mol^{-1} min^{-1}. V reaktor vstopa reaktant A z začetno koncentracijo c_{A0} = 1,0 mol/L.

a) Koliko je koncentracija reaktanta A na izstopu iz reaktorja?

b) V določenem trenutku zapremo vtok in iztok iz reaktorja. Koliko bo znašala koncentracija reaktanta A po 600 sekundah?

Rešitev

a) c_A = 0,485 mol/L, b) c_A = 0,137 mol/L

Naloga 10

Reakcijo prvega reda 3A $\rightarrow$ B z začetno koncentracijo reaktanta A c_{A0} = 10 mol/L vodimo pri temperaturi 35 °C v idealnem cevnem reaktorju (PFR) z volumnom V = 0,5 L. Na podlagi predhodno opravljenih eksperimentov smo določili konstanti reakcijske hitrosti pri dveh različnih temperaturah: k (0 °C) = 0,529 min^{-1} in k (20 ° C) = 1,628 min^{-1}.

a) Koliko mora znašati pretok skozi reaktor, da bo koncentracija produkta na izhodu iz reaktorja c_B = 3,0 mol/L?

b) Izračunaj potrebno prostornino reaktorja, če želimo obstoječi PFR zamenjati s CSTR pri nespremenjenih ostalih pogojih.

Rešitev

a) v_0 = 0,746 L/min, b) V = 1,95 L

Naloga 11

V šaržnem reaktorju poteka reakcija drugega reda A $\rightarrow$ B z začetno koncentracijo reaktanta A c_{A0} = 1,0 mol/L. Konverzija po eni uri znaša 50 %. Koliko bo konverzija in koncentracija reaktanta A po eni uri, če je njegova začetna koncentracija 10 mol/L?

Rešitev

X_A = 0,91, c_A = 0,91 mol/L

Naloga 12
Reakcijo prvega reda smo pri različnih temperaturah izvajali v eksperimentalnem reaktorju. Na osnovi podatkov so bile izračunane naslednje konstante reakcijske hitrosti:

T [°C]	k [L mol^{-1} min^{-1}]
−10	1,169
0	1,947
10	3,185
20	5,218

Preveri veljavnost Arrheniusove zveze in določi parametre enačbe.
Rešitev
E_A = 31,9 kJ/mol, k_0 = 2,49 × 10^6 L mol^{-1} min^{-1}

Naloga 13
V šaržnem reaktorju s konstantnim volumnom poteka reakcija prvega reda. Izračunajte vrednost konstante reakcijske hitrosti, če po času 30 minutah izmerimo 75 % pretvorbo reaktanta A, pri čemer je začetna koncentracija c_{A0} = 2,0 mol/L.
Rešitev
k = 0,0462 min^{-1}

Naloga 14
V CSTR reaktor priteka kapljevinasta faza, v kateri je reaktant A z vstopno koncentracijo c_{A0} = 4,0 mol/L. K temu reaktorju je zaporedno vezan PFR s petkrat večjim volumnom. Snovna pretvorba reaktanta A v omenjenem sistemu zaporedno vezanih reaktorjev znaša 80 %. Izračunaj koncentracijo reaktanta A na izstopu iz prvega reaktorja. Reakcija je drugega reda glede na reaktant A.
Rešitev
c_{A1} = 2,71 mol/L

Naloga 15
Reakcija prvega reda A → B (k = 0,25 min^{-1}) poteka v pretočnem reaktorju.
a) Izračunaj volumen PFR reaktorja, da bo izstopna koncentracija reaktanta A 15 % začetne koncentracije pri volumskem toku v_0 = 6,5 L/min.
b) Izračunaj volumen CSTR reaktorja, če bi ta obratoval pri enakih pogojih kot PFR reaktor.
Rešitev
a) V_{PFR} = 49,3 L, b) V_{CSTR} = 147,3 L

Priloga A: Lastnosti snovi

V tabelah so podane termofizikalne lastnosti za zrak, vodo, metanol, etanol in CO_2.[1]

A.1 Termofizikalne lastnosti - zrak

Tabela A.1: Snovne lastnosti za zrak.

T	ρ	c_p	$\eta \times 10^5$	$\nu \times 10^5$	λ	$\alpha \times 10^5$	Pr
°C	kg m^{-3}	kJ kg^{-1} K^{-1}	Pa s	m^2 s^{-1}	W m^{-1} K^{-1}	m^2 s^{-1}	/
−40	1,5140	1,002	1,527	1,009	0,02057	1,356	0,744
−30	1,4510	1,004	1,579	1,088	0,02134	1,465	0,743
−20	1,3940	1,005	1,630	1,169	0,02211	1,578	0,741
−10	1,3410	1,006	1,680	1,253	0,02288	1,696	0,739
0	1,2920	1,006	1,729	1,338	0,02364	1,818	0,736
5	1,2690	1,006	1,754	1,382	0,02401	1,880	0,735
10	1,2460	1,006	1,778	1,427	0,02439	1,944	0,734
15	1,2250	1,007	1,802	1,471	0,02476	2,009	0,732
20	1,2040	1,007	1,825	1,516	0,02514	2,074	0,731
25	1,1840	1,007	1,849	1,562	0,02551	2,141	0,730
30	1,1640	1,007	1,872	1,608	0,02588	2,208	0,728
35	1,1450	1,007	1,895	1,655	0,02625	2,277	0,727
40	1,1270	1,007	1,918	1,702	0,02662	2,346	0,726
45	1,1090	1,007	1,941	1,750	0,02699	2,416	0,724
50	1,0920	1,007	1,963	1,798	0,02735	2,487	0,723
60	1,0590	1,007	2,008	1,896	0,02808	2,632	0,720
70	1,0280	1,007	2,052	1,996	0,02881	2,780	0,718
80	0,9994	1,008	2,096	2,097	0,02953	2,931	0,715
90	0,9718	1,008	2,139	2,201	0,03024	3,086	0,713
100	0,9458	1,009	2,181	2,306	0,03095	3,243	0,711
120	0,8977	1,011	2,264	2,522	0,03235	3,565	0,707
140	0,8542	1,013	2,345	2,745	0,03374	3,898	0,704
160	0,8148	1,016	2,420	2,970	0,03511	4,241	0,701
180	0,7788	1,019	2,504	3,215	0,03646	4,593	0,699
200	0,7459	1,023	2,577	3,455	0,03779	4,954	0,697
250	0,6746	1,033	2,760	4,091	0,04104	5,890	0,695
300	0,6158	1,044	2,934	4,765	0,04418	6,871	0,694
350	0,5664	1,056	3,101	5,475	0,04721	7,892	0,694
400	0,5243	1,069	3,261	6,220	0,05015	8,951	0,695

[1] povzeto po: Robert H. Perry, Perry's chemical engineering handbook - 7. izdaja, urednika: Don W. Green, James O'Hara Maloney, The McGraw-Hill Compannies, Inc. 1997.

A.2 Termofizikalne lastnosti - voda

Tabela A.2.1: Snovne lastnosti za nasičeno vodo.

T	P	ρ	ΔH_{izp}	c_{p}	$\eta \times 10^3$	$\nu \times 10^6$	λ	Pr
°C	kPa	kg m^{-3}	kJ/kg	kJ kg^{-1} K^{-1}	Pa s	m^2 s^{-1}	W m^{-1} K^{-1}	/
0	0,6112	999,9	2502,0	4,217	1,7539	1,7540	0,570	12,98
5	0,8724	1000,1	2490,0	4,203	1,5039	1,5037	0,578	10,93
10	1,2279	1000,0	2478,0	4,193	1,3018	1,3018	0,587	9,30
15	1,7052	999,4	2466,1	4,186	1,1377	1,1383	0,595	8,00
20	2,3383	998,5	2454,1	4,182	1,0035	1,0050	0,603	6,96
25	3,1685	997,3	2442,2	4,179	0,8928	0,8952	0,610	6,11
30	4,2451	995,7	2430,3	4,178	0,8004	0,8038	0,618	5,41
35	5,6268	994,0	2418,4	4,178	0,7224	0,7268	0,625	4,83
40	7,3824	992,0	2406,6	4,179	0,6557	0,6610	0,631	4,34
45	9,5923	990,0	2394,7	4,180	0,5981	0,6042	0,637	3,92
50	12,35	987,8	2382,8	4,181	0,5480	0,5547	0,643	3,56
55	15,76	985,5	2370,9	4,183	0,5040	0,5114	0,649	3,25
60	19,95	983,1	2358,9	4,185	0,4653	0,4733	0,654	2,98
65	25,04	980,5	2346,8	4,187	0,4312	0,4398	0,658	2,74
70	31,20	977,8	2334,6	4,190	0,4013	0,4104	0,662	2,54
75	38,59	975,0	2322,1	4,193	0,3750	0,3846	0,666	2,36
80	47,41	971,9	2309,5	4,197	0,3518	0,3620	0,670	2,20
85	57,85	968,6	2296,6	4,202	0,3313	0,3420	0,673	2,07
90	70,15	965,1	2283,6	4,207	0,3128	0,3241	0,676	1,95
95	84,55	961,6	2270,3	4,212	0,2956	0,3074	0,678	1,84
100	101,3	958,1	2257,0	4,217	0,2790	0,2912	0,680	1,73
105	120,1	954,7	2244,3	4,222	0,2656	0,2782	0,682	1,64
110	142,5	950,9	2230,9	4,225	0,2529	0,2660	0,684	1,56
115	168,2	947,0	2217,2	4,233	0,2413	0,2547	0,686	1,49
120	197,6	943,0	2203,1	4,242	0,2305	0,2445	0,687	1,42
125	231,0	938,9	2188,8	4,253	0,2206	0,2350	0,688	1,36
130	268,9	934,6	2174,2	4,265	0,2115	0,2263	0,688	1,31
135	311,6	930,3	2159,4	4,277	0,2031	0,2183	0,688	1,26
140	359,7	925,8	2144,3	4,289	0,1953	0,2109	0,688	1,22
150	473,9	916,7	2113,5	4,315	0,1813	0,1978	0,687	1,14
160	615,5	907,2	2081,6	4,343	0,1692	0,1865	0,685	1,07
170	788,9	897,4	2048,5	4,372	0,1587	0,1768	0,681	1,02
180	999,0	887,1	2013,9	4,406	0,1494	0,1684	0,677	0,97
190	1251	876,3	1977,7	4,446	0,1412	0,1612	0,671	0,94
200	1550	865,1	1939,6	4,493	0,1339	0,1548	0,665	0,91
220	2313	840,8	1857,0	4,613	0,1215	0,1445	0,649	0,86
240	3339	813,9	1764,9	4,774	0,1115	0,1370	0,629	0,85
260	4682	784,0	1661,6	4,988	0,1032	0,1316	0,604	0,85
280	6404	750,7	1544,4	5,290	0,0962	0,1282	0,575	0,89
300	8573	712,6	1408,4	5,765	0,0899	0,1261	0,542	0,96

Tabela A.2.2: Snovne lastnosti za nasičeno paro.

T °C	P kPa	ρ kg m^{-3}	ΔH_{izp} kJ/kg	c_p kJ kg^{-1} K^{-1}	$\eta \times 10^3$ Pa s	$\nu \times 10^6$ m^2 s^{-1}	$\lambda \times 10^3$ W m^{-1} K^{-1}	Pr /
0	0,61	0,0048	2502,0	1,854	8,02	1654,5	18,2	0,82
5	0,87	0,0068	2490,0	1,857	8,21	1206,9	18,5	0,82
10	1,23	0,0091	2478,0	1,860	8,41	923,8	18,8	0,83
15	1,71	0,0126	2466,1	1,863	8,61	681,6	19,1	0,84
20	2,34	0,0173	2454,1	1,866	8,81	509,5	19,4	0,85
25	3,17	0,0230	2442,2	1,870	9,01	391,1	19,6	0,86
30	4,25	0,0304	2430,3	1,875	9,21	303,0	19,9	0,87
35	5,63	0,0396	2418,4	1,880	9,41	237,5	20,3	0,87
40	7,38	0,0511	2406,6	1,886	9,61	188,0	20,6	0,88
45	9,59	0,0654	2394,7	1,892	9,81	150,1	20,9	0,89
50	12,35	0,0829	2382,8	1,900	10,01	120,8	21,2	0,90
55	15,76	0,1042	2370,9	1,908	10,21	97,99	21,5	0,90
60	19,95	0,1300	2358,9	1,916	10,41	80,09	21,9	0,91
65	25,04	0,1609	2346,8	1,926	10,61	65,92	22,2	0,92
70	31,20	0,1978	2334,6	1,937	10,81	54,65	22,5	0,93
75	38,59	0,2414	2322,1	1,949	11,01	45,60	22,8	0,94
80	47,41	0,2927	2309,5	1,962	11,21	38,30	23,2	0,95
85	57,85	0,3526	2296,6	1,977	11,41	32,36	23,5	0,96
90	70,15	0,4225	2283,6	1,993	11,61	27,48	23,9	0,97
95	84,55	0,5032	2270,3	2,010	11,81	23,47	24,3	0,98
100	101,31	0,5928	2257,0	2,028	12,01	20,27	24,8	0,98
105	120,12	0,7029	2244,3	2,049	12,21	17,37	25,2	0,99
110	142,51	0,8246	2230,9	2,071	12,41	15,05	25,6	1,00
115	168,21	0,9625	2217,2	2,094	12,61	13,10	26,1	1,01
120	197,58	1,1247	2203,1	2,120	12,80	11,38	26,6	1,02
125	231,00	1,2985	2188,8	2,147	12,98	9,995	27,0	1,03
130	268,87	1,5001	2174,2	2,177	13,16	8,773	27,5	1,04
135	311,63	1,7203	2159,4	2,208	13,35	7,758	28,0	1,05
140	359,73	1,9717	2144,3	2,242	13,53	6,863	28,7	1,06
150	473,89	2,5534	2113,5	2,314	13,89	5,442	30,0	1,07
160	615,46	3,2642	2081,6	2,396	14,25	4,365	30,8	1,11
170	788,91	4,1243	2048,5	2,490	14,61	3,541	32,1	1,13
180	999,04	5,1618	2013,9	2,596	14,95	2,897	33,6	1,16
190	1250,95	6,3975	1977,7	2,713	15,29	2,391	35,1	1,18
200	1550,09	7,8498	1939,6	2,835	15,64	1,993	36,8	1,20
220	2313,37	11,5086	1857,0	3,151	16,34	1,420	40,8	1,26
240	3338,78	16,8078	1764,9	3,539	17,06	1,015	45,5	1,33
260	4681,71	23,7303	1661,6	4,053	17,83	0,752	51,6	1,40
280	6403,72	33,2344	1544,4	4,775	18,75	0,564	59,9	1,49
300	8573,50	46,2458	1408,4	5,889	19,91	0,431	76,7	1,53

A.3 Termofizikalne lastnosti - metanol

Tabela A.3: Snovne lastnosti za metanol.

T °C	P_{nas} bar	ρ kg m^{-3}	ΔH_{izp} kJ/kg	c_{p} kJ kg^{-1} K^{-1}	$\eta \times 10^3$ Pa s	λ W m^{-1} K^{-1}
−30	0,02	834	1187	2,292	1,300	0,208
−10	0,04	819	1182	2,359	0,945	0,206
10	0,10	801	1175	2,449	0,701	0,204
30	0,25	782	1155	2,566	0,521	0,203
50	0,55	764	1125	2,707	0,399	0,202
70	1,31	746	1085	2,873	0,314	0,201
90	2,69	724	1035	3,063	0,259	0,199
110	4,98	704	980	3,280	0,211	0,197
130	7,86	685	920	3,531	0,166	0,195
150	8,94	653	850	3,838	0,138	0,193

A.4 Termofizikalne lastnosti - etanol

Tabela A.4: Snovne lastnosti za etanol.

T °C	P_{nas} bar	ρ kg m^{-3}	ΔH_{izp} kJ/kg	c_{p} kJ kg^{-1} K^{-1}	$\eta \times 10^3$ Pa s	λ W m^{-1} K^{-1}
−20	0,00	842,1	/	2,129	2,752	0,176
−10	0,01	833,6	/	2,185	2,182	0,174
0	0,02	825,4	/	2,247	1,819	0,172
10	0,03	817,1	/	2,317	1,473	0,171
20	0,06	808,5	/	2,393	1,201	0,169
30	0,11	799,9	/	2,477	0,986	0,167
40	0,18	791,1	/	2,570	0,818	0,164
50	0,30	782,4	/	2,673	0,687	0,161
60	0,47	773,5	/	2,783	0,583	0,158
70	0,73	764,4	/	2,899	0,499	0,156
80	1,09	755,5	957,9	3,029	0,432	0,154
90	1,59	744,6	943,3	3,165	0,376	0,152
100	2,27	733,4	926,2	3,315	0,329	0,150
110	3,16	721,5	907,0	3,468	0,288	0,148
120	4,30	708,8	885,5	3,628	0,251	0,146
130	5,76	694,9	861,6	3,815	0,219	0,145
140	7,59	679,8	835,9	4,071	0,193	0,143
150	9,84	664,0	810,0	4,347	0,169	0,141
160	12,56	647,5	780,0	4,649	0,149	0,140
170	15,80	629,5	744,6	4,985	0,135	0,138

A.5 Lastnosti mešanice metanol-voda

Tabela A.5: Ravnotežna sestava zmesi metanol-voda v kapljevinasti (x) in plinasti fazi (y). Razmerja so podana v molskih deležih.

T °C	x (MeOH) /	x (H_2O) /	y (MeOH) /	y (H_2O) /
100,0	0,000	1,000	0,000	1,000
98,4	0,012	0,988	0,068	0,932
96,9	0,020	0,980	0,121	0,879
95,8	0,026	0,974	0,159	0,841
95,1	0,033	0,967	0,188	0,812
94,1	0,036	0,964	0,215	0,785
92,2	0,053	0,947	0,275	0,725
90,0	0,074	0,926	0,356	0,644
88,6	0,087	0,913	0,395	0,605
86,9	0,108	0,892	0,440	0,560
85,4	0,129	0,871	0,488	0,512
83,4	0,164	0,836	0,537	0,463
82,0	0,191	0,809	0,572	0,428
79,1	0,268	0,732	0,648	0,352
78,1	0,294	0,706	0,666	0,334
76,5	0,352	0,648	0,704	0,296
75,3	0,402	0,598	0,734	0,266
74,2	0,454	0,546	0,760	0,240
73,2	0,502	0,498	0,785	0,215
72,0	0,563	0,437	0,812	0,188
70,9	0,624	0,376	0,835	0,165
69,2	0,717	0,283	0,877	0,123
68,1	0,790	0,210	0,910	0,090
67,2	0,843	0,157	0,930	0,070
66,9	0,857	0,143	0,939	0,061
65,7	0,938	0,062	0,971	0,029
65,0	1,000	0,000	1,000	0,000

A.6 Lastnosti mešanice etanol-voda

Tabela A.6: Ravnotežna sestava zmesi etanol-voda v kapljevinasti (x) in plinasti fazi (y). Razmerja so podana v molskih deležih.

T °C	x (EtOH) /	x (H_2O) /	y (EtOH) /	y (H_2O) /
100,00	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000
95,50	0,0190	0,9810	0,1700	0,8300
89,00	0,0721	0,9279	0,3891	0,6109
86,70	0,0966	0,9034	0,4375	0,5625
85,30	0,1238	0,8762	0,4704	0,5296
84,10	0,1661	0,8339	0,5089	0,4911
82,70	0,2337	0,7663	0,5445	0,4555
82,30	0,2608	0,7392	0,5580	0,4420
81,50	0,3273	0,6727	0,5826	0,4174
80,70	0,3965	0,6035	0,6122	0,3878
79,70	0,5198	0,4802	0,6599	0,3401
79,30	0,5732	0,4268	0,6841	0,3159
78,74	0,6763	0,3237	0,7385	0,2615
78,41	0,7472	0,2528	0,7815	0,2185
78,15	0,8943	0,1057	0,8943	0,1057
78,30	1,0000	0,0000	1,0000	0,0000

A.7 Henryjeve konstante CO_2-voda

Tabela A.7: Henryjeve konstante za sistem CO_2-voda pri različnih temperaturah.

T °C	He $\times 10^{-5}$ Pa
0	728
5	876
10	1040
15	1220
20	1420
25	1640
30	1860
35	2090
40	2330
45	2570
50	2830
60	3410

Priloga B: Diagrami

B.1 Tlačne izgube - cev

B.1.1 Faktor k za različne elemente v procesu

- Ventili, popolnoma odprti:
  - vstopni (gate): $k = 0{,}13$
  - zaporni (global): $k = 6{,}0$
  - kotni (angle): $k = 3{,}0$
- Kolena:
  - $90°$: $k = 0{,}74$
  - srednje zavit: $k = 0{,}5$
  - velik radij: $k = 0{,}25$
  - kvadratni: $k = 1{,}5$
- Razdelilnik, uporabljen kot koleno: $k = 1{,}5$
- Razdelilnik: $k = 0{,}5$
- Vstop iz rezervoarja v cev:
  - oster: $k = 0{,}5$
  - zaobljen: $k = 0{,}05$
- Zožitev cevi:

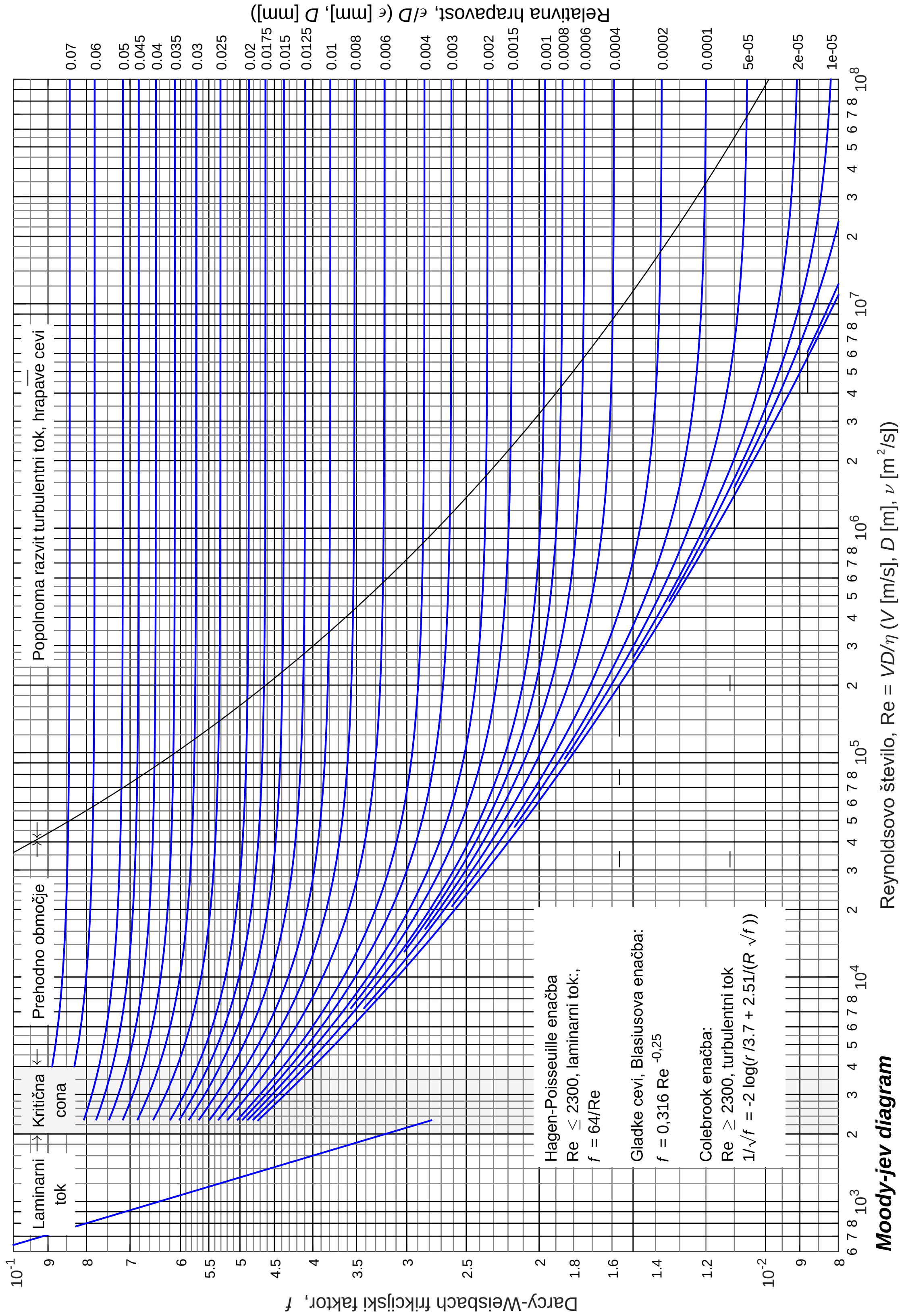
D_2/D_1	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
k	0,36	0,31	0,22	0,11	0,02

B.1.2 Hrapavost cevi

cev	hrapavost ε (mm)
železna	0,0460
galvanizirano železo	0,1500
bakrena	0,0015
steklena	0,0001
polietilenska	0,0010
fleksibilen PVC	0,2000
tog PVC	0,0050
betonska	2,0000

B.1.3 Moodyjev diagram

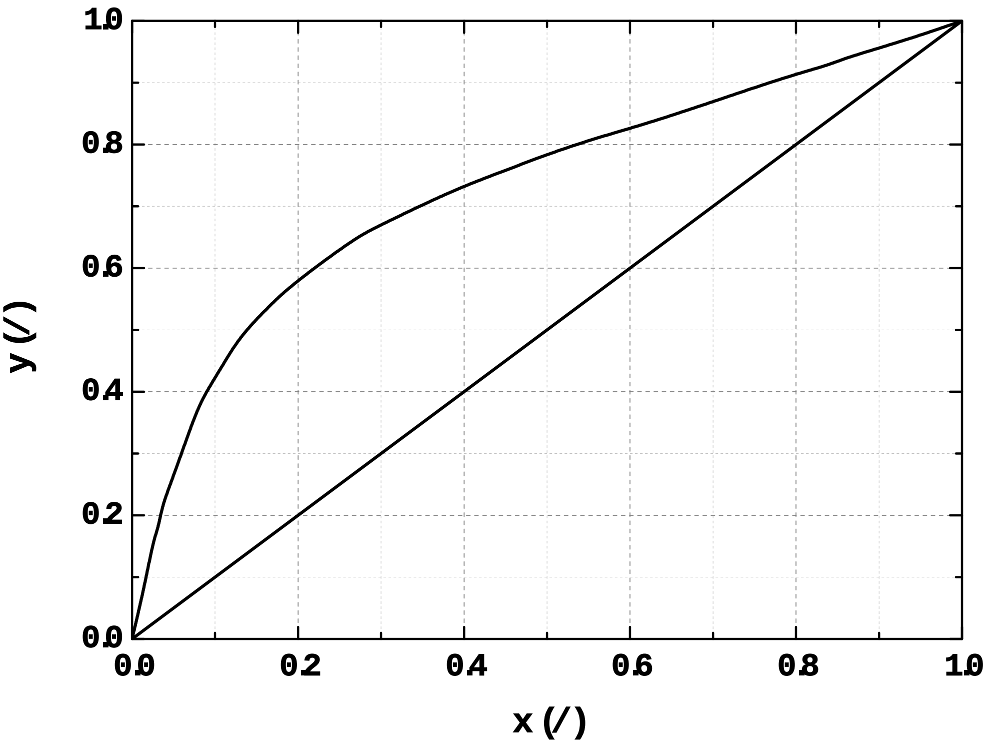
Moodyjev diagram za določitev frikcijskega faktorja.[1]



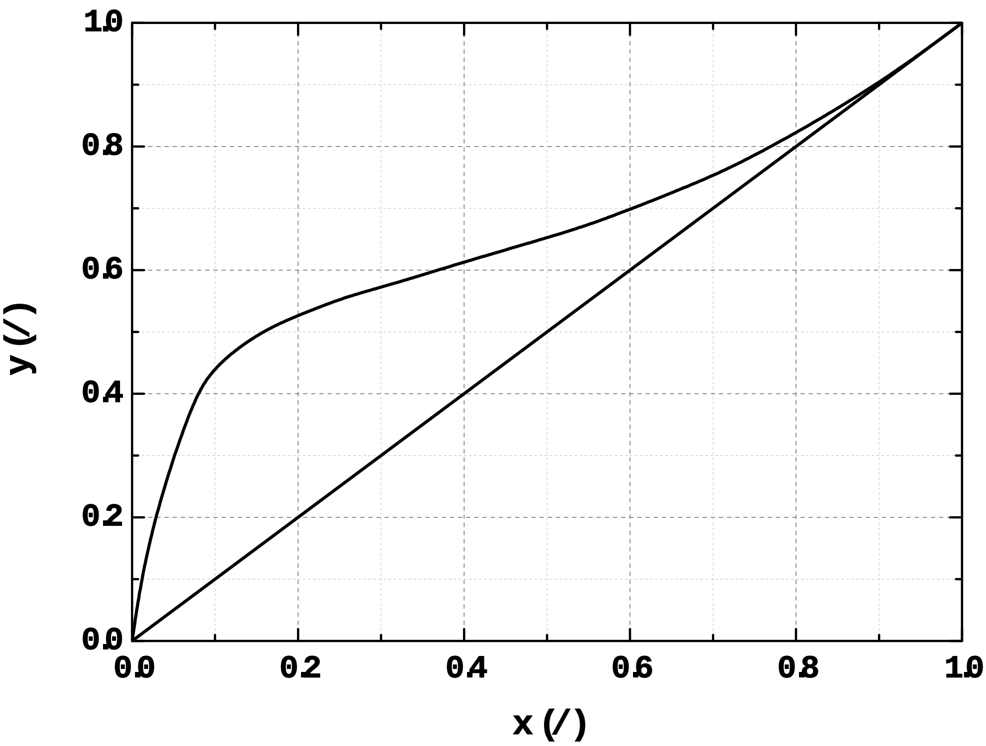
[1]Prirejeno po: Tom Davis (2020). Moody Diagram (`https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/7747-moody-diagram`), MATLAB Central File Exchange, pridobljeno: 24. 3. 2020.

B.2 Ravnotežni diagrami

Priložena sta ravnotežna diagrama metanol-voda (Tabela A.5) in etanol-voda (Tabela A.6) kot dodatek k računskim primerom pri rektifikaciji.



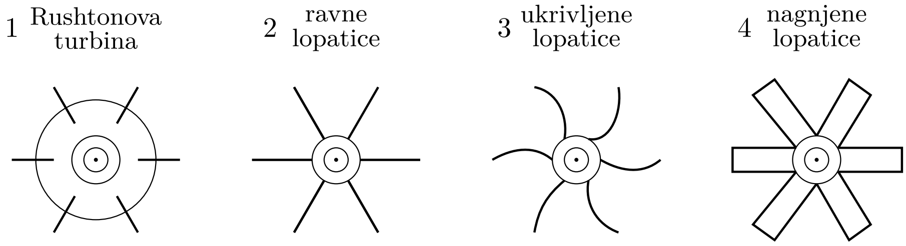
Slika B.1: Ravnotežni diagram metanol-voda

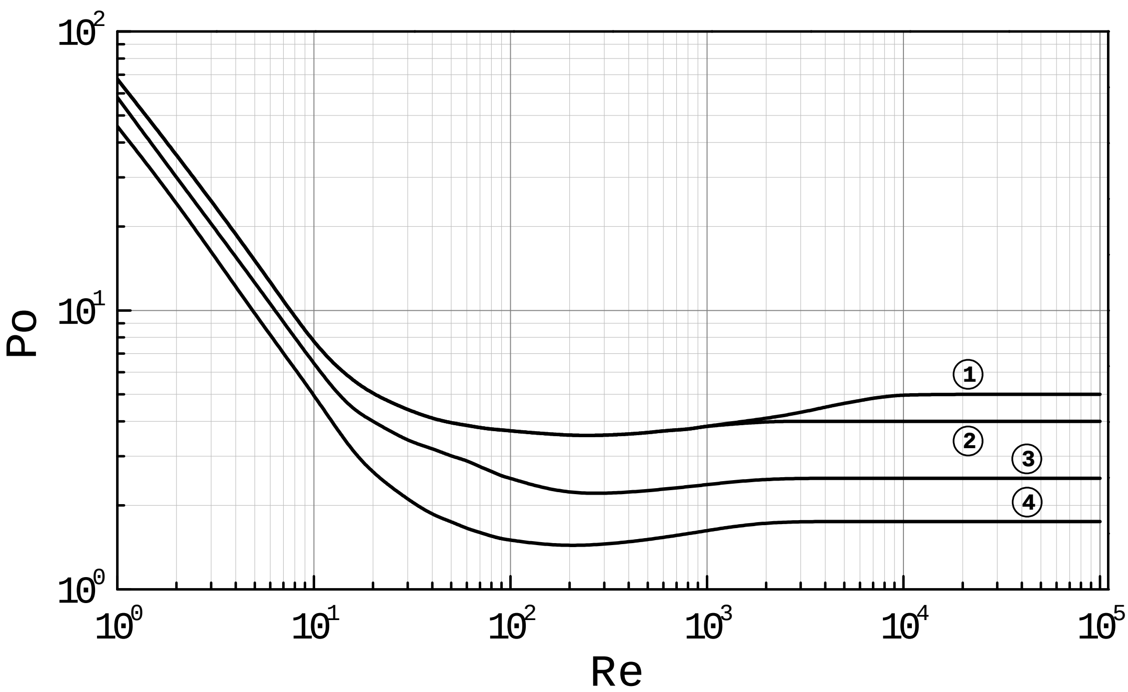


Slika B.2: Ravnotežni diagram etanol-voda

B.3 Krivulje moči

Krivulje moči za različne vrste mešal:
1 - Rushtonova turbina
2 - Turbina z ravnimi lopaticami
3 - Turbina z ukrivljenimi lopaticami
4 - Turbina z nagnjenimi lopaticami





Število moči je definirano kot:

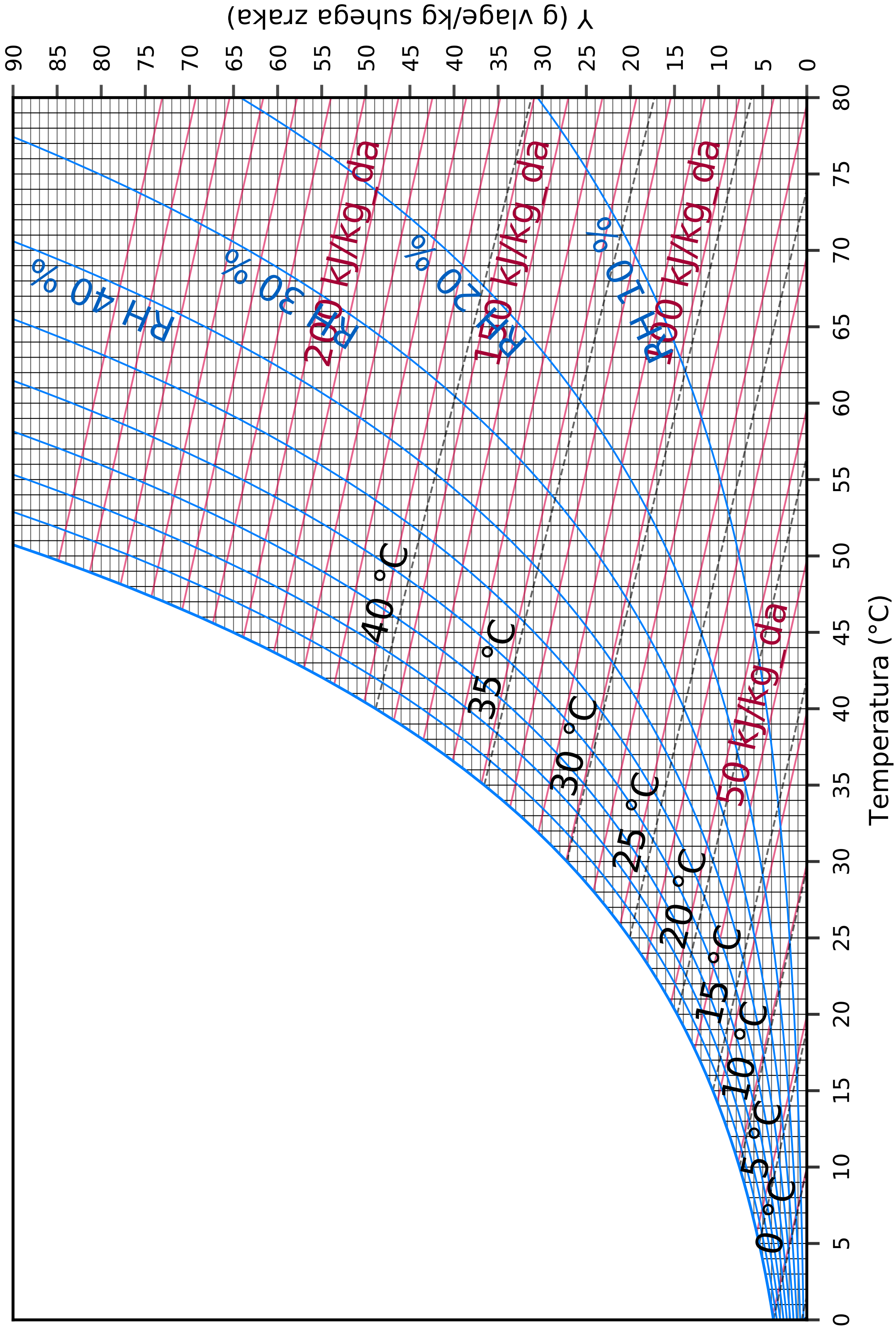
$$\mathrm{Po} = \frac{P}{\rho \cdot N^3 \cdot D^5}$$

Re število pa kot:

$$\mathrm{Re} = \frac{N \cdot D^2 \cdot \rho}{\eta}$$

B.4 Psihrometrijska karta

Psihrometrijska karta je podana pri konstantnem tlaku P = 1 atm.[2]



[2]Prirejeno po: Eugenio Panadero (2019). psychrochart 0.3.1 (`https://pypi.org/project/psychrochart/`), pridobljeno 22. 12. 2019.

Priloga C: Matematični pripomočki

C.1 Seznam uporabnih integralov

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x} = \ln \frac{x_2}{x_1} \tag{C.1}$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \tag{C.2}$$

$$\int_0^x \frac{dx}{1-x} = \ln \frac{1}{1-x} \tag{C.3}$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{(1-x)^2} = \frac{1}{1-x_2} - \frac{1}{1-x_1} \tag{C.4}$$

$$\int_0^x \frac{dx}{(1-x)^2} = \frac{x}{1-x} \tag{C.5}$$

$$\int_0^x \frac{dx}{1+\varepsilon x} = \frac{1}{\varepsilon} \ln(1+\varepsilon x) \tag{C.6}$$

$$\int_0^x \frac{(1+\varepsilon x)dx}{1-x} = (1+\varepsilon) \ln \frac{1}{1-x} - \varepsilon x \tag{C.7}$$

$$\int_0^x \frac{(1+\varepsilon x)dx}{(1-x)^2} = \frac{(1+\varepsilon)x}{1-x} - \varepsilon \ln \frac{1}{1-x} \tag{C.8}$$

$$\int_0^x \frac{(1+\varepsilon x)^2 dx}{(1-x)^2} = 2\varepsilon(1+\varepsilon) \ln(1-x) + \varepsilon^2 x + \frac{(1+\varepsilon)^2 x}{1-x} \tag{C.9}$$

$$\int_0^x \frac{dx}{(1-x)(\Theta_B - x)} = \frac{1}{\Theta_B - 1} \ln \frac{\Theta_B - x}{\Theta_B(1-x)}; \quad \Theta_B \neq 1 \tag{C.10}$$

C.2 Numerične metode

Ob reševanju računskih primerov pogosto naletimo na primere, recimo iskanje ničel funkcije, ki analitično niso rešljivi. V takšnih primerih se poslužimo numeričnih metod, kot je metoda bisekcije, sekantna in tangentna metoda. Poleg tega je prikazana tudi linearna interpolacija, numerična integracija in numerično reševanje diferencialne enačbe z Eulerjevo in Runge-Kutta metodo.

C.2.1 Linearna interpolacija

Pri merjenju podatkov imamo opravka s funkcijami, ki so diskretno podane, pri čemer pa bi radi določili vrednost funkcije $f(x)$ pri argumentu x, ki ni podana. V ta namen skonstruiramo interpolacijsko funkcijo (najpogosteje polinom n-te stopnje), s katero opišemo izmerjene vrednosti y_n pri znanih x_n. V ozkem območju lahko med dvema točkama funkcijo aproksimiramo kar s premico oblike:

$$y = y_i + (x - x_i) \cdot \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \tag{C.11}$$

Primer

Izračunaj vrednost nasičene temperature T_{nas} pri tlaku P_{nas} = 0,73 bar, če poznaš:

	P_{nas} (bar)	T_{nas} (°C)
1	0,70	90,0
2	0,75	91,8

Iščemo temperaturo T_{nas} pri tlaku, ki ni podan v tabeli, lahko pa vrednost temperature pridobimo z linearno interpolacijo znanih vrednosti.

$$T_{\text{nas}} = T_{\text{nas,1}} + (P_{\text{nas}} - P_{\text{nas,1}}) \cdot \frac{T_{\text{nas,2}} - T_{\text{nas,1}}}{P_{\text{nas,2}} - P_{\text{nas,1}}} \tag{C.12}$$

Po vstavitvi številčnih vrednosti izračunamo T_{nas}:

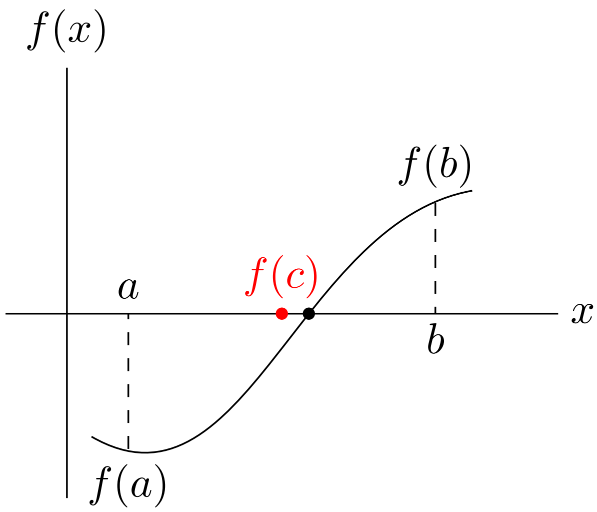
$$T_{\text{nas}} = 90{,}0\,°\text{C} + (0{,}73\,\text{bar} - 0{,}70\,\text{bar}) \cdot \frac{91{,}8\,°\text{C} - 90{,}0\,°\text{C}}{0{,}75\,\text{bar} - 0{,}70\,\text{bar}} \tag{C.13}$$

$$T_{\text{nas}} = 91{,}08\,°\text{C} \tag{C.14}$$

C.2.2 Iskanje ničel funkcije

Bisekcija

Bisekcija je numerična metoda, s katero iščemo ničle zveznih funkcij v obliki $f(x) = 0$. Metoda temelji na razpolavljanju intervala, na katerem leži ničla. Za zvezno funkcijo namreč lahko trdimo, da ima na intervalu $[a, b]$ vsaj eno ničlo, če je izpolnjen pogoj $f(a) \cdot f(b) < 0$.



Slika C.1: Prikaz prvega koraka bisekcije.

Oglejmo si postopek, ko je vrednost $f(a)$ negativna in $f(b)$ pozitivna (Slika C.1):

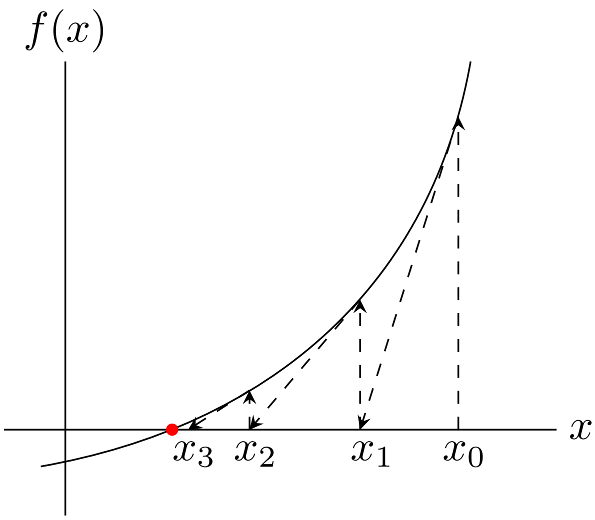
- Izračunamo razpolovišče intervala $[a, b]$: $c = \frac{a+b}{2}$.

- Izračunamo vrednost funkcije v razpolovišču c, $f(c)$.
- Če je $f(a) \cdot f(c) < 0$, je ničla na intervalu $[a, c]$, v nasprotnem primeru pa na intervalu $[b, c]$. Iz slike C.1 je razvidno, da je $f(a) \cdot f(c) > 0$ in $f(b) \cdot f(c) < 0$.
- Ustrezno z zgornjim rezultatom v naslednji iteraciji zožimo meje intervala na $[a, c]$ ali $[b, c]$ in interval razpolovimo. V primeru prikazanem na sliki C.1 razpolavljanje nadaljujemo na intervalu $[b, c]$, ker je $f(b) \cdot f(c) < 0$.
- Postopek nadaljujemo do želene tolerance, ko krajišči intervala konvergirata proti ničli funkcije. Definiramo kriterij, ki pove, kdaj končati z zgoraj opisano iteracijo (Enačba C.15). V enačbi C.15 x_{nova} predstavlja novo določeno vrednost razpolovišča in x_{stara} prejšnjo določeno vrednost razpolovišča.

$$\epsilon = \left| \frac{x_{\text{nova}} - x_{\text{stara}}}{x_{\text{nova}}} \right| \cdot 100\,\% \tag{C.15}$$

Tangentna metoda

Tangentna metoda (tudi Newtonova ali Newton-Rapshonova metoda) je numerična metoda za iskanje ničel funkcije, pri čemer mora biti funkcija $f'(x)$ zvezna in zvezno odvedljiva. Metoda temelji na položitvi tangente na funkcijo $f(x)$ v trenutni rešitvi x_i (x_0), smerni koeficient tangente pa je ravno $f'(x_i)$ ($f'(x_0)$). Ničlo tangente vzamemo za naslednji približek x_{i+1} (x_1).



Slika C.2: Prikaz postopnega iskanja ničle po tangentni metodi.

Smerni koeficient tangente v točki x_0 zapišemo v obliki odvoda $f'(x_0)$ v tej točki:

$$f'(x_0) = \frac{0 - f(x_0)}{x_1 - x_0} \tag{C.16}$$

Sledi:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \tag{C.17}$$

Oziroma v splošnem:

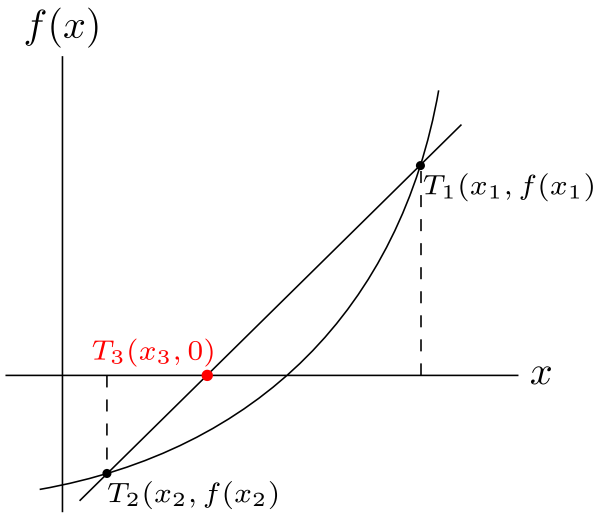
$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \tag{C.18}$$

Presečišče tangente z x osjo predstavlja naslednjo rešitev x_{i+1} (x_1). Vsako naslednje presečišče je bližje dejanski vrednosti ničle funkcije. Definiramo kriterij, ki pove, kdaj končati z zgoraj opisano iteracijo (Enačba C.19).

$$\epsilon = \left| \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}} \right| \cdot 100\,\% \tag{C.19}$$

Sekantna metoda

V primeru tangentne metoda moramo poznati $f'(x)$, vendar pa funkcije včasih ne moremo analitično odvajati. V takem primeru lahko uporabimo sekantno metodo, s katero ocenimo odvod z uporabo dveh točk funkcije, po možnosti naj bi se predznaka izbranih vrednosti funkcije razlikovala. Presečišče te premice z abscisno osjo je naslednji približek ničli funkcije.



Slika C.3: Prikaz iskanja ničle po sekantni metodi.

Iz slike C.3 ugotovimo, da lahko smerni koeficient sekante zapišemo na dva načina:

$$k = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \tag{C.20}$$

$$k = \frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2} \tag{C.21}$$

In ju enačimo:

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2} \tag{C.22}$$

Izpostavimo x_3, ki predstavlja ničlo sekante:

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2) \cdot (x_2 - x_1)}{f(x_2) - f(x_1)} \tag{C.23}$$

Iteracijska formula za sekantno metodo je tako:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i) \cdot (x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})} \tag{C.24}$$

Relativno napako izračunamo enako kot v primeru tangentne metode prek enačbe C.19.

Primer
Določi ničlo funkcije $f(x) = x - \exp(-x)$ z bisekcijsko, tangentno in sekantno metodo.
a) Bisekcijska metoda

Izberimo interval a = 0,0 in b = 1,0 ter izračunajmo vrednost funkcije v tem območju intervala.

$$f(a) = 0 - \exp(-0) = -1$$
$$f(b) = 1 - \exp(1) = 0{,}632$$

Ugotovimo, da funkcija na tem intervalu zamenja predznak, velja $f(a) \cdot f(b) < 0$. Nadaljujemo z reševanjem pri $x_1 = \frac{a+b}{2}$ = 0,5, pri čemer je relativna napaka pri prvi iteraciji:

$$\epsilon_1 = \left| \frac{x_1 - a}{x_1} \right| \cdot 100\,\% = \left| \frac{0{,}5 - 0}{0{,}5} \right| \cdot 100\,\% = 100\,\% \tag{C.25}$$

Postopek ponavljamo dokler ne dosežemo želenega približka

$$f(x_1) = -0{,}1065$$
$$x_2 = \frac{x_1 + b}{2} = 0{,}75$$
$$\epsilon_2 = \left| \frac{x_2 - x_1}{x_2} \right| \cdot 100\,\% = \left| \frac{0{,}75 - 0{,}5}{0{,}75} \right| \cdot 100\,\% = 33{,}3\,\%$$

$$f(x_2) = 0{,}2776$$
$$x_3 = \frac{x_2 + x_1}{2} = 0{,}625$$
$$\epsilon_3 = \left| \frac{x_3 - x_2}{x_3} \right| \cdot 100\,\% = \left| \frac{0{,}625 - 0{,}75}{0{,}625} \right| \cdot 100\,\% = 20\,\%$$

$$f(x_3) = 0{,}0897$$
$$x_4 = \frac{x_3 + x_1}{2} = 0{,}5625$$
$$\epsilon_4 = \left| \frac{x_4 - x_3}{x_4} \right| \cdot 100\,\% = \left| \frac{0{,}5625 - 0{,}625}{0{,}5625} \right| \cdot 100\,\% = 11{,}1\,\%$$

$$f(x_4) = -0{,}0073$$
$$x_5 = \frac{x_4 + x_3}{2} = 0{,}59375$$
$$\epsilon_5 = \left| \frac{x_5 - x_4}{x_5} \right| \cdot 100\,\% = \left| \frac{0{,}59375 - 0{,}5625}{0{,}59375} \right| \cdot 100\,\% = 5{,}3\,\%$$

$$f(x_5) = 0{,}0415$$
$$x_6 = \frac{x_5 + x_4}{2} = 0{,}578125$$
$$\epsilon_6 = \left| \frac{x_6 - x_5}{x_6} \right| \cdot 100\,\% = \left| \frac{0{,}578125 - 0{,}59375}{0{,}578125} \right| \cdot 100\,\% = 2{,}7\,\%$$

$$f(x_6) = 0{,}0172$$
$$x_7 = \frac{x_6 + x_4}{2} = 0{,}570313$$
$$\epsilon_7 = \left| \frac{x_7 - x_6}{x_7} \right| \cdot 100\,\% = \left| \frac{0{,}570313 - 0{,}578125}{0{,}570313} \right| \cdot 100\,\% = 1{,}4\,\%$$

V tej stopnji zaključimo z iteracijo in določimo 0,570313 kot ničlo funkcije z vrednostjo $f(x_7) = 0{,}004964$.

b) Tangentna metoda

Izberimo kot začetno točko reševanje x_0 = 1,0 in postopek reševanja izvajamo prek enačbe C.18 in računanje relativne napake prek C.19.

$$f(x_0) = 0{,}632121, f'(x_0) = 1{,}367879$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0{,}53788$$

$$\epsilon_1 = \left|\frac{x_1 - x_0}{x_1}\right| \cdot 100\,\% = \left|\frac{0{,}53788 - 1{,}0}{0{,}53788}\right| \cdot 100\,\% = 85{,}9\,\%$$

$$f(x_1) = -0{,}04610, f'(x_1) = 1{,}58398$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 0{,}56699$$

$$\epsilon_2 = \left|\frac{x_2 - x_1}{x_2}\right| \cdot 100\,\% = \left|\frac{0{,}56699 - 0{,}53788}{0{,}56699}\right| \cdot 100\,\% = 5{,}1\,\%$$

$$f(x_2) = -0{,}00024, f'(x_2) = 1{,}56723$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 0{,}56714$$

$$\epsilon_3 = \left|\frac{x_3 - x_2}{x_3}\right| \cdot 100\,\% = \left|\frac{0{,}56714 - 0{,}56699}{0{,}56714}\right| \cdot 100\,\% = 0{,}03\,\%$$

V tem koraku lahko postopek reševanja zaključimo in kot ničlo funkcije izberemo vrednost $x_3 = 0{,}56714$.

c) Sekantna metoda

Reševanje po sekantni metodi izvajamo prek enačbe C.24 in relativno napako prek C.19. Za prvi točki računanja izberemo x_0 = 0,0 in x_1 = 1,0.

$$f(x_0) = -1{,}0, f(x_1) = 0{,}63212$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1) \cdot (x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} = 0{,}61270$$

$$\epsilon_2 = \left|\frac{x_2 - x_1}{x_2}\right| \cdot 100\,\% = \left|\frac{0{,}61270 - 1{,}0}{0{,}61270}\right| \cdot 100\,\% = 63{,}2\,\%$$

$$f(x_2) = 0{,}070814$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2) \cdot (x_2 - x_1)}{f(x_2) - f(x_1)} = 0{,}56384$$

$$\epsilon_3 = \left|\frac{x_3 - x_2}{x_3}\right| \cdot 100\,\% = \left|\frac{0{,}56384 - 0{,}61270}{0{,}56384}\right| \cdot 100\,\% = 8{,}7\,\%$$

$$f(x_3) = -0{,}00518$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3) \cdot (x_3 - x_2)}{f(x_3) - f(x_2)} = 0{,}56717$$

$$\epsilon_4 = \left|\frac{x_4 - x_3}{x_4}\right| \cdot 100\,\% = \left|\frac{0{,}5672 - 0{,}5638}{0{,}5672}\right| \cdot 100\,\% = 0{,}6\,\%$$

$$f(x_4) = 4{,}24 \times 10^{-5}$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4) \cdot (x_4 - x_5)}{f(x_4) - f(x_3)} = 0{,}56714$$

$$\epsilon_4 = \left|\frac{x_4 - x_3}{x_4}\right| \cdot 100\,\% = \left|\frac{0{,}56714 - 0{,}56384}{0{,}56714}\right| \cdot 100\,\% = 0{,}005\,\%$$

V tem koraku lahko postopek reševanja zaključimo in kot ničlo funkcije izberemo vrednost $x_5 = 0{,}56714$.

C.2.3 Numerična integracija

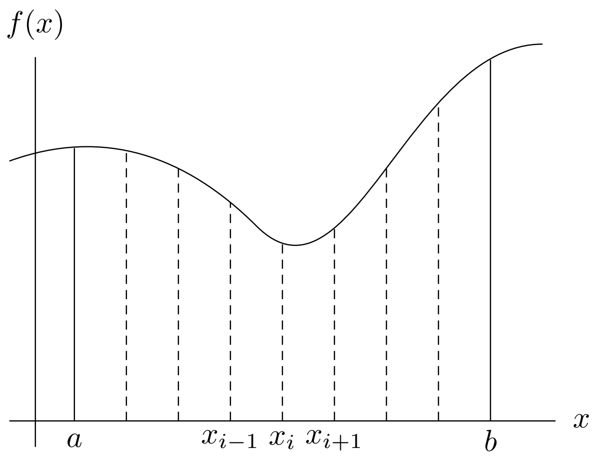
Integral računamo numerično, če je integrand f znan le v določenih točkah ali če funkcije ne znamo določiti. Integrand f v tem primeru nadomestimo s približkom g, ki ga znamo integrirati (Enačba C.26). Pri tem naredimo napako R, ki je odvisna od metode in števila delilnih točk.

$$\int_a^b f = \int_a^b g + R \tag{C.26}$$

Trapezna metoda

Trapezna metoda je metoda, s katero računamo približno vrednost integrala. Lik pod krivuljo na intervalu $[a, b]$ razdelimo na n enakih delov (Slika C.5), kjer velja:

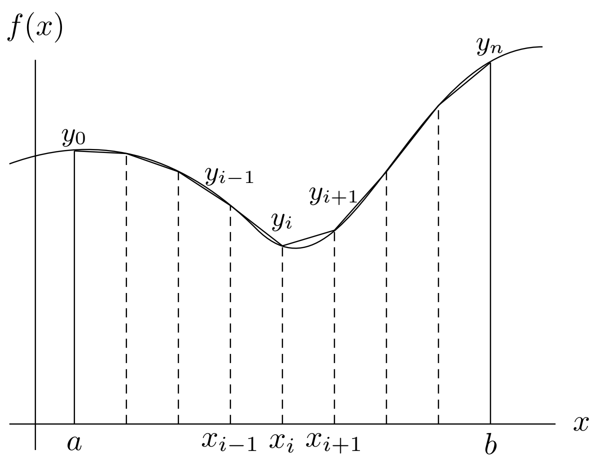
$$a = x_0 \cdots < x_{i-1} < x_i < x_{i+1} < \ldots x_n = b \tag{C.27}$$



Slika C.4: Razdelitev območja pod krivuljo na n enakih intervalov.

Širina vsakega intervala je enaka:

$$h = \frac{b-a}{n} \tag{C.28}$$



Slika C.5: Izris trapezov nad intervali.

Nad intervale narišemo trapeze (Slika C.5). Približna vrednost integrala na intervalu $[a, b]$

$\int_a^b f(x)dx$ je enaka vsoti ploščin trapezov:

$$\int_a^b f(x)dx \doteq \frac{y_0+y_1}{2} \cdot \frac{b-a}{n} + \dots + \frac{y_{i-1}+y_i}{2} \cdot \frac{b-a}{n} + \frac{y_i+y_{i+1}}{2} \cdot \frac{b-a}{n} + \dots + \frac{y_{n-1}+y_n}{2} \cdot \frac{b-a}{n} \tag{C.29}$$

Trapezna formula za približen izračun določenega integrala:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2 \cdot n} \cdot (y_0 + 2 \cdot y_1 + \dots + 2 \cdot y_i + \dots + 2 \cdot y_{n-1} + y_n) + R \tag{C.30}$$

Simpsonova metoda

Simpsonova metoda je metoda, kjer lik pod krivuljo na $[a, b]$ razdelimo na n enakih delov (Slika C.5, Enačba C.28), vsakega razpolovimo in čez tako dobljene tri točke potegnemo parabolo.
Simpsonova metoda za približen izračun določenega integrala:

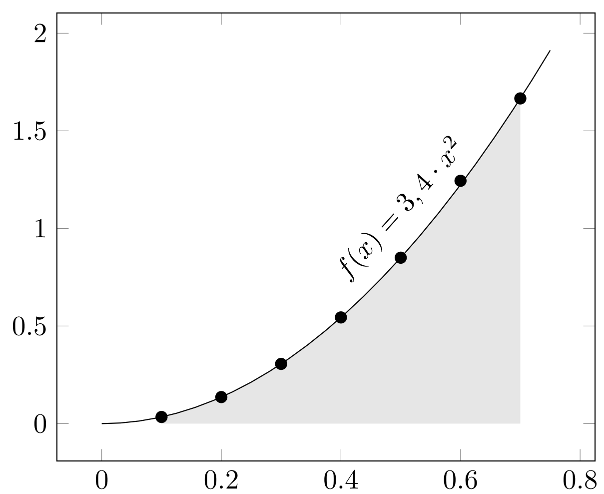
$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{3 \cdot n} \cdot (y_0 + 4 \cdot y_1 + 2 \cdot y_2 + 4 \cdot y_3 + \dots + 2 \cdot y_{n-2} + 4 \cdot y_{n-1} + y_n) + R \tag{C.31}$$

Primer
Določi vrednost integrala funkcije $f(x) = 3{,}4 \cdot x^2$ (Slika C.6) s trapezno in Simpsonovo metodo v mejah od 1 do 7. Vrednost primerjaj z analitično rešitvijo.
a) Analitična rešitev

$$\int_{0{,}1}^{0{,}7} 3{,}4 \cdot x^2 dx = 3{,}4 \cdot \frac{x^3}{3} = 0{,}388733 - 0{,}001133 = 0{,}3876 \tag{C.32}$$

b) Trapezna metoda
Območje v mejah od 0,1 do 0,7 razdelimo na enake intervale v velikosti 0,1 in za vsak odsek razdelka izračunamo vrednost funkcije $f(x)$ (Slika C.6):

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$f(x)$	0,034	0,136	0,306	0,544	0,850	1,244	1,666



Slika C.6: Grafični prikaz območja integracije.

Prek enačbe C.30 izračunamo vrednost integrala I:

$$I = \frac{0,1}{2} \cdot (0,034 + 2 \cdot 0,136 + 2 \cdot 0,306 + 2 \cdot 0,544 + 2 \cdot 0,850 + 2 \cdot 1,244 + 1,666)$$
$$I = 0,391$$

Rešitev je primerljiva z analitično rešitvijo.
c) Simpsonova metoda
Prek enačbe C.31 izračunamo vrednost integrala I:

$$I = \frac{0,1}{3} \cdot (0,034 + 4 \cdot 0,136 + 2 \cdot 0,306 + 4 \cdot 0,544 + 2 \cdot 0,850 + 4 \cdot 1,244 + 1,666)$$
$$I = 0,3876$$

Rešitev je enaka analitični rešitvi.

C.2.4 Numerično reševanje diferencialnih enačb

Eulerjeva metoda

Privzamemo, da je diferencialno enačbo prvega reda mogoče zapisati v eksplicitni obliki s podanim začetnim pogojem $y(x_0) = y_0$:

$$y'(x) = f(x, y) \tag{C.33}$$

Cilj reševanja diferencialne enačbe je izračunati funkcijo $y(x)$. Eksplicitna Eulerjeva metoda temelji na razvoju funkcije $y(x)$ v Taylorjevo vrsto:

$$y(x + h) = y(x) + y'(x, y(x)) \cdot h + O(h^2) \tag{C.34}$$

Lokalna napaka Eulerjeve metode je reda $O(h)$:

$$y'(x, y(x)) = \frac{y(x + h) - y(x)}{h} + O(h) \tag{C.35}$$

Sedaj lahko ob znani vrednosti $y(x)$ in odvodu $y'(x) = f(x,y)$ ocenimo vrednost funkcije y pri naslednjem koraku $x + h$. Cilj metode je pridobiti naslednjo rešitev, pri čemer se v vsaki točki premaknemo v smeri tangente (prvi odvod funkcije). Natančnost rešitve bo odvisna od števila korakov oziroma velikosti koraka. Manjši ko bo korak, bolj natančna bo numerična rešitev.

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h \tag{C.36}$$

Diferencialno enačbo rešujemo na intervalu $[x_0, x_n]$, kjer velja $h = \frac{x_n - x_0}{n}$. n je število korakov integracije.
Implicitno Eulerjevo metodo zapišemo kot:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_{i+1}, y_{i+1})h \tag{C.37}$$

kjer v vsakem koraku rešujemo nelinearni sistem za y_{i+1}.
Primer
Z Eulerjevo metodo določi spremembo koncentracije reaktanta A v šaržnem reaktorju za reakcijo prvega reda A $\rightarrow$ B (k = 0,5 min^{-1}) z začetno koncentracijo reaktanta A c_{A0} = 1,0 mol/L za prvih 5 min reakcije po koraku Δt = 0,5 min.
Rešitev
Modelna enačba za opis reakcije prvega reda A $\rightarrow$ B v šaržnem reaktorju se v obliki diferencialne enačbe glasi:

$$-\frac{dc_{\text{A}}}{dt} = k \cdot c_{\text{A}} \tag{C.38}$$

Enačbo preoblikujemo in zapišemo integralno obliko v mejah $c_A|_{t=0} = c_{A0}$ in $c_A|_{t=t} = c_A$ ter zapišemo analitično rešitev integrala:

$$c_A = c_{A0} \cdot \exp(-k \cdot t) \tag{C.39}$$

Rešitev diferencialne enačbe C.38 izvedemo še numerično po korakih prek Eulerjeve metode (Enačba C.36):

$$-\frac{c_{A,i+1} - c_{A,i}}{\Delta t} = k \cdot c_{A,i} \tag{C.40}$$

Oziroma:

$$c_{A,i+1} = c_{A,i} - k \cdot c_{A,i} \cdot \Delta t \tag{C.41}$$

Sledi:

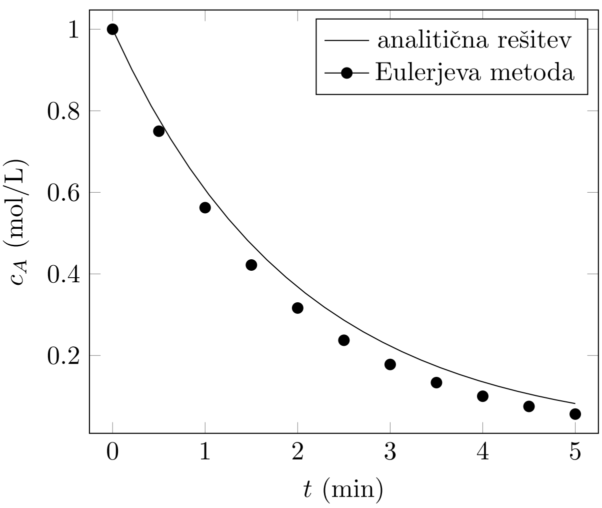
1. $t = 0$
   $c_{A0} = 1{,}0\ \mathrm{mol/L}$

2. $t = 0{,}5\ \mathrm{min}$
   $c_{A1} = c_{A0} - k \cdot c_{A0} \cdot \Delta t$
   $c_{A1} = 1{,}0 - 0{,}5 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}5$
   $c_{A1} = 0{,}75\ \mathrm{mol/L}$

3. $t = 1{,}0\ \mathrm{min}$
   $c_{A2} = c_{A1} - k \cdot c_{A1} \cdot \Delta t$
   $c_{A2} = 0{,}75 - 0{,}5 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}5$
   $c_{A2} = 0{,}5625\ \mathrm{mol/L}$

4. Z iteracijo nadaljujemo, dokler ne dosežemo t = 5 min.

Primerjava med analitično rešitvijo in numeričnim reševanjem z Eulerjevo metodo je prikazana na sliki C.7. Opazna je razlika med analitično in numerično rešitvijo, do katere pride zaradi velikosti koraka, kot je to prikazano v enačbi C.35. Večji kot bo izbrani korak, večji bo odklon numerične rešitve od analitične.



Slika C.7: Primerjava analitične rešitve z eksplicitno Eulerjevo metodo.

Runge-Kutta metoda drugega reda

Carl Runge in Wilhelm Kutta sta želela zagotoviti metodo aproksimacije funkcije, ne da bi pri tem morali diferencirati izvorno enačbo. Njun pristop je temeljil na simulaciji čim več korakov metode Taylorjeve vrste, vendar z uporabo ocene samo originalne funkcije brez zapisa v diferencialni obliki.
Metodo Runge-Kutta drugega reda za reševanje eksplicitne oblike diferencialne enačbe zapišemo v obliki:

$$y(x+h) = y(x) + \frac{1}{2} \cdot (F_1 + F_2) \tag{C.42}$$

kjer je:

$$F_1 = h \cdot f(x, y) \tag{C.43}$$

$$F_2 = h \cdot f(x+h, y+F_1) \tag{C.44}$$

Metoda spada med najenostavnejše izmed Runge-Kutta metod, medtem ko med bolj natančne sodi Runge-Kutta četrtega reda.

Runge-Kutta metoda četrtega reda

Metodo Runge-Kutta četrtega reda za reševanje eksplicitne oblike diferencialne enačbe zapišemo v obliki:

$$y(x+h) = y(x) + \frac{1}{6} \cdot (F_1 + 2 \cdot F_2 + 2 \cdot F_3 + F_4) \tag{C.45}$$

kjer je:

$$F_1 = h \cdot f(x, y) \tag{C.46}$$

$$F_2 = h \cdot f(x + \frac{h}{2}, y + \frac{F_1}{2}) \tag{C.47}$$

$$F_3 = h \cdot f(x + \frac{h}{2}, y + \frac{F_2}{2}) \tag{C.48}$$

$$F_4 = h \cdot f(x+h, y+F_3) \tag{C.49}$$

Metoda Runge-Kutta je pri enakem številu korakov in velikosti koraka bolj natančna od Eulerjeve metode in pogosto implementirana v matematičnih knjižnicah v različnih programskih paketih.

Primer
Rešimo tokrat spremembo koncentracije reaktanta A iz prejšnjega primera (Eulerjeva metoda) še z metodo Runge-Kutta četrtega reda. Zgledujemo se po splošnem zapisu po enačbi C.45:

$$c_{A,i+1} = c_{A,i} + \frac{1}{6} \cdot (F_1 + 2 \cdot F_2 + 2 \cdot F_3 + F_4) \tag{C.50}$$

Sledi:

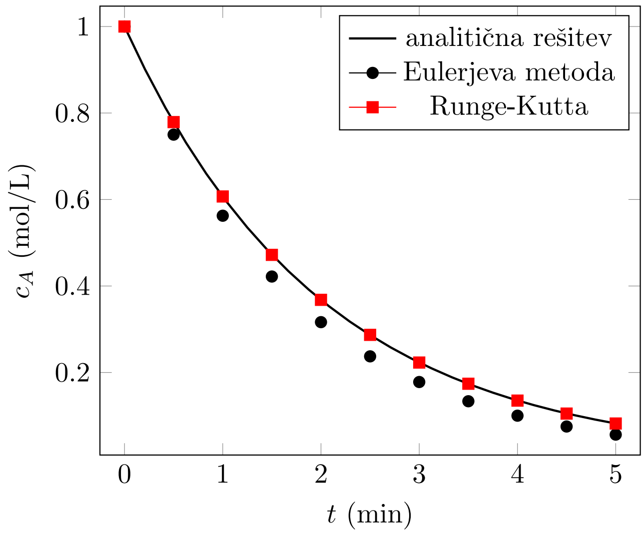
1. $t = 0$
   $c_{A0} = 1{,}0\ \text{mol/L}$

2. $t = 0{,}5$ min, korak h = 0,5 min
   $F_1 = h \cdot (-k \cdot c_{A0}) = 0{,}5 \cdot (-0{,}5 \cdot 1{,}0) = -0{,}25$
   $F_2 = h \cdot (-k \cdot (c_{A0} + \frac{F_1}{2})) = 0{,}5 \cdot (-0{,}5 \cdot (1{,}0 + \frac{-0{,}25}{2}) = -0{,}21875$
   $F_3 = h \cdot (-k \cdot (c_{A0} + \frac{F_2}{2})) = 0{,}5 \cdot (-0{,}5 \cdot (1{,}0 + \frac{-0{,}21875}{2}) = -0{,}22266$
   $F_4 = h \cdot (-k \cdot (c_{A0} + F_3)) = 0{,}5 \cdot (-0{,}5 \cdot (1{,}0 - 0{,}22266) = -0{,}19434$
   $c_{A1} = 1{,}0\ \text{mol/L} - 0{,}2212\ \text{mol/L}$
   $c_{A1} = 0{,}7788\ \text{mol/L}$

3. $t = 1{,}0$ min, korak h = 0,5 min

$F_1 = h \cdot (-k \cdot c_{A1}) = 0{,}5 \cdot (-0{,}5 \cdot 1{,}0) = -0{,}1947$
$F_2 = h \cdot (-k \cdot (c_{A1} + \frac{F_1}{2})) = 0{,}5 \cdot (-0{,}5 \cdot (1{,}0 + \frac{-0{,}1947}{2}) = -0{,}17036$
$F_3 = h \cdot (-k \cdot (c_{A1} + \frac{F_2}{2})) = 0{,}5 \cdot (-0{,}5 \cdot (1{,}0 + \frac{-0{,}17036}{2}) = -0{,}17341$
$F_4 = h \cdot (-k \cdot (c_{A1} + F_3)) = 0{,}5 \cdot (-0{,}5 \cdot (1{,}0 - 0{,}17341) = -0{,}15135$
$c_{A2} = 0{,}7788\,\text{mol/L} - 0{,}1723\,\text{mol/L}$
$c_{A2} = 0{,}6065\,\text{mol/L}$

4. Z iteracijo nadaljujemo, dokler ne dosežemo t = 5 min.



Slika C.8: Primerjava Eulerjeve in Runge-Kutta metode pri enaki velikosti časovnega koraka.

Ugotovimo lahko, da je pri enaki velikosti koraka Δt in enakem številu korakov metoda Runge-Kutta bolj natančna od Eulerjeve metode.