Nekrogelne leče

Andrej Likar

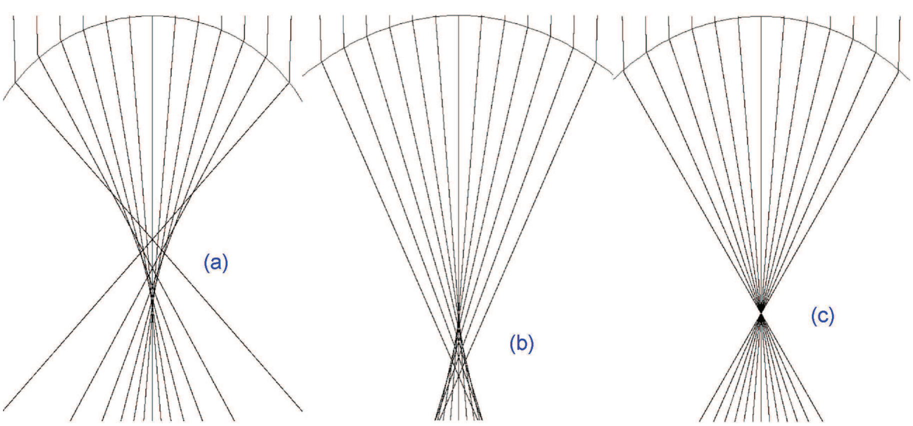
→ Leče so stara iznajdba. Poznali so jih že v starem Egiptu, pa v antiki, predvsem zbiralne kot sredstvo za prižiganje ognja. Menda je Neron, če verjamemo Pliniju, uporabil kristalno razpršilno lečo pri opazovanju gladiatorskih iger v Rimu. V srednjem veku so jih uporabljali kot bralne leče, preprosto so stekleno kroglo razpolovili. Steklene krogle napolnjene z vodo so donedavna uporabljali čevljarji v Tržiču, da so jim zbrale svetlobo iz petrolejke na delovno površino.

Pravo zanimanje za leče pa je nastopilo v drugi polovici 13. stoletja v severni Italiji, ko so jih začeli uporabljati kot očala za korekcijo vida. Takrat so masovno brusili in gladili steklene leče za očala, najprej v Firencah in Benetkah, pozneje pa tudi na Nizozemskem in v Nemčiji. Na Nizozemskem je bil okrog leta 1595 narejen prvi mikroskop, nekaj pozneje tudi daljnogled.

Leče so zanimiva tema v šolah, od osnovne preko srednje do prvih letnikov tehniških fakultet na univerzah. Geometrijsko optiko dandanes na fakultetah obravnavajo le pregledno in na hitro, v mojem času šolanja pa smo leče in lečja obravnavali kar podrobno. Pri tem smo obravnavali napake pri preslikavanju s krogelnimi lečami, ki so bile takrat edino na voljo. Na predavanju profesorja Janeza Strnada sem si ga drznil vprašati, ali bi kakšna druga oblika leče imela manj napak ali pa sploh nobene. Takrat, pa seveda v preteklosti tudi, bi masovna izdelava takih leč bila povsem neizvedljiva. Odgovoril mi je, da z nekrogelnimi lečami ne bi kaj prida pridobili, saj imajo tudi te svoje muhe.

Z napredkom tehnologije, predvsem z iznajdbo laserjev in z neslutenim razvojem računalništva pa so nekrogelne leče postale zanimive. Danes njihova uporaba precej poenostavi zapletena lečja optičnih naprav.

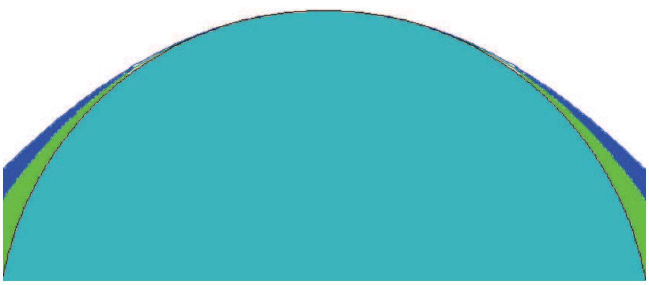
Bistvena pridobitev nekrogelne ploskve (ali nesferične, kot radi rečemo s tujko) je odprava krogelne aberacije. Krogelne leče le približno zberejo vzporedni svetlobni curek v točko. To dobro vidimo pri lečah, ki so velike v primeri z njihovo goriščno razdaljo. Na sliki 1 so prikazani pred lečo vzporedni žarki po lomu na prvih ploskvah leče, in sicer na krogelni (a), paraboloidni (b) in iskani nekrogelni ploskvi (c). Prikazani so žarki in prerezi ploskev z ravnino, v kateri leži optična os. Ploskve imajo seveda enake prereze v vsaki ravnini, v kateri leži optična os. Pravimo, da so ploskve osno simetrične.



SLIKA 1.
Žarki po lomu na a) krogelni ploskvi, b) paraboloidni ploskvi, c) nekrogelni ploskvi

Da si ne grenimo življenja, bomo odslej obravnavali le lom žarkov, vzporednih z optično osjo, le na eni zakrivljeni ploskvi, ki omejuje steklo. Pri lečah imamo seveda dva loma, na prvi, vstopni, in drugi, izstopni strani leče. Slika, ki jo tvori prva zakrivljena ploskev, pa služi drugi ploskvi kot predmet. Če razumemo, kaj se dogaja s svetlobo na eni ploskvi, ni več težko obravnavati preslikave pri prehodu svetlobe skozi obe ploskvi.

Vidimo, da se robni žarki pri krogelni ploskvi lomijo preveč in ne zadenejo gorišča, ki ga tvorijo obosni žarki. Zakrivljenost krogelne ploskve je prevelika, če hočemo, da se vsi žarki po lomu zberejo v eni točki. Na misel nam pride, da bi paraboloidna oblika ploskve, ki se na robu ne krivi tako močno, bila boljša. Na sliki 1 (b) pa vidimo, da se paraboloidna ploskev premalo krivi, saj se obrobni žarki premalo lomijo. Krogelno in paraboloidno ploskev smo izbrali tako, da imajo pri obeh obosni žarki gorišče na istem mestu. Iskana ploskev bo torej nekje med tema ploskvama, glej sliko 2. Kako priti do nje?



SLIKA 2.
Oblike lomnih ploskev – krogelna ploskev (spodnja), paraboloidna ploskev (zgornja) in iskana ploskev brez krogelne aberacije (ki je med obema prejšnjima ploskvama).

Pri iskanju te ploskve si pomagamo s skico na sliki 3. Žarek A, vzporeden z geometrijsko osjo ploskve in od nje oddaljen za r, se v točki L lomi in zadene gorišče F. Vpadni kot α in lomni kot β in lomni količnik stekla n so povezani preko lomnega zakona:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = n\,.$$

Kot γ je določen s trikotnikom ΔLFG, kjer je točka G presečišče navpičnice skozi točko O in vodoravnice skozi F. Takoj vidimo, da je kot γ kar razlika kotov α in β, kot α pa enak kotu nagiba ploskve v točki L. Računanje gre sedaj kot po maslu. Ker je

$$\beta = \alpha - \gamma,$$

velja:

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} = \sin\alpha\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma\,.$$

ali:

$$\sin\alpha\,(\frac{1}{n} - \cos\gamma) = -\sin\gamma\sqrt{1-\sin^2\alpha}\,.$$

Levo in desno stran kvadriramo, da odpravimo kvadratni koren na desni strani in dobimo:

$$\sin^2\alpha = \frac{\sin^2\gamma}{\frac{1}{n^2} + 1 - \frac{2\cos\gamma}{n}}\,.$$

Sledi izraz za tangens kota α:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\gamma}{\cos\gamma - \frac{1}{n}}\,.$$

Ker je kot γ znan, trikotnik ΔLFG pa pove, da velja:

$$\sin\gamma = \frac{r}{\sqrt{(f+z)^2 + r^2}}\,,$$

in

$$\cos\gamma = \frac{f+z}{\sqrt{(f+z)^2 + r^2}}\,.$$

Koordinatni sistem z absciso r in ordinato z na sliki 3 z izhodiščem v točki O smo postavili tako, da je $z(r) \le 0$, goriščno razdaljo f pa obravnavamo kot pozitivno ($f > 0$).

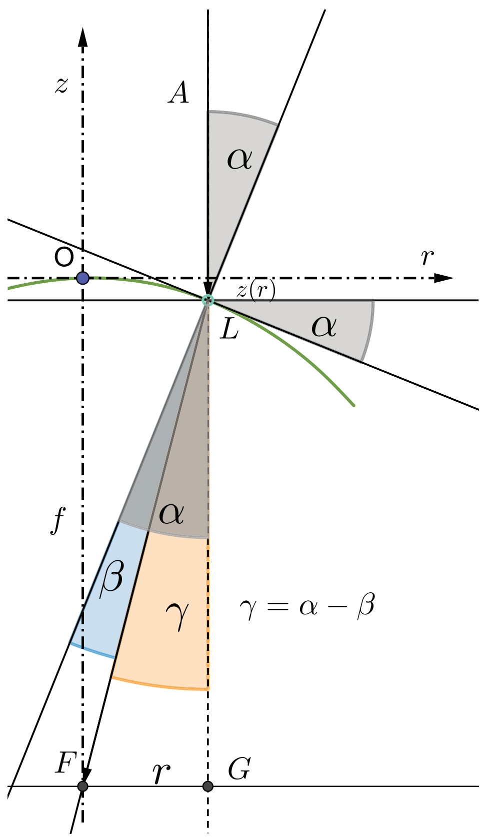
Če smo dobili pravi izraz, preverimo s programom, ki lahko sledi žarkom tudi skozi lečje. Tega smo že uporabili pri risanju slike 1 a) in b). Napisali smo ga tako, da se žarek, ko naleti na ploskev, lomi v skladu z lomnim zakonom. Pri tem moramo vedeti za naklon lomne ploskve. Le-tega pa smo pravkar izračunali. Iskano nekrogelno ploskev najdemo prav zato, ker poznamo naklonski kot tangentne ravnine α v vsaki točki prostora. Začnemo pri $r = 0$, kjer je $z = 0$, si izberemo primerno majhen korak Δr in določimo spremembo Δz razdalje od osi r do ploskve.

Vedno znova izračunamo tg α in se po korakih oddaljujemo od središča pri $r = 0$, pri čemer spremembo Δz vsakokrat izračunamo takole:

- $\Delta z = -\operatorname{tg}\alpha\Delta r$.

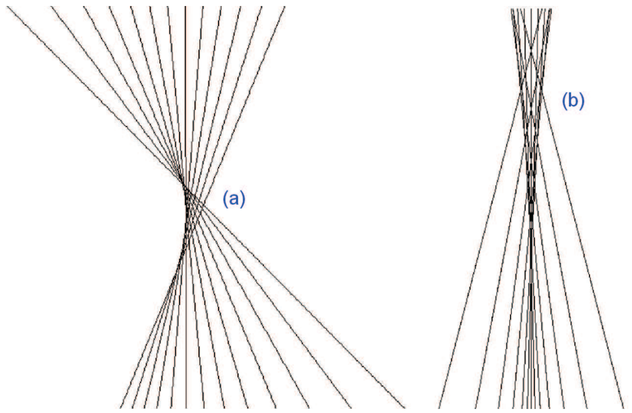
Tako smo prišli do ploskve brez aberacije, na sliki 2 prikazane v prerezu z robom zelenega lika.

S slike c) vidimo, da smo prav zadeli, saj se prav vsi žarki, tudi obrobni, sekajo v gorišču. Krogelno aberacijo smo tako povsem odpravili.



SLIKA 3.
Skica pri iskanju ustrezne nekrogelne ploskve

Seveda to velja le za vzporeden snop žarkov v smeri optične osi ploskve. Kaj pa, če pade snop poševno? Ali se bodo vsi lomljeni žarki spet zbrali v eni točki? Pa poskusimo! Program za sledenje žarkov nam bo spet prišel prav. Na sliki 4 (a) vidimo potek žarkov po lomu v tem primeru. Žal, kot vidimo, se žarki ne sekajo v eni sami točki. Prav to je mislil profesor Strnad v odgovoru na moje vprašanje. Pri krogelni leči je zaradi simetrije krogelna aberacija neodvisna od nagiba vpadnega snopa. Pri majhnih kotih vpada pa se nesferična leča dobro odreže.



SLIKA 4.
Žarki po lomu poševnega vzporednega snopa na nekrogelni ploskvi (a) in po lomu žarkov iz bližnjega točkastega predmeta na tej ploskvi (b)

Doslej smo obravnavali le snop vzporednih žarkov, torej svetlobo zelo oddaljenih točk. Za konec si oglejmo, kako dobro nesferična leča preslika bližnjo točko. Na sliki 4 (b) imamo potek žarkov po lomu na nekrogelni ploskvi. Vidimo, da robni žarki precej zgrešijo sliko točke, ki jo tvorijo obosni žarki. V primeri s krogelno ploskvijo pa je nekrogelna tudi v tem primeru še vedno boljša.

Spoznanja, do katerih smo prišli v obravnavi nekrogelnih leč, s pridom izkoriščajo pri načrtovanju lečij za objektive v sodobnih kamerah, med drugim tudi v kamerah pametnih telefonov. Tudi v očala vgrajujejo nekrogelne leče. Dajejo ostrejši in nepopačen vid, oči so bolj sproščene kot pri krogelnih lečah. Leče v očalih so tudi tanjše in zato lažje. Posebno pri večjih dioptrijah nekrogelne leče skoraj ne popačijo pogleda na oči očalarja, kar je lahko pri krogelnih lečah precej moteče.

× × ×