PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **16** (1988/1989)
Številka 4
Strani 214–220

Matija Lokar:

LAČNI ČRV

Ključne besede: matematika, računalništvo, matematično modeliranje, izometrična mreža.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/16/940-Lokar.pdf

RAČUNALNIŠTVO

LAČNI ČRV

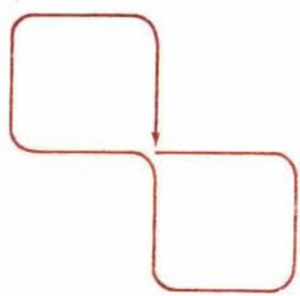
Črv Bine je kmalu prišel k sebi po padcu skozi luknjo. Razgledal se je okoli sebe in bil vedno bolj navdušen.

"Saj to je Indija Koromandija. Povsod sama hrana."

In začel se je plaziti in jesti, jesti, ... Za njim je ostajala le za njegovo širino široka sled brez hrane.

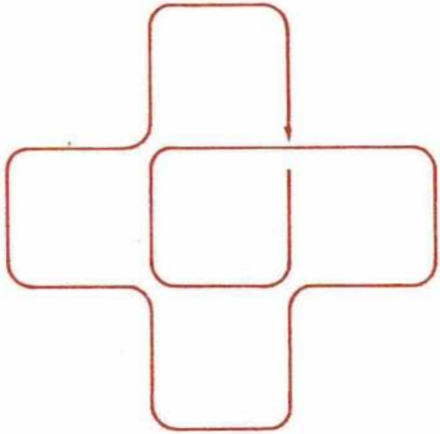
Nekaj podobnega se je dogajalo več tisoč let nazaj. Prazgodovinski črvi so se hranili v blatu na dnu kotanj. Pri tem so razvili določene vzorce obnašanja. Tako niso sledili poti, ki so jo že preplazili, saj je tam ostalo le malo hrane. Po drugi strani je bilo pametno ostati blizu svojih sledi, saj je bila hrana običajno v kupčkih. Tako so črvi pri iskanju hrane upoštevali nekaj preprostih pravil. Ta pravila so določala, kako blizu 'pojedenim' potem naj črv ostane; kako daleč naj gre, preden se obrne; kakšen naj bo zasuk, ... Pravila so bila različna od primerka do primerka in na osnovi primerjav fosilnih sledov palenteologi danes raziskujejo obnašanje teh črvov. Pri raziskavah pa so poklicali na pomoč tudi matematike in računalnikarje. Tako so na univerzi v Warwicku in v laboratoriju za umetno iteligenco inštituta za tehnologijo v Massacchutesu izdelali matematični model iskanja hrane teh črvov. Če črv naleti na vozlišče, kjer še ni nobena od poti preiskana (hrana pojedena) razen seveda poti, po kateri se je priplazil, se mora odločiti, kam naj gre. Če bi bilo v njegovih pravilih zapisano, naj gre naravnost, bi se vedno gibal naprej, kar ni zanimivo ne za nas ne za resničnega črva (zakaj?). Zato morajo biti pravila vseh črvov taka, da se obrnejo, če naletijo na novo vozlišče.

Denimo, da se črv giblje po pravokotni mreži, torej da se vedno obrača za 90^0 bodisi v levo ali v desno. Osnovni zasuk naj bo le desni, da se izognemo zrcalnim slikam. Ko po štirih korakih črv opiše kvadrat, ima na voljo le dve možnosti. Če se giblje tako, da gre v levo natanko takrat, ko ne more v desno, je njegova pot takšna



Slika 1. Pravokotniški črv

Ko jo opiše, nima na voljo več hrane in črv pogine. Enaka usoda ga čaka tudi v drugem primeru, le da nekoliko kasneje. Tu je pravilo tako, da gre naravnost, ko ne more desno in v levo le, če ne gre ne levo in ne desno.



Slika 2. Še drugi pravokotniški črv

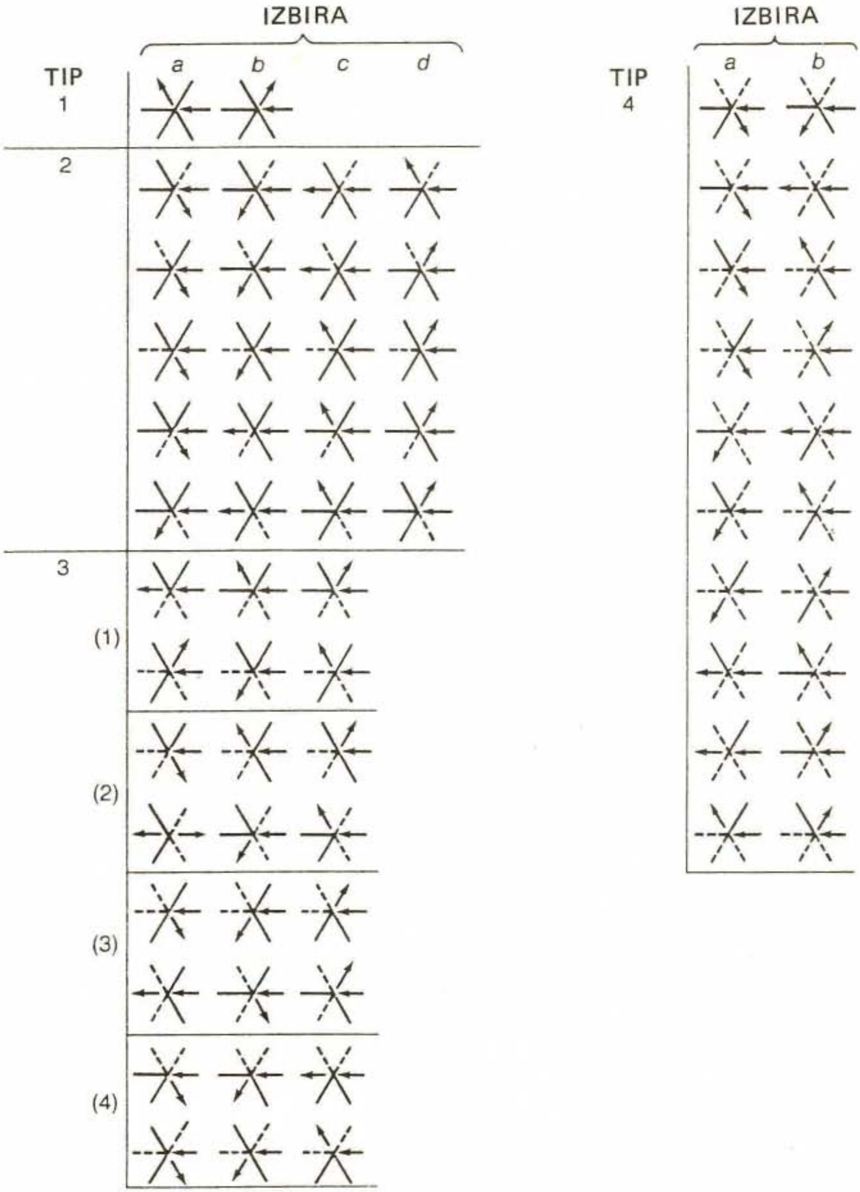
To sta edina primerka enostavnih pravokotniških črvov. Več možnosti imamo, če se črvi gibljejo po izometrični mreži iz enakostraničnih trikotnikov. Tu se v vsakem vozlišču sreča namesto štirih šest poti. Na prvi pogled malenkostna razlika. Vendar nam ta mreža omogoča veliko raznolikost gibanja črvov. Vsi črvi upoštevajo naslednja tri splošna pravila.

1. Če v vozlišču še ni pojeden noben del, se črv obrne v desno (dve možnosti).
2. Če so vsi deli v vozlišču pojedeni, črv pogine.
3. Če je v vozlišču nepojeden le en del, ga črv poje.

Kot smo že videli, pravokotniški črv naleti le na eno vozlišče, kjer se mora odločati. Ker sta le dve možnosti, imamo le dva primerka pravokotniških črvov. Izometrični črvi pa lahko naletijo na štiri tipe vozlišč, kjer se morajo odločiti, kaj storiti. Oglejmo si "razpored odločitev", ki omogoča 1296 različnih pravil hranjenja črvov. Zakaj ravno tak razpored, bi na tem mestu težko povedali, zadovoljimo se s tem, da nam le tak omogoča zanimivo nadaljevanje zgodbe. Na sliki so označeni štirje tipi in možnosti odločitve. Polna črta označuje nepojedeni del, črtkana pojedeni in puščica smer gibanja črva.

Štirje tipi so naslednji:

1. Črv dospe do vozlišča, kjer noben del še ni pojeden (razen ravno preplazenega). Zasuk v desno je lahko blag (120^0) ali pa oster (60^0). Možnosti sta torej dve.
2. Črv pride v vozlišče z enim pojedenim delom. Svojo odločitev izbere izmed štirih možnosti:

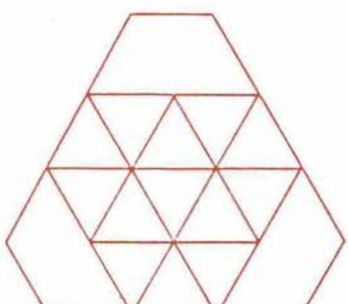


Slika 3. Vsa možna križišča

a) prvi možni zasuk v levo,
b) drugi možni zasuk v levo,
c) tretji možni zasuk v levo,
d) četrti možni zasuk v levo.

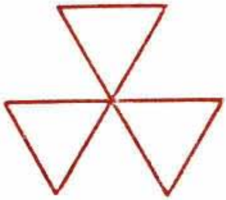
3. Črv je v tem vozlišču že bil, pojedena sta torej dva dela, ki pa po splošnih pravilih ne moreta oklepati iztegnjenega kota. Pustimo v tem primeru črvu več domišljije. Gibanje črva naj poteka po treh pravilih, toda neodvisno v posameznih skupinah križišč. Kot kaže slika 3, smo križišča razvrstili v štiri skupine. Glede na gibanje črva v križiščih z dvemi pojedenimi deli imamo torej $3^4 = 81$ različnih črvov.
4. V vozlišču s tremi pojedenimi deli naj ima črv na razpolago le dve možnosti, glede na prvi oziroma drugi možni zasuk v levo, podobno kot v primeru 2.

Če se črv priplazi do vozlišča, kjer so pojedeni štirje ali pet odsekov, nima nobene izbire. V prvem primeru sledi preostalemu nepojedenemu odseku, v drugem primeru pa pogine. Torej imamo $2 \times 4 \times 81 \times 2 = 1296$ množic pravil, ki vsak določajo svojo vrsto izometričnega črva. Kako pa bomo ločili med posameznimi črvi? Za vsako polje bomo povedali, katero možnost si črv izbere in to napisali nekako takole $1_a 2_b 3_{acac} 4_b$. Ta črv se torej pri novem vozlišču odloči za blag zasuk, pri tipu dva se odloči za možnost b, pri tipu tri se v križiščih prve skupine odloči za pravilo a, v križiščih druge skupine za pravilo c, v križiščih tretje skupine zopet za pravilo a in v križiščih četrte skupine spet za pravilo c, pri tipu štiri izbere prvi možni zasuk v desno. Ta črv za sabo pusti naslednjo sled



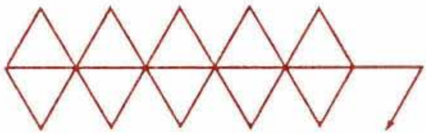
Slika 4. Črv $1_a 2_b 3_{acac} 4_b$

Tako pot pa ne pušča le opisani črv, ampak tudi nekateri drugi. Poskusite jih najti. V pomoč naj vam povem, da jih je 14. Z računalniškim programom so raziskali obnašanje vseh 1296 vrst izometričnih črvov. Rezultati so pokazali, da 209 primerkov tvori le njim lastne poti, 46 poti generirata po dve vrsti črvov in 44 poti več kot dve vrsti. Imamo torej 299 različnih poti. Najenostavnejša pot je podobna simbolu za radioaktivnost in jo tvori kar 162 vrst. Poiščite jih nekaj!



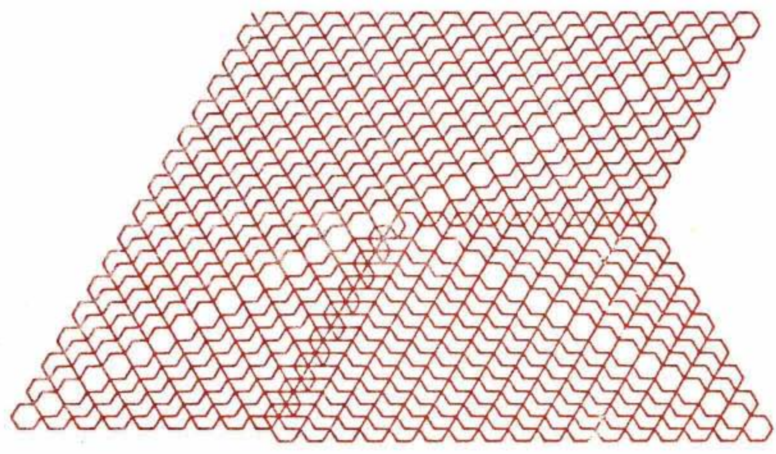
Slika 5.

Vsi črvi, ki smo jih srečali do sedaj, so z svojim obnašanjem obsojeni na pogin od lakote. Mar tako poginejo prav vsi? Hitro najdemo črva, ki mu od lakote ne bo treba poginiti. Tak je npr. črv z vzorcem $1_b 2_d 3_{abbb} 4_b$



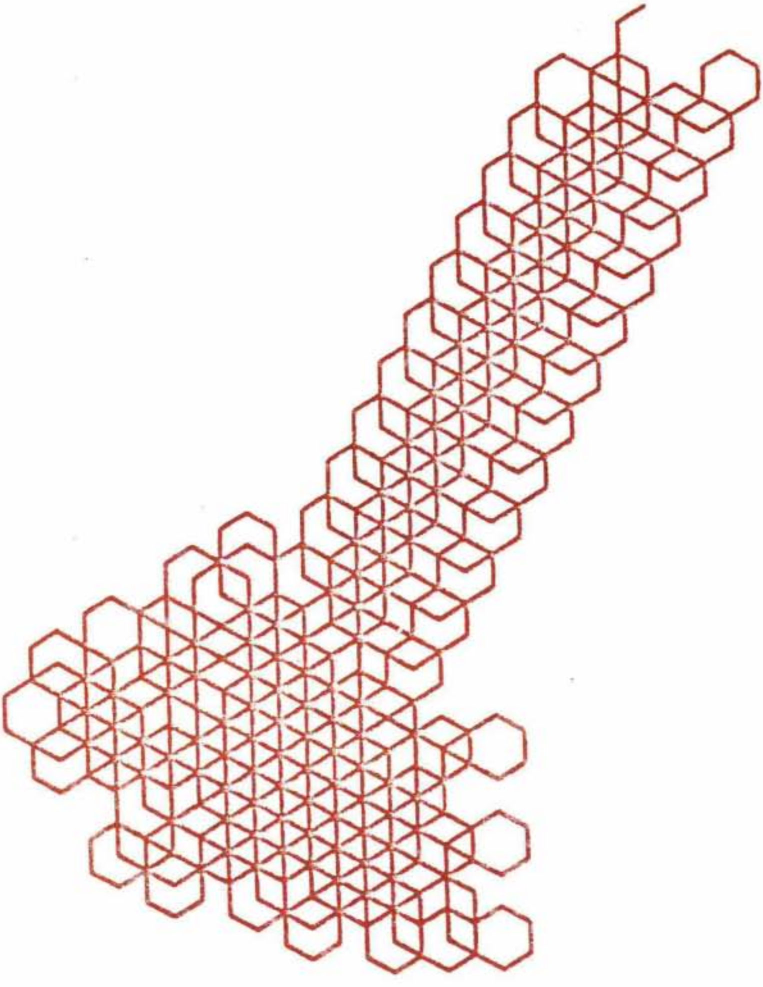
Slika 6. Črv $1_b 2_d 3_{abbb} 4_b$

Lačna ne bosta ostala tudi črva $1_a 2_c 3_{acba} 4_a$ in $1_a 2_d 3_{caaa} 4_b$, katerih sled je prav zanimiva



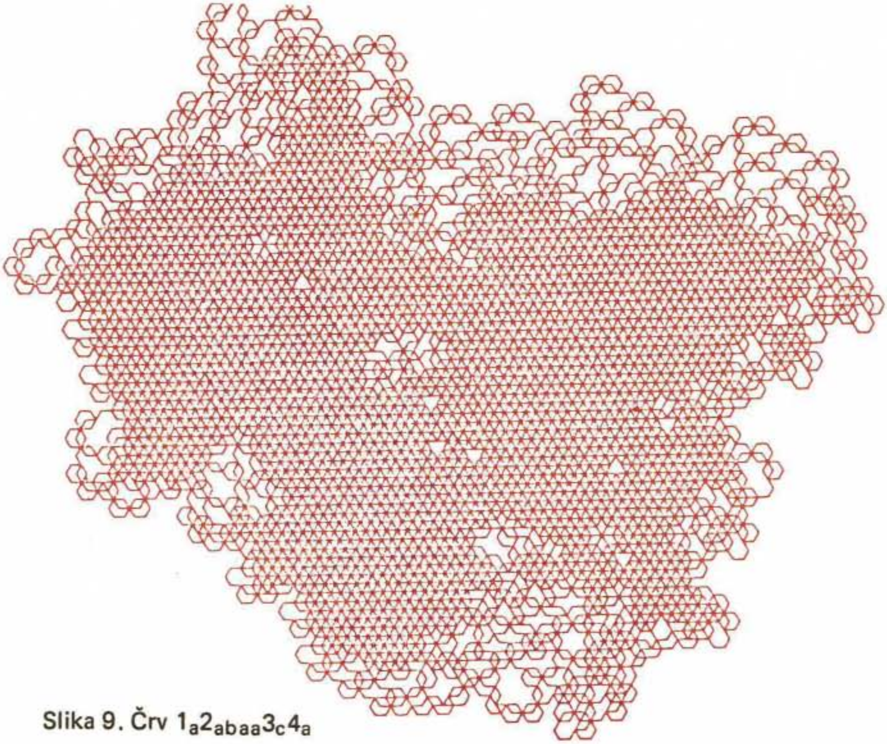
Slika 7. Črv $1_a 2_c 3_{acba} 4_a$

Raziskovalci so poskušali ugotoviti, kako dolga je najdaljša končna pot takih črvov. Odgovora še ne poznajo. Najdaljša znana končna pot je dolga 220142 enot in jo tvori črv $1_a 2_d 3_{cbac} 4_b$. Tako so npr. črvu $1_b 2_a 3_{bcaa} 4_b$ sledili na njegovi poti več kot 10 milijonov korakov, a še vedno ne vedo, ali se njegova pot kdaj zaključi. Odprtih vprašanj v obnašanju izometričnih črvov je še veliko. Kaj se npr. zgodi, če sta na isti površini dva ali več črvov, kakšne so



Slika 8. Črv $1_a 2_d 3_{caaa} 4_b$

poti črvov, če so določena območja brez hrane, kako se črv obnaša, če ima možnost, da pregleda pot nekaj korakov naprej. Določene hipoteze najlaže zasnujemo s pomočjo računalnika. Sestavite ustrezne programe za gibanje črvov in nam jih pošljite! Za konec pa še črv 'oblaček'



Slika 9. Črv $1_a 2_{abaa} 3_c 4_a$

in črv 'zvezda'. Slika 10. Črv $1_a 2_d 3_{cbaa} 4_b$