4

MATEMATIKA+FIZIKA+ASTRONOMIJA+RAČUNALNIŠTVO#

PRESEK LETNIK 49 (2021/2022) ŠTEVILKA **4**

PRESEK

- → GEOMETRIJSKI MAGIČNI KVADRATI
- → KAPLJICE DEŽJA
- → SONČNI KOLEDAR
- → TEHNIKE PREDOBDELAVE BESEDIL V PROCESIRANJU NARAVNEGA JEZIKA

ISSN 0351-6652

9 770351 665944

Natančno določanje interakcije genov

↓↓↓

→ Človeška DNA vsebuje osupljivo količino informacije v približno 20.000 genih, ki kodirajo beljakovine, in še približno enaki količini genov z drugimi funkcijami. S padanjem stroškov analize DNA je postalo možno preiskovanje celotnega človeškega genoma za različice genov, ki so povezane z lastnostmi, kot je telesna višina ali nagnjenost k različnim boleznim. Včasih ima posamezni gen neposreden vpliv na lastnost, pogosteje pa je učinek različice enega gena odvisen od prisotnosti različic drugih genov. Ta fenomen se imenuje epistaza.

Obravnava medsebojnih interakcij posameznih genov zahteva ogromne baze podatkov o DNA stotisočev posameznikov. V matematičnem smislu to pomeni časovno intenzivne izračune z velikanskimi matrikami. Statistiki in računalniški znanstveniki zato razvijajo raznovrstne metode za njihovo učinkovito analizo. Namesto testiranja vseh možnih parov različic genov za epistazo bi lahko npr. izbrali različico posameznega gena in proučili združeni učinek vseh ostalih genov nanjo. Tak pristop ne bi samo skrajšal računskega časa, ampak tudi omogočil raziskovalcem lažje razločevanje dejanskih učinkov gena od naključnih pojavov.

Prav tako pomembna kot ustrezno statistično orodje pa je tudi dovolj bogata baza podatkov, ki mora odsevati vso raznovrstnost človeštva. Nedavne raziskave na podlagi genomov oseb iz različnih etničnih skupin so tako, denimo, razkrile primere epistaze, ki jih predhodne raziskave genetskega materiala posameznikov evropskega porekla niso zaznale.

Več informacij v članku *Detecting epistasis with the marginal epistasis test in genetic mapping studies of quantitative traits*, L. Crawford, P. Zeng, S. Mukherjee, X. Zhou, PLOS Genetics 13(7), e1006869.

Izvirno besedilo: Pinpointing How Genes Interact, Mathematical moments from the AMS. Prevod in priredba: Boštjan Kuzman.

× × ×

KOLOFON

→ **Presek**
list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
letnik 49, šolsko leto 2021/2022, številka 4

Dopisi in naročnine: DMFA–založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 633, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

Internet: www.presek.si
Elektronska pošta: info@dmfa-zaloznistvo.si

Naročnina za šolsko leto 2021/2022 je za posamezne naročnike 22,40 EUR – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 19,60 EUR, posamezna številka 6,00 EUR, stara številka 4,00 EUR, letna naročnina za tujino pa znaša 30 EUR.

Transakcijski račun: 03100–1000018787.

List sofinancira Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije iz sredstev državnega proračuna iz naslova razpisa za sofinanciranje domačih poljudno-znanstvenih periodičnih publikacij.

Založilo DMFA–založništvo

Oblikovanje Tadeja Šekoranja

Tisk Collegium Graphicum, Ljubljana

Naklada 1100 izvodov

ISSN 2630-4317 (Online)
ISSN 0351-6652 (Tiskana izd.)

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana.

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja Prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učencem višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps …), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku na naslov uredništva **DMFA–založništvo, Presek, p. p. 2964, 1001 Ljubljana** ali na naslov elektronske pošte **info@dmfa-zaloznistvo.si**.

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorne datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

Slika na naslovnici: Lečasti oblak (Altocumulus lenticularis) ima značilno obliko leče. Običajno nastane na zavetrni strani vzpetine in ne potuje z vetrom. Večplastni lečasti oblak na naslovnici je bil opažen nad Kamniškimi alpami. Foto: Tina Ogrinc

Nostalgija

Andrej Guštin, urednik za astronomijo

→ **Vsakič, ko se peljem proti Primorski in zagledam Nanos, se spomnim tistega starega Preseka, v katerem je razlaga o »paraboličnem« pobočju tega hriba. Zgodbo o obliki pobočij je ponovno obudila prejšnja številka Preseka, a zame je ta tema vsakokratno sprožilo za razmislek o pomenu in priljubljenosti znanosti.**

Presek je začel izhajati v času, ko sem ravno prilezel iz plenic. Tako me spremlja že vse življenje, zato me bo ta trenutek morda zanesla romantična nostalgija. Za takratne nadobudne osnovnošolce, ki nas je zanimala fizika in sorodne zadeve, je ta revija predstavljala najpomembnejši vir tistega znanja, ki je presegalo šolske okvire. Zgodilo se je, da sem si vezane številke Preseka izposodil v knjižnici in jih po dolgih mesecih zamude s težkim srcem vrnil. V tistih časih so bile knjižničarke potrpežljive s takimi zamudniki in so nas samo okregale, zato je žepnina ostala nedotaknjena. V 80-ih letih preteklega stoletja smo mladi astronomi poleg Preseka nestrpno čakali še na nove številke revij *Čovjek i svemir* ter *Galaksija*. Ali je sploh potrebno poudariti, da takrat še ni bilo interneta in so bile zato tiskane izdaje edini način, da si prišel do dodatnih znanstvenih vsebin? No, ne smem zamolčati poljudnoznanstvenih filmov, kot je bila izjema serija Carla Sagana Kozmos, ki so na nam burili domišljijo in odpirali neverjetna vprašanja o vesolju. To je bilo to.

Danes so drugačni časi. Z enimi ali dvema klikoma lahko dostopamo do poljubnih formatov vsebin, ki na različne načine razlagajo vse o vsem. Če nas zanima, zakaj kamen pada – klik. Če želimo zvedeti, kako nastane mavrica – klik. Če … Brez večjih omejitev lahko na spletu spremljamo pogovore z znanstveniki, raziskovalci, strokovnjaki, komunikatorji znanosti, celo nobelovci, jim postavljamo vprašanja, razpravljamo z njimi in tudi s sorodnimi dušami na drugem koncu sveta. Na različnih portalih lahko zastavljamo težka znanstvena vprašanja in dobivamo odgovore, sicer pa brskamo po Wikipediji.

Kakšna je torej v tem drugačnem svetu vloga tiskanega Preseka, ki se bliža abrahamu? Čemu lahko služi in komu je sploh še namenjen? Ne bom še odgovoril na ta vprašanja, sicer mi bo zmanjkalo za naslednji uvodnik, lahko pa sami razmislite o tem.

Gotovo pa Presek ne potrebuje nikakršnih izgovorov za svoj obstoj.

SLIKA 1.
Vinograd mojega soseda ima nove kovinske žice. Ko je kot med Soncem, žicami in opazovalcem pravi, se na žicah pojavijo mavrice. Zakaj? Foto: Andrej Guštin

Geometrijski magični kvadrati

Nada Razpet

Magični kvadrat reda n je kvadrat, razdeljen na $n \times n$ enakih celic, pri čemer je n naravno število. V vsaki celici je eno od naravnih števil $1, 2, 3, \ldots n^2$ razporejenih tako, da so vsote števil po vrsticah, stolpcih in diagonalah enake. To vsoto števil pogosto imenujejo *magično število M*. Kako izračunamo magično število?

Vsota vseh števil v magičnem kvadratu je vsota vseh naravnih števil od 1 do n^2, torej

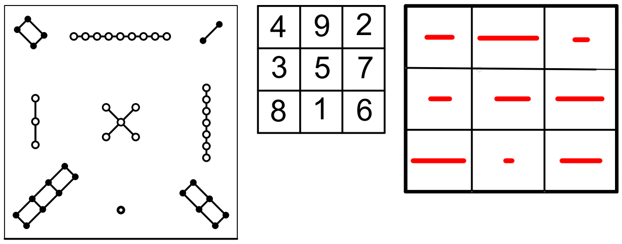
$$1 + 2 + 3 + \ldots + n^2 = \frac{n^2(n^2+1)}{2}.$$

Ker je n vrstic, je vsota števil po vrsticah

$$M = \frac{n^2(n^2+1)}{2n} = \frac{n^3+n}{2}.$$

Magične kvadrate poznajo ljudje že zelo dolgo. Izvirali naj bi iz Kitajske. Kdaj so se prvič pojavili, ne vemo. Nekateri pravijo, da naj bi jih Kitajci poznali že od leta 650 pred našim štetjem, nekateri zapisi naj bi omenjali leto 80 našega štetja, zanesljivi viri pa prihajajo iz leta 570. Največkrat omenjeni star magični kvadrat je Lo šu. Po legendi naj bi ga opazili na oklepu želve, ki je ob poplavah lezla iz reke Lo. Del vzorca, ki naj bi bil na hrbtu želve, je magični kvadrat, prikazan na sliki 1. Poleg smo narisali še ustrezni številski in geometrijski magični kvadrat. Merska števila daljic so ravno števila, ki so zapisana v posameznih celicah. Dolžino enotske daljice pa si lahko izberemo.

Tokrat se posvetimo *geometrijskim magičnim kvadratom*. Več o njih najdete v [1]. Navedli bomo le najpreprostejšo definicijo magičnega kvadrata. Geometrijski magični kvadrat reda n je kvadrat, ki je razdeljen na $n \times n$ celic, pri čemer je n naravno število. V celicah geometrijskega magičnega kvadrata (v nadaljevanju GMK) so namesto številk črte, geometrijski liki ali telesa razporejeni tako, da iz njih po vrsticah, stolpcih in diagonalah sestavimo nove črte, like ali telesa.



SLIKA 1.
Magični kvadrat Lo šu, njegova številska in geometrijska različica

Dogovorimo se še za poimenovanja. Osnovni liki so liki; te sestavljamo v nove like, ki polnijo celice GMK. Tem sestavljenim likom v celicah bomo rekli elementi celic. Elemente celic po vrsticah, stolpcih in diagonalah sestavljamo v nove like; to so *vsote elementov*. Pri vseh sestavljanjih velja, da lahko osnovne like ali elemente po celicah zavrtimo, morajo pa se stikati brez vrzeli in se ne smejo prekrivati.

Pri manj strogih zahtevah morajo imeti vsote elementov enake dolžine, ploščine oz. prostornine, lahko pa se razlikujejo po obliki. Vsote elementov pri nekem GMK so lahko npr. poljubni večkotniki, ki imajo enake ploščine (vsota elementov prve vrstice je trikotnik, druge vrstice štirikotnik ...). Prav tako se lahko v celicah kakšen element tudi ponovi. Pri strožjih zahtevah pa morajo biti vsote elementov med seboj skladni liki, elementi v posameznih celicah pa morajo biti različni. Tak GMK ima v tem primeru n^2 različnih elementov.

V nadaljevanju bomo pri sestavljanju GMK upoštevali strožja merila.

Magični kvadrat reda 3

Kako sestaviti GMK? Pomagamo si s t. i. Lucasovo tabelo (ustvaril jo je francoski matematik François Édouard Anatole Lucas (1842–1891)). Kot je razvidno iz slike 2, moramo najti tri osnovne like a, b, c, se dogovoriti, kako jih bomo *seštevali in odšte-*

vali, narisati ustrezne *vsote in razlike* teh likov (elemente) in jih razporediti po celicah. Vsota likov $a+b$ pomeni, da sestavimo (staknemo) lika a in b. Razlika likov $a-b$ pa pomeni, da liku a odrežemo lik b. Kako lika staknemo ali odrežemo, pa je treba premisliti. Čisto poljubno ne gre, saj moramo elemente po vrsticah, stolpcih in diagonalah sestaviti tako, da med njimi ne bo vrzeli in da bodo vsote elementov skladni liki ali telesa.

Primer. Lika a in c sta pravokotnika, ki imata enako dolgi daljši stranici, lik b pa je polovica kroga. Vsota $a+c$ pomeni, da moramo sestaviti lika a in c tako, da se stikata po daljši stranici. Razlika $c-a$ pomeni, da moramo od lika c odrezati lik a. Lik b pa bomo likoma a in c dodajali ali odvzemali na sredini daljše stranice. Če upoštevamo pravila zapisana v tabeli na sliki 2, dobimo narisani GMK na desni strani. Če poiščemo vsote elementov GMK na sliki 2 po vrsticah, stolpcih ali diagonalah, dobimo pravokotnik, to je lik $3c$. Opazimo še, da v posameznih celicah nimamo osnovnih likov a, b in c, ampak le njihove vsota ali razlike.

Če pravokotnik a ne bi imel ene enako dolge stranice kot pravokotnik c, bi se morali dogovoriti, kako ju staknemo, recimo tako, da se sredini daljših stranic ujemata. Odrežite en konec pravokotnika a, tako da bo njegova daljša stranica krajša od daljše stranice pravokotnika c in sestavite nov magični kvadrat. Kateri lik je zdaj vsota elementov po vrsticah, stolpcih ali diagonalah?

Naredimo še primer za geometrijski magični kvadrat reda 4 na dva načina. Prvega tako, da v celicah ne bo osnovnih likov, drugega pa tako, da bodo v celicah nekateri osnovni liki.

Magični kvadrat reda 4 brez osnovnih likov

Pomagamo si z latinskim kvadratom. *Latinski kvadrat* je kvadrat, razdeljen na $n \times n$ enakih celic, v katerih je n različnih elementov, navadno črk (latinskih črk, od tod tudi ime). Črke so po celicah razporejene tako, da se v vsaki vrstici oz. v vsakem stolpcu vsaka črka pojavi le enkrat (tabela 1 levo). Ime za tak kvadrat je uvedel Leonhard Euler (1707–1789). Latinski kvadrat ni magični kvadrat.

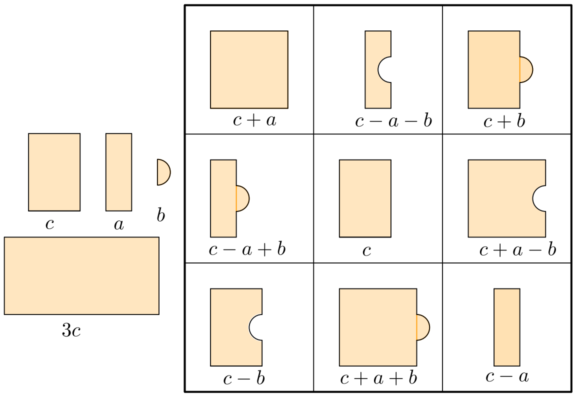
Zdaj latinski kvadrat, ki ima štiri različne elemente A, B, C, D, preuredimo tako, da dobimo magični kvadrat reda 4, ki ustreza strožjim zahtevam in ima po celicah različne elemente (tabela 1 desno). Osnovni liki so A, B, C, D, a in b.

Po tabeli 1 desno sestavljeni GMK je na sliki 3.

Magični kvadrat reda 4 z osnovnimi elementi po celicah

Sestavimo še magični kvadrat iz istih elementov kot v prejšnjem primeru, le da bodo v celicah tudi osnovni elementi A, B, C in D. Zopet si pomagamo z latinskim magičnim kvadratom.

$c+a$	$c-a-b$	$c+b$
$c-a+b$	c	$c+a-b$
$c-b$	$c+a+b$	$c-a$

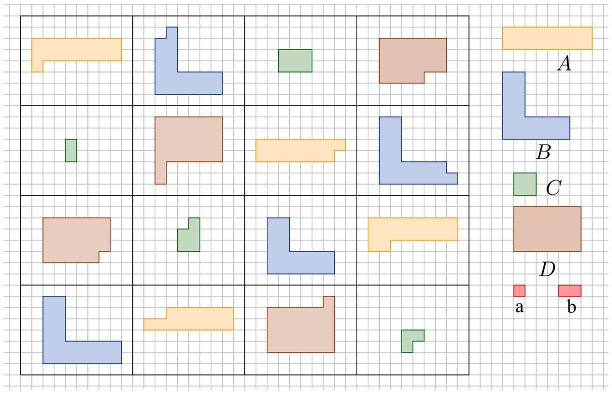


SLIKA 2.
Lucasova tabela za konstrukcijo magičnega kvadrata 3×3. Vsote po vrsticah, stolpcih in diagonalah (magično število) so $3c$. Poleg so narisani osnovni liki a, b in c in vsota elementov, to je lik $3c$ in ustrezni GMK.

A	B	C	D
C	D	A	B
D	C	B	A
B	A	D	C

$A+a$	$B-a$	$C+b$	$D-b$
$C-b$	$D+b$	$A-a$	$B+a$
$D-a$	$C+a$	$B-b$	$A+b$
$B+b$	$A-b$	$D+a$	$C-a$

TABELA 1.
Latinski 4×4 kvadrat. Ima samo štiri različne elemente. Poleg je dopolnjena tabela za izdelavo geometrijskega magičnega kvadrata z različnimi elementi po celicah.



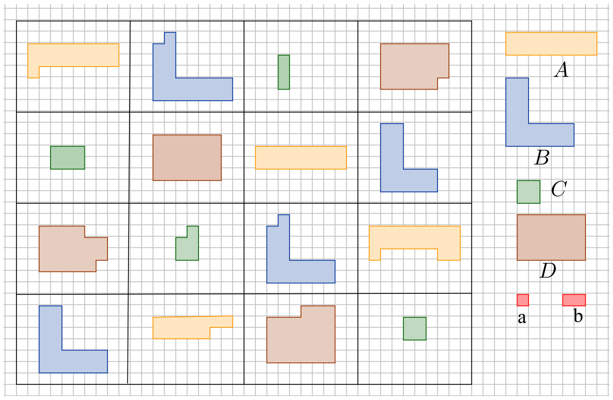
SLIKA 3.
Magični kvadrat s samimi različnimi liki po celicah. Da je slika preglednejša, smo osnovne like A, B, C in D obarvali in z enako barvo označili tudi elemente v celicah, ki so nastali tako, da smo tem štirimi osnovnim likom prišteli ali odšteli osnovna lika a in b.

Sestavimo ta magični kvadrat. Tudi tu smo osnovne like obarvali, tako da je v celicah vidno, iz katerega osnovnega lika je nastal narisani element celice (slika 4).

Kateri lik je vsota elementov po vrsticah, stolpcih oz. diagonalah? Kolikšna je njegova ploščina? So vsote elementov po vrsticah, stolpcih in diagonalah skladni liki? Za lažje preverjanje smo elemente v celicah narisali na kvadratni mreži.

$A+a$	$B-a+b$	$C+a-b$	$D-a$
$C+b$	D	A	$B-b$
$D-a-b$	$C+a$	$B-b$	$A+a+b$
B	$A-b$	$D+b$	C

TABELA 2.
Iz latinskega magičnega kvadrata smo naredili tabelo za konstrukcijo še enega geometrijskega magičnega kvadrata.



SLIKA 4.
Magični kvadrat z nekaterimi osnovnimi liki A, B, C in D po celicah

Magični kvadrat reda 3 iz delov šestkotnika

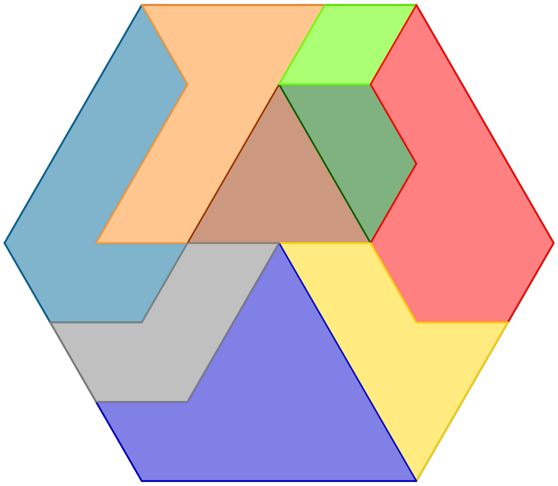
Pravilni šestkotnik smo razdelili na devet mnogokotnikov (slika 5). Iz narisanih delov sestavimo GMK reda 3.

Ali lahko sestavite tak GMK da ustreza strožjim zahtevam? Kateri lik je vsota elementov po vrsticah, stolpcih oz. diagonalah?

Kako naprej?

Ali lahko iz predlaganih osnovnih likov sestavimo posamezne elemente v celicah kako drugače, pa bodo še vedno ustrezali strožjim zahtevam za sestavo MGK? Spremenimo polkrog iz primera na sliki 2 v enakokraki (enakostranični) trikotnik in sestavimo GMK. Ali lahko trikotnik *prištejemo ali odštejemo* kako drugače, kot smo to naredili s polkrogom (ne po sredini stranice)?

→



SLIKA 5.
Iz delov pravilnega šestkotnika izdelajte GMK 3×3.

Ernest Bergholt je 1910 objavil »formulo« za tvorjenje GMK reda 4, ki ima v celicah tudi nekaj osnovnih likov. Določite osnovne like in sestavite GMK po tabeli 3.

$A-a$	$C+a+c$	$B+b-c$	$D-b$
$D+a-d$	B	C	$A-a+d$
$C-b+d$	A	D	$B+b-d$
$B+b$	$D-a-c$	$A-b+c$	$C+a$

TABELA 3.
Bergholtova shema za GMK reda 4

Več primerov geometrijskih magičnih kvadratov tudi višjih redov najdete tudi na spletni strani `www.geomagicsquares.com`.

Literatura

[1] Lee C. F. Sallows *Geometric Magic Squares*, A Challenging New Twist Using Colored Shapes Instead of Numbers, Dover Publications, Inc., Mineola, New York, 2013.

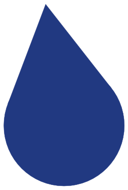
× × ×

Kapljice dežja

↓↓↓

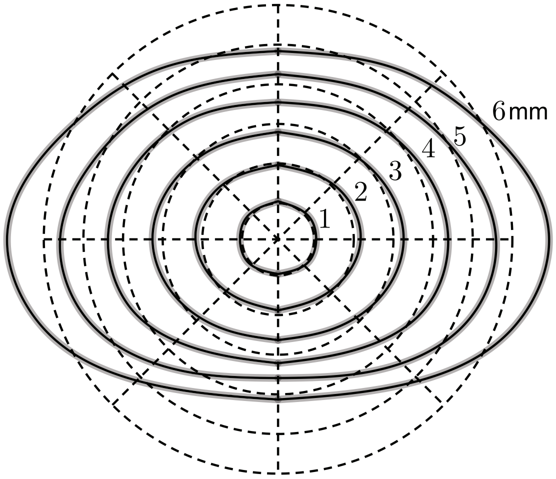
Andrej Likar

→ Kapljice dežja ilustratorji najpogosteje rišejo podolgovate s konico na vrhu, podobno, kot je predstavljeno na sliki 1, torej v obliki solze. Tudi sicer prevladuje mnenje, da imajo kapljice ribjo obliko, saj deluje na tako oblikovano kapljico precej manjši zračni upor kot na kroglico. Kapljice, ki visijo na vejah, tik preden padejo, so res podolgovate, vendar ne zaradi upora zraka.

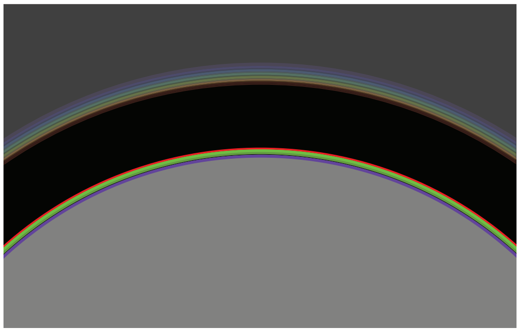


SLIKA 1.
Kapljica dežja, kot si jo najpogosteje zamišljajo ilustratorji slikanic.

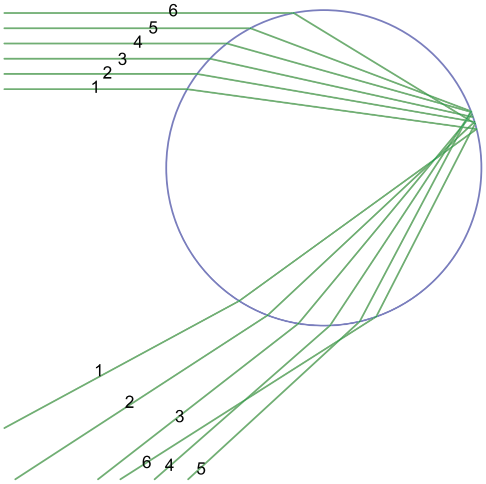
Manjše dežne kapljice imajo obliko kroglice, večje pa so nekoliko sploščene, kot kaže slika 2. Sploščenost je opazna pri kapljicah s polmerom nad 3 mm. Torej niti sledu o kakšni podolgovati obliki s konico na vrhu! Ko sem tole razlagal prijatelju Bogdanu, se s kroglasto obliko kapljic ni mogel sprijazniti. Morda je tako blizu tal, mi je ugovarjal, a gori blizu oblakov je oblika lahko drugačna. Tam pa verjetno ni nihče podrobneje opazoval kapljic. Prav mogoče je, da so solznate oblike. Le kako mu pokazati, da se moti? Spomnil sem se mavrice, ki jo tvori svetloba, odbita od notranjih sten kapljic visoko nad tlemi. O mavrici je Bogdan sicer nekaj vedel, a ne prav podrobno. Torej sem začel z razlago in jo podkrepil z računalniškim programom, kjer se računi loma in odboja bliskovito opravijo. Seveda je pisanje programa malo manj bliskovito, a sem ga napisal in preveril že prej. Kdor pa želi kaj več vedeti o tem računanju na roko, naj si pogleda članek v eni prejšnjih številk Preseka [1].



SLIKA 2.
Prava oblika dežnih kapljic



SLIKA 3.
Mavrici na povsem temnem nebu



SLIKA 4.
Nastanek primarne mavrice

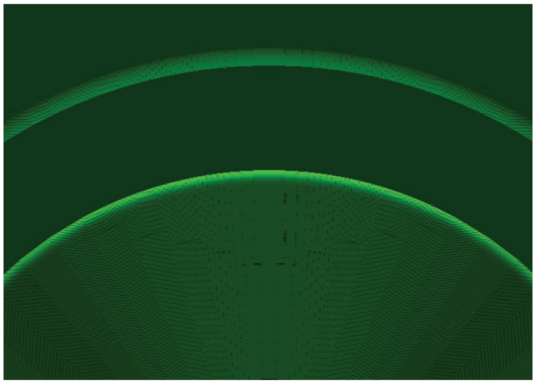
Na sliki 3 sta prikazani mavrici, kot ju lahko vidimo. Primarna je dobro vidna, sekundarna pa je šibkejša in je ne vidimo vedno. Pri sekundarni je vrstni red barv zamenjan glede na primarno, na vrhu je vijolična, spodaj pa rdeča, poleg tega pa je skoraj dvakrat širša. Pod primarno mavrico je nebo osvetljeno, prav tako nad sekundarno, med njima pa je temno področje, kjer vidimo le nebo. Kot med sončnimi žarki in lomljeno svetlobo, ki tvori primarno mavrico, je 42°, pri sekundarni pa je ta kot 51°.

Najprej si oglejmo, kako nastane primarna mavrica. Na sliki 4 so prikazane poti šopa vzporednih enobarvnih žarkov, ki se sipljejo skozi kapljico. Prikazan je le šop, ki je za nastanek mavrice pomemben; to so žarki blizu zgornjega dela kapljice. Privzamemo kroglaste kapljice, pozneje bomo to spremenili. Žarki so prikazani dovolj na redko, da jim lahko sledimo posamezno. Vidimo, da se kot med dvakrat lomljenim in enkrat odbitim žarkom in vpadnim spreminja z oddaljenostjo vpadnega žarka od središčnega. Z večanjem oddaljenosti se kot najprej povečuje, potem pa se začne spet zmanjševati. Pri določeni oddaljenosti se kot skoraj ne spreminja. Če gledamo sipano svetlobo, bomo v tej smeri zaznali zelo svetel rob (glej sliko 5). Pri drugačni barvi vpadne svetlobe je ta rob pri nekoliko drugačnem kotu. Kot narašča od rdeče barve do vijolične, zato se robovi ne prekrivajo in tako vidimo mavrico. Pod njo vidimo sipano svetlobo vseh barv, kar vidimo kot enakomerno belo svetlobo.

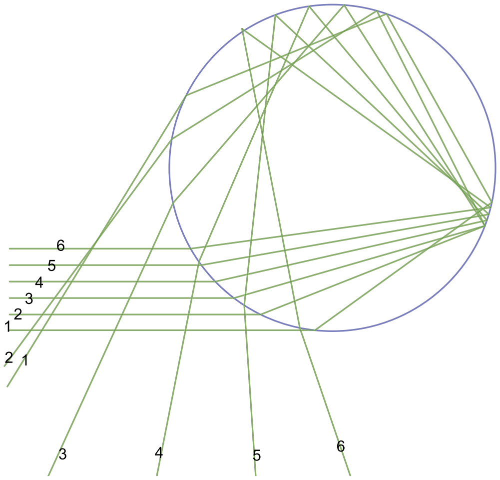
Tudi pri sekundarni mavrici vidimo tak rob, le da se tu žarki odbijejo dvakrat, preden se drugič lomijo in zapustijo kapljico (glej sliko 6). Račun kota med vpadnimi žarki, gledano proti Soncu, in kotom svetlega roba je tu okrog 51°. Spet je malo različen za različne barve in tudi tu vidimo mavrico, ki je sicer šibkejša zaradi enega odboja več in prav zato tudi širša.

Na sliki 7 in 8 je mavrica lepo vidna, saj smo računali odboj pri šestih različnih spektralnih barvah in s

→



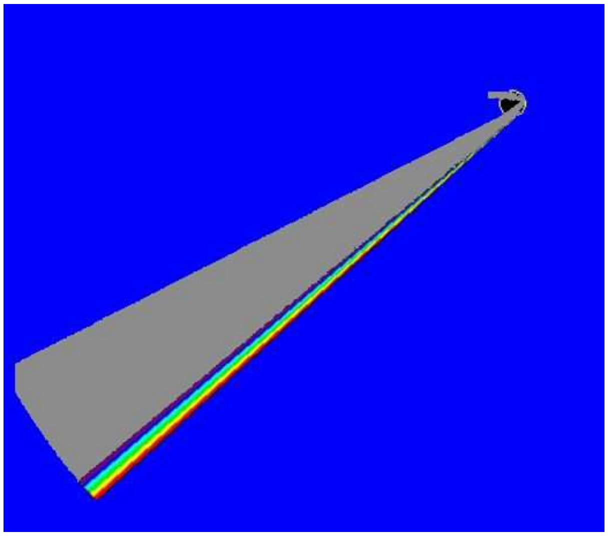
SLIKA 5.
Mavrica, kot bi jo videli v enobarvni svetlobi s Sonca.



SLIKA 6.
Nastanek sekundarne mavrice

stotinami žarkov. Pri padajočih kapljicah seveda ne vidimo vseh barv naenkrat. Najvišje kapljice zablestijo najprej v rdeč barvi, nato, ko padejo nekoliko niže, v rumeni, potem pa izmenjaje do vijolične. Pri nadaljnjem padanju vidimo le šibko sipano belo svetlobo. Ker je v dežju mnogo kapljic na različnih višinah, vidi mavrico tudi fotografski aparat s kratkim časom osvetlitve.

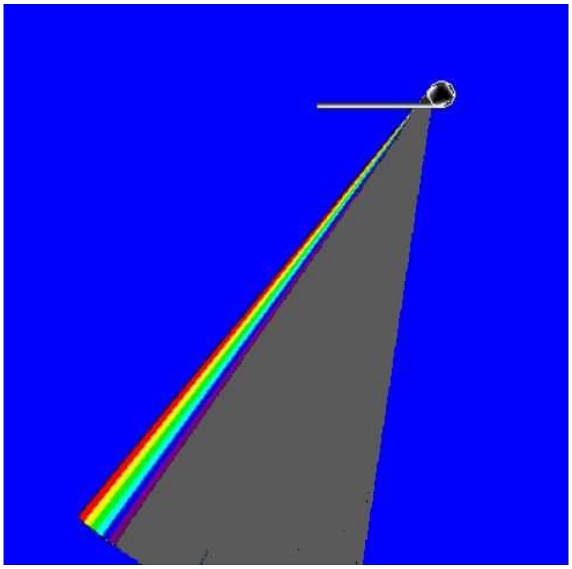
Bogdana nisem povsem prepričal, da morajo biti kapljice res kroglaste. »Res«, je ugovarjal, »morda se opazovanja povsem ujemajo z računi, a je lahko tako tudi pri kaki drugi obliki kapljic.« Torej sem ponovil račune za podolgovato, solzasto obliko kapljice. Izbral sem obliko na sliki 1, kjer je kot na vrhu enak 60°, in poskušal najti pogoje za primarno mavrico. V prejšnjem primeru je zaradi simetrične kapljice zadoščal en pramen žarkov, tu pa sem moral smer vpadnega šopa spreminjati.



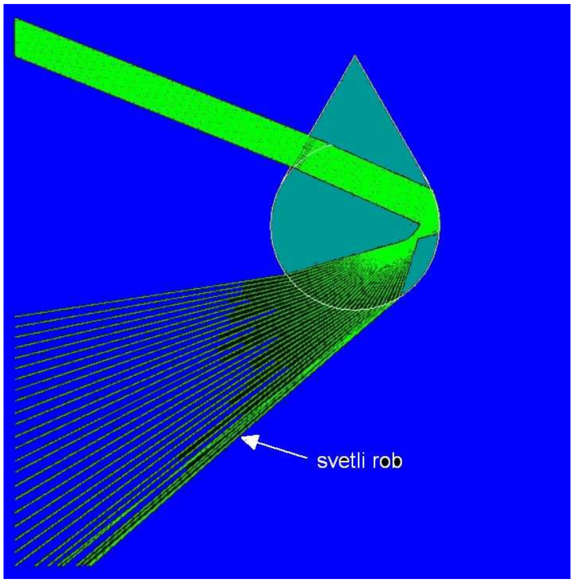
SLIKA 7.
Primarna mavrica, dobljena z različnimi lomnimi količniki za ustrezne barve in stotinami žarkov.

Na sliki 9 je pri precej nagnjenem snopu videti šibak svetal rob, a pri kotu 62°, kar je povsem drugače kot pri okrogli kapljici. Pri malo manj nagnjenem snopu na sliki 10 je sipana svetloba že zelo blizu roba, pri vodoravnem vpadu pa roba ne vidimo več. Primarna mavrica bi se torej pojavila le, ko bi bilo Sonce dovolj visoko na nebu in to pod povsem drugačnim kotom kot pri okroglih kapljicah. To je Bogdana le prepričalo, da so kapljice okrogle tudi blizu oblakov.

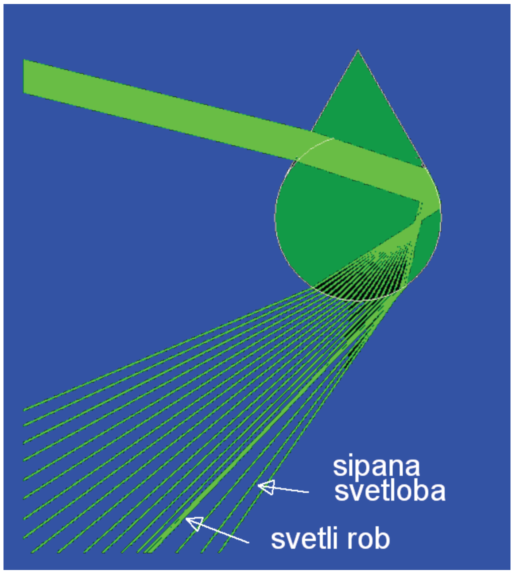
Za konec si oglejmo še mavrico na zelo velikih kapljicah, ki so vidno sploščene. Na sliki 11 zasledimo potek žarkov pri taki kapljici s premerom kake 3 mm. Svetal rob se sicer tvori, a pri kotu 17°. Za opaženi kot 42° morajo biti kapljice okrogle, odstopanje od krogelne oblike kaj hitro spremeni ta kot. Pri ≈ 5 % odstopanju od krogelne oblike se kot spremeni za ≈ 5°. Mavrica se torej tvori le na kapljicah s premerom, manjšim od ≈ 1 mm.



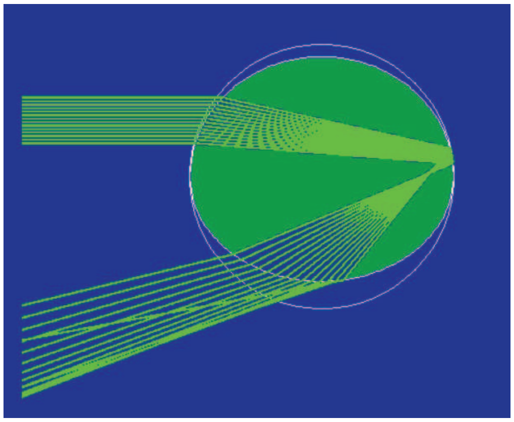
SLIKA 8.
Sekundarna mavrica, dobljena tako kot na sliki 7.



SLIKA 9.
Potek žarkov pri kapljici solzaste oblike pri večjem kotu vpadnega snopa



SLIKA 10.
Potek žarkov pri kapljici solzaste oblike pri manjšem kotu vpadnega snopa



SLIKA 11.
Potek žarkov pri veliki kapljici s premerom okrog 3 mm. Pri takih kapljicah bi videli mavrico pod kotom okrog 17°. Da je sploščenost kapljice dobro vidna, smo dorisali še okroglo kapljico z enakim, največjim premerom.

Literatura

[1] M. Vencelj, *Mavrica*, Presek **38** (2010/2011) 1, 1.

× × ×

Priprave na mednarodno mladinsko naravoslovno olimpijado 2021

↓↓↓

Barbara Rovšek in Domen Vaupotič

Opomba. Članek je bil napisan konec poletja 2021, ko se niso zgodile niti še naslednje priprave niti sama olimpijada. O vseh nadaljnjih dogodkih in izplenu bomo poročali v naslednji številki Preseka.

→ Konec leta 2021 bo na daljavo potekala 19. Mednarodna mladinska naravoslovna olimpijada (IJSO, International Junior Science Olympiad). Letos olimpijado organizirajo Združeni arabski emirati. Slovenija se je bo udeležila šele drugič. Prvič smo sodelovali pred dvema letoma, ko je olimpijado gostil Katar. Ekipa, ki jo je tedaj sestavljalo šest članov, se je iz Dohe vrnila z dvema bronastima medaljama. Tudi če bodo letos slovenski učenci (in morda dijaki) spet osvajali medalje, ne bomo rekli, da se z olimpijade »vračajo« z medaljami – ker na žalost ne bodo zares odšli iz Slovenije. V Al Ain ne bodo potovali oni, ampak le ena sama vodja ekipe (od treh; dva bosta doma poskrbela za izvedbo tekmovanja). Kaj nam ostane drugega, kot da upamo, da se bodo časi, ko smo brez strahu in polni pričakovanj potovali po svetu s celotnimi ekipami, vrnili.

أولمبياد العلوم الدولي للناشئين الثامن عشر
18th International Junior Science Olympiad
2021/ديسمبر December/12-21

SLIKA 1.
Udeleženci prvih priprav za IJSO 2021, ki so na pripravah sodelovali v živo (foto: Jan Šuntajs)

Ne glede na to, da pri olimpijadi na daljavo manjka najpomembnejši del dogajanja, to pa je druženje mladine in spoznavanje vrstnikov s celega sveta, ki jim je skupno ter jih povezuje zanimanje za naravoslovje, smo se odločili, da na olimpijadi vsekakor sodelujemo. Sodelujemo z mislijo na prihodnost, da ne zgubimo stika z organizacijo IJSO in pokažemo, da smo zanesljivi udeleženci prihodnjih olimpijad.

Pred dvema letoma smo odločitev za prvo sodelovanje sprejeli malce na vrat na nos in v pomanjkanju časa izbrali ekipo le med zmagovalci dveh tekmovanj v znanju fizike in kemije. Letos smo se izbirnega postopka lotili pravočasno in bolj premišljeno. Že pred prvim sodelovanjem na IJSO smo sprejeli odločitev, da bomo ekipo za IJSO sestavili iz učencev, ki v času olimpijade še vedno obiskujejo osnovno šolo. Ta sklep smo letos prekršili. Če ga ne bi, bi bili letošnji devetošolci za možnost sodelovanja na IJSO

SLIKA 2.
Udeleženci prvih priprav za IJSO 2021, ki so na pripravah sodelovali preko videokonference.

prikrajšani, ker je lani olimpijada odpadla. Na prve priprave za IJSO, ki so potekale med 17. in 23. junijem 2021, smo zato povabili 52 učencev 8. in 9. razreda, ki so na letošnjih državnih tekmovanjih v znanju fizike in kemije dosegli najboljši uspeh. Udeležbo na pripravah je potrdilo 44 učencev, zares pa se jih je priprav udeležilo 40.

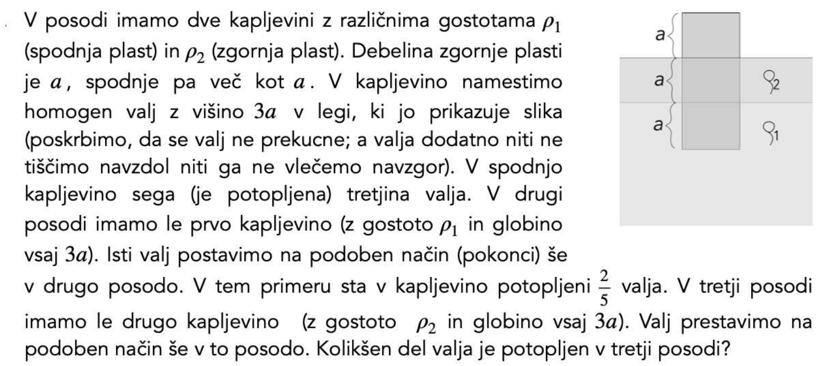
Osmošolci so se zaradi priprav odpovedali zadnjemu tednu pouka in vsem zabavnim ter sproščujočim dejavnostim v tistem tednu. Devetošolci pa so s poukom zaključili že prej in so na pripravah preživeli prvi teden svojih počitnic.

In kako so potekale priprave? Dobra polovica udeležencev se jih je udeležila v živo, slaba polovica pa je predavanja spremljala preko videokonference. Urnik je bil natrpan in intenziven: v petih dnevih se je zvrstilo 30 ur predavanj, vsak dan po šest ur: deset ur kemije, osem ur biologije, dve uri matematike in deset ur fizike. Predavalnice sta nam prijazno odstopili v uporabo dve fakulteti Univerze v Ljubljani: Pedagoška in Biotehniška (Oddelek za biologijo). Pa ne le predavalnice, tudi svoje zaposlene: priprave smo izvedli Ana Pšeničnik in Jure Mravlje z Biotehniške fakultete, Jurij Bajc in Barbara Rovšek s Pedagoške fakultete, pa še Rok Venturini in Mimoza Naseska, mlada raziskovalca z IJS, ter Domen Vaupotič in David Titovšek, oba diplomirana biokemika; Domen je trenutno študent na magistrskem programu Biofizika na Fakulteti za matematiko in fiziko, David pa magistrski študent na Fakulteti za kemijo in kemijsko tehnologijo.

SLIKA 3.
Predavatelji na prvih pripravah za IJSO 2021 (foto: Jan Šuntajs)

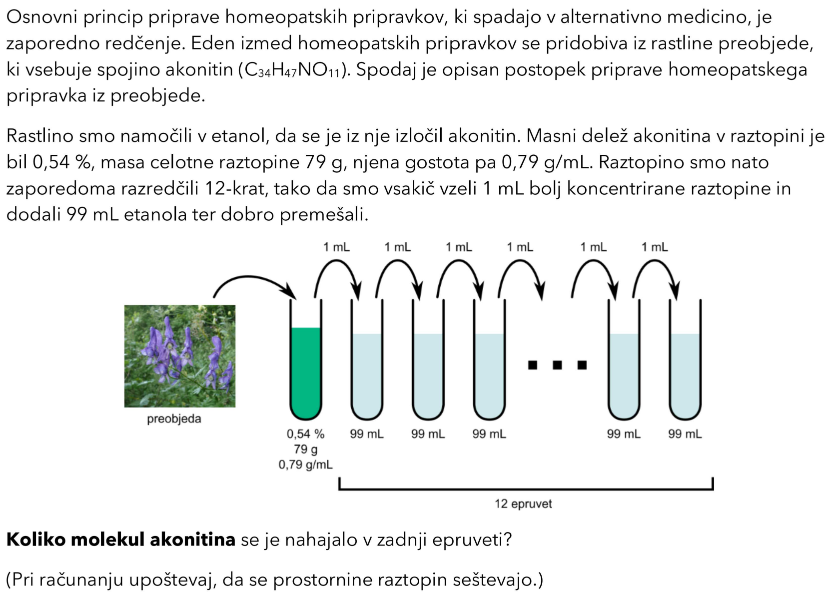
Kot se pogosto tolažimo, ko se zgodi kaj slabega: nobena (no, skoraj nobena) reč ni le slaba in vedno lahko najdemo (če to iščemo) tudi njene dobre plati. Epidemija ter splošno zaprtje šol in fakultet sta nas prisilila, da smo začeli medmrežje uporabljati na nove načine, da smo se privadili in prilagodili spletnemu prenašanju predavanj in da so začetniške napake daleč za nami. Udeležencem priprav, ki bivajo daleč od Ljubljane, se ni bilo treba niti vsak dan voziti v Ljubljano niti iskati možnosti za prenočevanje pri tetah in stricih, ki živijo bližje prestolnici. Seveda je bolje, če poslušaš predavanja v živo, dobro slišiš in vidiš predavatelja, kako krili z rokami med prizadevanjem, da bi razložil abstraktne naravoslovne pojme in zakonitosti, ter krace, ki jih piše po tabli, kot če na zaslonu računalnika spremljaš prenos predavanja, ki je daleč od full HD izkušnje. Tudi za predavatelja velja podobno: ko ima pred seboj živo občinstvo, lahko zazna njihove zbegane in vprašujoče poglede ter lažje prilagodi ritem svojega predavanja razmeram v učilnici. Če občinstva nima pred seboj, temveč lahko vidi le njihove majcene sličice, se bistveno težje prilagaja. A kot smo zapisali; zadeve niso črno-bele, in ko na tehtnico postavimo vse prednosti in slabosti spletnih prenosov predavanj, je prednosti še vedno precej več kot slabosti. Dodatno je k pozitivni celotni izkušnji (za vse, ki so predavanja spremljali preko spleta) prispevala tudi živa udeležba polovice udeležencev. (Za njih pa niso bila zanemarljiva niti dobra kosila, ki so jih dobili na obeh fakultetah.)

→



V posodi imamo dve kapljevini z različnima gostotama ρ_1 (spodnja plast) in ρ_2 (zgornja plast). Debelina zgornje plasti je a, spodnje pa več kot a. V kapljevino namestimo homogen valj z višino $3a$ v legi, ki jo prikazuje slika (poskrbimo, da se valj ne prekucne; a valja dodatno niti ne tiščimo navzdol niti ga ne vlečemo navzgor). V spodnjo kapljevino sega (je potopljena) tretjina valja. V drugi posodi imamo le prvo kapljevino (z gostoto ρ_1 in globino vsaj $3a$). Isti valj postavimo na podoben način (pokonci) še v drugo posodo. V tem primeru sta v kapljevino potopljeni $\frac{2}{5}$ valja. V tretji posodi imamo le drugo kapljevino (z gostoto ρ_2 in globino vsaj $3a$). Valj prestavimo na podoben način še v to posodo. Kolikšen del valja je potopljen v tretji posodi?

SLIKA 4.
Ena od petih nalog s fizikalnega testa



Osnovni princip priprave homeopatskih pripravkov, ki spadajo v alternativno medicino, je zaporedno redčenje. Eden izmed homeopatskih pripravkov se pridobiva iz rastline preobjede, ki vsebuje spojino akonitin ($C_{34}H_{47}NO_{11}$). Spodaj je opisan postopek priprave homeopatskega pripravka iz preobjede.

Rastlino smo namočili v etanol, da se je iz nje izločil akonitin. Masni delež akonitina v raztopini je bil 0,54 %, masa celotne raztopine 79 g, njena gostota pa 0,79 g/mL. Raztopino smo nato zaporedoma razredčili 12-krat, tako da smo vsakič vzeli 1 mL bolj koncentrirane raztopine in dodali 99 mL etanola ter dobro premešali.

Koliko molekul akonitina se je nahajalo v zadnji epruveti?

(Pri računanju upoštevaj, da se prostornine raztopin seštevajo.)

SLIKA 5.
Zadnja od šestih nalog s kemijskega testa

In po pripravah? V ponedeljek 28. junija je 38 učencev pisalo prvi izbirni test. Začel se je ob 10. uri in je trajal tri ure; vsaki naravoslovni vedi smo namenili eno uro. Snov, ki so jo testi zajemali, je celotna snov 8. razreda in dodatne vsebine, ki smo jih obravnavali na pripravah. Ena od petih fizikalnih nalog je na sliki 4, ena od šestih kemijskih pa na sliki 5. Ju znaš rešiti?

Izmed 38 udeležencev priprav smo izbrali ducat najboljših, ki smo jih konec avgusta povabili na naslednje priprave v Plemljevo vilo na Bledu. Sestava ožjega izbora teh, ki so napredovali v drugi krog, je taka: osem je devetošolcev in štirje so osmošolci; devet je fantov in tri so dekleta; osem jih je na prvih pripravah sodelovalo v živo in štiri na daljavo, šest jih je z različnih gorenjskih šol, pet iz Ljubljane z okolico in eden s Ptuja.

Se javimo zopet v naslednji številki Preseka, ko bomo poročali, kaj se je godilo na Bledu, objavili rešitve zgornjih nalog (in morda še katero od nalog iz testa) ter povedali, kako bo potekal izbirni postopek v prihodnosti.

Sodelovanje Slovenije na IJSO je skupen projekt Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije (DMFA) ter Zveze za tehnično kulturo Slovenije (ZOTKS).

× × ×

Matematika združuje

VABILO K SODELOVANJU NA LIKOVNEM NATEČAJU

Boštjan Kuzman

→ Letošnji Mednarodni dan matematike 14. marec 2022 bo potekal pod skupnim sloganom Matematika združuje. Tudi letos se bomo pri DMFA Slovenije pridružili mednarodnemu praznovanju z izvedbo likovnega natečaja, na katerem bomo tokrat iskali najlepšo in najbolj domiselno matematično tablo, kot jo bodo popisali in porisali učenci in učenke v osnovnih in srednjih šolah.

Naloga. Ob mednarodnem dnevu matematike šolsko tablo v vaši učilnici popišite in porišite z vsebino v duhu slogana Matematika združuje. Pri tem lahko uporabite vso svojo domišljijo in likovne spretnosti – matematika ne združuje le števil, geometrije in logike, ampak tudi ljudi različnih starosti, jezikov, verstev in drugih prepričanj, različna znanstvena in umetniška področja ter različne šolske predmete, različne poklice, različne pisave, in podobno. Natečaj je namenjen skupinam učencev in učenk v naslednjih kategorijah:

- OŠ1 (1.–3. razred): razredni izdelek.
- OŠ2 (4.–6. razred): razredni izdelek.
- OŠ3 (7.–9. razred): razredni izdelek ali izdelek skupine vsaj petih učencev istega razreda.
- SŠ (vsi letniki): razredni izdelek ali izdelek skupine vsaj treh učencev iste šole.

Pri razrednem izdelku naj sodeluje celoten razred, mlajšim lahko pomagajo učitelji. Posamezna šola lahko na natečaj prijavi največ tri izdelke.

Oddaja izdelkov. Vašo tablo fotografirajte v primerni kakovosti (ustrezno osvetljeno in obrezano). Fotografijo skupaj s podatki o avtorjih boste oddali v elektronski obliki najkasneje do **21. marca 2022.** Obrazec za oddajo bo objavljen na spletni strani `www.dmfa.si` od 14. do 21. marca.

Strokovna komisija pri DMFA Slovenije bo med oddanimi izdelki izbrala nekaj najzanimivejših in jih nagradila s poliedrskimi kompleti in drugimi simboličnimi darili, ki jih bomo predvidoma podelili na prireditvi Bistroumi 2022 junija v Ljubljani. Kontaktni naslov za morebitna dodatna vprašanja je `matematicnidan@gmail.com`.

Toplo vabljeni k sodelovanju!

SLIKA.

Nagradna križanka

									AVTOR MARKO BOKALIČ	PREDMETI ZA OTROŠKO ZABAVO	AMERIŠKI ASTRONOM (HENRY)	NEKDANJI ŠPANSKI NOGOMETNI ZVEZDNIK	ŠTEVILO 4 Z RIMSKIMI ŠTEVILKAMI	AVSTRIJ. PISATELJICA, NOBELOVKA (ELFRIEDE)	MESTO V PORTORIKU Z ASTRON. OBSERVATORIJEM	NA NOVI ZELANDIJI ROJENI ZAČETNIK ATOMSKE FIZIKE (ERNEST)	NAJVEČJA REKA V ZAHODNI EVROPI	SPO D
									MESTO V ZAHODNI SLOVENIJI		4							
									VREZOVALEC V TRDO SNOV							EVROPSKI NAČIN ŽIVLJENJA LUPILNIK LUBJA		
									NEKD. NEM. PREDSEDNIK (JOHANNES) UPRAVITELJ KOMENDE				KRIVULJA V OBLIKI OSMICE RIMSKA BOGINJA					
																	UNIVERZA V MELBOURNU IT. TISK. AGENCIJA	7
GRAFIČNO OBLIKOVANJE MATEVŽ BOKALIČ	MOŠTVENA IGRA Z ŽOGO	NAŠ VELIKI MATEMATIK (JOSIP)	GRŠKI IZNAJDITELJ IN JUNAK	EVROPSKA OBRAČUN. ENOTA PRED EVROM	PRIROJENA TEŽNJA, INSTINKT	DALMATINSKI OTOK	2. IN 4. SAMOGLASNIK	EDEN OD STARŠEV OTOK V ZADRSKI SKUPINI				OPERACIJA MED MNOŽICAMI						OG M SE R TI
AM. FIZIK, "OČE" ATOMSKE BOMBE (J. ROBERT)												ASTRA SPLETNA DOMENA SAVDSKE ARABIJE			6			
PORAŠČENOST PO TELESU										EKONOMSKO-PROPAGANDNI OGLAS	NEKDANJE TELOVADNO GIBANJE ENOTA ZA ZRAČ. TLAK							
OGROMNA ČRNOMORSKA IN KASPIJSKA RIBA			9				ORIENTAL. POKRIVALO ORODJE V PARU Z LOPATO							INSTITUCIJA	JAPONSKO MESTO PO DRAVI IMENOVAN MINERAL			
STARA MAMA, BABICA, NONA				BITJE IZ *GOSPODARJA PRSTANOV* GR. ČRKA				SATURNOVA LUNA OZVEZDJE Z ZVEZDO ANTARES		3		NEMŠKI AVTO MRLIŠKI AVTOMOBIL					MESTO V JUŽNI FRANCIJI ŽELJA PO JEDI	20
DRŽAVA NA ARABSKEM POLOTOKU						SOSEDI ČRKE S 2. SOLMIZACIJSKI ZLOG			GRŠKI OTOK KINETIČNA, POTENCIALNA ?				SREBANJE STANE JERKO					
HIŠNI PROSTOR POD NIVOJEM POVRŠJA					TISKARSKI NOŽ ZA POSNEMANJE BARVE Z VALJA		10				V NJIH IMAMO JEZIK IN ZOBE					PRIPIS ANGLEŠKI REŽISER LOACH		
ŽITO, KI NE VSEBUJE GLUTENA					LJUBLJANA V RIMSKIH ČASIH						POZNOPOLETNE HRUŠKE KRAJ PRI PODNARTU			12				ZU OG O
													MEH. DRŽAVNIK (ENRIQUE PENA) SL. SKLAD. (MARIJ)					
							GEOMETRIJSKI LIK											
							"NAJKRAJŠE" SLOVENSKO NASELJE			MATERIJA, TVAR ČAROVNIK					MESTO V BELGIJI S PROGO ZA DIRKE FORMULE 1	ŠTIRIKOTNO OBTESANO DEBLO UMETNOST		
							GLASBENIK HENDRIX				18	OZKA VAŠKA ULICA (KOROŠKO) DOMENA IZRAELA			15		ČRKI, KI OKLEPATA P ERMANNO OLMI	
							HLADEN MORSKI TOK V SZ. DELU PACIFIKA							ZNAČAJSKO PREDRUGAČENJE				11
							OKRASNA ROŽA S CVETOM ZA PRAZNIK							AKTIVEN VULKAN NA JAP. OTOKU KJUŠUJU				NE PRE P G (A

JA NI I	JASNO SPOZNANJE, DOJEM	KRAJ V HRIBOVITEM ZALEDJU KOPRA	SEVERNI JAPONSKI OTOK	ŠTEVILO DNI OD ZAD. MLAJA V LETU DO NOV. LETA	ČEŠKOSLOVAŠKI ŠAHOVSKI TEORETIK (RICHARD)	RAZVOJ LOVCA NA NAJDALJŠO DIAGONALO PRI ŠAHU	IZRAELSKI PISATELJ (AMOS)	DELOVNO PODROČJE MINISTRA	RUSKI SKLADATELJ ŠOSTAKOVIČ									
				8														
							SPLETNA DOMENA SLOVENIJE											
ZA U K. JA	7						JUNAK IZ ROMANA *GALJOT* (JOHAN) ENKA											
	OGROMEN MORSKI SESALEC RIMSKE TROJANE				ŠKOT. FIZIK (JOHN) ZASLEDOVANJE DIVJADI													
		ŠVED. FIZIK (NILS GUSTAF) GEOMETR. TELO				14		IZTOK MLAKAR			OBRAMBNI IGRALEC, BRANILEC	INDIJANCI Z OBMOČJA VELIKIH JEZER V AMERIKI	TOPLOTNA ČRPALKA	SMUČARKA ŠTUHEC	ŽIVČNOST	NAJVIŠJA NOTRANJSKA GORA	SEVERNOKOREJSKI DIKTATOR DŽONG UN	ČRKA, KI OZNAČUJE NEZNANKO V ENAČBI
				NAŠ ZGODOVINAR LUTHAR OLIMPIJSKE IGRE				JUDOVSKI POLITIK IN PISEC RUS. RODU (VLADIMIR)			13							
			OVITEK NEKDANJI ANGLEŠKI NOGOMETAŠ (DAVID)					TELOVADNI POLOŽAJ V OPORI NA IZTEG. ROKAH	POLINOM NEKD. IT. DRŽAVNIK (CARLO) CIAMPI									
I JI I	20				SVETLOBNI POJAV OB RAZELEKTRENJU OZRAČJA	ELEMENTARNI DELCI REBRASTA TKANINA							AVSTRIJ. MESTO OB DONAVI LARS ONSAGER					
				IT. IGRALEC (ROSSANO) INDIJSKI POSLOVNEŽ NAYAR							ŽELEZARSKA PEČ GNOJNA OKUŽBA KOŽE	1					13. ALI 15. DAN V MESECU RIMSKEGA KOLEDARJA	IZREDNA LEPOTA
		TRETJE NAJVEČJE MESTO V KOLUMBIJI					PEČENI PRIBOLJŠKI IZ TESTA ŠPORT Z LOPARJEM							SLOVENSKI PESNIK (FRANCE) IVO BAN				
	ZUNANJE OGRODJE, OHIŠJE	RASTLINE BREZCVETNICE		2									EGIPČAN. BOGINJA MATI, OZIRISOVA ŽENA				17	
		NEMŠKI FILOZOF (EDMUND)							19	PASCUAL JORDAN PRIHOD V PROSTOR			TEŽKA KOVINA RDEČKASTE BARVE					
		4. RIMSKI KRALJ MARCIJ PREDEL NAD PIRANOM				SLIKAR BREZ AKADEMSKE IZOBRAZBE DIAPOZITIV												
				KANTAVTOR SMOLAR SVETOVNA STAROST, VEČNOST				BOSANSKO-SLOVENSKI PESNIK (JOSIP) DEJANJE										
KI TA P NO			ROMSKA RADIJSKA NOVINARKA BRIZANI GALIJ	16					2. OSEBA EDNINE GRŠKA ČRKA			STAR, OKRAJŠAN IZRAZ ZA ILOVICO						
	11									5								
	NEKDANJI PREDSEDNIK PORTUGALSKE (ANTONIO)							VISOKO LISTNATO DREVO										

NAGRADNI RAZPIS

→ Črke iz oštevilčenih polj vpišite skupaj z osebnimi podatki v obrazec na spletni strani

`www.presek.si/krizanka`

ter ga oddajte do **15. marca 2022**, ko bomo izžrebali tri nagrajence, ki bodo prejeli **knjižno nagrado**.

× × ×

Posadke pri projektu Apollo

↓↓↓

Aleš Berkopec

→ **V okviru projekta Apollo je proti Luni poletelo enajst posadk, od Apolla 7 (oktober 1968) do Apolla 17 (december 1972). V vsaki so bili trije astronavti, glede na dneve v tednu pa so bili rojeni tako, kot kaže tabela 1.**

Opazimo lahko, da je bilo med enajstimi posadkami natanko sedem takih, pri katerih sta vsaj dva astronavta rojena na isti dan v tednu. Zanima nas, ali je takšna razporeditev razmeroma pogosta ali pa gre za redko naključje. Kolikšna je torej verjetnost, da posadka treh naključno izbranih astronavtov vključuje najmanj dva, ki sta rojena na isti dan v tednu? Kolikšna je verjetnost, da je med enajstimi posadkami vsaj sedem takih?

Privzemimo, da je verjetnost rojstva astronavta za vsak dan v tednu enaka, torej $1/7$. Načrt naj bo tak: najprej izračunamo število vseh možnosti, torej da je vsak od trojice rojen na katerikoli dan v tednu, potem pa število tistih, pri katerih sta vsaj dva rojena na isti dan v tednu.

Od tod dobimo klasično oceno za verjetnost p, da se dogodek zgodi pri eni posadki. Rezultat za sedem takih posadk je produkt sedmih p in štirih $q = 1 - p$, te pa lahko premešamo na $\binom{11}{7} = \binom{11}{4}$ načinov.

Ker je vsak od treh članov posadke lahko rojen na katerikoli dan v tednu, je vseh možnosti $7 \cdot 7 \cdot 7$. Da so vsi rojeni na isti dan, na kateregakoli od sedmih dni, je možnosti $7 \cdot 1 \cdot 1$ (za prvega sedem, za preostala dva ena), da so vsi rojeni na različne dneve, pa $7 \cdot 6 \cdot 5$ (za prvega je sedem možnosti, za drugega ena manj, za tretjega še ena manj). Če sta dva rojena na isti dan, sta to lahko prvi in drugi, drugi in tretji ali prvi in tretji; za ta par je za enega sedem možnosti, za drugega ena možnost. Za tistega, ki ni rojen na isti dan, je možnosti šest, za preostala dva sedem, oz. $6 \cdot 7 \cdot 1$ ali $7 \cdot 6 \cdot 1$ ali $7 \cdot 1 \cdot 6$ (tisti, ki se razlikuje, je lahko na prvem, drugem ali tretjem mestu).

Apollo	poveljnik	1. član	2. član	dan v tednu			n
7	Schirra	Eisele	Cunningham	pon	pon	sre	2
8	Borman	Lovell	Anders	sre	ned	tor	1
9	McDivitt	Scott	Schweickart	pon	pon	pet	2
10	Stafford	Young	Cernan	sre	sre	sre	3
11	Armstrong	Collins	Aldrin	tor	pet	pon	1
12	Conrad	Gordon	Bean	pon	sob	tor	1
13	Lovell	Swigert	Haise	ned	ned	tor	2
14	Shepard	Roosa	Mitchell	ned	sre	sre	2
15	Scott	Worden	Irwin	pon	ned	pon	2
16	Young	Mattingly	Duke	sre	tor	čet	1
17	Cernan	Evans	Schmitt	sre	pet	sre	2

TABELA 1.

Preverimo, da je vsota vseh možnosti 7^3

$$7 \cdot 1 \cdot 1 + 3 \cdot (7 \cdot 6 \cdot 1) + 7 \cdot 6 \cdot 5$$
$$= 7 \cdot (1 + 3 \cdot 6 + 6 \cdot 5) = 7 \cdot 49 = 7^3,$$

in poglejmo, koliko je tistih, pri katerih sta dva ali so trije rojeni na isti dan v tednu. Za dva je možnosti $3 \cdot 7 \cdot 6$, za vse tri 7 in skupno $7 \cdot 19$. Verjetnost, da v eni trojici najdemo dva ali tri rojene na isti dan v tednu, je po klasični definiciji število ugodnih možnosti, deljeno z vsemi,

$$p = \frac{7 \cdot 19}{7 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{19}{49}, \tag{1}$$

kar je tudi odgovor na prvo vprašanje.

Ker za vsako posadko velja 1, je verjetnost, da je med enajstimi posadkami sedem takih, štiri pa ne, enaka p^7q^4. A vrstni red nam pri tem ni pomemben, zato je rezultat seštevek vseh kombinacij sedmih p in štirih q, ki jih je $\binom{11}{7} = \binom{11}{4}$, ali skupno

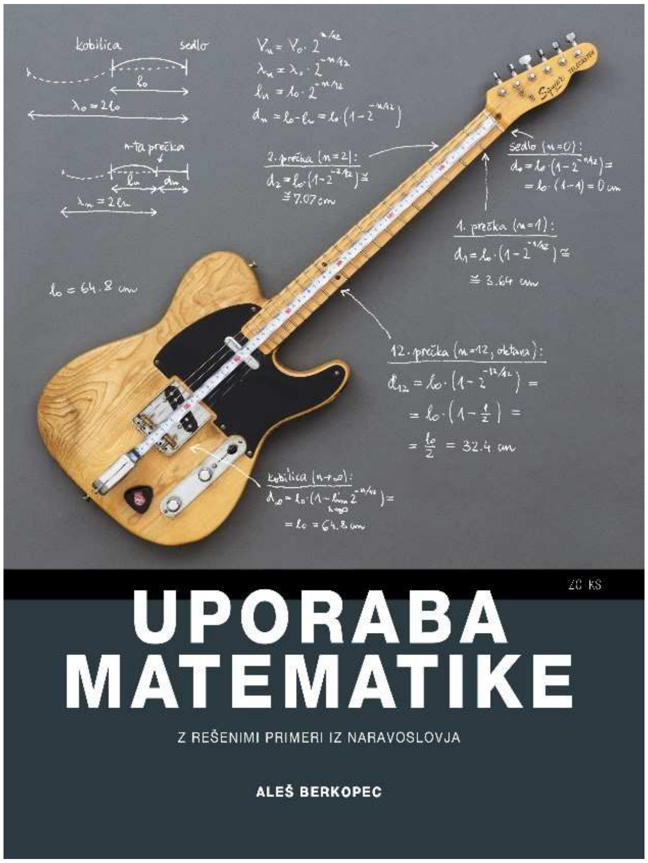
$$P_7 = \binom{11}{7} p^7 q^4 = \binom{11}{7} \cdot \left(\frac{19}{49}\right)^7 \cdot \left(\frac{30}{49}\right)^4 \doteq 0{,}0611.$$

Ker nas je zanimalo, kolikšna je verjetnost, da je *vsaj* sedem takih, moramo prišteti še verjetnosti, da jih je osem, devet, deset ali enajst. Teh je

$$P_8 = \binom{11}{8} p^8 q^3 = \binom{11}{8} \cdot \left(\frac{19}{49}\right)^8 \cdot \left(\frac{30}{49}\right)^3$$
$$\doteq 0{,}0193$$
$$P_9 = \binom{11}{9} p^9 q^2 = \binom{11}{9} \cdot \left(\frac{19}{49}\right)^9 \cdot \left(\frac{30}{49}\right)^2$$
$$\doteq 0{,}0041$$
$$P_{10} = \binom{11}{10} p^{10} q^1 = \binom{11}{10} \cdot \left(\frac{19}{49}\right)^{10} \cdot \left(\frac{30}{49}\right)^1$$
$$\doteq 5{,}17 \cdot 10^{-4}$$
$$P_{11} = \binom{11}{11} p^{11} q^0 = \binom{11}{11} \cdot \left(\frac{19}{49}\right)^{11} \cdot \left(\frac{30}{49}\right)^0$$
$$\doteq 2{,}98 \cdot 10^{-5},$$

vsota vseh od P_7 do P_{11} pa iskana verjetnost, da bi vsaj sedem posadk imelo najmanj dva člana rojena na isti dan v tednu

$$P_{7..11} = \sum_{k=7}^{11} P_k \doteq 0.0851 \doteq 8{,}51\,\%.$$



Članek Posadke pri projektu Apollo smo si izposodili iz knjige Uporaba matematike z rešenimi primeri iz naravoslovja avtorja Aleša Berkopca, ki je izšla jeseni 2021. Avtor, ki je po izobrazbi fizik, v knjigi obravnava številne zanimive primere iz naravoslovja na način, ob katerem lahko srednješolke in srednješolci razširijo in utrdijo svoje matematično znanje.

× × ×

Sončni koledar

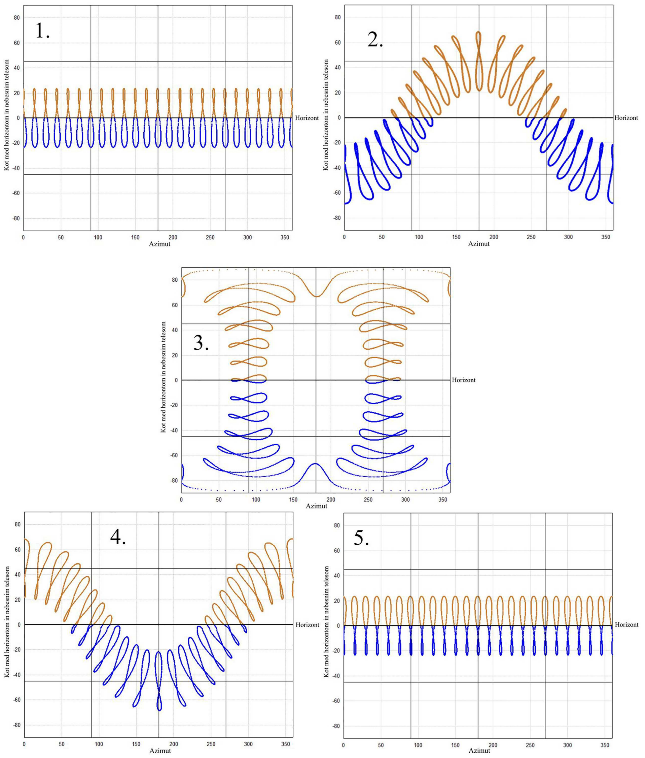
Anže Jaklič

→ Imamo več različnih merilnih priprav za merjenje časa, najbolj uporabljena med njimi pa sta ura in koledar. Pri določanju časa so si predvsem včasih, v nekaterih primerih pa še danes, pomagali s Soncem. Sončne ure zelo pogosto najdemo na cerkvenih zvonikih in tudi na stenah drugih zgradb. Dokaj enostavno in natančno lahko sončno uro naredimo tudi sami. Poznamo sončne ure z različnimi nagibi številčnice in postavitvami gnomona, palice, ki meče senco na številčnico. Sončni koledar pa ni tako pogost, čeprav je zelo zanimiv in poučen objekt, njegova izdelava pa odličen šolski projekt.

Sončeva analema in sončni koledar

Sončni koledar deluje podobno kot sončna ura, le da senca gnomona kaže na datum, pri čemer je »številčnica« v obliki osmice, ki je preslikava Sončeve analeme.

Analema je sklenjena krivulja v obliki osmice, ki bi jo videli na nebu, če bi vsak sončen dan ob isti uri posneli položaj Sonca. Ob 12.00 po zimskem času je analema v naših krajih pokončna, dopoldne je na nagnjena proti levi, popoldne pa proti desni. Kot je prikazano na sliki 1, sta višina analeme na nebu in njena usmerjenost odvisni od zemljepisne širine kraja. Na severnem in južnem tečaju je analema popolnoma pokončna, vidna je le njena zgornja oz. spodnja polovica. Celotno analemo vidimo med obema tečajnikoma, nad in pod tečajnikoma pa ne, saj za del leta nastopi polarna noč in takrat Sonca ni na nebu. Če jo opazujemo ob poldnevu na poldnevniku, bo še vedno pokončna, bližje ekvatorju se pojavlja višje nad obzorjem. Na ekvatorju je neposredno nad opazovališčem.



SLIKA 1.
Analema za severni pol (1), severni poldnevnik (2), ekvator (3), južni poldnevnik (4) in južni pol (5) za vse ure v dnevu, oranžno podnevi in modro ponoči.

Analema nastane zaradi:

- nagnjenosti osi Zemlje,
- kroženja Zemlje okoli Sonca po elipsi,
- ker je Sonce v gorišču Zemljine eliptične tirnice.

Če bi Zemlja okoli Sonca krožila po krožnici in bi njena vrtilna os ne bila nagnjena glede na ekliptiko, bi se Sonce skozi vse leto vedno pojavilo na isti točki neba ob istem času dneva in se med letom na nebu analema ne bi izrisala. Navpična razpotegnjenost analeme nastane zaradi nagnjenosti Zemljine osi, vodoravna pa zaradi gibanja Zemlje okrog Sonca po elipsi. Za različno veliki zanki osmice (poletna zanka je manjša) oz. za različno velike razmake med zaporednimi dnevi pozimi in poleti pa je odgovorna ekscentričnost Sonca. Zemlja se giblje hitreje, kadar je bližje Soncu, in počasneje, kadar je dlje od Sonca. Vzhodno-zahodna komponenta analeme (vodoravna komponenta oz. debelina osmice) prikazuje časovno enačbo ali razliko med Sončevim in lokalnim srednjim časom. To si lahko razlagamo kot sončno uro, ki prehiteva ali zaostaja v primerjavi z uro, ki teče enakomerno. Prikazuje torej, koliko zahodno ali vzhodno je Sonce v primerjavi s povprečnim položajem. Bolj kot je Sonce zahodno v primerjavi s povprečnim položajem, bolj sončna ura prehiteva v primerjavi z uro.

Čeprav se izraz analema običajno nanaša na Zemljino Sončevo analemo, lahko opazujemo analemo na katerikoli drugih nebesnih telesih. Na različnih planetih je analema različnih oblik in različnih velikosti, saj so nagibi njihovih vrtilnih osi na tirnice in ekscentričnosti orbit različni.

Sončni koledar dobimo, če nebesno analemo preslikamo prek točke na podlago. Glede na lego podlage ločimo navpične (stena), vodoravne (tla) in ekvatorialne (nagnjen tako, da je podlaga vzporedna z nebesnim ekvatorjem) sončne koledarje. Namestitev podlage sončnega koledarja zahteva poznavanje lokalne zemljepisne širine, natančne navpične smeri in smeri proti pravemu severu.

Lasten sončni koledar

Najenostavneje lahko sončni koledar pripravimo z opazovanjem. Izberemo ali postavimo objekt, ki meče senco vse leto. Višji kot je ta objekt, bolj natančen in večji bo sončni koledar. Nato pa vsak dan v letu ob isti uri zabeležimo položaj vrha sence, ki jo objekt meče. Pri tem pa moramo paziti, da upoštevamo le zimski čas. Po enem letu bo ob rednih meritvah viden oris osmice, za vse točke pa je potrebno več let opazovanja, saj so vmes oblačni dnevi in vedno tudi nimamo časa zarisati lego sence.

Če pa je iskanje prave površine in objekta za senco prezahtevno, lahko naredimo tudi merilno napravo. Najenostavneje je, če na ploščo pritrdimo palico, vse skupaj položimo na vodoravno podlago in usmerimo daljšo os proti pravemu severu. Meritve izvajamo vsak dan ob istem (zimskem) času.

SLIKA 2.
Domači sončni koledar, z gnomonom v smeri proti jugu

Za pripravo domačega sončnega koledarja z meritvami v praksi potrebujemo več let, saj kar nekaj dni oblaki prekrivajo Sonce in sence tako ni mogoče odčitati ali pa enostavno nismo ob napravi v času meritve.

Preslikavo analeme na podlago pa lahko določimo tudi računsko. Teoretične osnove tega izračuna je v Preseku pred leti že opisal Marijan Prosen [4]. Izračun azimuta in dolžine sence za vsak dan v letu ob poldne lahko relativno enostavno pripravimo s programskim jezikom Python.

Kako natančen je lahko domači sončni koledar?

Doma lahko naredimo na dan natančen sončni koledar, vendar za to potrebujemo zelo visok gnomon ter točne in natančne meritve. Če želimo opazovanja primerjati z izračunom, moramo biti pozorni, da uporabimo pravi in ne magnetni sever. Upoštevati je potrebno tudi, da se datumi vsako leto malo zamaknejo in se na prestopno leto znova poravnajo z izhodiščno meritvijo. V našem poskusu smo naredili grafično in številsko primerjavo doma narejenega sončnega koledarja ter izračuna pripravljenega v nadaljevanju opisano Python kodo. Pri številski primerjavi smo tako za razdaljo kot tudi za azimut izračunali absolutno in relativno napako po znanih formulah.

→

Povprečna relativna napaka pri naših primerjavah je bila pri razdalji 1,7 % in pri azimutu sence 1,2 %. Številki sta sicer majhni, ampak taka natančnost ni dovolj, če hočemo imeti na dan natančen sončni koledar v katerem koli času leta.

Razlike med izračunom in meritvijo so vidne na sliki 3, kjer rdeče pike predstavljajo meritve, črne pa izračune. Na konkretnem primeru je dobro vidno, da je meritev 2.11. zelo natančna, 3.11. pa manj, saj se pozna vsaka minuta prehitre ali prepozne meritve.

Vsekakor je izdelava sončnega koledarja lep šolski ali domači projekt, pri katerem se lahko veliko naučimo. Lahko je tudi odlično učilo za prikaz navideznega gibanja Sonca med letom , nanj pa lahko navežemo tudi razlago lastnosti Zemljine tirnice.

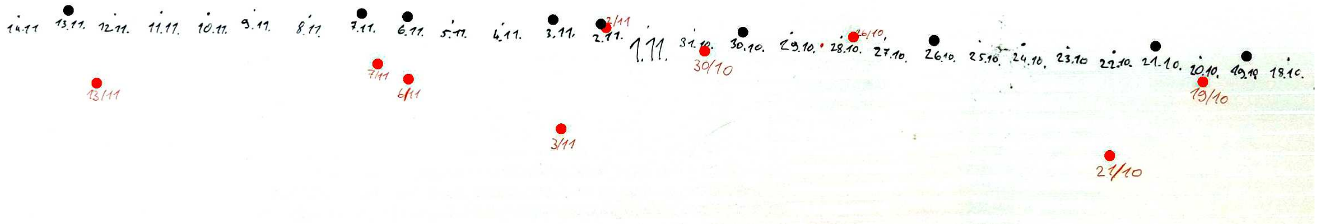
Moj sončni koledar

Idejo za izdelavo lastnega sončnega koledarja sem dobil na strehi Nemškega tehniškega muzeja v Münchnu, ki sem ga obiskal maja 2019. V muzeju je sicer razstavljenih nešteto izjemno zanimivih stvari, vendar pa je bil prav sončni koledar tisti, ki me je najbolj prevzel.

Izdelavo sončnega koledarja sem strnil v raziskovalno nalogo, ki sem jo pod mentorstvom Darje Oven (OŠ Danile Kumar, Ljubljana) napisal v šolskem letu 2020/2021, ko sem obiskoval 8. razred.

Izdelave sončnega koledarja sem se lotil na dva načina. Sončni koledar sem najprej poizkušal izdelati s pomočjo poskusa, tako da sem opazoval spreminjanje sence palice vsak dan ob istem času. Iz osnovnih materialov sem naredil merilno napravo in nato vsak dan ob dvanajstih po srednjeevropskem zimskem času oz. ob trinajstih po srednjeevropskem poletnem času izvedel meritev konca sence palice. V drugem delu sem s kodo, napisano v programskem jeziku Python, meritve potrdil ter jih hkrati izračunal tudi za tiste dni, ko meritev zaradi oblačnosti ali pa zato, ker me ni bilo doma, ni bila možna. V Pythonu sem prilagajal dve že obstoječi kodi za izračun analeme. Rezultati prve kode so preveč odstopali od mojih meritev in ugotovil sem, da so v uporabljeni knjižnici napake. Tako sem se lotil še druge kode, ki je bila kompleksnejša in je imela še program za izris analeme na nebu. Po nekaj prilagoditvah se je rezultat druge kode presenetljivo dobro ujemal z dejanskimi meritvami. Dobljeni rezultat sem narisal na ploščo in tako sem naredil sončni koledar.

V raziskovalni nalogi sem izpolnil svoj osnovni cilj: izdelal sem natančen sončni koledar. Med delom sem si tudi popolnoma razjasnil, kako sončni koledar deluje. Del analeme za približno polovico leta sem s poznavanjem realne računske analeme lahko razbral iz opazovanja smeri in dolžine sence na vsak sončen dan ob lokalnem poldnevu, za vse ostale dneve pa sem sončni koledar izračunal s pomočjo kode v programskem jeziku Python. Z izračunom sem potrdil tudi že izvedene meritve z upoštevanjem magnetne deklinacije. Ko sem primerjal številske rezultate meritev, sem ugotovil, da so meritve presenetljivo natančne v primerjavi z izračunom. Poleg tega sem se med raziskavo veliko naučil tudi o programiranju v Pythonu.



SLIKA 3.
Grafična primerjava meritev domačega sončnega koledarja in izračuna, pripravljenega s Python kodo (krogci).

Če bi se izdelave naprave lotil še enkrat, menim, da bi jo izdelal veliko bolje in lažje, kot sem jo sedaj. Izbral bi daljšo ploščo in drugače bi izdelal stojišče za gnomon oz. palico, ki kaže senco, da bi lahko enostavneje meril azimut in razdaljo od izhodišča. Za dosego tega pa bi moral spremeniti še vrh gnomona, da bi na podlago metal svetlega »zajčka«.

Računanje analeme

Poleg osnovnih Python knjižnic je potrebno uporabiti še astronomsko knjižnico ephem. Spodaj predstavljena koda je prilagojena po `www.wraithx.net/science/analemma/`. V celoti je koda zapisana v prilogi zaključnega poročila raziskave [1].

V osnovni kodi so najpomembnejši deli:

- Nebesno telo, ki ga opazujemo (Sonce):
  ```
  astro_str = "Sun"
  astro_body = ephem.Sun().
  ```
- Lokacija (geografsko dolžino in širino) opazovanja:
  ```
  observer = ephem.Observer()
  observer.name = "Ljubljana"
  observer.lon = '14.507694'
  observer.lat = '46.087039'.
  ```
- Čas meritve se v kodi določa skozi skoraj celotno kodo in se spreminja glede na ukaz v grafičnem programu za izris, za lažje beleženje datumov ob rezultatih pa na začetek kode postavimo spremenljivko `e`:
  ```
  e=datetime.datetime(2020,1,1,12,00,00).
  ```
- Azimut Sonca program izračuna takoj, ko določimo nebesno telo, ki ga opazujemo, in kraj opazovanja. Predstavlja ga spremenljivka `astro_body.az`.
- Vpadni kot sončnega žarka je torej kot med podlago in sončnim žarkom, ki je v knjižnici `ephem` definiran kot vpadni kot `astro_body.alt`.
- Za izris točk na analemi pa so pomembne vrstice spodaj, saj določajo `x` in `y` koordinate vseh točk analeme za vsak dan:
  ```
  x = deg_per_rad * float(astro_body.az)
  y = deg_per_rad * float(astro_body.alt)
  return (x,y).
  ```
- Za izdelavo sončnega koledarja potrebujemo tudi razdaljo točke od izhodišča, ki jo izračunamo za naslednjimi vrsticami, ki so umeščene pred zgoraj omenjeni del:
  ```
  degreeHMS = astro_body.alt
  degreeSplit = str(degreeHMS).split(':')
  degreeDec = (float(degreeSplit[0]) +
      float(degreeSplit[1])/60.0 +
      float(degreeSplit[2])/3600.0)
  tanAlfraRad = math.tan(degreeDec *
      math.pi / 180.0)
  lenB = 1 / tanAlfraRad
  ```
  Najprej določimo spremenljivko `degreeHMS`, ki jo pretvorimo v desetiški sistem tako, da jo po dvopičjih razdelimo v seznam, nato vsak del posebej delimo in vse skupaj seštejemo. Nato rezultat z uporabo funkcije tangens in višine gnomona spremenimo v razdaljo.
- Za konec pa izračun zapišemo še v vrstico za rezultate in po tem prištejemo še en dan k spremenljivki `e`:
  ```
  print ("alt", astro_body.alt, "az",
     astro_body.az, "datetime", e,
     distance", lenB)
  e += datetime.timedelta(days=1).
  ```

Literatura

[1] A. Jaklič, *Sončni koledar*, Raziskovalna naloga. Osnovna šola Danile Kumar, 2021.

[2] M. Prosen, *Teorija sence: od Sonca do osvetljene ravne palice*, kratka razprava, e-knjižica, samozaložba, 2018.

[3] *Wraithx Analema*, dostopno na `www.wraithx.net/science/analemma/`, ogled 30. 8. 2021.

[4] M. Prosen, *Osmica*, Presek, **27** 2000, 4 206–207.

× × ×

Tehnike predobdelave besedil v procesiranju naravnega jezika

↓↓↓
Mladen Borovič, Jani Dugonik

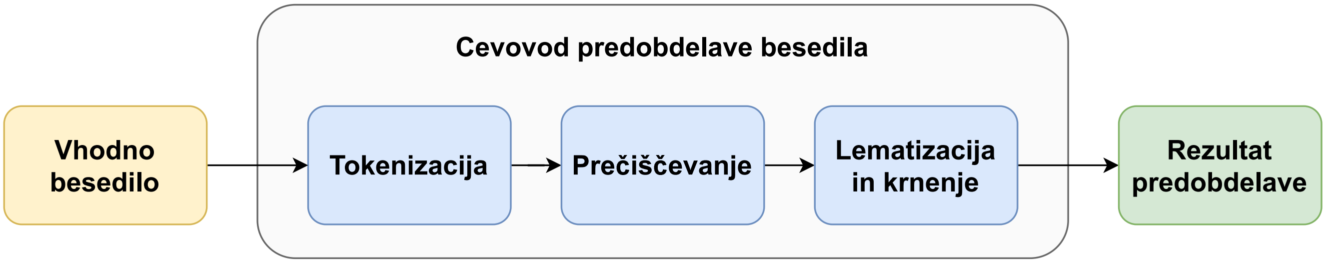
→ **Procesiranje naravnega jezika je v zadnjih nekaj letih postalo zelo prepoznavno področje računalništva. Naravni jezik je jezik, ki ga ljudje uporabljamo za komunikacijo. Pojavilo se je veliko novih metod za obdelavo naravnega jezika v različnih oblikah, kot so, recimo, besedila in zvočni posnetki. Te metode so prav tako postale del našega vsakdana s pomočjo pametnih storitev, ki jih dnevno uporabljamo. Danes lahko z govornimi ukazi izvajamo opravila na mobilnih napravah, s pametnimi iskalniki lahko na podlagi našega vhodnega besedila najdemo ustrezne vsebine, prav tako pa lahko brez večjih težav strojno prevajamo besedila v skoraj vse jezike. Na spletu obstaja kar nekaj prosto dostopnih spletnih prevajalnikov, kot so Google Translate [2], Microsoft Bing [3], Amebis Presis [1] in PONS [5].**

V tem prispevku se bomo osredotočili na sisteme, ki naravni jezik procesirajo v obliki besedila. Pri tem bomo podrobneje predstavili tehnike predobdelave besedil, ki navadno nastopijo kot prvi korak v takšnih sistemih. Predobdelava besedil je ključnega pomena za vse nadaljnje korake sistemov procesiranja besedil, saj neposredno vpliva na kakovost rezultatov.

Vhodno besedilo je potrebno najprej ustrezno preoblikovati v obliko, ki je primerna za nadaljnjo obdelavo. V ta namen uporabljamo cevovod predobdelave besedil *(angl. text preprocessing pipeline)*, ki ga sestavlja kombinacija različnih tehnik predobdelave. V nadaljevanju si poglejmo zasnovo takšnega cevovoda in nekaj najpogostejših tehnik predobdelave, ki se uporabljajo v praksi.

Cevovod predobdelave besedil

Predobdelava besedil je postopek, kjer v določenem zaporedju nad vhodnim besedilom izvajamo različne tehnike predobdelave besedil. Gre za transformacije vhodnega besedila, kjer po vsaki izvedeni teh-



SLIKA 1.
Primer cevovoda predobdelave besedil.

niki predobdelave besedil kot rezultat dobimo obdelano besedilo, ki je bolj primerno za nadaljnje postopke procesiranja besedil. Predobdelavo besedil si najlažje predstavljamo kot cevovod, kjer imamo na začetku neobdelano vhodno besedilo, na koncu pa dobimo obdelano izhodno besedilo. Slika 1 prikazuje strukturo takšnega cevovoda z zaporedjem nekaj napogostejših tehnik predobdelave besedil.

Tehnike, ki se v cevovodu predobdelave besedil najpogosteje uporabljajo, zajemajo (v tem vrstnem redu) tokenizacijo, prečiščevanje ter lematizacijo in krnjenje besedila. Vsaka izmed omenjenih tehnik predobdelave je samostojna enota znotraj cevovoda, ki nad besedilom na vhodu izvede ustrezno transformacijo in vrne izhodno obdelano besedilo. Zaporedje tehnik predobdelave se lahko v cevovodu tudi spremeni. To je največkrat pogojeno z jezikom, ki ga obdelujemo. V tem prispevku se bomo omejili na slovenski jezik.

Tokenizacija

Prvi korak predobdelave besedil je tokenizacija. To je proces delitve celotnega vhodnega besedila na manjše dele – žetone *(angl. token)*. Ponavadi govorimo o delitvi na besede, poznamo pa tudi druge delitve, kot sta npr. delitvi na besedne zveze in besedne n-grame. Pri delitvi na besedne zveze kot žeton uporabimo več besed. Delitev na besedne n-grame je podobna delitvi na besedne zveze, le da s številom n določimo, koliko besed ostane v besedni zvezi. Sicer n-grame uporabljamo tudi na nivoju besed, kjer ohranimo n črk v besedi. Slika 2 prikazuje razlike med različnimi delitvami na stavku Danes je lep dan.

Sam postopek delitve poteka na podlagi vnaprej določenih pravil za delitev. Za delitev na besede, ki je najpogosteje uporabljen način delitve, praviloma uporabimo pravilo deljenja s pomočjo znakov za presledke. Pri tem odstranimo tudi ponavljajoče zaporedne presledke, tabulatorje in ločila. Rezultat tokenizacije je seznam besed, ki se pojavijo v vhodnem besedilu.

Prečiščevanje

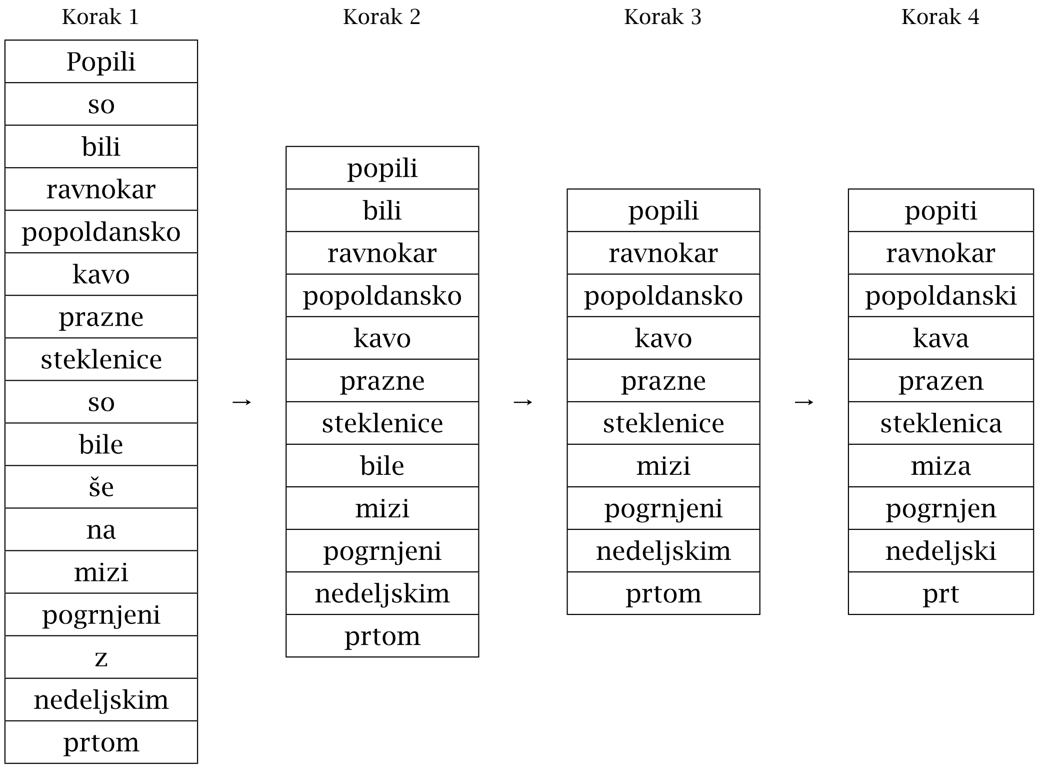
Naslednji korak predobdelave besedil je prečiščevanje. Besede iz seznama, pridobljenega s tokenizacijo, dodatno spreminjamo in odstranjujemo iz seznama. Najprej vse črke v besedah iz seznama pretvorimo v male črke. Takoj zatem ponavadi odstranimo tudi besede, ki so krajše oz. daljše od določenega števila znakov. Primer takšnega odstranjevanja je, recimo, odstranjevanje vseh besed krajših od treh znakov in daljših od petnajst znakov. Nazadnje zelo pogosto odstranimo najpogosteje uporabljene besede našega izbranega jezika. Gre za t. i. blokirane besede *(angl. stopwords)*, med katere spadajo vezniki, zaimki, prislovi, nekatere pridevniške besede in vse ostale besede, ki se v izbranem jeziku najpogosteje pojavijo. Z odstranjevanjem blokiranih besed odstranimo šum v besedilu, saj želimo ohraniti le tiste besede, ki vhodnemu besedilu dajejo največ vsebine. Rezultat je torej seznam prečiščenih besed, ki vsebujejo vsebino vhodnega besedila.

Lematizacija in krnjenje

V zadnjem koraku cevovoda predobdelave besedil nad seznamom prečiščenih besed izvedemo postopek lematizacije ali postopek krnjenja. Lematizacija

<table>
<tr><td colspan="2">Danes je lep dan</td></tr>
<tr><th>Tip delitve</th><th>Rezultat delitve</th></tr>
<tr><td>na besede</td><td>danes, je, lep, dan</td></tr>
<tr><td>na besedne zveze</td><td>danes je, danes je lep, danes je lep dan,
je lep, je lep dan, lep dan</td></tr>
<tr><td>na n-grame ($n = 2$)</td><td>da, an, ne, es, s_, _j, je,
e_, _l, le, ep, p_, _d, da, an</td></tr>
<tr><td>na besedne n-grame ($n = 2$)</td><td>danes je, je lep, lep dan</td></tr>
</table>

SLIKA 2.
Primer različnih delitev pri tokenizaciji na stavku Danes je lep dan. Podčrtaj pri delitvi na n-grame je uporabljen kot znak za presledek.



Korak 1	Korak 2	Korak 3	Korak 4
Popili	popili	popili	popiti
so	bili	ravnokar	ravnokar
bili	ravnokar	popoldansko	popoldanski
ravnokar	popoldansko	kavo	kava
popoldansko	kavo	prazne	prazen
kavo	prazne	steklenice	steklenica
prazne	steklenice	mizi	miza
steklenice	bile	pogrnjeni	pogrnjen
so	mizi	nedeljskim	nedeljski
bile	pogrnjeni	prtom	prt
še	nedeljskim		
na	prtom		
mizi			
pogrnjeni			
z			
nedeljskim			
prtom			

SLIKA 3. Potek delovanja cevovoda predobdelave besedil

in krnjenje sta podobna postopka, vendar je med njima zelo pomembna razlika. Lematizacija besedo preoblikuje v njeno osnovno obliko, krnjenje pa besedi zgolj odreže končnico. Tako z lematizacijo dobimo lemo, s krnjenjem pa krn besede. Dober primer razlike je beseda boljši. S krnjenjem bomo besedo pretvorili v besedo bolj, z lematizacijo pa v njeno osnovno obliko – dober. To je zelo pomembno pri morfološko bogatih jezikih, kot je slovenščina, zato pri takšnih jezikih v tem koraku pogosteje uporabljamo lematizacija. Slovenščina je oblikoslovno (morfološko) izjemno bogat jezik, saj se veliko besednih vrst pregiba (samostalniške in pridevniške besede, glagoli, zaimki, števniki). Tako s sklanjanjem, spreganjem in stopnjevanjem besede dobivajo različne končnice (morfeme). Krnjenje tako bolj uporabljamo za manj morfološko bogate jezike, kot je npr. angleški jezik. Z lematizacijo torej vse besede iz seznama prečiščenih besed pretvorimo v njihove osnovne oblike. Izhod cevovoda je spremenjen seznam besed in predstavlja rezultat celotne predobdelave vhodnega besedila.

Primer

Poglejmo si delovanje cevovoda predobdelave besedil na primeru (slika 3) dela besedila Cankarjevega romana Tujci:

> *Popili so bili ravnokar popoldansko kavo: prazne steklenice so bile še na mizi, pogrnjeni z nedeljskim prtom.*

Najprej izvedemo tokenizacijo, kjer bomo vhodno besedilo razdelili na besede, izhod pa bo seznam besed. Pri tem bomo odstranili tudi ločila (korak 1). Nato sledi prečiščevanje, kjer bomo vse velike črke pretvorili v male črke, iz seznama pa bomo odstranilo vse besede krajše od treh znakov, vse besede daljše od petnajst znakov (korak 2) in vse blokirane besede (korak 3). Seznami blokiranih besed za najpogostejše jezike najdemo v prosto dostopni Python knjižnici NLTK [4]. Nekatere besede, ki spadajo v seznam blokiranih besed za slovenščino, so: ali, ampak, bodisi, in, kajti, namreč, ne, niti, oziroma, pa.

Na spletu so še prosto dostopni seznami blokiranih besed za slovenščino na Wikiversity [8] in repozitoriju GitHub [7]. Na koncu izvedemo še lematizacijo, kjer vse besede iz seznama pretvorimo v osnovno obliko (korak 4). Rezultat koraka 4 je tudi izhod cevovoda. Kot je razvidno iz podanega primera, je izhodno besedilo krajše, hkrati pa ohranja vsebino originalnega besedila. S predobdelavo besedila smo uspeli izluščiti najpomembnejše besede oz. značilke, s katerimi lahko začnemo nadaljnje procesiranje.

V tem prispevku predstavljen cevovod predobdelave besedil je le eden izmed možnih načinov predobdelave besedil, saj lahko v cevovodu spreminjamo tehnike predobdelave besedil in njihovo zaporedje izvajanja. Postopek predobdelave je velikokrat pogojen s postopkom nadaljnjega procesiranja besedil. Nekateri izmed teh postopkov zahtevajo točno določeno obliko besedila na vhodu, za kar seveda poskrbimo že pri predobdelavi. Obstaja še nekaj tehnik predobdelave besedil, ki jih v tem prispevku nismo opisali, saj jih ponavadi uporabljamo v primeru specifičnega procesiranja besedil. Med te tehnike predobdelave besedil spadata, recimo, normalizacija besedila in preverjanje črkovanja. Pri normalizaciji besedila se določene besede razširijo v bolj pomenljivo obliko. Dober primer normalizacije so kratice, ki jih razširimo v obliko pred krajšavo (npr. STA v Slovenska tiskovna agencija). Pri preverjanju črkovanja vsako besedo preverimo za napake v črkovanju in jo nato ustrezno popravimo.

Čeprav je večina orodij za predobdelavo besedil v osnovi razvitih za angleški jezik, je podpora zelo dobra tudi za slovenski jezik. Na voljo je kar nekaj prostodostopnih orodij: za programski jezik Python je dobra izbira knjižnic Gensim [10], NLTK [4] in Classla [9], s katerimi lahko le v nekaj vrsticah kode sami sprogramiramo cevovod predobdelave besedil. Primer takšne implementacije v programskem jeziku Python je na voljo na javno dostopnem repozitoriju GitHub [6]. Kljub temu, da podpora za slovenski jezik v teh orodjih še ni optimalna, se iz leta v leto stanje izboljšuje, saj se vztrajno veča število ljudi, ki se v Sloveniji ukvarjajo s področjem procesiranja naravnega jezika.

Literatura

[1] *Amebis Presis*, dostopno na `presis.amebis.si/prevajanje/`, ogled 17. 1. 2022.

[2] *Google Translate*, dostopno na `translate.google.com`, ogled 17. 1. 2022.

[3] *Microsoft Bing*, dostopno na `www.bing.com/translator`, ogled 17. 1. 2022.

[4] *NLTK – Natural Language Toolkit*, dostopno na `www.nltk.org/`, ogled 17. 1. 2022.

[5] *PONS*, dostopno na `sl.pons.com/prevod-besedisca`, ogled 17. 1. 2022.

[6] *Procesiranje naravnega jezika – GitHub*, dostopno na `github.com/procesiranje-naravnega-jezika`, ogled 18. 1. 2022.

[7] *Seznam blokiranih besed za slovenščino – GitHub*, dostopno na `github.com/stopwords-iso/stopwords-sl`, ogled 17. 1. 2022.

[8] *Seznam blokiranih besed za slovenščino – Wikiversity*, dostopno na `sl.wikiversity.org/wiki/Seznam_slovenskih_praznih_besed_za_izdelavo_besednega_oblaka`, ogled 17. 1. 2022.

[9] N. Ljubešić in K. Dobrovoljc, *What does Neural Bring? Analysing Improvements in Morphosyntactic Annotation and Lemmatisation of Slovenian, Croatian and Serbian*, Proceedings of the 7th Workshop on Balto-Slavic Natural Language Processing, Florence, Italy, 2019, Association for Computational Linguistics, 29–34.

[10] R. Řehůřek in P. Sojka, *Software Framework for Topic Modelling with Large Corpora*, Proceedings of the LREC 2010 Workshop on New Challenges for NLP Frameworks, Valletta, Malta, 2010, ELRA, 45–50.

× × ×

Termoelektrarna

Aleš Mohorič in Barbara Rovšek

→ **Na fotografiji je oblak nad Termoelektrarno Toplarno Ljubljana. Fotografijo smo posneli zelo hladnega in jasnega zimskega večera. Termoelektrarna proizvaja električno energijo.**

Toploto, ki pri tem ostaja, termoelektrarna uporablja za ogrevanje mesta in elektrarna je hkrati tudi toplarna. Pozimi potrebujemo za ogrevanje veliko toplote, zato elektrarna deluje s povečano močjo. V termoelektrarni kurijo rjavi premog in lesno biomaso, načrtujejo pa prehod na zemeljski plin. Premog in les sta umazani fosilni gorivi in pri gorenju sproščata tudi ogljikov monoksid, žveplove okside, dušikove okside in prah [1]. Zgorevanja fosilnih goriv je podrobneje opisano v [2]. Večji del izpusta skozi dimnik predstavljata plina ogljikov dioksid in vodna para. Vodna para v stiku s hladnim zrakom kondenzira; še posebej rada na delcih prahu, ki so pri roki - skupaj z njo so v izpuhih iz dimnika. Pozimi pri temperaturi pod lediščem pri 0 °C nastajajo v izpuhih ledeni kristalčki in zato je oblak iz dimnika bel. Zakaj je (skoraj vsak) oblak drobnih delcev bel, lahko preberete v [3]. Oblak na fotografiji nam je padel v oči zaradi izrazitega kontrasta z nočnim nebom. Kljub večerni temi ga jasno vidimo, saj ga osvetljujejo mestne luči. Belega oblaka ponoči ne vidimo dobro, če ni osvetljen, podnevi pa pride manj do izraza, ker je tudi nebo svetlo.

Še ena podrobnost zbode oči: na fotografiji sta vidna dva oblačna stebra. Desni očitno izvira iz dimnika. Kaj pa levi? Oglejte si zračne fotografije termoelektrarne na spletu!

Literatura

[1] `m.energetika.si/airquality/emissions/level/2/tab/1/page/1`, ogled 25. 1. 2022.

[2] J. Rakovec, *Gorenje lesa*, Presek 49 (2021/2022) 2.

[3] A. Mohorič, *Beli oblaki*, Presek 43 (2015/2016) 6.

SLIKA 1.

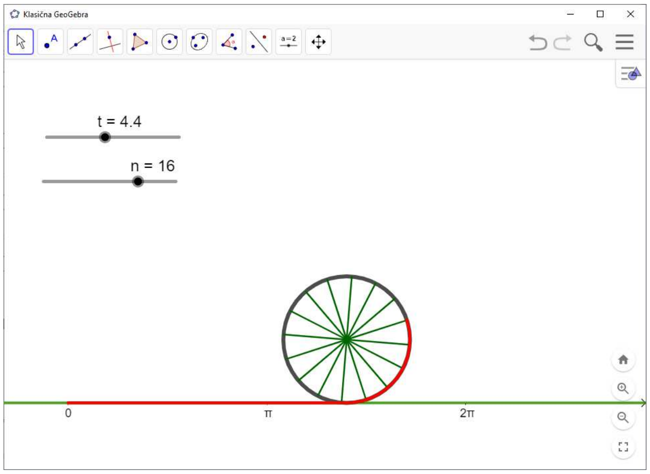
Kotaljenje kolesa in število π

Boštjan Kuzman

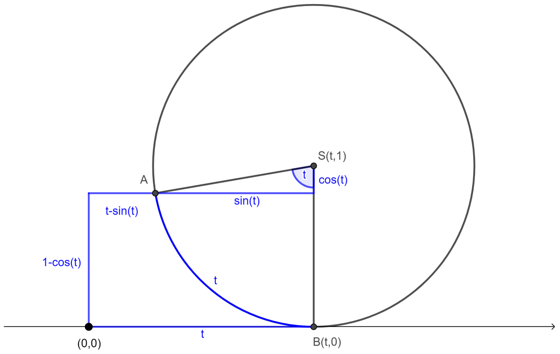
14. marec, Mednarodni dan matematike, ki ga je na pobudo Mednarodne matematične unije (IMU) razglasila organizacija UNESCO, že kar nekaj let popestrijo z zabavnimi matematičnimi dejavnostmi tudi v nekaterih slovenskih šolah. Neuradni dan števila π zato obeležujemo tudi v tokratnem GeoGebrinem kotičku, z vizualizacijo števila π s pomočjo dolžine loka na kolesu, ki se zakotali po ravni podlagi. Morda ste zelo podobno animacijo že videli kje na internetu? Sama ideja res ni več izvirna, toda izdelava animacije je lahko nadvse zabavna tako za dijake in dijakinje kot tudi za njihove profesorice in profesorje.

Osnovna ideja animacije je naslednja: narisali bomo barvno kolo s polmerom 1, ki se kotali po ravni podlagi v odvisnosti od časa t. Ob kotaljenju naj kolo na podlagi pušča barvno sled, katere dolžina bo ob enem zasuku kolesa natanko 2π. Z nekaj dodatnimi podrobnostmi in animacijo bo število π na zaslonu kar oživelo. Konstrukcijo dobimo z naslednjimi koraki.

- V kot risalne površine postavimo drsnik t, ki naj zavzame vrednosti od 0 do 5 z majhnimi koraki 0,01.
- Površina kotaljenja naj bo os x, torej premica $y = 0$, ki jo vnesemo z enačbo v algebrskem oknu in obarvamo z izbrano barvo, denimo zeleno.
- S spremembo nastavitev koordinatne mreže na osi x izberemo enoto π namesto 1, os y in mrežo pa odstranimo.
- Po premici $y = 0$ bomo kotalili kolo z radijem 1, torej naj bo središče kolesa točka `S=(t,1)`, kolo pa narišemo z ukazom `Krožnica(S,1)`.
- Zdaj razmislimo o gibanju izbrane točke A na obodu kolesa. Taka točka kroži enakomerno okrog središča, ki se giblje po premici. Če ima točka A v času $t = 0$ koordinati $(0,0)$, ima pri pomiku središča S za t v desno koordinate $(t - \sin t, 1 - \cos t)$ (slika 2). Morda ste opazili, da smo zapisali parametrično enačbo kolesnice oz. cikloide. Pravilnost dosedanje konstrukcije lahko preverimo s pomikanjem drsnika levo in desno.



SLIKA 1.
Kolo s polmerom 1 pri kotaljenju pusti sled dolžine 2π.



SLIKA 2.
Točka A na obodu kolesa ima po času t koordinati $(t - \sin(t), 1 - \cos(t))$, saj je pomik središča enak dolžini ustreznega krožnega loka oziroma kotu t v radianih.

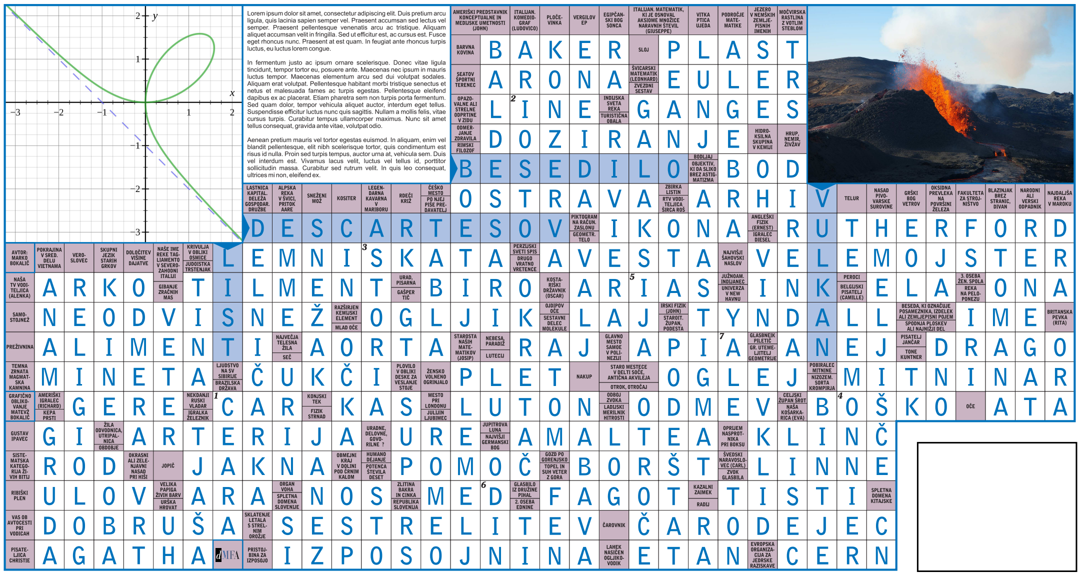
- Na kolesu označimo še točko B, kjer se kolo dotika podlage, torej `B=(t,0)`. Sled, ki jo pušča kolo, naj predstavlja `Daljica((0,0),B)`. Obarvamo jo rdeče in odebelimo.
- Zdaj na kolesu narišemo še krožni lok med B in A z ukazom `KrožniLok(S,B,A)` in ga prav tako obarvamo rdeče.
- Kotaljenje preizkusimo s pomikanjem drsnika in opazimo še nekaj pomanjkljivosti.
- Ko je $t = 0$, je rdeči krožni lok izrojen, na sliki pa želimo videti rdečo krožnico. To lahko popravimo tako, da narišemo še eno krožnico z ukazom `Krožnica((0,1),1)`, jo ustrezno obarvamo in v nastavitvah objekta pod menijem *Dodatno* nastavimo pogoj prikaza $t = 0$.
- Ko je $t > 2\pi$, na kolesu ne želimo več rdeče obarvanega loka, zato ustrezno nastavimo pogoj prikaza $t < 2\pi$. Prav tako želimo, da se rdeča daljica na podlagi daljša le do časa $t = 2\pi$. To lahko popravimo s pogojnikom: ukaz `Daljica((0,0),B)` zamenjamo z `If(t>2*pi, Daljica((0,0),(2*pi,0)),Daljica((0,0),B)`

Morda bi si želeli našemu kolesu dorisati še radialne špice, da bo bolj podobno kolesarskemu kolesu? Potem potrebujemo še nekaj dodatnih korakov.

- Na risalno površino najprej dodamo drsnik n za število špic, ki naj bo celo število med 6 in 20.
- Z ukazom `tocke=Zaporedje(S+(sin(t+2*pi/k),cos(t+2*pi/k)),k,0,n-1)` narišemo zaporedje točk, ki predstavljajo krajišča špic.
- Z ukazom `precke=Zaporedje(Daljica(Element(tocke,k),S),k,1,n)` vsako krajišče povežemo s središčem kolesa.

Če smo pravilno sledili vsem korakom, je pred nami kolo, podobno tistemu na sliki 1. Lahko ga preizkusite tudi na spletnem naslovu `www.geogebra.org/m/zjjsykmj`. Najbolj ustvarjalni navdušenci pa bodo z delom nadaljevali in morda na risalni površini dorisali še drugo kolo in nekaj daljic za ogrodje običajnega kolesa, ali pa celo kolesarja, ki dviga in spušča kolena ob pritiskanju na pedala. Z nekaj matematičnega znanja je možnosti neskončno.

× × ×



REŠITEV NAGRADNE KRIŽANKE

PRESEK 49/3

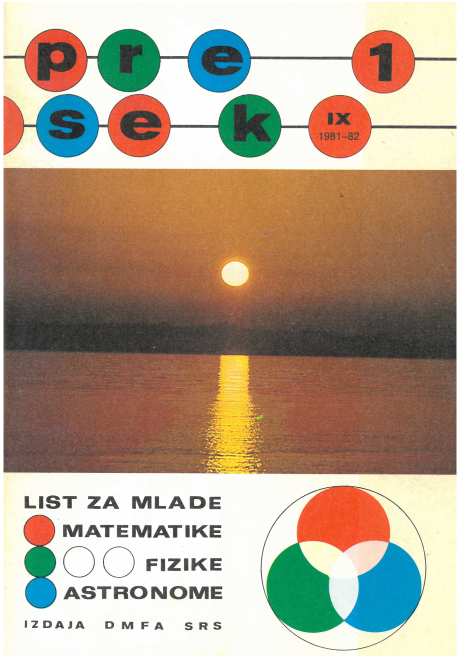
→ Pravilna rešitev nagradne križanke iz tretje številke Preseka letnika 49 je **Cisoida.** Med pravilnimi rešitvami smo izžrebali naslednje reševalce: Andrej Oder iz Ljubljane, Vlasta Pospeh Fischer iz Celja in Marko Žerdin iz Maribora, ki bodo nagrade prejeli po pošti.

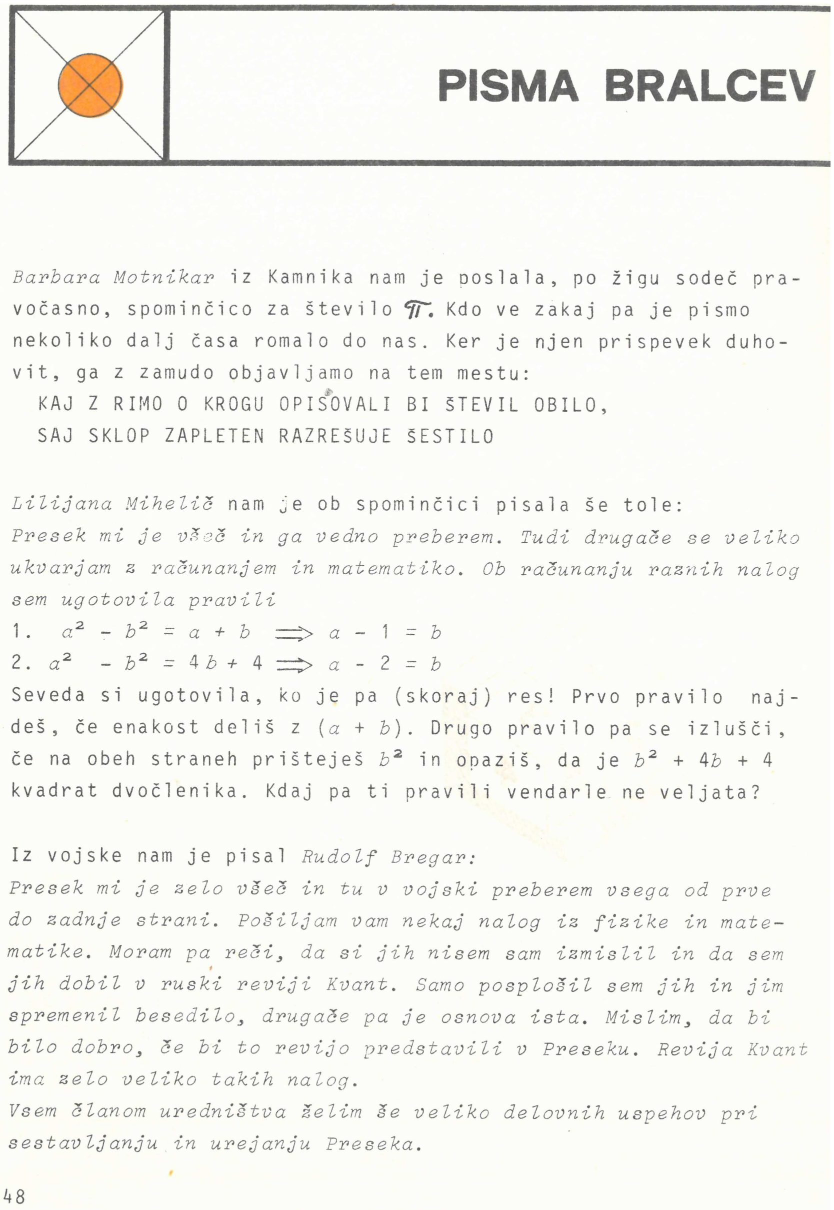
× × ×

Pisma bralcev

ŠTEVILKA 1, LETNIK 9, 1981/82

→ V času, ko mladi doma niso imeli računalnikov in interneta, kaj šele socialnih omrežij, je revija Presek skrbela za izmenjavo idej preko pisem bralcev. Pisma je urejal in nanje občasno tudi odgovarjal takratni urednik prof. Peter Petek. Iz spodnje objave lahko sklepamo, da so dijaki in dijakinje že tedaj pesnili »spominčice« za lažje pomnjenje decimalk števila pi, revijo Presek pa so fantje in mladi moški prebirali celo med (takrat obveznim) služenjem vojaškega roka.





PISMA BRALCEV

Barbara Motnikar iz Kamnika nam je poslala, po žigu sodeč pravočasno, spominčico za število π. Kdo ve zakaj pa je pismo nekoliko dalj časa romalo do nas. Ker je njen prispevek duhovit, ga z zamudo objavljamo na tem mestu:

KAJ Z RIMO O KROGU OPISOVALI BI ŠTEVIL OBILO,
SAJ SKLOP ZAPLETEN RAZREŠUJE ŠESTILO

Lilijana Mihelič nam je ob spominčici pisala še tole:
Presek mi je všeč in ga vedno preberem. Tudi drugače se veliko ukvarjam z računanjem in matematiko. Ob računanju raznih nalog sem ugotovila pravili

1. $a^2 - b^2 = a + b \Longrightarrow a - 1 = b$
2. $a^2 - b^2 = 4b + 4 \Longrightarrow a - 2 = b$

Seveda si ugotovila, ko je pa (skoraj) res! Prvo pravilo najdeš, če enakost deliš z $(a + b)$. Drugo pravilo pa se izlušči, če na obeh straneh prišteješ b^2 in opaziš, da je $b^2 + 4b + 4$ kvadrat dvočlenika. Kdaj pa ti pravili vendarle ne veljata?

Iz vojske nam je pisal *Rudolf Bregar:*
Presek mi je zelo všeč in tu v vojski preberem vsega od prve do zadnje strani. Pošiljam vam nekaj nalog iz fizike in matematike. Moram pa reči, da si jih nisem sam izmislil in da sem jih dobil v ruski reviji Kvant. Samo posplošil sem jih in jim spremenil besedilo, drugače pa je osnova ista. Mislim, da bi bilo dobro, če bi to revijo predstavili v Preseku. Revija Kvant ima zelo veliko takih nalog.
Vsem članom uredništva želim še veliko delovnih uspehov pri sestavljanju in urejanju Preseka.

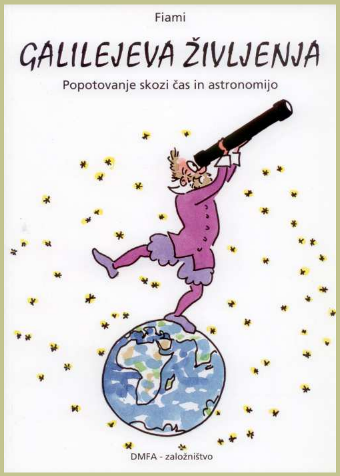
48

Zgodovina znanosti v stripu

Sredi decembra 2012 je Center za mladinsko književnost in knjižničarstvo pri Mestni knjižnici Ljubljana že tretjič podelil priznanja Zlata hruška. Z njimi so tokrat odlikovali kakovostno najboljših deset odstotkov otroške in mladinske književnosti, ki je izšla v letu 2011. DMFA-založništvo je priznanje prejelo za strip *Življenja Marie Curie*.

Švicarski avtor Raphaël Fiammingo, s kratkim umetniškim imenom Fiami, v tem stripu večjega formata duhovito predstavlja nekaj izsekov iz zgodovine kemije, od Aristotela do današnjega časa. V vsakem razdelku nastopa dekle ali ženska, katere ime je različica imena Marija, v čast veliki znanstvenici Marie Curie. Zgodbice ilustrirajo tudi vlogo žensk v raznih zgodovinskih obdobjih. Predvsem pa so zabavne in obenem poučne, saj zvemo marsikakšno zanimivo podrobnost o nastanku znanstvenih odkritij. Med najbolj posrečenimi je zgodbica o Mendeljejevu in njegovem sestavljanju periodnega sistema elementov. Tudi druge pripovedi ne zaostajajo. Knjigo je odlično prevedel prof. dr. Alojz Kodre.

7,68 EUR



7,68 EUR

8,31 EUR

Pri DMFA-založništvo sta v Presekovi knjižnici izšli še dve knjigi istega avtorja

- *Galilejeva življenja*, z zgodbami iz zgodovine astronomije, od Babiloncev do danes, ter
- *Einsteinova življenja*, z zgodbami iz zgodovine fizike, vse od Sokrata do danes.

Ta dva stripa je prav tako izvrstno prevedel Alojz Kodre. Sta enako zanimiva, zabavna in poučna in bosta bralcu brez dvoma polepšala dan.

Poleg omenjenih ponujamo tudi druga matematična, fizikalna in astronomska dela. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse publikacije tudi naročite:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA Slovenije, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA-založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 633.