

Jahresbericht

des

k. k. Obergymnasiums zu Laibach

veröffentlicht

am Schlusse des Schuljahres 1863

vom k. k. Director

Dr. Heinrich Mitteis.



Laibach, 1863.

Druck von Ign. v. Kleinmayr und F. Bamberg.

Inhalt.

1. Ueber Euler's Auflösungsmethode unbestimmter Gleichungen des ersten Grades, von Dr. Josef Joh. Nejedli.
2. Bestimmung der Dichte des Alkohols von verschiedenen Concentrations-Graden und bei verschiedenen Temperaturen. —
(Ausgeführt im physikalischen Institute. Wien 1859/60.) Von Dr. Joh. Zindler.
3. Schulnachrichten, vom Director.



Ueber

Euler's Anflösungs-Methode

unbestimmter Gleichungen des ersten Grades.

Von Dr. Josef Joh. Nejedli.

1.

Seitdem La Grange, oder wenn man lieber will, Bacher von Meziriac die Kettenbrüche zur Auflösung der unbestimmten Gleichungen vom ersten Grade verwendet hat, hat man auch diese Auflösungs-Methode hauptsächlich wegen ihrer Einfachheit der früher beliebten, von Euler angegebenen, immer mehr und mehr vorgezogen. Es ist wohl auch in der That die letztere Methode in manchen Fällen verhältnißmäßig etwas mühsam und schwerfällig; andererseits aber besitzt das Euler'sche Verfahren, wie Dr. Hermann Scheffler (siehe: Die unbestimmte Analytik. Hannover 1854, p. 71) auf Grundlage einer Vergleichung beider in Rede stehenden Methoden, und zwar meines Erachtens mit Recht bemerkt, mehr Elasticität als die Auflösungs-Methode mittelst der Kettenbrüche, was ihr in mancher Hinsicht zur Empfehlung gereicht. Dieser Umstand erscheint wohl als eine hinreichende Rechtfertigung des vorliegenden Versuches, die Euler'sche Auflösungs-Methode der unbestimmten Gleichungen vom ersten Grade der Art zu modificiren, daß sie kaum einer andern bekannten Methode an Einfachheit nachstehe. Um diese Vereinigung bequemer erläutern zu können, mag es gestattet sein, das bekannte Verfahren Euler's in möglichster Kürze voranzuschicken.

2.

Es sei die Gleichung: $ax = by + c$ in ganzen Zahlen aufzulösen, wobei vorläufig vorausgesetzt wird, daß a , b , c positive ganze Zahlen bedeuten, daß ferner $b > a$ und a , b relativ prim sind. Bezeichnen wir den größten Subquotienten, den man erhält, wenn man b durch a dividirt, durch q , und den zugehörigen Rest durch r , so hat man $b : a = q + \frac{r}{a}$, und ebenso ergibt sich, wenn k den größten Subquotienten von $c : a$ und s den betreffenden Rest vorstellt: $c : a = k + \frac{s}{a}$, wobei möglicher Weise eine von den Größen k , s , auch $= 0$ sein kann. Dividirt man nun die aufzulösende Gleichung durch a , so erhält man, die so eben eingeführten Bezeichnungen berücksichtigend, die Gleichung: $x = \left(q + \frac{r}{a}\right)y + k + \frac{s}{a}$, oder auch: $x = qy + k + \frac{ry + s}{a}$. Setzt man, da x eine ganze Zahl sein soll, $\frac{ry + s}{a} = t$, so ergeben sich hieraus, und aus der zuletzt erhaltenen Gleichung, die beiden folgenden: $x = qy + k + t$, $ry = at - s$. Mit dieser letzten Gleichung verfährt man jetzt ebenso, wie mit der ursprünglichen, und man erhält, indem man die größten Subquotienten von $a : r$, und $s : r$ beziehungsweise q_1 , k_1 , und die zugehörigen Reste in eben derselben Ordnung r_1 , s_1 , nennt: $a : r = q_1 + \frac{r_1}{r}$, $s : r = k_1 + \frac{s_1}{r}$. Dividirt man demnach die Gleichung $ry = at - s$ durch r , so folgt $y = \left(q_1 + \frac{r_1}{r}\right)t - \left(k_1 + \frac{s_1}{r}\right)$ oder $y = q_1 t - k_1 + \frac{r_1 t - s_1}{r}$. Da aber y eine ganze Zahl sein muß, so erhält man, indem man $\frac{r_1 t - s_1}{r} = t_1$ setzt, hieraus und aus der letzten Gleichung: $y = q_1 t - k_1 + t_1$ und $r_1 t = r t_1 + s_1$. Diese Gleichung hat wieder dieselbe Form, wie die gegebene, und wird auf dieselbe Art weiter behandelt.

Aus dem bisher Gesagten dürfte wohl der weitere Fortgang dieses Verfahrens einleuchten, und ich bemerke nur noch, daß wir bei jedem Schritte zwei neue Quotienten erhalten, wie z. B. bei dem Uebergange von $ax = by + r$ zu $ry = at - s$ die Quotienten q und k , bei dem Uebergange von $ry = at - s$ zu $r_1 t = r_1 t_1 + s_1$ die Quotienten q_1 , k_1 u. s. w., und ebenso reihenweise die Reste r , s , r_1 , s_1 u. s. w. Wir wollen die homologen Quotienten und Reste, wie sie im weiteren Verlaufe der Rechnung zu Stande kommen, zusammenfassen, und sie beziehungsweise durch q , q_1 , q_2 , q_3 , q_4 , q_5 u. s. w., k , k_1 , k_2 , k_3 , k_4 , k_5 ..., r , r_1 , r_2 , r_3 , r_4 , r_5 ..., s , s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 ... vorstellen. Aus der gewöhnlichen Darstellung der Euler'schen Methode ist ferner bekannt, daß die Reste r , r_1 , r_2 , r_3 , r_4 , r_5 ... successive immer kleiner werden, bis man, da a und b relativ prim sind, zuletzt einen Rest bekommt, welcher $= 1$ ist. Nehmen wir, um einen bestimmten Fall vor den Augen zu haben, an, daß dieß beim Reste r_5 stattfindet, d. h. daß $r_5 = 1$ sei, so wird hierbei das ganze Verfahren abbrechen, und wir wollen der Uebersicht wegen von den Gleichungen, die man, den gezeigten Weg einschlagend, erhält, diejenigen gruppenweise zusammenstellen, die uns für die Folge wichtig sind.

$$\begin{aligned} \alpha. & \left\{ \begin{array}{l} b:a = q + \frac{r}{a}, \quad a:r = q_1 + \frac{r_1}{r}, \quad r:r_1 = q_2 + \frac{r_2}{r_1}, \quad r_1:r_2 = q_3 + \frac{r_3}{r_2}, \quad r_2:r_3 = q_4 + \frac{r_4}{r_3}, \\ r_3:r_4 = q_5 + \frac{r_5}{r_4}, \quad r_4:r_5 = q_6, \text{ wo wegen } r_5 = 1 \text{ auch } r_4 = q_6 \text{ ist.} \end{array} \right. \\ \beta. & \left\{ \begin{array}{l} c:a = k + \frac{s}{a}, \quad s:r = k_1 + \frac{s_1}{r}, \quad s_1:r_1 = k_2 + \frac{s_2}{r_1}, \quad s_2:r_2 = k_3 + \frac{s_3}{r_2}, \quad s_3:r_3 = k_4 + \frac{s_4}{r_3}, \\ s_4:r_4 = k_5 + \frac{s_5}{r_4}, \quad s_5:r_5 = k_6, \text{ wo wieder wie vorhin } k_6 = s_5 \text{ ist, und nur der Symmetrie wegen geschrieben wurde.} \end{array} \right. \\ \gamma. & \left\{ \begin{array}{l} x = qy + k + t, \quad y = q_1 t - k_1 + t_1, \quad t = q_2 t_1 + k_2 + t_2, \quad t_1 = q_3 t_2 - k_3 + t_3, \quad t_2 = q_4 t_3 + k_4 + t_4, \\ t_3 = q_5 t_4 - k_5 + t_5, \quad t_4 = q_6 t_5 + k_6. \end{array} \right. \end{aligned}$$

Es handelt sich nunmehr darum, zu zeigen, wie die in Rede stehenden Gleichungen, insbesondere die Gleichungen γ am einfachsten zu bilden, und die zuletzt erwähnten Substitutionen am bequemsten zu verrichten sind.

Hat man diese Gleichungen auf die oben angegebene Weise gefunden, so besteht bekanntlich das Euler'sche Verfahren weiter darin, daß man in den Gleichungen γ den Werth von t_4 in jenen von t_3 , diesen sodann in jenen von t_2 u. s. f. substituirt, wodurch sich die Werthe von x und y in Ausdrücken von der Form $x = A t_5 + B$, $y = C t_5 + D$ ergeben, und diese liefern für einen jeden beliebigen ganzzahligen Werth von t_5 zusammengehörige Auflösungen der gegebenen Gleichung.

3.

Die Gleichungen α und β wurden bloß deswegen zusammengestellt, weil mittelst derselben die Gleichungen γ , auf welche es bei der zuletzt erwähnten Substitution ausschließlich ankommt, gebildet werden können; und zwar erhellt aus den Gleichungen α , daß man nur zwischen b und a auf die bekannte Art des g. g. M. zu suchen, und die einzelnen Quotienten zu notiren braucht, welche der Reihe nach genau den Größen q , q_1 , q_2 , q_3 u. s. w. entsprechen. Auch wird hiedurch constatirt, ob die Zahlen a und b relativ prim sind, und ob demnach die gegebene Gleichung Auflösungen in ganzen Zahlen zuläßt.

Notirt man überdieß beim Auffuchen des g. g. M. zwischen a und b die successive Reste r , r_1 , r_2 , r_3 u. s. w.; so benützt man diese sofort als Divisoren in den Gleichungen β , und zwar dividirt man diesen zu Folge zuerst c durch a , dann den etwaigen Rest s dieser Division durch r , den folgenden durch r_1 , den nächsten durch r_2 u. s. w. Die hiedurch entstandenen Quotienten geben successive die Größen k , k_1 , k_2 , k_3 u. s. w. Um dieß durch ein Beispiel zu erläutern, sei $137x = 245y + 321$ die vorgelegte Gleichung; so zeigt das beigefügte Schema die ganze hier zu führende Rechnung, und zwar entspricht A den Gleichungen α , B den Gleichungen β .

$$\begin{array}{l} \text{A.} \left\{ \begin{array}{llll} 245:137 = 1, & 137:108 = 1, & 108:29 = 3, & 29:21 = 1, \\ 1. \text{ Rest } 108 & 2. \text{ Rest } 29 & 3. \text{ Rest } 21 & 4. \text{ Rest } 8 \\ 21:8 = 2, & 8:5 = 1, & 5:3 = 1, & 3:2 = 1, & 2:1 = 2, \\ 5. \text{ Rest } 5 & 6. \text{ Rest } 3 & 7. \text{ Rest } 2 & 8. \text{ Rest } 1 & 9. \text{ Rest } 0. \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{B. } \left\{ \begin{array}{llll}
 321:137 = 2, & 47:108 = 0, & 47:29 = 1, & 18:21 = 0, \\
 1. \text{ Rest } 47 & 2. \text{ Rest } 47 & 3. \text{ Rest } 18 & 4. \text{ Rest } 18 \\
 18:8 = 2, & 2:5 = 0, & 2:3 = 0, & 2:2 = 1, & 0:1 = 0. \\
 5. \text{ Rest } 2 & 6. \text{ Rest } 2 & 7. \text{ Rest } 2 & 8. \text{ Rest } 0 & 9. \text{ Rest } 0
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Anmerkung. Daß diese ganze Rechnung viel einfacher geführt werden kann, als diese Behufs leichterer Uebersicht entworfene Tabelle zeigt, braucht wohl kaum erwähnt zu werden.

Ich pflege dieselbe in folgender Weise zu führen und zusammen zu stellen:

$$\begin{array}{r|rrrrrrrrrr}
 137 \ x = 245 \ y + 321 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 29 & 108 & 47 & 1, & 1, & 3, & 1, & 2, & 1, & 1, & 2. \\
 8 & 21 & 18 & & & & & & & & \\
 3 & 5 & 2 & & & & & & & & \\
 1 & 2 & 0 & & & & & & & &
 \end{array}$$

Ich dividire nämlich zuerst mit 137 in 321 und 245, und notire auf der rechten Seite des Vertikalstriches die Quotienten 2 und 1, und schreibe unter die Dividende die Reste 47 und 108; sodann dividire ich 47 und 137 durch 108, notire die Quotienten 0 und 1 weiter rechts und schreibe die neuen Reste wieder unter die betreffenden Dividende u. s. f. Ist hierbei ein Quotient = 0, so stimmt der Rest mit dem Dividende überein, und braucht daher nicht noch einmal angelegt zu werden, daher z. B. 47, 18 nur einmal angeschrieben erscheinen.

4.

In den Gleichungen γ bedeutet, wie oben bemerkt wurde, t_s eine beliebige ganze Zahl oder Null. Am schnellsten bekommt man aber eine Auflösung der gegebenen Gleichung, wenn man $t_s = 0$ setzt. Führt man diesen Werth in die Gleichungen γ ein, und schreibt dieselben sodann in verkehrter Ordnung, so erhält man:

$$\delta \left\{ \begin{array}{l}
 t_4 = k_6, \ t_3 = q_5 t_4 - k_5, \ t_2 = q_4 t_3 + t_4 + k_4, \ t_1 = q_3 t_2 + t_3 - k_3, \\
 t = q_2 t_1 + t_2 + k_2, \ y = q_1 t + t_1 - k_1, \ x = q y + t + k
 \end{array} \right.$$

Diese Substitutionen lassen sich mittelst der bereits gefundenen und nach dem Schema in der letzten Anmerkung zusammengestellten Werthe von $k_6, k_5, k_4, \dots, q_5, q_4, q_3, \dots$ bequem ausführen, wenn man in der obern Quotientenreihe vor den zweiten, vierten, sechsten $\dots$ (von links nach rechts gezählt) das Zeichen $-$ schreibt, unter die untere Quotientenreihe einen Querstrich zieht, und unter denselben sofort von rechts nach links die Worte von $t_4, t_3, t_2, \dots, y, x$ ansetzt, so daß die ganze zu führende Rechnung also stünde:

$$\begin{array}{r|rrrrrrrrrr}
 137 \ x = 245 \ y + 321 & 2 & -0 & 1 & -0 & 2 & -0 & 0 & -1 & 0 \\
 29 & 108 & 47 & 1, & 1, & 3, & 1, & 2, & 1, & 1, & 2 \\
 8 & 21 & 18 & & & & & & & & \\
 3 & 5 & 2 & & & & & & & & \\
 1 & 2 & 0 & -37, & -22, & -17, & -5, & -3, & -2, & -1, & 0
 \end{array}$$

Die Bildung der Zahlen unter dem Querstriche ist einleuchtend. Um nämlich eine derselben, z. B. -17 zu erhalten, multiplicirt man die rechts danebenstehende (und also bereits früher berechnete) nämlich -5 mit dem untern Quotienten 3, hiezu addirt man noch den obern Quotienten 1 und die weiter rechts stehende Zahl -3 , so daß man $-5 \cdot 3 - 3 + 1 = -17$ erhält. Als erste Zahl rechts unter dem Querstriche wird wegen $t_4 = k_6$ bloß der letzte Quotient 0 aus der obern Quotientenreihe angeschrieben. Die beiden letzten Zahlen links unter dem Querstriche, nämlich -37 und -22 sind dann beziehungsweise die gesuchten Werthe von x und y .

Anmerkung. Sind die letzten n Quotienten in der obern Reihe sämtlich $= 0$, so sind es auch die letzten n Zahlen rechts unter dem Querstriche, wie aus dem Gange der Rechnung erhellt, und man kann die übrigen Zahlen genau so finden, wie wenn die letzten n Quotienten beider Reihen gar nicht da wären. Sobald also eine von den auszuführenden Divisionen ohne Rest aufgeht, kann man sogleich diese Divisionen abbrechen, indem dann alle folgenden, oben anzuschreibenden Quotienten $= 0$ werden, und man schreitet sofort zur Berechnung der Zahlen unterhalb des Querstriches. Wäre z. B. die Gleichung $93 \ x = 238 \ y + 249$ aufzulösen, so stünde die ganze Rechnung also:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 93x = 238y + 249 & 2 & -1 & 0 & -1 \\
 41 & 52 & 63 & 2, & 1, & 1 \\
 & 11 & 11 & -5, & -3 & -1 & -1
 \end{array}$$

und es ist $x = -5$, $y = -3$.

Da in der Gleichung $5x = 43y + 15$, 5 schon in 15 enthalten ist, so hätte man $5x = 43y + 15 \mid 3$ mithin $x = 3$, $y = 0$.

5.

Ist auf die angegebene Weise eine Auflösung der vorgelegten Gleichung, sagen wir, durch $x = \alpha$ und $y = \beta$ gefunden, so lassen sich unendlich viele andere leicht ableiten, wie demnächst zu zeigen ist. Da $x = \alpha$, $y = \beta$ der gegebenen Gleichung $ax = by + c$ genügen, so hat man auch: $a\alpha = b\beta + c$. Durch Subtraction beider Gleichungen folgt $a(x - \alpha) = b(y - \beta)$ und hieraus $x - \alpha = \frac{b}{a}(y - \beta)$.

Da sämtliche hierin vorkommende Größen ganzzahlig, und b , a relativ prim sind, so kann $\frac{b}{a}(y - \beta)$ nur dann eine ganze Zahl sein, wenn $y - \beta$ durch a dividirt, eine ganze Zahl t zum Quotienten gibt. Dann ist aber $y = at + \beta$ und $x = bt + \alpha$ und es liefern alle ganzzahligen Werthe von t , aber auch nur diese, neue Auflösungen der gegebenen Gleichung.

Für die oben beispielsweise aufgelösten Gleichungen hätte man, und zwar für $137x = 245y + 321$ $x = 245t - 37$, $y = 137t - 22$, für $93x = 238y + 249$ $x = 238t - 5$, $y = 93t - 3$, und endlich für $5x = 43y + 15$, $x = 43t + 3$, $y = 5t$.

6.

Soll die Auflösung einer auf die Form $ax = by + c$ gebrachten Gleichung möglich sein, so muß nach Beseitigung eines den drei (ganzzahligen) Größen a , b , c gemeinsamen Maßes bekanntlich immer die Bedingung stattfinden, daß a und b relativ prim sind. Was jedoch die übrigen, in §. 2 zur Fixirung der Begriffe gemachten Bedingungen betrifft, so braucht keine derselben erfüllt zu sein, und kann die Auflösung nach denselben Principien vollzogen werden, die im Vorhergehenden entwickelt wurden, wenn man nur im Verlaufe der Rechnung auf die Vorzeichen gehörig Rücksicht nimmt. Indessen scheint es in den meisten Fällen erspriesslicher, die Gleichung so zu ordnen, daß die mit dem kleinern Coefficienten behaftete Unbekannte auf der linken Seite des Gleichheitszeichens und zwar positiv, alles andere aber rechts erscheine. Sollte dann die Unbekannte auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens negativ sein, so kann man ihr Vorzeichen vorläufig außer Acht lassen, wenn man nur am Schlusse in dem gefundenen Werthe derselben die Vorzeichen ändert. Ist hingegen c negativ, so verfährt man wieder so, wie wenn es positiv wäre, nur schreibt man vor den ersten, dritten . . . $(2n-1)$ ten Quotienten in der obern Reihe das Zeichen $-$.

Man kann demnach sagen: Der erste, dritte, fünfte . . . $(2n-1)$ te Quotient der obern Reihe stimmt mit c hinsichtlich der Vorzeichen überein, der zweite, vierte . . . $2n$ te hingegen ist dem Vorzeichen nach entgegengesetzt. Um hiernach z. B. die Gleichung $17x = -43y - 11$ aufzulösen, hätte man:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 17x = -43y - 11 & -0 & 1 & -0 & 2 \\
 8 & 9 & 2 & 2 & 1 & 1 \\
 & 1 & & 12 & 5 & 2 & 2
 \end{array}$$

und daher $x = 43t + 12$, $y = -17t - 5$

Anmerkung. Da wir später einen Fall kennen lernen werden, in welchem es vortheilhafter ist, die mit dem größern Coefficienten behaftete Unbekannte allein und positiv auf der linken Seite des Gleichheitszeichens stehen zu lassen, so mag das obige Beispiel zur Erläuterung auch in diesem Sinne berechnet werden. Es ist dann nämlich:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 43y = -17x - 11 & -0 & 0 & -1 & 0 & -2 \\
 9 & 8 & 2 & 0 & 2 & 1 & 1 \\
 1 & & & -5 & -12 & -5 & -2 & -2
 \end{array}$$

und $x = -43t + 12$, $y = 17t - 5$.

7.

Ist eine Gleichung von mehreren Unbekannten, also eine Gleichung von der Form $ax = by + cz + du + ev + \dots + f$ aufzulösen, so wollen wir die beiden Fälle, nämlich wenn a und b relativ prim sind, und wenn sie ein gemeinschaftliches Maß haben, unterscheiden.

Im ersten Falle kann man offenbar so verfahren, wie wenn man es mit einer Gleichung von nur zwei Unbekannten, x und y zu thun hätte, und es spielt der ganze Ausdruck $cz + du + ev + \dots + f$ die Rolle des c in den frühern Gleichungen. Nur erscheint es hier der Uebersicht wegen zweckmäßiger, die Quotienten q, q_1, q_2 u. s. w. nicht unter, sondern neben k, k_1, k_2 u. s. w. zu schreiben und durch ein besonderes Zeichen, etwa durch eine Klammer, kenntlich zu machen.

Als Beispiel mag hier die Auflösung der Gleichung: $107x = 243y + 405z + 391$ beigelegt werden, wie folgt:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 107x = 243y + 405z + 391 & & & & \\
 20 & 29 & 84 & 70 & \\
 2 & 9 & 26 & 12 & \\
 & 1 & 6 & 3 & \\
 & & & 1 &
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 3 + 3z \quad (2 \mid +2 + 2z \quad (3 \mid z \quad (1 \mid +1 \quad (2 \mid 1 + 3z \quad (4 \mid +1 \\
 -94 + 81z \quad -43 + 34z \quad -11 + 10z \quad -8 + 6z \quad -3 + 3z \quad -1
 \end{array}$$

Es gibt nämlich $(391 + 405z):107$ zum Quotienten $3 + 3z$ und $70 + 84z$ zum Reste, welcher Rest unter 391 und 405 angeschrieben steht; 243 gibt durch 107 dividirt, 2 zum Quotienten, welcher neben $3 + 3z$ geschrieben wurde und 29 zum Reste, welcher unter 243 steht. Ferner gibt $(70 + 84x):29$ zum Quotienten $2 + 2z$, und $12 + 26z$ zum Reste u. s. w. Aus obigen Gründen mußten endlich die Vorzeichen des 2., 4. und 6. Quotienten geändert werden. Als Resultat der ganzen Rechnung folgt sogleich: $x = 243t + t94 + 81z$, $y = 107t - 43 + 34z$, worin t und z willkürliche ganze Zahlen sind.

1. Anmerkung. Auch hier dürfte es vorthailhaft sein, falls eine von den Größen by, cz, du, ev negativ sein sollte, sie vor der Hand wie eine positive zu behandeln, und erst im Resultate das Vorzeichen zu berücksichtigen.

2. Anmerkung. Die hier besprochene Methode kann immer angewendet werden, so oft nur welche zwei immer von den Coefficienten a, b, c, d, e relativ prim sind und es spielen dann die zugehörigen Unbekannten die Rolle von x und y .

8.

Haben je zwei von den Coefficienten der Gleichung $ax = by + cz + du + ev + \dots + f$ einen gemeinschaftlichen Faktor, so kann man die Rechnung auf die obige Weise dennoch so lange fortsetzen, bis man in der Reihenfolge der unter a und b anzuschreibenden Reste zu demjenigen gelangt, der das g. g. M. zwischen a und b vorstellt, und welchen wir r nennen wollen.

Es werde ferner der Ausdruck, welcher durch r zu dividiren wäre, durch $c_1z + d_1u + e_1v + \dots + f_1$ dargestellt, so muß, falls die Gleichung Auflösungen zulassen soll, der Quotient $(c_1z + d_1u + e_1v + \dots + f_1):r$ eine ganze Zahl sein. Dividirt man demnach, so weit es angeht $c_1z + d_1u + e_1v + \dots + f_1$ durch r , und nennt den erhaltenen Quotienten $c_2z + d_2u + e_2v + \dots + f_2$, den zugehörigen Rest aber $\gamma z + \delta u + \epsilon v + \dots + \eta$, so muß auch dieser, durch r dividirt, eine ganze Zahl q geben, so daß man einerseits $(c_1z + d_1u + e_1v + \dots + f_1):r = c_2z + d_2u + e_2v + \dots + f_2 + q$ andererseits $r q = \gamma z + \delta u + \epsilon v + \dots + \eta$ erhält.

Der Quotient $c_2z + d_2u + e_2v + \dots + f_2 + q$ wird dann an die ihm gebührende Stelle angeschrieben, die Größe q aber aus der Gleichung $r q = \gamma z + \delta u + \epsilon v + \dots + \eta$, welche um eine Unbekannte weniger enthält als die gegebene, nach den bisherigen Regeln weiter berechnet. Am Schlusse werden die zuletzt gefundenen Werthe der neu eingeführten Unbekannten für dieselben wo nöthig substituirt. Zur Erläuterung folgt die Auflösung der Gleichung: $935x = 1265y + 1955z + 4301u + 731$.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 935x = 1265y + 1955z + 4301u + 731 & & & & \\
 275 & 330 & 85 & 561 & 71 \\
 & 55 & 30 & 231 & 16 \\
 & & & 11 &
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 4u + 2z \quad (1 \mid +2 + u \quad (2 \mid 0 \quad (1 \mid +1 + 4u + z + q \\
 -6 - 13u - 2z - 4 \quad -5 - 13u - 3z - 3q \quad -1 - 4u - z - q \quad -1 - 4u - z - q
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 A & (55q = 30z + 11u + 16) & 0 & (0 \mid -0 & (1 \mid 0 & (1 \mid +3 + 2u + \psi \\
 C & 25 & 5 & 1 & 1 & -3 - 2u - \psi \quad -6 - 4u - 2\psi \quad -3 - 2u - \psi \quad -3 - 2u - \psi \\
 & 5\psi = u + 1 & & & &
 \end{array}$$

Oberhalb des Querstriches A B ist nämlich die Rechnung so weit geführt, bis das g. g. M. zwischen 935 und 1265, d. i. 55, zum Vorschein kam, und zwar geben $(1955z + 4301u + 731)$ und 1265 durch 935 dividirt, die Quotienten $4u + 2z, 1$, und die Reste $(85z + 561u + 731), 330$.

Ferner geben $(85z + 561u + 731)$ und 935 durch 330 dividirt, die Quotienten $(2 + u), 2$, und die Reste $(85z + 231u + 71), 275$.

Drittens folgen, indem man $85z + 231u + 71$ und 330 durch 275 dividirt, die Quotienten 0, 1 und die Reste $85z + 231u + 71, 55$.

Dividirt man endlich $85z + 231u + 71$ und 275 durch 55, so folgen die Quotienten $1 + 4u + z, 5$, und die Reste $30z + 11u + 16, \text{ und } 0$.

Der letzte Rest 0 zeigt an, daß 55 das g. g. M. zwischen 935 und 1265 ist, und es muß daher, wenn die gegebene Gleichung ganzzahlige Auflösungen geben soll, auch der letzte Rest $30z + 11u + 16$ durch 55 theilbar sein. Nennen wir diesen Quotienten q , so kann man auch sagen: $(85z + 231u + 71) : 55 = 1 + 4u + z + q$, welcher Quotient oben in der letzten Verticalspalte rechts angeschrieben erscheint.

Andererseits ist dann $30z + 11u + 16 = 55q$, welche Gleichung sofort auf dieselbe Art zwischen den Querstrichen A B und C D aufgelöst ist und auf die Endgleichung $5\psi = u + 1$ führt.

Die letzte Gleichung gibt sofort $u = 5\psi - 1$.

Die Gleichung $55q = 30z + 11u + 16$ gibt der obigen Rechnung zu Folge:

$q = -3 - 2u - \psi, z = -6 - 4u - 2\psi$ und die Auflösung der gegebenen Gleichung oberhalb A B ist: $x = -6 - 13u - 2z - 4q, y = -5 - 13u - 3z - 3q$.

Durch gehörige Substitutionen würde man finden:

$u = 5\psi - 1, z = -22\psi - 2, y = 34\psi + 17, x = 23\psi + 15$, in welchen Ausdrücken ψ eine willkürliche ganze Zahl, oder auch 0 bedeutet.

Anmerkung. Sind einige von den Coefficienten $b, c, d \dots$ negativ, so sieht man sie wieder vor der Hand als positiv an, und nimmt dann am Ende der Rechnung den gefundenen Werth der betreffenden Unbekannten mit entgegengesetzten Zeichen. Hierdurch gewinnt man den Vortheil, daß man es im Verlaufe der ganzen Rechnung mit positiven Coefficienten zu thun hat.

9.

Die im vorigen Paragraphen gefundenen Werthe sind noch einer weitern Verallgemeinerung fähig. Denkt man sich nämlich die Gleichung $ax = by + cz + du + ev + \dots + f$ durch das g. g. M. zwischen a und b , welches m heißen mag, dividirt, und setzt Kürze halber $a : m = a^1, b : m = b^1, (cz + du + ev + \dots + f) : m = q$, so folgt $a^1x = b^1y + q$. Sind nun α und β zwei zusammengehörige Auflösungen von x und y , so ergeben sich, wie in §. 5, sogleich die allgemeineren $x = b^1\tau + \alpha, y = a^1\tau + \beta$, wo τ eine willkürliche ganze Zahl oder auch 0 bedeutet.

Es ist am besten, diese Verallgemeinerung noch vor den am Schlusse des vorigen Paragraphes erwähnten Substitutionen vorzunehmen, und man hätte dann im letzten Beispiele: $u = 5\psi - 1, q = 6\chi - 3 - 2u - \psi, z = 11\chi - 6 - 4u - 2\psi, x = 23\tau - 6 - 13u - 2z - 4q, y = 17\tau - 5 - 13u - 3z - 3q$. Substituirt man nun u in q und z , dann u, q, z in x und y , so erhält man: $u = 5\psi - 1, z = 11x - 22\psi - 2, y = 17\tau - 51\chi + 34\psi + 17, x = 23\tau - 46\chi + 23\psi + 15$.

Anmerkung. Sollte man nur die Auflösungen in positiven ganzen Zahlen verlangen, so müßten die Grenzen, zwischen welchen die Willkürlichen τ, χ, ψ zu nehmen sind, auf die bekannte Weise bestimmt werden.

Bestimmung der Dichte des Alkohols

von verschiedenen Concentrations-Graden und bei verschiedenen Temperaturen.

(Ausgeführt im physikalischen Institute. Wien 18⁵⁹/₆₀.)

Vor Erinnerung.

Wenn man eine Maß absoluten Alkohols mit einer Maß Wasser mischt, so hat die Mischung nicht das Volumen = 2 Maß, sondern ein geringeres; es findet eine Contraction Statt: eine längst bekannte Thatsache. Das physikalische Institut stellte sich nun auf Anregung des verstorbenen Professors Grailich die Aufgabe, den Zusammenhang zwischen der Größe der Contraction und dem Werthe des Lichtbrechungs-Index aufzufinden, welcher Zusammenhang einer zukünftigen Molekular-Theorie als ein Grundstein wird dienen können und dienen müssen.

Zu diesem Zwecke waren vor Allem zwei Aufgaben zu lösen:

1. Die Bestimmung der Größe der Contraction bei einem gegebenen Verhältnisse der Bestandtheile der Mischung — welche Bestimmung, wie es scheint, am zuverlässigsten aus der jeweiligen Dichte der Mischung erfolgt;
2. die Bestimmung des Werthes des Lichtbrechungs-Index derselben Mischungen.

Mir fiel die erstere Aufgabe zu. Wenn nun auch die Lösung der zweiten Aufgabe gleichzeitig nicht erfolgte (wegen der Erkrankung und des nachherigen Ablebens des Prof. G.), so veröffentliche ich doch die Resultate dieser mühevollen, zeitraubenden Arbeit aus doppeltem Grunde: 1. Sind wir an genauen Dichtenbestimmungen der Mischungen des Alkohols nicht sehr reich und sind auch fernerhin derlei Bestimmungen wünschenswerth; 2. — und darauf möchte ich vorzüglich den Ton legen — ist derlei Bestimmungen bisher meines Wissens niemals der Nachweis durch Rechnung beigelegt worden, bis zu welcher Stelle die gefundenen Zahlen verlässlich sind. Wenn nun auch in vielen Fällen der Name des Experimentators (wie Desprez, Pierre, Kopp u. a.) eine Garantie für die Verlässlichkeit der Resultate bietet, so würde doch eine Rechnung, welche das Gewicht der durch Beobachtung gewonnenen Zahlen und den wahrscheinlichen Fehler derselben ziffermäßig bestimmt, einen wesentlichen Mangel beseitigen, und jeder solchen Zahl vollen Anspruch auf wissenschaftliche Geltung verschaffen. Oder erscheint der Wunsch nach Beigabe eines solchen Calculs nicht gerechtfertigt, wenn man Angaben über die Dichte des Alkohols bis auf die 10. Decimalstelle und darüber hinaus begegnet, während doch Jedermann weiß, welche Genauigkeit und welche Vorsichten es erfordert, auch nur die 6. Decimalstelle mit Verlässlichkeit zu bestimmen? Welchen wissenschaftlichen Werth haben diese 10 Stellen? Ist nicht vielleicht die 5. schon unrichtig? Es versteht sich, daß daraus kein Vorwurf gegen das Experiment erwächst. Es liegt in der Natur der Sache und unserer Menschlichkeit, daß jede Beobachtung mit Fehlern behaftet ist, und es ist Aufgabe der Rechnung, diese Fehler so weit als möglich zu bestimmen und dadurch unsere Beobachtungen zu vervollständigen. In der Astronomie, in der Feldmessenkunst werden derlei Rechnungen seit Gauß geführt. Es ist eine Forderung der Zeit, daß die Physik hierin nicht zurückbleibe.

Von diesem Gesichtspunkte aus möchte ich die nachfolgende Arbeit betrachtet wissen: sie möge — abweichend von ihrem ursprünglichen Zwecke — als ein freilich nur schwaches Beispiel dienen, in welcher Weise bei Dichtenbestimmungen die Rechnungen über das Gewicht der empirisch gewonnenen Zahlen und deren wahrscheinliche Fehler nach der Methode der kleinsten Quadratsummen durchgeführt werden können.

Die Arbeit zerfällt in vier Theile:

- A. Auseinandersetzung der Methode, die bei der Dichtenbestimmung befolgt wurde.
- B. Angabe der Resultate der Beobachtungen und deren Reduction.
- C. Berechnung der empirisch gewonnenen Zahlen; Angabe des Gewichtes, welches diesen Zahlen beizulegen sei; wahrscheinliche Fehler derselben.
- D. Berechnung der Dichte; Hypothese über das Gesetz, nach welchem die Contraction vor sich geht.

A.

Die Dichte wurde bestimmt mittelst einer genauen und empfindlichen Wage. Die messingenen Gewichte (Grammes) wurden von dem damaligen Assistenten am physikalischen Institute, Herrn Blaserna, geprüft und richtig befunden.

Zur Aufnahme der Flüssigkeit diente ein Pyknometer von nebenstehender Form. An einer Kugel waren zwei Thermometer-Röhren angeschmolzen, welche oben in weitere Röhren ausgingen, die durch luftdicht eingeriebene Glasstöpsel geschlossen werden konnten. Jede der Thermometer-Röhren war mit fünf Theilstrichen versehen, an denen der Stand der Flüssigkeit abgelesen wurde. Als Nullpunkt der Theilung wurde der unterste Strich angenommen.

Dieses Pyknometer zeichnet sich vor dem einhalsigen durch seine leichte Handhabung beim Anfüllen mit einer Flüssigkeit vortheilhaft aus. Während man zur Füllung des Regnault'schen Pyknometers so viel Zeit braucht, daß z. B. concentrirter Alkohol jedenfalls eine beachtenswerthe Menge von Wasserdünsten aus der Atmosphäre an sich zieht, ist das zweihalsige Pyknometer in wenigen Secunden gefüllt.

Die Wägungen wurden vorgenommen mit reinem Wasser, mit circa 25%, 50%, 75% und 100%, d. h. reinem Alkohol. Die genauen Mischungsverhältnisse sind weiter unten bei den Tabellen angegeben.

Das Wasser wurde zwei Mal destillirt.

Der Alkohol wurde so präparirt: Es wurde möglichst reiner und möglichst concentrirter Alkohol genommen, mit schwefelsaurem Kupferoxyd mehrere Tage hindurch entwässert, dann mit Aetzkali behandelt, endlich über Chlorcalcium vorsichtig destillirt. Der so erhaltene Alkohol wurde in einer mit einem luftdicht passenden Stöpsel versehenen Flasche aufbewahrt.

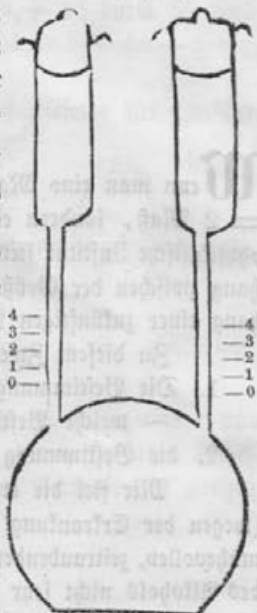
Um Genauigkeit zu erzielen, ist es nothwendig, das Gewicht der abgewogenen Flüssigkeit auf den luftleeren Raum zu reduciren. Um das zu können, muß man das Gewicht des Pyknometers bei der zur Zeit des Versuches herrschenden Temperatur und dem zu eben dieser Zeit statthabenden Barometerstand kennen. Da es aber nicht angeht, das Pyknometer nach jedem Versuche zu leeren, zu trocknen und abzuwägen, so schlug ich den folgenden Weg ein: Ich bestimmte an fünf verschiedenen Tagen bei verschiedenen Temperaturen und verschiedenen Barometerständen das Gewicht des Pyknometers und reducirte selbes auf den luftleeren Raum. Das Mittel der erhaltenen Zahlen gab das Gewicht des Pyknometers im luftleeren Raume. Aus diesem Gewichte ward jedesmal das Gewicht bei der zur Zeit des Versuches herrschenden Temperatur und dem gleichzeitigen Barometerstande gerechnet, letzteres von dem Gesamtgewichte des Pyknometers und der Flüssigkeit abgezogen, und der Rest auf den luftleeren Raum reducirt.

Natürlich müssen auch die (messingenen) Gewichte, deren man sich beim Abwägen bedient, reducirt werden, und zwar auf den luftgefüllten Raum, da es rationell ist, anzunehmen, daß die Gewichte im luftleeren Raume auf die horizontale Unterlage denjenigen Druck ausüben, den ihre Aufschrift anzeigt.

1. Reduction der Gewichte auf den luftgefüllten Raum. Bezeichnet man das Gewicht mit G und die Dichte des Materials (Messing), aus dem es gefertigt ist, bei der Temperatur t mit D_t , dessen cubischen Ausdehnungs-Coefficienten mit m , beßgleichen mit g das Gewicht der Luft von gleichem Volum, mit d_t und α ihre Dichte und ihren Ausdehnungs-Coefficienten, mit D_0 und d_0 die bezüglichen Dichten bei der Temperatur 0° , endlich mit b den reducirten Barometerstand ausgedrückt in Millimetern, so hat man:

$$G : g = D_t : d_t, \quad D_t = \frac{D_0}{1 + m t}$$

$$d_t : d_0 = 1 : 1 + \alpha t; \quad d_t = \frac{b}{760} \cdot \frac{d_0}{1 + \alpha t}$$



Bezeichnet man das Gewicht in der Luft, welches $= G - g$ ist, mit A , so ist:

$$A : G = D_t - d_t : D_t, \quad (5)$$

mithin

$$A = G \left(1 - \frac{b \cdot d_o \cdot 1 + m t}{760 \cdot D_o \cdot 1 + \alpha t} \right) \quad (6)$$

2. Reduction des Gewichtes des abgewogenen Körpers auf den luftleeren Raum. Ist P das Gewicht des Körpers im luftleeren Räume, δ_t dessen Dichte bei der Temperatur t , s dessen kubischer Ausdehnungscoefficient p das Gewicht der Luft von gleichem Volumen, so ist:

$$P : p = \delta_t : d_t$$

$$P - p : P = \delta_t - d_t : \delta_t$$

$$\delta_t = \frac{\delta_o}{1 + s t}$$

Da aber im Zustande des Gleichgewichts der Wage $P - p = A$ ist, so folgt:

$$P = G \left\{ \frac{1 - \frac{b \cdot d_o \cdot 1 + m t}{760 \cdot D_o \cdot 1 + \alpha t}}{1 - \frac{b \cdot d_o \cdot 1 + s t}{760 \cdot \delta_o \cdot 1 + \alpha t}} \right\} = G \left\{ \frac{1 - \frac{b \cdot d_o \cdot 1 + m t}{760 \cdot D_o \cdot 1 + \alpha t}}{1 - \frac{b \cdot d_o \cdot 1 + s t}{760 \cdot D_o \cdot 1 + \alpha t} \cdot \frac{1 + m t}{\delta_o}} \right\} \quad (1)$$

Setzt man

$$\frac{b \cdot d_o}{760 \cdot 1 + \alpha t} = x; \quad \frac{1 + m t}{D_o} = w; \quad \frac{1 + s t}{\delta_o} = v; \quad v - w = \frac{D_o - \delta_o + (D_o s - \delta_o m) t}{D_o \delta_o} = u \quad (2)$$

so geht der Factor von G über in

$$\frac{1 - w x}{1 - v x} = 1 + u x + u v x^2 + u v^2 x^3 + \dots$$

und die Formel für die Reduction des Gewichtes eines Körpers auf den luftleeren Raum geht über in

$$P = G (1 + u x + u v x^2 + \dots) \quad (3)$$

Umgekehrt erhält man für die Reduction des Gewichtes eines Körpers aus dem luftleeren auf den luftgefüllten Raum die nachstehende Formel:

$$G = P (1 - u x - u v x^2 - \dots) \quad (4)$$

Da nun für die Luft $d_o = 0,001293$; $\alpha = 0,00366$;

„ Messing $D_o = 8,5$; $m = 0,000555$;

da ferner im Mittel $b = 745^{mm}$ und $t = 20^\circ C$ ist, so berechnet sich daraus leicht, daß das Glied $u v x^2$ für Körper, deren Dichte $\delta_o > 1$, so klein ausfällt, daß es in die ersten 6 Decimalstellen keine Ziffern liefert. Aber auch für Körper, deren Dichte geringer ist als die des Wassers, ist dieses Glied stets sehr klein, und namentlich für Körper von der Dichte des Alkohols für die gewöhnlichen Temperaturen und Barometerstände bis auf die 6. Decimalstelle constant. Man kann also für alle Fälle bei dem 2. Gliede jener Reihen (3) und (4) stehen bleiben, wenn man nur nicht verabsäumt, wegen Vernachlässigung des Gliedes $u v x^2$ nöthigenfalls die gehörige (innerhalb der gewöhnlichen Grenzen der Unterschiede der Temperaturen und Barometerstände constante) Correctur anzubringen. Dann aber gehen obige Formeln (3) und (4) in die nachfolgenden über:

$$P = G (1 + u x); \text{ und } G = P (1 - u x)$$

und wenn man die Werthe für u und x substituirt:

$$P = G \left[1 + \frac{d_o}{D_o \delta_o} \cdot \frac{b}{760} \cdot \left\{ \frac{(D_o - \delta_o) + (D_o s - \delta_o m) t}{1 + \alpha t} \right\} \right] \quad (5)$$

$$G = P \left[1 - \frac{d_o}{D_o \delta_o} \cdot \frac{b}{760} \cdot \left\{ \frac{(D_o - \delta_o) + (D_o s - \delta_o m) t}{1 + \alpha t} \right\} \right] \quad (6)$$

Nach der Formel (5) wurden die Gewichte des Alkohols auf den luftleeren Raum reducirt.

Für die Reduction des Gewichtes eines Glaskörpers (des Pyknometers) können die Formeln (5) und (6) noch bequemer eingerichtet werden. Multiplicirt man Zähler und Nenner des in der Klammer $\{ \}$ stehenden Bruches mit $1 - \alpha t$, so erhält man:

$$(7) \quad P = G \left[1 + \frac{d_0}{D_0 \delta_0} \cdot \frac{b}{760} \left\{ (D_0 - \delta_0) - (D_0 \lambda - \delta_0 \mu) t \right\} \right]$$

$$(8) \quad G = P \left[1 - \frac{d_0}{D_0 \delta_0} \cdot \frac{b}{760} \left\{ (D_0 - \delta_0) - (D_0 \lambda - \delta_0 \mu) t \right\} \right]$$

Dabei ist $\lambda = \alpha - s$ die Differenz zwischen dem cub. Ausdehnungs- Coefficienten der Luft und des Glases

$$\mu = \alpha - m$$

" " " " " " " " Messings.
Für das Glas wurde $\delta_0 = 2,72$ und $s = 0,000028$ genommen.

Freilich wurden auch hier wieder gewisse Glieder im Zähler und Nenner vernachlässigt. Das weggelassene Glied des Zählers ist zwar so klein, daß es auf die 5. Decimalstelle noch keinen Einfluß übt — und weiter braucht man hier nicht zu gehen, da die empfindlichste Wage bei einer Belastung von circa 60 Grammes auf jeder Wagschale höchstens $\frac{1}{10}$ eines Milligrammes mit Sicherheit angibt — aber durch die Vernachlässigung von $-\alpha^2 t^2$ im Nenner wird ein merklicherer Fehler ΔP begangen. Denn:

$$\Delta P = G \cdot \frac{d_0}{D_0 \delta_0} \cdot \frac{b}{760} \cdot \alpha^2 t^2 \left\{ (D_0 - \delta_0) - (D_0 \lambda - \delta_0 \mu) t \right\}$$

was für das Gewicht des Pyknometers $G = 25,116$ Grammes,

für $t = 20^\circ$, $b = 760$; $\Delta P = + 0,00004$ „

„ $t = 15^\circ$, $b = 730$; $\Delta P = + 0,00002$ „

liefert; allein auch dieser Fehler verschlägt nichts, weil er durch die Reduction auf den luftersfüllten Raum (vermittelt [8]) wieder ausgeglichen wird, da ΔP und ΔG entgegengesetzt bezeichnet und bis auf die 6. Decimalstelle gleich sind.

Die Reduction der Gewichte des reinen Wassers konnte nach den bisher entwickelten Formeln nicht geschehen, weil diesen die Voraussetzung zu Grunde liegt, daß der abgewogene Stoff von Null aufwärts gleichmäßig sich ausdehne, was bei Wasser nicht der Fall ist. Daher muß in (1) $\frac{\delta_0}{1+s t}$ statt $\frac{\delta_0}{1+s t}$ beibehalten werden:

$$P = G \left\{ \frac{1 - \frac{b}{760} \cdot \frac{d_0}{D_0} \cdot \frac{1+m t}{1+\alpha t}}{1 - \frac{b}{760} \cdot \frac{d_0}{\delta_t} \cdot \frac{1}{1+\alpha t}} \right\}$$

oder auch

$$P = G \left[1 + \frac{b}{760} \cdot \frac{d_0}{D_0} \left\{ \frac{D_0}{\delta_t (1+\alpha t)} - \frac{b}{\delta_0 \cdot \frac{b}{760}} \cdot \frac{1+m t}{(1+\alpha t) - \frac{d_0}{\delta_t} \cdot \frac{b}{760}} \right\} \right]$$

Vernachlässigt man im Nenner die kleinen Größen

$d_0 \cdot \frac{b}{760}$ und $\frac{d_0}{\delta_t} \cdot \frac{b}{760}$, so geht die Formel in die nachstehende über:

$$(9) \quad P = G \left[1 + \frac{b}{760} \cdot \frac{d_0}{D_0} \left\{ \frac{D_0 - \delta_t (1+m t)}{\delta_t (1+\alpha t)} \right\} \right]$$

Durch bezeichnete Vernachlässigung begeht man aber den Fehler:

$$\Delta P = + \frac{G \cdot \left(\frac{b}{760}\right)^2 \cdot d_0^2}{\delta_t \cdot (1+\alpha t)^2} \left(\frac{1}{\delta_t} - \frac{1+m t}{D_0} \right)$$

Für $G = 42$, $b = 742$, $t = 15$ und $\delta_t = 1$ erhält man

$$\Delta P = + 0,00005.$$

Dieser Werth zeigt sich für die in den Tabellen I. II. und III. vorkommenden Unterschiede von b und t und für die kleinen Unterschiede von δ_t constant. Es wurde also die Reduction der Gewichte des Wassers Tab. I. II. und III. nach der Formel (9) vorgenommen und zu dem Resultate jedesmal jener constante Fehler addirt. δ_t wurde aus der Stampfer'schen Tabelle entlehnt.

Der Gang der Beobachtungen war nun folgender: Durch einen Vorversuch wurde ermittelt, wie viel von der zu untersuchenden Flüssigkeit in das Pyknometer gebracht werden müsse, damit sich selbe bei der gewünschten Temperatur von 0° oder $3,9^\circ$ oder 10° C zwischen die Theilstriche einstelle. Dann wurde das von außen sorgfältig abgetrocknete Pyknometer abgewogen, und sogleich in gestoßenes Eis oder in ein Wasser-

bad von der Temperatur von $3,9^{\circ}$ oder 10° gebracht, und darin so lange gelassen, bis die im Pyknometer befindliche Flüssigkeit die Temperatur des Bades angenommen hat. Gleichzeitig wurde der Barometerstand und die Temperatur der Luft beobachtet.

Das Eis befand sich in einem thönernen, unten durchlöchernten Gefäße; es konnte also das durch Schmelzung des Eises sich bildende Wasser sogleich abfließen. Auch wurde dafür gesorgt, daß das Eis mit dem Pyknometer stets in unmittelbarer Berührung war. Die Temperatur wurde abgelesen an einem Fastré'schen Thermometer mit willkürlicher Theilung, das am Pyknometer anlag und eine directe Ablesung von $0,16^{\circ}$ C und eine sichere Schätzung von $0,02^{\circ}$ C gestattete. — Die Flüssigkeit sank schnell hinab; selbst, als sie nahe die Temperatur von 0° angenommen hatte, war die Volums-Veränderung von Minute zu Minute leicht kenntlich. Hat sich der Stand der Flüssigkeit während 5—6 Minuten nicht geändert, so wurde angenommen, daß die ganze, im Pyknometer befindliche Masse die Temperatur 0° angenommen habe, und es wurde der Stand der Flüssigkeit notirt.

Schneller als auf 0° , wurde die zu untersuchende Flüssigkeit auf die Temperatur von $3,9^{\circ}$ und 10° gebracht. Ich habe nämlich in diesen Fällen das Bad anfangs unter die gewünschte Temperatur gebracht, um die Temperatur-Differenz zwischen Bad und Pyknometer zu erhöhen. Erst, nachdem sich die Flüssigkeit auf das durch den Vorversuch ermittelte Volum zusammengezogen hatte, wurde die Temperatur von $3,9^{\circ}$ oder 10° genau hergestellt. Das Wasser wurde dabei mittelst eines Glasstabes fortwährend umgerührt, um im ganzen Bade die gleiche Temperatur zu erhalten. Bei dieser Gelegenheit konnte ich beobachten, daß, wenn die Temperatur des Bades auch nur um $\frac{1}{10}^{\circ}$ sich hob oder sank, alsbald auch ein beträchtliches Heben und Sinken der Flüssigkeit im Pyknometer eintrat, was leicht erklärlich ist aus dem Umstande, daß der Rauminhalt der Pyknometerkugel nahe 18,000 Mal größer war, als das zwischen zwei Theilstrichen enthaltene Volum. Es konnte also der untersuchten Flüssigkeit eine bestimmte Temperatur mit großer Genauigkeit ertheilt werden.

Dagegen bot das Ablesen des Standes der Flüssigkeit im Pyknometer große Schwierigkeiten. Die zwischen je zwei auf einander folgenden Theilstrichen enthaltenen Volumina waren ungleich; eine Vergleichung derselben durch Messung nicht gut möglich. Ich war also auf die gegenseitige Abschätzung angewiesen. Das unterste Intervall als Einheit angenommen, wurden von unten hinauf folgende Intervalle geschätzt *):

links	rechts	Mittel aus beiden
1,0	1,0	1,0
1,1	0,9	1,0
0,9	0,95	0,92
1,0	1,0	1,0

Wenn man also las:	so wurde geschrieben:	Werth von $\frac{1}{10}$ zwischen
4	3,92	0,100
3	2,92	0,100
2	1,92	0,092
1	1,00	0,100
0	0,00	

Da es sich bald herausstellte, daß in dem Ablesen des Standes der Flüssigkeit die vorzüglichste Fehlerquelle liege, so wurde auf dieses Ablesen die größte Sorgfalt verwendet. Konnte ich z. B. zwischen 2,2 und 2,3 nicht gut entscheiden, so schrieb ich 2,25 u. s. f. Darum also, wie auch in Folge der angebrachten Correctur wegen der ungleichen Theilung erscheint der Stand der Flüssigkeit in den nachfolgenden Tabellen stets auf zwei Decimalstellen angegeben. Es ergibt sich aber schon aus dem Gesagten, daß die Richtigkeit der zweiten Decimalstelle durchaus nicht verbürgt werden kann; die nachfolgende Rechnung bestätigt dieses. Um ein ganzes Zehntel aber konnte bei der verwendeten Sorgfalt nicht leicht gefehlt werden.

*) Der Sicherheit halber ersuchte ich zwei meiner verehrten Herren Collegen am physikalischen Institute, auch die Schätzung vorzunehmen: sie fanden dieselben Zahlen.

Mit dem Ablesen des Standes der Flüssigkeiten im Pyknometer war eine Beobachtung vollendet. Von dem durch die Wägung erhaltenen Gesamtgewicht wurde das Gewicht des leeren Pyknometers abgezogen, der Rest nach den entwickelten Formeln reducirt. Die Resultate finden sich in den nachstehenden Tabellen.

B.

Tabelle für das Gewicht des leeren Pyknometers.

G	t	b	P	
25,11605	16	757	25,12365	Die erste mit G überschriebene Rubrik enthält die auf der Wage gefundenen Gewichte des leeren Pyknometers, die zweite (t) die gleichzeitige Temperatur der Luft in Centesimalgraden, die dritte (b) den reducirten Barometerstand, die vierte (P) endlich das auf den luftleeren Raum reducirte Gewicht des Pyknometers.
25,11625	17,5	754	25,12380	
25,11620	19	749	25,12365	
25,11610	16	750	25,12363	
25,11620	16	746	25,12369	
Mittel = 25,12368				

In den nachfolgenden 15 Tabellen enthält die erste mit GG bezeichnete Rubrik das Gesamtgewicht des Pyknometers und der Flüssigkeit, wie es mittelst der Wage gefunden wurde, die zweite (t) die Temperatur, die dritte (b) den Barometerstand, die vierte (l) den corrigirten Stand der Flüssigkeit im Pyknometer, die fünfte (G) das Gewicht der Flüssigkeit allein, die sechste (P) das reducirte Gewicht der Flüssigkeit.

a) Pyknometer, gefüllt mit Wasser.

	GG	t	b	l	G	P
I. $t = 0^{\circ}$	66,9486	17	745	4,42	41,83238	41,87653
	66,9474	17	741	4,12	41,83117	41,87508
	66,9456	16	731	3,62	41,82926	41,87272
	66,9409	14	744	3,02	41,82474	41,86918
	66,9382	13	736	2,42	41,82200	41,86619
	66,9378	16	741	2,32	41,82158	41,86563
II. $t = 3,9^{\circ}$	GG	t	b	l	G	P
	66,9380	14	746	0,45	41,82187	41,86655
	66,9374	15	744	0,25	41,82122	41,86559
	66,9372	16,5	741	0,10	41,82096	41,86494
	66,9480	17	740	2,37	41,83173	41,87558
	66,9464	16	741	2,02	41,83016	41,87422
III. $t = 10^{\circ}$	GG	t	b	l	G	P
	66,9449	15	743	2,87	41,82871	41,87303
	66,9444	15	744,5	2,77	41,82823	41,87264
	66,9455	16	739	2,84	41,82924	41,87319
	66,93985	15	754	1,94	41,82377	41,86874

b) Pyknometer, gefüllt mit reinem Alkohol.

Hier wurde für die Reduction der Gewichte auf den luftleeren Raum nach einem vorläufigen Versuche $\delta_0 = 0,809$ und $s = 0,00106$ aus Marbachs Lexikon nach Wunke angenommen. Das Glied $u v x^2$ der Reihe (3) ist für die Tab. IV gleich 0,0000020, für die Tab. V und VI gleich 0,0000019.

	GG	t	b	l	G	P
IV. $t = 0^{\circ}$	58,9560	19	749	0,25	33,83976	33,88587
	58,95475	19	749	-0,08	33,83851	33,88462
	58,9653	19,5	748	2,37	33,84904	33,89506
	58,9636	20	748	1,90	33,84733	33,89330

	G G	t	b	l	G	P
	58,8336	22,5	744	1,83	33,71721	33,76253
V. $t = 3,9^\circ$	58,8326	22,5	744	1,64	33,71621	33,76153
	58,8280	23	742	0,08	33,71158	33,75671
	58,8270	23,6	742	-0,14	33,71056	33,75563

	G G	t	b	l	G	P
	58,6334	24	744	1,40	33,51697	33,56187
	58,6328	24	744	1,18	33,51637	33,56127
VI. $t = 10^\circ$	58,6353	23,7	748,5	1,90	33,51892	33,56412
	58,6353	23,7	748,5	1,90	33,51892	33,56412
	58,6310	24	748	0,85	33,51461	33,55974
	58,6305	24	748	0,67	33,51411	33,55924

Nachdem die Abwägungen des reinen Wassers und des reinen Alkohols geschehen waren, wurde zur Wägung des circa 75 % Alkohols geschritten. Das genaue Mischungsverhältniß, sowie den zur Ermittlung desselben genommenen Gang, erfieht man aus folgenden Angaben: Die Mischung wurde in einem eigenen Ballon vorgenommen, und es ergab sich:

Gewicht des Ballons (leer)	17,1333
" " " sammt Alkohol	53,3498
" " " " und Wasser	65,5861
Es wog sonach	
der Alkohol	36,2165
die Mischung	48,4528

Da zur Zeit dieser Abwägungen $t = 19$, $b = 745$ war, und für diese Mischung $s = 0,001$ und nach einer vorläufigen Bestimmung $\delta_0 = 0,875$ angenommen wurde, so ergab sich weiter:

Reducirtes Gewicht des Alkohols	36,2656
" " der Mischung	48,5129
folglich " des Wassers	12,2473

Es verhielten sich also die Gewichte von

$$\text{Wasser : Alkohol} = 1 : 2,96103$$

oder in 100 Gewichtstheilen der Mischung waren

25,2460 G. T. Wasser

74,7540 " Alkohol

100,0000 " Mischung.

c) Pyknometer, gefüllt mit circa 75 % Alkohol.

	G G	t	b	l	G	P
	61,7038	19	743	-0,87	36,58750	36,63283
	61,7221	20	742	3,55	36,60576	36,65094
VII. $t = 0^\circ$	61,7169	20,6	742	2,34	36,60055	36,64564
	61,7071	19	744	-0,15	36,59081	36,63620
	61,7136	20	744	1,60	36,59729	36,64260

	G G	t	b	l	G	P
	61,5819	21	745	-0,04	36,46556	36,51064
	61,5844	20,5	745	0,90	36,46808	36,51319
VIII. $t = 3,9^\circ$	61,5840	21	745	0,80	36,46766	36,51274
	61,5837	21	746	0,70	36,46738	36,51252
	61,5832	21	746	0,45	36,46688	36,51202

	G G	t	b	l	G	P
	61,3888	21,6	748	2,67	36,27248	36,31743
IX. $t = 10^\circ$	61,3882	22	748	2,50	36,27186	36,31677
	61,3842	22	748	1,40	36,26786	36,31277
	61,3808	22	748	0,45	36,26446	36,30936

Mischungsverhältniß des circa 50% Alkohols
 $t = 22$, $b = 748$. Nach vorläufiger Bestimmung $\delta_0 = 0,9284$, $s = 0,00066$ (für die Temperatur von circa 24°).

Gewicht des Ballons	17,1332
„ „ „ sammt Alkohol	41,7242
„ „ „ „ „ und Wasser	65,2389

Es waꝛ fonach

der Alkohol	24,5910
die Mischung	48,1057
Reducirtes Gewicht des Alkohols	24,6243
" " der Mischung	48,1606
" " des Wassers	23,5363

Within

$$\text{Wasser : Alkohol} = 1 : 1,04623$$

oder in 100 Gewichtstheilen der Mischung waren

48,8704	G. T. Wasser
51,1296	„ Alkohol
100,0000	„ Mischun

d) Pyknometer, gefüllt mit circa 50% Alkohol.

	G G	t	b	l	G	P
	63,9345	24	743	1,82	38,81806	38,86215
	63,9308	24	741	0,90	38,81434	38,85830
X. $t = 0^\circ$	63,9295	24	741	0,55	38,81304	38,85700
	63,9273	24,5	739	-0,02	38,81081	38,85460
	63,9300	25	739	0,65	38,81349	38,85722

	G G	t	b	l	G	P
	63,8107	24	747	1,74	38,69430	38,73849
	63,8101	24	747	1,60	38,69370	38,73789
XI. $t=3,9^{\circ}$	63,8073	25	745,5	0,65	38,69086	38,73483
	63,8067	25	745,5	0,48	38,69026	38,73423
	63,8081	25,5	745	0,82	38,69164	38,73552

	G G	t	b	l	G	P
	63,6359	24	739	2,87	38,51942	38,56293
	63,6358	24	739	2,78	38,51932	38,56283
XII. $t = 10^\circ$	63,6326	24	739	1,92	38,51612	38,55963
	63,6325	23,5	739	1,88	38,51604	38,55960
	63,6281	23	739	0,90	38,51165	38,55526
	63,6246	23	739	0,06	38,50815	38,55176

Mischungsverhältniß des circa 25% Alkohol:

$t = 24$; $b = 748$; nach vorläufiger Bestimmung $\delta_0 = 0,9713$.

Auch hier kann man die Reduction der Gewichte nach der Formel (5) vornehmen, wenn man nur ad hoc den Ausdehnungs-Coefficienten so annimmt, daß die Mischung bei der Temperatur von circa 25° C, bei welcher die Versuche gemacht wurden, durch gleichmäßige Ausdehnung dasselbe Volum annehmen würde, welches sie vermöge der ungleichmäßigen Ausdehnung bei derselben Temperatur wirklich annimmt. Demgemäß stellt sich $s = 0,0005$

Gewicht des Ballons	17,1330
" " " sammt Alkohol	31,2786
" " " " und Wasser	73,1630
Somit	
Gewicht des Alkohols	14,1456
" der Mischung	56,0300
Reducirtes Gewicht des Alkohols	14,1646
" " der Mischung	56,0906
Also " " des Wassers	41,9260

Demnach stellt sich das Gewichtsverhältniß von Wasser und Alkohol, wie

2,95992 : 1,

oder auf 100 Gewichtstheile der Mischung kommen

74,7469 G. T. Wasser,

25,2531 G. T. Alkohol.

100,0000 G. T. Mischung.

c) Pyknometer, gefüllt mit circa 25% Alkohol.

	G G	t	b	l	G	P
	65,8525	24	748	1,27	40,61694	40,66091
XIII. $t = 0^{\circ}$	65,8519	25	748	1,10	40,61631	40,66014
	65,8504	25	748	0,70	40,61481	40,65863
	65,8489	25,5	747,5	0,35	40,61330	40,65704

	G G	t	b	l	G	P
	65,7917	25,5	747,5	1,72	40,55709	40,60077
XIV. $t = 3,9^\circ$	65,7922	25	747	1,90	40,55770	40,60142
	65,7919	25,5	747	1,80	40,55739	40,60105
	65,7889	25,5	747	1,10	40,55439	40,59804

	G G	t	b	l	G	P
	65,6970	25,5	746	3,52	40,46337	40,50686
	65,6931	25,5	746	2,65	40,45947	40,50296
XV. $t = 10^\circ$	65,6888	25,5	746	1,74	40,45517	40,49866
	65,6844	25,5	746	0,80	40,45077	40,49425
	65,6824	25,5	746	0,35	40,44877	40,49225

Die Abwägungen des circa 25% Alkohols sind weniger verläßlich, als die frühern. Es hatte nämlich unmittelbar vor ihrer Vornahme das Pyknometer einen kleinen Sprung bekommen, welcher mit Schellak verklebt wurde. Das Pyknometer wurde nun wieder, vor und nach den Abwägungen mit der Mischung, für sich abgewogen und es zeigte sich eine Gewichts-Differenz von 0,002 Grammes, welche den gemachten Wahrnehmungen gemäß auf die einzelnen (13) Beobachtungen vertheilt wurde. Die Differenz rührte daher, daß durch das oftmalige Abwischen des Pyknometers etwas Schellak weggerieben wurde. Indessen ist die daraus entspringende Ungenauigkeit der angeführten Zahlen sicherlich nicht groß; und da der Fehler kein zufälliger, der Wahrnehmung sich entziehender ist, so nimmt er auf den fernern Verlauf der Rechnung keinen Einfluß; und

diese ist, wie schon bemerkt, für uns Hauptsache. Dort aber, wo es sich nicht um die Methode allein, sondern auch um gewissenhafte Genauigkeit der Zahlen handelt, wird man gut thun, entweder die aus der neuen Fehlerquelle entspringenden Fehler so genau als möglich zu messen und der Rechnung zu unterziehen, oder wenn es nicht angeht, derlei Beobachtungen ganz auszuschneiden.

C.

Heißt Q das Gewicht des Flüssigkeits-Quantums im Pyknometer bis zum Nullpunkt; A das Gewicht der Flüssigkeit zwischen je zwei Theilstrichen; l die Höhe der Flüssigkeitssäulen in den Thermometerröhren des Pyknometers vom Nullpunkte an gezählt; P das gefundene (reducirte) Gewicht der Flüssigkeit; n die Anzahl der Beobachtungen einer Beobachtungsreihe, so hat man:

$$\left. \begin{aligned} Q + A l_1 &= P_1 \\ Q + A l_2 &= P_2 \\ Q + A l_3 &= P_3 \\ \dots &\dots \\ Q + A l_n &= P_n \end{aligned} \right\} \text{ oder } \left. \begin{aligned} Q + A l_1 - P_1 &= 0 \\ Q + A l_2 - P_2 &= 0 \\ Q + A l_3 - P_3 &= 0 \\ \dots &\dots \\ Q + A l_n - P_n &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{worin } l_1 \dots l_n \text{ und } P_1 \dots P_n \text{ die Stände und} \\ \text{Gewichte der Flüssigkeit einer Beobachtungsreihe} \\ \text{bedeuten.} \end{array}$$

Gesetzt nun, die richtigen Werthe von Q und A wären bekannt, so hätten die voranstehenden Gleichungen strenge Geltung nur unter der Voraussetzung, daß beim Beobachten der Größen l und P keine Fehler begangen wurden. Allein eine Beobachtung läuft nie ohne Beobachtungsfehler ab, daher werden obige Differenzen nicht $= 0$ sein, sondern man wird haben:

$$\left. \begin{aligned} Q + A l_1 - P_1 &= v_1 \\ Q + A l_2 - P_2 &= v_2 \\ \dots &\dots \\ Q + A l_n - P_n &= v_n \end{aligned} \right\} \text{ worin } v_1 \dots v_n \text{ gewisse Fehler bedeuten.}$$

Nun sind aber Q und A nicht bekannt; und da uns schlechterdings keine Mittel zu Gebote stehen, die richtigen Werthe dieser Größen zu finden, so müssen wir uns mit den wahrscheinlichst richtigen begnügen. Als die wahrscheinlichst richtigen Werthe von Q und A sind aber bekanntlich diejenigen anzusehen, für welche die Summe der Quadrate der Fehler ein Minimum wird. Es soll also:

$$\sum (Q + A l - P)^2 = \text{Minimum.}$$

Die Summirung wurde, wie das üblich ist, durch $\sum$ angedeutet; sie hat sich auf alle Glieder einer Beobachtungsreihe zu erstrecken.

Dieser Ausdruck liefert, nach bekannten Regeln behandelt, zwei Gleichungen, aus denen die Werthe von Q und A zu ziehen sind. Differentirt man ihn nämlich einmal partiell nach Q , ein andermal partiell nach A , setzt die Differential-Quotienten $= 0$, löset endlich die Gleichungen nach Q und A auf, so findet man

$$(10) \quad \begin{aligned} Q &= \frac{\sum P \cdot \sum (l^2) - \sum P l \cdot \sum l}{n \cdot \sum (l^2) - (\sum l)^2} \\ A &= \frac{n \cdot \sum P l - \sum P \cdot \sum l}{n \cdot \sum (l^2) - (\sum l)^2} \end{aligned}$$

Mittels dieser so gefundenen Werthe von Q und A und der beobachteten Stände l kann man das jedesmalige Gewicht der Flüssigkeit berechnen und durch Vergleichung desselben mit dem beobachteten Gewichte die begangenen Fehler ermitteln, was auch später geschehen wird. Zuerst müssen wir einige Formeln anführen über die wahrscheinlichen Fehler und das Gewicht (den Werth), das (den) man den Beobachtungen beizulegen hat.

Die Wahrscheinlichkeit w , ein bei einer Beobachtung begangener Fehler v liege zwischen $-a$ und $+a$, sei also seinem absoluten Werthe nach nicht größer als a , wird ausgedrückt durch:

$$w = \frac{H}{\sqrt{\pi}} \int_{-a}^{+a} e^{-H^2 v^2} dv = \frac{2H}{\sqrt{\pi}} \int_0^a e^{-H^2 v^2} dv \quad (*)$$

*) Ueber die Ableitung dieser, sowie der nachfolgenden Formeln bis (16) siehe Dienger's „Ausgleichung der Beobachtungsfehler.“ Braunschweig, 1857.

a) Pyknometer, gefüllt mit Wasser.

$n = 6$; $\Sigma P = 251,22533$; $\Sigma l = 19,92$; $(\Sigma l)^2 = 396,8064$; $\Sigma (l^2) = 69,9744$; $\Sigma Pl = 834,0882036$.
 $Q = 41,85350$; $A = 0,0052365$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000000997$
	4,42	41,87653	41,87665	+ 0,00012	$R = 0,0001065$
	4,12	41,87508	41,87508	00	
I. $t = 0^\circ$	3,62	41,87272	41,87246	— 26	$G_0 = 0,33$; $R_0 = 0,000185$
	3,02	41,86918	41,86931	+ 13	
	2,42	41,86619	41,86617	— 02	$G_A = 3,8$; $R_A = 0,000054$
	2,32	41,86563	41,86565	+ 02	

$n = 5$; $\Sigma P = 209,34688$; $\Sigma l = 5,19$; $(\Sigma l)^2 = 26,9361$; $\Sigma (l^2) = 9,9723$; $\Sigma Pl = 217,3238880$.
 $Q = 41,864434$; $A = 0,0047603$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000000455$
	0,45	41,86655	41,86657	+ 0,00002	$R = 0,000083$
	0,25	41,86559	41,86562	+ 03	
II. $t = 3,9^\circ$	0,10	41,86494	41,86491	— 03	$G_0 = 2,3$; $R_0 = 0,000055$
	2,37	41,87558	41,87570	+ 12	
	2,02	41,87422	41,87405	— 17	$G_A = 4,6$; $R_A = 0,000039$

$n = 4$; $\Sigma P = 167,48760$; $\Sigma l = 10,42$; $(\Sigma l)^2 = 108,5764$; $\Sigma (l^2) = 27,7390$; $\Sigma Pl = 436,3080241$.
 $Q = 41,859525$; $A = 0,0047506$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000000474$
	2,87	41,87303	41,87316	+ 0,00013	$R = 0,000111$
	2,77	41,87264	41,87268	+ 04	
III. $t = 10^\circ$	2,84	41,87319	41,87302	— 17	$G_0 = 0,1$; $R_0 = 0,000380$
	1,94	41,86874	41,86874	00	$G_A = 0,6$; $R_A = 0,000144$

b) Pyknometer, gefüllt mit reinem Alkohol.

$n = 4$; $\Sigma P = 135,55885$; $\Sigma l = 4,44$; $(\Sigma l)^2 = 19,7136$; $\Sigma (l^2) = 9,2958$; $\Sigma Pl = 150,4892601$.
 $Q = 33,88490$; $A = 0,0043359$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000000534$
	0,25	33,88587	33,88598	+ 0,00011	$R = 0,000110$
	-0,08	33,88462	33,88456	— 06	
IV. $t = 0^\circ$	2,37	33,89506	33,89517	+ 11	$G_0 = 1,9$; $R_0 = 0,000080$
	1,90	33,89330	33,89314	— 16	$G_A = 4,4$; $R_A = 0,000053$

$n = 4$; $\Sigma P = 135,03640$; $\Sigma l = 3,41$; $(\Sigma l)^2 = 11,6281$; $\Sigma (l^2) = 6,0645$; $\Sigma Pl = 115,1290877$.
 $Q = 33,75625$; $A = 0,0033434$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000001203$
	1,83	33,76253	33,76237	— 0,00016	$R = 0,000165$
	1,64	33,76153	33,76172	+ 19	
V. $t = 3,9^\circ$	0,08	33,75671	33,75652	— 19	$G_0 = 2,1$; $R_0 = 0,000115$
	-0,14	33,75563	33,75578	+ 15	$G_A = 3,2$; $R_A = 0,000093$

$n = 6$; $\Sigma P = 201,37036$; $\Sigma l = 7,90$; $(\Sigma l)^2 = 62,4100$; $\Sigma (l^2) = 11,7438$; $\Sigma Pl = 265,1430424$.
 $Q = 33,55643$; $A = 0,004026$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000000755$ $R = 0,000093$
VI. $t = 10^\circ$	1,40	33,56187	33,56207	+ 0,00020	
	1,18	33,56127	33,56118	— 09	
	1,90	33,56412	33,56408	— 04	$G_Q = 0,7$; $R_Q = 0,000112$
	1,90	33,56412	33,56408	— 04	
	0,85	33,55974	33,55985	+ 11	$G_A = 1,3$; $R_A = 0,000080$
	0,67	33,55924	33,55913	— 11	

c) Pyknometer, gefüllt mit circa 75% Alkohol.

$n = 5$; $\Sigma P = 183,20821$; $\Sigma l = 6,47$; $(\Sigma l)^2 = 41,8609$; $\Sigma (l^2) = 21,4175$; $\Sigma Pl = 237,123802$.
 $Q = 36,63645$; $A = 0,0040151$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000003074$ $R = 0,000216$
VII. $t = 0^\circ$	-0,87	36,63283	36,63295	+ 0,00012	
	3,55	36,65094	36,65070	— 24	
	2,34	36,64564	36,64584	+ 20	$G_Q = 3,0$; $R_Q = 0,000124$
	-0,15	36,63620	36,63585	— 35	
	1,60	36,64260	36,64287	+ 27	$G_A = 13,0$; $R_A = 0,000060$

$n = 5$; $\Sigma P = 182,56111$; $\Sigma l = 2,81$; $(\Sigma l)^2 = 7,8961$; $\Sigma (l^2) = 2,1441$; $\Sigma Pl = 102,6008104$.
 $Q = 36,51076$; $A = 0,0025963$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000000302$ $R = 0,000068$
VIII. $t = 3,9^\circ$	-0,04	36,51064	36,51066	+ 0,00002	
	0,90	36,51319	36,51310	— 09	
	0,80	36,51274	36,51284	+ 10	$G_Q = 1,3$; $R_Q = 0,000059$
	0,70	36,51252	36,51258	+ 06	
	0,45	36,51202	36,51193	— 09	$G_A = 0,6$; $R_A = 0,000090$

$n = 4$; $\Sigma P = 145,25633$; $\Sigma l = 7,02$; $(\Sigma l)^2 = 49,2804$; $\Sigma (l^2) = 15,5414$; $\Sigma Pl = 254,9365531$;
 $Q = 36,30771$; $A = 0,0036302$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000000018$ $R = 0,000020$
IX. $t = 10^\circ$	2,67	36,31743	36,31740	— 0,00003	
	2,50	36,31677	36,31679	+ 2	$G_Q = 0,8$; $R_Q = 0,000022$
	1,40	36,31277	36,31279	+ 2	
	0,45	36,30936	36,30935	— 1	$G_A = 3,2$; $R_A = 0,000011$

d) Pyknometer, gefüllt mit circa 50% Alkohol.

$n = 5$; $\Sigma P = 194,28927$; $\Sigma l = 3,9$; $(\Sigma l)^2 = 15,21$; $\Sigma (l^2) = 4,8478$; $\Sigma Pl = 151,5530340$.
 $Q = 38,85466$; $A = 0,0040998$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000000224$ $R = 0,000058$
X. $t = 0^\circ$	1,82	38,86215	38,86212	— 0,00003	
	0,90	38,85830	38,85835	+ 05	
	0,55	38,85700	38,85691	— 09	$G_Q = 1,9$; $R_Q = 0,000043$
	-0,02	38,85460	38,85457	— 03	
	0,65	38,85722	38,85732	+ 10	$G_A = 1,8$; $R_A = 0,000043$

$n = 5$; $\Sigma P = 193,68096$; $\Sigma l = 5,29$; $(\Sigma l)^2 = 27,9841$; $\Sigma (l^2) = 6,9129$; $\Sigma Pl = 204,9187929$.
 $Q = 38,732705$; $A = 0,0032956$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000000267$ $R = 0,000064$
XI. $t = 3,9^\circ$	1,74	38,73849	38,73844	— 0,00005	
	1,60	38,73789	38,73798	+ 09	
	0,65	38,73483	38,73485	+ 02	$G_Q = 1,0$; $R_Q = 0,000065$
	0,48	38,73423	38,73429	+ 06	
	0,82	38,73552	38,73541	— 11	$G_A = 1,3$; $R_A = 0,000056$

$n = 6$; $\Sigma P = 231,35201$; $\Sigma l = 10,41$; $(\Sigma l)^2 = 108,3681$; $\Sigma (l^2) = 23,9997$; $\Sigma Pl = 401,4196537$.
 $Q = 38,55169$; $A = 0,0040278$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000002864$ $R = 0,0001805$
XII. $t = 10^\circ$	2,87	38,56293	38,56324	+ 0,00031	
	2,78	38,56283	38,56288	+ 05	
	1,92	38,55963	38,55942	— 21	$G_Q = 1,5$; $R_Q = 0,000148$
	1,88	38,55960	38,55926	— 34	
	0,90	38,55526	38,55531	+ 05	$G_A = 5,9$; $R_A = 0,000074$
	0,06	38,55176	38,55192	+ 16	

e) Pyknometer, gefüllt mit circa 25% Alkohol.

$n = 4$; $\Sigma P = 162,63672$; $\Sigma l = 3,42$; $(\Sigma l)^2 = 11,6964$; $\Sigma (l^2) = 3,4354$; $\Sigma Pl = 139,0565147$.
 $Q = 40,65564$; $A = 0,0041445$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000000132$ $R = 0,0000548$
XIII. $t = 0^\circ$	1,27	40,66091	40,66090	— 0,00001	
	1,10	40,66014	40,66019	+ 5	
	0,70	40,65863	40,65854	— 9	$G_Q = 0,6$; $R_Q = 0,000071$
	0,35	40,65704	40,65709	+ 5	$G_A = 0,5$; $R_A = 0,000077$

$n = 4$; $\Sigma P = 162,40128$; $\Sigma l = 6,52$; $(\Sigma l)^2 = 42,5104$; $\Sigma (l^2) = 11,0184$; $\Sigma Pl = 264,7157564$.
 $Q = 40,59335$; $A = 0,0042733$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000000078$ $R = 0,000042$
XIV. $t = 3,9^\circ$	1,72	40,60077	40,60070	— 0,00007	
	1,90	40,60142	40,60147	+ 5	
	1,80	40,60105	40,60105	0	$G_Q = 0,14$; $R_Q = 0,000112$
	1,10	40,59804	40,59806	+ 2	$G_A = 0,4$; $R_A = 0,000067$

$n = 5$; $\Sigma P = 202,49498$; $\Sigma l = 9,06$; $(\Sigma l)^2 = 82,0836$; $\Sigma (l^2) = 23,2030$; $\Sigma Pl = 366,9523471$.
 $Q = 40,49060$; $A = 0,0046334$.

	l	P beobachtet	P berechnet	v	$\Sigma(v^2) = 0,0000000123$ $R = 0,000043$
XV. $t = 10^\circ$	3,52	40,50686	40,50691	+ 0,00005	
	2,65	40,50296	40,50288	— 8	
	1,74	40,49866	40,49866	0	$G_Q = 1,5$; $R_Q = 0,000036$
	0,80	40,49425	40,49430	+ 5	
	0,35	40,49225	40,49222	— 3	$G_A = 6,8$; $R_A = 0,000017$

Wirft man einen Blick auf die voranstehenden Tafeln, so wird man gewahr, daß die Q und A genannten Zahlen sehr verschiedene Gewichte haben. Zahlen, aus denen man wichtige Folgerungen zu ziehen beabsichtigt, sollen ein möglichst großes und ein möglichst gleiches Gewicht haben.

D.

Da man, um die Dichte der Mischungen zu erhalten, die absoluten Gewichte gleicher Volumina zu vergleichen hat, das Pyknometer aber bei verschiedenen Temperaturen selbst verschiedene Volumina hat, so ist es nöthig, aus den Q genannten Gewichten diejenigen zu berechnen, die man erhalten würde, wenn das Pyknometer constant das Volum behauptete, welches es bei der Temperatur von $3,9^\circ \text{C}$ hat (denn man bezieht die Dichte der Körper auf Wasser bei seiner größten Dichtigkeit). Da hier die Gewichte den Volumen direct proportional sind, so findet man mittelst einfacher Proportionen leicht folgende Werthe:

1) Destillirtes Wasser. Percent-Gehalt an Alkohol $p_1 = 0$.

$$\begin{aligned} t = 0 & ; Q = 41,85807; \left\{ \begin{array}{l} G_Q = 0,3 \\ G_Q = 2,3 \\ G_Q = 0,1 \end{array} \right\} = g_1 \\ t = 3,9 & ; Q = 41,86443; \\ t = 10 & ; Q = 41,85238; \end{aligned}$$

2) Circa 25% Alkohol. Genau: Percent-Gehalt an Alkohol $p_2 = 0,252531$.

$$\begin{aligned} t = 0 & ; Q = 40,66008; \left\{ \begin{array}{l} G_Q = 0,6 \\ G_Q = 0,14 \\ G_Q = 1,5 \end{array} \right\} = g_2 \\ t = 3,9 & ; Q = 40,59335; \\ t = 10 & ; Q = 40,48369; \end{aligned}$$

3) Circa 50% Alkohol. Genau: $p_3 = 0,511296$.

$$\begin{aligned} t = 0 & ; Q = 38,85890; \left\{ \begin{array}{l} G_Q = 1,9 \\ G_Q = 1,0 \\ G_Q = 1,5 \end{array} \right\} = g_3 \\ t = 3,9 & ; Q = 38,73271; \\ t = 10 & ; Q = 38,54511; \end{aligned}$$

4) Circa 75% Alkohol. Genau: $p_4 = 0,747540$.

$$\begin{aligned} t = 0 & ; Q = 36,64045; \left\{ \begin{array}{l} G_Q = 3,0 \\ G_Q = 1,3 \\ G_Q = 0,8 \end{array} \right\} = g_4 \\ t = 3,9 & ; Q = 36,51076; \\ t = 10 & ; Q = 36,30151; \end{aligned}$$

5) Reiner Alkohol. $p_5 = 1$.

$$\begin{aligned} t = 0 & ; Q = 33,88860; \left\{ \begin{array}{l} G_Q = 1,9 \\ G_Q = 2,1 \\ G_Q = 0,7 \end{array} \right\} = g_5 \\ t = 3,9 & ; Q = 33,75625; \\ t = 10 & ; Q = 33,55070; \end{aligned}$$

Aus den voranstehenden Zahlen ersieht man, daß das Gewicht Q eines unveränderlichen Volums der Mischung desto kleiner wird, je größer der Gehalt p der Mischung an Alkohol. Es ist also Q von p abhängig. mit andern Worten: Q ist eine Function von p . Wäre uns diese Function

$$Q = F(p)$$

sowohl ihrer Form nach, als den darin vorkommenden Constanten bekannt, so könnten wir aus derselben für beliebige Werthe von p die entsprechenden Werthe von Q rechnen, und es müßten für die obigen Werthe $p = p_1, \dots, p_5$ die empirisch bekannt gewordenen Werthe von Q für eine und dieselbe Temperatur resultiren. Nachdem aber $F(p)$ nicht einmal der Form nach bekannt ist, so ist man in Bezug auf dieselbe auf die freie Wahl angewiesen. Man wählt in derlei Fällen gewöhnlich die Reihenform aus leicht begreiflichen Gründen. Da man nämlich aus der Natur der Größe, welche die Function vorstellt, weiß, daß selbe zwischen gewissen Grenzen endlich und stetig sein muß, so wird sie nach dem Mac-Laurin'schen Satze entwickelbar, also in Reihenform darstellbar sein. Ist überdies die Variable, nach deren aufsteigenden Potenzen die Reihe geordnet ist, ein echter Bruch, so kann man die höheren Potenzen derselben als sehr klein in der Regel außer Acht lassen und sich mit einigen Gliedern der Reihe begnügen. So ist es von unserer Function $F(p)$ evident, daß sie

zwischen den Grenzen $p = 0$ und $p = 1$ endlich und stetig sei; selbst von ihren zwei ersten Ableitungen läßt sich das behaupten. Wenn wir uns daher mit den drei ersten Gliedern der Reihe begnügen, so können wir setzen:

$$Q = F(p) = A_0 + A_1 p + A_2 p^2.$$

Nach dieser Interpolations-Formel kann man die Werthe von Q für beliebige (zwischen 0 und 1 gelegene) Werthe von p (anderer Werthe ist p nicht fähig) rechnen, indem man zuerst die Coefficienten: A_0, A_1, A_2 aus den empirisch bekannt gewordenen Werthen von Q für gegebene Werthe von p nach der Methode der kleinsten Quadratsummen bestimmt.

Durch ein Raisonnement, ähnlich dem unter C angestellten, findet man leicht, daß diejenigen Werthe von A_0, A_1, A_2 die wahrscheinlichst richtigen sind, für welche der Ausdruck:

$$\sum \{ g (A_0 + A_1 p + A_2 p^2 - Q)^2 \}$$

ein Minimum wird. Hierin bedeutet g das Gewicht von Q ; die Summirung hat sich auf alle Glieder einer Beobachtungsreihe zu erstrecken.

Differentiirt man diesen Ausdruck partiell nach A_0, A_1 und A_2 , setzt jeden der Differential-Quotienten $= 0$, so erhält man zur Bestimmung der genannten Coefficienten nachstehende Gleichungen:

$$(17) \quad \begin{aligned} A_0 \cdot \sum g + A_1 \cdot \sum gp + A_2 \cdot \sum gp^2 &= \sum g Q \\ A_0 \cdot \sum gp + A_1 \cdot \sum gp^2 + A_2 \cdot \sum gp^3 &= \sum gp Q \\ A_0 \cdot \sum gp^2 + A_1 \cdot \sum gp^3 + A_2 \cdot \sum gp^4 &= \sum gp^2 Q \end{aligned}$$

Sollte nun $F(p)$ für die aus (17) sich ergebenden Werthe von A_0, A_1, A_2 Werthe von Q liefern, die von den durch die Beobachtung gegebenen um Größen abweichen, die innerhalb der Grenzen des wahrscheinlichen Fehlers liegen, so könnte dieß als Beweis gelten, daß die Function $F(p)$ richtig gewählt sei, und man könnte darnach interpoliren; wenn nicht, so müßte man in $F(p)$ zu höheren Potenzen aufsteigen, oder gar hiefür eine andere Form wählen.

Schon ein flüchtiger Anblick der Gleichungen (17) belehrt uns, daß die Horizontal- und Verticalreihen der Coefficienten gleich sind, eine Eigenthümlichkeit, der man in der Analysis sehr oft, bei Gleichungen, die nach der Methode der kleinsten Quadrate gebildet sind, immer begegnet. Die allgemeine Auflösung der Gleichungen (17) ist eine höchst einfache. Sie erfolgt nach jener bekannten analytisch-combinatorischen Methode, welche Cramer zuerst angegeben hat *). Die Auswerthung jedoch in specielle Zahlen führt zu obstrusen, sehr zeitraubenden Rechnungen. Und da überdieß A_0, A_1, A_2 von der Temperatur abhängig sind, so ist die Rechnung für jede Temperatur extra zu führen.

Ohne hier diese Rechnungen durchführen zu wollen, führen wir nur diejenigen Dichten an, die sich aus den schon angegebenen Zahlen ergeben:

I. Temperatur: $t = 0^\circ \text{ C.}$

Gehalt an Alkohol.	Dichte.	Wahrsch. Fehler.
$p_1 = 0$	$D = 0,9998480$	$r = 0,0000046$
$p_2 = 0,252531$	$D = 0,9712320$	$r = 0,0000021$
$p_3 = 0,511296$	$D = 0,9282080$	$r = 0,0000016$
$p_4 = 0,747540$	$D = 0,8752167$	$r = 0,0000032$
$p_5 = 1$	$D = 0,8094842$	$r = 0,0000022$

*) Ueber diese Auflösungs-Methode siehe die Note zur Poggendorff'schen Schrift: „Ueber die Theorie des Größten und Kleinsten.“ Aus den naturwissenschaftlichen Abhandlungen herausgegeben von Häubinger. 2. Band. 1. Theil, S. 111. Ich bemerke bei dieser Gelegenheit, daß die Lagrange'sche Auflösungs-Methode, wiewohl minder elegant als die Cramer'sche, von dem praktischen Rechner denn doch vorgezogen werden dürfte, wenngleich auch sie genug zu rechnen gibt. Ich habe obige Gleichungen nach letzterer Methode aufgelöst, aber leider hierbei einen Rechnungsfehler begangen, was bei solchen Rechnungen schwer zu vermeiden ist.

II. Temperatur: = 3,9° C.

Gehalt an Alkohol.	Dichte.	Wahrsch. Fehler.
$p_1 = 0$	$D = 1,0000000$	
$p_2 = 0,252531$	$D = 0,9696380$	$r = 0,0000030$
$p_3 = 0,511296$	$D = 0,9251936$	$r = 20$
$p_4 = 0,747540$	$D = 0,8721188$	$r = 18$
$p_5 = 1$	$D = 0,8063230$	$r = 29$

III. Temperatur: $t = 10^{\circ}$ C.

$p_1 = 0$	$D = 0,9997120$	$r = 0,0000092$
$p_2 = 0,252531$	$D = 0,9670187$	$r = 15$
$p_3 = 0,511296$	$D = 0,9207125$	$r = 37$
$p_4 = 0,747540$	$D = 0,8671206$	$r = 13$
$p_5 = 1$	$D = 0,8014130$	$r = 29$

Nach bekannten Autoren ist die Dichte des Wassers:

	Nach Stampfer, aus Fesler's Physik ent- nommen.	Nach Fallström, Pogg. Ann. Bd. 1. p. 168. Jahrg. 1824.	Nach Muntz, Gehler's Physik. Lrr. Bd. 4. p. 1491.
für $t = 0^{\circ}$	$D = 0,999882$	$D = 0,999892$	$D = 0,999889$
" $t = 10^{\circ}$	$D = 0,999737$	$D = 0,999782$	$D = 0,999722$

Wie man sieht, weichen unsere Bestimmungen von den zuletzt angeführten wenig ab, trotzdem die Gewichte der von uns gefundenen Zahlen, die sich auf Wasser von der Temperatur 0° und 10° beziehen, — wie aus den sub D, 1) bis 5) angeführten Zahlen erhellen, — unter allen übrigen die geringsten, die dieß-
bezüglichen Dichten also gerade am wenigsten verlässlich sind.

Aus der Dichte der Mischung von bekanntem Concentrations-Grade kann man die jeweilige Größe der Contraction bestimmen. Sind u und v die Volumina von Wasser und Alkohol, die mit einander gemischt wurden, so ist, wie schon bemerkt, das Volum V der Mischung nicht gleich $u + v$, sondern $V < u + v$. Grailich hat zur Bestimmung von V die folgende Form vorgeschlagen *):

$$V = u + v - Auv,$$

worin A eine symmetrische Function von u und v sein soll. Da hiedurch V selbst nach u und v symmetrisch ausfällt, so müßte, wenn man 40 Volumina Wasser mit 60 Vol. Alkohol, oder 60 Vol. Wasser mit 40 Vol. Alkohol mengt, in beiden Fällen die Mischung dasselbe Volum haben. Dem widerspricht die Erfahrung. Die obige Formel ist demnach nicht geeignet, das Volum der Mischung zu liefern.

Um zu einer brauchbaren Formel zu gelangen, bedenke man Folgendes: Mischt man q Gewichtseinheiten Wasser mit p Gewichtseinheiten Alkohol, so müßte, wenn keine Contraction eintrete, das Volum V_1 die Mischung sein:

$$V_1 = u \left(q + \frac{p}{\delta} \right) = \frac{u}{\delta} (p + \delta q). \quad (18)$$

Darin bedeutet u das Volum einer Gewichtseinheit des Wassers und δ die Dichte des Alkohols. Die Dichte der Mischung wäre aber in diesem Falle:

$$D_1 = \frac{q + \frac{p}{\delta}}{q + \frac{p}{\delta}} = \delta \frac{p + q}{p + \delta q}. \quad (19)$$

Nun tritt aber eine Contraction ein, d. h. das Volum der Mischung ist kleiner, also die Dichte derselben größer, als diese aus den voranstehenden Formeln sich ergeben. Wenn also s einen echten Bruch bedeutet, so wird das Volum V der Mischung sein:

$$V = \frac{s u}{\delta} (p + \delta q) \quad (20)$$

und die Dichte derselben

$$D = \frac{\delta}{s} \cdot \frac{p + q}{p + \delta q}. \quad (21)$$

*) Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien. 25. Bd. p. 515.

Natürlich ist ε von dem Mischungsverhältnisse

$$n = \frac{p}{p+q}$$

abhängig, und es fragt sich nur noch, was für eine Function von n die Größe ε sein müsse, damit die Formeln (20) und (21) die durch die Beobachtung sich ergebenden Werthe von V und D getreu wiedergeben. Offenbar müßte man, um irgend verlässliche Anhaltspunkte zur Lösung dieser schwierigen Frage zu haben, die Werthe der Function:

$$\varepsilon = f(n)$$

für bestimmte und möglichst viele Werthe von n kennen, d. h. man müßte die Dichte der Mischungen (Gl. 21) von gegebenem Alkoholgehalte genau kennen, welche Kenntniß zunächst von möglichst genauen Versuchen, sodann von der Auflösung der Gleichungen (17) oder ähnlicher Gleichungen abhängt. Indessen auch ohne diese Kenntniß läßt sich über einiges mit Bestimmtheit aussagen. Aus den Gleichungen (20) und (21) ist nämlich ersichtlich, daß

$$f(0) = f(1) = 1,$$

daß hingegen für

$$0 < n < 1, \\ f(n) < 1$$

sein müsse. Man hat sich also nur nach solchen Functionen umzusehen, welche den genannten Bedingungen entsprechen. Ohne Zweifel lassen sich viele solche Functionen angeben. Die Gauß'sche Π -Function z. B. ist gleich eine solche; und es wäre näher zu untersuchen, ob

$$\varepsilon = f(n) = [\Pi(n)]^a$$

sei, wobei auch der Exponent a zu bestimmen wäre. Für diese Function spricht ferner der schwerwiegende Umstand, daß dieselbe *) für

$$n = 0,4616321$$

ein Minimum ($= 0,8856024$) wird, während für nahe denselben Werth von n die Contraction ein Maximum erreicht. Rudberg fand nämlich das Maximum der Contraction für

$$n = 0,4625$$

ein Werth, dessen Abweichung von dem obigen gewiß durch Beobachtungsfehler erklärt werden kann, so lange nicht genauere Versuche vorliegen. Auch ich habe durch eine beiläufige Rechnung für das Maximum der Contraction nahe jenen Werth von n erhalten. Hingegen scheint ein anderer Umstand gegen die Π -Function zu sprechen. Unser ε verliert nämlich für negative, sowie für solche Werthe von n , die größer sind als $+1$, jeglichen Sinn. Dieser Umstand würde dadurch einen passenden mathematischen Ausdruck finden, daß die Function

$$\varepsilon = f(n)$$

für besagte Werthe von n imaginär würde. Die Π -Function wird aber nicht imaginär. — Indessen a priori läßt sich die Sache nicht entscheiden, und es muß abgewartet werden, bis möglichst genaue und umfassende Versuche eine sichere Basis zu Folgerungen bieten.

Versteht man nun unter Contraction den Quotienten:

$$C = \frac{V_1 - V}{V_1}$$

(81) so ist, wie aus den Gleichungen (18) und (20) leicht ersichtlich ist:

$$C = 1 - \varepsilon$$

also die Contraction ein Maximum, wenn ε ein Minimum ist. Einige Physiker verstehen unter Contraction den Quotienten

$$(82) \quad \frac{D}{D_1} = \frac{1}{\varepsilon} = C'$$

Auch hier wird C' ein Maximum, wenn ε ein Minimum. Doch halten wir diese Definition des Begriffes „Contraction“ für keine sehr glückliche; denn tritt keine Contraction ein, so ist $D = D_1$, mithin $C' = 1$. Keine Contraction, d. i. die Contraction Null wäre demnach mit 1 zu bezeichnen, was mindestens nicht passend erscheint.

(83) Ich schließe hier ab, mit dem Ausdrucke des aufrichtigsten Dankes gegen den Director des physikalischen Institutes, Herrn Regierungsrath A. Ritter v. Ettingshausen, welcher mir in humaner Weise nicht nur jede Unterstützung angedeihen ließ, sondern auch speciell die Mittel zur vorliegenden Arbeit mit seltener Liberalität zur Verfügung stellte.

Laibach, am Frohnleichnamsfeste 1863.

Dr. Zindler.

*) Commentationes societatis regiae Gottingensis recent. Vol. II 1812: Disquisitiones generales circa seriem etc. auctore Gauss.

Schul-Nachrichten.

I.

Der Lehrkörper.

- Ph. Dr. Heinrich Mitteis**, Director, lehrte Physik und Mathematik in VIII. 4 Stunden wöchentlich.
- Valentin Konschegg**, Vorstand der I. a. Classe, lehrte Latein und Deutsch in I. a., Slovenisch in VI. V. a. und I. a. 17 Stunden wöchentlich.
- Carl Grünewald**, Vorstand der III. a. Classe, lehrte Latein in III. a. und II. b. 14 Stunden wöchentlich.
- Carl Melzer**, Vorstand der I. b. Classe, lehrte Latein in I. b., Slovenisch in I. b. und IV., Geschichte und Geographie in IV. und VIII. 18 Stunden wöchentlich.
- Ignaz Hönig** lehrte Geschichte und Geographie in VII. V. b. III. b. II. b. I. b. und Deutsch in I. b. 18 Stunden wöchentlich.
- Ph. Cand. Adolf Weichselmann**, Vorstand der VIII. Classe, lehrte Griechisch, Deutsch und philosophische Propädeutik in VIII. Mathematik in I. a. und I. b. 16 Stunden wöchentlich.
- Ph. Dr. Josef Nejedli** lehrte Mathematik in VII. VI. V. a., philosophische Propädeutik in VII., Deutsch in V. a. und IV. 18 Stunden wöchentlich.
- Jacob Smolej**, Vorstand der VI. Classe, lehrte Latein in VI. und IV., Griechisch in VI. 17 Stunden wöchentlich.
- Johann Vávru**, Vorstand der VII. Classe, lehrte Latein und Griechisch in VII., Slovenisch in III. a. und III. b., Deutsch in III. b. 16 Stunden wöchentlich.
- Benedict Knapp**, Vorstand der II. a. Classe, lehrte Latein in VIII. und II. a., Deutsch in II. a. 16 Stunden wöchentlich.
- Theol. Dr. Johann Gogala**, Weltpriester, lehrte die Religion in VIII. VII. VI. V. a. und V. b. 11 Stunden wöchentlich, und hielt die sonn- und feiertägigen Exhorten für's Obergymnasium.
- Josef Marn**, Weltpriester, lehrte die Religion in IV. III. a. III. b. II. a. II. b. I. a. und I. b., Slovenisch in VIII. und VII. 18 Stunden wöchentlich, und hielt die sonn- und feiertägigen Exhorten für's Untergymnasium.
- Ph. Dr. Mathias Wretschko** lehrte Naturgeschichte in VI. V. a. V. b. III. a. III. b. II. a. II. b. I. a. und I. b. 18 Stunden wöchentlich.
- Franz Kandernal**, Vorstand der V. a. Classe, lehrte Latein in V. a., Griechisch in V. a. und III. a. 16 Stunden wöchentlich.
- Ph. Dr. Carl Ahn**, Vorstand der V. b. Classe, lehrte Latein, Griechisch und Deutsch in V. b., Deutsch in VII. 16 Stunden wöchentlich.
- Johann Nassl** lehrte Geschichte in VI. V. a. III. a. I. a., Deutsch in VI. III. a. 18 Stunden wöchentlich.
- Blasius Hrovath**, Supplent, Vorstand der III. b. Classe, lehrte Latein in III. b., Griechisch in III. b. und IV., Slovenisch in V. b. 17 Stunden wöchentlich.
- Leopold Ritter v. Gariboldi**, Supplent, Vorstand der II. b. Classe, lehrte Geschichte und Geographie in II. b., Mathematik und Slovenisch in II. a. und II. b., Deutsch in II. b. 16 Stunden wöchentlich.
- Ph. Dr. Johann Zindler**, Supplent, Vorstand der IV. Classe, lehrte Physik in VI. IV., Mathematik in V. b. IV. III. a. III. b. 19 Stunden wöchentlich.

Gymnasial-Diener: Anton Franzl.

II.

Freie Lehrgegenstände.

1. Erziehungskunde, 2 Stunden wöchentlich für 4 Theologen und 36 Schüler der VIII. Classe, unentgeltlich.
Johann Polnkar, Professor der Pastoral-Theologie.
2. Stenographie, vom 13. November 1862 bis 18. April 1863, durch 2 Stunden wöchentlich für 16 Zuhörer, unentgeltlich.
Wilhelm Ritter v. Freitsch, t. t. Bergcommissär.
3. Italienische Sprache, in drei Abtheilungen durch 6 Stunden wöchentlich für 37 Obergymnasial-Schüler, unentgeltlich.
Peter Petrucci, jubil. t. t. Gymnasial-Lehrer.
4. Französische Sprache, in zwei Abtheilungen durch 3 Stunden wöchentlich für 12 Obergymnasial-Schüler, unentgeltlich.
Peter Petrucci.
5. Landwirthschaftslehre, durch 3 Stunden wöchentlich für 7 Obergymnasial-Schüler, unentgeltlich.
Dr. Heinrich Mitteis.
6. Praktische Botanik, im Sommer-Semester durch 2 Stunden wöchentlich für 50 Gymnasial-Schüler, unentgeltlich.
Andreas Fleischmann, botan. Gärtner.
7. Calligraphie, durch 2 Stunden wöchentlich für 50 Unterghymnasial-Schüler, unentgeltlich.
Michael Putre, t. t. Muster-Hauptschul-Lehrer.
8. Geometrisches Zeichnen, durch 2 Stunden wöchentlich für 16 Gymnasial-Schüler, unentgeltlich.
Emil Ziakowsky, suppl. Realschul-Lehrer.
9. Freihand-Zeichnen, durch 2 Stunden wöchentlich für 68 Gymnasial-Schüler, unentgeltlich.
Bis Ende März **Joachim Oblak**, t. t. Realschul-Lehrer.
Vom April angefangen **Johann Borovský**.
10. Gesangsunterricht, in drei Abtheilungen durch 6 Stunden wöchentlich für 84 Gymnasial-Schüler, unentgeltlich.
Jgnaz Hönig.
11. Gymnastik, im Sommer-Semester durch 6 Stunden wöchentlich für 144 Gymnasial-Schüler, unentgeltlich.
Johann Bávri.

III.

Andachtsübungen.

Das Schuljahr wurde am 1. October mit einem heil. Geistamte eröffnet, das erste Semester am 14. Febr., das zweite am 31. Juli mit einem feierlichen Dankamte geschlossen.

Der sonn- und feiertägige Gottesdienst sammt Erbauungsreden und österlichen Exercitien wurde für die Obergymnasial-Schüler in der Deutsch-Ritter-Ordenskirche, für die Unterghymnasial-Schüler in der Ursulinen-Ordenskirche, der wochentägige Gottesdienst für alle Gymnasial-Schüler in der Domkirche abgehalten; nur in der strengsten Winterszeit wurde letzterer für einige Wochen unterbrochen.

Den Kirchengesang besorgten in der deutschen Ritter-Ordenskirche, unter der Leitung des Schülers der 8. Classe, Anton Trepav, die Schüler der 8. Classe: Brezovar, Cegnar, Hafner, Kuralt, Novak, Raunika, Wencais, Zentrich; in der Ursulinenkirche, unter der Leitung des Professors Hönig, mehrere Schüler der 5. Classe und mehrere Unterghymnasial-Schüler; beim wochentägigen Gottesdienste in der Domkirche wechselten beide Sängerschöre mit einander ab.

An den Witt-Tagen und dem heil. Frohnleichnamsfeste wohnten sämtliche Schüler den feierlichen Umgängen bei, sowie dieselben auch zum fünfmaligen würdigen Empfange der hl. Sacramente der Buße und des Altars angeleitet wurden.

Ueberdies wurde am 21. Juni in der Ursulinenkirche das Fest des heil. Aloisius durch ein solennes Hochamt nebst Predigt, welches der Hochw. Herr Canonicus und fürstbischöfl. Ordinariats-Commissär Th. Dr. Joh. Chrysost. Pogazhar zu celebriren die besondere Gewogenheit hatte, und wobei mehreren Gymnasial-Schülern, darunter einigen nach vorausgegangener, vom Religionslehrer Josef Marn geleiteter Vorbereitung zum ersten Male das allerheiligste Altarsacrament gespendet wurde, festlich begangen. Am Vortage, d. i. am 20. Juni und am Tage selbst, wurde jedesmal Abends um 7 Uhr eine feierliche Litanei und Segen abgehalten.

IV.

Unterstützung dürftiger Studirenden.**a) Stipendien.**

Im abgelaufenen Schuljahre bezogen 81 Stifflinge	5457 fl. 34 $\frac{3}{4}$ fr.
Hiezu die Engelmann'sche Stiftung pr.	18 " 90 "
und die Freiherr v. Codelli'sche Stiftung pr.	25 " 20 "
Zusammen	5501 fl. 44$\frac{3}{4}$ fr.

b) Das Collegium Aloisianum.

Dieses vom Hochseeligen Herrn Fürstbischofe Anton Alois Wolf im J. 1846 gegründete Convict, dessen Erhaltungskosten theils aus den Interessen des Gründungs-Capitals, theils durch Beiträge des hochw. Diöcesan-Clerus u. bestritten werden, zählte am Schlusse des Schuljahres 51 Zöglinge, welche das l. f. Gymnasium besuchten.

Die Leitung dieses Institutes ist dem hochwürdigen fürstbischöflichen Ehegerichtsrathe und Religionslehrer des Obergymnasiums, Herrn Theol. Dr. Johann Gogala, anvertraut, dem die hochwürdigen Herren Johann Gnesda und Thomas Supan als Präfecte zur Seite stehen.

c) Gymnasial-Unterstützungsfond.

Der mit Beginn des Schuljahres 1856 gegründete Unterstützungsfond für dürftige Schüler des Laibacher Gymnasiums hat auch während des Schuljahres 1863 eine wohlthätige Wirksamkeit entfaltet, welche aus nachstehender Rechnung ersichtlich ist:

A. Einnahmen	Defl. W.		B. Ausgaben	Defl. W.	
	fl.	fr.		fl.	fr.
Activ-Rest vom 31. Juli 1862	1394	52	In Folge mehrerer, in den monatlichen Conferenzen gefaßten Beschlüsse des Lehrkörpers wurden an dürftige Schüler aller 12 Classen vertheilt	172	—
Für 16 Zeugniß-Duplicate	16	—	Aus Anlaß des Festes des heil. Aloisius aus gegeben	9	—
Vom Herrn Georg Lercher, Buchhändler	10	—			
" " Professor Metzger	10	—			
" " Dr. Bretschko	10	—			
" " Dr. Mitteis	10	—			
Ganzjährige Interessen von 2 Metalliques-Obligationen à 100 fl.	9	88			
Ganzjährige Interessen von einer Grundentlastungs-Obligation pr. 500 fl.	24	70			
1 $\frac{1}{2}$ jährige Interessen der Obligation pr. 400 fl. vom Metelko'schen Legate	29	76 $\frac{1}{2}$			
Aus dem Nachlasse der Frau Maria Paulin durch Herrn Michael Sebenig	4	43			
Beiträge der Gymnasial-Schüler	45	39			
Zusammen	1564	68$\frac{1}{2}$		181	—

A. Summe der Einnahmen 1564 fl. 68 $\frac{1}{2}$ fr.

B. Summe der Ausgaben 181 " — "

C. Empfangenrest 1383 fl. 68 $\frac{1}{2}$ fr.

d) Privat-Unterstützung.

Sowie bisher erfreuten sich auch während des Schuljahres 1863 arme, gefittete Schüler des Laibacher Gymnasiums im hiesigen Diöcesan-Priesterhause, in den Conventen der hochwürdigen P. P. Franziskaner und W. W. F. F. Ursulinerinnen und bei vielen Privatfamilien edelmüthiger, reichlicher Unterstützung.

Besondere Erwähnung und Dankagung verdient die hochherzige Spende von 50 Gulden öst. W., welche der Hof- und Gerichtsadvocat Herr Dr. Oskar Ponkratz am 30. Juli 1862 dem Berichterstatter zur Vertheilung an dürftige und einer Unterstützung würdige Gymnasial-Schüler übersendete, um denselben die Reise in die Heimat zu erleichtern, sowie von 10 Exemplaren des Leitfadens für den geographischen Unterricht von Professor Dr. V. F. Kun, welche der Herr Verfasser ebenfalls zur Vertheilung an dürftige Gymnasial-Schüler der Direction übermittelte.

Der Berichterstatter erfüllt eine angenehme Pflicht, indem er im Namen der unterstützten Schüler dieser Lehranstalt allen P. T. Wohlthätern und Gönnern derselben hienmit den verbindlichsten Dank ausspricht.

V.

Unterrichtsgeld.

Das eingehobene Schulgeld betrug im 1. Semester von 349 Schülern . . . 2198 fl. 70 fr. öst. W.

„ „ „ „ 2. „ „ 257 „ . . . 1619 „ 10 „ „

Zusammen . . . 3817 fl. 80 fr. öst. W.

Von der Zahlung des Unterrichtsgeldes waren im 1. Semester . . . 297 Schüler befreit.

„ „ „ „ 2. „ „ 360 „ „ „

VI.

Statistik des Gymnasiums.

Classe	Zahl der eingetretenen Schüler		Verblieben am Schlusse des Jahres		Darunter sind			
	öffentliche	Privatisten	öffentliche	Privatisten	Katholiken	Slovenen	Deutsche	Italiener
VIII.	56	—	55	—		52	3	—
VII.	49	—	47	—		40	7	—
VI.	47	—	44	—		40	4	—
V. a.	57	—	55	—		52	3	—
V. b.	50	—	44	—		38	5	1
IV.	67	—	64	—		57	6	1
III. a.	48	2	46	1		40	7	—
III. b.	41	4	41	4		37	8	—
II. a.	40	—	39	—		37	2	—
II. b.	46	4	42	4		40	6	—
I. a.	70	8	64	7		67	4	—
I. b.	65	4	57	3		55	5	—
Zusammen . .	636	22	598	19		555	60	2

Zahl der Schüler am Schlusse des Jahres 1862: 673.

1863: 617.

Daher ergibt sich eine Abnahme um . . . 56.

VII.

Lehrmittel des Gymnasiums.

1) Die k. k. öffentliche Studien-Bibliothek mit einer jährlichen Dotation von 525 fl., welche sowohl dem Lehrkörper als auch den Gymnasial-Schülern unter den gesetzlichen Vorschriften zu Gebote steht, enthielt am Schlusse des Schuljahres 1862: 35,719 Bände, 2637 Hefte, 932 Blätter, 429 Manuscripte, 126 Landkarten in 236 Blättern und 8 Pläne in 32 Blättern. — K. k. Bibliothekar: Herr Michael Kastelitz.

2) Die Gymnasial-Bibliothek, unter der Aufsicht der Professoren Adolf Weichselmann und Carl Melzer, erhielt im Laufe des Schuljahres 1863 folgenden Zuwachs:

a) An Geschenken sind ihr zugekommen:

Vom hohen k. k. Staatsministerium: Tafeln zur Statistik der österr. Monarchie, I. und II. Band à 9 Hefte; III. Bd. 3. 9. Heft; IV. Bd. 2. Heft. International Exhibition, 1862. Official Catalogue. Die Colonie Victoria in Australien.

Von der hohen k. k. Landesregierung für Krain: Landes-Regierungsblatt für das Herzogthum Krain. 1862 und 1863. I. — VI.

Von der k. k. geologischen Reichsanstalt: Jahrbuch der geologischen Reichsanstalt, 1861/1862. XII. 4. und 1863. XIII. 1.

Vom k. k. Schulbücher-Verlage in Wien: Katalog 1863.

Von der hydrographischen Anstalt der k. k. Marine in Triest: Reise der österr. Fregatte Novara um die Erde.

Von der „Matice Ilirska“ und durch Herrn Professor Macun aus Agram: 14 Werke.

Vom Herrn k. k. Hütten-Verwalter Martin Glavacki: 1 Werk.

Vom Herrn Dr. Bojska: 7 Werke.

Vom Herrn k. k. Professor Peter Petruzzi: 8 Werke.

Vom Herrn Josef Belovit: 1 Werk.

Vom Herrn k. k. Professor Ritter v. Gariboldi: 3 Werke.

Vom Herrn k. k. Professor Lindner in Cilli: 2 Werke.

Von den Abiturienten (1862) Hoffer und Murmahr: 14 Werke.

Von den Schülern der V. Classe, Kuralt und Demšar: je 1 Werk.

Von dem Gymnasial-Schuldiener Herrn Franzl: 1 Werk.

Ferner: 4 Vorleseordnungen österr. Universitäten.

76 Programme österr. Gymnasien.

15 " " Realschulen.

145 " " preussischer Lehranstalten.

9 Classen-Verzeichnisse von den Hauptschulen in Krain.

b) Aus den Aufnahmestagen pr. 254 fl. 10 kr. wurden angeschafft:

α. Fortsetzung katholischer Jugendschriften: Lang's neues Hausbuch IX. 4—6, X.; Jugendblätter von Isabella Braun, 1862. 9—12, 1863; Haus- und Familienbuch, 1862 und 1863; Natur und Offenbarung VIII. 6—12, IX.; Sonntagsfreuden 1863, u. f. w.

β. Horaz's Episteln von Döderlein; Ovid's Metamorphosen von Haupt; Virgil von Süpfle; Schult's Aufgaben für die mittlern Classen; Hultsch griechische Metrologie; Curtius griechische Etymologie in 2 Bänden; Tacit. Agricola ed Wex.; Tacit. von Ripperden, u. f. w.

γ. Dösterreich. Gymnasial-Zeitschrift 1863; Zeitschrift für Realschulen und Gymnasien 1863; Ufala von Stamm. Bauer, neuhochdeutsche Grammatik; Weinhold, mittelhochdeutsches Lesebuch, u. f. w.

δ. Cvetje; Bambas Formbildung der slavischen Sprache, 2. Thl. u. f. w.

ε. Petermann, geographische Mittheilungen 1862. 6—12, 1863; Globus 1862, 18—36, 1863; Aus der Natur: Neue Folge, VIII.—XI.; Schöppner's Charakterbilder I. u. f. w.

7. Pollak, Sammlung arithmetischer und algebraischer Aufgaben; Haberl, Aufgaben-Sammlung aus der analytischen Geometrie; Lindner, Lehrbuch der Logik und Psychologie, u. s. w.

Am Schlusse des Schuljahres 1862 enthielt die Gymnasial-Bibliothek:

a. 1562 Werke — 1907 Bände und 550 Hefte.

Zuwachs 1863: 109 „ — 290 „ „ 214 „

Am Schlusse des Schuljahres 1863: 1671 Werke — 2197 Bände und 764 Hefte.

β. 1243 österr. Programme; 1360 preuß. Progr.; 40 Vorleseordnungen.

Zuwachs 1863: 91 „ „ 145 „ „ 4 „

Am Schlusse des Schuljahres 1863: 1334 österr. Programme; 1505 preuß. Progr.; 44 Vorleseordnungen.

Zusammen: 2883 Stück,

die gleich den Büchern catalogisirt und behandelt werden, und zu denen genaue Fachcataloge angelegt sind.

An geographischen Lehrmitteln enthält die Gymnasial-Bibliothek am Schlusse des Schuljahres 1863:

3 Globen, 4 Relief-Karten, 19 Atlanten, 141 Wandkarten.

3) Das physikalische Cabinet, unter der Leitung des Berichterstatters, mit einer jährlichen Dotation von 210 fl., erhielt folgenden Zuwachs:

1 Streichmagnet mit 3 Lamellen und 15 Pfd. Tragkraft.

1 Ruhmkorff's Inductions-Apparat.

5 Geißler'sche Röhren.

4) Das naturhistorisch-landwirthschaftliche Cabinet, unter der Leitung des Professors Dr. M. Bretschko, mit einer jährlichen Dotation von 136 fl. 50 kr., erhielt nachstehenden Zuwachs:

a) Durch Ankauf: Eine Sammlung von 62 Stücken durchaus schön krystallisirter Mineralien; 60 verschiedene Species aus den Abtheilungen der Fische, Crustaceen, Mollusken und Radiaten, sowie ein Froschskelet. Ein Theil davon wurde der Anstalt von dem durchreisenden Naturalien-Cabinetbesitzer Herrn H. Platov um das Eintrittsgeld der Gymnasial-Schüler überlassen. 1 *Lacerta viridis* aus Dalmatien, 1 *Proteus anguineus*, 1 *Sepia officinalis*, 1 Krokodilherz, Alles im Spiritus aufbewahrt. Hartinger's Giftpflanzen sammt Text von Niksch; botanische Zeitung von Mohl und Schlechtendal, Jahrgang 1863.

b) Ferner wurden aus der anatomischen Sammlung der ehemaligen chirurgischen Lehranstalt 12 verschiedene Präparate, darunter insbesondere das Gehörorgan, den Kehlkopf, den Schädel und die Extremitäten des Menschen betreffende, vom gegenwärtigen Director des hiesigen Civil-Spitals, Herrn I. k. Professor Dr. Alois Valenta, der Anstalt als Geschenk überlassen, wofür hiermit der gebührende Dank ausgesprochen wird.

c) Endlich hat Professor Dr. Bretschko durch 30 im Spiritus aufbewahrte Objecte, theils Präparate, theils Thiere aus den Classen der Reptilien, Fische und Insecten die zoologische Sammlung vermehrt.

5) Der botanische Garten, mit einer Dotation jährlicher 420 fl., welcher unter Aufsicht der Gymnasial-Direction von dem botanischen Gärtner Andreas Fleischmann verwaltet wird.

6) Das Landes-Museum mit reichhaltigen Sammlungen.

7) Die Turn-Apparate, unter Aufsicht des Professors J. Bärn, durch Beiträge der an den gymnastischen Uebungen theilnehmenden Schüler angeschafft.

VIII.

Wichtigere Verordnungen der hohen Unterrichtsbehörden.

1) Mit h. Staatsministerial-Erlasse vom 12. August 1862, Z. 7292/518 E. U., und h. Landesregierungs-Erlasse vom 3. Sept. 1862, Z. 11.829, werden Weisungen über die Art und Weise mitgetheilt, wie künftighin die Bücher-Anschaffungen in der k. k. Studien-Bibliothek vorzunehmen sind.

2) Mit h. Landesregierungs-Erlasse vom 20. October 1862, Z. 14.577, wird die eifrige und erspriessliche Thätigkeit, welche der gesammte Lehrkörper im Schuljahre 1862 bewiesen hat, lobend anerkannt.

3) Mit h. Staatsminist.-Erlasse vom 20. October 1862, Z. ¹¹³²⁷/₇₁₅ E. U., und h. Landesregier.-Erlasse vom 7. Nov. 1862, Z. 15.301, wird der in slovenischer Sprache verfaßte „Katekizem, ali kersanski katoliški nauk“ von Anton Lesar für die hierländigen k. k. Gymnasien zulässig erklärt.

4) Mit h. Staatsminist.-Erlasse vom 21. Nov. 1862, Z. ⁴⁷⁹⁸/₈₃ E. U., und Landesregier.-Erlasse vom 9. Dec. 1862, Z. 16.775, wird die Errichtung einer Prüfungs-Commission in Wien für Bewerber um die Concession zur Errichtung von Privat-Musik-Lehranstalten und für Candidaten eines Musik-Lehramtes an einer öffentlichen Unterrichts-Anstalt angezeigt.

5) Mit h. Staatsminist.-Erlasse vom 14. Febr. 1861, Z. ¹⁵⁵⁵/₁₁₂ E. U., und h. Landesregier.-Erlasse vom 22. Dec. 1862, Z. 17.474, werden Weisungen bezüglich der Entlehnung von Büchern aus öffentlichen Bibliotheken ertheilt.

6) Mit h. Landesregier.-Erlasse vom 3. Febr. 1863, Z. 1215, wird die Einsendung von 169 Exemplaren des heurigen Laibacher Gymnasial-Programmes zur Vertheilung an die königl. preussischen Mittelschulen angeordnet.

7) Mit h. Staatsminist.-Erlasse vom 20. Jänner 1863, Z. 525 E. U., und h. Landesregier.-Erlasse vom 11. Febr. 1863, Z. 1787, wird die in Folge der k. h. Entschließung Sr. k. k. Apostol. Majestät vom 13. Jänner 1863 angeordnete Vervollständigung der Grazer Universität mit Beginn des Schuljahres 1864 bekannt gemacht.

8) Mit h. Staatsminist.-Erlasse vom 29. April 1863, Z. ⁴²⁴³/₂₁₆ E. U., und h. Landesregier.-Erlasse vom 8. Mai 1863, Z. 5815, wird die Einsendung von 30 Exmpl. des heurigen Laibacher Gymnasial-Programmes zur Vertheilung an die königl. bairischen Gymnasien gegen Austausch der dortigen Gymnasial-Programme angeordnet.

9) Mit h. Staatsminist.-Erlasse vom 7. Mai 1863, Z. ⁴⁷⁵⁴/₂₃₂ E. U., und h. Landesregier.-Erlasse vom 4. Juni 1863, Z. 7033, wird der Fortbestand der vier Parallel-Classen und die Errichtung einer fünften Parallel-Class am Laibacher Gymnasium für das Schuljahr 1864 genehmigt.

10) Mit h. Landesregier.-Erlasse vom 6. Juni 1863, Z. 5964, werden Weisungen bezüglich der Einhebung der Prüfungstage bei akatholischen Privat-Schülern ertheilt.

11) Mit k. h. Entschließung vom 21. Febr. 1863 und h. Staatsminist.-Erlasse vom 28. Mai 1863, Z. 5223 E. U., wird das Schulgeld, vom Schuljahre 1864 angefangen, auf 18 Gulden 90 Kreuzer erhöht und die Gymnasial-Direction ermächtigt, von den Privat-Schülern eine Prüfungstage von 12 Gulden öst. W. für jedes Semester einzuhoben.

IX.

Chronik des Gymnasiums.

Im Stande des Lehrkörpers traten seit Schluß des vorigen Schuljahres 1862 mehrfache Veränderungen ein. Der würdige Senior dieser Lehranstalt, Professor Peter Petruzzi, welcher seit dem Jahre 1831 ununterbrochen an diesem Gymnasium stets mit regem Eifer, aufrichtiger Liebe zur Jugend und zu seinem Lehramte gewirkt hatte, wurde mit h. Staatsminist.-Erlasse vom 31. Juli 1862, Z. ⁷⁶⁸¹/₄₀₃ E. U., nach 39jähriger Dienstleistung, unter Anerkennung seiner eifrigen und ersprießlichen Wirksamkeit, in den bleibenden Ruhestand versetzt. Da derselbe jedoch den italienischen und französischen Sprachunterricht in diesem Schuljahre noch ertheilte, so schied er noch nicht gänzlich aus dem Verbande dieser Lehranstalt.

Mit demselben h. Staatsminist.-Erlasse wurde der provisorische Director des Krainburger Unterghymnasiums, Valentin Konsegg, über sein Ansuchen auf den von ihm früher eingenommenen Lehrposten am hiesigen Gymnasium zurückversetzt, und an die Stelle desselben der am hiesigen Gymnasium in Verwendung gestandene Gymnasial-Professor Laurenz Kroh zum provisorischen Director des Krainburger Unterghymnasiums ernannt.

Auf Grund desselben h. Erlasses wurde der Gymnasial-Professor Dr. Franz Meßmer aus Gesundheits-Rücksichten an das Marburger Gymnasium in gleicher Eigenschaft übersetzt, die disponiblen Gymnasial-Professoren Dr. Erasmus Schwab von Kaschau und Dr. Josef Joh. Rejedi von Leutschau an das Laibacher Gymnasium in definitiver Eigenschaft übersetzt, und die disponiblen Gymnasial-Professoren Dr. Carl Ahn von Pest und Johann Nafel von Schemnitz zur zeitlichen Verwendung zugewiesen.

In Folge dieser hochortigen Verfügung wurden die supplirenden Lehrer Josef Deloviz und Heinrich Pirker ihrer Dienstleistung an dieser Lehranstalt mit Ende August 1862 enthoben.

Nachdem jedoch der für das Laibacher Gymnasium ernannte Professor Dr. Erasmus Schwab auf diesen Posten verzichtet hatte, wurde an seiner Stelle der disponible Professor des Preßburger Gymnasiums, Ignaz König, mit h. Staatsminist.-Erlasse vom 31. August 1862, Z. 7981/403 C. M., zum wirklichen Gymnasial-Professor in Laibach ernannt.

Mit A. h. Entschließung Sr. k. k. Apostol. Majestät vom 20. Nov. 1862 wurde der Berichterstatter zum wirklichen Director dieser Lehranstalt ernannt.

Mit h. L.-R.-E. vom 29. October 1862, Z. 15.189, wurde die Bestellung des approbirten Gymnasial-Lehramts-Candidaten Dr. Johann Zindler zum supplirenden Lehrer am Laibacher Gymnasium genehmigt.

Am 28. Juli 1862 wohnte der Lehrkörper dem feierlichen Todtenamte für den am 22. Juli 1862 zu Karlsbad in Böhmen verstorbenen, von der Bevölkerung Krain's tief betrauernten k. k. Landeschef, P. T. Herrn Dr. Carl Ullepitsch Edlen v. Krainfelds, bei.

Am 18. August und 4. October, als den Tagen des Allerhöchsten Geburts- und Namensfestes Sr. k. k. Apostol. Majestät des Kaisers, nahm der Gymnasial-Lehrkörper an der um 10 Uhr in der Domkirche abgehaltenen kirchlichen Feierlichkeit freudigen Antheil, um von Gott für den allgeliebten Monarchen Heil und Segen zu erflehen.

Ebenso betheiligte sich der Lehrkörper an der gottesdienstlichen Feier, welche am 26. Febr. durch Abhaltung eines von Sr. fürstbischöflichen Gnaden dem Hochwürdigsten Herrn Theol. Dr. Bartholomäus Widmer celebrirten Hochamtes am Jahrestage der Allerhöchst verliehenen Verfassung begangen wurde.

Am 2. November bezeugte der Gymnasial-Lehrkörper dem neu ernannten k. k. Statthalter, Sr. Excellenz dem Hochgeborenen Herrn Johann Freiherrn v. Schloßnigg, seine Ehrfurcht.

Der Hochw. Herr Probst, k. k. Schulrath und Gymnasial-Inspector Theol. Dr. Anton Farg beehrte das Gymnasium im Laufe des Schuljahres zu wiederholten Malen mit seinem Besuche, und am 17. Jänner, als dem Tage seines Namensfestes, brachte ihm der Lehrkörper seine ehrfurchtsvollen Glückwünsche dar.

Schließlich erfüllt der Berichterstatter eine traurige Pflicht, indem er das in diesem Schuljahre erfolgte Ableben zweier Schulmänner verzeichnet, welche durch besondere Wohlthaten um die hiesige Gymnasial-Jugend sich verdient gemacht haben.

Am 5. März 1863 begleitete die gesammte Gymnasial-Jugend, geführt von ihren Professoren, die entseelte Hülle des am 3. März d. J. verstorbenen Ritters des Franz-Josef-Ordens, Ehrenomherrn, k. k. Schulrathes und emerit. Normalschul-Directors etc., Herrn Johann Nep. Schläfer, welcher als Obervorsteher der krain. Sparcasse zu wiederholten Malen namhafte Geldbeträge dem Gymnasial-Unterstützungsfonde zugewendet hatte, zur letzten Ruhestätte.

Am 17. März d. J. entriß der Tod der studirenden Jugend einen edlen Wohlthäter und frühern Lehrer, dem Lehrkörper einen geachteten ehemaligen Collegien, den jubil. k. k. Gymn. Katecheten, Weltpriester Herrn Josef Globočnik.

Derselbe war am 18. März 1796 zu Birkbach in Krain geboren, absolvirte im J. 1821 die theologischen Studien in Laibach, wurde nach mehrjähriger Dienstleistung theils als Supplent an dem hiesigen Gymnasium, theils als Katechet an den Hauptschulen in Idria und Laibach, mit h. Studien-Hofcommissions-Decrete vom 6. Dec. 1828, Z. 6430, zum Religionslehrer am Laibacher Gymnasium ernannt, in welcher Stellung er bis zu seiner mit h. A.-M.-Erlasse vom 15. August 1854, Z. 11.480, erfolgten Pensionirung verblieb. Durch äußerste Sparsamkeit und Mäßigkeit gelang es ihm, trotzdem er bei Lebzeiten stets, so viel er konnte, arme Studenten reichlich unterstützte, ein kleines Vermögen zu sammeln, aus welchem er drei Studentenstiftungen gründete. Seine ungemeine Wohlthätigkeit, sein tief religiöser Sinn sichern ihm ein bleibendes Andenken in den Herzen seiner vielen, dankbaren Schüler. Am 20. März d. J. erwies ihm das Gymnasium durch Begleitung zur letzten Ruhestätte die letzte Ehre.

X.

P r ü f u n g e n .

a) Die Aufnahms-, Nachtrags- und Wiederholungs-Prüfungen wurden in den letzten Tagen des Monats September 1862 abgehalten.

b) Die mündliche und schriftliche Privatistenprüfung für's I. Semester am 11. und 12. Februar, für's II. Semester am 15. und 16. Juli.

c) Die Versetzprüfungen schriftlich Ende Juni, mündlich vom 30. Juni bis 14. Juli.

d) Am Schlusse des I. Semesters unterzog sich ein externer Candidat der Maturitätsprüfung und erhielt ein Zeugniß der Reife für die Universität mit Auszeichnung.

e) Die schriftliche Maturitätsprüfung, welcher sich von 55 Schülern der VIII. Classe 48 unterzogen, am 22., 23., 24., 25. und 26. Juni; für die mündliche sind die Tage vom 3. bis 7. August bestimmt worden.

Im Schuljahre 1862 erlangten am k. k. Laibacher Gymnasium bei der Maturitätsprüfung folgende 33 Abiturienten das Zeugniß der Reife für die Universität, unter denen die mit einem * Verzeichneten mit Auszeichnung entsprochen haben:

Gerjol Lorenz aus Billidgraz.
Herbich Wilhelm aus Laibach.
* Hoffer Eduard aus St. Ruprecht.
* Jakel Gregor aus Leutenfeld.
* Jaklič Josef aus Groß-Laßitz.
Jenko Ludwig aus Laibach.
Juvan Jakob aus Sagor.
Kepic Franz aus Podreče.
Kert Matthäus aus Kropp.
Killer Johann aus Neumarkt.
Klofutar Johann aus Neumarkt.
* Koželj Michael aus Mannsburg.
Kurent Carl aus Massenfuß.
Kuttnar Ignaz aus St. Veit bei Sittich.
Laurič Johann aus Seebach.
* Legat Franz aus Raklas.
* Lenasi Anton aus Hrenovitz.

Logar Franz aus Idria.
Macher Peter aus Altenlad.
* Mühleisen Ernest aus Laibach.
Murmayer Carl aus Windisch-Feistritz.
Paulič Cosmas aus Egg ob Podpeč.
Pečar Josef aus Kronau.
Pečnik Valentin aus Krainburg.
Pogorelec Andreas aus Soderšič.
Ramonš Bartholomäus aus Hódnič.
Rauniker Nicomed. aus Laibach.
v. Riebler Carl aus Klagenfurt.
* Umek Anton aus Savenstein.
Urančič Franz aus Moräutsch.
Weiglein Maximilian aus Klagenfurt.
Zarnik Mathias aus Laibach.
Čuber Ernest aus Laibach.

XI.

Schluss des Schuljahres.

Am 30. Juli wird nach einem um $\frac{1}{2}$ 8 Uhr in der Domkirche abgehaltenen feierlichen Dankamte um $\frac{1}{2}$ 9 Uhr im Saale der bürgerlichen Schießstätte die Prämien-Vertheilung stattfinden, wozu alle P. T. Vorgesetzten, Gönner und Freunde der Anstalt ergebenst eingeladen werden.

XII.

Rangordnung der zum Aufsteigen in die nächsthöhere Classe für reif erklärten Schüler *).

VIII.

* Stempihar Johann aus Oßersl.	Doužan Johann aus Bresniz.
* Gerčar Johann aus Egg ob Podpeč.	Dolenz Franz aus Pölland.
* Kotnik Anton aus Vert bei Oberlaibach.	Kunstl Franz aus Radmannsdorf.
Levičnik Albert aus Kolbnitz in Kärnten.	Kalmann Heinrich aus Neudegg.
Kummer Alois aus Krainburg.	Cegnar Ludwig aus Laibach.

*) Durchschossener Druck bezeichnet Schüler mit allgemeiner Vorzugselasse, ein * dabei die Preisträger.

Koşmel Johann aus Eßnern.
 Poč Martin aus Semč.
 Trobic Jacob aus Billiggraz.
 Ramouš Peter aus Laibach.
 Ritter v. Josch Josef aus Klagenfurt.
 Knaflić Clemens aus Lengensfeld.
 Grošel Jacob aus St. Veit bei Laibach.
 Fettich-Frankheim Anton aus Laibach.
 Škofic Johann aus Virkendorf.
 Wagaja Franz aus St. Helena bei Lustthal.
 Mandele Anton aus Krainburg.
 Novak Johann aus Gottschee.
 Škrabec Anton aus Reifnitz.
 Rehn Otto aus Seisenberg.
 Zupan Johann aus Bresnitz.
 Brezovar Barthol. aus St. Martin bei Laibach.
 Hafner Jacob aus Bischofsdorf.
 Ogrinc Anton aus Földvár.
 Kosec Franz aus Vodice.
 Sterle Franz aus Zirknitz.
 Konecsek Victor R. aus Cilli.
 Paulić Cosmas aus Egg ob Podpeč.
 Wirant Johann aus Brunnendorf.
 Pegam Franz aus Bischofsdorf.
 Wencaiss Johann aus St. Veit bei Sittich.
 Matičić Franz aus Stein.
 Roblek Josef aus Höflein.
 Skerjanc Franz aus Laibach.
 Zenz Sebastian aus Salmannskirchen in Baiern.
 Kuralt Theodor aus Laibach.
 Rak Anton aus Munkendorf.
 Pogačnik Johann aus Krainburg.
 Slemenik Franz aus St. Georgen bei Reichenegg in Steiermark.
 Trepau Anton aus Gereuth.
 Raunkar Jacob aus Watsch.
 Karet Johann aus Laibach.
 Podkrajšek Josef aus Laibach.
 Peteln Anton aus Krainburg.
 Kokail Josef aus Ober-Tucheln.
 Leve Franz aus Lustthal.
 Prelesnik Anton aus Gutenfeld.
 Kralić Franz aus Laibach.
 Zentrich Franz aus Eisenappel in Kärnten.
 Hočevan Josef aus Seebach.
 Jugovic Johann aus Triest.

VII.

*Tomšić Franz aus Altenmarkt.
 *Prettner August aus Laibach.
 *Stare Ferdinand aus Mannsburg.
 Čeppek Andreas aus Adelsberg.
 Maloverh Gregor aus Pölland.
 Pinzbach Johann aus Račah.
 Supančić Anton aus Laibach.
 Egger Eduard aus Laibach.
 Pichler Augustin aus Laibach.
 Verbič Johann aus Oberbirndorf.
 Supančić Leo aus Laibach.
 Skufca Anton aus Stangenwald.
 Kobilca Johann aus Laibach.
 Ritter v. Vesteneck Heinrich aus Wien.
 Killer Johann aus Bischofsdorf.
 Meš Martin aus Krainburg.
 Wurzbach Edler v. Tannenberg Max. aus Wien.
 Stembov Franz aus Tomačevo.
 Didak Gustav aus Neustadt.
 Puc Alois aus Aßling.
 Macher Johann aus Altsdorf.
 Mally Franz aus Neumarkt.
 Jager Johann aus Graßje.
 Karlin Johann aus Altsdorf.
 Hoffer Rudolf aus Märzschlag in Steiermark.
 Sežun August aus Sittich.
 Černalogar Franz aus Weizelburg.
 Merher Ludwig aus Laibach.
 Golob Johann aus St. Martin bei Krainburg.
 Drol Johann aus Zarz.
 Jenko Stefan aus Maunč.
 Kenda Leopold aus Klagenfurt.
 Sitar Franz von Töpliz.
 Ogrinc Josef von Podgorje.
 Zakotnik Josef aus St. Veit.
 Kosmač Albert aus Laibach.
 Langerholz Johann aus Moskrin.
 Stupica Franz aus St. Veit bei Egg ob Podpeč.
 Stembov Martin aus Brunnendorf.
 Varto Julius aus Idria.
 Senčar Jacob aus Bač.
 Omers Josef aus Zirklaß.
 Jalen Johann aus Krainburg.
 Kališnik Jacob R. aus Neumarkt.

VI.

Žargar Matthäus aus Kefice.
 Artel Anton aus Raan.
 Celestin Franz aus Bače.
 Ullrich Ferdinand aus Belbes.
 Marn Franz aus Stangenwald.
 Ušeničnik Primus aus Pölland.
 Habberger Theodor aus Marburg.
 Pogorele Adolf aus Laibach.
 Putré Anton aus Idria.
 Jurčič Josef aus Obergurk.
 Maintinger Adalbert aus Treffen.
 Jaklitsch Georg aus Mitterdorf.
 Perjatel Mathias aus Großlaßitz.
 Jenko Franz aus Gorenjavas.
 Walland Josef aus Kropp.
 Kopitar Alois aus Laibach.
 Koss Johann aus Laibach.
 Medic Georg aus Černuče.
 Kenda Johann aus Klagenfurt.
 Hočevan Anton aus Oberbirndorf.
 Spendov Franz aus St. Veit bei Sittich.
 Glowacki Julius aus Idria.

Gollob Josef aus Klagenfurt.
 Onušič Franz aus Altemmarkt bei Laas.
 Perjatel Peter aus Reifnitz.
 Sajé Michael aus Prečna.
 Pajk Josef aus Krainburg.
 Pfeifer Eduard aus Gottschee.
 Wester Augustin aus Belbes.
 Vovk Andreas aus Vuje.
 Lavtar Lucas aus Eisern.
 Hladnik Johann aus Pristava.
 Pekovec Josef aus Höflein.
 Sever Bernhard aus Reifnitz.
 Berlic Johann aus St. Veit.
 Peterca Franz aus Draule.
 Jager Franz aus Tomačevo.
 Schanda Michael aus Laibach.
 Stupar Johann aus Dobrava bei Commenda St. Peter.
 Pauer Carl aus Laibach.
 Velikajne Josef aus Idria.
 Deu Toussaint aus Neustadt.
 Paternoster Simon aus Krainburg.
 Logar Johann aus Bačel.

V. a.

*Jamnik Thomas aus Godešič bei Bischofsclaf.
 *Šivic Johann aus Rakitna.
 *Schiffner Johann aus Gorejna Sava bei Krainburg.
 Aljaž Jacob aus Flödnig.
 Brulc Franz aus Hrusica.
 Petrovčič Matthäus aus Zirknitz.
 Schneller Ernest aus Egg ob Podpetisch.
 Mazi Josef aus Oblaf.
 Porenta Johann aus Safnitz bei Bischofsclaf.
 Erjavec Leopold aus Idria.
 Supan Alexander aus Innichen in Tirol.
 Supan Simon aus Kropp.
 Paternoster Josef aus Krainburg.
 Klobus Valentin aus Pölland.
 Peternel Albin aus Laibach.
 Papler Jacob aus Möschnach.
 Stenovec Anton aus Primskan bei Krainburg.
 Kogej Ferdinand aus Idria.
 Ferlan Franz aus Pölland.
 Vrančič Ignaz aus Moravie.
 Harmel Adolf aus Idria.
 Supan Josef aus Dobrava bei Asp.

Vizjak Anton aus Krainburg.
 Wurner Johann aus Laibach.
 Šliber Gregor aus Dobrava.
 Markič Matthäus aus Gorice.
 Kovač Ludwig aus Laibach.
 Masterl Anton aus Altsclaf.
 Benedik Johann aus Jodoziberg bei Krainburg.
 Pakiz Jacob aus Soderschitz.
 Jeršin Andreas aus St. Georgen bei St. Marcin.
 Pokorn Franz aus Bischofsclaf.
 Stanic Josef aus Novigrad in Istrien.
 Müllner Balduin aus Böckermarkt in Kärnten.
 Jekovec Andreas aus Zirknitz.
 Brezovar Josef aus Lipoglav.
 Marquis v. Gozani Ferdinand aus Laibach.
 Tomšič Franz aus Černuče.
 Legat Eduard aus Weizelburg.
 Bruss Carl aus Laibach.
 Kalin Josef aus Landstraß.
 Andrejak Franz aus Podutif.
 Legat Barthol. aus Nassas.
 Erjauz Johann aus Laibach.

Turk Friedrich aus Zagorje.

Hren Carl aus Laibach.

Raunihar Blasius aus Kreuzberg bei Altenfack.

Košir Carl aus Stein.

Gornik Johann aus Reifnitz.

Marinčič Johann aus Laibach.

Marn Heinrich aus Laibach.

V. 6.

* Habjan Peter aus Sapotnica.

* Freiherr v. Mac-Neven Franz aus Laibach.

Schnediz Guido aus Laibach.

Haas Julius aus Raab in Ungarn.

Demšar Johann aus Pölland.

Jenčič Ludwig aus Reifnitz.

Podboi Anton aus Reifnitz.

Goltes Thomas aus Streine.

Cantoni Alois aus Laibach.

Kuralt Johann aus Gorenjavas.

Kimovez Peter aus St. Martin.

Beuc Johann aus Zeher.

Souvan Johann aus Laibach.

Kristan Josef aus Bodiz.

Vidic Johann aus Laibach.

Wencofsky Johann aus Seisenberg.

Erhovnic Franz aus Laibach.

Edler v. Kleinmayer Julius aus Weigelberg.

Jellenc Josef aus Schischfa.

Schöppel Robert aus Laibach.

Rossmann Franz aus Stražiče.

Bernot Alois aus Streine.

Hočevan Martin aus Neul.

Primožič Barthol. aus Neumarkt.

Tičar Josef aus St. Georgen.

Grahor Johann aus Graz.

Pollak Franz aus Laibach.

Jereb Blasius aus Pölland.

Springsholz Ludwig aus Buje in Istrien.

Eržen Franz aus Homec.

Püchler Johann aus Laibach.

Peyer Anton aus Senože.

Slapar Johann aus Stein.

Tertnik Franz aus Laibach.

Pogačnik Barthol. aus Krainburg.

Morre Johann aus Krainburg.

Ribnikar Anton aus Goriče.

Albrecht Josef aus Münkendorf.

Thomann Hermann aus Adelsberg.

Potočnik Adolf aus Stein.

Bruss Nicolaus aus Laibach.

IV.

* Stanonik Johann aus Suha.

* Truxa Carl Maria aus Brunn.

* Košmel Franz aus Eisneru.

Dolinar Anton aus Vuče.

Taučar Johann aus Podgora.

Celestina Josef aus Sager.

Dollenc Johann aus Pölland.

Staré Josef aus Maunburg.

Sbašnik Franz aus Niederdorf.

Hostnik Josef aus St. Martin bei Pittai.

Sukle Franz aus Laibach.

Leuc Franz aus Jezica.

Baš Jacob aus Sager.

Brolich Johann aus Račah.

Sustersič Ludwig aus Vandstraß.

Petrovič Franz aus Schwarzenberg.

Pirc Johann aus Großdorf.

Kregar Franz aus Laibach.

Lončar Peter aus St. Anna bei Neumarkt.

Kral Mathias aus St. Veit bei Sittich.

Schneditz August aus Laibach.

Balanč Johann aus Bukovšica.

Novak Josef aus Unterschischfa.

Bizavičar Franz aus Unterschischfa.

Laurič Mathias aus Seebach.

Mekinc Franz aus Laibach.

Premern Josef aus St. Veit bei Wippach.

Kristan Martin aus St. Martin bei Krainburg.

Velkoverh Johann aus Laibach.

Pohar Josef aus Polisch.

Wagaja Johann aus St. Helena.

Ramovš Andreas aus Flödnig.

Jassenc Adalbert aus Egg ob Podpeč.

Schrey Alexander aus Aßling.

Bregar Alfons aus Laibach.

Zeme Carl aus Neumarkt.

Weiglein Ludwig aus Laibach.

Detela Ignaz aus Sager.

Rak Amand aus Laibach.
 Tertnik Carl aus Laibach.
 Dekleva Johann aus Neumarkt.
 Suppanc Michael aus St. Georgen.
 Gressl Johann aus Treffen.
 Leban Anton aus Adelsberg.
 Jessih August aus Laibach.
 Paulič Josef aus Egg ob Podpeč.
 Eisenhart Anton aus Adelsberg.
 Arko Anton aus Reifnitz.
 Omeje Franz aus Laibach.
 v. Zukatto Peter aus Ofeghiano.
 Rizzi Franz aus Radmannsdorf.
 Plautz Ferdinand aus Laibach.
 Jakhel Andreas aus Leibnitz.
 Schmalz Josef aus Laibach.
 Kadunc Franz aus Seisenberg.
 Lenarčič Andreas aus Dobrova.
 Korbič Anton aus Flödnig.
 Hafner Franz aus Godežič.
 Weiglein Wilhelm aus Laibach.
 Sajec Anselm aus Sodražica.
 Pečnik Franz aus Ježica.
 Jagodic Michael aus Mannsburg.

III. a.

* Keržic Anton aus Rafitna.
 * Kukel Anton aus Ježica.
 Semetz Josef aus Račah.
 Wind Franz aus Laibach.
 Škerlj Johann aus Oberfeld.
 Paulin Johann aus Birkendorf.
 Kavčič Johann aus Zwischenvässern.
 v. Raab Carl aus Nassenfuß.
 Leskovec Franz aus Unter-Idria.
 Decleva Josef aus Vrem.
 Verderber Johann aus Münkendorf.
 Sporn Gregor aus Münkendorf.
 Wagaja Jacob aus Egg ob Podpeč.
 Zaplotnik Jacob aus Gorice.
 Žibert Anton aus Kragen.
 Stare Anton aus Laibach.
 Groznik Franz aus Weizelburg.
 Podmilšak Josef aus Kragen.
 Jekovz Anton aus Zirklach.
 Wiesthaler Franz aus Cilli.
 Khern Rudolf aus Laibach.
 Rupnik Franz aus Idria.
 Verhovz Valentin aus Bresoviz.
 Kozjek Franz aus Laibach.
 Kalin Anton aus Laibach.
 Bergant Valentin aus Vodice.
 Sdražba Johann aus Brunnendorf.
 Šmidovnik Franz aus Teinitz.
 Supanc Michael aus St. Georgen im Felde.
 Widergar Johann aus Kofovrat.
 Mahr Ferdinand aus Laibach.
 Kunovar Michael aus St. Veit bei Laibach.
 Ilvar Franz aus Moste.
 Dougan Anton aus Storie im Küstenland.
 Traven Franz aus Teinitz.
 Vertove Heinrich aus Laibach.
 Pibernik Franz aus Commenda bei Stein.
 Gestrin Ferdinand aus Laibach.
 Omeic Ferdinand aus Laibach.
 Požar Jacob aus Moravče.
 Krenn Raimund aus Landstraß.
 Marquis v. Gozani Ludwig aus Wolfsbühel.
 Dolinar Anton aus Watsch.
 Jereb Lorenz aus Preska.
 Inglić Matthäus aus Pölland.

III. b.

* Rosmann Georg aus Flödnig.
 * Križaj Nicolaus aus Zaher.
 Schreiber Heinrich aus Aich.
 Nemec Anton aus Prem.
 Podboj Johann aus Reifnitz.
 Volčič Barthol. aus St. Veit bei Laibach.
 Gerdinič Seraphin aus Enzersfeld in Niederösterreich.
 Šnidersič Jacob aus Kal.
 Belčič Anton aus Vodice.
 Lukane Michael aus Commenda bei Stein.
 Lilleg Alois aus Schottwien.
 Trojanšek Franz aus Laß bei Mannsburg.
 Klun Johann aus Reifnitz.
 Strukel Gregor aus Burgstall.
 Šušek Leo aus Laibach.
 Freiherr v. Marenzi Friedrich aus Wien.

- Oman Paul aus Bodulje.
 Stern Franz R. aus Seebach.
 Goste Franz R. aus Laibach.
 20 Jamnik Anton aus Altenlaß.
 Womberger Michael aus Birklaß.
 Zonter Peter R. aus Senožeč.
 Kette August aus Laibach.
 Maly Ludwig aus Neumarkt.
 25 Moškerc Jacob R. aus Bizavik bei Laibach.
 Šašel Peter aus Krainburg.
 Brodnik Franz aus Gutenfeld.
 Kuralt Franz aus Mannsburg.
 Svetek Anton aus Laibach.
 Šusteršič Alois aus St. Veit bei Laibach.
 Lovšin Johann aus Reifnitz.
 Kolar Franz aus Laibach.
 Močilnikar Josef aus Bače.
 Perko Barthol. aus Pölland.
 Thomann Theodor aus Steinbüchl.
 Zarnik Bernhard R. aus Laibach.
 Kottinig Carl aus Oberlaibach.
 Orehek Anton aus Moräntsch.
 Kanschegg Sigmund aus Krainburg.
 Kanschegg Eugen aus Krainburg.

II. a.

- * Jeglič Anton aus Bigaum.
 * Resmann Johann aus Ober-Ottos.
 * Rak Valentin aus Moräntsch.
 Putré Carl aus Idria.
 Karlin Martin aus Altenlaß.
 Borstnik Franz aus Dulle bei Franzdorf.
 Legat Franz aus Weizelburg.
 Vrančič Johann aus Moräntsch.
 Smrekar Franz aus Laibach.
 Aljančič Johann aus Feistritz.
 Zupančič Josef aus Cervignano im Küstenlande.
 Vidic Jacob aus Laibach.
 Nosan Johann aus Reifnitz.
 Widemschek Mathias aus Mich.
 Charles Ludwig aus Laibach.
 Orehek Valentin aus Mich.
 Merjasec Josef aus Flödnig.
 Hanss Friedrich aus Laibach.
 Schivizhoffen Victor aus Heidenenschaft.
 Erker Josef aus Mitterdorf in Gottschee.
 Stepiz Franz aus Sittich.
 Bouvier Victor aus Graz.
 Verhouz Leopold aus Laibach.
 Bamberg Fedor aus Laibach.
 Paulič Franz aus Ologowitz bei St. Marein.
 Fröhlich Hermann aus Laibach.
 Burja Martin aus Moräntsch.
 Podbregar Johann aus Unter-Ludheim.
 Pretnar Valentin aus Wocheiner Feistritz.
 Peteln Josef aus Ober-Breseniz.
 Nučič Anton aus St. Kanzian.
 Lavrič Michael aus Seebach bei Flödnig.
 Kavčič Jacob aus Sairach.
 Rozman Franz aus Stein.
 Mavrin Franz aus Laibach.
 Saller Anton aus Brunnndorf.
 Jeraj Alois aus Laibach.
 Koritnik Jacob aus Bilschgraz.
 Holasek Franz aus Laibach.

II. b.

- * Marinko Josef aus Dobrova.
 * Mayr Johann aus Krainburg.
 Rus Franz aus Laibach.
 Požar Anton aus Rožana.
 Borstnik Johann aus St. Kanzian bei Murešberg.
 Skofic Franz aus Mariafeld.
 Lapajne Anton aus Bojsfo.
 Žumer Andreas aus Obergörjach.
 Kuralt Johann aus Safnitz.
 Millauz Franz aus Planina.
 Seunig Anton aus Graz.
 Thomas Victor aus Laibach.
 Guttman Eugen aus Radmannsdorf.
 Juvančič Paul aus Laibach.
 Vončina Franz aus Schwarzenberg.
 Rihar Gregor aus Laibach.
 Legat Valentin aus Breseniz.
 Lunder Alois aus St. Gregor bei Großlaßitz.
 Hrovat Paul aus Kraxen.
 Pristave Andreas aus Ober-Ögg.
 Lončar Franz aus Moräntsch.
 Jalen Adalbert aus Laibach.

He Johann aus Reifniz.
 Koncilija Johann aus Laibach.
 Perko Eduard aus Klagenfurt.
 Silvester Franz aus Voitsch.
 Praprotnik Andreas aus Naffas.
 Gornik Franz aus Eisern.
 Romè Josef aus Verh bei Weizelburg.
 Suppančič Jacob aus Laibach.
 Vončina Johann aus Bojslo.
 Meier Dionis aus Münkendorf.

Butalič Jacob aus Commenda St. Peter.
 Hartmann Camillo aus Graz.
 Breskvar Alois aus Laibach.
 Gaber Anton aus Bischofsdorf.
 Otoničar Franz aus Bigaun.
 Maričič Stefan aus Novi in Croatien.
 Sajovic Johann aus Ježica.
 Goli Franz aus Laibach.
 Koss Eduard aus Klagenfurt.
 Krašna Josef aus Rohitsch.

I. a.

* Bogataj Josef aus Metete.
 * Lebar Jacob aus Čemšenif.
 Perko Josef aus Sagraz.
 Kersnik Johann aus Egg ob Podpeč.
 Ilz Johann aus Reifniz.
 Pipan Andreas aus Planina bei Wippach.
 Schmalz Emil aus Egg ob Podpeč.
 Turk Franz aus Zagorje.
 Luschützky Franz aus Graz.
 Križmann Carl aus Laibach.
 Raspotnik Johann aus Litta.
 Šubic Johann aus Böslau.
 Boltar Barthol. aus Radmannsdorf.
 Mahr Arthur aus Laibach.
 Višnikar Franz aus heil. Kreuz bei Thurn.
 Škofca Ludwig aus Laibach.
 Terdina Franz aus Laibach.
 Lovša Franz aus Altenfeld.
 Možina Anton aus St. Marcin.
 Wisjak Vincenz aus Laibach.
 Werbič Lorenz aus Oberlaibach.
 Cenčič Barthol. aus Bukovšica.
 Podobnik Franz aus Laibach.
 Kramar Paul aus Čemšenif.
 Kveder Jacob R. aus Egg ob Podpeč.
 Supan Franz aus Adelsberg.
 Waupetič Johann aus Rau.
 Glovacky August aus Idria.
 Gressel Carl aus Treffen.
 Lončar Franz R. aus Mich.
 Vidic Anton jun. aus Lustthal.
 Hočevan Johann aus Hrušica.

Selan Johann R. aus Laibach.
 Mercher Josef aus Laibach.
 Tschelešnik Otto aus Sittich.
 Habberger Moriz aus Neutitschein in Mähren.
 Polz Julius aus Laibach.
 Ster Johann aus Bobiz.
 Jerše Johann aus Neul.
 Rihar Anton R. aus Billischgraz.
 Smolnikar Franz aus St. Martin in Unter-Tucheln.
 Supančič Franz aus Watsch.
 Habat Josef aus Bobiz.
 Babič August aus Möschnach.
 Dornik Philipp R. aus Neul.
 Ulčar Jacob aus Prežgaj.
 Pestator Lucas aus Moräntsch.
 Vidic Anton sen. R. aus Polig.
 Stembov Blas R. aus Tomačevo.
 Schmidt Franz R. aus Laibach.
 Thalmeiner Maximilian aus Nassenfuß.
 Bahar Johann aus St. Veit bei Laibach.
 Otoničar Johann R. aus Oblaf.
 Komann Anton R. aus Ježica.
 Razboršek Paul aus Čemšenif.
 Novak Mathias aus Bresjoviz.
 Burger Jacob aus Schischka bei Laibach.
 Kastelitz Josef aus Matera in Istrien.
 Potrato Josef aus Laibach.
 Rozman Franz aus Laibach.
 Thomas Felix aus Laibach.
 Lunaček Eduard aus Presid in Croatien.
 Starc Simon aus Soderschiz.
 Russ Nicolaus aus Laibach.

I. b.

*Koželj Anton aus Mannsburg.
 *Serša Blas aus Egg ob Podpeč.
 Ukmar Anton aus Zoll.
 Zhuber Emil R. aus St. Martin bei Vittai.
 Volkar Jacob aus Metniz.
 Adamič Franz R. aus Stein.
 Viditz Felix aus Laibach.
 Brajer Johann R. aus Jezica.
 Saletu Leopold aus Schischka.
 Pelle Ferdinand R. aus Laibach.
 Loušin Johann aus Reifniz.
 Klemenc Franz aus Salloch.
 Požar Jacob aus Egg ob Podpeč.
 Baudek Leopold R. aus St. Kanzian bei Nuersperg.
 Wenk Friedrich aus Ober-Loitsch.
 Bergant Franz R. aus Moräutsch.
 Mally Josef aus Neumarkt.
 Šustersič Anton R. aus Brunnndorf.
 Taučar Georg aus Pölland.
 Lah Andreas aus Stein.
 Gregorin Alois aus Laibach.
 Gantar Lorenz aus Sauraz.
 Leben Ignaz R. aus Billichgraz.
 Padar Johann aus St. Marein.
 Modrijan Jacob aus St. Martin bei Tüchern.
 Selan Josef R. aus Laibach.
 Cirman Anton aus St. Veit.
 Duhnar Franz R. aus Laibach.
 Pekol Johann aus Sello bei Schönberg.

Šeme Franz aus Schalna.
 Sever Georg R. aus Bresoviz.
 Mali Martin R. aus Watsch.
 Košir Josef R. aus Billichgraz.
 Joscht Josef aus Neustadt.
 Jarc Johann R. aus Zwischenwässern.
 Schiffrer Johann aus Radmannsdorf.
 Halm Otto R. aus Cilli.
 Media Alois R. aus Bresniz.
 Raktelj Josef aus Reifniz.
 Hribar Johann aus Kresniz.
 Mešutar Franz aus Moste.
 Rudolf Anton aus Laibach.
 Sever Josef aus Tarvis.
 Bouvier Johann aus Graz.
 Theuerschuh Alois aus Neumarkt.
 Kuhar Josef aus Nisch.
 Delcott Carl R. aus Seffana.
 Beslaj Anton R. aus Laibach.
 Levstik Anton aus Soderfchiz.
 Strus Josef aus St. Marein.
 Sajc Franz aus Weixelburg.
 Bizjak Johann R. aus Laibach.
 Kožar Anton aus St. Veit bei Sittich.
 Zerman Franz aus St. Veit.
 Maurer Alois aus Laibach.
 Babnik Valentin aus St. Veit bei Laibach.
 Bresquar Lucas R. aus Laibach.

Das Schuljahr 1864 beginnt mit dem heil. Geistamte am 1. October. Diejenigen Schüler, welche in die Studien des k. k. Laibacher Gymnasiums neu einzutreten wünschen, haben sich in Begleitung ihrer Eltern oder deren Stellvertreter zwischen dem 24. bis 27. September bei der k. k. Gymnasial-Direction, sodann beim Classen- und Religionslehrer zu melden, mit dem Hauptschul- oder sonstigen Schulzeugnissen und mit dem Geburtscheine auszuweisen und eine Aufnahmestaxe von 2 fl. 10 fr. ö. W. zu erlegen.

Die Anmeldungen der übrigen Schüler können bis 30. September geschehen.

Die Aufnahme- und Wiederholungs-Prüfungen werden am 29. September stattfinden.

Dr. Heinrich Mitteis.