Nevertheless the ratio was consecutively carried to 75 places by Abraham Sharp, to 100 by Machin, and to 128 places by De Lagny, and at the end of the last century to 140 places by Vega. And Baron Zach informed Montucla that he had seen a manuscript in the Radcliffe Library at Oxford, in which it was carried to 154 places.

Vega's result, which, as far as it goes, is confirmed by those of Machin and De Lagny, is as follows:—

3· 14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510
58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211 70679
82148 08651 32823 06647 09384 46095 50582 26136

But the Oxford manuscript gives as the ending (according to Montucla)—

46095 50582 23172 53594 08128 4802

SLIKA 4.

Penny Cyclopaedia 1841; detajl.

Straßnitzki takoj za petimi vrsticami decimalk števila π predstavi Daseja iz Hamburga kot nadpovprečnega računarja, sposobnega računanja na pamet z dolgimi večmestnimi števili. Dase se je preživljal s tem, da je po gostilnah za denar na pamet računal s takimi števili. Ravno zaradi izjemne sposobnosti je Straßnitzki najel Daseja kot nekakšno živo računalo, da mu je izračunal krožno konstanto na 200 decimalk, in to v dveh mesecih. Mimogrede omeni tudi dokument v Radcliffski knjižnici in ujemanje Dasejevega izračuna na prvih 152-ih decimalkah. Prosil je celo oblasti, da bi mlademu Daseju pomagale najti primerno službo. Žal je Dase prej umrl, preden je dobil stalno zaposlitev.

Straßnitzki, rojen v Krakovu, je študiral matematiko, fiziko in še nekatere druge vede na Dunaju. Med letoma 1827 in 1834 je predaval matematiko na ljubljanskem liceju in našega Franca Močnika (1814–1892), bodočega matematičnega pedagoga in pisca matematičnih učbenikov, navdušil za študij matematike. V Ljubljani je Straßnitzki imel več javnih predavanj iz višje matematike in astronomije. Iz Ljubljane je odpotoval v Lvov, kjer je leta 1834 doktoriral in postal univerzitetni profesor. Nazadnje pa se je ustalil na Dunaju, kjer je razmeroma mlad umrl.

Za konec omenimo, da je Rutherford še enkrat stisnil zobe in število π leta 1853 izračunal na 440 točnih decimalk. Takrat je bilo drugače: primerjal se je lahko z Williamom Shanksom (1812–1882), ki je istega leta izračunal 527 točnih decimalk.

× × ×

Prostornina sodov

Janez Strnad

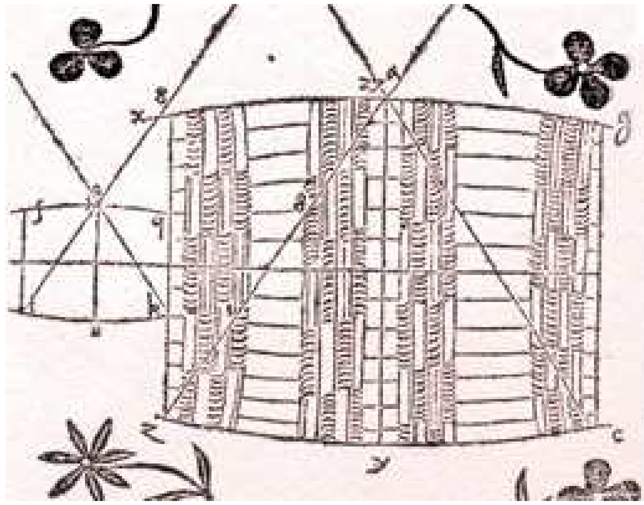
Johannes Kepler je sicer najbolj znan po treh zakonih o gibanju planetov (1609 in 1618). Odkril pa je tudi večino spoznanj geometrijske optike, ki jo vsebujejo današnji srednješolski učbeniki. Med drugim je tako navedel približek $\alpha/\beta = n$ za lomni zakon, ki ga tedaj še niso poznali in ga še dandanes uporabljamo pri preprostih računih za leče. Obravnaval je tudi sestave leč ter predlagal daljnogled z dvema zbiralnima lečama. Po obliki snežink je sklepal, da kristale sestavljajo gosto naložene kroglice.

Leta 1613 je trta obilno obrodila in na donavski obali v Linzu so živahno trgovali ter nalagali sode z vinom na ladje. Tudi Kepler je kupil nekaj sodov. Postal je pozoren na to, kako je trgovec izmeril prostornino vina in določil ceno. Skozi odprtino na sredi zgornjega dela ležečega soda je poševno segel do dna z merilno palico. Na palici je odčital, do kod je segalo vino, in po tem določil ceno. Kepler spočetka temu ni zaupal in se je zadeve lotil z matematiko. Hitro je sestavil kratek rokopis, ki pa je obtičal pri tiskarju. Kasneje je v njem popravil napake in besedilo dopolnil; leta 1615 je tako izšla *Nova stereometrija vinskih sodov*. V njej je izračunal prostornino 92 različnih teles, ki so nastala z vrtenjem dela krožnice, elipse, parabole ali hiperbole. S tem je Kepler naredil enega od korakov proti diferencialnemu računu, ki sta ga kasneje razvila Isaac Newton in Gottfried Wilhelm Leibniz (slika 3). Telesa je poimenoval po plodovih s podobno obliko: jabolko, sliva, limona... Paul Guldin, s katerim si je Kepler dopisoval, je opozoril, da so nekateri Keplerjevi sklepi le približni, drugi pa povsem zgrešeni. Po Keplerjevi zaslugi pa so se matematiki začeli podrobneje ukvarjati z vrteninami.

A vrnimo se k sodom.

Uradno imenovani cenilci – »vizirci« – so na opisani način z merilno palico segli v sod poševno do osnovne ploskve na eno in na drugo stran. Upoštevali so povprečje potopljene dolžine, če sod morda ni bil čisto simetričen ali ni stal na čisto vodoravni podlagi.

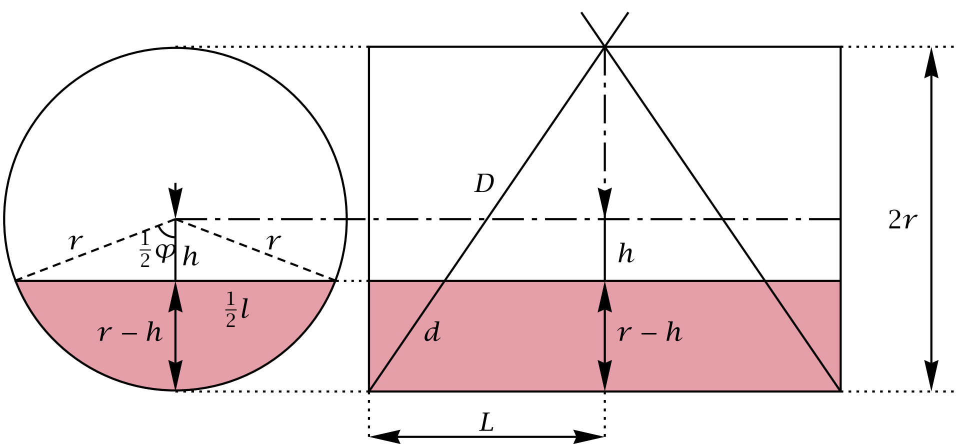
Keplerja je zanimala predvsem prostornina soda, to je prostornina vina v zvrhano polnem sodu. Vzemimo, da je sod valj s premerom $2r$ in dolžino L (sliki 1 in 2). Prostornina je zmnožek ploščine osnovne ploskve, to je kroga $p_0 = \pi r^2$, in dolžine $V_0 = p_0 L = \pi r^2 L$. Od sredine soda na vrhu do spodnjega roba vodi diagonala v polovici osnega preseka $D = \sqrt{(2r)^2 + (\frac{1}{2}L)^2}$. Z njo je Kepler izrazil kvadrat polmera $r^2 = \frac{1}{4}D^2 - \frac{1}{16}L^2$ in dobil za prostornino soda $V_0 = \pi(\frac{1}{4}LD^2 - \frac{1}{16}L^3)$. Vprašal se je po razmerju $L/(2r)$ za sod, ki ima pri dani diagonali D največjo prostornino. Iz zahteve, da je odvod $dV_0/dL = \pi(\frac{1}{4}D^2 - \frac{3}{16}L^2) = 0$, je izluščil zvezo $D^2 = \frac{3}{4}L^2 = (2r)^2 + \frac{1}{16}L^2$ in končno dobil $L/(2r) = \sqrt{2}$. Ugotovil je, da to presenetljivo dobro ustreza »avstrijskim« sodom. Pomislil je celo, da ne gre za naključje. Prostornina takega soda $V_0 = \pi D^3/(3\sqrt{3})$ je sorazmerna s kubom diagonale D. Z merjenjem diagonale je potemtakem mogoče ugotoviti prostornino soda. Najbolje je na merilno palico narisati kubično skalo.



SLIKA 2.
Keplerjeva risba soda.

Zares je sorazmernostni koeficient odvisen od razmerja med $2r/L$. Vendar zaradi zahteve $dV_0/dL = 0$ odvisnost ni izrazita. Kepler se je prepričal, da je rezultat uporaben tudi za »avstrijske« sode z rahlo izbočenim plaščem.

Kepler se je vprašal, ali je mogoče na opisani način ugotoviti tudi prostornino vina v sodu, ki ni zvrhano poln. Namignil je, da je to pomembno vprašanje za gospodarja, če ga skrbi, da kdo brez njegove vednosti prazni sod. Na to vprašanje odgovorimo po svoje.



SLIKA 1.
Pogled na sod z vinom v smeri osi (levo) in pravokotno nanjo (desno).

Gladina vina v sodu je vodoravna in njegova prostornina je $V = pL$, če je p ploščina spodnjega krožnega odseka. Ploščino odseka dobimo, ko od ploščine krožnega izseka s središčnim kotom φ odštejemo ploščino trikotnika:

- $p = \frac{1}{2}r \cdot r\varphi - \frac{1}{2}lh = \frac{1}{2}r^2(\varphi - \sin\varphi)$.

Upoštevali smo, da je $l = 2r\sin\frac{1}{2}\varphi$, $h = r\cos\frac{1}{2}\varphi$ in $lh = 2r\sin\frac{1}{2}\varphi \cdot r\cos\frac{1}{2}\varphi = r^2\sin\varphi$.

Višina vina $r - h$ je proti premeru soda $2r$ v enakem razmerju kot potopljeni del merilne palice d proti diagonali D:

- $\dfrac{d}{D} = \dfrac{h-r}{2r} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{h}{r} - 1\right)$.

Razmerje med prostornino vina in prostornino soda je

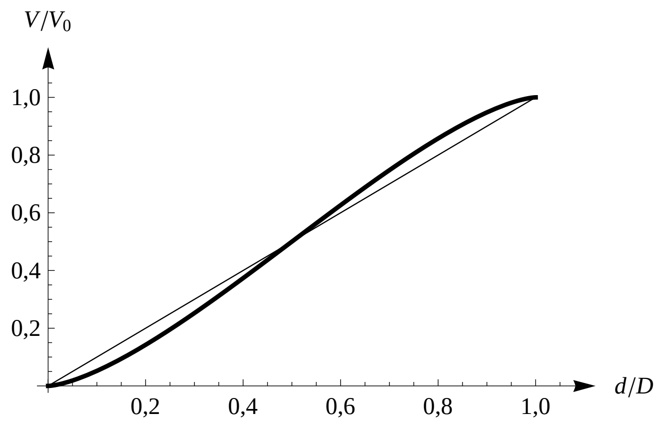
- $\dfrac{V}{V_0} = \dfrac{\frac{1}{2}r^2(\varphi - \sin\varphi)L}{\pi r^2 L} = \dfrac{1}{2\pi}(\varphi - \sin\varphi)$.

Iz zveze $h = r\cos\frac{1}{2}\varphi$ izračunamo:

- $\varphi = 2\arccos(h/r) = 2\arccos(1 - 2d/D)$.

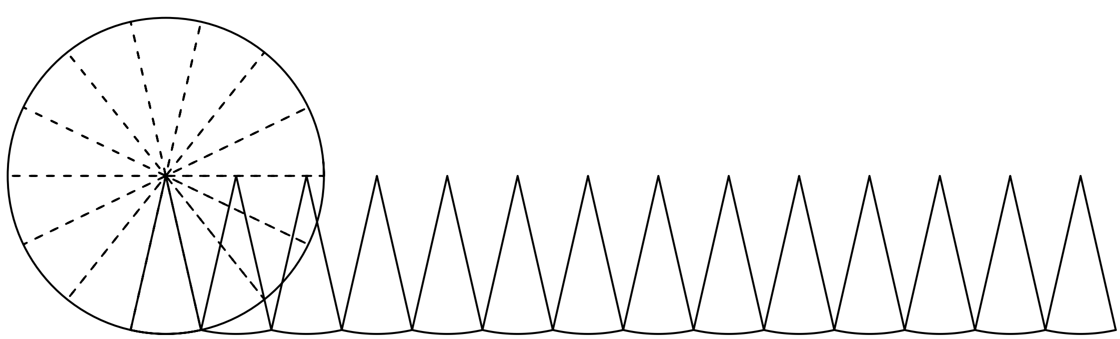
Tako naposled dobimo

- $\dfrac{V}{V_0} = \dfrac{1}{2\pi}[2\arccos(1-2d/D) - {}$
  $- \sin(2\arccos(1-2d/D))]$.



SLIKA 4.
Razmerje prostornin delno praznega in polnega soda V/V_0 v odvisnosti od razmerja d/D (debelejša krivulja). Približek $V/V_0 = d/D$ (tanjša krivulja) se od tega razlikuje kvečjemu za 0,06.

Diagram kaže, da je dober približek te funkcije $V/V_0 = d/D$ (slika 4). (Največja napaka doseže 0,06.) Ker izrazimo prostornino z razmerjem V/V_0 in dolžino d z razmerjem d/D, lahko na opisani način v dobrem približku ugotavljamo tudi prostornino vina v sodu, ki ni poln. Kaže tudi, da Keplerjevi sodobniki prostornine sodov niso merili natančno. Izražali so jo namreč v vedrih (Eimer); »avstrijsko« vedro je imelo 56,6 litra. Po tem sklepamo, da so se lahko zmotili za več litrov.



SLIKA 3.
Tako je Kepler pojasnil enačbo za ploščino kroga πr^2. Krog je razdelil na vse večje število vse ožjih krožnih izsekov, ki so se vse manj razlikovali od trikotnikov. Nazadnje je izračunal ploščino kroga kot ploščino trikotnika, ki ima za osnovnico obseg kroga in za višino polmer. Arhimedov način dokazovanja se je marsikateremu Keplerjevemu sodobniku zdel težaven. Kepler je za π uporabil 22/7, čeprav je poznal boljše približke.

× × ×